

На правах рукописи



Торопылина Екатерина Юрьевна

**ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРОЧНОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ НЕСУЩИХ
КОМПОЗИТНЫХ ПАНЕЛЕЙ СРЕДНЕЙ ТОЛЩИНЫ АВИАЦИОННЫХ
КОНСТРУКЦИЙ С УЧЕТОМ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ**

Специальность 2.5.14.

«Прочность и тепловые режимы летательных аппаратов»

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва – 2025

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»

Научный руководитель: **Митрофанов Олег Владимирович**
доктор технических наук, доцент

Официальные оппоненты: **Гришин Вячеслав Иванович**
доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник отделения «Статическая и тепловая прочность» ФАУ «ЦАГИ»

Бабичев Антон Александрович
кандидат технических наук, Акционерное общество «Центральный Научно – исследовательский институт специального машиностроения» АО «ЦНИИСМ», начальник отделения – заместитель главного конструктора

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет гражданской авиации» МГТУ ГА, 125993, г. Москва, Кронштадтский бульвар, д.20

Защита диссертации состоится «11» декабря 2025 года в 12 00 часов на заседании диссертационного совета 24.2.327.09, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» (МАИ) по адресу: 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д.4

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте МАИ по ссылке: https://mai.ru/upload/iblock/fea/me3yjgvwn3bzuaetrsnw1gsrma48qq41/Dissertatsiya_Toropylina-E.YU..pdf

Автореферат разослан «__» _____ 2025 года.

Отзыв на автореферат, заверенный печатью учреждения, просим направить по адресу: 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д.4. Ученый совет МАИ

Ученый секретарь
диссертационного совета
24.2.327.09, к.т.н., доцент



Д.Ю. Стрелец

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования

Особенностью поверочных расчетов и методик определения минимальных толщин несущих панелей современных конструкций самолетов малой и средней грузоподъемности является обязательный учет обеспечения устойчивости и прочности при возможном закритическом деформировании при нагрузках, превышающих эксплуатационный уровень. В указанных авиационных конструкциях применяют металлические и композитные материалы (КМ). Толщины обшивок рассматриваемых типов летательных аппаратов превышают величины, относящиеся к тонким панелям, и при расчетах требуется учет мембранных и дополнительно изгибных напряжений. Данные панели следует классифицировать как панели средней толщины, определение для которых приведено в монографиях А.С. Вольмира.

Для обеспечения прочности, устойчивости и несущей способности панелей средней толщины целесообразно рассматривать следующие актуальные задачи.

Во-первых, при разработке современных авиационных композитных конструкций необходимо учитывать возможное наличие дефектов и влияние толщины, что требует большого объема параметрических исследований. С точки зрения прочности многочисленные результаты численных и экспериментальных исследований известны и опубликованы во многих работах. С позиции оценки влияния дефектов на значения критических напряжений потери устойчивости результаты исследований малочисленны и нуждаются в уточнениях для композитных панелей. Ударное воздействие по композитным обшивкам приводит к локальному пробою и расслоениям. Практика при проведении поверочных прочностных расчетов предусматривает наличие сквозного круглого отверстия, а также оценку местной устойчивости обшивки с учетом указанных дефектов.

Анализ влияния расположения отверстия на критические напряжения обшивок является отдельной актуальной задачей. Для указанных выше проблем необходимо проводить параметрические исследования критических напряжений потери устойчивости гладких композитных панелей с учетом следующих факторов: сквозные круглые дефекты и разрезы.

Фактором, влияющим на критические напряжения потери устойчивости композитных обшивок (в данном случае - панелей средней толщины) для исследуемых авиационных конструкций является учет деформаций поперечного сдвига. Аналитические исследования устойчивости для проведения поверочных расчетов и методик определения минимальных толщин приводят к громоздким соотношениям, целесообразным является сохранение традиционных известных формул для критических напряжений введением дополнительного коэффициента, учитывающего «в запас» влияние толщины (деформаций поперечного сдвига). Введение дополнительного коэффициента при необходимости используется на практике в авиационных КБ. Для оценки устойчивости гладких композитных панелей средней толщины необходимо проведение масштабных параметрических исследований с учетом варьирования значениями модулей трансверсального сдвига и укладки КМ в плоскости панели.

Во-вторых, актуальна задача разработки аналитических методик расчета подкрепленных композитных панелей с учетом дефектов и влияния толщины на местную устойчивость обшивки. Практический интерес представляет методика определения параметров равноустойчивых подкрепленных композитных панелей с учетом двух указанных факторов (сквозных дефектов и деформаций поперечного сдвига).

В-третьих, является важным получение аналитических решений геометрически нелинейных задач, последующих разработок методик поверочного расчета и определения минимальных толщин гладких композитных панелей одновременно при:

- закритическом деформировании с учетом действия сжимающих и касательных потоков для различных граничных условий;
- потере устойчивости панелей средней толщины с учетом мембранных и изгибных напряжений;
- определении минимальных толщин с учетом мембранных и изгибных напряжений.

В-четвертых, получение аналитических решений геометрически нелинейных задач, последующих разработок методик поверочного расчета и определения минимальных толщин гладких композитных цилиндрических панелей малой кривизны при закритическом деформировании с учетом действия сжимающих потоков для различных граничных условий. Исследуя цилиндрические панели средней толщины аналогично необходимо учитывать мембранные и изгибные напряжения, возникающие при потере устойчивости.

Анализ перечисленных задач дает возможность разработать конструкции, удовлетворяющие современным требованиям к авиационной технике с учетом обеспечения прочности и устойчивости.

Степень разработанности темы

Методики расчета композитных и металлических конструкций существенно развиты благодаря трудам известных ученых, среди которых выделяются С.А. Абмарцумян, Н.А. Алфутов, Л.И. Балабух, В.В. Болотин, В.А. Бунаков, В.В. Васильев, А.С. Вольмир, П.А. Зиновьев, А.Н. Елпатьевский, В.И. Королев, С.Г. Лехницкий, Ю.В. Немировский, И.Ф. Образцов, Б.Е. Победря, Б.Г. Попов, Ю.Н. Работнов и многие другие. Также значительный вклад принесли ученые ЦАГИ В.М. Андриенко, Л.Г. Белозеров, В.И. Гришин, А.С. Дзюба, Ю.И. Дударьков, Г.Н. Замула, М.Ч. Зиченков, К.М. Иерусалимский, В.А. Киреев, М.В. Лимонин, А.Л. Медведский, В.В. Чедрик и многие другие. В разработку методик по прочности и устойчивости принесли ученые МАИ Л.М. Гавва, А.А. Дудченко, С.А. Лурье, Л.Н. Рабинский, В.В. Фирсанов и многие другие. Многообразие научных школ и направлений свидетельствует о многогранности исследуемой области и подчеркивает необходимость интеграции накопленных знаний для достижения новых теоретических и практических результатов.

Методология и прикладные методики определения минимальных толщин композитных панелей при ограничении по прочности при закритическом деформировании предложены в работах О.В. Митрофанова. Методики

определения минимальных толщин композитных панелей с учетом мембранных и изгибных напряжений, предложенные в диссертационной работе, являются развитием и продолжением указанных выше методик.

Цель исследования – обеспечение прочности и устойчивости несущих композитных панелей авиационных конструкций средней толщины с учетом геометрической нелинейности; разработка методик расчетов и определения параметров для обеспечения прочности, устойчивости и несущей способности при закритическом поведении панелей конструкции планера с учетом мембранных и изгибных напряжений.

Для достижения поставленной цели сформулированы следующие **задачи**:

1. Провести параметрические исследования критических напряжений потери устойчивости при использовании численных методов для гладких композитных и металлических панелей с дефектами (в виде сквозных дефектов отверстий и разрезов) и влияния толщины (деформаций поперечного сдвига). Провести исследования влияния расположения потенциально критических мест (ПКМ) сквозных повреждений для гладких панелей, нагруженных сжимающими и касательными потоками с учетом ограничений по устойчивости.

2. Разработать методику поверочного расчета и модифицированную методику определения параметров подкрепленных панелей, основанную на условии равноустойчивости с учетом дефектов в обшивке (отверстий и разрезов) и влиянии толщины при действии сжимающих и касательных потоков.

3. Разработать методику определения напряженно-деформированного состояния (НДС) и оценки прочности при закритическом деформировании плоских гладких композитных и металлических панелей с учетом мембранных и изгибных напряжений при сжатии и сдвиге. На основе предложенной методики расчета разработать методику определения минимальных толщин для обеспечения прочности при закритическом деформировании.

4. Разработать методику определения НДС и оценки прочности при закритическом деформировании гладких композитных цилиндрических панелей малой кривизны с учетом мембранных и изгибных напряжений при сжатии. На основе полученной методики расчета разработать методику определения минимальных толщин цилиндрических панелей для обеспечения прочности при закритическом деформировании.

