

Министерство образования и науки Российской Федерации
МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(национальный исследовательский университет)

На правах рукописи

Зо Мин Тайк

**КОНТРОЛЬ И УПРАВЛЕНИЕ БЕЗОПАСНЫМ ДВИЖЕНИЕМ
ПАССАЖИРСКИХ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ ПРИ ПЕРЕСЕЧЕНИИ
ИХ МАРШРУТОВ И РЕЧНЫХ СУДОВ ПРИ ИХ СБЛИЖЕНИИ**

Специальность 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (информатика, управление и вычислительная техника)

Диссертация на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Научный руководитель:

доктор технических наук, профессор

заслуженный деятель науки РФ

Лебедев Георгий Николаевич

Москва – 2014

Содержание

Введение.....	4
Глава I. Анализ функционирования известных систем контроля и управления безопасным движением судов и постановка задачи.....	12
1.1 Анализ функционирования известных систем контроля и управления движением судов.....	12
1.1.1 Обзор известных систем причаливания речных судов	12
1.1.2 Обзор известных САУ движением речных судов	22
1.1.3 Синтез оптимального линейного регулятора САУ движением судов при переменной функции штрафов в процессе сближения с малоразмерным препятствием	29
1.1.4 Вычисление спрогнозированной функции риска с помощью уравнений Беллмана	38
1.1.5 Анализ известных систем управления воздушным движением...40	
1.2 Общая постановка задачи.....	44
1.3 Выводы по главе 1	49
Глава II. Классификация встречного движения судов и выбор наиболее опасного, очередного судна, движущегося поперечным курсом	50
2.1 Классификация встречного движения судов.....	50
2.2 Определение приоритетов встречающихся судов по критерию наибольшей опасности сближения на поперечных курсах	52
2.3 Логика выбора задающих воздействий для системы управления сближающихся судов	57
2.4 Выводы по главе 2.....	61
Глава III. Синтез оптимального управления безопасным движением судов при поперечном пересечении их маршрутов	62
3.1 Анализ известных методов оптимального управления.....	62
3.1.1 Динамическое программирование	62
3.1.2 Аналитическое конструирование регуляторов и применение для их синтеза динамического программирования.....	77

3.2	Синтез оптимального линейного регулятора управления боковым движением основного и встречных судов, сближающихся на строго поперечных курсах	81
3.3	Синтез оптимального линейного регулятора управления движением основного судна при встрече с несколькими судами при пересечении их маршрутов под произвольным углом	90
3.4	Выводы по главе 3	95
Глава IV. Определение функции риска возможного столкновения судов с помощью динамического программирования для регулирования скорости их попутного движения		96
4.1	Вычисление спрогнозированной функции риска поперечного движения с помощью уравнения Беллмана	96
4.2	Зависимость функции риска от скорости движения судов	98
4.3	Формирование двухуровневой структуры контроля и управления скоростью движения судов	99
4.4	Выводы по главе 4	102
Глава V. Моделирование на ЭВМ системы управления и контроля безопасности поперечного движения судов		103
5.1	Моделирование бокового движения без контроля безопасности сближения двух речных судов	103
5.2	Моделирование с контролем безопасности сближения при управлении боковым и попутным движением	105
5.3	Моделирование работы системы управления и контроля в целом при поперечном движении группы речных судов	106
5.4	Анализ возможности использования предложенного подхода при управлении воздушным движением	111
5.5	Выводы по главе 5	119
Заключение		120
Список литературы		121

Введение

Вопросы безопасности пересечения траекторий движения воздушных судов остро стоят на практике при организации прилета и вылета на наиболее загруженные аэродромы. Особенно это актуально для таких крупных аэроузлов, как Московский, который включает в себя три базовых аэродрома Внуково, Домодедово и Шереметьево. Существует ряд ситуаций при управлении воздушным движением, в которых воздушные суда (ВС) должны изменить свой план полета и попасть на новую, заданную линию пути в определенном порядке. К таким случаям относится, в частности, ситуация внезапного изменения условий посадки на различные ВПП по метеорологическим или техническим причинам. Проблема перенацеливания группы ВС в Московском узловом диспетчерском районе (МУДР) тесно связана со структурой воздушного пространства, которая может существенно меняться с изменением хотя бы одного из 8-ми посадочных курсов базовых аэродромов Внуково(W), Домодедово(D), Шереметьево(Sh). Всего получается 2^4 вариантов структуры воздушного пространства.

Практическое решение данной задачи требует учета многочисленных факторов внешней среды, основным из которых являются погодные условия. Так, изменение или неустойчивое направление ветра на взлетно-посадочной полосе может привести к перемене посадочного курса хотя-бы одного из трех аэродромов МУДР, что вносит существенные изменения структуры стандартных маршрутов, которые могут пересекаться [3,6,9].

Если вначале петли есть возможность выйти на трассу сразу, самолет разворачивается и входит в эшелон захода на посадку. Если трасса занята, то самолет летит по петле дальше, пока эшелон захода на посадку занят. Таким образом, возможная очередь судов рассасывается, и организуется их заход на посадку на безопасных дистанциях друг от друга.

Ясно, что у каждой трассы захода на посадку на ту или иную ВПП должна быть своя петля, имеющая имя «тромбон», на котором исключена возможность сближения судов и пересечения их маршрутов.

Данная задача может интерпретироваться как задача «автоматизации векторения» т.е. задача изменения ранее заданных и отчасти выполненных условий путем задания дополнительных, неформализованных заявок с целью оптимальной адаптации к новым условиям. При перелете воздушных судов с одной трассы на другую опасного сближения при пересечении их маршрутов можно избежать, если после возникновения команды на “перевекторение” потребовать сразу перейти воздушным судам на разные эшелоны по высоте – например при движении судов вокруг Московского аэроузла в одну сторону по часовой стрелке – снизиться на величину $\Delta H = 100 \div 200$ м, а при их движении против часовой стрелки - подняться на величину ΔH . Тогда при встречном пересечении этих маршрутов в любой точке гарантирована безопасность полета.

Указанный маневр будет сопряжен с первыми дополнительными потерями ΔE_1 . Вторые дополнительные потери топлива ΔE_2 возникнут, когда воздушные суда подлетят к вновь назначенным трассам и попадут в очередь на обслуживание соответствующего «тромбона». В этой ситуации судам придется вновь вернуться на посадочную высоту H_0 - одним судам путем подъема, другим - путем снижения.

Суммарные потери $\Delta E_1 + \Delta E_2$ естественно должен быть учтены при понижении динамических приоритетов тех судов, у которых число пересечений с другими маршрутами будет наибольшими. Количественная оценка потерь топлива на маневрирование по высоте требует отдельных исследований и выходит за рамки данной работы.

Таким образом весьма часто возникают случаи опасного сближения воздушных судов, и даже возможно пересечение их маршрутов, как показано на рис 1.2., где n и m - координаты местоположения судов в земной системе координат.

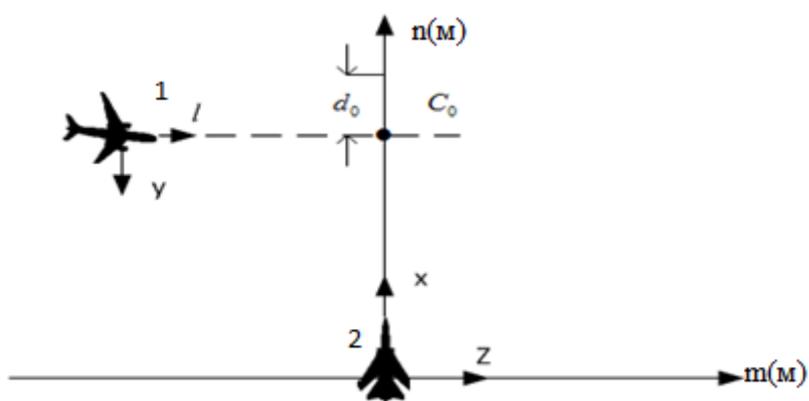


Рис.1.2 Пересечение маршрутов в точке C_0 при поперечном движении воздушных судов

Аналогичные ситуации возникают при оживленном движении речных судов в акватории крупных морских и речных портов [15,18,22-26,42-46]. Чтобы избежать их столкновение, существуют следующие возможности:

- выполнение боковых маневров с целью уклонения от вероятной точки встречи, что возможно осуществить для любого транспорта;

- для воздушных судов, летящих на разной высоте, есть возможность разминуться при дополнительных затратах топлива;

- согласованное регулирование попутной скорости движения (один тормозит, другой повышает скорость).

- предварительное планирование маршрутов с использованием не только критерия минимума пройденного пути, но и безопасности движения.

Нужно заметить, что задача многомерной маршрутизации по критерию минимума числа пересечений решается в других технических областях [16,19-21]. Однако в этом случае динамика самого движения по маршрутам не учитывается. В данной работе задача самой маршрутизации не рассматривается.

Актуальность работы. Вопросы безопасности движения воздушных судов при пересечении их траекторий остро стоят на практике при организации прилета и вылета на наиболее загруженные аэродромы, к которым относится Московский аэроузел, включающий в себя аэропорты Внуково, Домодедово и Шереметьево. Внезапное изменение или неустойчивое направление ветра может привести к изменению посадочного курса, что вносит существенные изменения структуры маршрутов полета, которые могут пересекаться.

Аналогичные ситуации часто возникают в акватории крупных морских и речных портов при оживленном движении судов. Сложность перечисленных ситуаций требует в помощь человеку автоматизации принятия ответственных решений по изменению режима движения для исключения опасного сближения судов. Поэтому тема данной диссертационной работы, посвященная разработке алгоритмов

автоматического контроля и управления безопасным движением судов различного класса при их сближении, является **актуальной**.

Целью диссертационной работы является повышение безопасности движения воздушных или речных судов на пересекающихся курсах под произвольным углом. Объектом исследования являются системы управления боковым движением и скоростью судов, гарантирующие безопасность их сближения. Предметом исследования являются алгоритмы автоматического контроля и управления безопасным движением судов на пересекающихся курсах и их совместного взаимодействия, чтобы избежать столкновение.

На защиту выносятся следующие основные научные положения:

1. Метод классификации типов сближения судов и автоматического определения предупредительных мер избежания их столкновения.
2. Алгоритм двухступенчатой оценки прогнозируемого риска опасного сближения судов для формирования сигналов предупредительной и аварийной тревоги.
3. Алгоритмы оптимального управления боковым движением двух сближающихся судов при уклонении от опасной точки встречи.
4. Результаты моделирования на ЭВМ, подтвердившие эффективность предложенного подхода, использующего средства автоматического управления и контроля.

Научная новизна полученных результатов состоит в следующем:

1. Поперечное движение имеет два типа-левое и правое, для каждого из которых действует своё правило: если встречное слева судно не достигает прогнозируемой точки встречи, то оба судна маневрируют вправо, в противном случае – оба влево. Если встречное справа судно не достигает прогнозируемой точки встречи, то оба судна маневрируют влево, в

противном случае – вправо. Таким образом, правило маневрирования в отличие от известного зависит не только от направления движения судов, но и от знака прогнозируемой минимальной дистанции между ними.

2. При оценке риска опасного сближения судов предложено вычислять две оценки:

- формирование сигнала предупредительной тревоги с помощью вычисления минимальной дистанции между судами при гипотезе о их прямолинейном движении по заданным курсам. При этом автоматически среди всех судов выявляется одно наиболее опасное судно, от встречи с которым нужно уклониться;
- формирование функции риска с помощью правой части уравнения Беллмана при гипотезе об оптимальном управлении уклонением судов от точки встречи. При превышении этой функции заданного порога формируется второй сигнал аварийной тревоги для экстренного торможения.

3. Найденный с помощью динамического программирования закон управления боковым движением каждого из двух судов учитывает текущее состояние как “своих” координат, так и координат положения, скорости и курса встречного судна при любой разнице в курсах, не превышающей по модулю 90° .

Практическая ценность работы состоит в следующем. Полученные алгоритмы обеспечивают автоматический контроль и управление движением на борту судна, что исключает влияние человеческого фактора. Главное – формирование двухступенчатой оценки прогнозируемого риска позволяет своевременно вмешаться в процесс управления и резко повысить безопасность движения в сложной динамической обстановке.

Кроме того, полученные результаты были использованы в учебном процессе кафедры 301 МАИ в виде лабораторной работы при магистерской

подготовке по направлению “Управление и информационные технологии в технических системах”, что подтверждено актом о внедрении.

Достоверность полученных результатов подтверждена математическим моделированием на ЭВМ системы контроля и управления безопасным поперечным движением судов, использованием при синтезе оптимального управления научно - обоснованного метода динамического программирования.

Значимость для науки и практики работы состоит в том, что предложенный путь автоматизации оценки опасности текущей ситуации и принятия решений о способе управления весьма эффективен в отличие от ручного управления и пригоден для различных видов транспорта – самолетов, речных и морских судов, автомобилей и т.д.

Личный вклад автора состоит в проведении анализа известных способов управленных речных и воздушных судов; разработке алгоритмов контроля безопасности и управления боковым и продольным движением; личном участии в моделировании на ЭВМ и подготовке основных публикаций.

Публикации и апробация работы. По теме диссертации опубликовано 8 работ, из них 5 – в изданиях, рекомендованных ВАК. Научные и прикладные результаты докладывались и обсуждались на международном научно – техническом семинаре «Современные технологии в задачах управления, автоматизации и обработки информации» г. Алушта в 2012, 2013 и 2014 годах.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и библиографического списка. Список использованных источников включает 59 ссылок на научную библиографию по теме проводимых исследований в диссертационной работе.

Глава I. Анализ функционирования известных систем контроля и управления безопасным движением судов и постановка задачи

1.1 Анализ функционирования известных систем контроля и управления движением судов

1.1.1 Обзор известных систем причаливания речных судов

Одна из задач управления причаливания судна в данной работе – это задача планирования траектории движения корабля при приближении к месту швартовки. На данный момент уже существуют определенные наработки в этой области. Рассмотрим наиболее распространенные из них [56-59].

Выполнение привалов и отвалов

Привалом называется маневр подхода судна к причалу, берегу, другому судну, плоту и т. д. Привалы являются наиболее сложными видами маневров. Существуют различные способы привалов, каждый из которых применяют при определенных сочетаниях ветра и течения в зависимости от конструктивных особенностей и маневренных качеств судна, характеристики причала и т. д. Задача судоводителя заключается в том, чтобы выполнить маневр безопасно, в короткий срок и с минимальным числом реверсов двигателя. По тому, как судоводитель выполняет привал (особенно в сложных условиях), судят обычно о его профессиональном мастерстве.

Процесс привала состоит из следующих основных элементов: подготовки к привалу, маневрирования при подходе к причалу, другому судну или берегу, швартовных операций. Подготовка к привалу заключается в оценке окружающей обстановки на подходе к причалу; оценке гидрометеорологических факторов в момент приближения к месту стоянки; приведении в готовность технических средств для маневрирования

(подруливающего и якорного устройств, систем дистанционного управления); подготовке экипажа к маневру.

На основе информации об окружающей обстановке у причала и гидрометеорологических факторов вахтенный начальник принимает решение о способе привала. О своих намерениях по маневрированию он сообщает по УКВ радиосвязи судоводителям других судов, находящихся на акватории. Наметив план маневрирования для привала, вахтенный начальник объявляет палубной команде о подготовке к швартовке.

Выбор способа выполнения привала зависит в основном от степени воздействия на судно ветра и течения, а также от маневренных возможностей судна. Наибольшую сложность для маневрирования при привалах вызывает ветер отвального или навалного направления и переменной силы. Течение в районе причалов, как правило, ровное и довольно стабильное по скорости. Поэтому его легко учесть при маневрировании.

Рассмотрим силы и моменты сил, действующих на судно в процессе маневрирования при ветре и течении (рис. 1.3). Можно считать, что сила ветра приложена в центре парусности судна, а сила течения - в центре гидродинамического давления. Места их приложения не остаются неизменными, а зависят от курса судна относительно направлений ветра и течения, а также загрузки и скорости судна. Эти силы можно разложить на боковые и попутные составляющие. Боковые составляющие P_{TV} и P_{BV} смещают судно в направлении, перпендикулярном направлению движения, а попутные составляющие P_{TX} и P_{BX} направлены вдоль линии движения и соответственно изменяют скорость поступательного движения судна. Кроме того, боковые составляющие сил ветра и течения создают поворачивающие моменты M_B и M_T , вызывая вращательное движение судна.

Для того чтобы обеспечить перемещение судна по безопасной траектории, судоводителю необходимо избрать правильный курс

относительно причала и противопоставить силам течения и ветра силы упора T_1 и T_2 движителей и рулевую силу P_y , создав моменты руля M_B и движителей $M_{ДВ}$ противоположного направления, а при наличии подруливающих устройств - силы упора этих устройств. Кроме того, при необходимости можно использовать держащую силу якоря, приложенную к носовой оконечности или корме судна.

При одновременном наличии течения и ветра в процессе привала судно удерживают под углом к причалу по линии равнодействующей этих сил (рис. 1.3а), иначе под действием суммарной (течения и ветра) силы дрейфа (рис. 1.3б) судно может потерять управляемость и удариться о причал. В случае воздействия на судно только одного фактора, например течения, его влияние на траекторию судна аналогично. При этом если носовая оконечность судна отклонена в сторону причала под большим углом к течению, то под действием силы $P_{ТХ}$ может возникнуть опасность навала на причал.

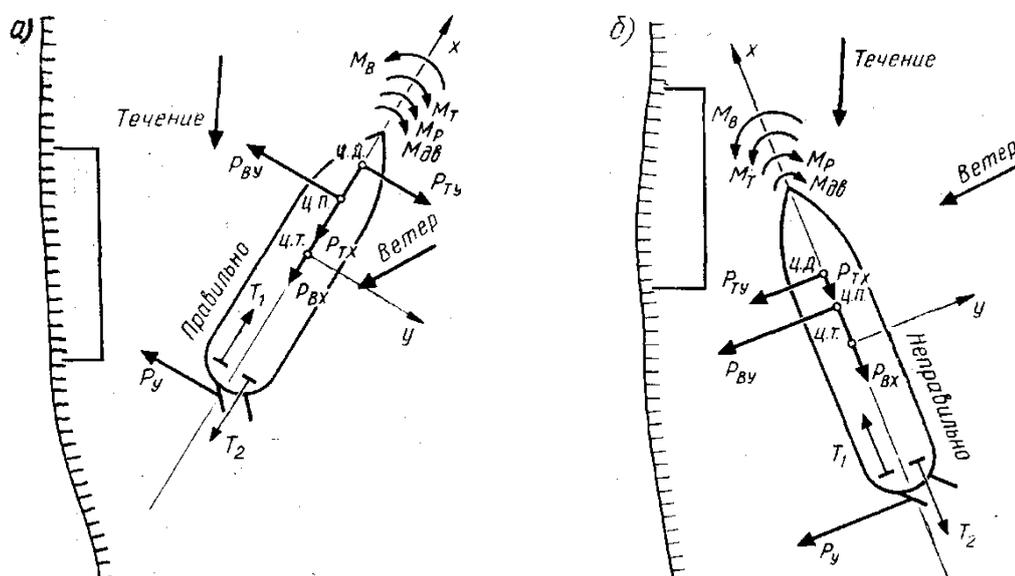


Рис.1.3 Схема сил, действующих на судно при подходе к причалу

Если судно в процессе подхода окажется отклоненным под большим углом в стрелневую сторону (рис. 1.3а), то под действием боковой

составляющей P_{TV} его развернет носовой оконечностью на стрежень и отбросит от причала. Чем больше скорость течения и угол между его направлением и ДП судна, тем сильнее влияние бокового сноса. Поэтому при привалах на течении необходимо выбирать оптимальное, направление движения к причалу с учетом скорости течения и не допускать резких отклонений судна и в сторону причала, и в сторону стрежень.

При малых скоростях судна течение особенно сильно влияет на его траекторию, поэтому во избежание потери управляемости необходимо своевременно переключать руль в нужную сторону или же движитель должен работать на передний ход. При маневрировании на сильном течении рекомендуется постоянно удерживать судно носовой оконечностью вразрез струям течения.

Способы привала судов

Привал против течения при отсутствии ветра (рис. 1.4) осуществляют следующим образом. На расстоянии до причала, определяемом инерционными характеристиками судна и скоростью течения, судоводитель направляет судно на какой-либо ориентир, расположенный выше причала (положение I. Ход при этом постепенно убавляют (положения I - II) и начинают торможение (положения II - III) так, чтобы пролет судна в момент его остановки находился на 2-3 м выше пролета причала. Погасив инерцию, необходимо быстро подать и закрепить носовой швартов (положение IV).

Как только пролеты судна и причала совпадут, прямой и обратный швартовы закрепляют на кнехтах, выбирают слабинку носового и кормового швартово, их также закрепляют на кнехтах. Закрепив швартовы и убедившись в том, что судно неподвижно относительно причала, подают трап.

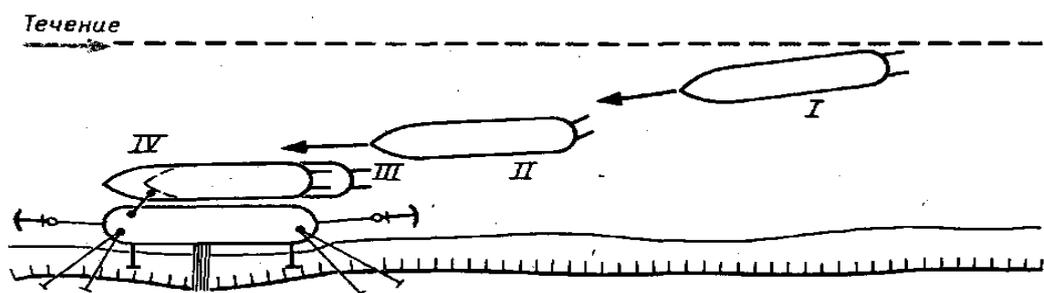


Рис.1.4 Схема привала против течения при отсутствии ветра

Привал против течения с оборотом - довольно часто встречающийся маневр. Если судно следует по течению, то для выполнения привала необходимо сделать оборот, так как подходить к причалу против течения намного легче, чем по течению. Оборот выполняют к причалу либо от причала. Выполнив оборот, судоводитель действует точно так же, как было описано выше. Если диаметр циркуляции выбран правильно, то судно, сделав оборот, окажется на одну-полторы длины корпуса судна ниже причала и в 10-20 м от него по траверзу. К этому моменту скорость уже небольшая вследствие ее естественного падения на циркуляции, и погасить инерцию судна не трудно.

Привал по течению без оборота при отсутствии ветра (рис. 1.5) выполняют значительно реже, чем привал с оборотом, так как он связан с большим риском навала судна на причал и может быть выполнен только опытным судоводителем. Такой привал выполняют в тех случаях, когда оборот судна невозможен. Существуют два способа выполнения этого маневра.

Более простым является привал кормой вперед (рис. 1.5а), его обычно применяют на колесных и одновинтовых судах.

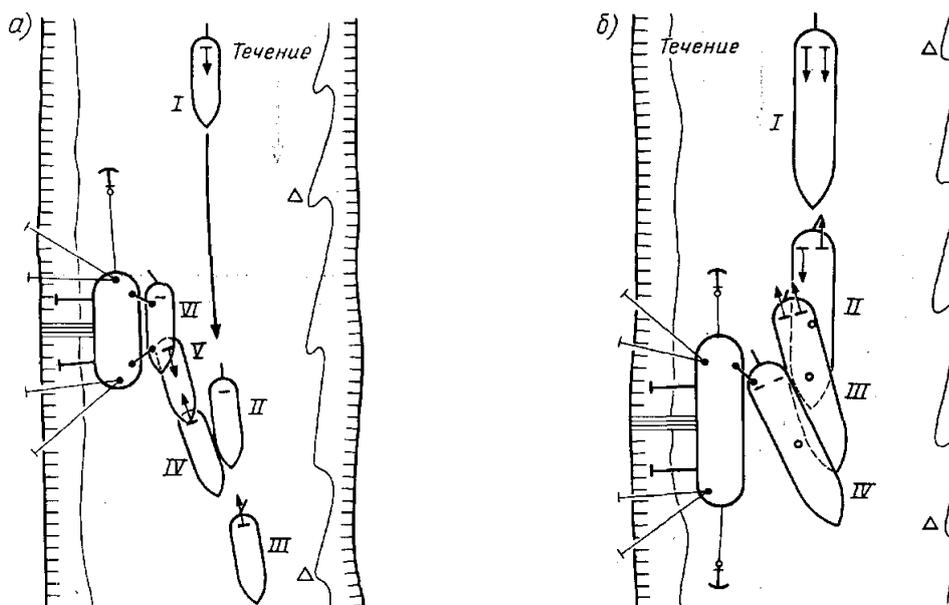


Рис.1.5 Схема привала по течению без оборота при отсутствии ветра

Судно приближается к причалу малым ходом (положение I). Пройдя причал (положение II), движитель останавливают, переключают руль в стрелковую сторону и дают задний ход (положение III), направляя корму; судна на носовое плечо причала (положение IV). Угол между ДП судна и линией причала зависит от скорости течения: чем она больше, тем меньше должен быть угол. Обычно он составляет 10-15°. Вблизи причала гасят инерцию (положение V) и, когда корма судна поравняется с верхним плечом причала, подают кормовой швартов (положение VI).

Способ привала наплывом на причал или кормой с хода (рис. 1.5б) более сложен и применяется на двух- и трех- винтовых судах. Не доходя одного-полутора значений длины судна до причала, начинают гасить инерцию (положения I и II) и направляют судно несколько в сторону от причала (положение III). При работе винтами враздрай или назад переключают руль в стрелковую сторону и начинают прижимать корму к причалу (положение IV). В момент касания судном причала, первым подают и закрепляют кормовой швартов, а затем средний и носовой. На трехвинтовых судах средний винт работает вперед, внешний - назад, а

внутренний держат в режиме «Товсь назад», подруливающее устройство включают в сторону причала.

При слабом навальном ветре и встречном течении (рис. 1.6а) судно подходит к причалу по направлению равнодействующей сил течения и ветра (положение I). При этом на судно действуют боковые составляющие силы течения P_{TY} , силы ветра P_{BY} , а также попутные составляющие P_{TX} и P_{BX} . Для того чтобы исключить боковой снос судна силами P_{TY} и P_{BY} , его удерживают посредством перекладки руля в сторону ветра, создавая поворачивающий момент рулевой силы P_Y . Силы P_{TX} и P_{BX} оказывают на судно тормозящее воздействие, не вызывая бокового сноса.

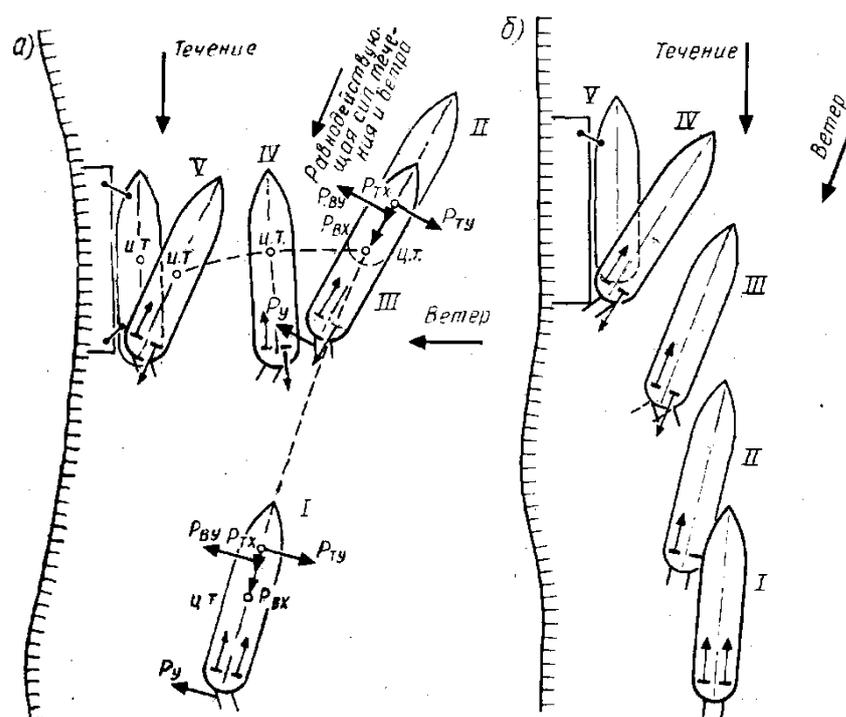


Рис.1.6 Схема привала при слабом навальном ветре и встречном течении

Погасив инерцию движения вперед (положение II), судно под действием силы течения спускается по течению и приближается к причалу. Чтобы судно не снесло и оно приближалось к причалу по безопасной траектории (положения III и IV), движители работают враздрай малым

ходом, кроме того, переключают рули. Необходимо стремиться к тому, чтобы судно коснулось причала кормой (положение V).

