

В диссертационный совет Д 212.125.05
при ФГАОУ ВПО «Московский Авиацион-
ный Институт (Национальный исследова-
ТЕЛЬСКИЙ университет)» (МАИ)
125993, г. Москва, А-80, ГСП-83, Волоко-
ламское шоссе, д. 4

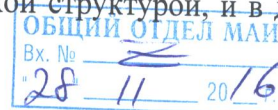
ОТЗЫВ

**официального оппонента на диссертацию Яковлева Дмитрия Олеговича
«Моделирование процессов деформирования многослойных тонких термоупругих
пластин на основе метода асимптотической гомогенизации»,
представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических
наук по специальности 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела**

Диссертация Яковлева Д.О. посвящена развитию теории и методов расчета тонких анизотропных многослойных композитных пластин на основе общих уравнений трехмерной теории упругости и метода асимптотического усреднения уравнений с быстроосциллирующими коэффициентами. Многослойные пластины из композиционных материалов находят широкое применение в качестве элементов конструкций во многих отраслях промышленности: машиностроении, судостроении, строительстве, авиа- и космической технике, медицине и многих других. Поэтому развитие математических методов и моделей, которые бы позволили эффективно описывать и проводить расчеты происходящих в них процессов является актуальной задачей.

Актуальность диссертационного исследования обусловлена практическими потребностями повышения точности расчета механического поведения многослойных композитных пластин при условии их сложной неоднородной структуры и неоднородного характера поведения (разномасштабности) происходящих в них физических процессов.

Одним из наиболее эффективных и строго обоснованных методов моделирования разномасштабных процессов является метод асимптотического усреднения уравнений с быстроосциллирующими коэффициентами, основанный на разделении с помощью асимптотических разложений зависимостей, связываемых с глобальными x_j и локальными $\xi_j = x_j/\kappa$ переменными (κ – малый параметр, определяющий степень различия в характере разделяемых процессов); введение таких переменных характерно для известного метода многих масштабов. Основы метода асимптотической гомогенизации были заложены в середине 70-х годов в фундаментальных работах Н.С.Бахвалова, Е.Санчес-Паленсия, Лионса и других авторов для неоднородных сред с периодической структурой, и в даль-



нейшем эффективно применялись для решения самых разных задач в неоднородных средах. В представленной диссертационной работе этот метод положен в основу разрабатываемых теорий термоупругости и гармонических колебаний многослойных тонких анизотропных пластин, что обуславливает **достоверность и обоснованность полученных результатов.**

Представленная работа представляет не только практический, но и методический интерес, т.к. демонстрирует возможность применения метода асимптотической гомогенизации (имеющего строгое математическое обоснование) для построения моментных теорий деформирования анизотропных композитных пластин в условиях температурных воздействий и вибраций.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы; ее структура имеет ясный логичный характер.

Во введении обоснована актуальность темы, производится краткий обзор состояния вопроса и содержания работы, сформулированы цель и задачи исследования, научная новизна, теоретическая и практическая значимость полученных результатов, их достоверность, основные положения, выносимые на защиту, описание научных мероприятий и публикаций, на которых проводилась апробация работы.

В первой главе на основе уравнений общей трехмерной теории упругости, теплопроводности и с помощью метода асимптотического усреднения получены уравнения моментной теории термоупругости многослойных тонких пластин, близкие по своему виду уравнениям Кирхгофа-Лява в теории пластин. Методика вывода уравнений обобщает работу [Димитриенко Ю.И. Асимптотическая теория многослойных тонких пластин // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки., 2012, №. 3] на случай зависимости деформаций от тепловых полей. Приводится постановка исходной трехмерной задачи линейной термоупругости для многослойной пластины, формулируются основные условия, при которых выполняется процедура асимптотического усреднения, производится обезразмеривание участвующих в постановке задачи величин, явно выделяется в уравнениях масштабный параметр κ , определяющий соотношение между процессами деформирования в продольном и поперечном сечении пластины. Условия термонагружения пластины сформулированы таким образом, чтобы асимптотическое приближение к решению обеспечивалось усредненным уравнением второго порядка точности, которое как раз и является моментным уравнением, содержащим в теории асимптотического усреднения производные до четвертого порядка от эффективной функции перемещений.

В результате асимптотического усреднения исходных уравнений были получены эффективные термомеханические характеристики при сформулированных условиях, а

также распределение перемещений и напряжений с учетом локальной структуры многослойной пластины. Показано, что в случае однослойной пластины и при равномерном воздействии температурного поля изложенная процедура приводит к системе гипотез и классическим уравнениям Кирхгофа-Лява.