Объектом исследования являются несущие панели (Рисунок 1) конструкции планера самолетов малой и средней грузоподъемности.



Рисунок 1 – Объекты исследования.

а) – гладкие панели, б) – подкрепленные панели

Предмет исследования

Обеспечение прочности, устойчивости и несущей способности панелей средней толщины при закритическом деформировании с учетом мембранных и изгибных напряжений.

Научная новизна

Разработаны следующие новые методики расчета и проведены параметрические исследования:

1. Представлены результаты параметрических исследований критических напряжений потери устойчивости при использовании численных методов для гладких композитных и металлических панелей с дефектами (в виде сквозных дефектов отверстий и разрезов) и влияния толщины (деформаций поперечного сдвига). Доказана необходимость учета определения расположения потенциально критических мест (ПКМ) сквозных повреждений для гладких панелей при обеспечении местной устойчивости композитных обшивок кессона крыла и агрегатов механизации под действием сжимающих и касательных усилий.

2. Предложена методика поверочного расчета и предложена модифицированная методика определения параметров подкрепленных панелей, основанная на условии равноустойчивости с учетом дефектов в обшивке (отверстий и разрезов) и влиянии толщины при действии сжимающих и касательных потоков.

3. На основе аналитических решений геометрически нелинейных задач представлена методика определения напряженно-деформированного состояния (НДС) и оценки прочности при закритическом деформировании плоских гладких композитных и металлических панелей с учетом мембранных и изгибных напряжений при сжатии и сдвиге. На основе полученной методики расчета предложена методика определения минимальных толщин для обеспечения прочности при закритическом деформировании.

4. На основе аналитических решений геометрически нелинейных задач предложена методика определения НДС и оценки прочности при закритическом деформировании гладких композитных цилиндрических панелей малой кривизны с учетом мембранных и изгибных напряжений при сжатии. На основе представленной методики расчета предложена методика определения минимальных толщин цилиндрических панелей для обеспечения прочности при закритическом деформировании.

Полученные новые разработанные методики обеспечения прочности композитных и металлических панелей с учетом использования геометрически нелинейных соотношений могут являться частью научно – технического задела для создания перспективного самолета малой и средней грузоподъемности.

Теоретическую значимость исследований составляют:

— методики расчета прочности композитных панелей средней толщины в комбинации обеспечения устойчивости и закритического деформирования на начальных этапах проектирования, которые дополняют существующую методологию;

— полученные в работе аналитические решения геометрически нелинейных задач для ортотропных панелей, которые являются основой соответствующих методик обеспечения прочности при закритическом деформировании.

Практическая значимость состоит в возможности проведения расчетов для обеспечения:

- устойчивости гладких композитных панелей с учетом дефектов в виде сквозных круглых отверстий и разрезов при нагружении сжимающими усилиями;
- устойчивости композитных подкрепленных панелей с учетом дефектов в виде сквозных круглых отверстий и разрезов при нагружении сжимающими усилиями;
- прочности гладких композитных панелей средней толщины с учетом мембранных и изгибных напряжений при закритическом деформировании;
- прочности цилиндрических композитных панелей средней толщины малой кривизны с учетом мембранных и изгибных напряжений при закритическом деформировании.

Результаты диссертационной работы **внедрены** в АО «УЗГА» и Филиал ПАО «Яковлев» - «Региональные самолеты».

Методология и методы исследования

Для выполнения поставленных задач применены методы строительной механики авиационных конструкций, включая метод Бубнова-Галеркина и метод конечных элементов.

Положения, выносимые на защиту

На защиту выносятся следующие положения и методики:

— Результаты параметрических исследований критических напряжений потери устойчивости при использовании численных методов для гладких композитных и металлических панелей с дефектами (в виде сквозных дефектов отверстий и разрезов) и влияния толщины (деформаций поперечного сдвига). Результаты исследования влияния расположения потенциально критических мест (ПКМ) сквозных повреждений для гладких панелей, нагруженных сжимающими и касательными потоками, на критические напряжения потери устойчивости.

— Методика поверочного расчета и модифицированную методику определения параметров подкрепленных панелей, основанную на условии равноустойчивости с учетом дефектов в обшивке (отверстий и разрезов) и влиянии толщины при действии сжимающих и касательных потоков.

— Методика определения напряженно-деформированного состояния (НДС) и оценки прочности при закритическом деформировании плоских гладких композитных и металлических панелей с учетом мембранных и изгибных напряжений при сжатии и сдвиге. Методика определения минимальных толщин для обеспечения прочности при закритическом деформировании.

— Методику определения НДС и оценки прочности при закритическом деформировании гладких композитных цилиндрических панелей малой кривизны с учетом мембранных и изгибных напряжений при сжатии. Методики определения

минимальных толщин цилиндрических панелей для обеспечения прочности при закритическом деформировании.

Степень достоверности результатов

Достоверность полученных результатов подтверждается путем сопоставления с известными аналитическими и численными решениями конкретных задач, с экспериментальными данными, полученными лично автором, опубликованными в отечественных и зарубежных источниках и представленными на международных и всероссийских научных конференций.

Личный вклад соискателя

Основные теоретические модели, результаты численных исследований, параметрический анализ и заключения диссертации основаны на личных разработках автора или на исследованиях при его непосредственном участии, что подтверждается публикациями.

Апробация результатов

Основные положения и результаты исследований, материалы диссертации доложены и обсуждены на международных и всероссийских научных конференциях:

- Научно-техническая конференция. Прочность конструкций летательных аппаратов. Жуковский, 12-13 декабря, 2024 года;
- 3-я Международная конференции «Скоростной транспорт будущего: перспективы, проблемы, решения», Москва, август, 2024 года;
- 22-ая Международная конференция «Авиация и космонавтика», Москва, 20-24 ноября 2023 года;
- Всероссийская научно-практическая конференция проблемы прочности авиационных конструкций и материалов, Новосибирск, 6-9 сентября 2023 года;
- 2-ая Международная конференции «Скоростной транспорт будущего: перспективы, проблемы, решения», Алушта, 29 августа – 03 сентября 2023 года.
- XLIX Международная молодежная научная конференция Гагаринские чтения, Москва, 11–14 апреля 2023 года.

Содержание диссертации изложено в пяти печатных статьях в изданиях Перечня ВАК РФ.

Структура и объем работы

Диссертация включает в себя введение, пять глав, заключение и список литературы. Общий объем работы составляет 140 страниц, включая 40 рисунков, 7 таблиц и список литературы из 122 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснована актуальность исследования, представлена степень разработанности темы исследования, сформулированы цель и задачи работы, определены объект исследования и предмет исследования, изложены научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы, методология и методы исследования, представлены положения, выносимые на защиту, степень

достоверности результатов, личный вклад соискателя, апробация работы, структура и объём диссертации.

Первая Глава диссертационной работы посвящена обзору современных проблем в области методов обеспечения прочности, устойчивости и несущей способности панелей средней толщины на начальных этапах проектирования авиационных конструкций. Также представлены основные геометрически нелинейные соотношения для изучения закритического поведения композитных и металлических панелей средней толщины.

Во второй Главе представлены результаты численного исследования расположения дефектов на критические напряжения потери устойчивости композитных панелей при шарнирном и жестком опирании при различных соотношениях геометрических параметров панели (отношении длины и ширины a/b). Приведенные ниже результаты расчета критических напряжений получены методом конечных элементов в программном комплексе *Abaqus*.

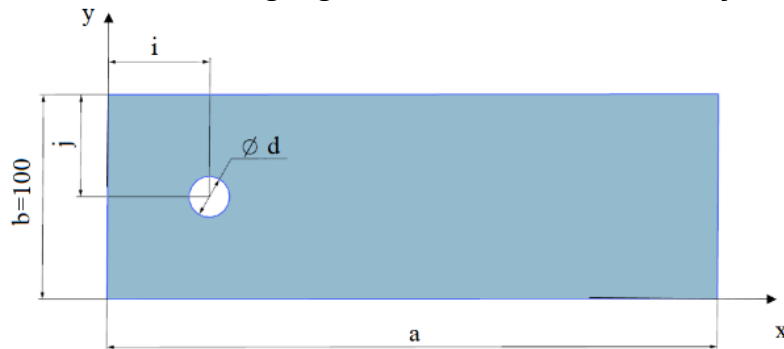


Рисунок 2 – Общий вид образца

Проведя симуляцию разработанной КЭМ (конечно-элементная модель) ниже представлены полученные формы потери устойчивости и функции изменения относительных критических сжимающих напряжений длинных прямоугольных панелей (при $a*b=300*100$ мм и при $a*b=400*100$ мм) при шарнирном и жестком опирании с симметричной укладкой $\bar{h}^{(0)} = 0.5$, $\bar{h}^{(\pm 45)} = 0.4$, $\bar{h}^{(90)} = 0.1$. В данном случае удобно рассматривать изменения критических напряжений в безразмерном виде по отношению к критическим напряжениям неповрежденной панели.

$$\sigma_{buck} = \frac{\sigma_{крит}^{дефект}}{\sigma_{крит}^{без дефект}}, \tau_{buck} = \frac{\tau_{крит}^{дефект}}{\tau_{крит}^{без дефект}}, \quad (1)$$

где $\sigma_{крит}^{без дефект}$ ($\tau_{крит}^{без дефект}$) – критические нормальные (касательные) напряжения панели без дефекта, $\sigma_{крит}^{дефект}$ ($\tau_{крит}^{дефект}$) – критические напряжения панели с дефектом.

