

Научная статья
УДК 531.552
DOI: 10.34759/vst-2021-4-204-218

ПРОЦЕДУРА ОЦЕНИВАНИЯ ТРАЕКТОРИИ МАЛОГАБАРИТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ ПРИ ИССЛЕДОВАНИЯХ НА БАЛЛИСТИЧЕСКОЙ ТРАССЕ

Степан Николаевич Илюхин

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,
Москва, Россия
iljuchin.stepan@bmstu.ru

Аннотация. Представлены алгоритмы определения начального вектора состояния малогабаритного летательного аппарата по измерениям, полученным на баллистических трассах типа БТ СМЗ. Работоспособность данных алгоритмов проиллюстрирована решением численного примера, имитирующего экспериментальные данные. Доказано, что наиболее эффективно восстановление траектории методом наименьших квадратов с использованием аппроксимирующего полинома 2-го порядка. Кроме алгоритмов нахождения начального вектора состояния, в статье предложена тривиальная методика отбраковки единичных аномальных измерений, а также приведено теоретическое обоснование результатов натурального эксперимента и обозначены требования к проведению исследований на баллистической трассе с использованием рам-мишеней. Помимо прочего, в работе представлены основные характеристики баллистической трассы кафедры «Динамика и управление полётом ракет и космических аппаратов» МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Ключевые слова: баллистическая трасса, метод наименьших квадратов, оценивание траектории, вектор состояния

Для цитирования: Илюхин С.Н. Процедура оценивания траектории малогабаритных летательных аппаратов при исследованиях на баллистической трассе // Вестник Московского авиационного института. 2021. Т. 28. № 4. С. 204-218. DOI: 10.34759/vst-2021-4-204-218

Original article

TRAJECTORY ESTIMATION PROCEDURE OF SMALL-SIZED AERIAL VEHICLES AT THE STUDIES ON A BALLISTIC TRACK

Stepan N. Ilyukhin

Bauman Moscow State Technical University (MSTU), Moscow, Russia
iljuchin.stepan@bmstu.ru

Abstract

The topic of the article being presented is trajectory estimating algorithms and subsequent initial state vector determining of a small-sized aerial vehicle based on measurements obtained on the BT CM3 type ballistic tracks. At the beginning, the article considers general issues of the small-sized aircraft studying by full-scale tests on ballistic tracks, presents the features of their instrument equipment, and touches upon the issues of the trajectory restoring based on the measurement results.

The technique proposed by the author is based on the least squares method application for a trajectory forming according to the measurements of the aircraft flight coordinates through the certain sections of the test facility. The efficiency of these algorithms is illustrated by the solution of a numerical example simulating experimental data. It was proved by additional computations and comparative analysis that the most effective way to restore the trajectory is the least squares method using the second-order approximating polynomial. Theoretical justification of this phenomenon is presented.

Besides the algorithm for the initial state vector detecting, inclusive coordinates of the flight initiation in the selected coordinates system, the initial trajectory inclination angle, initial track angle and initial velocity value, the article suggests the trivial technique for the single anomalous measurements rejection. It presents also theoretical justification of the full-scale experiment results, and defines the requirements for conducting research on the ballistic track with target frames application. A typical algorithm for the initial angular velocity determining and estimating the derivation value is described as well. An empirical algorithm for finding the drag coefficient value based on the results of experimental shooting is presented. Among other things, the article presents the main characteristics of the ballistic track of the “Dynamics and Flight Control of Rockets and Spacecraft” Department at the Bauman Moscow State Technical University.

The final part of the article formulates a number of practical remarks and recommendations to the experimental studies organization on ballistic tracks for the initial state vector reliable determining and flight trajectory restoring.

Keywords: ballistic track, least squares method, trajectory estimation, state vector

For citation: Ilyukhin S.N. Trajectory estimation procedure of small-sized aerial vehicles at the studies on a ballistic track. *Aerospace MAI Journal*, 2021, vol. 28, no. 4, pp. 204-218. DOI: 10.34759/vst-2021-4-204-218

Введение

Использование компьютерного моделирования движения летательного аппарата (ЛА) после вылета из ствола пусковой установки позволяет существенно сократить объём эмпирических исследований на этапе проектирования данного аппарата или установки [1]. Расчёты траекторий ведутся, как правило, для идеально выполненного снаряда, при определённых начальных данных (в том числе и мощности пусковой установки), а также при средних метеорологических условиях, принимаемых за номинальные [2]. Однако в действительности траектория полёта ЛА будет отклоняться от расчётной, это может быть обусловлено как конструктивными и технологическими причинами, так и отличием условий полёта от номинальных. Поэтому важной составляющей процесса проектирования остаются натурные испытания, позволяющие оценить рассогласование

между расчётными и экспериментальными данными [3–6].

Площадками для таких испытаний могут служить баллистические установки, состоящие из пусковой установки, баллистической трассы открытого или закрытого типа, а также специального уловителя ЛА [7, 8]. Как правило, баллистические установки оснащены современной регистрирующей и измерительной аппаратурой, позволяющей с высокой точностью оценить параметры траектории полёта ЛА. Однако результаты даже высокоточных измерений, полученные с датчиков, не тождественны реальным значениям измеряемых величин, поэтому перед восстановлением траектории по массиву полученных результатов измерений его необходимо подвергнуть предварительной обработке с целью отбраковки аномальных значений.

На рис. 1 изображена большая баллистическая трасса кафедры СМЗ МГТУ им. Н.Э. Баумана (БТ СМЗ) закрытого типа с вваренными окнами для измерительной и осветительной аппаратуры. Длина трассы составляет 33,8 м, диаметр – 0,8 м. Тип уловителя ЛА – разрушающий.



Рис. 1. Большая баллистическая трасса кафедры СМЗ МГТУ им. Н.Э. Баумана

На рис. 2 представлена схема проведения экспериментов на трассе БТ СМЗ. В данном случае реализуется стандартный тип проведения исследований – изучение траектории ЛА по точкам пересечения траектории с плоскостями измерения.

При проведении такого рода исследований не используется высокоточная измерительная аппаратура, например высокоскоростные камеры, хронографы, доплеровские измерители скорости. Выходной информацией в данном случае служат координаты точек пересечения исследуемой траектории с плоскостями измерения, в

которых расположены рамы-мишени (рис. 3). Подобная постановка задачи определяет относительную простоту и наглядность проводимых экспериментов.

Однако в настоящее время отсутствует возможность высокоточного позиционирования

рам-мишеней [9, 10] в плоскостях измерения, что не позволяет получать измерения координат с погрешностью ниже 1 мм. В то же время использование лазерных дальномеров позволяет получить аналогичную погрешность и при более сложном позиционировании плоскостей измерения по дальности. Поэтому в дальнейшем целесообразно учитывать именно такую точность измерений.

Необходимо также иметь в виду, что перед рассматриваемым исследованием предстоит определить ряд параметров ЛА. Измерительное оборудование, в свою очередь, имеет свои уров-

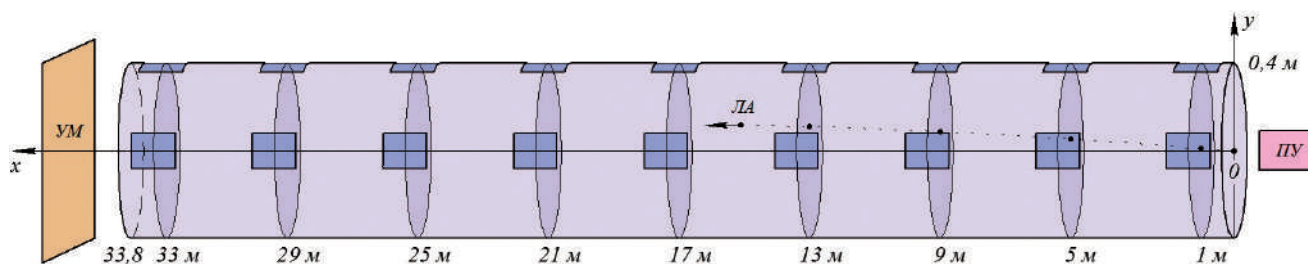


Рис. 2. Схема проведения экспериментов на трассе кафедры СМЗ (ПУ – пусковая установка; УМ – уловитель моделей)