Если скорость сближения кормы с причалом слишком большая, руль переключают в сторону причала, а если слишком малая - в стрелковую сторону. Когда корма коснется причала, переключая рули, плавно подводят к нему носовую часть судна.

При сильном встречно - навалном ветре и слабом течении (рис. 1.6б) привал осуществляют носовой частью на ветер. На подходе к причалу, (положение I) судно удерживают почти параллельно ему под небольшим углом на ветер. Ход постепенно убавляют и останавливают движитель со стрелкового борта (положение II). Затем судно выводят на курс строго против ветра (положение III), движитель со стрелковой стороны включают на задний ход. При этом сила упора движителя, работающего на задний ход T_2 должна быть значительно больше силы упора движителя, работающего на передний ход T_1 , что обеспечивает гашение инерции.

Винты судна работают враздрай. Переключая рули, судно удерживают против ветра так, чтобы оно имело небольшой дрейф в сторону причала. Регулируя режим работы движителей и переключая рули, плавно подводят корму (положение IV), а затем и носовую часть судна к причалу (положение V). При этом работу винтов враздрай не прекращают до полной швартовки судна.

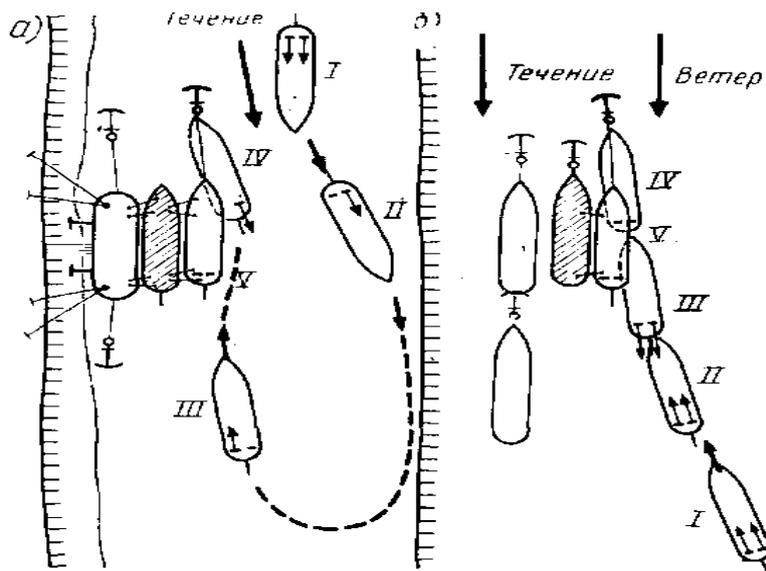


Рис.1.7 Схемы привала к другому судну

Маневрирование при привале к судну, стоящему у причала (рис. 1.7а) состоит в том, что судно, которое намерено подойти к другому судну, заблаговременно убавляет ход (положение I), выполняет (если идет сверху) оборот (положения II и III) и, убавив ход, направляется вверх по течению. Отдав якорь (положение IV), потравливают якорную цепь, регулируя работу двигателей и переключая рули, подходят к судну и ошвартовываются. Когда борта судов поравняются, подают швартовы (положение V).

Привал к судну, стоящему на якорю (рис. 1.7б), выполняют так же, как и к судну, стоящему у причала. Приближаясь к месту швартовки (положение I), судно, которое намерено выполнить привал, держится несколько выше стоящего на якорю судна. Затем на швартующемся судне своевременно убавляют ход (положение II), останавливают и реверсируют двигатель на задний ход (положение III), затем, погасив инерцию переднего хода, отдают правый якорь (положение IV). Потравливая якорную цепь и маневрируя посредством винтов и рулей, приближаются к стоящему судну и подают на него швартовы (положение V).

Нередко в крупных портах с несколькими причалами судну приходится подходить к причалу в стесненных условиях (рис. 1.8), когда нужный для швартовки причал находится между стоящими судами. Подход к причалу в таких условиях всегда труден и еще более осложняется в условиях навалного ветра или сильного течения. Этот маневр суда, не имеющие подруливающих устройств (рис. 1.8а), осуществляют с раскатом кормы. На самом малом ходу при работе винтами враздрай судно направляется примерно к середине причала под углом 30 - 40° (положение I). При этом сила упора движителя, работающего назад, T_2 должна быть больше силы упора движителя, работающего вперед T_1 , что обеспечивает постепенное гашение инерции переднего хода. Когда корма пройдет носовую часть стоящего у нижнего причала судна (положение II), руль переключают в стрелневую сторону. После этого корма получает раскатку в сторону причала.

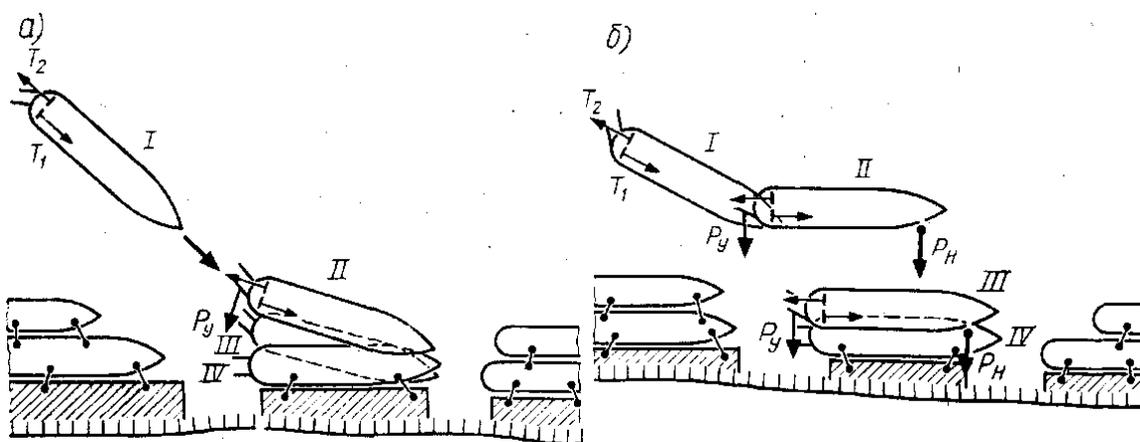


Рис.1.8 Схемы привала в стесненных условиях без использования и с использованием подруливающих устройств

В этот момент частоту вращения винта, работающего назад, увеличивают с таким расчетом, чтобы судно погасило инерцию, не доходя до судов, стоящих у верхнего причала. Скорость раската кормы регулируют изменением угла перекладки руля. Когда носовая часть судна подойдет

достаточно близко к причалу (положение III), подают и крепят носовой швартов. Затем поджимают корму и подают кормовой швартов (положение IV).

Суда с подруливающими устройствами подходят к причалу лагом (рис. 1.8б). На подходе к причалу (положение I) судно выводят на траверз места швартовки (положение II), гасят инерцию, при этом движители работают враздрай, рули переключают в стрелковую сторону и включают носовое подруливающее устройство в сторону причала. Регулируя режим работы винтов (силы упора T_1 и T_2) и переключая рули, перемещают судно в нужном направлении (положение III). Когда судно плавно коснется причала бортом, подают швартовы (положение IV).

1.1.2 Обзор известных САУ движением речных судов

В последнее время всё большее внимание уделяется вопросам автоматического управления движением транспортных средств, в том числе речных судов. При этом преследуется цель повышения безопасности движения путем исключения влияния человеческого фактора. Так в одновременно решаются две задачи – синтеза оптимального регулирования бокового движения судна при встрече с препятствием, и контроля безопасности при вычислении функции риска опасного сближения. Обе задачи решены в методе динамического программирования.

Силы и моменты, обусловленные воздействием на судно ветра и морских волн

Аэродинамические силы и моменты

Под аэродинамическими силами и моментами понимаются усилия, обусловленные перемещением судна относительно воздуха и приложенные к надводной части судна. Эти усилия достигают значительных величин при наличии ветра [56].

Ветер представляет собой турбулентный воздушный поток, скорость v_a которого имеет пульсационный характер и является случайной функцией времени. Для количественного описания скорости ветра применяется аппарат теории случайных функции.

В общем случае скорость ветра складывается из двух составляющих - средней скорости [математического ожидания $\bar{v}_a(t)$], постоянной в течение определенного промежутка времени t , колеблющегося от 10 мин до 3-5ч, и переменной составляющей, являющейся случайной стационарной центрированной функцией времен, удовлетворяющей требованию эргодичности. Переменная составляющая, в свою очередь, состоит из турбулентной v_{aT} и волновой v_{aB} составляющих. Турбулентные пульсации скорости ветра наблюдаются во всех направлениях, однако для оценки управляемости и условий удержания судна на месте важны пульсации в направлении средней скорости ветра. Волновая составляющая скорости ветра определяется морским волнением. При развитии ветроволнового процессе, когда характеристики его являются стационарными функциями, средняя скорость ветра, волновая и турбулентная составляющие скорости ветра совпадают с генеральным направлением бета волн.

Для определения спектральных плотностей турбулентной S_T и волновой S_B , составляющих скорости ветра можно рекомендовать следующие формулы:

$$S_T(\sigma_a) = \frac{D_{v_a} \alpha_1}{\sigma_a^2 + \alpha_1^2} \quad (1.1)$$

где σ_a – круговая частота; D_{v_a} – дисперсия, вычисляемая по формуле:

$$D_{v_a} = \left[\frac{v_{a10}}{\ln(z/z_R)} \right]^2 \quad (1.2)$$

$\alpha_1 = 2/3$ (по средним статистическим данным) – коэффициент затухания;

$z_R = 0.65 \cdot 10^{-5} \bar{g}_{a10}^2$ – аэродинамическая шероховатость подстилающей поверхности; \bar{g}_{a10} – средняя скорость ветра на высоте $z = 10 м$.

Спектральная плотность волновой составляющей скорости ветра вычисляется по той же формуле, что и спектральная плотность ординат морского волнения, если в ней изменить только величину дисперсии:

$$D_{g_b} = 1.49 \beta_1^2 D_\zeta e^{-2z/\lambda_0} \quad (1.3)$$

где D_ζ – дисперсия ординат волнения; $\beta_1 = 0.82 \bar{\sigma}_1$; $\bar{\sigma}_1$ – средняя частота волнения; λ_0 – расчетная длина морской волны.

Наряду с приведенными формулами для вычисления суммарной спектральной плотности переменной составляющей скорости ветра можно также пользоваться формулой Давенпорта:

$$S_a(\sigma_a) = \frac{9.510^5 k \sigma_a}{\left[1 + \left(\frac{194 \sigma_a}{\bar{g}_a} \right)^2 \right]^{4/3}} \quad (1.4)$$

где $k = 0.005$ – коэффициент сопротивления подстилающей поверхности.

Средняя скорость ветра при развитии ветроволновом процессе изменяется в зависимости от высоты z над уровнем моря по закону:

$$\bar{g}_a = \bar{g}_{a_0} \frac{\ln(z / z_R)}{\ln(z_a / z_R)} \quad (1.5)$$

где \bar{g}_{a_0} – средняя скорость ветра на заданной высоте, например на высоте $z_a = 10 м$, т.е. $\bar{g}_{a_0} = \bar{g}_a(10) = \bar{g}_{a10}$.

Средняя скорость ветра на высоте 6 м над уровнем моря в зависимости от балльности определяется шкалой Бофорта.

Силы ветрового воздействия в связанной с судном системе координат вычисляются по формулам:

$$X_A = \frac{1}{2} C_{AX} \rho_A g_R^2 A_{VB} \quad (1.6)$$

$$Y_A = \frac{1}{2} C_{AY} \rho_A g_R^2 A_{VL} \quad (1.7)$$

$$Z_A = \frac{1}{2} C_{AM} \rho_A g_R^2 A_{VL} L \quad (1.8)$$

где аэродинамические коэффициенты C_{AX} , C_{AY} и C_{AM} зависят от угла кажущегося ветра γ_R .

При решении большинства задач для математического описания сил от ветра мгновенное положение и скорость судна связывают с полем постоянного ветра, для чего используют понятия истинного и кажущегося ветра. Под истинным понимается ветер в координатах, связанных с Землей. Кажущийся ветер – это ветер в координатах, связанных с судном; и только от него зависят аэродинамические силы и моменты.

Если судно неподвижно, скорости истинного и кажущегося ветра совпадают. Если судно движется, скорость истинного ветра геометрически складывается со скоростью потока, обусловленного движением судна, так что скорость кажущегося ветра отличается от скорости истинного ветра тем больше, чем больше скорость судна.

Гидродинамические силы и моменты от действия волн

Величины гидродинамических сил и моментов, возникающих на корпусе судна при действии морских волн, зависят от высоты и частоты волн, скорости судна и направления его движения по отношению к волнам и определяются суммой переменной (периодической) и постоянной (точнее, медленно меняющейся) составляющих.

Постоянные силы и моменты могут оказать заметное влияние на поведение судна при малых скоростях, характерных, в частности, для режимов позиционирования. В настоящее время общепризнанные методики их расчета отсутствуют. Поэтому для конкретного судна указанные силы и моменты определяются обычно экспериментальным путем. Результаты испытаний по определению постоянных составляющих сил и моментов на регулярном волнении представляются в виде безразмерных коэффициентов:

➤ силы сопротивления:

$$C_{BX} = \frac{2X_{B_0}}{\rho g \zeta_B^2 L} \quad (1.9)$$

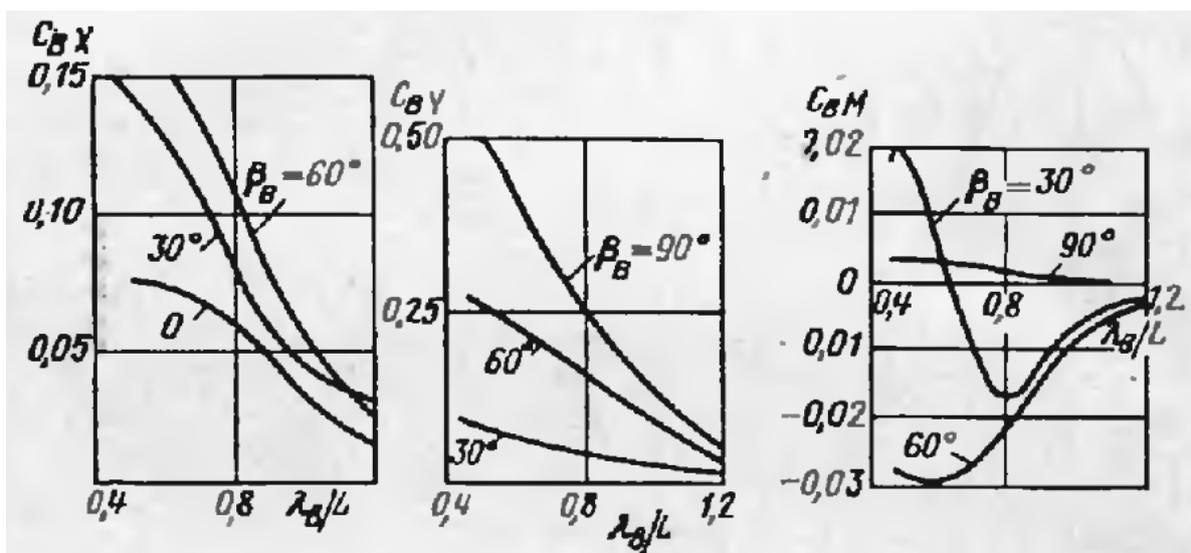


Рис. 1.9 Коэффициенты постоянных составляющих волновых сил судна

$$\delta_V = 0.58; V = 17900 \text{ м}^3.$$

➤ боковой силы:

$$C_{BY} = \frac{2Y_{B_0}}{\rho g \zeta_B^2 L} \quad (1.10)$$

➤ момента:

$$C_{BM} = \frac{M_{B_0}}{\rho g \zeta_B^2 L} \quad (1.11)$$

где ζ_B – амплитуда регулярной волны.

Зависимости коэффициентов C_{BX} , C_{BY} , C_{BM} от относительной длины и курсового угла волны β_B , позволяющие судить о порядке рассматриваемой категории сил, показаны на рис. 1.9.

Переменные составляющие волновых возмущений – боковой силы Y_B и моменты рыскания M_B – рассчитываются в предположении отсутствия рыскания и дрейфа судна. Считается, что величины Y_B и M_B изменяются по гармоническому закону с частотой встречи судна с волной ω_K .

При движении судна на регулярном волнении со скоростью \mathcal{G} , курсовым углом β_B к направлению бега волны с частотой ω_B и высотой $h_B = 2\xi_B$ величины Y_B и M_B определяются формулами:

$$Y_B = Y_{Ba} \cos \omega_K t \quad (1.12)$$

$$M_B = M_{Ba} \sin \omega_K t \quad (1.13)$$

где

$$\omega_K = \omega_B \left(1 - \mathcal{G} \frac{\omega_B}{g} \cos \beta_B \right)$$

Y_{Ba} – амплитуда возмущающей боковой силы; M_{Ba} – амплитуда момента рыскания, обусловленного воздействием регулярной волны.

Период изменения боковой силы и момента рыскания рассчитывается по формуле:

$$T = 2\pi / \omega_K \quad (1.14)$$

Входящие в формулы (1.12) – (1.13) амплитуды силы и момента определяются соотношениями:

$$Y_{Ba} = \alpha_{B_0} Y_B^0$$

$$M_B = \alpha_{B_0} M_B^0$$

где α_{B_0} – амплитуда угла волнового склона, при этом

$$\alpha_{B_0} = k \xi_B$$

ξ_B – амплитуда волны; k – частота формы;

Поправочные коэффициенты χ_{1kp} ; χ_{2kp} входят в оценку амплитуд Y_B^0 и M_B^0

$$Y_B^0 = \rho g V \chi_y \sin \beta_B \quad (1.15)$$

$$M_B^0 = g l k \chi_m \sin \beta_B \quad (1.16)$$

где
$$\chi_y = \left(1 + k_{22} \frac{\omega_K}{\omega_B} \right) e^{-k z_c} \chi_{1kp}$$

$$\chi_m = \left[\chi_{2kp} \cos \beta_B \left(1 + k_{66} \frac{\omega_K}{\omega_B} \right) + \frac{C_{M\beta}}{2} \chi_{1kp} \frac{\rho A_{L\sigma} L}{I_{zz}} \frac{g}{k \omega_B} \right]$$

z_c – погружение центра величины под ватерлинией.

На реальном нерегулярном морском волнении возмущающие боковая сила Y_B и момент рыскания M_B являются стационарными случайными процессами, которые характеризуются спектральными плотностями. Необходимые для их расчет передаточные функции силы и момента относительно угла волнового склона выражаются формулами:

$$W_{\alpha_{B_0} Y_B} = Y_B^0 \quad (1.17)$$

$$W_{\alpha_{B_0} M_B} = -i M_B^0 \quad (1.18)$$

Здесь Y_B^0 , M_B^0 находятся по соотношениям (1.15), (1.16).

1.1.3 Синтез оптимального линейного регулятора САУ движением судов при переменной функции штрафов в процессе сближения с малоразмерным препятствием

Синтез регулятора без учета динамики сближения с препятствием в математической модели объекта

Рассмотрим случай синтеза закона управления транспортом малоразмерного неподвижного препятствия, когда штраф при приближении к препятствию растет, а при удалении уменьшается [6,9].

Постановка задачи оптимального управления сформулирована следующим образом.

Заданы уравнения движения транспорта:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = dx_2 + C_1 \\ \dot{x}_2 = -ax_2 + bu \\ \dot{y}_1 = -v_1 \end{cases} \quad (1.19)$$

где v_1 - скорость попутного движения управляемого объекта, y_1 - величина дистанции между судном и препятствием.

Задан интегральный критерий в виде:

$$J = \int_0^{t_k} f_0(\bar{x}, u, t) dt$$
$$f_0 = r_0 \frac{u^2}{2} + r_1 \frac{x_1^2}{2} + r_2 \frac{x_2^2}{2} + M(y_1) \frac{(x_1 + C_0 - D)^2}{2} \quad (1.20)$$

где $M(y_1) = r_3 \frac{D^2}{1 + (x_1 + C_0)^2 + y_1^2}$ - выбранная новая штрафная функция удаления от препятствия.

Требуется найти решение прямой задачи методом динамического программирования [1,2].

Решение задачи получено следующим образом. Заменяя в уравнении Беллмана $M(y_1)$ вместо r_3 , после преобразования выше изложенных выражений получим:

$$\begin{cases} \beta_1 = \frac{\beta_2}{d} \left(\frac{b^2}{r_0} \gamma_2 + a \right) - \frac{C_1}{d} \psi \\ \beta_2 = \frac{r_0}{b^2} \left[\frac{M(C_0 - D)}{\psi} + \frac{C_1}{d} \left(a + \frac{b^2}{r_0} \gamma_2 \right) \right] \\ \gamma_1 = \frac{\psi}{d} \left(a + \frac{b^2}{r_0} \gamma_2 \right) \\ \gamma_2 = \frac{r_2}{2a} + \frac{d}{a} \psi \\ \psi = \sqrt{\frac{r_0(r_1 + M)}{b^2}} \end{cases} \quad (1.21)$$

С помощью найденных коэффициентов определён закон оптимального управления в квадратурах:

$$u = -\frac{b}{r_0} \left\{ \frac{r_0}{b^2} \left[\frac{M(C_0 - D)}{\psi} + \frac{C_1}{d} \left(a + \frac{b^2}{r_0} \gamma_2 \right) \right] + \left(\frac{r_2}{2a} + \frac{d}{a} \psi \right) x_2 + \psi x_1 \right\}$$

или более детально передаточное число линейного регулятора имеют вид:

$$\begin{aligned} u &= -\frac{b}{r_0} \left\{ \frac{r_0}{b^2} \frac{M(C_0 - D)}{\psi} + \frac{r_0}{b^2} \frac{C_1}{d} \left[a + \frac{b^2}{r_0} \left(\frac{r_2}{2a} + \frac{d}{a} \psi \right) \right] + \left(\frac{r_2}{2a} + \frac{d}{a} \psi \right) x_2 + \psi x_1 \right\} \\ u &= -\frac{b}{r_0} \left[\frac{C_1}{d} \left(\frac{r_0 a}{b^2} + \frac{r_2}{2a} + \frac{d}{a} \psi \right) + (C_0 - D) \psi \frac{M}{r_1 + M} + \left(\frac{r_2}{2a} + \frac{d}{a} \psi \right) x_2 + \psi x_1 \right] \end{aligned} \quad (1.22)$$

Полученный результат позволяет промоделировать движение судна, если к уравнению (1.22) присоединить уравнения (1.23) модели объекта:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + C_1 \\ \dot{x}_2 = -ax_2 + bu \\ \dot{y}_1 = -v_1 \end{cases} \quad (1.23)$$

Моделирование обхода малого препятствия на приведенном ниже примере подтвердило факт возвращения судна на фарватер после обхода препятствия при следующих условиях:

$$r_0 = 1, r_1 = 4, r_2 = 2, r_3 = 16, d = 1, D = 20m, C_0 = 10m, a = 0.5, b = 0.1, C_1 = 0(m/c), v_1 = 4(m/c).$$

После подстановки всех вышеуказанных параметров в выражение (1.22) и уравнения (1.23) получено:

$$\begin{cases} u = -\frac{b}{r_0} \left[(C_0 - D)\psi \frac{M}{r_1 + M} + \left(\frac{r_2}{2a} + \frac{d}{a} \psi \right) x_2 + \psi x_1 \right] \\ x_1' = x_2 \\ x_2' = -ax_2 + bu \\ y_1' = -v_1 \end{cases} =$$

$$\begin{cases} u = \frac{64000}{\left[1 + (x_1 + 10)^2 + y_1^2 \right] \sqrt{4 + \frac{6400}{1 + (x_1 + 10)^2 + y_1^2}}} - \left[0.2 + 2 \sqrt{4 + \frac{6400}{1 + (x_1 + 10)^2 + y_1^2}} \right] x_2 - \\ - \sqrt{4 + \frac{6400}{1 + (x_1 + 10)^2 + y_1^2}} x_1 \\ x_1' = x_2 \\ x_2' = -0.5x_2 + \frac{6400}{\left[1 + (x_1 + 10)^2 + y_1^2 \right] \sqrt{4 + \frac{6400}{1 + (x_1 + 10)^2 + y_1^2}}} - 0.2 \sqrt{1 + \frac{1600}{1 + (x_1 + 10)^2 + y_1^2}} x_1 - \\ - (0.02 + 0.2 \sqrt{4 + \frac{6400}{1 + (x_1 + 10)^2 + y_1^2}}) x_2 \\ y_1' = -4 \end{cases} \quad (1.24)$$

Построение графиков обхода препятствия слева и справа при отсутствии боковой скорости течения $C_1 = 0m/сек$ проиллюстрировано на рис. 1.10 и 1.11.

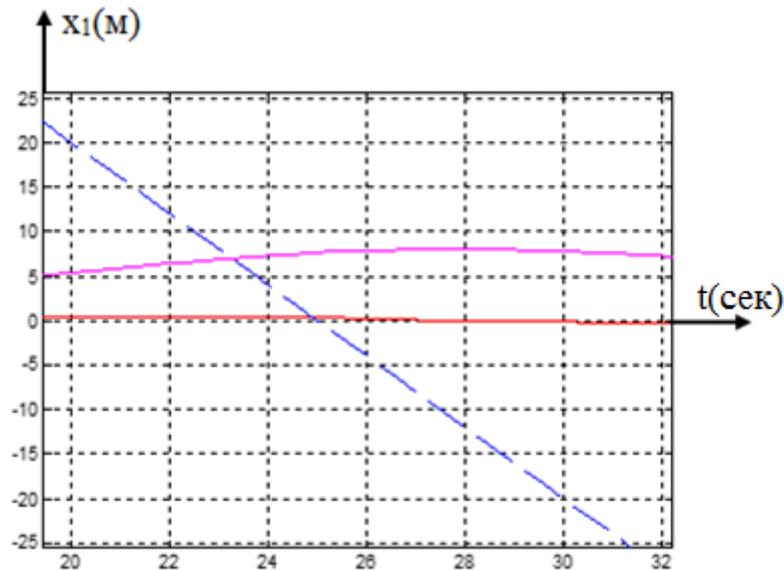


Рис.1.10 График обхода малоразмерного неподвижного препятствия слева при возвращении на фарватер при $y_1(0) = 100 м$

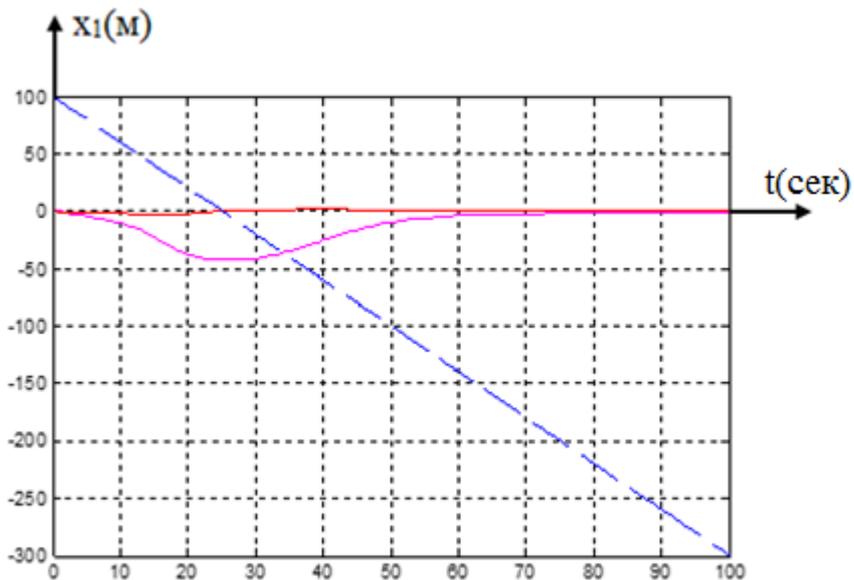


Рис. 1.11 График обхода малоразмерного неподвижного препятствия справа при возвращении на фарватер при $y_1(0) = 100 м$

Кроме того, получены графики для различных начальных дистанций $y_1(0)$ при маневрировании.