На Рисунках 3-6 приведены половины указанных зависимостей $\bar{\sigma}_{buck}(x, y)$ вдоль продольной оси панели ($x \in [0, a/2]$). Из представленных результатов численных расчетов видно, что ПКМ расположения сквозного повреждения (диаметр ~ 20 мм) находятся на краях длинных сторон. В указанных точках критические сжимающие напряжения потери устойчивости имеют минимальные значения.

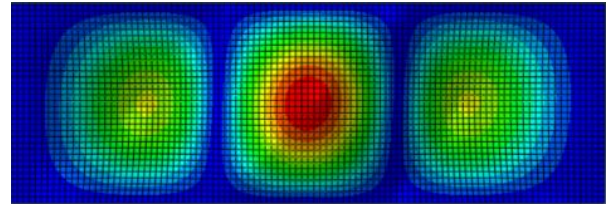
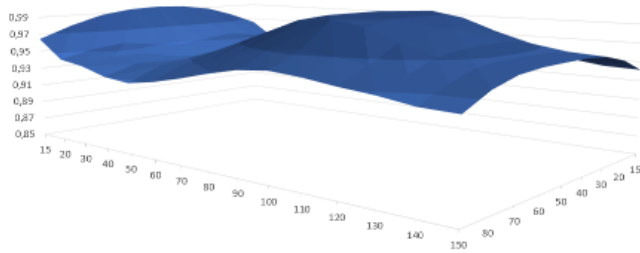


Рисунок 3 – Функция $\bar{\sigma}_{\text{buck}}(x, y)$ прямоугольных панелей (300*100 мм) при шарнирном опирании ($\min(\bar{\sigma}_{\text{buck}}(x, y)) = 0,89$) при $x \in [0, a/2]$ для сжатия и форма потери устойчивости

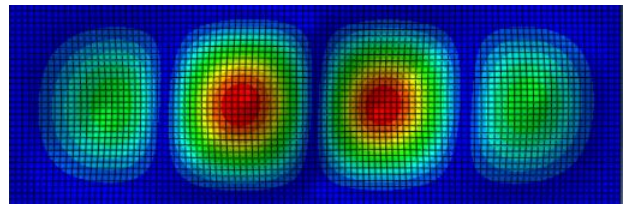
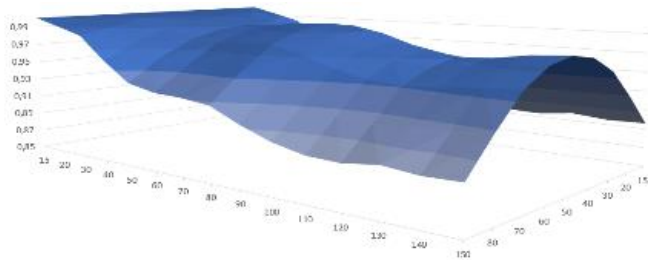


Рисунок 4 – Функция $\bar{\sigma}_{\text{buck}}(x, y)$ прямоугольных панелей (300*100 мм) при жестком опирании ($\min(\bar{\sigma}_{\text{buck}}(x, y)) = 0,93$) при $x \in [0, a/2]$ для сжатия и форма потери устойчивости

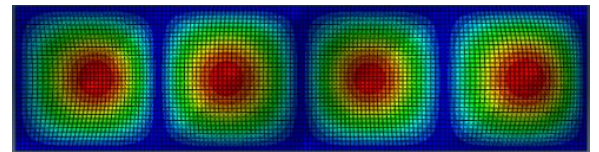
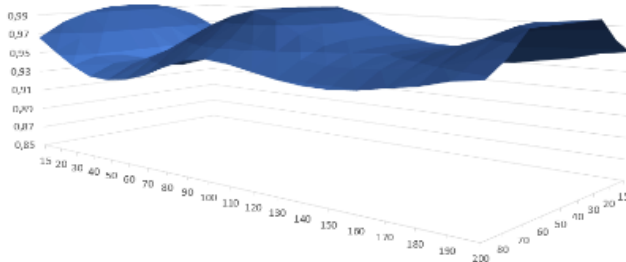


Рисунок 5 – Функция $\bar{\sigma}_{\text{buck}}(x, y)$ прямоугольных панелей (400*100 мм) при шарнирном опирании ($\min(\bar{\sigma}_{\text{buck}}(x, y)) = 0,93$) при $x \in [0, a/2]$ для сжатия и форма потери устойчивости

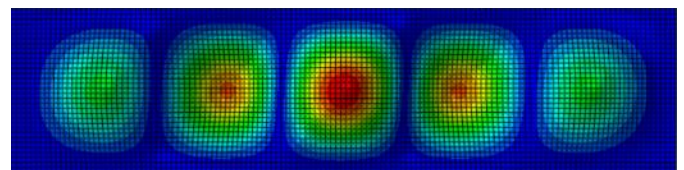
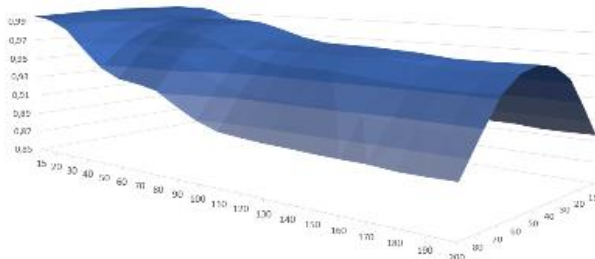


Рисунок 6 – Функция $\bar{\sigma}_{\text{buck}}(x, y)$ прямоугольных панелей (400*100 мм) при жестком опирании ($\min(\bar{\sigma}_{\text{buck}}(x, y)) = 0,89$) при $x \in [0, a/2]$ для сжатия и форма потери устойчивости

На рисунках 7, 8 показаны формы потери устойчивости при сдвиге и функции изменения относительных критических касательных напряжений длинных прямоугольных (при $a*b=400*100$ мм) панелей при шарнирном и жестком опирании.

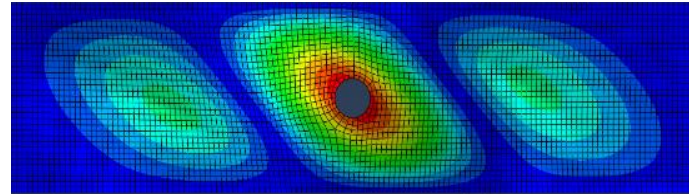
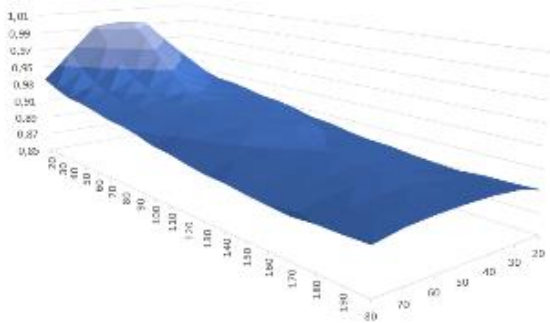


Рисунок 7 – Функция $\bar{\tau}_{\text{buck}}(x, y)$ прямоугольных панелей (400*100 мм) при шарнирном опирании ($\min(\bar{\tau}_{\text{buck}}(x, y)) = 0,88$) при $x \in [0, a/2]$ для сдвига и форма потери

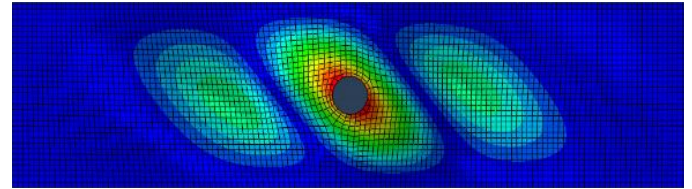
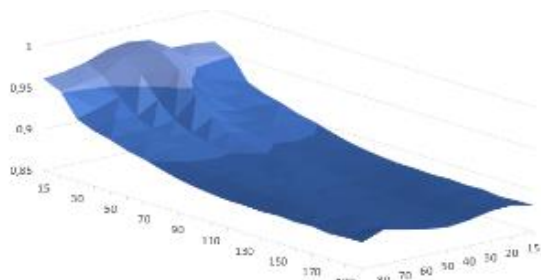


Рисунок 8 – Функция $\bar{\tau}_{\text{buck}}(x, y)$ прямоугольных панелей (400*100 мм) при жестком опирании ($\min(\bar{\tau}_{\text{buck}}(x, y)) = 0,877$) при $x \in [0, a/2]$ для сдвига и форма потери

Аналогичные исследования были проведены для прямоугольных панелей с повреждением в виде сквозного разреза.