Рис. 3. Рамы-мишени

ни точности — их также следует учитывать при задании соответствующих величин при обработке измерений и в числовом эксперименте. Восстановление трубки траекторий по результатам измерений имеет высокую значимость при оценке точности ствольных систем. Обычно для подобных целей используются расчёты индекса дисперсии [11], аппроксимация результатов стрельбы рядом Фурье [12], построением эллипса рассеивания [13], статистической обработкой рассеивания, применяемой также в иных сферах [14], и т.д. Однако эти подходы позволяют оценить рассеивание траекторий, а не восстановить траекторию полёта целиком. В настоящей работе для этих целей предложено использование метода наименьших квадратов (МНК), широко используемого при оценке траекторий полёта космических аппаратов [15—17]. Кроме того, такой подход позволяет после восстановления траектории оценить начальный вектор состояния малогабаритного летательного аппарата (МЛА), определяющий эффективность ствольной системы [18, 19].

1. Эмпирический» метод расчёта коэффициента лобового сопротивления

Одной из важнейших аэродинамических характеристик ЛА является коэффициент лобового сопротивления (C_x), который может быть рассчитан теоретически путём определения отдельных составляющих избыточного давления или вязкого трения с широким использованием аэродинамических зависимостей. Однако основными методами его определения являются экспериментальные способы, основанные на получении сум-

марных характеристик при продувках моделей ЛА в аэродинамических трубах и при опытных стрельбах, проводимых на баллистических трассах.

Расчёт коэффициента лобового сопротивления по итогам измерений также можно осуществлять различными способами: аналитическими методами, по эмпирическим зависимостям или цифровым моделированием. Очевидно, что при данных расчётах, помимо измерений скорости, необходимо иметь информацию о параметрах среды (атмосферы), в которой проводится стрельба.

Для определения C_x «эмпирическим» методом в ходе опытных стрельб, необходимо снять измерения скорости ЛА в двух сечениях трассы (к примеру, 1 и 5 м). Зависимость для нахождения коэффициента лобового сопротивления представлена в статье [20]. На рис. 4 продемонстрированы результаты расчёта коэффициента лобового сопротивления в зависимости от погрешности измерения значений скорости. Как видно из графика, измерение скоростей с точностью до 1 м/с обеспечивает определение C_x с ошибкой в 13%. Однако при точности 0.1 м/с ошибка составляет всего 1.6%, что является допустимым при производимых расчётах. При дальнейшем повышении точности измерения скоростей погрешность определения C_x изменяется незначительно.

Следует также отметить, что увеличение точности определения скоростей нивелирует погрешность расчёта, однако используемые в лаборатории хронографы не позволяют достичь точности выше 0.1 м/с.

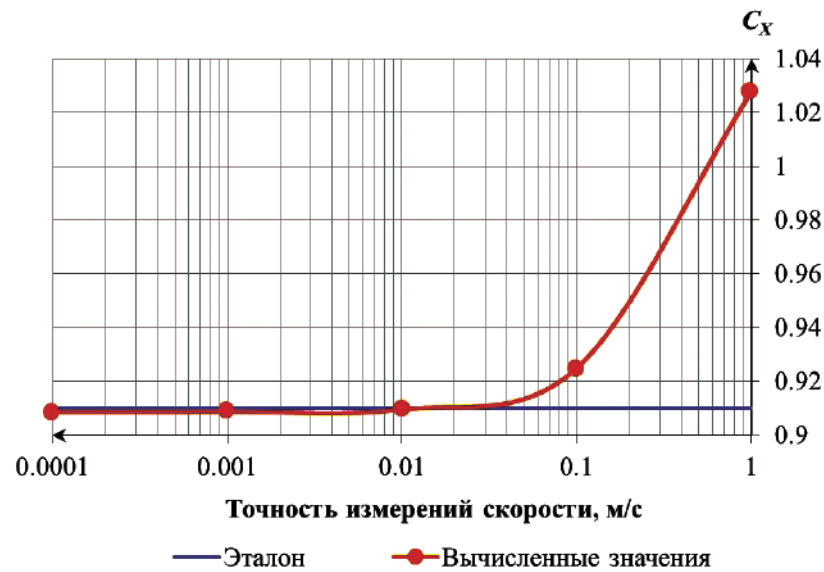


Рис. 4. Результат определения коэффициента лобового сопротивления «эмпирическим» методом в зависимости от точности измерений скорости в двух плоскостях

2. Алгоритмы оценивания начального вектора состояния ЛА

Координаты старта в нормальной земной системе координат. Для отработки предлагаемых алгоритмов, значения координат, соответствующие девяти сечениям БТ СМЗ, были получены путём цифрового моделирования в разработанном под руководством автора программном комплексе [21] при следующих исходных данных:

- за начало отсчёта нормальной земной системы координат принималась точка центра нулевого сечения рассматриваемой баллистической трассы;

- параметры ЛА: масса $m = 28.86$ г; длина $l = 0.0157$ м; диаметр мишеля $d_M = 0.0172$ м;
- начальная скорость ЛА $V_0 = 300$ м/с;
- начальное угловое положение: угол бросания $\theta_0 = 0.5^\circ$; путевой угол $\Psi_0 = 0^\circ$;

- коэффициент лобового сопротивления: $C_x = 0.91$.

Для определения координат старта ЛА и начальных значений угла бросания θ_0 и путевого угла Ψ_0 по полученным измерениям координат необходимо аппроксимировать траекторию в двух плоскостях. Это можно сделать, используя формулы линейной интерполяции, интерполяцию по методу Лагранжа или разностные методы.

Обозначенные методы позволяют применять интерполяционные формулы, когда ошибки измерений можно не учитывать и число узлов является малым. Однако в реальных задачах ошиб-

ки экспериментальных данных присутствуют и могут отрицательно повлиять на результаты расчётов. В этом случае наиболее эффективным является МНК. Среди достоинств данного метода следует отметить тот факт, что если искомая функция гладкая, то при большом количестве узлов не требуется составлять полином большого порядка.

Рассмотрим эффективность указанных методов при определении координат старта в вертикальной плоскости баллистической трассы. В данном случае под эффективностью подразумевается наибольшее соответствие аппроксимирующего полинома реальной траектории ЛА как в точках измерений, так и на протяжении всего полёта. В качестве критерия эффективности рассматривается минимизация отклонения вычисленного вектора начального состояния от реального.

Следует отметить, что МНК, в отличие от иных рассмотренных методов, требует задания вида аппроксимирующей зависимости, при этом в качестве $g(x)$ можно выбирать полиномиальные, показательные, сферические и другие функции. Примем:

$$g(x) = C_0 g_0(x) + C_1 g_1(x) + C_2 g_2(x) + \dots + C_k g_k(x),$$

где $g_i(x) = x^i$.

Известно, что траектория пассивного полёта неуправляемого объекта при отсутствии сопротивления среды во внешней баллистике имеет параболическую форму, поэтому при аппрокси-

мации траектории МНК был выбран полином 2-го порядка:

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2.$$

В ходе исследования было установлено, что все используемые методы в узловых точках дают конкретные значения, округлив которые до миллиметров можно получить нулевые невязки (рис. 5). Но это не показывает их эффективность, из рис. 6 видно, что МНК в действительности даёт более точное значение координаты y в нулевом сечении, чем остальные методы. Данный факт объясняется тем, что МНК аппроксимирует

траекторию не по конкретным значениям, а минимизирует целевую функцию, представляющую собой сумму квадратов разностей (невязок) между измерениями и их модельными представлениями. На рис. 7 представлена гистограмма полученных по МНК невязок η в девяти сечениях трассы. Нетрудно заметить, что ни одна из них не превышает половины миллиметра.