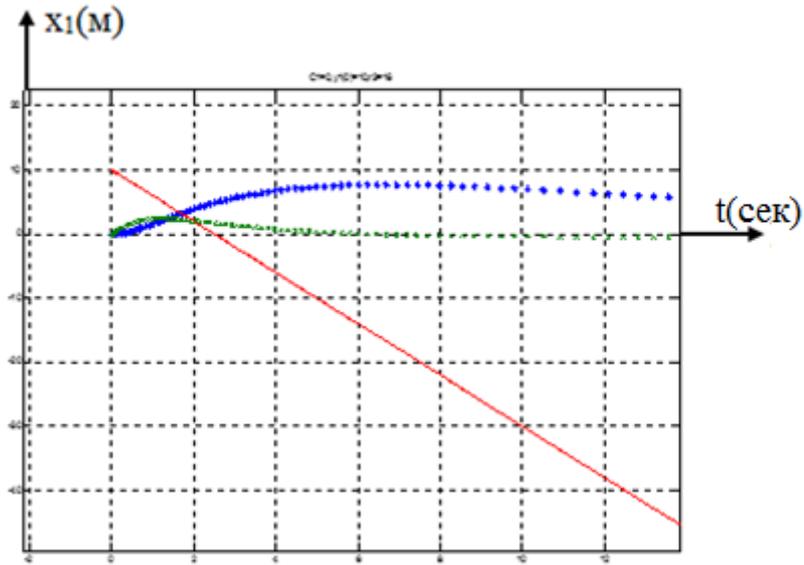


Рис.1.12 Процесс маневрирования для бокового движения судна при $y_1(0) = 10$ м

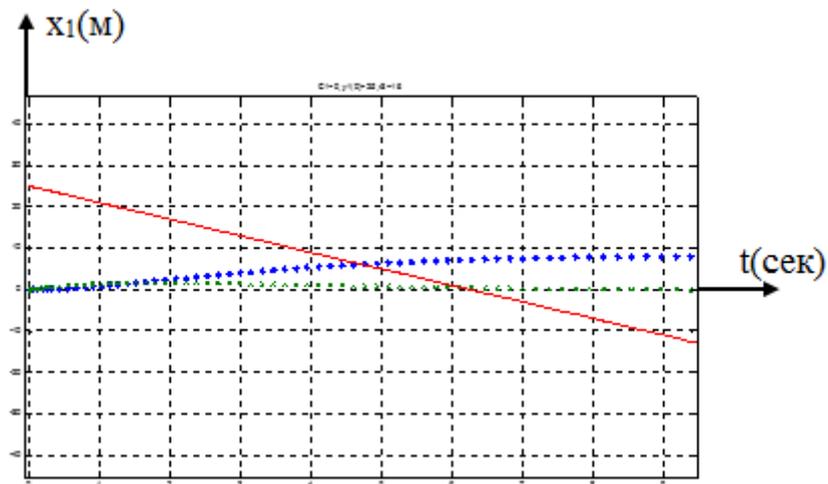


Рис.1.13 Процесс маневрирования для бокового движения судна при $y_1(0) = 25$ м

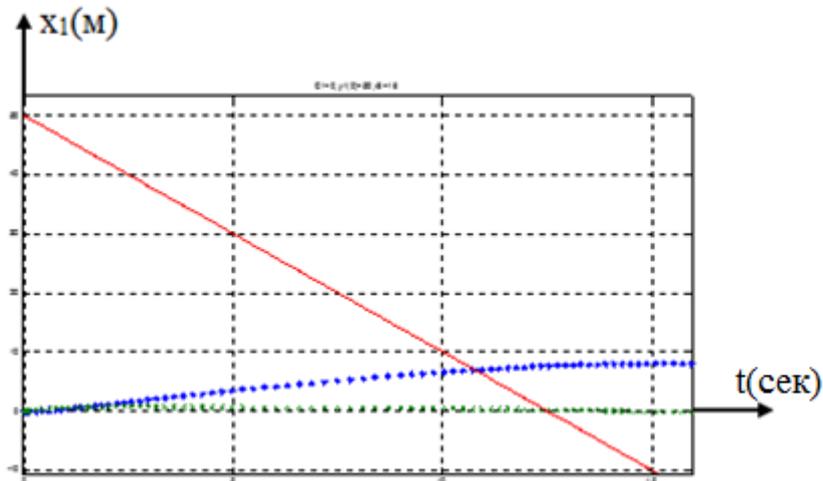


Рис.1.14 Процесс маневрирования для бокового движения судна при $y_1(0) = 50\text{м}$

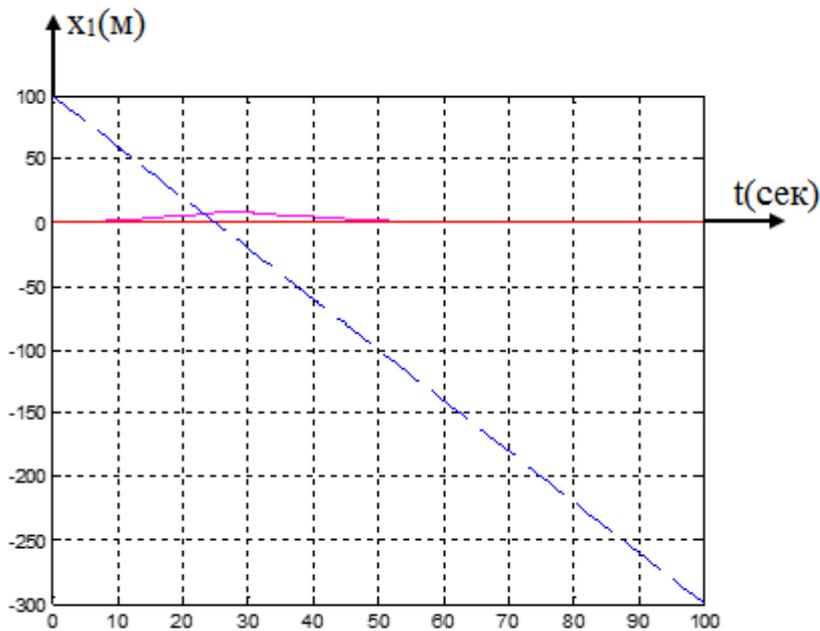


Рис.1.15 Процесс маневрирования для бокового движения судна при $y_1(0) = 100\text{м}$

Эти графики показывают, что на малых дистанциях при $y_1(0) < 20\text{м}$ судно не успевает безопасно обойти препятствия, которым может оказаться другое судно, представляющее большую опасность. Это позволило

предложить значение функции риска в виде правой части уравнения Беллмана $F(x)$. Оказалось, что эта функция сильно увеличена при малых дистанциях маневрирования и поэтому может быть использована для контроля безопасности движения.

Вместе с тем, найденный путь синтеза обладает тем недостатком, что при малых дистанциях, когда боковой маневр по обходу препятствия успеха не имеет, не возникает нужный сигнал тревоги для торможения судна. Кроме того, в самом синтезе никак не учитывается скорость v_1 сближения транспорта с препятствием, и этот параметр не входит в правую часть уравнения Беллмана, определяющую функцию риска. Между тем с увеличением скорости сближения транспорта с препятствием опасность столкновения с ним растет, и это обстоятельство необходимо учитывать.

Синтез регулятора с учетом динамики сближения с препятствием как в функции штрафов, так и в модели объекта

Постановка задачи оптимального управления, когда меняется и штраф за сближение с препятствием, и меняется вектор состояния, учитывающий изменение дистанции, может быть сформулирована следующим образом:

1. Заданы уравнения бокового и поступательного движения:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = dx_2 + C_1 \\ \dot{x}_2 = -ax_2 + bu \\ \dot{y}_1 = -v_1 \end{cases}$$

2. Задан переменный штраф за сближение препятствия:

$$III = \frac{r_3 [x_1 - (z - D)]^2}{2 \left(1 + \frac{y^2}{(x_1 + D)^2} \right)} \quad (1.25)$$

3. Нужно представить в данном случае функцию Беллмана по-новому – в неё входит координата y :

$$\varepsilon = \beta_1 x_1 + \gamma_1 \frac{x_1^2}{2} + \beta_2 x_2 + \gamma_2 \frac{x_2^2}{2} + \beta_3 y + \gamma_3 \frac{y^2}{2} + \psi_{12} x_1 x_2 + \psi_{13} x_1 y + \psi_{23} x_2 y + \theta y^2 x_2 + p y^2 x_1 x_2$$

4. Тогда частные производные равны:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_1} = \beta_1 + \gamma_1 x_1 + \psi_{12} x_2 + \psi_{13} y + p y^2 x_2;$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_2} = \beta_2 + \gamma_2 x_2 + \psi_{12} x_1 + \psi_{23} y + \theta y^2 + p y^2 x_1;$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \beta_3 + \gamma_3 y + \psi_{13} x_1 + \psi_{23} x_2 + 2\theta y x_2 + 2p y x_1 x_2$$

Это позволяет записать уравнение Беллмана в новом усложненном виде:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \min_{u_1} \left\{ r_0 \frac{u_1^2}{2} + r_1 \frac{(x_1 - m)^2}{2} + r_2 \frac{x_2^2}{2} + \frac{1}{2} \frac{r_3 (x_1 - z + D)^2}{1 + \frac{y^2}{(x_1 + D)^2}} + \right. \\ \left. + (\beta_1 + \gamma_1 x_1 + \psi_{12} x_2 + \theta y^2 + \psi_{13} y + p y^2 x_2)(dx_2 + C_1) + \right. \\ \left. + (\beta_2 + \gamma_2 x_2 + \psi_{12} x_1 + \psi_{23} y + \theta y^2 + p y^2 x_1)(-ax_2 + bu_1) - \right. \\ \left. - (\beta_3 + \gamma_3 y + \psi_{13} x_1 + \psi_{23} x_2 + 2\theta y x_2 + 2p y x_1 x_2)v_1 \right\} \end{aligned} \quad (1.26)$$

5. Оптимизируя функцию риска в виде правой части уравнения Беллмана по параметру u_1 . Получено оптимальное управление u_1 по формуле:

$$u_1 = -b(\beta_2 + \gamma_2 x_2 + \psi_{12} x_1 + \psi_{23} y + \theta y^2 + p y^2 x_1)$$

Подставив найденное значение u_1 в уравнение (1.26), можно получить степенные полиномы в его левой и правой частях. Приравнявая сомножители при одинаковых степенях, можно получить следующую систему алгебраических линейных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l}
-r_1 m + r_3(D-z) - \psi_{13} v_1 - b^2 \psi_{12} \beta_2 = 0; \\
\beta_1 - a \beta_2 - \psi_{23} v_1 - b^2 \gamma_2 \beta_2 = 0; \\
-\gamma_3 v_1 - b^2 \beta_2 \psi_{23} = 0; \\
r_1 + r_3 - b^2 \psi_{12}^2 = 0; \\
r_2 + 2\psi_{12} - 2a\gamma_2 - b^2 \gamma_2^2 = 0; \\
-\frac{2r_3(D-z)^2}{D^2} - b^2 \psi_{23}^2 - 2\theta \beta_2 b^2 = 0; \\
\gamma_1 - a\psi_{12} - b^2 \psi_{12} \gamma_2 = 0; \\
\psi_{13} - a\psi_{23} - b^2 \gamma_2 \psi_{23} - 2\theta v_1 = 0; \\
-\frac{z(D-z)r_3}{D^3} - b^2 \theta \psi_{12} - b^2 \beta_2 p = 0; \\
\frac{r_3 z(D-1.5z)}{D^4} - p\psi_{12} b^2 = 0;
\end{array} \right. \quad (1.27)$$

Необходимо заметить, что нужный вид полинома был найден при замене функции штрафов $M(y)$ на следующее приближение:

$$\frac{r_3(x_1 - z + D)^2}{2(1 + \frac{y^2}{(x_1 + D)^2})} \approx r_3(D-z)x_1 + r_3 \frac{x_1^2}{2} - \frac{2(D-z)^2}{D^2} \frac{y^2}{2} r_3 - \frac{z(D-z)r_3}{D^3} y^2 x_1 + \frac{r_3 z}{D^4} (D-1.5z) y^2 x_1^2$$

6. В результате удается вычислить искомые коэффициенты функции Беллмана:

$$\begin{aligned}
\gamma_1 &= \psi_{12}(a + b^2 \gamma_2) = \psi_{12} B; \quad \gamma_2 = \frac{1}{a}(\psi_{12} + 0.5r_2); \quad \gamma_3 = -\frac{b^2 \beta_2 \psi_{23}}{v_1}; \quad \beta_1 = \beta_2 B + v_1 \psi_{23}; \\
\beta_2 &= \frac{1}{b^2 \psi_{12}} \left[A - \frac{2B^2 v_1^2}{b^4 \psi_{12}^3} (B\psi_{12} - 2pA) \right]; \quad \beta_3 \approx -\gamma_3 y_{\max};
\end{aligned} \quad (1.28)$$

$$\psi_{12} = \frac{\sqrt{r_1 + r_3}}{b}; \quad \psi_{13} = B\psi_{23} + 2v_1 \theta; \quad \psi_{23} = \frac{2Bv_1}{b^4 \psi_{12}^3} (B\psi_{12} - 2pA) \left(1 + \frac{2pB^2 v_1^2}{b^4 \psi_{12}^3}\right);$$

$$B = a + b^2 \gamma_2; \quad A = r_3(D-z) - r_1 m; \quad B = -\frac{z(D-z)r_3}{D^3}; \quad p = \frac{r_3 z(D-1.5z)}{D^4 b^2 \psi_{12}}; \quad \theta = \frac{B}{b^2 \psi_{12}}.$$

7. С помощью найденных коэффициентов можно определить закон управления u_1 как явную функцию от пяти параметров x_1, x_2, y, C_0, D .

Полученные результаты позволяют промоделировать движение судна, которое показывает, что после обхода препятствия судно возвращается на форватер.

Таким образом, предложенную в [8] методику синтеза можно повторить не для обхода препятствия, а при сближении с заданной точкой встречи двух судов при нулевой относительной скорости.

1.1.4 Вычисление спрогнозированной функции риска с помощью уравнений Беллмана

В результате синтеза могут быть найдены все коэффициенты функции Беллмана, часть которых необходима для оптимального управления. Кроме того, синтез позволяет определить значение функции риска в виде правой части уравнения Беллмана $F(x)$:

$$\begin{aligned}
 F(x) = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \min_{u_1} \{ & r_0 \frac{u_1^2}{2} + r_1 \frac{(x_1 - m)^2}{2} + r_2 \frac{x_2^2}{2} + \frac{1}{2} \frac{r_3 (x_1 - z + D)^2}{1 + \frac{y^2}{(x_1 + D)^2}} + \\
 & + (\beta_1 + \gamma_1 x_1 + \psi_{12} x_2 + \varphi y^2 + \psi_{13} y + p y^2 x_2)(dx_2 + C_1) + \\
 & + (\beta_2 + \gamma_2 x_2 + \psi_{12} x_1 + \psi_{23} y + \theta y^2 + p y^2 x_1)(-ax_2 + bu_1) - \\
 & - (\beta_3 + \gamma_3 y + \psi_{13} x_1 + \psi_{23} x_2 + 2\theta y x^2 + 2p y x_1 x_2)v_1 \}
 \end{aligned}
 \tag{1.29}$$

Проведен дополнительный анализ поведения этой функции, представив их графиком.

Проанализирована зависимость правой части уравнения Беллмана от начальной дистанции $y_1(0)$ от маневрирующего судна до препятствия. Дело в том, что сама правая часть по определению является такой функцией текущего риска, которая при оптимальном управлении есть сумма текущего штрафа f_0 и спрогнозированных последствий в будущем. Иными словами, необходимый учет динамики изменения опасности ситуации в самом

методе уже предусмотрен, нужно только оценить эту опасность количественно.

На рис.1.16, 1.17.показано изменение функции риска $F(x_1, x_2, y)$ по мере приближения к препятствию.

Во-первых отчетливо видно, что это функция растет и максимальна в момент обхода препятствия, а затем величина ожидаемого риска снижается и стремится к нулю. Это полностью соответствует физическому смыслу тех ощущений человека-оператора, который осуществляет ручное управление при обходе препятствия.

Во-вторых, при увеличении начальной дистанции маневрирования величина ожидаемого риска снижается из-за увеличения располагаемого ресурса времени на маневрирование, что тоже верно.

Значит, предложенная математическая модель оптимизации адекватна с точки зрения ее зависимости от удаления судна от препятствия.



Рис.1.16 Функция риска при условиях $y_0 = 50, r_3 = 100, r_1 = 4, v_{\max} = v_{\min} = 4 м/с$

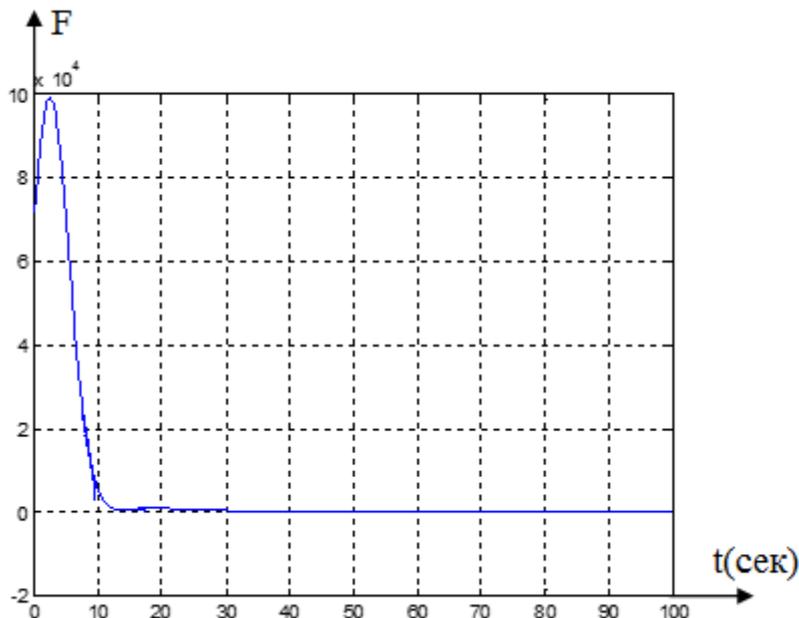


Рис.1.17 Функция риска при условиях, увеличенная по сравнению с функцией на рис.1.26 $y_0 = 10, r_3 = 100, r_1 = 4, v_{\max} = v_{\min} = 4 м/с$

Количественная оценка безопасности движения транспортов

Вычисляемая функция риска $F(x_1, x_2)$ с помощью правой части уравнения Беллмана определяет стоимость ущерба при аварийном сближении транспорта. Поэтому при большом удалении от препятствия этот ущерб равен нулю, что соответствует условию полной безопасности. Наоборот, при столкновении максимальному ущербу F_{\max} соответствует отсутствию безопасности.

Поэтому в первом приближении количественную оценку безопасности G можно определить следующим образом: $G = 1 - \frac{F}{F_{\max}}$.

1.1.5 Анализ известных систем управления воздушным движением

Основной проблемой построения схем прилета и вылета пассажирских самолетов является создание бесконфликтных маршрутов, которые в свою очередь разделены на направления.

В работе рассматривается упрощенная модель захода самолётов на аэродромы Московского Аэроузла (МАУ).

В московском узловом диспетчерском районе (МУДР), как и во всем мире принята система захода самолётов на посадку с использованием средств радионавигации (радиомаяков). Каждый маяк имеет свой уникальный идентификационный номер из 5 букв латинского алфавита и, соответственно, имеет необходимые средства автоматической связи с самолётом. Бортовая система идентификации вычисляет положение самолёта относительно радиомаяка, позволяет пилоту лучше ориентироваться в пространстве.

Все полосы аэродромов имеют номера. Номер полосы обусловлен её направлением относительно сторон света и совпадает со шкалой компаса. За ноль отсчета принят, как и полагается, север. У каждой полосы есть 2 номера, один соответствует посадке с одним курсом, другой номер – для посадки с противоположной стороны. Для Шереметьево, например, есть 2 курса для каждой из двух параллельных полос. Магнитные курсы полос для аэропорта Шереметьево – 066 и 246. Маркировка полос идет от магнитного курса и округляется до ближайшего значения, 066 округляется до 07, а 246 до 25. Таким образом, две параллельные полосы на этом аэродроме имеют обозначения – 07L/25R и 07R/25L. Индексы полос “L” – left (левая полоса) и “R” – right (правая полоса) обозначают её положение относительно оси при посадке заданным курсом. Например, при посадке самолёта 25-ым курсом самолёт может быть направлен диспетчером на левую или правую полосу, о чем будет сказано пилоту в сеансе радиосвязи. Аэродром Внуково не имеет параллельных полос, а имеет, номинально более выгодное, крестообразное расположение полос, поэтому индексы “L” и “R” для полос не применяются.

Магнитные курсы полос аэродромов в Московском аэроузле:

- Шереметьево: 066 и 246 (2 параллельные полосы 07L/25R и 07R/25L);
- Домодедово: 136 и 316 (2 параллельные полосы 14L/32R и 14R/32L);
- Внуково: 014 и 194 для первой полосы, 058 и 238 для второй полосы (индексы полос 01/19 и 06/24).

Из всех режимов полета летательных аппаратов (ЛА) наиболее сложным и напряженным является режим захода на посадку и непосредственно посадки. Связано это, в первую очередь, с большой степенью аварийности ЛА на этом режиме, вследствие быстротечности процесса посадки и очень высокой нервно-психологической нагрузки экипажа. Данный режим имеет достаточно высокую скоротечность и требует от экипажа уверенных, слаженных действий, быстрой реакции на происходящие изменения. Время на заход на посадку и посадку занимает не более 1-2% всего времени полета, однако на этот режим приходится более 50% всех авиационных происшествий (АП). За последние 40 лет на этот режим пришлось около 55% всех потерь. Трудности управления особенно возрастают в условиях плохой видимости (туман, темнота), когда зрительное ориентирование затруднено или невозможно.

Радионавигация играет очень важную роль в воздушном движении. Жизнь людей зависит непосредственно от надлежащего функционирования электронного позиционирования и навигации.

Когда самолет путешествует от одного аэропорта до другого, он проходит через несколько стадий. Во-первых, есть взлет, который выполняется визуально. После взлета, самолет почти всегда зависит от электронной системы позиционирования, чтобы получить команды управления полета по маршруту и текущей позиции. Поэтому разработаны системы подобно VHF Всенаправленный Диапазон (VOR) и Измерительное

устройство Расстояния (DME). Спутниковые системы подобно GPS также играют важную роль.

Когда самолет приближается к взлетно-посадочной полосе, особенно при плохих условиях видимости ночью или при условиях плохой погоды, экипаж необходимо обеспечить очень точной информацией о позиции самолета относительно взлетно-посадочной полосы (ВПП).

В настоящее время система посадки по приборам (ILS) – доминирующая система, поддерживающая гражданские подходы и посадку в мире.

Среди многообразия подходов к совершенствованию процедур управления пассажиров в аэропорту все более важное место занимает автоматизация действий специалистов для обеспечения показателей безопасности и экономичности. Однако указанные показатели вступают в противоречие при выборе управляющих действий. Так, при заходе самолетов на посадку безопасность полета определяется дистанцией между ними, и для ее увеличения нужно совершить дополнительные маневры, а это связано с дополнительной потерей топлива. В особых случаях предаварийного состояния самолета (малый запас топлива, отказ некоторой компоненты бортового оборудования) маневрирование исключено, и выбор наилучшего решения усложняется. В этих сложных ситуациях ответственные решения принимает авиадиспетчер, основываясь на своем опыте, но он неспособен дать формализованную оценку критерия качества выбираемой альтернативы.

При заходе самолётов в московский узловой диспетчерский район диспетчер дает команду экипажам самолётов на снижение и на векторение по радиомаякам. Самолёт, пролетая по радиомаякам и слушая команды диспетчера, заходит на посадочную прямую, которая совпадает с магнитным курсом полосы.

Упрощением в данной работе будем считать сам самолёт и его принадлежность к какой-либо авиакомпании. Так как гражданский авиалайнер является собственностью какой-либо компании, а компания в свою очередь имеет договор с аэропортом на обслуживание ВС в данном конкретном аэропорту, и перелет, например, самолёта компании “Аэрофлот”, с базовым аэродромом в Шереметьево, на другой аэропорт московского аэроузла, скажем, во Внуково, по причине изменения направления ветра, практически невозможен в реальной ситуации из-за отсутствия договора на обслуживание в данном аэропорту. Если подумать о простых людях, которые приехали встречать рейс в один аэропорт, а потом узнают о том, что самолёт садится на другой аэродром всего лишь из-за направления ветра, это вызвало бы множество жалоб в сторону авиакомпаний. Поэтому данный алгоритм посадки можно считать применимым для аварийных самолётов, с техническими неисправностями, с больным на борту и т.п. Таким воздушным судам нужен быстрый заход на посадку, у них нет времени на векторение, для них диспетчер может специально сделать спрямление, чтобы выиграть драгоценное время. Для аварийного самолёта очень много может значить направление ветра. В экстремальной ситуации необходимы самые удобные условия для посадки авиалайнера, особенно в части направления ветра.

Таким образом, в ряде случаев при перелете воздушных судов на новые трассы возможно пересечение маршрутов, и в этом случае нужно гарантировать безопасность их полета.

1.2 Общая постановка задачи

Дано:

1. Задана группа подвижных управляемых объектов (воздушных или речных судов) с известными в текущий момент времени земными

координатами местоположения и заданным курсовым углом Ψ_i движения с заданной постоянной попутной скоростью V . Процесс регулирования скорости в работе не рассматривается. Из рассмотрения также исключены объекты, маршруты которых не пересекаются с основным маршрутом первого, главного объекта, стратегию управления которым необходимо синтезировать.

2. Курс движения основного объекта с координатами x_1, x_2, x_3 совпадает с осью x_3 , как показано на рис.1.18, т.е. угол $\Psi_0 = 0$, а курсовые углы сближающихся остальных объектов с координатами y_{1i}, y_{2i}, y_{3i} отсчитываются в каждой точке пересечения их линий пути против часовой стрелки. Таким образом, курсовые углы Ψ_i лежат в широком диапазоне $0 < \Psi_i < 360^\circ$, как показано на рис 1.18.

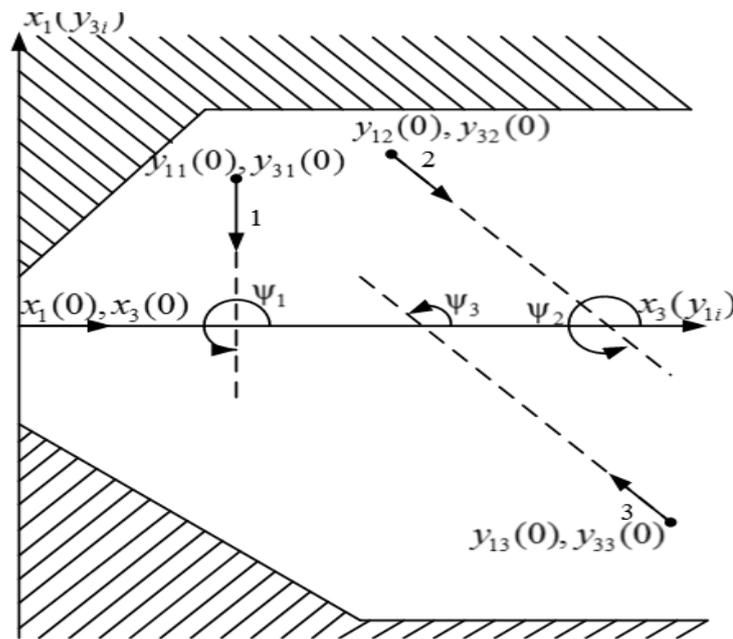


Рис.1.18 Картина на плане местности движения судов по заданным пересекающимся курсам

3. Не вызывающие угрозу безопасности объекты, которые при попадании в точку встречи основного объекта оказываются от него на

расстоянии, большем заданной безопасной дистанции d , не рассматриваются.