В Параграфе 2.2 проведены экспериментальные исследования потери устойчивости при сжатии гладких прямоугольных металлических образцов (150*100 мм, $h = 1.2$ мм) с нанесенным сквозным повреждением в виде вырезанного сквозного отверстия ($d = 20$ мм) и без повреждения/отверстия, жестко закрепленного по всем сторонам. Нагрузка приложена к верхнему короткому краю панели. Образцы испытывались в установке для проведения испытаний по ASTM 7137. Нагружение образцов проводили до 1000 Н.

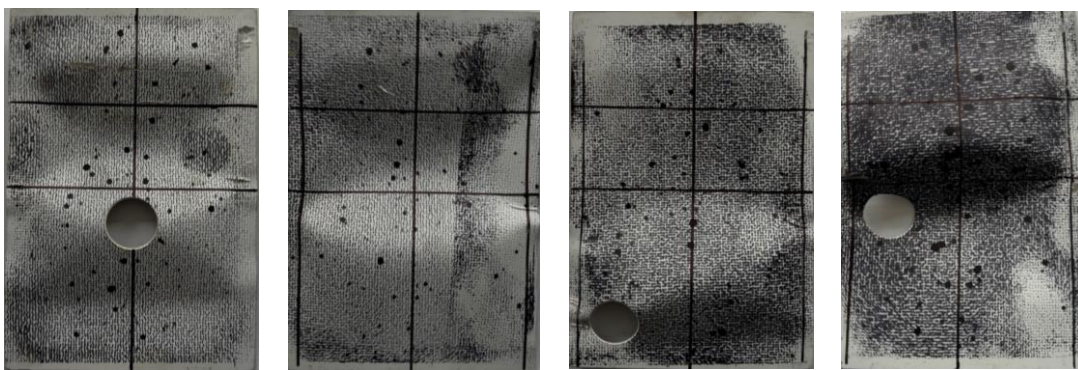


Рисунок 9 – Испытанные типы образцов (показаны деформированные состояния, соответствующие разрушающему уровню нагружения)

Таблица 1 – сравнительные результаты испытаний и расчетов в программном комплексе Abaqus на устойчивость

Расположение отверстия	Результаты испытаний, отношение панели с отверстием к панели без отверстия	МКЭ, отношение панели с отверстием к панели без отверстия
Отверстие в центре панели	0,90	0,90
Отверстие в нижнем углу панели	0,86	0,87
Отверстие расположено по центру панели максимально приближено к краю панели	0,80	0,75

В соответствии с полученными результатами можно сделать выводы, что для пластины с геометрическими параметрами 150×100 , при сжатии с учетом жесткого опирания по всем сторонам ПКМ с координатами $(a/2; 20)$.

Отмечено, что выбор места расположения дефекта для программ испытаний конструктивно-подобных образцов с целью получения соответствующего повреждения должен проводиться для обшивок с учетом полученных значений из параметрических исследований задач устойчивости панелей с дефектами в виде сквозных отверстий, представленных в Главе 2.

В третьей Главе предлагаются модифицированные аналитические методики расчета и определения параметров подкрепленных панелей, которые основаны на принципе равноустойчивости и возможности возникновения заданных допустимых дефектов обшивки. Оптимизация направлена на уменьшение массы панели путём выбора оптимального соотношения высоты панели к расстоянию между стрингерами. Учёт производственного дефекта обеспечен специальными коэффициентами, введенными в расчётные зависимости. Представленные аналитические модели позволяют учитывать негативное воздействие дефектов на прочностные характеристики панелей, упростить проектирование и обеспечивают значительный выигрыш в массе конструкции при сохранении необходимого запаса прочности.

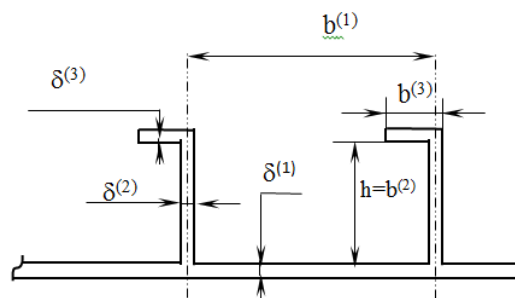


Рисунок 10 – Подкрепленная панель при комбинированном нагружении

Приведенная толщина подкрепленной панели выражена в виде:

$$\delta_f = \delta^{(1)} + \delta^{(2)} \frac{b^{(2)}}{t} + \delta^{(3)} \frac{b^{(3)}}{t}. \quad (2)$$

Проводя преобразования записанных уравнений, задача рационального проектирования сводится к задаче минимизации функции одной переменной $k = h/t$, которая является отношением высоты к шагу подкрепления. Из конструктивных соображений ясно, что параметр меняется в пределах отрезка $k \in [0,1]$. Для вычисления рациональных параметров Z-образных подкрепленных панелей (Рисунок 10) представлены выражение приведенной толщины подкрепленной панели и система уравнений модифицированной методики для определения всех геометрических параметров подкрепленной панели

$$\bar{\delta}_f = \sqrt{T} \frac{\lambda_\sigma(k)}{c_1} \rightarrow \min, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{где } c_1 &= \sqrt[4]{1.645\pi^2 K_\sigma^{(1)}}, \quad K_\sigma^{(1)} = \frac{1}{E} \left[\sqrt{\bar{E}_x^{(1)} \bar{E}_y^{(1)}} + \mu_{xy}^{(1)} \bar{E}_x^{(1)} + G_{xy}^{(1)} \right] \psi_\sigma, \quad \bar{\delta}_f = \frac{\delta_f}{L}, \quad T = \frac{q_x^p}{EL}, \\ \lambda_{\sigma(k)} &= \sqrt[4]{\frac{\varphi^{(1)} + a_2 k^2}{b_1 + b_2 k^2}} \frac{\varphi^{(1)} + f_2 k^2}{k \sqrt[4]{\varphi^{(1)} + f_1 k^2}}, \quad \frac{h}{L} = \frac{\sqrt{\varepsilon(\varphi^{(1)} + f_1 k^2)}}{\pi k} \sqrt{\frac{\varphi^{(1)} + a_2 k^2}{b_1 + b_2 k^2}}, \\ \varepsilon &= \sqrt{T} \frac{c_1 k}{\sqrt[4]{(\varphi^{(1)} + f_1 k^2)^3}} \sqrt[4]{\frac{b_1 + b_2 k^2}{\varphi^{(1)} + a_2 k^2}}, \quad \delta^{(1)} = \frac{h}{k} \sqrt{\frac{\varepsilon}{1.645 K_\sigma^{(1)}}}, \quad \frac{h}{k} = \frac{\sqrt{\varepsilon(\varphi^{(1)} + f_1 k^2)}}{\pi k} \sqrt{\frac{\varphi^{(1)} + a_2 k^2}{b_1 + b_2 k^2}}. \end{aligned} \quad (4)$$

Индексы в скобках указывают на элементы панели (Рисунок 10): (2), (3), (4) – обозначают параметры, относящиеся соответственно к обшивке, стенке и полке стрингера; $\lambda_{\sigma(k)}$ – минимизируемая функция одной переменной, ψ_σ – коэффициент, учитывающий снижение критический напряжений местной потери устойчивости обшивки из – за наличия сквозных дефектов и влияния толщины при сжатии, $\varphi^{(1)}$ – коэффициент, учитывающий уменьшение поперечного сечения панели наличие дефекта.

Таким образом, имеем выражение (3) для безразмерной величины приведенной толщины подкрепленной панели $\bar{\delta}_f$. После определения минимума функции $\lambda_\sigma(k)$ остальные параметры равноустойчивых подкрепленных панелей вычисляются по соотношениям, представленным в системе уравнений (4).