Обоснование выбора порядка аппроксимирующего полинома. Известно, что при повышении порядка полиномиальной зависимости улучшается качество аппроксимации, поэтому целесообразно оценить влияние степени полинома на эффективность разрабатываемых алгоритмов.

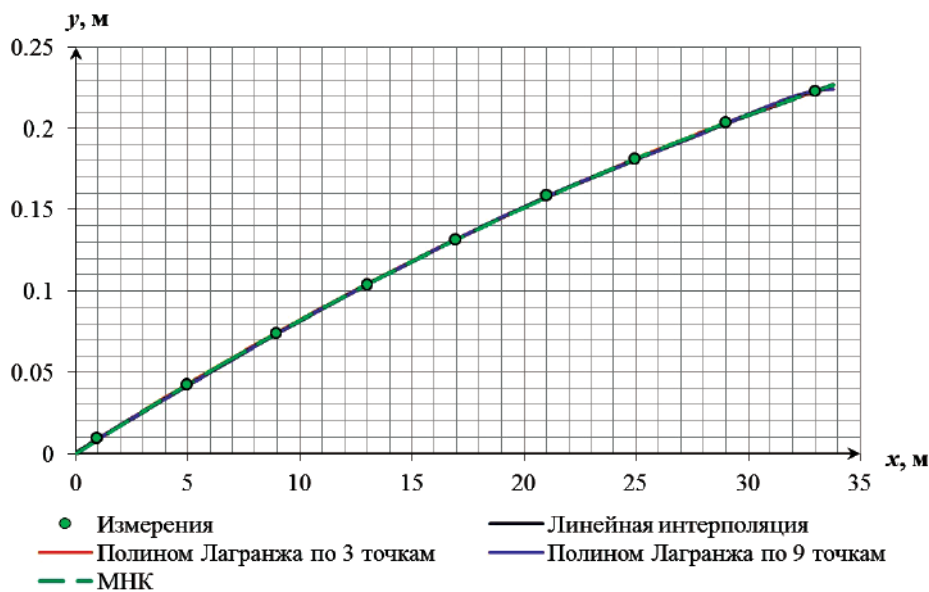


Рис. 5. Аппроксимация траектории полёта ЛА различными методами

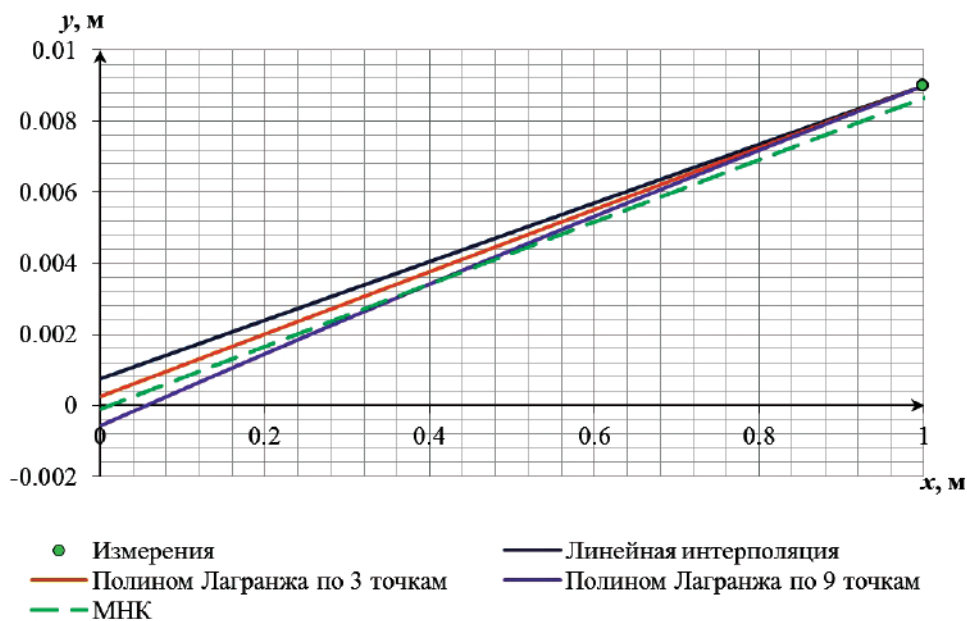


Рис. 6. Аппроксимация траектории полёта ЛА различными методами на начальном участке

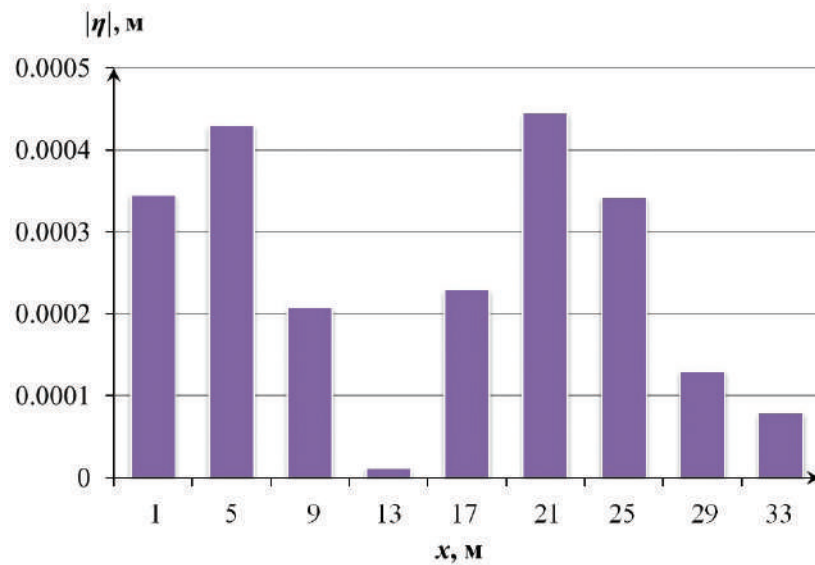


Рис. 7. Невязки по МНК

Продemonстрируем результаты определения координат старта ЛА при аппроксимации траектории полиномами 2–8-го порядка по измерениям равной точности (10^{-3} м).

Проведение исследования по одной траектории не позволит получить достоверную картину, поэтому произведём расчёт также для двух других траекторий: при $\theta_0 = 1.0^\circ$ и $\Psi_0 = 0^\circ$; при $\theta_0 = 1.5^\circ$ и $\Psi_0 = 0^\circ$. Результаты расчёта представлены на рис. 8.

Как видно из рис. 8, выбрать вид полиномиальной зависимости, в наилучшей степени отвечающей траектории полёта ЛА, довольно затруд-

нительно. Однако следует отметить, что точность определения точки старта во всех трёх случаях при повышении порядка используемого полинома не улучшается, а это при поверхностном рассмотрении противоречит математическому смыслу.

Данные реализации являются частными случаями цифровых исследований, в которых отсутствуют сопоставимые с порядком точности погрешности измерений, однако при их наличии аппроксимирующая зависимость несколько изменится. Оценим поведение полиномов различных порядков при обработке измерений с погрешностями.