4. Весь процесс управления движением основного объекта при встрече с другими объектами может быть представлен последовательностью координированного взаимодействия пар – основного объекта с первым, вторым и т.д. при их сближении, очередность которых предстоит установить.
5. В качестве основной меры уклонения от аварийного сближения очередной пары в данной работе рассматривается боковое движение одного или двух судов одновременно при постоянной попутной скорости.
6. Динамические свойства сближающихся судов примерно одинаковы, и движение основного судна по заданной линии пути m_0 описывается упрощенной системой дифференциальных уравнений.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -ax_2 + bu_0 \\ \dot{x}_3 &= V \\ x_1(0) &= m_0, x_2(0) = 0, x_3(0) = 0\end{aligned}\tag{1.30}$$

где x_1 - линейная координата бокового движения, x_2 - боковая скорость, a и b - заданные динамические параметры, u_0 - синтезируемый сигнал управления, x_3 - координата попутного движения.

Поперечное движение другого i -того сближающегося судна по заданной линии пути m_i при пересекающемся курсе ψ_i аналогично описывается своими дифференциальными уравнениями.

$$\begin{aligned}
\dot{y}_{1i} &= y_{2i} - V \sin(270 - \psi_i) \\
\dot{y}_{2i} &= -ay_{2i} + bu_i \cdot \cos(270 - \psi_i) \\
\dot{y}_{3i} &= V_1 = -V \cos(270 - \psi_i) \\
y_1(0) &= m_i(0), y_2(0) = 0, y_3(0) = M - m_0 = 0; i \geq 1
\end{aligned} \tag{1.31}$$

где y_{1i} - линейная координата бокового движения другого судна, двигающегося поперечно основному; y_{2i} - боковая скорость, u_i - синтезируемый сигнал координированного управления другим судном; y_{3i} - координата попутного движения, V_1 - величина скорости, равная ($-V$), если судно приближается к основному слева под углом $\psi_i = 270^\circ$ (см. объект 1 на рис.1.18), либо равная V , если судно приближается справа под углом $\psi_i = 90^\circ$ (см. объект 1 на рис.1.18).

7. Считается, что на борту каждого судна имеются необходимые измерительные средства о параметрах собственного движения и встречающихся судов с необходимой точностью.
8. Интегральный штраф за снижение безопасности движения каждой пары судов при их сближении описывается заданным минимизируемым функционалом J

$$\begin{aligned}
J &= \int_0^T f_0 dt \\
&= \int_0^T \left[\frac{\tau_0}{2} (u_0^2 + u_1^2) + \frac{\tau_1}{2} [(x_1 - m_1)^2 + (x_3 - m_1)^2] + \frac{\tau_2}{2} (x_2^2 + y_2^2) + \frac{\tau_3}{1 + (x_1 + x_3 + d)^2 k + k(y_1 + y_3 + d)^2} \right] dt \tag{1.32}
\end{aligned}$$

где $\tau_0, \tau_1, \tau_2, \tau_3$ - весовые коэффициенты значимости штрафов соответственно за расходимую мощность, отклонения от заданных линий пути, отклонения по боковой скорости и штрафа за опасное сближение по сравнению с заданной величиной d безопасной дистанции.

Последнее слагаемое в подинтегральном выражении f_0 в формуле (1.32) определяет растущий риск столкновения по мере приближения судов друг к другу, а коэффициент τ_3 равен максимальной стоимости ущерба при столкновении судов.

Требуется:

- сформировать процедуру альтернативного выбора первоочередного объекта, сближающегося с основным, для организации взаимодействия пары при их безопасном сближении;
- провести классификацию сближения объектов при его отнесении к попутному, встречному и поперечному движению, чтобы для каждого из них указать основной способ избежания столкновения объектов друг с другом;
- на основе динамического программирования синтезировать закон оптимального координированного управления боковым движением сближающейся пары объектов для обеспечения необходимой безопасности;
- сформировать функцию риска возможного столкновения объектов при их сближении, чтобы осуществлять оперативный контроль безопасности движения и своевременно принять необходимые меры.

1.3 Выводы по главе 1

На основании проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. Анализ известных системы ручного управления движением речных судов показал, что в сложных ситуациях, таких как причаливание к пристани и встреча судов на пересекающихся курсах, безопасность сближения в значительной мере зависит от человеческого фактора. Вместе с тем полезным является подход, основанный на оптимальном управлении и применённый в частной задаче [16] движения автомобильного транспорта.
2. Установлено, что при управлении воздушным движением вблизи аэропортов возможно пересечение воздушными судами заданных трасс в случае внезапного изменения направления ветра и соответственно посадочного курса, что требует иногда перелета на другой аэродром.
3. На основе теории оптимального управления сформулирована общая постановка задачи управления боковым двух сближающихся судов при одновременной оценке риска и выборе способа избежания их столкновения.

Глава II. Классификация встречного движения судов и выбор наиболее опасного, очередного судна, движущегося поперечным курсом

2.1 Классификация встречного движения судов

Классификация типов движения сближающихся объектов для определения предупредительных мер избежания их столкновения

При назначении способа дополнительного маневрирования взаимодействующих объектов необходимо различать тип их относительного движения. Дело в том, что при встречном движении обычно используется боковое движение каждого объекта в одинаковом направлении [6]. В частности, в России речное и автомобильное правостороннее движение предписывает поворачивать в опасных ситуациях вправо [25]. При попутном движении сначала, как правило, регулируется скорость (один тормозит, другой повышает скорость), а затем при необходимости каждый объект должен поворачивать в разные стороны – один влево, другой вправо [9].

Как было показано в [10], при идеальном поперечном движении при пересекающихся под углом 90° курсах необходимо также, как при встречном движении, обоим объектам поворачивать в одну сторону. Однако, если встречаемый объект приближается слева к основной трассе, то нужно поворачивать вправо, а если приближается справа – то влево. Таким образом, принимаемые меры в разных случаях неодинаковы.

Идеальные направления курсов сближающихся объектов для попутного, встречного и двух вариантов поперечного движения можно представить на рис.2.1 четырьмя исходящими из общего центра пунктирными линиями, для которых известны способы дополнительного маневрирования.

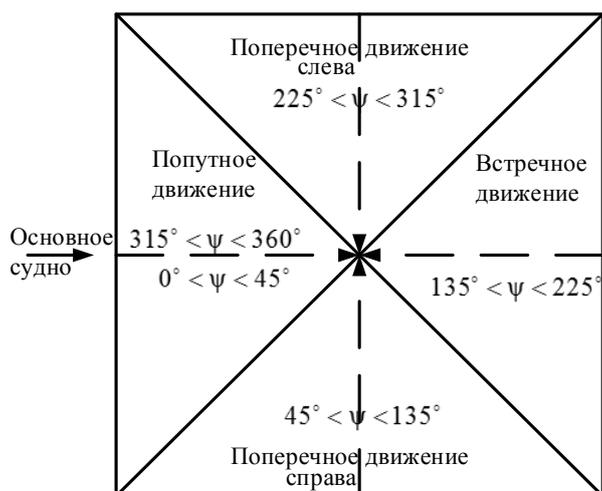


Рис.2.1 Диаграмма направлений движения сближающихся судов при различных курсах

Все остальное множество направлений образует показанную на рис.2.1 область, которую нужно разбить на четыре сектора.

В качестве простого решения предлагается представить эти сектора в виде одинаковых конусов, в каждом из которых возможные направления курсов отличаются по модулю от идеального направления не более, чем на 45° . Таким образом, возможны 4 типа движения:

1. встречное движение при $135^\circ < \psi_i < 225^\circ$, боковое маневрирование – оба вправо;
2. попутное движение при $0^\circ < \psi_i < 45^\circ$ и $315^\circ < \psi_i < 360^\circ$, изменение попутных скоростей, если необходимо – боковое маневрирование – один вправо, другой – влево;
3. левое поперечное движение при $225^\circ < \psi_i < 315^\circ$, боковое маневрирование – оба вправо, если встречное судно не достигнет прогнозируемой точки встречи; в противном случае – оба влево;

4. правое поперечное движение при $45^\circ < \psi_i < 135^\circ$, боковое маневрирование – оба влево, если встречное судно не достигнет прогнозируемой точки встречи; в противном случае – оба вправо.

Так как в данной работе исследуется синтезируемое оптимальное управление поперечным движением, при моделировании будут использоваться способы, указанные в секторах 3 и 4.

2.2 Определение приоритетов встречающихся судов по критерию наибольшей опасности сближения на поперечных курсах

Процедура приоритетного выбора первоочередной пары взаимодействующих объектов при их сближении

При оценке приоритетности в выборе наиболее опасного из встречаемых объектов, пересекающих заданную линию пути основного объекта, необходимо учитывать два фактора. Главным является спрогнозированная минимальная дальность R_{\min} при сближении – чем она меньше, тем опаснее объект. Другим фактором является располагаемое время для осуществления основным объектом дополнительного маневра, определяемое при постоянной попутной скорости расстоянием L между текущим положением основного объекта и ожидаемой точкой встречи. Значимость этих факторов в общем случае неодинакова, да и их вклад в общую свертку θ оценки безопасности неаддитивен. В ряде технических задач успешно используется свертка в виде суммы аддитивной и мультипликативной форм, которую применительно к данной задаче можно записать

$$\theta_i = C_1 L_i + C_2 R_{\min} + \frac{C_3 L_i R_{\min}}{d} \quad (2.1)$$

где θ_i - коэффициент безопасности сближения с i -тым объектом, L_i - оставшееся расстояние до i -того объекта, R_{\min} - минимальная дальность в

месте сближения, $C_1 \leq C_2 \leq C_3$ - коэффициенты относительной важности, которые для простоты можно взять равными единице.

Последнее слагаемое в формуле (2.1) подчеркивает повышенную опасность при одновременно малых L_i и R_{\min} , а знаменатель d необходим для получения этого слагаемого в тех же физических единицах, что и первые два.

Чтобы пояснить необходимые вычисления L_i и R_{\min} , представим фрагмент сближения основного объекта 1 и сближающегося i -того объекта на рис.2.2, пользуясь обозначениями координат, принятыми в уравнениях (1.30) и (1.31).

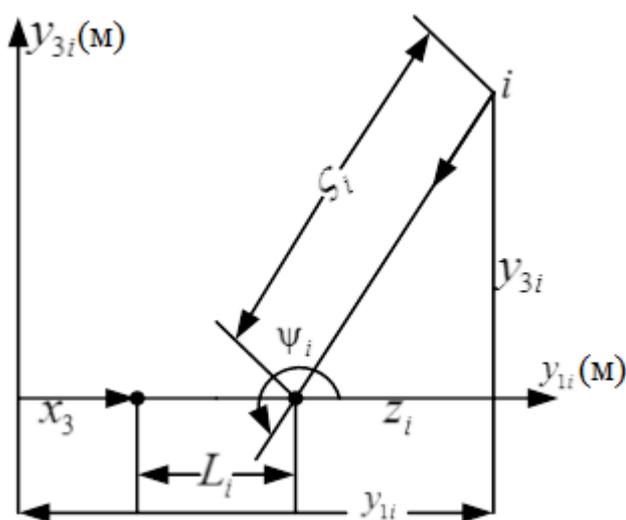


Рис.2.2 Картина сближения пары объектов при пересекающихся курсах

Согласно рис.2.2 длина пути ζ_i движения i -того объекта к точке встречи равен гипотенузе

$$\zeta_i = \sqrt{y_{3i}^2 + z_i^2} \quad (2.2)$$

При этом катет z_i (возможно любого знака) вычисляется по формуле

$$z_i = -y_{3i} \operatorname{tg}(270^\circ - \psi_i) \quad (2.3)$$

Длина пути L_i движения объекта 1 к точке встречи равна

$$L_i = y_{li} - (x_3 + z_i) \quad (2.4)$$

Заметим, что при $L_i < 0$ i -тый объект уже опасности не представляет, и величина ζ_i назначает большой величиной P . Зная L_i и ζ_i , можно оценить дальность R_{\min} через модуль их разности

$$R_{\min} = |L_i - \zeta_i| \quad (2.5)$$

Объединяя формулы (2.1) и (2.5) при $C_1 = C_2 = C_3 = 1$, можно получить

$$\theta_i^* = L_i + |L_i - \zeta_i| \left(1 + \frac{L_i}{d}\right) \quad (2.6)$$

где L_i , ζ_i , z_i вычисляются по формулам (2.2-2.4), в которых текущие координаты движения y_{li} , x_3 , ψ_i , y_{3i} измеряются либо вычисляются при интегрировании дифференциальных уравнений (1.30) и (1.31) при $u_0 = u_i = 0$, а именно

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 &= V \\ \dot{y}_{li} &= -V \sin(270^\circ - \psi_i) \\ \dot{y}_{3i} &= -V \cos(270^\circ - \psi_i) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Это позволяет провести вычисление текущих оценок безопасности встречи с объектами в ближайшем окружении, из их общего числа выбрать тот, у которого значение θ_i^* минимально. По смыслу формула (2.6) означает, что в конце сближения величина θ^* есть ожидаемая минимальная дистанция, которая тем больше, чем больше имеющееся в данный момент расстояние L_i до точки встречи и чем больше ожидаемое минимальное расстояние $|L_i - \zeta_i|$ при бездействии.

Предложенное выражение указывает, что чем больше ожидаемое минимальное расстояние $|L - \zeta|$ между судами в прогнозируемой точке

встречи, тем больше коэффициент θ^* и тем лучше. Во-вторых, чем больше дистанция L до точки встречи, тем большее время имеется в распоряжении для уклонения, и тем самым есть возможность увеличить минимальное расстояние. Однако при этом подразумеваются не оптимальные действия, а уклонение в конце сближения.

Можно оценить коэффициент безопасности по-другому, задав коэффициенты C_i равными $C_1=1; C_2=0; C_3=0,5$. В этом случае при $|L - \zeta| = 0$ коэффициент θ всегда равен нулю, что более правдоподобно, чем в первом случае. Кроме того, если пронормировать коэффициент, разделив θ^* на d , и этот результат ограничить, то можно получить в окончательном виде простую формулу

$$\theta = \left| \frac{L_i - \zeta_i}{d} \right| \cdot \left(1 + \frac{L}{d} \right); 0 \leq \theta \leq 1 \quad (2.8)$$

Блок-схема алгоритма приоритетного выбора первоочередной пары взаимодействующих объектов представлена на рис.2.3

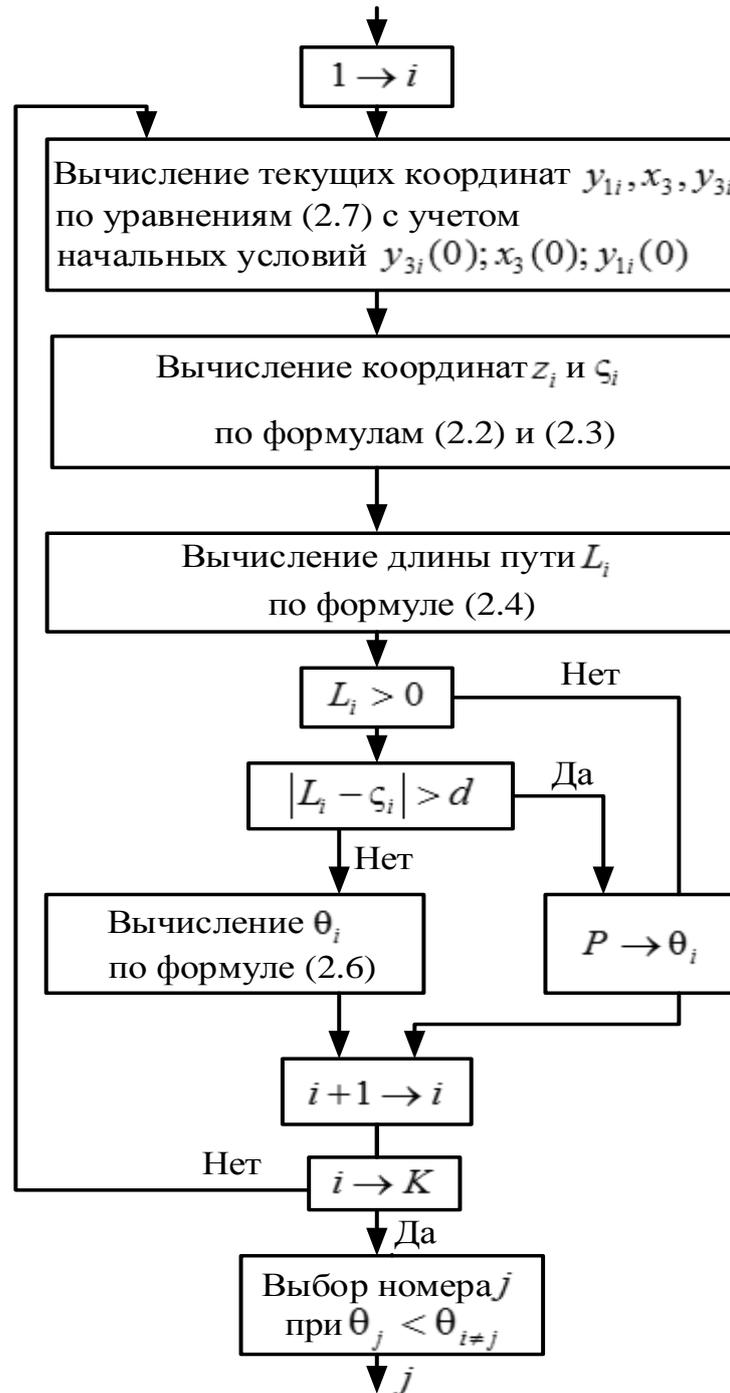


Рис.2.3 Блок-схема алгоритма приоритетного выбора первоочередной пары взаимодействующих объектов

Использование алгоритма на рис.2.3 для представленного на рис.2.1 примера при $y_{11} = 150; y_{31} = 160; y_{12} = 500; y_{32} = 400; y_{13} = 450; y_{33} = -100$

позволило получить следующие графики поведения оценок безопасности $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ при прямолинейном движении основного объекта (рис.2.4).

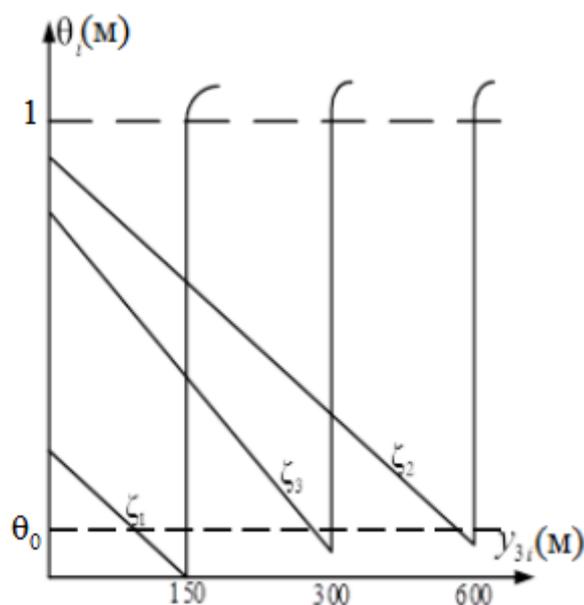


Рис.2.4 Графики изменения оценок безопасности сближения с тремя объектами при разных пересекающихся курсах

Из рис.2.4 видно, что вначале нужно разойтись на безопасном расстоянии с объектом 1, затем - с объектом 3, и в завершение – с объектом 2.

2.3 Логика выбора задающих воздействий для системы управления сближающихся судов

Логика выбора задающих воздействий для системы управления продольным и боковым движением судов при их сближении

Определим логику поведения при сближении судов, исходя из трех действий:

- альтернативная классификация ситуации, когда прямолинейное движение при номинальных постоянных скоростях V_n неопасно при сближении, или, наоборот, необходимо предпринять дополнительные меры;

- выбор задающих скоростей, который несложно сделать, т.к. при прямолинейном равномерном движении легко найти времена t_1 и t_2 достижения точки C_0 и соответственно модуль их разности Δt

$$t_1 = \frac{n_2(0)}{V_n}; t_2 = \frac{-m_2(0)}{V_n} \cdot \Delta t = \left| \frac{n_2(0) + m_2(0)}{V_n} \right|$$

Отсюда минимальная дистанция \hat{d}_0 , есть величина, которая должна превысить заданную безопасную дистанцию (D). Чтобы считать ситуацию сближения неопасной и, значит управление $u_1 = u_2 = u_3 = u_4 = 0$, нужно соблюсти условие

$$|n_2(0) + m_2(0)| > D \quad (2.9)$$

Если условие (2.8) не соблюдается, то в качестве первой попытки необходимо изменить скорости движения судов. Если второе судно достигает точки C_0 позже первого в случае

$$n_2(0) + m_2(0) \leq 0$$

то тогда первый транспорт должен двигаться с максимально доступной скоростью $V_n + \Delta V$, а второй с минимальной скоростью $V_n - \Delta V$, и поэтому времена t_1 и t_2 достижения точки C_0

станут равны

$$t_1 = \frac{n_2(0)}{V_n + \Delta V}; t_2 = -\frac{m_2(0)}{V_n - \Delta V}; \Delta t = \frac{m_2(0)}{V_n - \Delta V} - \frac{n_2(0)}{V_n + \Delta V}$$

Тогда первое судно при попадании второго в точке C_0 удалится от нее на расстояние d_1 , которое должно превосходить безопасную дистанцию D

$$-m_2(0) \frac{1 + \frac{\Delta V}{V_n}}{1 - \frac{\Delta V}{V_n}} - n_2(0) \geq D \quad (2.10)$$

Например, если $m_2(0) = -n_2(0) : \frac{\Delta V}{\Delta_n} = 0,2$, то условию (2.10) соответствует упрощенное неравенство

$$0,5n_2(0) \geq D$$

Если же не соблюдается и условие (2.10), то используется третье действие - боковой обходной маневр. Как показали предварительные исследования встречного, попутного и поперечного движения, в последнем случае, как и при встречном движении оба судна должны поворачивать в одну из сторон – вправо или влево. А именно – если $m_2(0) < 0$, то боковое движение осуществляется вправо, если $m_2(0) > 0$, то влево. Это соображение справедливо при дальности d обнаружения друг друга, большей или соизмеримой с радиусом $R = \frac{V_n^2}{a}$ бокового маневра при заданном ограниченном боковом ускорении a . И лишь при попутном движении с незначительной разницей $\Delta\psi$ курсов необходимый маневр двух судов осуществляется в разные стороны. Общая блок-схема логического анализа условий сближения судов показана на рис.2.5.

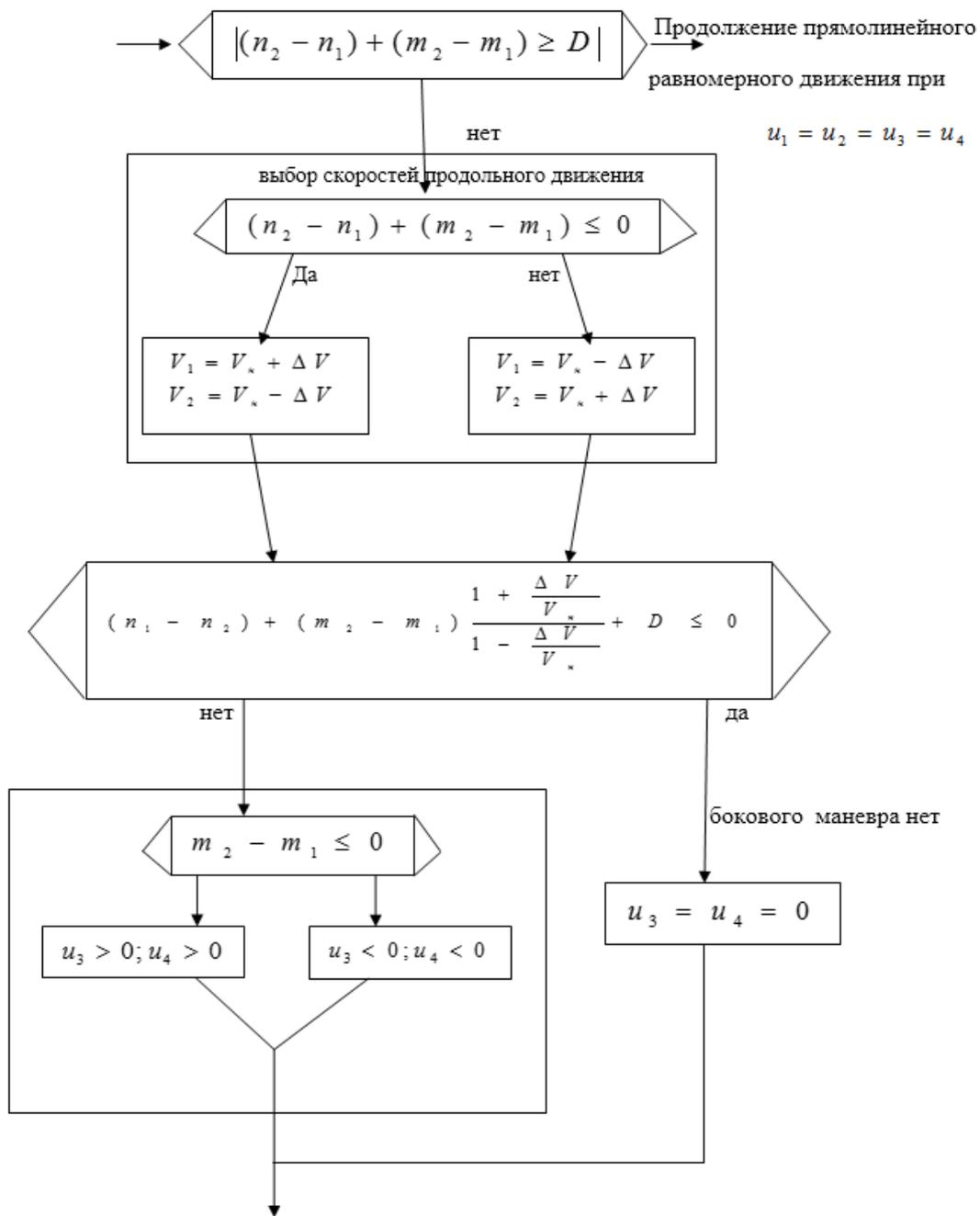


Рис.2.5 Блок-схема логического анализа условий поперечного движения судов

2.4 Выводы по главе 2

На основании проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. Предложенный метод классификации типов движений судов при их сближении позволяет сформировать для каждого из них свои правила выполнения нужного способа маневрирования.
2. Поперечное движение разбивается на два типа, при этом учитывается знак отставания или опережения попадания встречного судна в точку встречи.
3. Сформирован алгоритм выбора первоочередной пары сближающихся объектов по критерию наибольшей опасности в предположении о их прямолинейном движении.
4. Определена логика назначения задающих воздействий для выбранной пары по скорости движения и боковому маневрированию в зависимости от дистанции каждого судна до точки встречи.
5. Главным аналитическим результатом главы 2 является формула (2.8) вычисления коэффициента безопасности θ прямолинейного движения.

$$\theta = \left| \frac{L_i - \zeta_i}{d} \right| \cdot \left(1 + \frac{L}{d} \right)$$

где L - дистанция от основного судна до прогнозируемой точки встречи, ζ - дистанция от встречного судна до прогнозируемой точки встречи, d - заданная минимальная дистанция безопасного сближения судов, θ - безразмерная величина, лежащая в пределах $0 \leq \theta \leq 1$.

Значение θ в формуле (2.8) по смыслу означает, что его величина есть поделённое на d ожидаемое значение дистанции в метрах в конце сближения при неоптимальном управлении боковым движением.

Глава III. Синтез оптимального управления безопасным движением судов при поперечном пересечении их маршрутов

3.1 Анализ известных методов оптимального управления

3.1.1 Динамическое программирование

Метод динамического программирования, разработанный в 50-х годах американским математиком Р. Беллманом, представляет собой новый подход к решению известных вариационных задач [36-40, 48-55]. Идея этого подхода состоит в том, что оптимальное поведение рассматривается как функция состояния системы, описываемого с помощью значения фазовых координат $x_i(t)$ в текущий момент времени t . Беллман очень точно подметил связь между причинностью и оптимальностью для динамических систем в том смысле, что если изменение состояния $\bar{x}(t)$ любой динамической системы под воздействием входного управляющего сигнала $\bar{u}(t)$ можно описать функциональным уравнением, характеризующим причинность:

$$\bar{x}(t) = f[\bar{x}(0), t + \Delta t] = f[f\{\bar{x}(0), t\}, \Delta t]$$

то у оптимальной системы для описания изменения ее состояния, характеризуемого некоторой функцией $S(\bar{x}, t)$ как степень достижения подавленной цели, существует по аналогии такого же типа функциональной уравнение лишь с той разницей, что достигается минимум или максимум целевой функции при выборе управления $\bar{u}(t)$:

$$S[\bar{x}(0), t + \Delta t] = \min_{u(t)} [S\{x(0), t\}, \bar{u}(t), \Delta t] \quad (3.1)$$

При этом выбор управления на отдельном шаге производится с точки зрения интересов не только данного шага, но и всего процесса в целом как на текущем, так и на всех последующих шагах.