Аналогичные соотношения получены для подкрепленных панелей, нагруженных сдвиговыми потоками. Основные равенства в указанном случае имеют вид

$$\bar{\delta}_f = \frac{\delta_f}{L} = S_{15}^{\frac{7}{15}} \frac{\lambda_\tau(k)}{c_1} \rightarrow \min, \quad (5)$$

$$\text{где } \lambda_\tau(k) = \sqrt[5]{\frac{\varphi^{(1)} + a_1 k^2}{\varphi^{(1)} + 0.25 a_1 k^2}} \frac{1 + r k^2}{k^{0.8}}, \quad K_\tau = \frac{1}{E} \sqrt[4]{\frac{\bar{E}_x}{\bar{E}_y}} \sqrt{\bar{E}_x \bar{E}_y} \sqrt{\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \left(3 + \frac{1}{\alpha}\right)} \psi_\tau,$$

$\psi_{\tau}^{(1)}$ - коэффициент, учитывающий снижение критических напряжений местной потери устойчивости обшивки из – за наличия сквозных дефектов и влияния толщины при сдвиге.

Четвертая Глава посвящена методике расчёта плоских гладких композитных и металлических панелей при закритическом деформировании. Методика учитывает влияние мембранных и изгибных напряжений при воздействии сжимающих, сдвиговых и комбинированных нагрузок. На её основе разработана методика определения минимальных толщин панелей при обеспечении прочности при закритическом деформировании.

Таблица 2 – Расчетные соотношения для поверочных расчетов и определения толщины композитной прямоугольной панели при одноосном сжатии при шарнирном опирании

	Условия для поверочных расчетов	Соотношения для определения напряжений	Соотношение для определения минимальных толщин панелей
1	Статическая прочность	$\sigma = \frac{P}{\delta b}$	$\delta = \frac{P}{\bar{\sigma} b}$
2	Устойчивость	$\sigma_{кр} = K \left(\frac{\delta}{b} \right)^2$ $K = \frac{2\pi^2}{12} \left[\sqrt{\bar{E}_x \bar{E}_y} + \mu_{xy} \bar{E}_x + 2G_{xy} \right]$	$\delta^2 = b^2 \frac{\bar{\sigma}_{уст}}{K}$
3	Закритическое деформирование (мембранные напряжения)	$\sigma_x = -\frac{f^2}{8} E_x \frac{\pi^2 m^2}{a^2} - p_x$	$\delta^2 \bar{D}_{mn} + f^2 E_{mn} = p_x \left(\frac{m}{a} \right)^2$
4	Закритическое деформирование (мембранные и изгибные напряжения)	$\sigma_{x\Sigma} = -f^2 \Omega_x^{мемб}(x, y) - \delta f \Omega_x^{изг}(x, y) - p_x$	$\delta^2 \bar{D}_{mn} + f^2 E_{mn} = p_x \left(\frac{m}{a} \right)^2$

Для пояснения места предложенных методик поверочного расчета и определения толщин при обеспечении прочности при закритическом деформировании в Таблице 2 приведены условия для проведения поверочных расчетов при обосновании прочности, устойчивости и прочности при закритическом деформировании. В строке 4 Таблицы 2 показаны соотношения, предложенные в диссертационной работе при учете мембранных и изгибных напряжений.

При рассмотрении композитных сжатых шарнирно опертых панелей использован прогиб в виде

$$w = f \sin\left(\frac{\pi m x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right), \quad (6)$$

где m – число полуволн в продольном направлении, n – число полуволн в поперечном направлении, f – амплитуда прогиба.

После подстановки прогиба в нелинейное уравнение совместности деформаций получена функция напряжений

$$F = \frac{E_y a^2}{32b^2 m^2} f^2 \cos\left(\frac{2\pi m x}{a}\right) + \frac{E_x b^2 m^2}{32a^2} f^2 \cos\left(\frac{2\pi y}{b}\right) - \frac{p_x y^2}{2}, \quad (7)$$

где p_x – расчетные напряжения, определяемые потоками внешних погонных сжимающих усилий, приложенных к торцевым кромкам панели в плоскости панели: $q_x^p = p_x \delta$.

Продольные мембранные напряжения в срединной поверхности, потерявшей устойчивость ортотропной прямоугольной панели, исходя из определения функции напряжений, вычисляются по формуле

$$\sigma_x^{\text{мемб}} = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = -\frac{E_x f^2 m^2 \pi^2}{8a^2} \cos\left(\frac{2\pi y}{b}\right) - p_x = -f^2 \Omega_x^{\text{мемб}}(x, y) - p_x. \quad (8)$$

Выражения для продольных изгибных напряжений, возникающих при потере устойчивости панели, записано в виде

$$\sigma_x^{\text{изг}} = -\left(\frac{\delta f E_x}{2}\right) = -\delta f \Omega_x^{\text{изг}}(x, y), \quad (9)$$

$$\text{где } \Omega_x^{\text{изг}}(x, y) = \frac{1}{2} \left[\bar{E}_x \left(\frac{\pi m}{a}\right)^2 \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} + \bar{E}_x \mu_{xy} \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \right].$$

Тогда суммарные продольные нормальные напряжения равны

$$\sigma_{x\Sigma} = -f^2 \Omega_x^{\text{мемб}}(x, y) - \delta f \Omega_x^{\text{изг}}(x, y) - p_x. \quad (10)$$

Применение метода Бубнова - Галеркина приводит к следующему равенству

$$\delta^2 \bar{D}_{mn} + f^2 E_{mn} = \left(\frac{m}{a}\right)^2 p_x, \quad (11)$$

где с учетом равенства $m = \frac{a}{b} \sqrt[4]{\frac{E_y}{E_x}}$ для чисел полуволн в продольном направлении шарнирно опертой панели, числа полуволн в поперечном направлении $n = 1$ и равенств:

$$E_{mn} = \left(\frac{m^4 E_x}{a^4} + \frac{E_y}{b^4}\right) \frac{\pi^2}{16}, \quad \bar{D}_{mn} = \pi^2 \left[\frac{\bar{E}_x}{12} \left(\frac{m}{a}\right)^4 + 2 \left(\frac{\mu_{xy} \bar{E}_x}{12} + \frac{G_{xy}}{6} \right) \left(\frac{m}{ab}\right)^2 + \frac{\bar{E}_y}{12} \left(\frac{1}{b}\right)^4 \right]. \quad (12)$$

При известных геометрических параметрах панелей, укладки композитного пакета и величине сжимающего потока необходимо по уравнению (11) предварительно вычислять амплитуду прогиба. Отмечено, что далее необходимо рассматривать потенциально - критические точки (ПКТ) с координатами (x_Σ, y_Σ) , в которых суммарные напряжения могут достигать максимальных по модулю значений. В общем случае точки (x_Σ, y_Σ) , не совпадают с ПКТ отдельных функций для мембранных $\Omega_x^{\text{мемб}}(x, y)$ или изгибных $\Omega_x^{\text{изг}}(x, y)$ напряжений и требуется проводить численное решение задачи.

Приведенные выше соотношения (8) – (11) позволяют проводить проверочные расчеты при закритическом деформировании сжатых композитных панелей средней толщины.

Далее представлена методика определения минимальной толщины сжатых композитных панелей в случае шарнирного опирания, в которой использовано равенство возникающих при потере устойчивости суммарных напряжений предельным по прочности значениям для композитной структуры в виде: $\sigma_{x\Sigma} = \bar{\sigma}_x$. Тогда рассматривая квадратное уравнение (11) относительно амплитуды прогиба имеем решение

$$f = \frac{-\mathfrak{A}\Omega_x^{изг}(x, y) + \sqrt{\delta^2 \left(\Omega_x^{изг}(x, y)\right)^2 - 4\Omega_x^{мемб}(x, y) \left(\frac{q_x}{\delta} - \bar{\sigma}_x\right)}}{2\Omega_x^{мемб}(x, y)}. \quad (13)$$

Подставляя (10) в аналитическое решение геометрически нелинейной задачи (9) получаем уравнение относительно искомой толщины

$$\delta^3 \bar{D}_{mn} + \delta \left[\frac{-\mathfrak{A}\Omega_x^{изг}(x, y) + \sqrt{\delta^2 \left(\Omega_x^{изг}(x, y)\right)^2 - 4\Omega_x^{мемб}(x, y) \left(\frac{q_x}{\delta} - \bar{\sigma}_x\right)}}{2\Omega_x^{мемб}(x, y)} \right]^2 E_{mn} = \left(\frac{m}{a}\right)^2 q_x. \quad (14)$$

Далее возможно только численное решение нелинейного уравнения (14) с учетом параметрических исследований и наличия конструктивных ограничений толщины и геометрических параметров панели: $x \in [0, a], y \in [0, b], \delta \in [0, \delta_{конст}]$. Необходимо численно решать уравнение (14) в выбранных точках панели (x_i, y_i) и затем выбрать максимальное значение толщины.

В диссертационной работе далее представлены методики проверочного расчета и определения минимальных толщин сжатых композитных панелей при всестороннем жестком опирании.