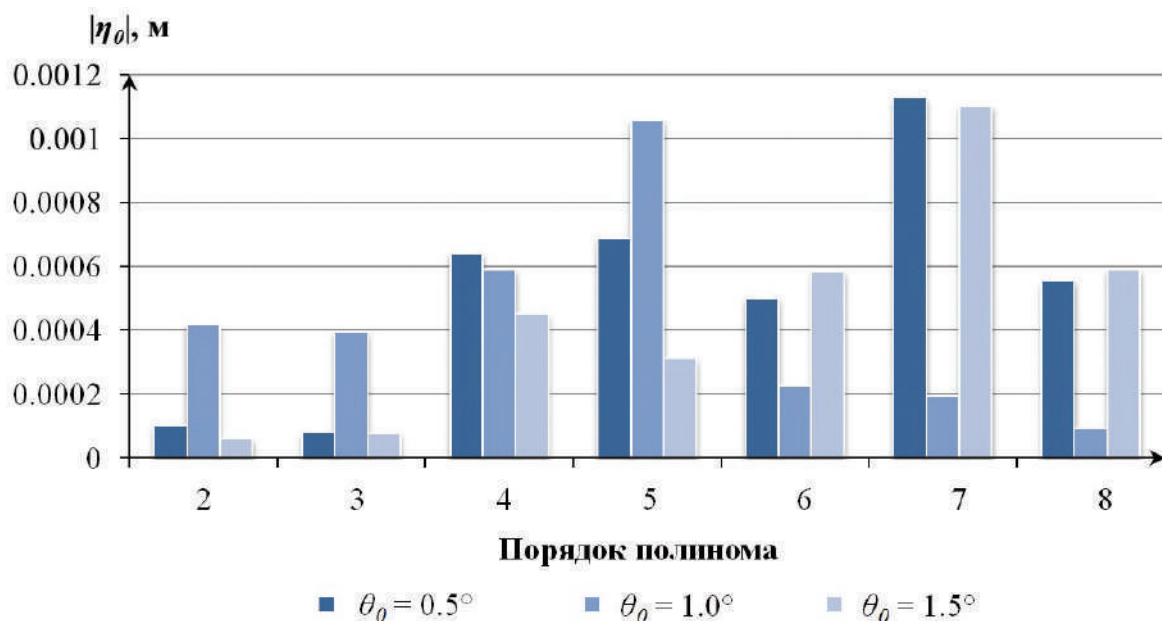


Рис. 8. Невязки в нулевом сечении для трёх различных траекторий

В результате проведения статистических испытаний были получены значения \hat{y}_0 для выборки 20 массивов измерений одной и той же траектории, в которые были введены случайным образом погрешности в пределах 1 мм. Также были посчитаны математические ожидания $M\{\hat{y}_0\}$, характеризующие смещённость оценок \hat{y}_0 , и дисперсии $D(\hat{y}_0)$, иллюстрирующие эффективность оценок.

В представленном исследовании выявлено отсутствие чёткой взаимосвязи величины смещения математического ожидания относительно истинного значения y_0 от порядка полинома, в то время как прослеживается явная зависимость увеличения дисперсии при повышении степени аппроксимирующего полинома (рис. 9).

Полученные результаты можно подвергнуть критике с точки зрения грубости измерений. Поэтому была введена в рассмотрение аналогичная выборка из 10 массивов измерений с точностью 10^{-6} м. Действительно, при обработке высокоточных измерений более высокий порядок аппроксимирующего полинома обеспечил увели-

к каждому конкретному измерению, в результате чего сумма квадратов невязок в узловых точках минимизируется. Однако данные точки являются измерениями с погрешностями, поэтому вне узловых точек это может вызывать большие локальные отклонения от реальной траектории, которые невозможно исключить при обработке измерений.

На основании результатов проведённых исследований следует заключить, что в рассматриваемой задаче при фактической точности измерений наиболее эффективно восстанавливать траекторию полёта МНК с использованием полинома 2-го порядка.

Начальный угол наклона траектории. Угол бросания рассчитывается тригонометрическими методами из предположения о прямолинейности малого участка траектории, равного базису, которым необходимо задаться (рис. 10):

$$\theta_0 = \arctg\left(\frac{y_2 - y_1}{\Delta x}\right).$$

Перед проведением дальнейших расчетов необходимо оценить влияние величины приня-

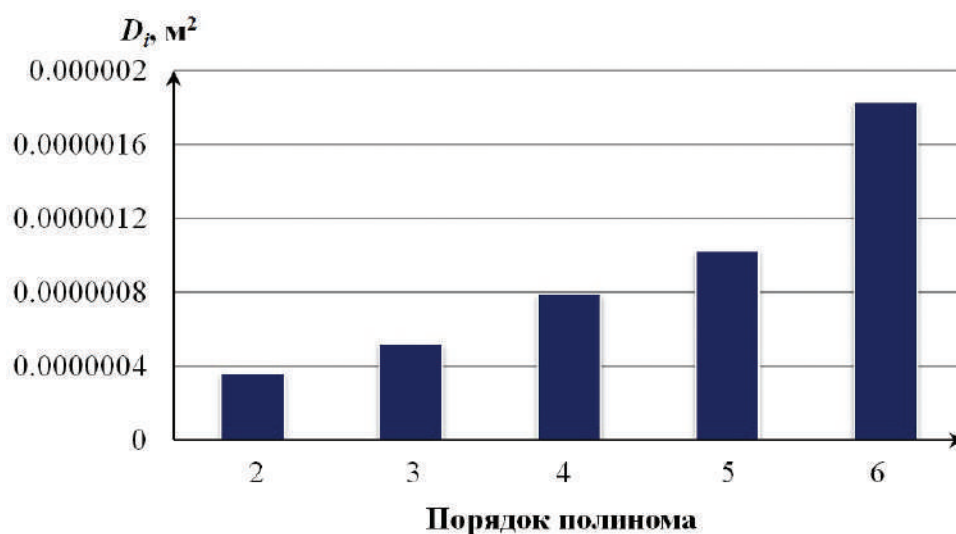


Рис. 9. Дисперсии оценки МНК по порядку полинома

чение точности результата, а именно определения оценки \hat{y}_0 .

Итак, по мере увеличения порядка используемого полинома МНК приобретает тот же недостаток, что и иные рассмотренные методы: качество аппроксимации в целом улучшается, но только по конкретной совокупности измерений, поскольку возрастает чувствительность полинома

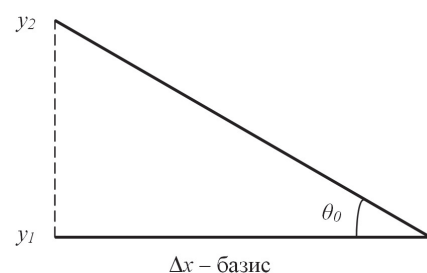


Рис. 10. Геометрическое определение угла бросания

того базисного расстояния на точность определения начального угла наклона траектории. На рис. 11 приведены значения углов при различных величинах базиса для точностей измерений от 1 м до 1 мкм.

В рассматриваемой задаче влияние величины базиса на результат определения угла бросания несущественно и для базиса < 1 м не превышает 1%. Объясняется данный факт прежде всего тем, что начальный участок траектории можно условно считать близким к прямолинейному.

Начальная скорость. Следующим этапом обработки измерений является определение началь-

ной скорости ЛА путём решения краевой двухточечной задачи с неподвижными концами. Задача решается линейно. В процессе решения варьируется значение начальной скорости и производится численное интегрирование упрощённой математической модели движения ЛА в вертикальной плоскости в плоскопараллельном гравитационном поле. Точность определения скорости составляет 0.1 м/с.

Результат решения краевой задачи во многом зависит от граничных условий. В таблице представлены значения начальной скорости при различных граничных условиях (координаты с 1-го

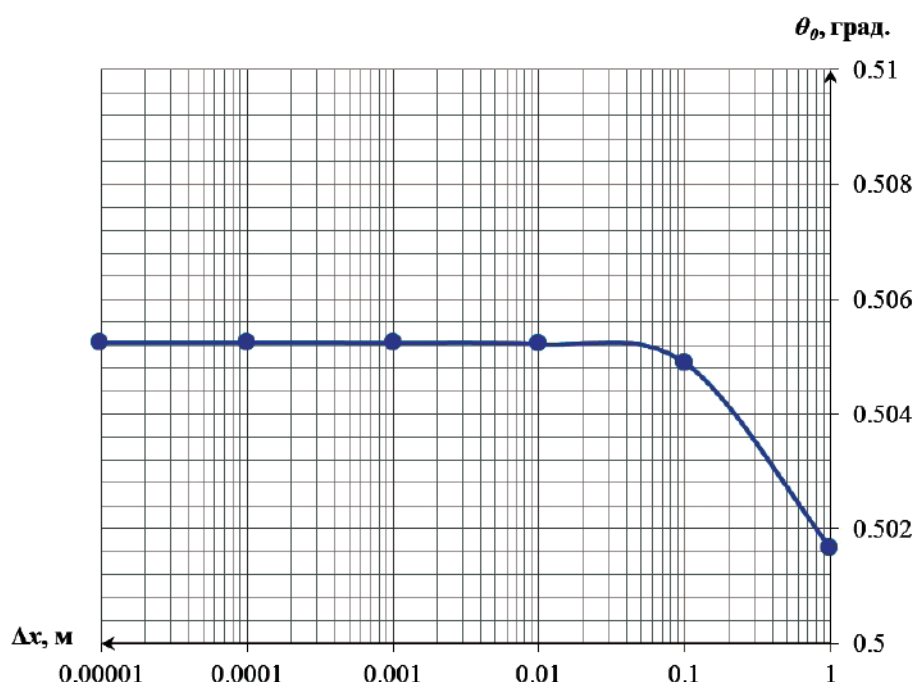


Рис. 11. Значения угла бросания в зависимости от величины базисного расстояния для измерений с точностью 10^{-3} м