Исходя из этого Беллманом был сформулирован принцип оптимальности: каковы бы ни были начальное состояние и начальное управление, последующие управления должны быть оптимальными относительно состояния, являющегося результатом применения первого управления. Принцип оптимальности можно также сформулировать следующим образом: оптимальное поведение не зависит от предыстории системы, а определяется только начальным (к данному моменту времени) условием и конечной целью, и текущее управление должно выбираться с учетом последствий в будущем. Классическим примером оптимального поведения является стратегия бегуна на дальнюю дистанцию. На старте бегун составляет график своего бега так, чтобы пройти дистанцию за минимальное время. Это не значит, что каждый участок он должен бежать как можно быстрее. Наоборот, находясь на дистанции, он в каждый момент времени должен распределять свои силы так, чтобы с учетом своего состояния пробежать оставшийся участок за минимальное время, чему может соответствовать и бурный финиш в конце дистанции.

Динамическому программированию органически присуще решение задач, дискретных по своей природе в силу рекуррентности последовательного выбора управления в многошаговой процедуре оптимизации. Заметим, что принцип оптимальности справедлив как для непрерывных детерминированных, так и для стохастических процессов управления, благодаря чему динамическое программирование может широко применяться в ряде кибернетических задач.

Несмотря на кажущуюся простоту принципа оптимальности, из него можно вывести ряд нетривиальных условий оптимальной траектории.

А) Дискретная форма динамического программирования

Изучение метода начнем с решения одномерной задачи, когда управляемый автономный одномерный объект описывается либо в дискретной форме:

$$x_{l+1} = x_l + \varphi(x_l, u_l), l = 0, 1, \dots, k \quad (3.2)$$

либо в дифференциальной форме:

$$\dot{x} = f(x, u),$$

которой соответствует разностное уравнение:

$$x_{l+1} = x_l + f(x_l, u_l)\Delta t \quad (3.3)$$

где u – ограниченное в общем случае управление, т.е.

$u_{\min} \leq u \leq u_{\max}$; Δt – дискрет времени, равный $\frac{1}{k}(t_k - t_0)$.

При заданном начальном состоянии $x(t_0)$ объекта и свободном правом конце необходимо за фиксированное время $(t_k - t_0)$ обеспечить минимум заданного функционала:

$$J = \int_{t_0}^{t_k} f_0(x, u) dt \approx \sum_{l=0}^k f_0(x_l, u_l) \Delta t$$

или в виде аддитивной целевой функции:

$$J = \sum_{l=0}^k F(x_l, u_l) \rightarrow \min_{u_l, l=0, \dots, k} \quad (3.4)$$

Таким образом, J есть функция $(k + 1)$ выбираемых переменных u_l , присутствующих в $(k + 1)$ уравнениях связи, т.е. можно попытаться решить задачу с помощью множителей Лагранжа. Однако это сложно из-за большой размерности задачи, поэтому применим иной подход.

Выведем сначала функциональное уравнение Беллмана, рассуждая следующим образом. Пусть минимизируемое значение функционала J в начальный момент времени определенным образом зависит от начального состояния системы, т.е. от t_0 и $x(t_0)$. Обозначим эту зависимость через $S[x(t_0), t_0]$, называемую функцией Беллмана, понимая под этим не любое значение функционала, а его минимум при оптимальном поведении системы.

Представим теперь, что система функционировала некоторое время Δt , в результате чего к моменту t_1 она пришла в новое состояние $x(t_1)$. Тогда, согласно принципу оптимальности, оставшееся значение минимизируемого функционала:

$$\int_{t_1}^{t_k} f_0(x, u) dt$$

как результат последующих оптимальных действий есть также функция Беллмана $S[x(t_1), t_1]$, но уже зависящая от новых значений $x(t_1)$ и t_1 . Теперь осталось связать функции $S(x_0, t_0)$ и $S(x_1, t_1)$, друг с другом, представив последствия от выбираемого управления u_0 в промежуток времени $t_1 - t_0$ в виде двух слагаемых – потерь $F_0(x_0, u_0)$ внутри данного шага и потерь на всех последующих шагах вплоть до конца решения задачи, зависящих от u_0 , потому что последствия в будущем определяются новым состоянием x_1 , которое согласно формуле (2.2) описывается выражением:

$$x_1 = x_0 + \varphi(x_0, u_0)$$

Поэтому, преследуя цель минимизации суммарных потерь, как текущих так и последующих, можно записать:

$$\begin{aligned}
S(x_0, t_0) &= \min_{u_0} \{F_0(x_0, u_0) + S[x_0 + \varphi(x_0, u_0), t_0 + \Delta t]\} = \\
&= \min_{u_0} \{F_0(x_0, u_0) + S(x_1, t_1)\}
\end{aligned}$$

Рассуждая аналогичным образом при переходе к следующему шагу от момента t_1 к моменту t_2 и т.д. к моменту t_l , можно записать следующее функциональное уравнение:

$$S(x_l, t_l) = \min_{u_l} \{F_1(x_l, u_l) + S[x_l + \varphi(x_l, u_l), t_l + \Delta t]\}$$

Развивая этот же подход применительно к многомерному неавтономному объекту, можно получить функциональное уравнение Беллмана:

$$S[\bar{x}(t_l), t_l] = \min_{u_r(t_l)} \{F[\bar{x}(t_l), u_r(t_l)] + S[\bar{x}(t_{l+1}), \bar{u}_r(t_{l+1})]\} \quad (3.5)$$

Пошаговый выбор управления с помощью уравнения (3.5) удобен для расчетов на ЭВМ. В этом случае численное решение обычно осуществляют с правого конца задачи. Поскольку краевые условия на правом конце не определены однозначно, то расчеты начинают, задавшись множеством значений вектора $\bar{x}_n(t_k)$, разбивая, например, диапазон возможных значений $x_i(t_k)$ на $R - 1$ участков. В результате для каждого из R^n вариантов конечного состояния определяется единственное управление $\bar{u}_r(t_k)$ на последнем шаге (в предположении, что управления на остальных шагах будут найдены позже), поскольку при заданном $\bar{x}_n(t_k)$ только от него зависит последнее слагаемое в функции (2.4):

$$S_k(\bar{x}_n) = \min_{u_r(t_k)} \{F[\bar{x}(t_k), \bar{u}_r(t_k)]\} \quad (3.6)$$

Эта операция проводится также численно, например путем разбиения каждого из диапазонов возможных значений и u_j на $(M - 1)$ участков, что

образует M^r вариантов управления. Результаты наилучшего варианта запоминаются, а именно для каждого из R^n вариантов фиксируются три величины – вектор состояния $\bar{x}_n(t_k)$, оптимальное управление $\bar{u}_r(t_k)$ и минимум целевой функции S_k . Таким образом, в памяти ЭВМ хранится $(n+r+1)R^n$ чисел.

На следующем шаге, являющемся уже типичным для расчетов, снова формируются варианты состояния $\bar{x}_n(t_{k-1})$, а затем для каждого из них численно определяется управление $\bar{u}_r(t_{k-1})$, но уже исходя из минимума суммы двух слагаемых, причем второе слагаемое отыскивается в памяти ЭВМ в соответствии с переходом из $\bar{x}_n(t_{k-1})$ в $\bar{x}_n(t_k)$:

$$S_{k-1}[\bar{x}_n(t_{k-1})] = \min_{\bar{u}_r(t_{k-1})} \{F[\bar{x}_n(t_{k-1}), \bar{u}_r(t_{k-1})] + S_k[\bar{x}_n(t_k)]\} \quad (3.7)$$

где $\bar{x}_n(t_k) = \bar{x}_n(t_{k-1}) + \varphi[\bar{x}_n(t_{k-1}), \bar{u}_r(t_{k-1})]$.

Результаты расчета для нового шага также запоминаются в ЭВМ. Эта процедура повторяется, двигаясь от конца к началу для всех шагов, кроме первого. При этом необходимый объем памяти непрерывно растет. Наконец на первом шаге, воспользовавшись единственным вариантом заданного начального состояния, численно определяют оптимальное управление $\bar{u}_r(t_0)$, но именно ради этого необходимо было запомнить итоги оптимизации на втором шаге, а это приводит к необходимости помнить результаты на предыдущих шагах.

Теперь, поскольку управление $\bar{u}_r(t_0)$ найдено и, значит, определено значение $S_0[\bar{x}(t_0), t_0]$, представляющее собой минимизируемое значение функционала, осталось выявить конкретные значения $\bar{u}_r(t_1), \bar{u}_r(t_2), \dots, \bar{u}_r(t_k)$, соответствующие данной оптимальной траектории. Для этого на основании

уравнения (3.7) и известного управления $\bar{u}_r(t_0)$ определяется состояние $\bar{x}_n(t_1)$, которому соответствует запомненное управление $\bar{u}_r(t_1)$. Продольная теперь движение слева направо, последовательно восстанавливают всю программу управления и оптимальную траекторию за все k шагов.

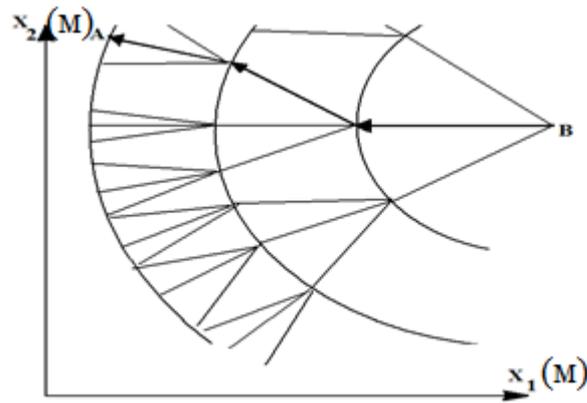


Рис. 3.1 Иллюстрация численного решения с правого конца задачи при дискретной форме динамического программирования

Рассмотренным методом решаются задачи, когда на правом конце часть фазовых координат закреплена. Например, на рис.3.1 представлен случай перехода из точки А в точку В с произвольной конечной скоростью; Тогда движение справа налево, как это показано на рис.3.1, при $k = 3$ требует переменного объема запоминаемых результатов, поскольку по координатам x_1 и x_2 вначале оценивается малое число вариантов, а потом число растет, вплоть до момента достижения точки А. При этом основное содержание расчета на каждом шаге остается прежним.

Нужно отметить, что, несмотря на определенную утомительность рассмотренной вычислительной процедуры, метод динамического программирования сводит задачу минимизации функции $(k + 1)r$ переменных $k + 1$ отдельным шагам расчетами минимизации функции Беллмана, зависящей только от r переменных. Это экономит время расчета, требуя, правда, значительного объема памяти ЭВМ. Достоинством метода

при численных расчетах является также и снижение объема вычислений при сужении области допустимых управлений \bar{U} или допустимого множества значений \bar{X} . Однако с увеличением размерности задачи дискретизация увеличивает число вариантов расчета запоминаемых результатов в степени n , что известно как «проклятие размерности» и требует иных подходов к применению динамического программирования.

Б) Непрерывная форма динамического программирования

Принцип оптимальности Беллмана дает достаточно общее условие, которое можно применять как для дискретных, так и для непрерывных систем управления.

Рассмотрим следующий предельный случай, когда дискрет времени Δt бесконечно мал, т.е. $\Delta t \rightarrow 0$. Обратимся к функциональному уравнению Беллмана для одномерного объекта, заменив в нем дискретный момент времени t_i (на текущее время) и согласно (3.3) и (3.4) функции $\varphi(x_i, u_i)$ и $F(x_i, u_i)$ соответственно на $f(x, u)\Delta t$ и $f_0(x, u)\Delta t$. Тогда можно получить выражение:

$$S(x, t) = \min_{u(t)} \{ f_0(x, u)\Delta t + S[x + f(x, u)\Delta t; t + \Delta t] \} \quad (3.8)$$

При этом функция S во втором слагаемом правой части уравнения также имеет бесконечно малые приращения. Допустим, что функция Беллмана S непрерывна и, кроме того, существуют частные производные $\frac{\partial S}{\partial t}$ и $\frac{\partial S}{\partial x}$. Тогда можно разложить функцию $S(x + f\Delta t, t + \Delta t)$ в ряд Тейлора в точке (x, t) и, пренебрегая членами второго порядка малости, получить:

$$S[x + f(x, u)\Delta t; t + \Delta t] \approx S(x, t) + \frac{\partial S}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial S}{\partial x} f(x, u)\Delta t + \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} \frac{\Delta t^2}{2} + \frac{\partial^2 S}{\partial x \partial t} f(x, u)\Delta t^2 + \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} \frac{\Delta x^2}{2} + \dots$$

Заметим, что последнее слагаемое может быть учтено, если переменная $x(t)$ есть случайный процесс, в котором присутствует составляющая типа

белого шума с бесконечно большой дисперсией D , равной $\sigma^2 \Delta t$ где σ^2 – коэффициент диффузии. Подставим полученный результат в правую часть уравнения (2.8). С учетом того, что функции $S(x, u)$ и $\frac{\partial S}{\partial t} \Delta t$ от управления не зависят как результаты уже проведенной оптимизации и могут быть вынесены за фигурные скобки, уравнение (3.8) можно представить в виде:

$$S(x, t) \approx S(x, t) + \frac{\partial S}{\partial t} \Delta t = \max_{u(t)} \left\{ \begin{array}{l} f_0(x, u) \Delta t + \frac{\partial S}{\partial x} f(x, u) \Delta t + \\ \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} \frac{\Delta t^2}{2} + \frac{\partial^2 S}{\partial x \partial t} f(x, u) \Delta t^2 + \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} \frac{\Delta t^2}{2} \end{array} \right\}$$

Перенеся первые два члена в левую часть, разделим уравнение на Δt

:

$$-\frac{\partial S}{\partial t} = \max_{u(t)} \left\{ f_0(x, u) + \frac{\partial S}{\partial x} f(x, u) + \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} \frac{\sigma^2}{2} + \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} \Delta t + \frac{\partial^2 S}{\partial x \partial t} f(x, u) \Delta t \right\}$$

Последними двумя слагаемыми при $\Delta t \rightarrow 0$ можно пренебречь из-за их малости. Тогда с учетом случайного характера оптимизируемого процесса получим уравнение [30, 45]:

$$-\frac{\partial S(x, t)}{\partial t} = \max_{u(t)} \left\{ f_0(x, u) + \frac{\partial S}{\partial x} f(x, u) + \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} \frac{\sigma^2}{2} \right\} \quad (3.9)$$

Если рассматривать детерминированный случай при $\sigma^2 = 0$ и, наконец, исследовать поведение системы с n координатами x_i и r управлениями u_j , то можно получить известное уравнение Беллмана в частных производных:

$$-\frac{\partial S(\bar{x}_n, t)}{\partial t} = \max_{u_r(t)} \left\{ f_0(\bar{x}_n, \bar{u}_r, t) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial S}{\partial x_i} f_i(\bar{x}_n, \bar{u}_r, t) \right\} \quad (3.10)$$

Очень важно подчеркнуть, что уравнение Беллмана (3.10) является нелинейным дифференциальным уравнением, поскольку в нем присутствует операция минимизации. В векторной форме его можно записать так:

$$-\frac{\partial S}{\partial t} = \min_u \{ f_0(\bar{x}, \bar{u}, t) + \text{grad} S \bar{f} \}$$

где $S(\bar{x}, t) = \min \left\{ \int_{t_1}^{t_k} f_0(\bar{x}, \bar{u}, t) dt \right\}$.

Поясним теперь смысл слагаемых, входящих в правую часть уравнения (3.10). Первое слагаемое f_0 характеризует потери на текущем шаге, второе слагаемое в виде суммы членов оценивает последствия от принятого решения в будущем. Причем каждый член учитывает изменение текущего состояния по координате x_j , возникающее за счет управления $\bar{u}_r(t)$, с помощью производной $\dot{x}_i = f_i(\bar{x}, \bar{u}, t)$, которая умножается на свой весовой коэффициент $\frac{\partial S}{\partial x_i}$. Таким образом, производные $\frac{\partial S}{\partial x_i}$ есть своего рода «коэффициенты чувствительности» оставшегося значения минимизируемого функционала к изменениям текущих значений фазовых координат x_i . Это соображение иллюстрирует дальновидность метода и оживляет представление о функции Беллмана $S(\bar{x}_n)$ как о некоторой функции отклика критерия оптимальности на измененные вектора состояния \bar{x}_n . Часто в технических задачах можно физически уяснить себе характер зависимости функции S от фазовых координат системы. Поэтому удается найти управление в функции от состояния фазовых координата x_i , что позволяет прийти к замкнутой системе управления с обратной связью

и тем самым ускорить решение задачи, что будет показано ниже в примерах.

С помощью динамического программирования можно решать задачи и с незакрепленным временем управления t_k . В частности, для автономных систем можно получить уравнение Беллмана в виде:

$$0 = \min_{u_r(t)} \{ f_0(\bar{x}_n, \bar{u}_r) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial S(\bar{x}_n)}{\partial x_i} f_i(\bar{x}_n, \bar{u}_r) \} \quad (3.11)$$

где функция $S(\bar{x}_n)$ от времени не зависит. Для задач максимального быстродействия в уравнении (3.11) нужно ввести замену $f_0(\bar{x}_n, \bar{u}_r) = 1$.

В заключение отметим, что вывод уравнений (3.10) и (3.11) требовал дифференцируемости функции S . Однако имеются задачи, где эта функция не является дифференцируемой, а оптимальное управление существует.

В) Связь динамического программирования с вариационным исчислением и принципом максимума

Метод динамического программирования носит более универсальный характер, чем методы, основанные на принципе максимума и вариационном исчислении, поскольку он был разработан для оптимального управления процессами, не обязательно описываемыми системой дифференциальных уравнений. Вместе с тем этот метод не имеет строгого обоснования в ряде случаев по сравнению с принципом максимума и вариационным исчислением, хотя и тесно связан с ними [53].

Пусть целевая функция f_0 зависит от скорости $\dot{\bar{x}}$ изменения фазовых координат. Тогда уравнение (3.10) можно записать в виде:

$$-\frac{\partial S}{\partial t} = f_0(\bar{x}, \dot{\bar{x}}, t) + \frac{\partial S}{\partial \bar{x}} \dot{\bar{x}}(t) \quad (3.12)$$

Продифференцируем уравнение (2.12) по $\dot{\bar{x}}$ с учетом того, что функция Беллмана $S(\bar{x}, t)$ от $\dot{\bar{x}}$ не зависит:

$$0 = \frac{\partial f_0}{\partial \dot{\bar{x}}} + \frac{\partial S}{\partial \bar{x}} \quad (3.13)$$

Затем запишем полную производную по t :

$$0 = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial f_0}{\partial \dot{\bar{x}}} \right] + \frac{\partial^2 S}{\partial \bar{x} \partial \bar{x}^T} \dot{\bar{x}} + \frac{\partial^2 S}{\partial t \partial \bar{x}} \quad (3.14)$$

Продифференцируем теперь уравнение (3.14) по \bar{x} :

$$-\frac{\partial^2 S}{\partial \bar{x} \partial t} = \frac{\partial f_0}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial^2 S}{\partial \bar{x} \partial \bar{x}^T} \dot{\bar{x}}.$$

Вычитая из полученного результата предыдущее уравнение, приходим к уравнению Эйлера в вариационном исчислении:

$$\frac{\partial f_0}{\partial \bar{x}} - \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial f_0}{\partial \dot{\bar{x}}} \right] = 0$$

Заметим это соотношение было получено в предположении о непрерывности частных производных второго порядка.

Пусть теперь граничное условие задачи в конечный момент времени t_k есть соотношение:

$$\frac{\partial S}{\partial t} \Big|_{t_k} = \left[\dot{c}^T \frac{\partial f_0}{\partial \bar{x}} \right] \Big|_{t_k}$$

Тогда с учетом равенства (3.13) получим из (3.12) следующее соотношение, идентичное условию задачи с подвижным концом в вариационном исчислении:

$$[\dot{c}(t_k) - \dot{x}(t_k)] \frac{\partial f_0(t_k)}{\partial \dot{\bar{x}}} + f_0(t_k) = 0$$

Кроме того, можно убедиться, что уравнение (3.13) есть необходимое условие минимума для выражения в правой части (3.13), поскольку, во-первых, уравнение (3.13) есть частная производная от этого выражения по \bar{x} , приравненная к нулю. Во-вторых, дифференцируя по \bar{x} уравнение (3.13) вторично и учитывая равенство нулю производной от первого

слагаемого, получаем еще одно необходимое условие минимума, $\frac{\partial^2 f_0}{\partial \dot{\bar{x}} \partial \dot{\bar{x}}^T}$ состоящее в положительной определенности матрицы частных производных второго порядка, что совпадает с условием Лежандра в вариационном исчислении.

Можно также показать, что если экстремум в точке $\dot{\bar{x}}_{opt}$ совпадает с абсолютным минимумом, т.е.:

$$f_0(\bar{x}, \dot{\bar{x}}, t) + \frac{\partial S(x, t)}{\bar{x}^T} \dot{\bar{x}} > f_0(\bar{x}, \dot{\bar{x}}_{opt}, t) + \frac{\partial S}{\partial \bar{x}^T} \dot{\bar{x}}_{opt}$$

то это соответствует известному условию Вейерштрасса.

Геометрическая интерпретация динамического программирования. Связь с функцией Ляпунова. Классическое описание данной взаимосвязи строится на том, что из уравнений динамического программирования при определенных допущениях выводятся результаты, соответствующие принципу максимума. Основной смысл этих сопоставлений состоит в том, чтобы показать, что для применения динамического программирования нужны излишне жесткие требования, связанные с существованием непрерывных частных производных $\frac{\partial S}{\partial x_i}$ и $\frac{\partial^2 S}{\partial x_i \partial x_j}$. Действительно, если для

задачи с закрепленным временем ввести $(n + 2)$ -мерную вектор-функцию:

$$\psi = \left[-1, -\frac{\partial S}{\partial x_1}, \dots, -\frac{\partial S}{\partial x_n}, -\frac{\partial S}{\partial x_{n+1}} \right]$$

то уравнение Беллмана (3.10) можно записать в виде:

$$0 = \max_u \left\{ f_0(x, u)(-1) - \sum_{i=1}^n \psi_i f_i - \frac{\partial S}{\partial x_{n+1}}(-1) \right\} \quad (3.15)$$

или так $\bar{\psi} \bar{f} = 0$, что соответствует принципу максимума, если ввести функцию $H = \bar{\psi} \bar{f}$.

Если рассмотреть задачу максимального быстродействия, то, воспользовавшись уравнением (3.14) для автономных систем и продифференцировав его по x_l , получим:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 S}{\partial x_i \partial x_i} f_i(\bar{x}, \bar{u}) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial S}{\partial x_i} \frac{\partial f_i(\bar{x}, \bar{u})}{\partial x_i} = 0$$

Первое слагаемое можно преобразовать, учитывая очевидное соотношение

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial S}{\partial x_l} \right] = \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 S}{\partial x_i \partial x_l} \dot{x}_i = \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 S}{\partial x_i \partial x_l} f_i(\bar{x}, \bar{u})$$

откуда получаем следующий результат:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial S}{\partial x_l} \right] + \sum_{i=1}^n \frac{\partial S(\bar{x})}{\partial x_i} \frac{\partial f_i(\bar{x}, \bar{u})}{\partial x_l} = 0 \quad (3.16)$$

Видно, что в оба слагаемых входят одни и те же функции $-\frac{\partial S}{\partial x_1}, \dots, -\frac{\partial S}{\partial x_n}$,

которые мы теперь «обозначим через $\psi_1(t), \dots, \psi_n(t)$. Тогда условие (3.14) для оптимального процесса приобретет вид:

$$\sum_{i=1}^n \psi_i(t) f_i(\bar{x}, \bar{u}) = 1$$

что сразу же позволяет левую часть этого равенства обозначить через гамильтониан H , а из соотношения (3.16) получить используемую в принципе максимума систему дифференциальных уравнений относительно вспомогательных переменных:

$$\dot{\psi}_i = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\sum_{i=1}^n \psi_i f_i \right] = -\frac{\partial H}{\partial x_i}$$

Таким образом, результаты динамического программирования и принципа максимума совпадают, если ввести обозначения $\dot{\psi}_i = -\frac{\partial S}{\partial x_i}$ или в векторной форме $\vec{\psi} = -\text{grad} S$.

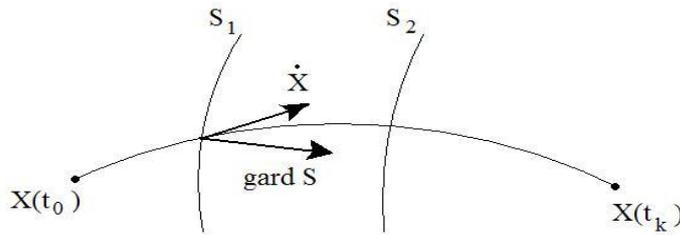


Рис.3.2 Геометрическая интерпретация динамического программирования в задаче максимального быстродействия

Это позволяет дать следующую геометрическую интерпретацию динамического программирования. На рис.3.2 представлены поверхности изохрон $S = \text{const}$ для задачи максимального быстродействия, причем величина S , по смыслу равная оставшемуся минимизируемому времени $t_k - t$ убывает по мере приближения к конечной точке, т.е. $S_1 > S_2$.

При этом движение должно осуществляться в направлении убывания функции S , т.е. в направлении, противоположном ее градиенту внутрь изоповерхности $S = \text{const}$. Из физических соображений очевидно, что движение вдоль нормали – самое быстрое по времени, так как движение вдоль изоповерхности не дает приближения к конечной точке.

С помощью функции Беллмана S можно дать и другую трактовку процессу ее убывания, связав ее с функцией Ляпунова. Действительно, если целевая функция положительно определена:

$$f_0 = x^T Q x + q_0 u^2$$

то, выразив уравнение (2.12) в виде

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial \bar{x}} \dot{\bar{x}} = -f_0 \quad \text{или} \quad \frac{dS}{dt} = -f_0$$

видим, что функция S есть функция Ляпунова.

Значит, если функция S положительно определена, то оптимальная система обладает еще одним замечательным свойством — она асимптотически устойчива, что особенно важно для нелинейных систем.

Отличие динамического программирования от других методов состоит в том, что если принцип максимума есть необходимое условие оптимальности, то уравнения динамического программирования при соблюдении всех требуемых допущений понимаются как достаточное условие. Необходимо также подчеркнуть, что в принципе максимума переменные ψ_i мыслятся как функции времени, а в динамическом программировании это функции от фазовых координат, характеризующие чувствительность минимизируемого значения функционала к изменению текущего состояния $\bar{x}(t)$. Формально это требует решения нелинейных дифференциальных уравнений вида (2.9) или (2.10) в частных производных, что так же сложно, как и решение краевых задач в принципе максимума.

3.1.2 Аналитическое конструирование регуляторов и применение для их синтеза динамического программирования

Поскольку динамическое программирование наиболее близко к получению оптимального управления в замкнутой форме, нужно подробнее остановиться на задаче синтеза систем автоматического управления, удовлетворяющего при существующих ограничениях требуемому качеству. Одним из направлений в этой области является разработанный А.М. Летовым подход [3], названный аналитическим конструированием оптимальных регуляторов, когда алгоритм управляющего устройства замкнутой системы находится аналитически в соответствии с

определенным функционалом качества, соответствующим квадратическому критерию вида:

$$J = 0.5 \bar{x}^T(t_k) + 0.5 \int_{t_0}^{t_k} [\bar{x}(t)P(t)\bar{x}^T(t) + u^T(t)R(t)\bar{u}(t)] dt \quad (3.17)$$

Минимизация функционала (3.17) соответствует задаче о регуляторе состояния, когда важно удерживать около нуля все компоненты вектора состояния. Возможны другие варианты удержания около нуля некоторой ошибки, представляющей собой разность между желаемым и выходным сигналами в задачах слежения, но смысловое содержание структуры критерия остается неизменным. Первое слагаемое характеризует терминальную ошибку в конечный момент, второе слагаемое преследует цель обеспечить малость ошибки при удерживании системы в заданном положении. Последнее слагаемое представляет «штраф за большое управление» и оценивает затрачиваемую на управление энергию.