При рассмотрении композитных шарнирно опертых панелей, нагруженных касательными потоками, использован прогиб в виде

$$w = f \sin \frac{\pi y}{b} \sin \frac{\pi(x - \alpha y)}{s}. \quad (15)$$

Далее исходя из функции напряжения Эри и прогиба записаны мембранные и изгибные касательные напряжения

$$\tau_{xy}^{мемб} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = f^2 \Omega_{xy}^{мемб}(x, y) - p_{xy}, \quad \tau_{xy}^{изг} = -2zB_{33} \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} = f \mathfrak{A}\Omega_{xy}^{изг}(x, y), \quad (16)$$

где

$$\Omega_{xy}^{мемб}(x, y) = \frac{\pi^2}{8} \frac{\alpha}{G_\alpha b^2} \cos \frac{2\pi(x - \alpha y)}{s},$$

$$\Omega_{xy}^{изг}(x, y) = \frac{\pi^2}{b} \frac{G_{xy}}{s^2} \left[\cos \frac{2\pi(x - \alpha y)}{s} \cos \frac{\pi y}{b} + \alpha b \sin \frac{\pi(x - \alpha y)}{s} \sin \frac{\pi y}{b} \right].$$

Выражение для суммарных касательных напряжений имеет вид

$$\tau_{xy\Sigma} = -f^2 \Omega_{xy}^{мемб} (x, y) - \delta f \Omega_{xy}^{изг} (x, y) - p_{xy}. \quad (17)$$

Аналитическое решение геометрически нелинейной задачи записывается в виде

$$f^2 B_{\alpha\beta} + D_{\alpha\beta} \delta^3 = \frac{2\alpha\pi^2}{s^2} q_{xy}, \quad (18)$$

где

$$B_{\alpha\beta} = \frac{\pi^2}{s^2} \left[\frac{\pi^2 f^2}{16G_a} \left(\frac{\alpha}{b} \right)^2 + \frac{E_x}{16} \frac{\pi^4 f^4}{s^2} \right] + \frac{\pi^2 f^2}{16G_a} \left\{ \frac{\pi^2}{b^2} + \frac{\alpha^2 \pi^2}{b^2} \right\} + \frac{\alpha \pi^2}{s^2} \frac{\pi^2 f^2}{8b^2 G_a},$$

$$D_{\alpha\beta} = \frac{E_x}{12(1-\mu_{xy}\mu_{yx})} \frac{\pi^4}{s^4} + 2 \left(\frac{\mu_{xy} E_x}{12(1-\mu_{xy}\mu_{yx})} + \frac{G_{xy}}{6} \right) \left[\frac{\pi^2}{b^2} + \frac{\alpha^2 \pi^2}{b^2} \right] \frac{\pi^2}{s^2} +$$

$$+ \frac{E_y}{12(1-\mu_{xy}\mu_{yx})} \left\{ \left[\frac{\pi^2}{b^2} + \frac{\alpha^2 \pi^2}{b^2} \right] + \frac{4\pi^2 \alpha^2}{b^2 s^2} \right\}.$$

В компактном виде имеем

$$\delta^3 \bar{D}_{mn4} + \delta f^2 E_{mn4} = q_{xy}. \quad (19)$$

Затем в диссертации для композитных панелей при сдвиге приведены методики поверочного расчета и определения минимальных толщин при условии использования равенства $\tau_{xy\Sigma} = \bar{\tau}_{xy\Sigma}$. Отмечено, что в случае сдвига точки (x_Σ, y_Σ) , не совпадают с ПКТ отдельных функций для мембранных $\Omega_{xy}^{мемб} (x, y)$ или изгибных $\Omega_{xy}^{изг} (x, y)$ напряжений и требуется численное решение задачи с громоздкими соотношениями. Рассматривая сумму касательных мембранных и изгибных напряжений с учетом условия $\tau_{xy\Sigma} = \bar{\tau}_{xy\Sigma}$ получено квадратное уравнение относительно амплитуды прогиба записываем его решение

$$f = \frac{-\delta \Omega_{xy}^{изг} (x, y) + \sqrt{\delta^2 \left(\Omega_{xy}^{изг} (x, y) \right)^2 - 4 \Omega_{xy}^{мемб} (x, y) \left(\frac{q_{xy}}{\delta} - \bar{\tau}_x \right)}}{2 \Omega_{xy}^{мемб} (x, y)}, \quad (20)$$

которое следует подставить в аналитическое решение геометрически нелинейной задачи (17). В итоге получено уравнение относительно искомой толщины

$$\delta^3 \bar{D}_{mn3} + \delta \left[\frac{-\delta \Omega_{xy}^{изг} (x, y) + \sqrt{\delta^2 \left(\Omega_{xy}^{изг} (x, y) \right)^2 - 4 \Omega_{xy}^{мемб} (x, y) \left(\frac{q_{xy}}{\delta} - \bar{\tau}_x \right)}}{2 \Omega_{xy}^{мемб} (x, y)} \right]^2 E_{mn3} = q_{xy}. \quad (21)$$

Отмечено, что в случае действия сдвига возможно только численное решение полученного нелинейного уравнения с учетом параметрических исследований и наличия конструктивных ограничений толщины и геометрических параметров панели $x \in [0, a], y \in [0, b], \delta \in [0, \delta_{конст}]$.

Далее в диссертационной работе приведены методики проведения поверочных расчетов и определения минимальных толщин композитных панелей, нагруженных касательными потоками, при жестком опирании. Также рассмотрены

особенности методик расчета и определения толщин композитных панелей средней толщины при закритическом деформировании с учетом комбинированного нагружения. Кроме того, в работе приведены соответствующие методики расчета и определения толщин металлических панелей при различных вариантах нагружения и различных критериев прочности, в том числе для эквивалентных напряжений, которые записаны в виде

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2}. \quad (22)$$

Мембранные и изгибные напряжения записаны в равенствах для суммарных напряжений

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_x^{\text{мемб}} + \sigma_x^{\text{изг}} = -f^2 \Omega_x^{\text{мемб}}(x, y) - \delta f \Omega_x^{\text{изгиб}}(x, y) - p_x, \\ \sigma_y &= \sigma_y^{\text{мемб}} + \sigma_y^{\text{изг}} = -f^2 \Omega_y^{\text{мемб}}(x, y) - \delta f \Omega_y^{\text{изгиб}}(x, y), \\ \tau_{xy} &= \tau_{xy}^{\text{мемб}} + \tau_{xy}^{\text{изг}} = -f^2 \Omega_{xy}^{\text{мемб}}(x, y) - \delta f \Omega_{xy}^{\text{изгиб}}(x, y), \end{aligned} \quad (23)$$

подставив найденные величины в формулу эквивалентных напряжений, получено уравнение, содержащее неизвестную величину — амплитуду прогиба

$$\begin{aligned} &f^4 \left\{ \left(\Omega_x^{\text{мемб}} \right)^2 - \Omega_x^{\text{мемб}} \Omega_y^{\text{мемб}} + \left(\Omega_y^{\text{мемб}} \right)^2 \right\} + \\ &+ \delta f^3 \left\{ 2\Omega_x^{\text{мемб}} \Omega_x^{\text{изгиб}} - \Omega_x^{\text{мемб}} \Omega_y^{\text{изгиб}} - \Omega_y^{\text{мемб}} \Omega_x^{\text{изгиб}} + 2\Omega_y^{\text{мемб}} \Omega_y^{\text{изгиб}} \right\} + \\ &+ \delta^2 f^2 \left\{ \left(\Omega_x^{\text{изгиб}} \right)^2 - \Omega_x^{\text{изгиб}} \Omega_y^{\text{изгиб}} + \left(\Omega_y^{\text{изгиб}} \right)^2 + 3\left(\Omega_{xy}^{\text{изгиб}} \right)^2 \right\} + \\ &+ 2f^2 \Omega_x^{\text{мемб}} \frac{q_x}{\delta} + 2f \delta \Omega_x^{\text{изгиб}} \frac{q_x}{\delta} + \frac{q_x^2}{\delta^2} = \sigma_{\text{экв}}^2. \end{aligned} \quad (24)$$

Из общего решения нелинейной задачи методом Бубнова-Галеркина можно выразить амплитуду прогиба

$$f^2 = \left(q_x - \delta^3 \frac{\pi^2 E}{6b^2(1-\mu^2)} \right) / \left(\delta \frac{\pi^2 E}{8b^2} \right), \quad (25)$$

и подставить в полученное выражение выше уравнение 4-го порядка. Таким образом, получим одно громоздкое уравнение относительно толщины. В этом случае численный алгоритм определения толщины панели сводится к решению нелинейного уравнения относительно толщины панели с учетом параметрических исследований по двум координатам x и y . Приравнявая эквивалентные напряжения к предельным по условиям прочности напряжениям $\sigma_{\text{экв}} = \bar{\sigma}$ можно получить выражение для определения толщины панели и далее использовать численную процедуру с учетом параметрических расчетов по координатам x и y .