Значения начальной скорости при различных граничных условиях

Номер сечения	$V_0, \text{ м/с}$	
	Полином	Измерения
1 (1 м)	280.7617	—
2 (5 м)	282.3242	250.0977
3 (9 м)	284.0820	278.4180
4 (13 м)	285.8398	286.0352
5 (17 м)	287.5977	289.3555
6 (21 м)	289.3555	291.6992
7 (25 м)	291.1133	289.9414
8 (29 м)	292.8711	292.6758
9 (33 м)	294.8242	295.0195
Усреднённая	287.6411	284.1553

по 9-е сечение и среднее арифметическое значение скорости по всем сечениям). Под «полиномом» имеется в виду то, что значения координаты y получены из аппроксимирующей зависимости. В графе «измерения» в качестве граничных условий принимаются исходные данные.

Наилучший результат в обоих случаях достигается при решении краевой задачи по последнему сечению. Так как начальный участок траектории полёта можно с некоторой погрешностью назвать прямолинейным, решение краевой задачи по первым плоскостям измерения даёт серьёзную методическую погрешность, которая уменьшается от сечения к сечению. Расчёт по граничным условиям, взятым из аппроксимирующей зависимости, обеспечивает более точное определение начальной скорости, так как измерения содержат ошибки, которые учитываются при аппроксимации МНК.

Начальный путевой угол. В случае если плоскость стрельбы не совпадает с вертикальной плоскостью баллистической трассы, по аналогичному представленному выше алгоритму для θ_0 необходимо определить начальный путевой угол Ψ_0 , который так же, как и угол бросания, чувствителен к порядку аппроксимирующего полинома и в малой степени зависит от величины базиса (рис. 12).

Для корректного решения задачи определения начальной скорости при ненулевом начальном путевом угле, необходимо перевести плоскость стрельбы в вертикальную плоскость трассы (рис.13), используя тригонометрические методы (рис. 14):

Таким образом, при ненулевом путевом угле и аппроксимации траектории МНК полиномом 2-й степени в рассматриваемом числовом примере получились следующие результаты: $\theta_0 = 0.507977^\circ$; $\Psi_0 = 0.251985^\circ$; $V_0 = 290.5273$ м/с. Максимальная погрешность определения составляющих начального вектора состояния не превысила 3%.

Начальная угловая скорость ЛА вокруг продольной оси. Начальная скорость ЛА вычисляется из предположения, что аппарат на протяжении всего полёта находится в плоскости стрельбы. Однако при стрельбе из нарезного оружия вследствие одновременного воздействия на ЛА вращательного движения и сопротивления воздуха, стремящегося опрокинуть аппарат, ось ЛА отклоняется от направления полёта в сторону вращения. Описанное отклонение носит название дериивации.

В силу высокой динамичности такого движения и повышенных требований к точности задания коэффициентов аэродинамических момен-

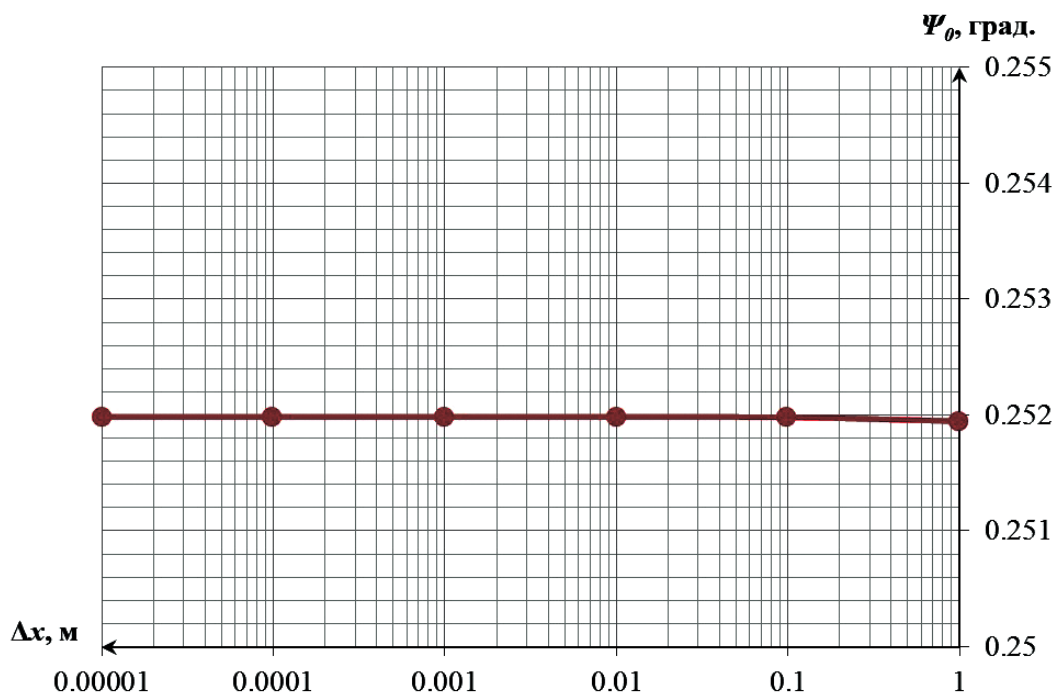


Рис. 12. Значения путевого угла в зависимости от величины базисного расстояния для измерений с точностью 10^{-3} м

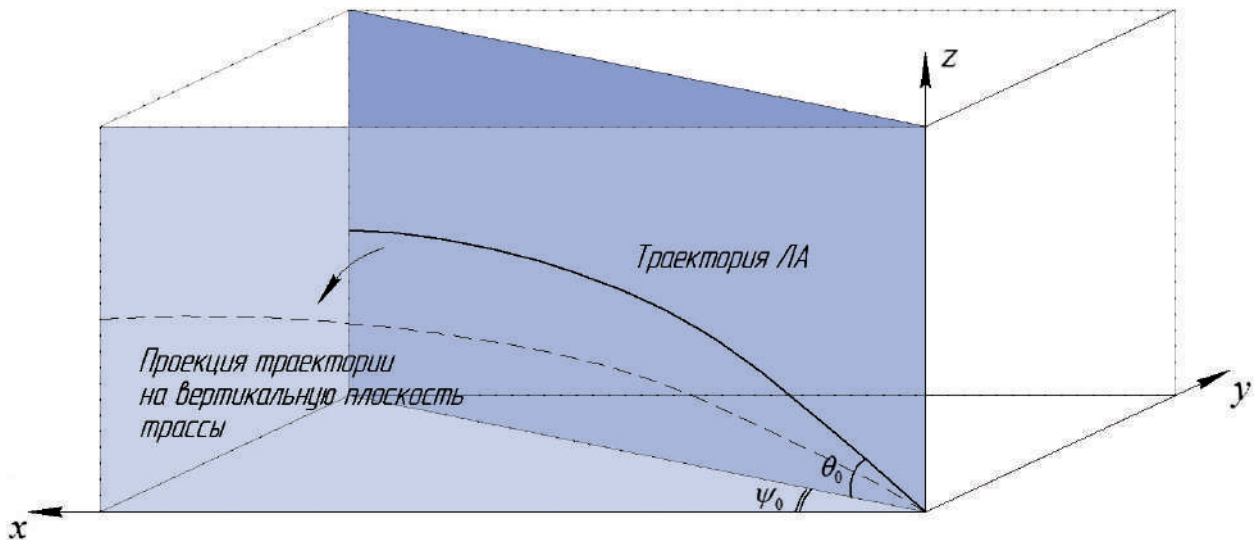


Рис. 13. Траектория полёта ЛА в пространстве и её проекция на вертикальную плоскость баллистической трассы