Соответственно положительно полуопределенные матрицы M , P и положительно определенная матрица R выбираются с учетом значимости указанных факторов, преимущественно с ненулевыми диагональными элементами, либо, по желанию проектировщика, можно положить некоторые из матриц нулевыми. При этом, как правило, рассматривается линейный нестационарный объект, описываемый уравнениями:

$$\dot{\bar{x}} = A\bar{x} + B\bar{u} \quad (3.18)$$

где на управление \bar{u} никаких прямых ограничений не наложено. В связи с этим для аналитического решения можно применять как вариационное исчисление, так и принцип максимума, но для получения решения в замкнутой форме воспользуемся методом динамического программирования. С учетом терминального члена функцией Беллмана S является функция:

$$S(\bar{x}, t) = \min_{\bar{u}} \left\{ 0.5\bar{x}^T(t_k)M\bar{x}(t_k) + \int_t^{t_k} f_0(\bar{x}, \bar{u})dt \right\}$$

которая при $t = t_k$ не равна нулю.

С учетом (2.16) и (2.17) уравнение Беллмана имеет вид:

$$-\frac{\partial S(\bar{x}, t)}{\partial t} = \min_{\bar{u}} \left\{ 0.5\bar{x}^T MP(t)x + 0.5\bar{u}^T R(t)\bar{u} + \frac{\partial S}{\partial \bar{x}} [A(t)\bar{x} + B(t)\bar{u}] \right\}$$

При отсутствии ограничений на оптимальное управление вычислим производную от выражения в фигурных скобках и, приравняв ее нулю, получим:

$$\bar{u}^T R + \frac{\partial S}{\partial \bar{x}} B(t) = 0$$

Поскольку матрица D положительно определена, можно найти, во-первых, оптимальное управление:

$$\bar{u}(t) = -R^{-1}B^T(t) \left[\frac{\partial S(\bar{x}, t)}{\partial \bar{x}} \right]^T \quad (3.19)$$

и, во-вторых, записать уравнение Беллмана без операции минимизации:

$$-\frac{\partial S}{\partial t} = 0.5\bar{x}^T P(t)\bar{x} - 0.5 \frac{\partial S}{\partial \bar{x}} B(t)R^{-1}(t)B^T \left[\frac{\partial S}{\partial \bar{x}} \right]^T + \frac{\partial S}{\partial \bar{x}} A(t)\bar{x} \quad (3.20)$$

Уравнение (3.20) можно решить при условии $S(\bar{x}, t_k) = 0.5\bar{x}^T M\bar{x}$. Можно показать, что уравнение (3.20) имеет точное аналитическое решение, которое представляет собой квадратичную форму:

$$S(\bar{x}, t) = 0.5\bar{x}^T K(t)\bar{x} \quad (3.21)$$

где $K(t)$ — симметричная нестационарная матрица с искомыми элементами. Вычислив частные производные:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = 0.5\bar{x}^T K(t)\bar{x}; \quad \frac{\partial S}{\partial \bar{x}} = \bar{x}^T K(t)$$

подставим их в уравнение (3.20):

$$\begin{aligned}
 -0.5\bar{x}^T K(t)\bar{x} &= 0.5\bar{x}^T P(t)\bar{x} - 0.5\bar{x}^T K(t)B(t)R^{-1}(t)B^T(t)K(t)\bar{x} + \\
 &+ \bar{x}^T K(t)A(t)\bar{x},
 \end{aligned}
 \tag{3.22}$$

Учитывая, что $\bar{x}^T K(t)A(t)\bar{x} = 0.5\bar{x}^T K(t)A\bar{x} + 0.5\bar{x}^T A^T(t)K(t)\bar{x}$, уравнение (3.22) можно преобразовать к виду:

$$\begin{aligned}
 0.5\bar{x}^T [K(t) - P(t) - K(t)B(t)R^{-1}(t)B^T \\
 (t)K(t) + K(t)A(t) + A^T(t)K(t)]\bar{x} = 0
 \end{aligned}$$

что соответствует равенству нулю выражения в квадратных скобках, имеющего вид системы линейных неоднородных дифференциальных уравнений с граничным условием $K(t_k) = M$:

$$K = -KA(t) - A^T(t)K + KB(t)R^{-1}(t)B^T(t)K - P(t)
 \tag{3.23}$$

Уравнение (3.23) называется матричным уравнение Риккати, решение которого обычно находят численно на ЭВМ до начала работы системы. Оптимальному управлению соответствует в общем случае линейный закон управления с переменным коэффициентом передачи:

$$\bar{u}(\bar{x}) = -R^{-1}KB^T(t)\bar{x}
 \tag{3.24}$$

И снова, возникает закономерный вопрос - при каких условиях структура и параметры регулятора будут неизменны. В работах Калмана доказывається, что при $M = 0$ и $t_k \rightarrow \infty$ для стационарных объектов, т.е. при постоянных матрицах A , B , K и P , решение уравнения Риккати есть постоянная матрица K , соответствующая уравнению:

$$KA + A^T K - KBR^{-1}B^T K + P = 0,
 \tag{3.25}$$

В этом случае оптимальная замкнутая система является стационарной:

$$\dot{\bar{x}} = (A - BR^{-1}B^T K)\bar{x}$$

и асимптотически устойчивой вследствие установившегося поведения при $t \rightarrow \infty$, несмотря на то что объект управления может быть неустойчив.

Нужно подчеркнуть, что с учетом формулы (3.24) метод АКОР является наиболее подходящим среди других методов [29, 30, 36-41] для определения структуры линейного регулятора.

3.2 Синтез оптимального линейного регулятора управления боковым движением основного и встречных судов, сближающихся на строго поперечных курсах

Постановка задачи

Дано:

1. Пусть движение первого судна по заданной линии пути m_1 , являющегося основным объектом, для управления которого осуществляется контроль безопасности, подчиняется следующим дифференциальным уравнением

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -a_1 x_2 + b_1 u_0 \tag{3.26}$$

$$\dot{y}_3 = V_1$$

где x_1 - координата бокового движения, x_2 - боковая скорость, a_1 и b_1 - заданные параметры первого судна, y_3 - координата поступательного движения с заданной постоянной скоростью V_1 , u_0 - синтезируемый сигнал управления первым судном.

2. Пусть движение второго судна по другой заданной линии пути m_2 , пересекающейся с m_1 (как это показано на рис.3.3) под углом 90° , подчиняется своим дифференциальным уравнениям

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_2 \\ \dot{y}_2 &= -a_2 y_2 + b_2 u_1 \\ \dot{x}_3 &= V_2 \end{aligned} \quad (3.27)$$

где y_1 - координата бокового движения второго судна, y_2 - его боковая скорость, x_3 - координата поступательного движения с заданной постоянной скоростью V_2 , равной $(-V_1)$, если сближение с первым судном осуществляется слева от него (см, рис.1), либо равной V_1 , если сближение происходит справа; u_1 - синтезируемый сигнал управления вторым судном.

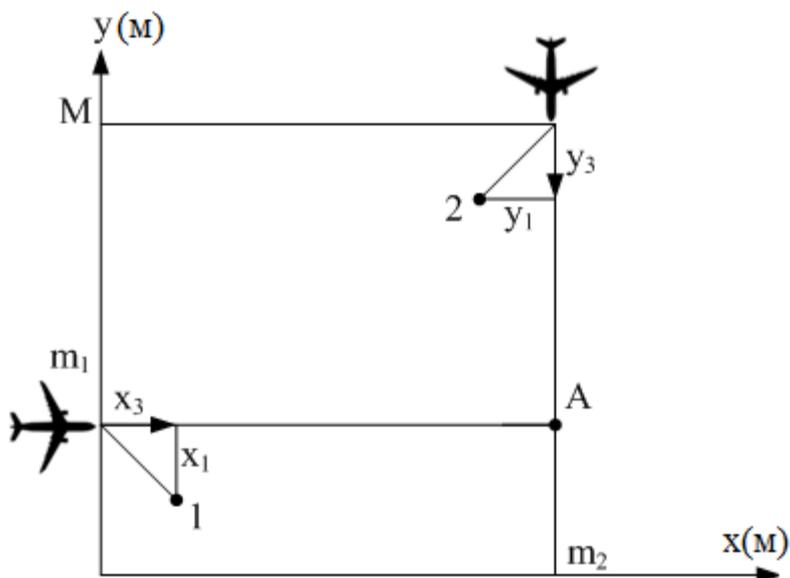


Рис.3.3 Картина сближения судов при их поперечном движении

3. Задан интегральный минимизируемый функционал J качества управления

$$J = \int_0^T \left[\frac{\tau_0}{2}(u_0^2 + u_1^2) + \frac{\tau_1}{2}[(x_1 - m_1)^2 + (y_1 - m_2)^2] + \frac{\tau_2}{2}(x_2^2 + y_2^2) + \frac{\tau_3}{1 + (x_1 + x_3 + d)^2 k + k(y_1 + y_3 + d)^2} \right] dt \quad (3.28)$$

где $\tau_0, \tau_1, \tau_2, \tau_3$ - весовые коэффициенты значимости штрафов соответственно за расходимую мощность, отклонения от заданных линий пути, отклонения по боковой скорости и штрафа за опасное сближение по сравнению с заданной величиной d безопасной дистанции.

Последнее слагаемое в подинтегральном выражении f_0 в формуле (3.28) определяет растущий риск столкновения по мере приближения судов друг к другу.

4. Начальные условия движения судов таковы, что при $M - m_1 = m_2$ и равных по модулю скоростей попутного движения они столкнутся в точке встречи A , вследствие чего система контроля должна своевременно сформировать сигнал о необходимости совершить дополнительное маневрирование во избежание аварийного сближения.

Требуется: синтезировать алгоритмы оптимального управления боковым движением судов для увеличения минимальной дистанции между ними при их сближении;

Как было показано в [10], поставленным требованиям полностью удовлетворяет динамическое программирование в непрерывной форме, т.к. правая часть уравнения Беллмана в частных производных учитывает динамику управляемых объектов, а оптимальное управление по текущему состоянию зависит от вектора координат движения. Как показано ниже, это

позволило получить нужные результаты в аналитическом виде, что удобно для технической реализации.

Прежде чем приступить к аналитическому синтезу, необходимо остановиться на координированном выборе направлении бокового движения обеих судов. Ранее в [3.30] было показано, что оба судна должны поворачивать вправо, если одно из них движется навстречу другому слева (см. рис.3.3).

Согласно теории оптимального управления, условию оптимальности соответствует уравнение Беллмана

$$-\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \min_{u_1, u_2} \{ f_0(\bar{x}, u_0, u_1) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \dot{x}_i(u_0, u_1) \} \quad (3.29)$$

а функцию Беллмана ε нужно представить степенным полиномом второго порядка

$$\varepsilon = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 y_1 + \beta_4 y_2 + 0,5\gamma_1 x_1^2 + 0,5\gamma_2 x_2^2 + 0,5\gamma_3 y_1^2 + 0,5\gamma_4 y_2^2 + \psi_{12} x_1 x_2 + \psi_{13} x_1 y_1 + \psi_{14} x_1 y_2 + \psi_{23} x_2 y_1 + \psi_{24} x_2 y_2 + \psi_{34} y_1 y_2$$

После чего уравнение Беллмана (3.29), в том числе её правую часть $F(\bar{x}, \bar{y})$, являющуюся функцией текущего риска, можно представить в виде

$$\begin{aligned} -\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} &= \min_{u_1, u_2} \{ f_0(\bar{x}, \bar{y}, u_0, u_1) + (\beta_1 + \gamma_1 x_1 + \psi_{12} x_2 + \psi_{13} y_1 + \psi_{14} y_2) x_2 + (\beta_3 + \gamma_3 y_1 + \psi_{34} y_2 + \psi_{13} x_1 + \psi_{23} x_2) y_2 \\ &+ (\beta_2 + \gamma_2 x_2 + \psi_{12} x_1 + \psi_{23} y_1 + \psi_{24} y_2)(b_1 u_1 - a_1 x_2) + (\beta_4 + \gamma_4 y_2 + \psi_{34} y_1 + \psi_{14} x_1 + \psi_{24} x_2)(b_2 u_2 - a_2 y_2) \} \\ &= \min_{u_1, u_2} \{ F(x_1, x_2, y_1, y_2, u_0, u_1) \} \end{aligned} \quad (3.30)$$

где f_0 - подинтегральное выражение минимизируемого функционала (3.28), $F(x_1, x_2, y_1, y_2, u_0, u_1)$ - минимизируемая функция текущего риска, используемая ниже для контроля безопасности движения. Согласно принятой методике аналитического конструирования оптимальных регуляторов с учетом квадратичной зависимости f_0 от управлений u_0 и u_1

, условию экстремума по u_0 и u_1 соответствуют при $\tau_0 = 1$ следующие оптимальные управления

$$u_{0opt} = -b_1(\beta_2 + \gamma_2 x_2 + \psi_{12} x_1 + \psi_{23} y_1 + \psi_{24} y_2) \quad (3.31)$$

$$u_{1opt} = -b_2(\beta_4 + \gamma_4 y_2 + \psi_{34} y_1 + \psi_{14} x_1 + \psi_{24} x_2)$$

Таким образом, для окончательного определения найденного алгоритма линейного оптимального управления необходимо вычислить искомые коэффициенты $\beta_2, \beta_4, \gamma_2, \gamma_4, \psi_{12}, \psi_{14}, \psi_{23}, \psi_{24}, \psi_{34}$ - всего 9 коэффициентов функции Беллмана ε .

Чтобы это сделать, нужно представить левую и правую части уравнения (3.30) степенным полиномом второго порядка относительно координат состояния. Для этого нужно, во-первых, избавиться от дробно рациональной функции штрафа за опасное сближение, входящей в состав подинтегрального выражения f_0 , заменив дробь на степенной полином

$$\frac{\tau_3}{1 + k(x_1 + x_3 + d)^2 + k(y_1 + y_3 + d)^2} \approx \tau_3 - k\tau_3(x_1 + x_3 + d)^2 - k\tau_3(y_1 + y_3 + d)^2 \quad (3.32)$$

Во-вторых необходимо подставить найденные значения (3.31) оптимального управления u_{0opt} и u_{1opt} в слагаемые правой части уравнения Беллмана (3.30), их содержащие, и которые при $\tau_0 = 1$ равны

$$\frac{u_0^2}{2} + b_1 u_0 (\beta_2 + \psi_{12} x_1 + \gamma_2 x_2 + \psi_{23} y_1 + \psi_{24} y_2) + \frac{u_1^2}{2} + b_2 u_1 (\beta_4 + \psi_{34} y_1 + \gamma_4 y_2 + \psi_{14} x_1 + \psi_{24} x_2) = \quad (3.33)$$

$$-0,5b_1^2 (\beta_2 + \psi_{12} x_1 + \gamma_2 x_2 + \psi_{23} y_1 + \psi_{24} y_2)^2 - 0,5b_2^2 q^2 (\beta_2 + \psi_{34} y_1 + \gamma_4 y_2 + \psi_{14} x_1 + \psi_{24} x_2)^2$$

Подставляя полученные выражения (3.32) и (3.33) в уравнение (3.30), можно получить степенной полином второго порядка, содержащий 14

слагаемых, имеющих при разных степенях x_i и y_i свои множители, нелинейно зависящие от 14 искомым коэффициентов функции Беллмана - $\beta_i, \gamma_i, \psi_{ik}$.

Для их нахождения необходимо согласно использовать условие $-\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = 0$ для установившегося состояния, приравняв множители при одинаковых степенях полинома относительно координат системы x_1, x_2, y_1, y_2 в левой и правой частях уравнения (3.30).

Тогда можно получить следующие 14 нелинейных алгебраических уравнений относительно всех неизвестных коэффициентов $\beta_i, \gamma_i, \psi_{ik}$ и попробовать найти их приближенным путем.

1. $\tau_1 m_1 + k \tau_3 (x_3 + d) + b_1^2 \beta_2 \psi_{12} + b_2^2 \psi_{14} \beta_4 = 0$
2. $\beta_1 - a_1 \beta_2 - b_1^2 \beta_2 \gamma_2 - b_2^2 \beta_4 \psi_{24} = 0$
3. $\tau_1 - k \tau_3 - b_1^2 \psi_{12}^2 - b_2^2 \psi_{14}^2 = 0$
4. $0,5 \tau_2 + \psi_{12} - a_1 \gamma_2 - 0,5 b_1^2 \gamma_2^2 - 0,5 b_2^2 \psi_{24}^2 = 0$
5. $\tau_1 m_2 + k \tau_3 (y_3 + d) + b_1^2 \beta_2 \psi_{23} + b_2^2 \psi_{34} \beta_4 = 0$
6. $\beta_3 - a_2 \beta_4 - b_1^2 \beta_2 \psi_{24} - b_2^2 \beta_4 \gamma_4 = 0$
7. $\tau_1 - k \tau_3 - b_1^2 \psi_{23}^2 - b_2^2 \psi_{34}^2 = 0$ (3.34)
8. $0,5 \tau_2 + \psi_{34} - a_2 \gamma_4 - 0,5 b_1^2 \psi_{24}^2 - 0,5 b_2^2 \gamma_4^2 = 0$
9. $\gamma_1 - a_1 \psi_{12} - b_1^2 \psi_{12} \gamma_2 - b_2^2 \psi_{14} \psi_{24} = 0$
10. $\gamma_3 - a_2 \psi_{34} - b_1^2 \psi_{23} \psi_{24} - b_2^2 \gamma_4 \psi_{34} = 0$
11. $b_1^2 \psi_{12} \psi_{23} + b_2^2 \psi_{14} \psi_{34} = 0$
12. $(a_1 + a_2) \psi_{24} + b_1^2 \gamma_2 \psi_{24} + b_2^2 \gamma_4 \psi_{24} \psi_{14} \psi_{23} = 0$
13. $\psi_{13} - (a_2 + b_2^2 \gamma_4) \psi_{14} - b_1^2 \psi_{12} \psi_{24} = 0$

$$14. \psi_{13} - (a_1 + b_1^2 \gamma_2) \psi_{23} - b_2^2 \psi_{34} \psi_{24} = 0$$

Ясно, что найти строгое аналитическое решение для $\beta_i, \gamma_i, \psi_{ik}$ в квадратурах невозможно, поэтому нужно принять ряд допущений. В качестве первого приближения допустим, что динамические свойства сближающихся судов примерно одинаковы, т.е. $a_1 = a_2, b_1 = b_2$. Тогда внимательный анализ уравнений – 3,7,11,13,14 системы (3.34) показывает, что если принять $\psi_{12} = \psi_{34}$, то коэффициенты $\psi_{14} = \psi_{23} = 0$. Поэтому из уравнений 3,7 системы (3.34) получим

$$\psi_{12} = \psi_{34} = \frac{\sqrt{\tau_1 - k\tau_3}}{b_1} = N \quad (3.35)$$

Это позволяет сразу найти из уравнений 1 и 5 коэффициенты β_2 и β_4 :

$$\beta_2 = -\frac{\tau_1 m_1 + k\tau_3(x_3 + d)}{b_1^2 N} = 0, \quad \beta_4 = \frac{\tau_1 m_2 + k\tau_3(y_3 + d)}{b_1^2 N} = 0 \quad (3.36)$$

Осталось найти γ_2, γ_4 и ψ_{24} , чтобы полностью определить параметры алгоритмов оптимального управления (3.31). Для этого требуется проанализировать уравнения 4, 8 и 12 системы (3.34). Ясно, что $\gamma_2 = \gamma_4$, а для нахождения γ_2 и ψ_{24} нужно иметь ввиду уравнения 4 и 12

$$4. 0,5\tau_2 + \psi_{12} - a_1\gamma_2 - 0,5b_1^2\gamma_2^2 - 0,5b_2^2\psi_{24}^2 = 0$$

$$12. (2a_1 + 2b_1^2\gamma_2)\psi_{24} = 0$$

В первом случае, если $\psi_{24} \neq 0$, из уравнения 11 получим

$$\gamma_2 = -\frac{a_1}{b_1^2} < 0$$

что противоречит физическому смыслу процесса управления. В частности, при управлении одним судном знак γ_2 положительным. Во втором оставшемся случае, если предположить, что $\psi_{24} = 0$, для нахождения γ_2 надо решить квадратное уравнение 4. Как показал анализ различных корней этого уравнения, при $\frac{a_1}{b_1^2} \geq 0$ лучшим решением является приближенный ответ

$$\gamma_2 = \gamma_4 \cong -\frac{a_1}{b_1^2} + \frac{\sqrt{\tau_2 + 2N}}{b_1} \quad (3.37)$$

Полученных оценок (3.35-3.37) достаточно, чтобы сформировать оптимальное управление (3.31) в квадратурах.

$$u_{0opt} = b_1 N \left[\frac{\tau_1 m_1 + k \tau_3 (x_3 + d)}{b_1^2 N^2} - x_1 \right] - \left(\sqrt{\tau_2 + 2N} - \frac{a_1}{b_1} \right) x_2 \quad (3.38)$$

$$u_{1opt} = b_1 N q \left[\frac{\tau_1 m_2 + k \tau_3 (y_3 + d)}{b_1^2 N^2} - y_1 \right] - \left(\sqrt{\tau_2 + 2N} - \frac{a_1}{b_1} \right) y_2$$

$$\text{где } N = \frac{\sqrt{\tau_1 - k \tau_3}}{b_1} \quad (3.39)$$

Формулы (3.38-3.39) отличаются двумя особенностями. Во-первых, вдали от места сближения судов сигнал управления u_0 должен содержать разность $(m_1 - x_1)$, а u_1 - разность $(m_2 - x_1)$, чтобы стремиться к заданной линии пути. Значит $\frac{\tau_1}{b_1^2 N^2} = \frac{\tau_1}{\tau_1 - k \tau_3} \rightarrow 1$, а этому соответствует малое значение

$k \tau_3 \ll \tau_1$ при $\tau_1 > 1$. Например, для $\tau_1 = 10$ можно взять величину $k \tau_3 = 1$. Однако во-вторых, в месте сближения судов весовой коэффициент при

разностях $(x_3 + d - x_1)$ и $(y_3 + d - y_1)$, гарантирующих безопасное уклонение, будет равен $\frac{k\tau_3}{\tau_1 - k\tau_3} = \frac{1}{9}$ и окажется весьма мал. Это произошло потому, что дробная функция штрафа (3.32) была нестрого заменена на степенной полином. Чтобы избежать этого недостатка, можно воспользоваться удачным приемом, использованным в [3.29] при “возвращении” вида дробной функции самому управлению с переменным коэффициентом при разностях $(x_3 + d - x_1)$ и $(y_3 + d - y_1)$, возрастающим по мере уменьшения расстояния R между судами

$$R = \sqrt{(x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2}$$

Тогда алгоритм оптимального управления выглядит так

$$u_{0opt} = b_1 N \left[\frac{\tau_1}{b_1^2 N^2} m_1 + \frac{k\tau_3 \zeta (x_3 + d)}{b_1^2 N^2 (1 + \lambda \frac{R^{2n}}{d^{2n}})} - x_1 \right] - (\sqrt{\tau_2 + 2N} - \frac{a_1}{b_1}) x_2$$

$$u_{1opt} = b_1 N \left[\frac{\tau_1}{b_1^2 N^2} m_2 + \frac{k\tau_3 \zeta (y_3 + d)}{b_1^2 N^2 (1 + \lambda \frac{R^{2n}}{d^{2n}})} - y_1 \right] - (\sqrt{\tau_2 + 2N} - \frac{a_1}{b_1}) y_2$$

где λ и n - параметры, подчеркивающие разницу в штрафе в зависимости от относительной дальности $\frac{R}{d}$ между судами, при этом для $\lambda > 1$ и $n > 1$ эта разница увеличивается, ζ - коэффициент, повышающий значимость дополнительного штрафа в месте сближения судов.

В частности, если взять ζ равным величине

$$\zeta = \frac{b_1^2 N^2 (1 + \lambda)}{k\tau_3}$$

то в месте сближения при $R = d$ у сигнала управления u_0 появится слагаемое $(x_3 + d - x_1)$, а у u_1 - слагаемое $(y_3 + d - y_1)$. Поэтому окончательно сигналы управления имеют вид [12]

$$u_{0opt} = b_1 N \left[\frac{\tau_1}{b_1^2 N^2} m_1 + \frac{(1 + \lambda)(x_3 + d)}{1 + \lambda \left(\frac{R^2}{d^2} \right)^n} - x_1 \right] - \left(\sqrt{\tau_2 + 2N} - \frac{a_1}{b_1} \right) x_2 \quad (3.40)$$

$$u_{1opt} = b_1 N \left[\frac{\tau_1}{b_1^2 N^2} m_2 + \frac{(1 + \lambda)(y_3 + d)}{1 + \lambda \left(\frac{R^2}{d^2} \right)^n} - y_1 \right] - \left(\sqrt{\tau_2 + 2N} - \frac{a_1}{b_1} \right) y_2$$

Следует подчеркнуть, что пока что формулы (3.40) для оптимального управления боковым движением двух судов соответствуют случаю пересечения маршрутов под углом 90° .

3.3 Синтез оптимального линейного регулятора управления движением основного судна при встрече с несколькими судами при пересечении их маршрутов под произвольным углом

Рассмотрим теперь общий случай сближения нескольких судов, для которого согласно общей постановке задачи уравнение Беллмана (3.29), в том числе его правую часть $F(\bar{x}, \bar{y}, u_0, u_i)$, можно представить, обозначив для упрощения в уравнениях (1.31)

$$V \sin(270^\circ - \psi_i) = p, \cos(270^\circ - \psi_i) = q; m_i = m_i(0) - qt \quad (3.41)$$

в следующем виде

$$-\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \min_{u_0, u_i} \left\{ \begin{aligned} & f_0(\bar{x}, \bar{y}, u_0, u_i) + (\beta_1 + \gamma_1 x_1 + \phi_{12} x_2 + \phi_{13} y_1 + \phi_{14} y_2) x_2 \\ & + (\beta_3 + \gamma_3 y_1 + \phi_{34} y_2 + \phi_{13} x_1 + \phi_{23} x_2)(y_2 + P) + (\beta_2 + \gamma_2 x_2 + \phi_{12} x_1 + \phi_{23} y_1 + \phi_{24} y_2)(b u_0 - a_1 x_2) \\ & + (\beta_4 + \gamma_4 y_2 + \phi_{34} y_1 + \phi_{14} x_1 + \phi_{24} x_2)(b q u_i - a y_2) \end{aligned} \right\} \quad (3.42)$$

Тогда, повторив использованную в предыдущем параграфе методику аналитического конструирования оптимальных регуляторов, с учетом

квадратичной зависимости f_0 в формуле (1.32) от управлений u_0 и u_i , получим при $\tau_0 = 1$ такое же по виду оптимальное управление, что u в (3.31)

$$\begin{aligned} u_{0opt} &= -b(\beta_2 + \gamma_2 x_2 + \phi_{12} x_1 + \phi_{23} y_1 + \phi_{24} y_2) \\ u_{iopt} &= -bq(\beta_4 + \gamma_4 y_2 + \phi_{34} y_1 + \phi_{14} x_1 + \phi_{24} x_2) \end{aligned}$$

Также для определения оптимального управления необходимо найти входящие в него 9 коэффициентов. Это позволяет для установившегося состояния при $\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = 0$ получить следующие 14 алгебраических нелинейных

уравнений относительно искомым коэффициентов $\beta_i, \gamma_i, \psi_{ik}$. Поэтому, не меняя порядка описанных выше действий, можно получить:

1. $\tau_1 m_0 + k\tau_3(x_3 + d) + b^2\beta_2\phi_{12} + q^2b^2\phi_{14}\beta_4 - \phi_{13}p = 0$
2. $\beta_1 - a\beta_2 - b^2\beta_2\gamma_2 - q^2b^2\beta_4\phi_{24} + \phi_{13}p = 0$
3. $\tau_1 m_i - k\tau_3(y_3 + d) - b^2\phi_{12}^2 - q^2b^2\phi_{14}^2 = 0$
4. $0,5\tau_2 + \phi_{12} - a\gamma_2 - 0,5b^2\gamma_2^2 - 0,5q^2b^2\phi_{24}^2 = 0$
5. $\tau_1 m_i + k\tau_3(y_3 + d) + b^2\beta_2\phi_{23} + q^2b^2\phi_{34}\beta_4 - \gamma_3p = 0$
6. $\beta_3 - a\beta_4 - b^2\beta_2\phi_{24} - q^2b^2\beta_4\gamma_4 + \phi_{34}p = 0$
7. $\tau_1 - k\tau_3 - b^2\phi_{23}^2 - q^2b^2\phi_{34}^2 = 0$ (3.43)
8. $0,5\tau_2 + \phi_{34} - a\gamma_4 - 0,5b^2\phi_{24}^2 - 0,5q^2b^2\gamma_4^2 = 0$
9. $\gamma_1 - a\phi_{12} - b^2\phi_{12}\gamma_2 - q^2b^2\phi_{14}\phi_{24} = 0$
10. $\gamma_3 - a\phi_{34} - b^2\phi_{23}\phi_{24} - q^2b^2\gamma_4\phi_{34} = 0$
11. $b^2\phi_{12}\phi_{23} + q^2b^2\phi_{14}\phi_{34} = 0$
12. $2a\phi_{24} + b^2\gamma_2\phi_{24} + q^2b^2\gamma_4\phi_{24} - \phi_{14} - \phi_{23} = 0$
13. $\phi_{13} - (a + b^2\gamma_4q^2)\phi_{14} - b^2\phi_{12}\phi_{24} = 0$

$$14. \phi_{13} - (a + b^2\gamma_2)\phi_{23} - q^2b^2\phi_{34}\phi_{24} = 0$$

Заметим, что в отличие от соотношений (3.34) в систему (3.43) входят новые коэффициенты p и q .