В пакете MATLAB реализован, разработанный алгоритм определения минимальных толщин ортотропных прямоугольных панелей. Для примера результаты поверочного расчета представлены на рисунках 11 – 14.

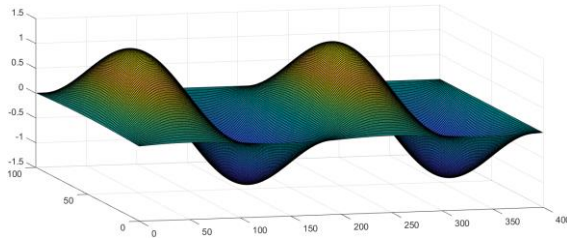


Рисунок 11 – Прогиб композитной панели при сжатии

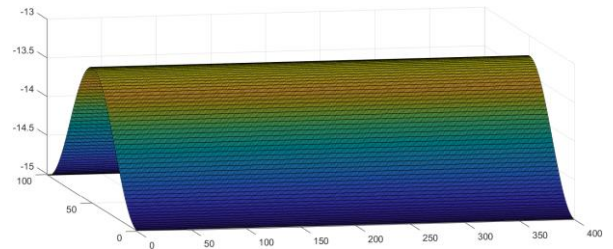


Рисунок 12 – Мембранные напряжения $|\sigma_x^{мемб}|$

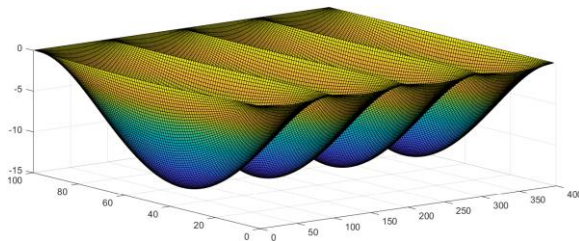


Рисунок 13 – Изгибные напряжения $|\sigma_x^{изгиб}|$

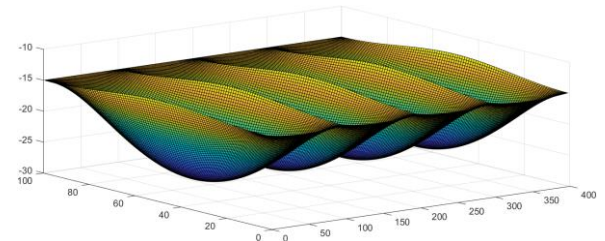


Рисунок 14 – Суммарные напряжения $|\sigma_x^{изгиб}| + |\sigma_x^{мемб}|$

Далее в работе сделано замечание об использовании аналитических решений геометрически нелинейных задач панелей средней толщины для расчета сжатых подкрепленных панелей. Полагая возможность потери устойчивости композитных обшивок средней толщины отмечено, что для расчета ПП использованы редуцированные коэффициенты, приведенные в известной монографии А.С. Вольмира. Для примера в случае шарнирного опирания ортотропной обшивки записано выражение для редуцированных коэффициентов в виде: $\varphi = \frac{P_x}{\sigma_{x\Sigma}}$, где $\sigma_{x\Sigma}$ – определяются по формуле (10).

Отмечено, что редуцированные коэффициенты определяются для сечений, в которых возникают максимальные по модулю напряжения и определяются ПКТ.

Применяя предложенные выше методики определения напряженно-деформированного состояния и оценки прочности для конструкций с допустимым закритическим деформированием с учетом близких к расчетному уровню нагрузкам толщины обшивок и стенок кессона многозамкнутого закрылка для самолета средней грузоподъемности могут быть уменьшены на 7%, что указано в Акте внедрения.

В пятой Главе диссертационной работы рассмотрены композитные цилиндрические панели малой кривизны при закритическом деформировании с учетом шарнирного и жесткого опирания при нагружении сжимающими потоками. Предложены методики поверочного расчета для панелей средней толщины с учетом мембранных и изгибных напряжений.

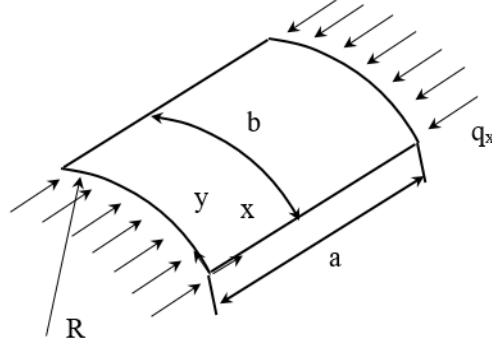


Рисунок 15 – Цилиндрическая панель, нагруженная продольными сжимающими усилиями

Для цилиндрических панелей малой кривизны при шарнирном опирании получено выражение для функции напряжений и соответствующие мембранные напряжения определяются по формулам

$$\sigma_x^{\text{мемб}}(x, y) = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = -\frac{f^2}{32} [E_x \lambda_m^2 \cos 2\lambda_m x + E_y \lambda_n^2 \cos 2\lambda_n y] - \frac{f \lambda_m^2 \lambda_n^2}{RG_{\alpha\beta}} \sin \lambda_m x \sin \lambda_n y - p_x, \quad (26)$$

$$\sigma_y^{\text{мемб}}(x, y) = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = -\frac{f^2}{32} E_y \lambda_n^2 \cos 2\lambda_m x - \frac{f \lambda_m^4}{RG_{\alpha\beta}} \sin \lambda_m x \sin \lambda_n y, \quad (27)$$

$$\tau_{xy}^{\text{мемб}}(x, y) = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = \frac{f \lambda_m^3 \lambda_n}{RG_{\alpha\beta}} \cos \lambda_m x \cos \lambda_n y, \quad (28)$$

Изгибные напряжения записаны в виде

$$\sigma_x^{\text{изгиб}}(x, y) = -f \bar{E}_x \sin \lambda_m x \sin \lambda_n y (\lambda_m^2 + \mu_{xy} \lambda_n^2), \quad (29)$$

$$\sigma_y^{\text{изгиб}}(x, y) = -f \bar{E}_y \sin \lambda_m x \sin \lambda_n y (\mu_{yx} \lambda_m^2 + \lambda_n^2), \quad (30)$$

$$\tau_{xy}^{\text{изгиб}}(x, y) = -2f \lambda_m \lambda_n G_{xy} \cos 2\lambda_m x \cos 2\lambda_n y. \quad (31)$$

Аналитическое решение геометрически нелинейной задачи методом Бубнова – Галеркина с учетом равенства для потока $q_x = p_x \delta$ сведено к уравнению

$$\delta^3 \bar{D}_{mn} + f^2 S_E \delta - f S_G \delta + S_R \delta = \left(\frac{m}{a}\right)^2 q_x, \quad (32)$$

$$\text{где } S_E = \frac{ab}{\pi^2 64} (E_x \lambda_m^4 + E_y \lambda_n^4), \quad S_G = \frac{8 \lambda_m^3 \lambda_n}{3 \pi^2 R G_{\alpha\beta}} + \frac{E_y a}{6 \pi^2 R b}, \quad S_R = \frac{\lambda_m^4 ab}{4 R^2 G_{\alpha\beta}}.$$

$$\bar{D}_{mn} = \pi^2 \left[\frac{\bar{E}_x}{12} \left(\frac{m}{a}\right)^4 + 2 \left(\frac{\mu_{xy} \bar{E}_x}{12} + \frac{G_{xy}}{6} \right) \left(\frac{m}{ab}\right)^2 + \frac{\bar{E}_y}{12} \left(\frac{1}{b}\right)^4 \right]. \quad (33)$$

Представлена методика определения НДС композитной цилиндрической панели при допустимости начального этапа закритического поведения, предполагающая решение задачи линейной устойчивости для определения параметров волнообразования, решение нелинейного уравнения при определении амплитуды прогиба и вычисления суммарных (мембранных и изгибных)

напряжений в точках панели (x_i, y_i) . Далее определяются минимальные запасы по прочности при закритическом деформировании панели. Аналогичные, но более громоздкие соотношения приведены для случая всестороннего жесткого опирания цилиндрических панелей.

На основе полученных аналитических решений нелинейных задач в диссертационной работе также представлена методика определения минимальных толщин для продольно сжатых цилиндрических композитных панелей при закритическом деформирования с учетом рассмотрения условия достижения максимальных по модулю значения суммарных напряжений предельных по прочности значений и решению нелинейных уравнений относительно искомых толщин в точках панели (x_i, y_i) . Указано, что после проведения численной процедуры перебора по координатам x и y выбирается максимальное значение толщины.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработаны методики обеспечения прочности и устойчивости композитных панелей средней толщины авиационных конструкций малой и средней грузоподъемности с учетом геометрической нелинейности.