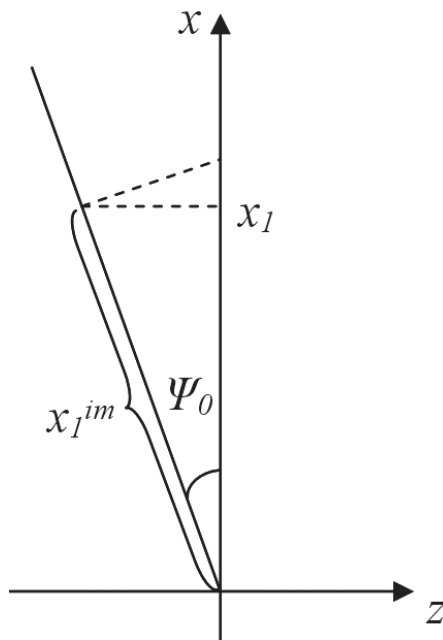


Рис. 14. Поворот плоскости стрельбы на начальный путевой угол

тов, исследование особенностей такой задачи методами программного моделирования является крайне трудоёмким. Поэтому целесообразно использовать эмпирические зависимости для оценки деривации, которые также позволяют решить и обратную задачу, а именно: по имеющемуся боковому отклонению определить начальную угловую скорость ЛА вокруг его продольной оси.

Выражение для определения бокового отклонения, вызванного деривацией, имеет вид [11]

$$z = \frac{\pi \cdot g \cdot 0.45 \cdot l \cdot V_0}{20 \cdot l_{Hd} \cdot h \cdot V_{cp}^3} \cdot x^2.$$

Здесь g – ускорение свободного падения, м/с²; l_{Hd} – длина шага нарезов пусковой установки в калибрах; h – плечо аэродинамической силы, м; x – расстояние, на котором вычисляется отклонение, м; V_{cp} – средняя скорость, м/с,

$$V_{cp} = \frac{V_0}{1 + 0.5 \cdot b \cdot x}; \quad b = 0.48104 \cdot \frac{d_M^2 \cdot C_X}{m}.$$

Следует отметить, что при рассматриваемой точности измерений (10^{-3} м) на первых сечениях баллистической трассы отклонение по боку отсутствует, наиболее эффективно вести расчёт по последнему сечению трассы.

Длина шага нарезов пусковой установки в калибрах:

$$l_{Hd} = \frac{l_H}{d_M},$$

где l_H – длина шага нарезов, м.

Время одного оборота:

$$t_1 = \frac{l_H}{V_0}.$$

Тогда начальная угловая скорость вокруг продольной оси определяется следующим образом:

$$\omega_{x_0} = \frac{1}{t_1} = \frac{V_0}{l_{Hd} \cdot d_M} = \frac{20 \cdot z \cdot h \cdot V_{cp}^3}{\pi \cdot g \cdot 0.45 \cdot l \cdot x^2 \cdot d_M}, \text{ об/с.}$$

3. Проведение натурального эксперимента

Реализация методики восстановления измерений и отбраковки аномальных значений. В целях отработки представленных алгоритмов на стадии «Труд» были созданы условия, имитирующие лабораторию экспериментальной внешней бал-

листики кафедры СМЗ МГТУ им. Н.Э. Баумана. В частности, с помощью рам-мишеней были воссозданы измерительные плоскости большой баллистической трассы.

В данных условиях был проведен натурный эксперимент с максимально допустимой в лаборатории кафедры СМЗ огневой системой. В качестве малогабаритного ЛА была выбрана стандартная свинцовая пуля со стальной оболочкой патрона 7.62×39 со следующими характеристиками:

- масса пули $m = 0.0079$ кг;
- диаметр миделевого сечения $d_M = 0.0079$ м;
- коэффициент лобового сопротивления $C_X = 0.36$.

Ни одна составляющая начального вектора состояния в момент выстрела не фиксировалась. Соответственно, отсутствовала априорная информация о полёте ЛА.

В измерительных сечениях были установлены бумажные рамы-мишени, позиционированные относительно базы с точностью до 1 мм с помощью механического уровня и лазерного дальномера. По результатам стрельбы была получена совокупность рам-мишеней с точками пробития. При их первичном осмотре было выявлено резкое снижение траектории, в результате чего на дистанциях 29 и 33 м пуля прошла ниже рам-мишеней, не оставив точек пробития. С остальных рам-мишеней были сняты измерения относительно базы, и их результаты были пересчитаны в нормальную земную систему координат, жёстко связанную с рассматриваемой трассой.

Для предварительной обработки полученных данных была предложена методика, основанная на принципе малочисленности аномальных из-

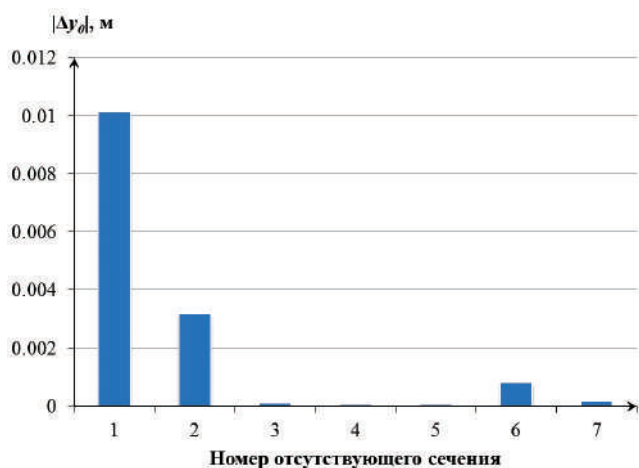


Рис. 15. Относительная погрешность определения начальной координаты у при отбраковке

мерений. Суть данной методики состоит в сравнении ухода начальных координат, получаемых из аппроксимирующих полиномов при последовательном однократном вычленении одного исследуемого измерения. Данным образом определяется степень отклонения каждого измерения от общей картины, поскольку аномальные измерения вносят существенное искажение в получаемый полином, в то время как отсутствие одного из многих штатных измерений несущественно изменяет результаты анализа.

При проведении данного исследования была установлена картина смещения начальной координаты при вычленении отдельных измерений, представленная на рис. 15.

Очевидно, что измерение в первом сечении является аномальным, что может быть обусловлено случайным сдвигом, ошибкой в позиционировании рамы-мишени или грубой ошибкой при снятии измерения. Восстановление координат в первом сечении проводится путём присвоения им значений, соответствующих полиному при отсутствии данного измерения.

По аналогии с таким порядком отбраковки аномальных измерений также были «восстановлены» виртуальные значения координат в 8-м и 9-м сечении. В результате была получена совокупность реальных и виртуальных измерений, подлежащих обработке (рис. 16 и 17), представлена траектория полёта ЛА в двух плоскостях, построенная по полученным измерениям.

Анализ результатов проведённого эксперимента. Как отмечалось ранее, малогабаритный ЛА был выстрелен с использованием стандартного боеприпаса. Начальная скорость ($V_0 = 846.3867$ м/с) в этом случае соответствует оружейной системе удлинённого ствола, скорее всего карабину. Угол бросания является отрицательным ($\theta_0 = -0.648708^\circ$), что говорит о том, что ствол располагался вне горизонтальной плоскости, вероятнее всего по причине прицеливания. Наличие, помимо ненулевого начального путевого угла ($\Psi_0 = 0.267985^\circ$), бокового ухода (порядка 1...2 мм) малогабаритного ЛА объясняется проявлением деривации ($\omega_{x0} = 3386,446$ об/с). Таким образом, можно утверждать, что выстрел производился из отечественного нарезного оружия со стандартным для этого калибра шагом нарезков.