Очевидно, что найти строгое аналитическое решение системы (3.43) также невозможно, поэтому нужно принять ряд допущений, приняв которые можно получить

$$\phi_{14} = \phi_{23} = 0 \tag{3.44}$$

$$\phi_{12} = \phi_{34} \cong \frac{\sqrt{\tau_1 - k\tau_3}}{b} = N$$

Уравнения 1 и 5 позволяют получить предварительные формулы для коэффициентов β_2 и β_4

$$\beta_2 = -\frac{[\tau_1 m_0 + k\tau_3(y_{3i} + d) - \phi_{13}p]}{b^2N}, \beta_4 = -\frac{[\tau_1 m_i + k\tau_3(x_3 + d) - \gamma_3 p]}{q^2b^2N} \tag{3.45}$$

Если положить $\phi_{24} = 0$ и решить квадратное уравнение 4 относительно коэффициента γ_2 , то лучшим решением является приближенный ответ

$$\gamma_2 = \gamma_4 \cong -\frac{a}{b^2} + \frac{\sqrt{\tau_2 + 2N}}{b} \approx \frac{N}{a} \tag{3.46}$$

Остается доопределить коэффициенты ϕ_{13} и γ_3 . Согласно уравнению 10 величина γ_3 приближенно равна

$$\gamma_3 = N(a + b^2\gamma_2) \tag{3.47}$$

а в соответствии с уравнениями 13 и 14 при $\phi_{24} = \phi_{14} = \phi_{23} = 0$ коэффициент $\phi_{13} = 0$. Получив аналогичные оценки нужных коэффициентов, можно

убедиться, что в качестве промежуточного результата оптимальное управление $u_{0_{om}}$ и $u_{i_{om}}$ соответствует полученным выше формулам (3.40).

Эффект переключения с одних асимптот на другие по мере поступательного движения можно усилить, если ввести также переменные коэффициенты для асимптот m_1 и m_2 . Тогда координация взаимодействия в месте сближения достигнет максимума, а оптимальное управление (3.40) примет следующий окончательный вид, если вернуть обозначениям (3.41) их первоначальное написание при произвольной разнице в курсовых углах $\Delta\Psi$

$$u_{0_{om}} = b.N \left[\sum_{i=2,3,\dots,i}^n \frac{\lambda \left[\frac{R_{1i}^{2n}}{d^{2n}} - 1 \right] m_1 + \text{sign}(y_{1i} - y_{3i}) \cdot (1 + \lambda)(y_{3i} + d \cdot \text{sign} y_{3i}) \left(1 - \frac{R_{1i}}{\sum_{i=2,3,\dots,i}^n R_{1i}} \right)^{2n}}{\left[1 + \lambda \left[\frac{R_{1i}^{2n}}{d^{2n}} \right] \right]} - x_1 \right] - \left(\sqrt{\tau_2 + 2N} - \frac{a}{b} \right) x_2 \quad (3.48)$$

$$u_{i_{om}} = b.N \cdot \cos(270^\circ - \Delta\Psi_i) \left[\frac{\lambda \left[\frac{R_{1i}^{2n}}{d^{2n}} - 1 \right] m_i + \text{sign}(y_{1i} - y_{3i}) \cdot (1 + \lambda)(x_3 + d)}{\left[1 + \lambda \left[\frac{R_{1i}^{2n}}{d^{2n}} \right] \right]} - y_{1i} \right] - \left(\sqrt{\tau_2 + 2N} - \frac{a}{b} \right) y_{2i}$$

$$m_i = m_i(0) + Vt \cos(270^\circ - \Delta\Psi_i)$$

где $N = \frac{\sqrt{\tau_1 - k\tau_3}}{b}$; $R^2 = (x_1 - y_{3i})^2 + (x_3 - y_{1i})^2$ - расстояние между судами ,

$\Delta\Psi$ - заданная разница в углах поперечного курса, $x_1, x_2, x_3, y_{1i}, y_{2i}, y_{3i}$ - текущие координаты движения судов. При этом координаты x_3 и y_{3i}

соответствуют кратчайшим расстояниям до заданной линии пути от подвижного “препятствия” – сближающегося с поперечным курсом встречного судна [14].

Комментируя формулы (3.48), можно заметить, что вдали от места сближения при $R^2 > d^2$ при специальных выбранных параметрах $\lambda = 1$ и $n = 2$ боковое движение встречного и основного судна будет стабилизировано относительно своих заданных линий пути m_2 и m_1 . Но при $\frac{R^2}{d^2} \leq 1$ целью управления станет безопасное уклонение судов с помощью асимптот $x_3 + d$ и $y_{3i} + d$. Кроме того, в сигнале u_{ionm} управления встречным судном присутствуют поправки как в передаточном числе регулятора, так и для асимптот m_i и y_i . Эти поправки исчезают при $\psi_i = 90^\circ$ или 270° .

3.4 Выводы по главе 3

На основании проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. Для синтеза оптимального уклонения судов от точки встречи предложен метод динамического программирования, как наиболее удобный для формирования замкнутой системы автоматического управления боковым движением судов, а также для последующего вычисления функции риска.
2. Установлено, что искомые коэффициенты функции Беллмана можно приближенно вычислить в квадратурах, если принять динамические свойства сближающихся судов одинаковыми, а для установившегося состояния приравнять нулю множители при одинаковых степенях полинома в правой части уравнения Беллмана.
3. Полученная формула оптимального управления боковым движением судов однозначно аналитически зависит от “своих” координат по положению и скорости, а также от координат положения и скорости бокового движения и произвольного курса встречного судна, что является новым результатом.

Глава IV. Определение функции риска возможного столкновения судов с помощью динамического программирования для регулирования скорости их попутного движения

4.1 Вычисление спрогнозированной функции риска поперечного движения с помощью уравнения Беллмана

Формирование текущей функции риска для контроля безопасности сближения судов на пересекающихся курсах

В проведенных исследованиях [6, 9] при оценке риска столкновения транспортных средств при попутном встречном движении было показано, что эту оценку можно получить с помощью динамического программирования.

Как было сказано выше [4, 5], воспользуемся правой частью уравнения Беллмана (3.29) для вычисления функции риска F , для чего кроме 9 найденных коэффициентов необходимо доопределить коэффициенты $\gamma_1, \gamma_3, \psi_{13}, \beta_1, \beta_3$. Согласно уравнениям 9,10 системы (3.43) величины γ_1 и γ_3 равны

$$\gamma_1 = \gamma_3 = N(a_1 + b_1^2 \gamma_2) \quad (4.1)$$

а значения $\psi_{13} = 0$ в соответствии с уравнениями 13 и 14. Значения β_1 и β_3 определяются из уравнений 2 и 6

$$\beta_1 = \beta_2(a_1 + b_1^2 \gamma_2) ; \beta_3 = \beta_4(a_1 + b_1^2 \gamma_2) \quad (4.2)$$

Подставив все оценки найденных коэффициентов в формулу для правой части уравнения (3.29), можно получить

$$F = f_0^* + \frac{\tau_3 \cdot d}{1 + k(x_1 - y_{3i})^2 + k(x_3 - y_{1i})^2} - 0.5b^2(u_{0onm}^2 + u_{ionm}^2) \quad (4.3)$$

где в процессе подстановки значение N определялось по формуле (3.44), β_2 и β_4 - по формулам (3.45),

γ_2 - по формуле (3.46), а величина f_0^* в соответствии с выражением (1.32) равна

$$f_0^* = \frac{k\tau_3(x_1^2 + (y_{1i}^2 - m_i) + x_2^2 + (y_{2i}^2 - \dot{m}_i))}{2} \quad (4.4)$$

где $\dot{m}_i = V \cos(270^\circ - \psi_i)$

При этом координаты системы $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3$ определяются из дифференциальных уравнений (1.30) и (1.31). Таким образом, полученных формул достаточно, чтобы в квадратурах определить зависимость функции риска F от координат состояния системы.

Необходимо заметить, что в формуле (4.3) управления u_0 и u_i возводятся в квадрат и входят в функцию риска F со знаком минус аддитивно. Это означает, что при отсутствии принятых мер при $u_0 = u_i = 0$ функция текущего риска максимальна, при $u_0 = u_{0opt}$ и $u_i = 0$ или $u_0 = 0$ и $u_i = u_{iopt}$ она снижается, а минимум риска возникает при координированном управлении движением двух судов при $u_0 = u_{0opt}$ и $u_i = u_{iopt}$, что соответствует физическому смыслу решаемой задачи.

Минимум функции риска возникает при координированном уклонении двух судов от прогнозируемой точки встречи [11, 13].

4.2 Зависимость функции риска от скорости движения судов

Как видно из формулы (4.3), в функцию риска $F(x_1, x_2, y)$ входят члены, явно независимые от скоростей движения судов, а значит и от скорости их сближения.

При более строгом вычислении функции риска эти члены несильно, но зависят от скорости сближения и имеют в сумме отрицательный знак, а значит функция F растет при увеличении скорости сближения судов. Это также соответствует физическому смыслу - чем «быстрее» движение, тем это опаснее. Этот факт можно проиллюстрировать следующим графиком на рис. 4.1 и 4.2, которые подтверждают высказанное утверждение.

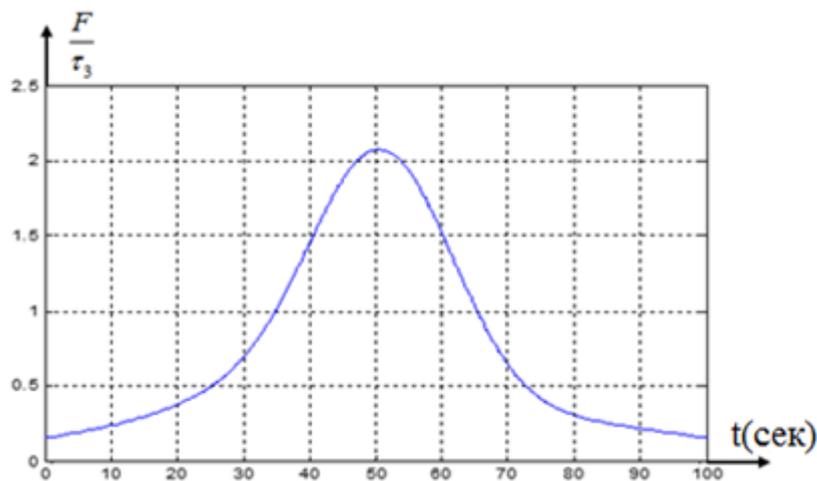


Рис.4.1 Функция риска при условиях $y_0 = 50, r_3 = 100, r_1 = 4, v_{\max} = v_{\min} = 1m/c$

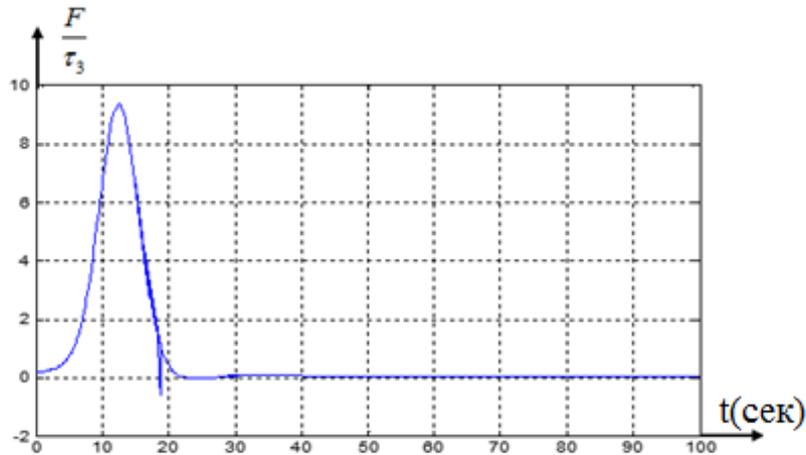


Рис.4.2 Увеличенная функция риска при условиях

$$y_0 = 50, r_3 = 100, r_1 = 4, v_{\max} = v_{\min} = 4 \text{ м/с}$$

В данной работе эта зависимость не учитывается.

4.3 Формирование двухуровневой структуры контроля и управления скоростью движения судов

Для того чтобы создать двухуровневую структуру контроля и управления безопасным движением, сначала мы рассмотрим регулирование скорости продольного движения при опасном сближении с препятствием.

После того, как стал ясен факт очевидного роста функции риска при сближении с препятствием, остается делать последний шаг – осуществить контроль этой функции риска и затем повлиять на скорость движения судна. А именно – в случае недопустимого снижения безопасности необходимо дополнительно предпринять аварийное снижение скорости вплоть до полного торможения.

Для этого нужно сравнить контролируемую текущую функцию риска F с некоторым порогом $F_{\text{дон}}$, при котором экспериментально доказана успешность обхода препятствия на высокой скорости v_{\max} . Тогда разность

$F - F_{дон} = \Delta F$ дает нужную команду на управление продольным движением. Если ΔF положительна, то нужно снизить скорость хода судна до значения v_{min} , если разность ΔF отрицательна, то – увеличить до заданного значения v_{max} .

Этот способ повышения безопасности можно реализовать с помощью следующей динамической модели :

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = -v_1 \\ \dot{v}_1 = \frac{1}{\tau} [0.5(v_{max} + v_{min}) + 0.5(v_{min} - v_{max}) \text{sign}(F - F_{max}) - v_1] \end{cases} \quad (4.5)$$

Приведенные соображения можно отобразить в виде двухуровневой структуры управления и контроля безопасности поперечного движения, представленной на рис. 4.3 и необходимой для изменения скорости движения.

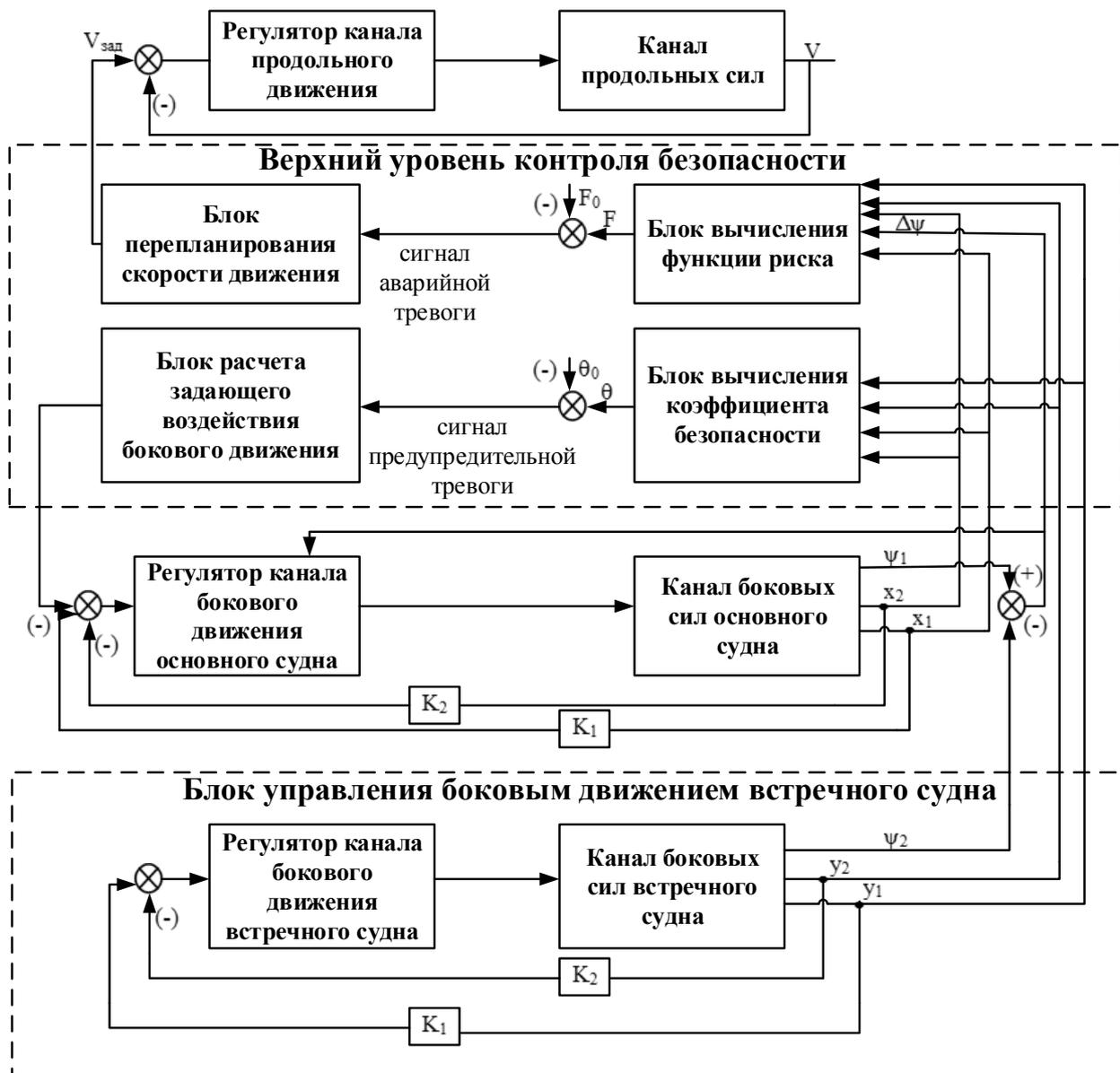


Рис.4.3 Двухуровневая структура контроля и управления

безопасным поперечным движением судов

4.4 Выводы по главе 4

На основании проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. С помощью уравнения Беллмана получена формула вычисления функции риска столкновения двух судов в ожидаемой точке встречи. В отличие от известного подхода в этой формуле учтено оптимальное поведение не одного, а двух судов одновременно.
2. Предложенную первоначальную оценку коэффициента безопасности можно назвать “пессимистической”, поскольку она соответствует гипотезе о прямолинейном движении сближающихся судов, либо принятию запоздалых действий в конце сближения.
3. Полученную вторую оценку риска можно назвать “оптимистической”, поскольку она предполагает активное уклонение от прогнозируемой точки встречи за счет бокового движения судов при координированном оптимальном управлении.
4. В целом верхний уровень контроля безопасности движения включает в себя две оценки, а последовательное использование сигналов предупредительной и аварийной тревоги резко повышает эффективность системы в целом в сложных ситуациях.

Глава V. Моделирование на ЭВМ системы управления и контроля безопасности поперечного движения судов

5.1 Моделирование бокового движения без контроля безопасности сближения двух речных судов

Для проверки эффективности боковых маневров сближающихся судов при их сближении сначала было проведено моделирование движения речных судов при следующих исходных данных

$$x_1(0) = 0, x_3(0) = 0, y_{12}(0) = 100, y_{32}(0) = 100$$

Это означает, что речные суда движутся со скоростью 4 м/сек. При этом для управления применялись регуляторы, имеющие следующие параметры

$$k = 0,001; \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = 0,001; f_1 = 10; f_2 = 1.$$

Динамические параметры речных судов, как объектов управления, были взяты равными

$$a = 0,5; b = 0,5; d = 50; n = 2; \theta = 0,2.$$

Величина безопасной дистанции была принята равной $d = 30$ м.

Моделирование на ЭВМ проводилось в среде Matlab с помощью схемы, показанной на рис.5.1.

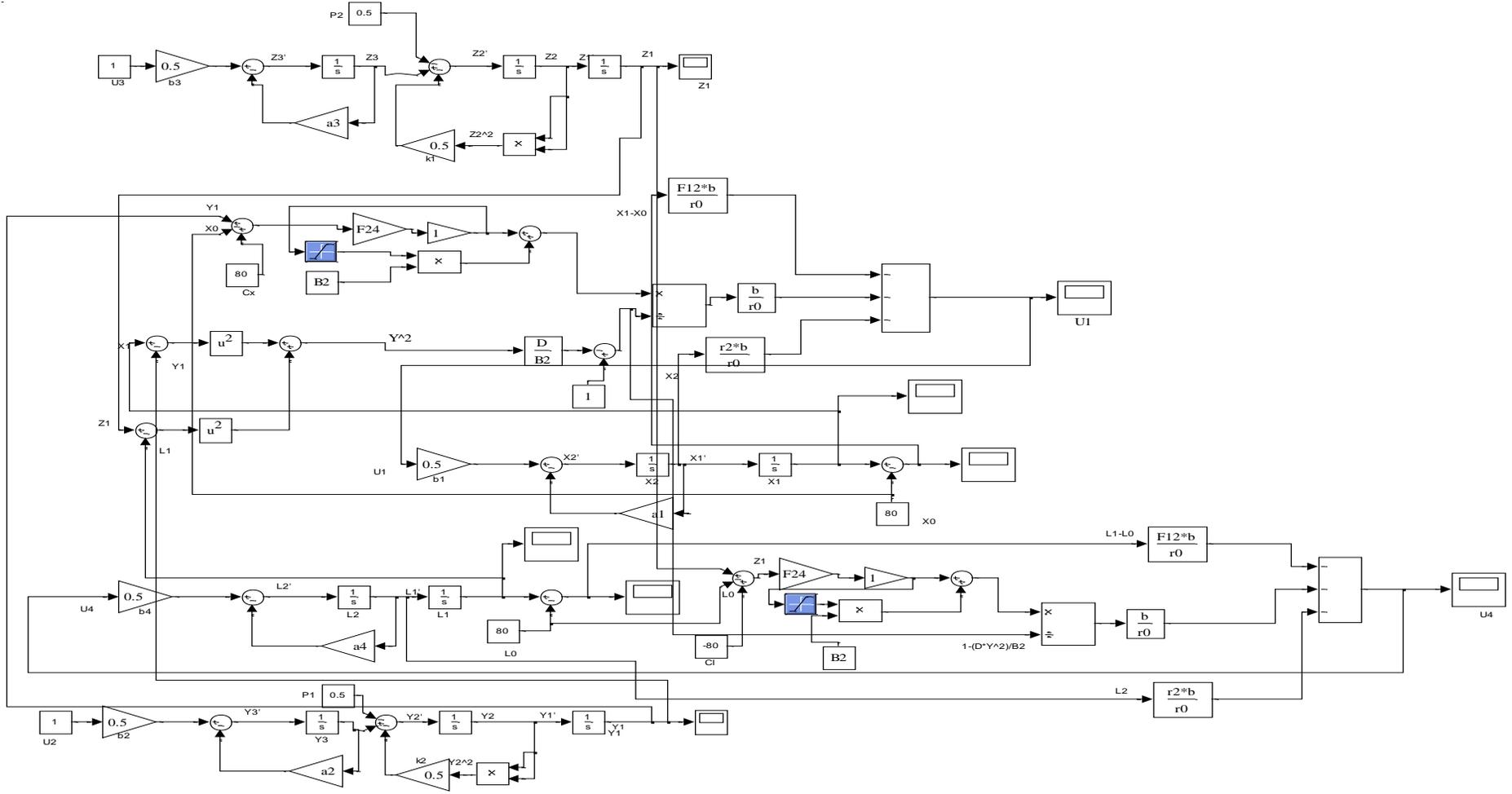


Рис.5.1 Схема моделирования движения двух судов при пересечении их маршрутов

Результаты моделирования представлены на рис.5.2

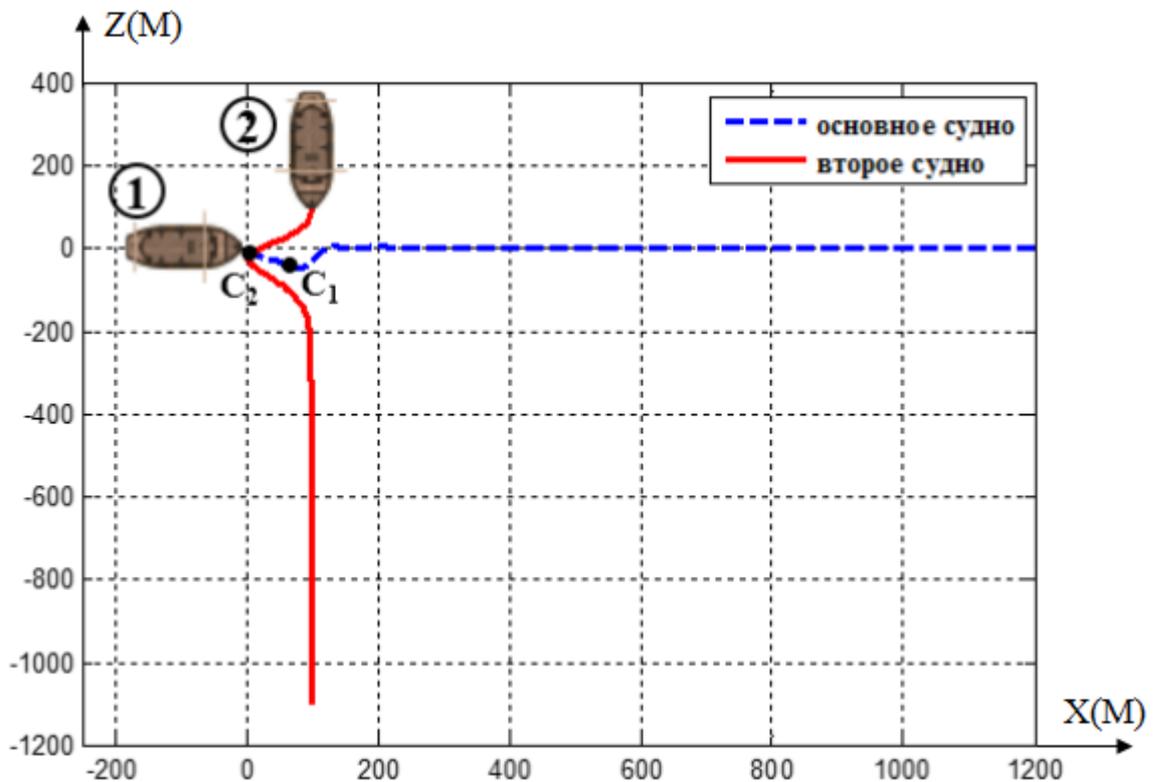


Рис.5.2 Результаты моделирования маневрирующих судов при их сближении

На этом графике видно, что оба судна поворачивают вправо. При попадании судна 1 в точку C_1 другое судно 2 окажется в точке C_2 , удаленной от точки C_1 на безопасную дистанцию $R_{min} = 80\text{ м}$. При отсутствии бокового маневрирования столкновение судов неизбежно.

5.2 Моделирование с контролем безопасности сближения при управлении боковым и попутным движением

В этом случае для увеличения безопасной дистанции первое судно кроме бокового маневра по сигналу тревоги, сформированному показанной на рис.5.3 двухуровневой системой контроля и управления, начинает увеличивать скорость, чтобы разминувшись, избежать столкновения.