Во второй главе рассмотрены две конкретные задачи об изгибе многослойной пластины прямоугольного поперечного сечения (фактически балки, рассматриваемой как пластина): многослойная пластина под действием равномерно распределенной нагрузки и температуры и свободная от нагрузки пластина при неравномерном нагреве поперечного сечения. Пластина состояла из трех слоев ортотропного материала, масштабный параметр k соответствовал значению 0.04. Обе задачи рассматривались при условии жесткого защемления концевых и защемления со свободным скольжением боковых торцов балки. Для вычисления напряжений и перемещений были получены явные выражения, которые для первой задачи и в случае одного слоя совпадают с классическим решением в теории пластин Кирхгофа-Лява, однако для многослойной пластины отличаются от напряжений, получаемых из теории Кирхгофа-Лява с единой деформируемой нормалью. Также было проведено сравнение результатов решения рассмотренных задач с результатами конечно-элементного моделирования в программном комплексе ANSYS. Пластина в этом случае рассматривалась как трехмерный параллелепипед, разбитый на тетраэдральные 10-ти узловые конечные элементы (с квадратичной аппроксимацией перемещений), для экономии ресурсов строилась неравномерная по длине балки сетка со сгущением в нескольких выбранных сечениях; показана сходимость численного решения к построенному при значительном увеличении общего числа конечных элементов. Показано, что напряжения в выбранных сечениях достаточно хорошо совпадают с численным решением при разбиении каждого слоя композитной пластины минимум на 20 элементов, относительная среднеквадратичная невязка составляла от 0,6 % до 8,8 % для разных компонент тензора напряжений; однако число элементов необходимое для достижения большей точности катастрофически растет.

Глава 3 посвящена разработке теории установившихся гармонических колебаний многослойных тонких анизотропных пластин на основе метода асимптотической гомогенизации. Последовательность вывода и метод получения моментных уравнений такие же, как в **главе 1**. В результате усреднения исходных уравнений трехмерной теории упругости получены усредненные уравнения установившихся колебаний аналогичные уравнениям в теории пластин Кирхгофа-Лява; также получены усредненные определяющие соотношения и явные формулы для напряжений и перемещений с учетом локальной структуры пластины.

Глава 4 посвящена моделированию изгибных гармонических колебаний многослойных тонких пластин с помощью построенной теории и с помощью конечно-элементного комплекса ANSYS. Рассмотрены две задачи о собственных и вынужденных колебаниях многослойной пластины прямоугольного поперечного сечения, состоящей из трех слоев ортотропного материала при масштабном параметре $\kappa = 0.04$ и при условиях шарнирного закрепления концевых и скользящего закрепления боковых торцов пластины (балки); собственные частоты вычисляются по явной формуле. Была показана близость построенного решения к результатам конечно-элементных расчетов при достаточно подробном разбиении слоев многослойной пластины; сравнивались значения трех первых собственных частот колебаний и компоненты тензора напряжений в выбранных сечениях. В последнем пункте главы дано описание комплекса алгоритмов и программ, разработанного в среде программирования MATLAB MathWorks и реализующего для практического использования представленные алгоритмы для вычисления тензора напряжений, собственных частот и форм колебаний в построенных теориях.

В заключении сформулированы основные результаты работы.

Список литературы состоит из 172 наименований.

В работе разработана теория и методы расчета тонких анизотропных многослойных композитных пластин в условиях температурных воздействий и вибраций на основе метода асимптотической гомогенизации. Рассмотренные уравнения и алгоритмы позволяют добиться точных результатов при вычислении напряжений и перемещений при существенном сокращении вычислительных затрат по сравнению с непосредственным конечно-элементным моделированием пластины как трехмерного тела. Достоверность результатов достигается за счет корректных постановок краевых задач для тонких многослойных пластин и корректной процедуры их асимптотического анализа с выводом усредненных моментных уравнений. Полученные решения сравниваются с результатами конечно-элементного моделирования в известном, широко используемом программном комплексе ANSYS и с аналитическими решениями в рамках классических теорий пластин и оболочек Кирхгофа-Лява. Анализ работы позволяет отметить **новизну, достоверность и обоснованность** приведенных в работе положений, выводов и рекомендаций.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации, основные результаты работы опубликованы, в том числе в журналах из списка ВАК.

Замечания по диссертационной работе:

1. В первой главе при формулировке основных допущений разрабатываемой теории (п. 1.1, стр. 12) недостаточно формализованы условия нагружения многослойной пластины. Не понятно как использовать сформулированный критерий $\sigma_{33} = -\kappa^3 p_{\pm}$ на практике, хорошо бы было это проиллюстрировать примерами.

2. При конечно-элементном моделировании пластины, имеющей форму параллелепипеда, используются тетраэдры, которые, как известно, существенно повышают размерность задачи; лучше было бы использовать разбиение исходной области на гексаэдры.
3. В главе 2 при моделировании деформирования пластины под действием неравномерного нагрева сечения (п. 2.3) не указано, при каком конкретно распределении температуры сравниваются построенное и конечно-элементное решение; об этом приходится только догадываться по характеру распределения напряжений.
4. В работе содержится большое количество опечаток, некоторые ссылки оказались сбиты; это затрудняет восприятие текста, хотя в целом не приводит к недоразумениям.

Сделанные замечания не влияют на положительную оценку работы. Диссертационная работа в целом представляет собой законченное исследование, посвященное решению актуальной проблемы, апробирована на научных конференциях и симпозиумах различного уровня, включая международные.

Представленная диссертация является законченной научно-квалификационной работой, соответствующей всем требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации №842 от 24 сентября 2013 года, а ее автор Яковлев Д.О. заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела.

Официальный оппонент,
кандидат физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник лаборатории неклассических
моделей композиционных материалов и конструкций
ФГБУН Институт прикладной механики РАН

Волков-Богородский

Волков-Богородский Дмитрий Борисович

107150, Москва, Погонный проезд, дом 23, корп. 3, кв. 73

Телефон: +7(909)6595475

E-mail: v-b1957@yandex.ru

Подпись Волкова-Богородского Дмитрия Борисовича заверяю

Ученый секретарь ИПРИМ РАН

28.11.2016 г.

Ю. Н. Карнет