Параметры траектории, полученной при эксперименте, восстановлены в полном объёме, а совпадение результатов со стандартами стволь-

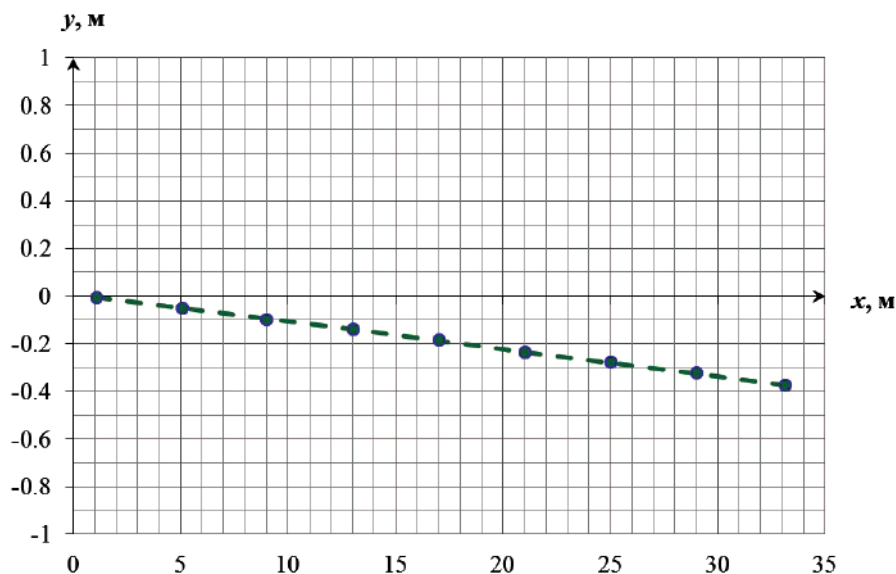


Рис. 16. Результаты натурального эксперимента после первичной обработки в вертикальной плоскости

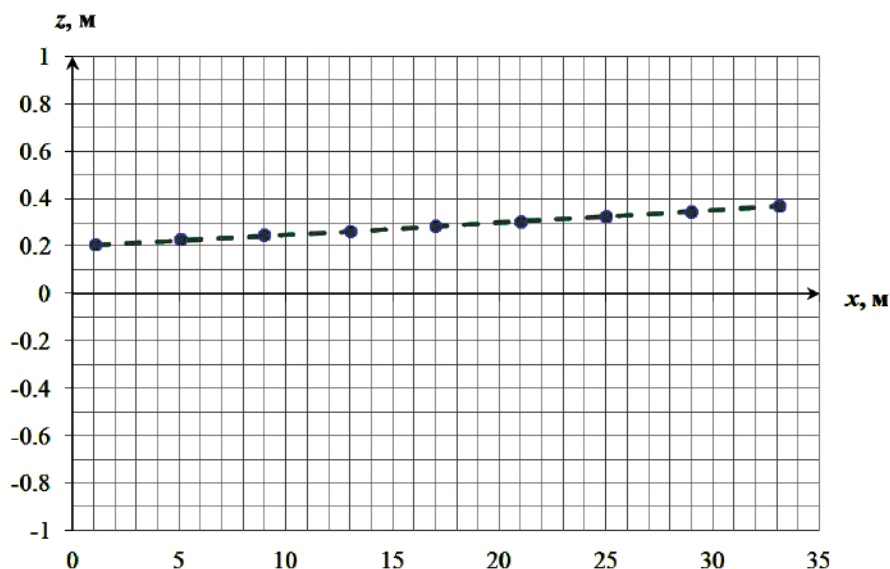


Рис. 17. Результаты натурального эксперимента после первичной обработки в горизонтальной плоскости

ных систем говорит о высокой правдоподобности полученных результатов.

Выводы

Представлены разработанные автором алгоритмы, согласно которым по значениям координат в соответствующих сечениях баллистической трассы кафедры СМЗ и аналогичных лабораториях при известных параметрах малогабаритных ЛА можно получить весь начальный вектор состояния аппарата. Описанный вариант обработки экспериментальных данных позволяет проводить оперативный анализ с решением обратной баллистической задачи, получив все необходимые данные для широкого спектра дальнейших исследований с использованием эмпирических зави-

симостей и цифрового моделирования. Начальный вектор состояния малогабаритного ЛА, получаемый в работе, является терминальным условием в задачах внутренней и промежуточной баллистики и начальным условием в задачах внешней баллистики.

Кроме того, при отработке алгоритмов был сформулирован ряд практических замечаний и рекомендаций. В частности, при решении цифрового примера установлено, что:

- точности имеющейся измерительной аппаратуры достаточно для проведения корректных исследований;
- наиболее успешно задача восстановления траектории по координатам в сечениях трассы решается с использованием аппроксимации МНК;

- в условиях достижения максимальной устойчивости решения задачи восстановления траектории целесообразно использовать аппроксимирующий полином 2-го порядка;
- наилучшие результаты при решении краевой задачи по определению начальной скорости достигаются, если в качестве терминальной точки принимать последнее сечение;
- при определении начальных углов базисный отрезок целесообразно принимать любым, до 0.1 м.

Список источников

1. Бурлов В.В., Грабин В.В., Козлов А.Ю. и др. Баллистика ствольных систем. — М.: Машиностроение, 2006. — 461 с.
2. Лысенко Л.Н. Внешняя баллистика: Учебник для вузов. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018. — 326 с.
3. Werner R., Schultz B., Frank M. Influence of pellet seating on the external ballistic parameters of spring-piston air guns // International Journal of Legal Medicine. 2016. Vol. 130. No. 5, pp. 1287-1290. DOI: 10.1007/s00414-016-1415-3
4. Лысенко Л.Н., Бетанов В.В., Звягин Ф.В. Теоретические основы баллистико-навигационного обеспечения космических полетов. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. — 518 с.
5. Werner R., Schultz B., Bockholdt B., Ekkernkamp A., Frank M. Energy-dependent expansion of .177 caliber hollow-point air gun projectiles // International Journal of Legal Medicine. 2017. Vol. 131. No. 3, pp. 685-690. DOI: 10.1007/s00414-016-1528-8
6. Иванов П.И., Криворотов М.М., Куринный С.М. Информативность эксперимента в летных испытаниях парашютных систем. Принятие решений // Вестник Московского авиационного института. 2021. Т. 28. № 1. С. 126-136. DOI: 10.34759/vst-2021-1-126-136
7. Богомолова П.Д. Анализ методик проведения экспериментальных исследований с измерением скорости на баллистической трассе // Политехнический молодежный журнал. 2017. № 9. DOI: 10.18698/2541-8009-2017-9-160
8. Sotsky M.Ju., Veldanov V.A., Ruchko A.M. et al. Deceleration – Time Measured Projectile Penetration Tendency in Qualitatively Different Terminal Ballistics Processes // 25th International Symposium on Ballistics (17–21 May 2010; Beijing, China). 2010. Vol. 2, pp. 1070–1077.
9. Khaikov V.L. Single shot hit probability estimation as a result of the numerical solution of double integrals using Mathcad // Military technical courier. 2018. Vol. 66. No. 4, pp. 739-756. DOI: 10.5937/vojtehg66-17433
10. Khaikov V.L. Assessment of the single shot hit probability as a function of the horizontal range taking into account different target types and points of aim // Military technical courier. 2019. Vol. 67. No. 1, pp. 13-35. DOI: 10.5937/vojtehg67-18522
11. Nag N.K., Sinha P. An investigation into pellet dispersion ballistics // Forensic Science International. 1992. Vol. 55. No. 2, pp. 105-130. DOI: 10.1016/0379-0738(92)90118-G
12. Корольков А.Н., Сабирова И.А., Германов Г.Н. Спектральный анализ результатов в пулевой стрельбе: возможности применения // Известия Тульского государственного университета. Физическая культура. Спорт. 2016. №2. С. 125-135.
13. Грабин В.В., Илюхин С.Н., Клишин А.Н., Хлупнов А.И. Проведение экспериментальных исследований на баллистической трассе. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016. — 37 с.
14. Ковалев А.А., Рогов Н.В. Оценка рассеяния значений показателя качества в зависимости от параметров технологического процесса // Вестник Московского авиационного института. 2021. Т. 28. № 1. С. 175-186. DOI: 10.34759/vst-2021-1-175-186
15. Тюлин А.Е., Бетанов В.В. Лётные испытания космических объектов. Определение и анализ движения по экспериментальным данным. — М.: Радиотехника, 2016. — 332 с.
16. Юдинцев В.В. Динамика захвата сетью вращающегося объекта космического мусора // Вестник Московского авиационного института. 2018. Т. 25. № 4. С. 37-48.
17. Спиринов А.И. Анализ полетных данных как основа для принятия операционных решений по эксплуатации долговременных орбитальных станций // Вестник Московского авиационного института. 2018. Т. 25. № 2. С. 139-151.
18. Rosenberg Z., Dekel E. The Deep Penetration of Concrete Targets by Rigid Rods – Revisited // International Journal of Protective Structures. 2010. Vol. 1. No. 1, pp. 125-144. DOI: 10.1260/2041-4196.1.1.125
19. Frank M., Schönekeß H., Jäger F., Herbst J., Ekkernkamp A., Nguyen T.T., Bockholdt B. Ballistic parameters of .177 (4.5 mm) caliber plastic-sleeved composite projectiles compared to conventional lead pellets // Military technical courier. 2013. Vol. 127. No. 6, pp. 1125-1130. DOI: 10.1007/s00414-013-0904-x
20. Илюхин С.Н. Методики нахождения коэффициента лобового сопротивления при проведении экспериментальных исследований на баллистической трассе // Молодежный научно-технический вестник. 2014. № 1. URI: <http://ainsnt.ru/doc/704437.html>
21. Топорков А.Г., Илюхин С.Н. МОБИ — математическая обработка баллистических испытаний. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU2021615379. Бюл. № 4, 07.04.2021.