Основные новые результаты, полученные в диссертационной работе, состоят в следующем:

1. Проведены параметрические исследования критических напряжений потери устойчивости при использовании численных методов для гладких композитных и металлических панелей с дефектами (в виде сквозных дефектов отверстий и разрезов) и влияния толщины (деформаций поперечного сдвига). Показана необходимость учета определения расположения потенциально-критических мест сквозных повреждений для гладких панелей, нагруженных сжимающими и касательными потоками при обеспечении устойчивости.

2. Получены значения коэффициентов возможного снижения критических напряжений потери устойчивости гладких прямоугольных панелей при различных граничных условиях, случаях нагружения и соотношениях сторон.

3. Разработана методика поверочного расчета и предложена модифицированная методика определения параметров подкрепленных панелей, основанная на условии равноустойчивости с учетом дефектов в обшивке (отверстий и разрезов) и влиянии толщины при действии сжимающих и касательных потоков.

4. Проведены результаты численной оценки приведенных толщин, разрабатываемых равноустойчивых подкрепленных панелей в зависимости от коэффициента снижения критических напряжений потери устойчивости обшивки при наличии сквозных дефектов. В частности, показано, что при снижении критических напряжений обшивки с коэффициентом $\psi_\sigma = 0,9$ приводит к необходимости увеличения приведенной толщины равноустойчивых подкрепленных панелей на 4%.

5. Разработана методика определения напряженно-деформированного состояния (НДС) и оценки прочности при закритическом деформировании плоских

гладких композитных и металлических панелей с учетом мембранных и изгибных напряжений при действии сжимающих и касательных потоков. На основе полученной методики расчета предложена методика определения минимальных толщин для обеспечения прочности при закритическом деформировании. Применяя разработанную методику для определения параметров обшивок и стенок кессона многозамкнутого закрылка для самолетов малой и средней грузоподъемности толщины уменьшаются на 7%.

6. Разработана методика определения НДС и оценки прочности при закритическом деформировании гладких композитных цилиндрических панелей малой кривизны с учетом мембранных и изгибных напряжений и действия сжимающих потоков. На основе полученной методики расчета предложена методика определения минимальных толщин цилиндрических панелей для обеспечения прочности при закритическом деформировании.

Перспективы дальнейшей разработки темы в данном направлении включают:

- дополнительные исследования гладких прямоугольных панелей с отверстиями при исследовании прочности и устойчивости;
- экспериментальные исследования длинных панелей ($a/b > 2$) при закритического деформирования для получения фактических коэффициентов с целью применения в методиках расчета обеспечения прочности и устойчивости;
- методика определения оптимальных параметров равноустойчивых подкрепленных панелей с учетом повреждений в стрингер со стороны обшивки;
- расчет и определение параметров композитных подкрепленных панелей с учетом переменных углов армирования обшивки.

В приложениях к диссертационной работе представлены **Акты внедрения** результатов в АО «УЗГА» и Филиал ПАО «Яковлев» - «Региональные самолеты».

Основные научные результаты диссертации изложены в работах, опубликованных соискателем ученой степени:

Научные статьи в ведущих рецензируемых научных журналах и изданиях, входящих в Перечень Высшей аттестационной комиссии Российской Федерации:

1. Митрофанов О.В., Торопылина Е.Ю. Определение параметров подкрепленных панелей из композитных материалов при ограничениях по устойчивости с учетом влияния дефектов при сжатии и сдвиге. Конструкции из композиционных материалов. - 2024. - № 2 (174). - С. 9-16.

2. Митрофанов, О. В., Торопылина Е.Ю. Определение толщин ортотропных панелей кессона крыла при закритическом состоянии с учетом мембранных и изгибных напряжений. Вестник Московского авиационного института. – 2024. – Т. 31, № 1. – С. 82-92.

3. Митрофанов, О. В., Торопылина Е.Ю. Определение толщин гладких металлических панелей при ограничениях по устойчивости и статической прочности в случае закритического поведения с учетом мембранных и изгибных

напряжений. Инженерный журнал: наука и инновации. – 2024. – № 6(150). – DOI 10.18698/2308-6033-2024-6-2365.

4. Митрофанов О.В., Торопылина Е.Ю., Дудченко А.А. Оценка геометрически нелинейного состояния поверхностных дефектов средней толщины ортотропной структуры в композитных панелях при сжатии и сдвиге с учетом жесткого опирания. Справочник. Инженерный журнал. – 2024. – № 12(333). – С. 43-51. – DOI 10.14489/hb.2024.12.pp.043-051. – EDN AUGJAR.

5. Митрофанов О.В., Торопылина Е.Ю., Бабинцев А.С., Желонкин С.В., Сабиров Б.Р. Экспериментальные исследования устойчивости металлических прямоугольных панелей с учетом сквозных повреждений при продольном сжатии // Естественные и технические науки. – 2025. – № 7(206). – С. 165-168. – DOI 10.25633/ETN.2025.07.15. – EDN FXTGIO

Научные статьи в материалах конференций, входящих в международные системы цитирования:

1. Mitrofanov O., Toropylina E., Smolyaninov A., Lukmanova I. 2023. Design of z-shaped reinforced panels of composite materials under compression and shear. E3S Web of Conferences: Ural Environmental Science Forum “Sustainable Development of Industrial Region”: P. 05015. – DOI 10.1051/e3sconf/202338305015

2. Mitrofanov O., Toropylina E., Belyaeva S., Chulyenkov A. 2023. Peculiarities of calculation and design of smooth orthotropic panels with considering geometric nonlinear behavior. E3S Web of Conferences: Ural Environmental Science Forum “Sustainable Development of Industrial Region”: P. 06024. – DOI 10.1051/e3sconf/202338906024

Материалы всероссийских и международных научных конференций:

1. Торопылина Е.Ю. Актуальные задачи исследований допускаемых дефектов в композитных панелях и стенках при обеспечении устойчивости и прочности при закритическом состоянии при сжатии и сдвиге // Сборник тезисов работ международной молодежной научной конференции XLIX Гагаринские чтения, 11-14 апреля 2023 г. – Москва: Изд-во «Перо», 2023. – С. 55, – URL: <https://gagarin.mai.ru/files/2023/abstracts2023.pdf>

2. Митрофанов О.В., Торопылина Е.Ю. Численные исследования критических напряжений тонких композитных обшивок с учетом дефектов и уточненная аналитическая методика проектирования подкрепленных панелей при обеспечении устойчивости с учетом комбинированного действия сжимающих и касательных потоков //, Алушта, 29 августа – 03 2023 года. – Москва: Издательство "Перо", 2023. – С. 91-92.

3. Митрофанов О.В., Торопылина Е.Ю. Особенности общей методики проектирования плоских композитных панелей средних толщин при допустимости геометрически нелинейного поведения с учетом обеспечения статической прочности при сжатии // Скоростной транспорт будущего: перспективы, проблемы, решения: Тезисы 2-ой Международной конференции, Алушта, 29 августа – 03 2023 года. – Москва: Издательство "Перо", 2023. – С. 84-85.

4. Митрофанов О.В., Торопылина Е.Ю. Проектирование гладких металлических панелей средней толщины с учетом обеспечения устойчивости и

прочности при закритическом поведении // Авиация и космонавтика: Тезисы 22-ой Международной конференции, Москва, 20–24 ноября 2023 года. – Москва: Издательство "Перо", 2023. – С. 36-37.

5. Митрофанов О.В., Торопылина Е.Ю. Проектирование плоских композитных панелей при допустимости закритического поведения с учетом обеспечения статической прочности при сжатии и сдвиге // Проблемы прочности авиационных конструкций и материалов: Материалы конференции, Новосибирск, 6-9 сентября 2023 г. – Новосибирск: Издательство «СибНИА», 2023. – С. 45-46

6. Митрофанов О.В., Торопылина Е.Ю., Огурцов М.С. Аналитическая методика проектирования сжатых подкрепленных панелей при обеспечении условий устойчивости с учетом численных и экспериментальных исследований критических напряжений композитных обшивок с дефектами // Проблемы прочности авиационных конструкций и материалов: Материалы конференции, Новосибирск, 6-9 сентября 2023 г. – Новосибирск: Издательство «СибНИА», 2023. – С. 47

7. Митрофанов О.В., Мольков О.Р., Торопылина Е.Ю. Численные исследования устойчивости композитных панелей при сжатии и сдвиге с учетом сквозных дефектов и деформаций поперечного сдвига / О. В. Митрофанов, О. Р. Мольков, Е. Ю. Торопылина // Скоростной транспорт будущего: перспективы, проблемы, решения: тезисы 3-й Международной научно-технической конференции, Москва, 26–30 августа 2024 года. – Москва: Перо, 2024. – С. 61-62. – EDN NZVCWO.