References

- Burlov V.V., Grabin V.V., Kozlov A.Yu. et al. *Ballistika stvol'nykh sistem* (Ballistics of barrel systems), Moscow, Mashinostroenie, 2006, 461 p.
- Lysenko L.N. *Vneshnyaya ballistika* (External ballistics), Moscow, MGTU im. N.E. Baumana, 2018, 326 p.
- Werner R., Schultz B., Frank M. Influence of pellet seating on the external ballistic parameters of spring-piston air guns. *International Journal of Legal Medicine*, 2016, vol. 130, no. 5, pp. 1287-1290. DOI: 10.1007/s00414-016-1415-3
- Lysenko L.N., Betanov V.V., Zvyagin F.V. *Teoreticheskie osnovy ballistiko-navigatsionnogo obespecheniya kosmicheskikh poletov* (Theoretical basics of ballistic and navigation of space flights support), Moscow, MGTU im. N.E. Baumana, 2014, 518 p.
- Werner R., Schultz B., Bockholdt B., Ekkernkamp A., Frank M. Energy-dependent expansion of .177 caliber hollow-point air gun projectiles. *International Journal of Legal Medicine*, 2017, vol. 131, no. 3, pp. 685-690. DOI: 10.1007/s00414-016-1528-8
- Ivanov P.I., Krivorotov M.M., Kurinnyi S.M. Experiment informativity in flight tests of parachute systems. Decision making. *Aerospace MAI Journal*, 2021, vol. 28, no. 1, pp. 126-136. DOI: 10.34759/vst-2021-1-126-136
- Bogomolova P.D. *Politekhnikeskii molodezhnyi zhurnal*, 2017, no. 9. DOI: 10.18698/2541-8009-2017-9-160
- Sotsky M.Ju., Veldanov V.A., Ruchko A.M. et al. Deceleration – Time Measured Projectile Penetration Tendency in Qualitatively Different Terminal Ballistics Processes. *25th International Symposium on Ballistics (17–21 May 2010; Beijing, China)*, 2010, vol. 2, pp. 1070–1077.
- Khaikov V.L. Single shot hit probability estimation as a result of the numerical solution of double integrals using Mathcad. *Military technical courier*, 2018, vol. 66, no. 4, pp. 739-756. DOI: 10.5937/vojtehg66-17433
- Khaikov V.L. Assessment of the single shot hit probability as a function of the horizontal range taking into account different target types and points of aim. *Military technical courier*, 2019, vol. 67, no. 1, pp. 13-35. DOI: 10.5937/vojtehg67-18522
- Nag N.K., Sinha P. An investigation into pellet dispersion ballistics. *Forensic Science International*, 1992, vol. 55, no. 2, pp. 105-130. DOI: 10.1016/0379-0738(92)90118-G
- Korol'kov A.N., Sabirova I.A., Germanov G.N. *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Fizicheskaya kul'tura. Sport*, 2016, no. 2, pp. 125-135.
- Grabin V.V., Ilyukhin S.N., Klishin A.N., Khlupnov A.I. *Provedenie eksperimental'nykh issledovaniy na ballisticheskoi trasse* (Conducting experimental studies on a ballistic track), Moscow, MGTU im. N.E. Baumana, 2016, 37 p.
- Kovalev A.A., Rogov N.V. Evaluation of quality indicator dispersion depending on technological process parameters. *Aerospace MAI Journal*, 2021, vol. 28, no. 1, pp. 175-186. DOI: 10.34759/vst-2021-1-175-186
- Tyulin A.E., Betanov V.V. *Letnye ispytaniya kosmicheskikh ob"ektov. Opredelenie i analiz dvizheniya po eksperimental'nym dannym* (Flight tests of space objects. Motion determination and analysis from experimental data), Moscow, Radiotekhnika, 2016, 332 p.
- Yudintsev V.V. Rotating space debris objects net capture dynamics. *Aerospace MAI Journal*, 2018, vol. 25, no. 4, pp. 37-48.
- Spirin A.I. Flight data analysis as an operational decisions making basis of the long-term operating orbital stations usage manual. *Aerospace MAI Journal*, 2018, vol. 25, no. 2, pp. 139-151.
- Rosenberg Z., Dekel E. The Deep Penetration of Concrete Targets by Rigid Rods – Revisited. *International Journal of Protective Structures*, 2010, vol. 1, no. 1, pp. 125-144. DOI: 10.1260/2041-4196.1.1.125
- Frank M., Schönekeß H., Jäger F., Herbst J., Ekkernkamp A., Nguyen T.T., Bockholdt B. Ballistic parameters of .177 (4.5 mm) caliber plastic-sleeved composite projectiles compared to conventional lead pellets. *Military technical courier*, 2013, vol. 127, no. 6, pp. 1125-1130. DOI: 10.1007/s00414-013-0904-x
- Ilyukhin S.N. *Molodezhnyi nauchno-tekhnikeskii vestnik*, 2014, no. 1. URI: <http://ainsnt.ru/doc/704437.html>
- Toporkov A.G., Ilyukhin S.N. *Svidetel'stvo o registratsii programmy dlya EVM "MOBI – matematicheskaya obrabotka ballisticheskikh ispytaniy" RU2021615379, 07.04.2021* (Certificate of state registration of computer programs “MOBY – mathematical processing of ballistic tests“, RU2021615379, 07.04.2021).

Статья поступила в редакцию 24.06.2021; одобрена после рецензирования 06.09.2021; принята к публикации 06.09.2021.

The article was submitted on 24.06.2021; approved after reviewing on 06.09.2021; accepted for publication on 06.09.2021.