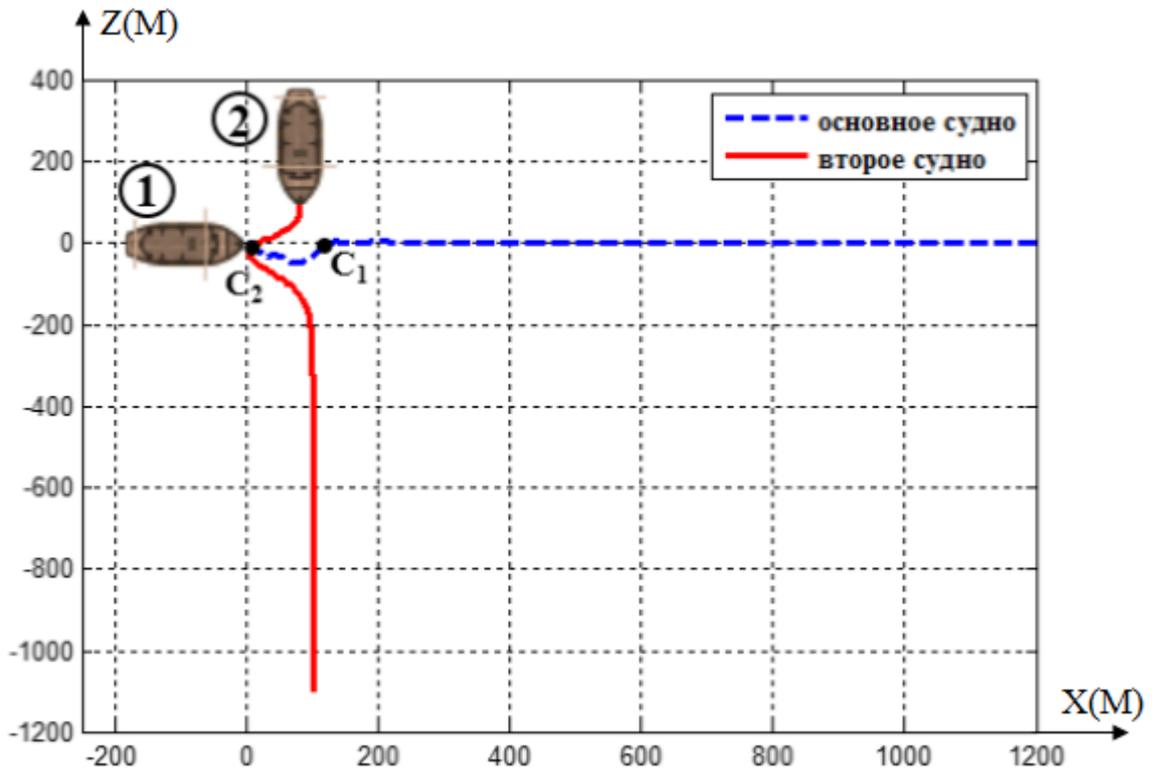


Рис.5.3 Результат моделирования движением судов при маневрировании и изменения скорости

На рис.5.3 показан результат моделирования, похожий на рис.5.2, однако на этом графике первое судно движется более быстро, и в итоге минимальная дистанция между судами увеличилась $R_{min} = 120\text{м}$.

5.3 Моделирование работы системы управления и контроля в целом при поперечном движении группы речных судов

Моделирование движения 4 речных судов проводилось в среде Matlab при следующих условиях. Суда движутся с постоянной попутной скоростью

$V = 4\text{м/сек}$, их динамические параметры заданы: $a = 0,5 \frac{1}{\text{сек}}$, $b = 0,5 \frac{1}{\text{сек}}$.

Значение безопасной дистанции $d = 30\text{м}$.

Начальные условия движения судов таковы, что при отсутствии управления дополнительным маневрированием основное судно неизбежно

поочерёдно столкнётся с каждым из трех встречных судов, как показано на рис.5.4

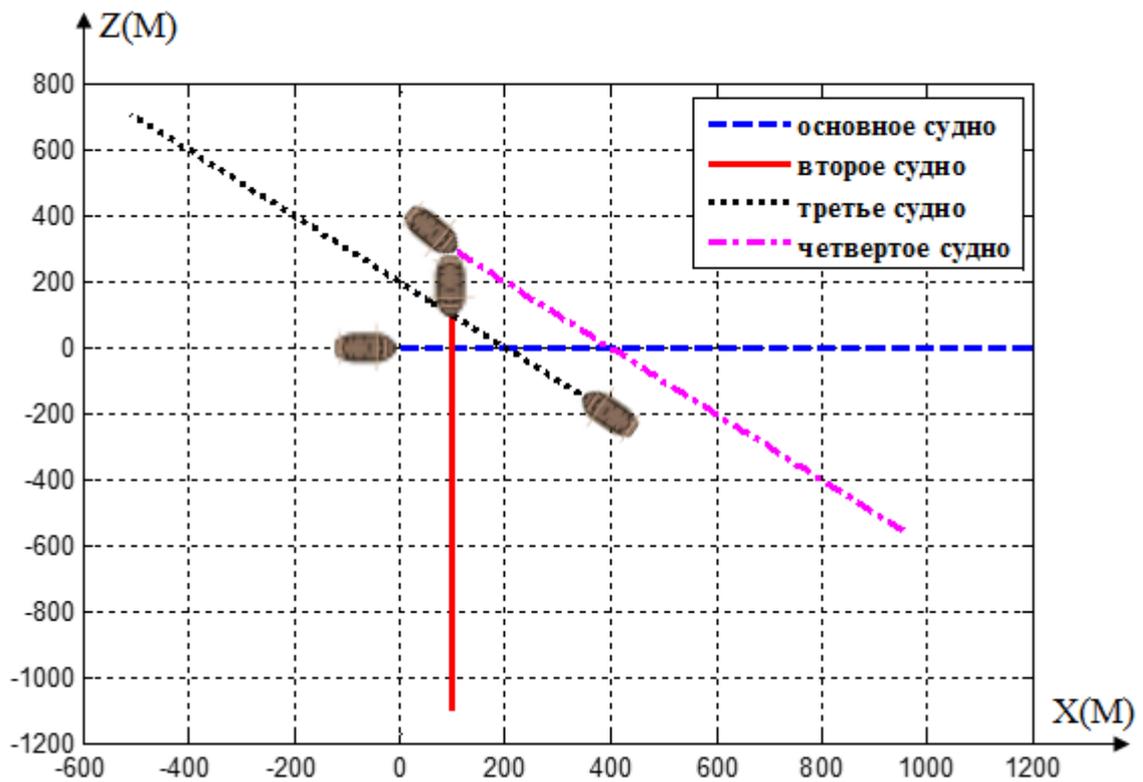


Рис.5.4 Картина возможных столкновений основного судна с тремя другими судами, движущимися на поперечных курсах при отсутствии управления боковым движением

Поэтому при сохранении своих намерений коэффициенты безопасности этих судов поочерёдно стремятся к нулю, как это показано на рис 5.5

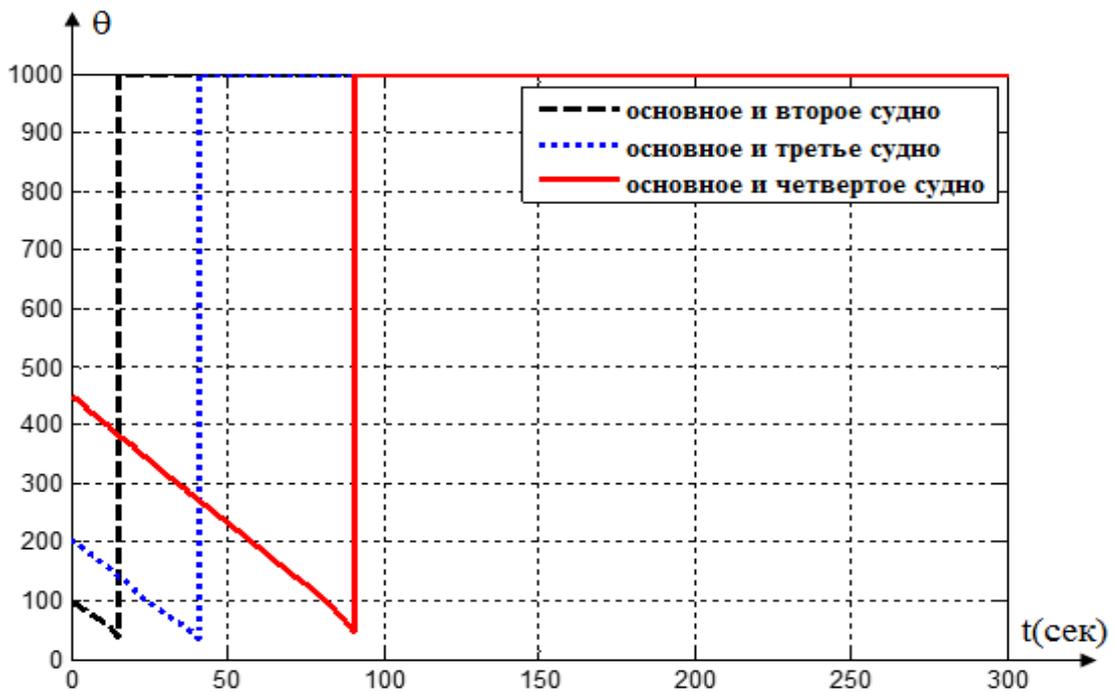


Рис.5.5 Коэффициенты безопасности при управлении судов

Также по мере сближения судов возрастает другой показатель – функция риска, как это видно из рис.5.6

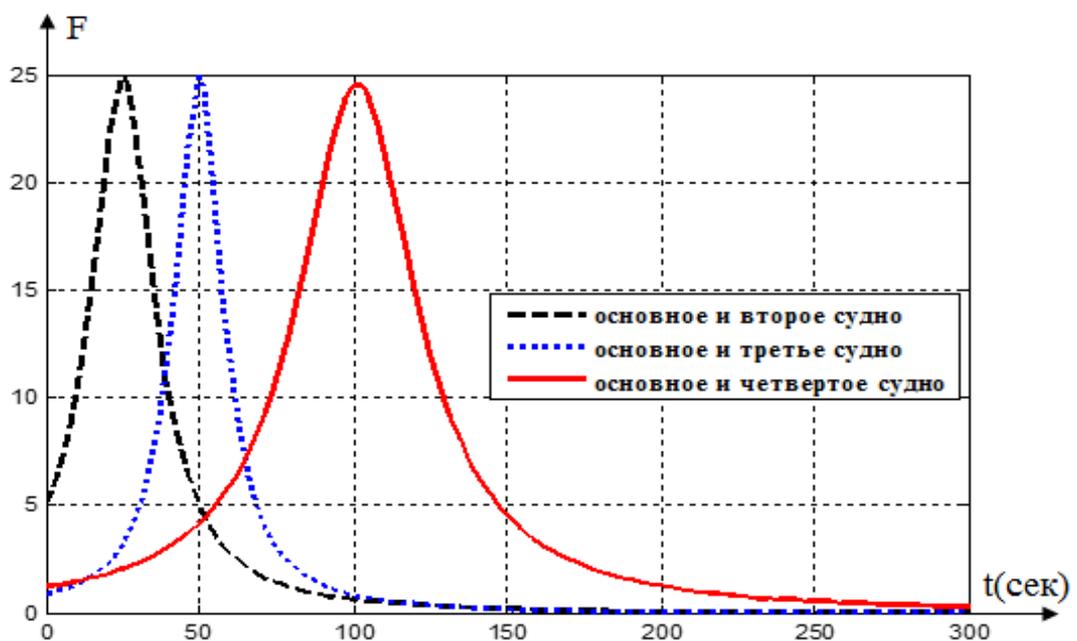


Рис.5.6 Функции риска при отсутствии управления боковым движением судов

Поэтому система после восприятия очередного сигнала тревоги начинает действовать. При этом пороги формирования этих сигналов были взяты равными $\theta_0 = 0,2; F_0 = 10$.

Первое встречающееся с основным судно имеет поперечный курс $\psi_1 = 270^\circ$, а его координаты в начальном состоянии при $x_3(0) = 0$ таковы $y_{31} = 100\text{м}; y_{11} = 100\text{м}$.

Вычисленный коэффициент θ_1 безопасности у него невелик, т.к. из-за высокого берега оно обнаружено слишком поздно, и поэтому располагаемая дистанция L_1 до точки встречи с ним весьма мала. Условие $(y_{31} - y_{11}) > 0$ указывает, что обеим судам нужно срочно поворачивать вправо, а также принимается решение повысить скорость хода основного судна до $V = 6\text{м/сек}$, чтобы избежать опасной близости при встрече. Оказалось, что этих мер достаточно, чтобы минимальное расстояние $R_{\min} = 35\text{м}$ превысило заданный порог $d = 30\text{м}$. В этом случае функция риска снизилась ниже порога $F_0 = 10$ и приобрела вид, показанный на рис.5.7

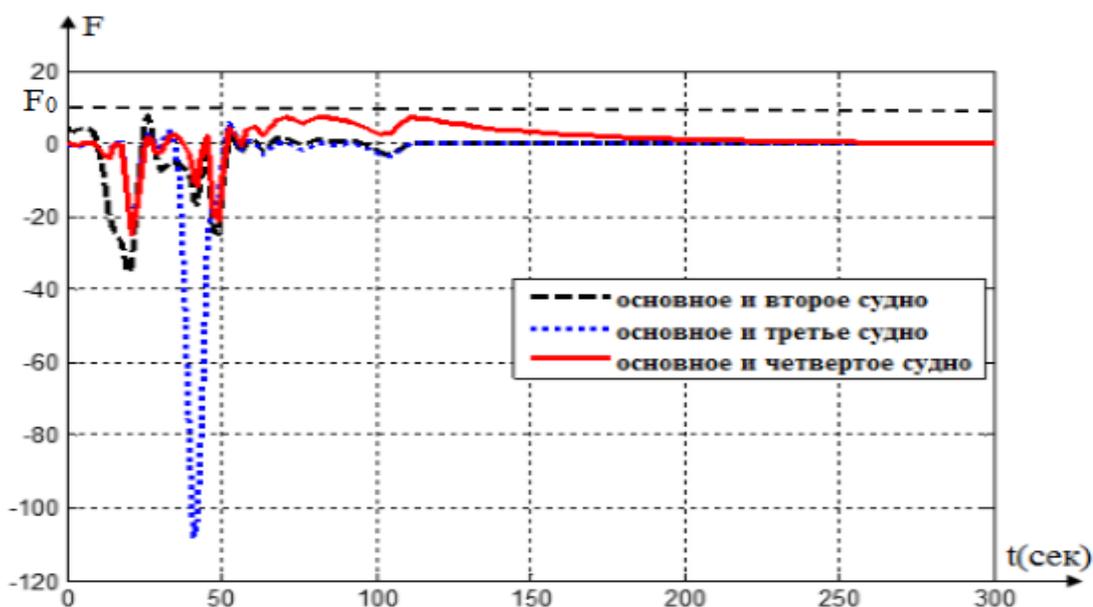


Рис.5.7 Функции риска при управлении судов

Вторым по приоритету опасности оказалось судно 3, имеющее согласно классификации на рис 2.1 встречный курс $\psi_3 = 135^\circ$ с начальными координатами при $t = 0$

$$y_{33} = -140\text{м}; y_{13} = 340\text{м};$$

При этом основное судно после уклонения от судна 1 к моменту сближения с судном 3 перемещается на дистанцию $x_3 = 150\text{м}$. Прогноз прямолинейного движения судна 3 показал, что при этом оно пройдет вперед через планируемую точку встречи на 5м. Поэтому хотя встречное судно 3 приближается вправо, а оба суда должны также поворачивать вправо. Этот маневр обеспечил безопасность их взаимодействия при $R_{\min} = 40\text{м}$.

Последним встречным судном является судно 2, курс которого равен $\psi_2 = 315^\circ$ при следующих начальных координатах $y_{32} = 290\text{м}$, $y_{12} = 110\text{м}$.

Основное судно после уклонения от двух судов 1 и 3 перемещается при сближении с судном 2 на дистанцию $x_3 = 400\text{м}$. Судно 2 также, как и судно 3, при неуправляемом движении пройдет через планируемую точку встречи вперед, то так как оно приближается слева, обеим судам нужно поворачивать влево без изменения скорости попутного движения.

Итоговая траектория безопасного движения основного судна показана на рис 5.8

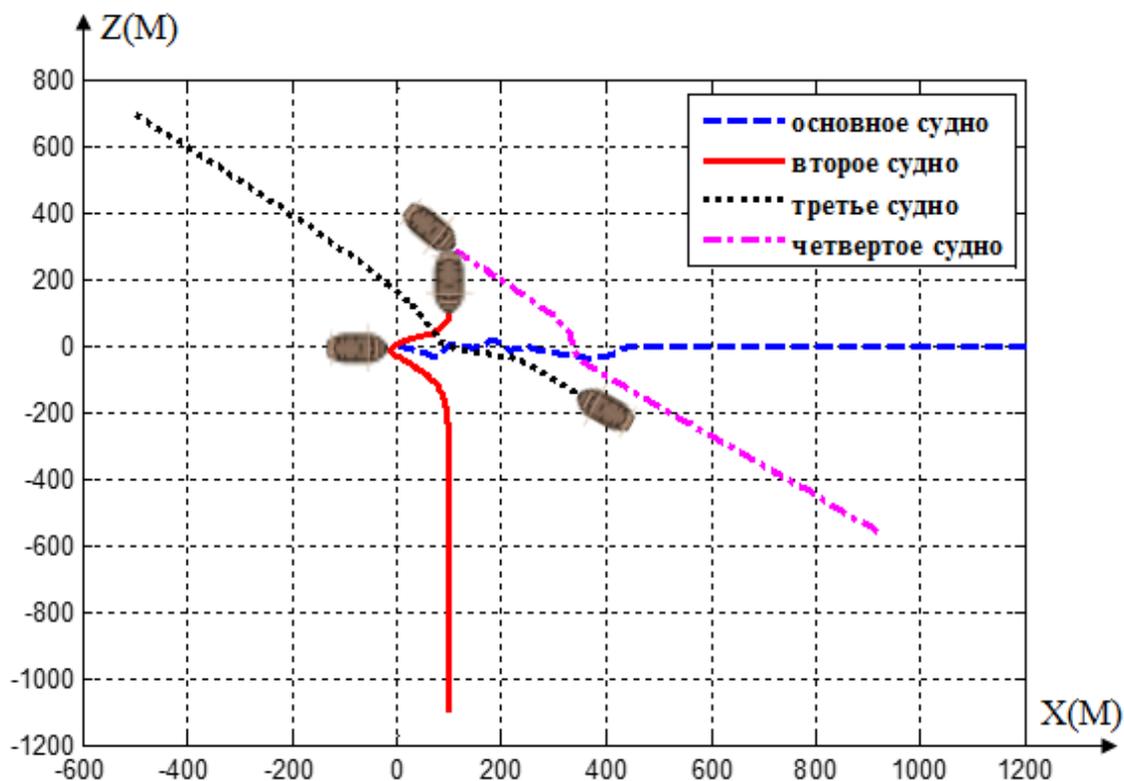


Рис.5.8 Траектории четырех судов при управлении боковым движением

Аналогичная картина возникает, если рассматривать движение группы воздушных судов. Отличие состоит лишь в разнице по скоростям движения и располагаемым перегрузкам бокового маневрирования.

5.4 Анализ возможности использования предложенного подхода при управлении воздушным движением

Также, как и при движении наземного транспорта, при подлете к аэропортам возможно пересечение маршрутов полета пассажирской авиации при заходе на посадку по разным трассам. В частности, при изменении метеоусловий возможен перелет ряда самолетов на новую трассу. Примерный вид пересечения маршрутов показан на рис.5.9 .

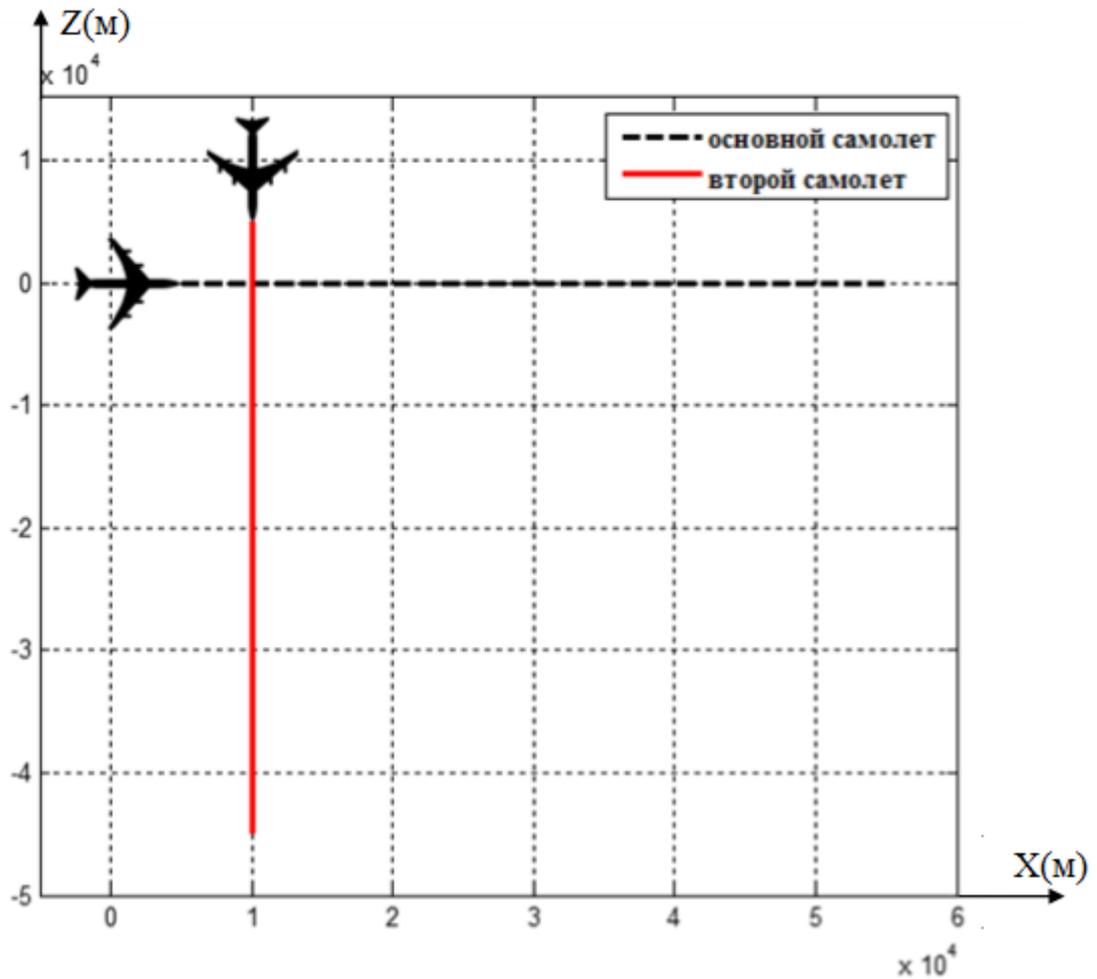


Рис.5.9 Результат моделирования горизонтального движения двух самолетов при отсутствии маневрирования

Основной самолет уже движется по назначенной трассе на посадку. Второй самолет только собирается попасть на свою трассу. Это процесс был промоделирован на ЭВМ в среде Matlab при следующих исходных данных.

Во-первых, были использованы полные уравнения бокового движения в виде, которые для основного самолета таковы:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = V \sin(\beta - \varphi) + w \\ \dot{\omega}_y = a_{22}\omega_y + a_{23}\beta + b_{21}U_2 \\ \dot{\beta} = a_{32}\omega_y + a_{33}\beta + a_0\beta|\beta| + b_{31}U_2 \\ \dot{\varphi} = \omega_y \end{cases} \quad (5.1)$$

где z_1 – координата бокового пути; $z_2 = \dot{z}_1$ – скорость бокового движения; ω_y – угловая скорость вращения относительно вертикальной оси; U_2 – сигнал для управления боковым движением; W – боковое возмущение; β – угол дрейфа (скольжения); φ – угол рыскания; $a_{22}, a_{23}, a_{32}, a_{33}, b_{21}, b_{31}$ – заданные динамические коэффициенты.

При этом были заданы следующие численные значения параметров движения

$$a_0 = -1; a_{22} = -13; a_{23} = 48.3e - 4; a_{32} = -10; a_{33} = -0.003; b_{21} = -0.001; \\ b_{31} = 0.001; w = 0; V = 100;$$

Эти значения соответствуют горизонтальному полету обеих легких пассажирских самолетов, летящих с постоянной скоростью 360км/час при отсутствии внешних возмущений.

Во-вторых, начальные условия движения таковы, что самолеты обнаруживают сближение друг с другом на дистанции 7000м, а их курсы пересекаются под углом 90° .

$$\beta_0(0)=0; \beta_1(0)=0; \omega_{y0}(0)=0; \omega_{y1}(0)=0; \varphi_0(0)=0; \varphi_1(0)=0; \\ x_{1-0}(0)=5000; x_{1-1}(0)=5000; z_{1-0}(0)=0; z_{1-1}(0)=10000;$$

Для принятых исходных данных при моделировании были получены следующие результаты. При отсутствии управления боковым движением, когда дополнительные меры обеспечения безопасности не принимаются, произойдет неизбежное столкновение самолетов. При этом коэффициент безопасности θ близок к нулю, как показано на рис.5.10 в момент сближения самолетов друг с другом при $t=50$ сек.

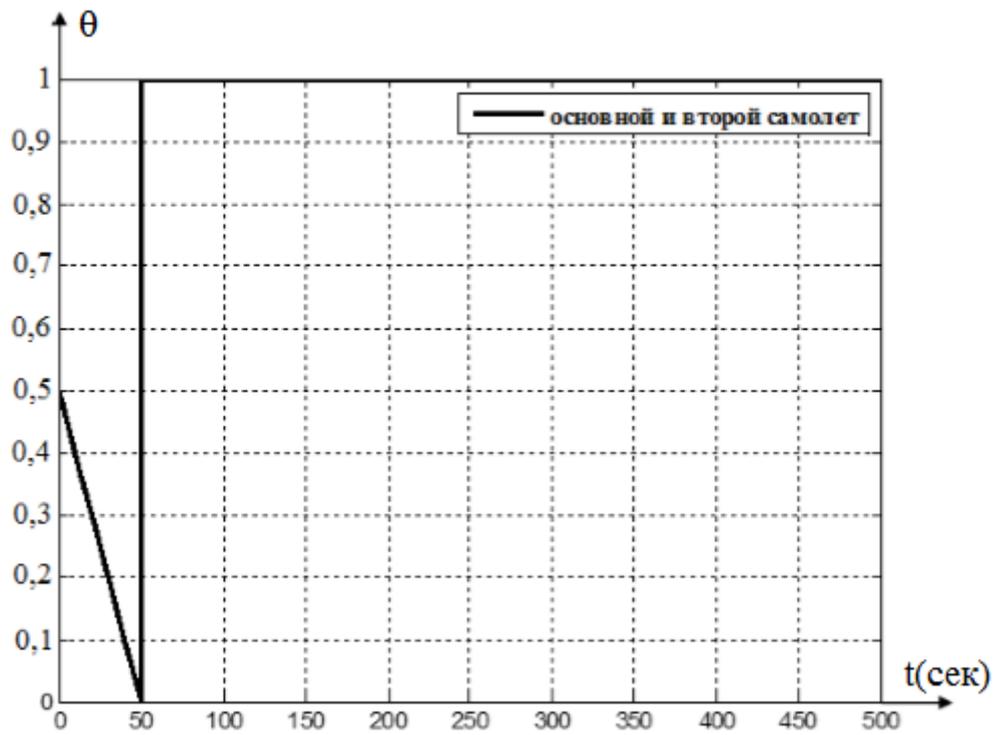


Рис.5.10 Поведение коэффициента θ безопасности сближения двух самолетов при отсутствии управления боковым движением.

Кроме того, при прогнозировании оптимального управления боковым движением функция риска растет, и через некоторое время $t=50$ сек она преодолевает порог F_0 предупредительной тревоги, как показано на рис.5.11

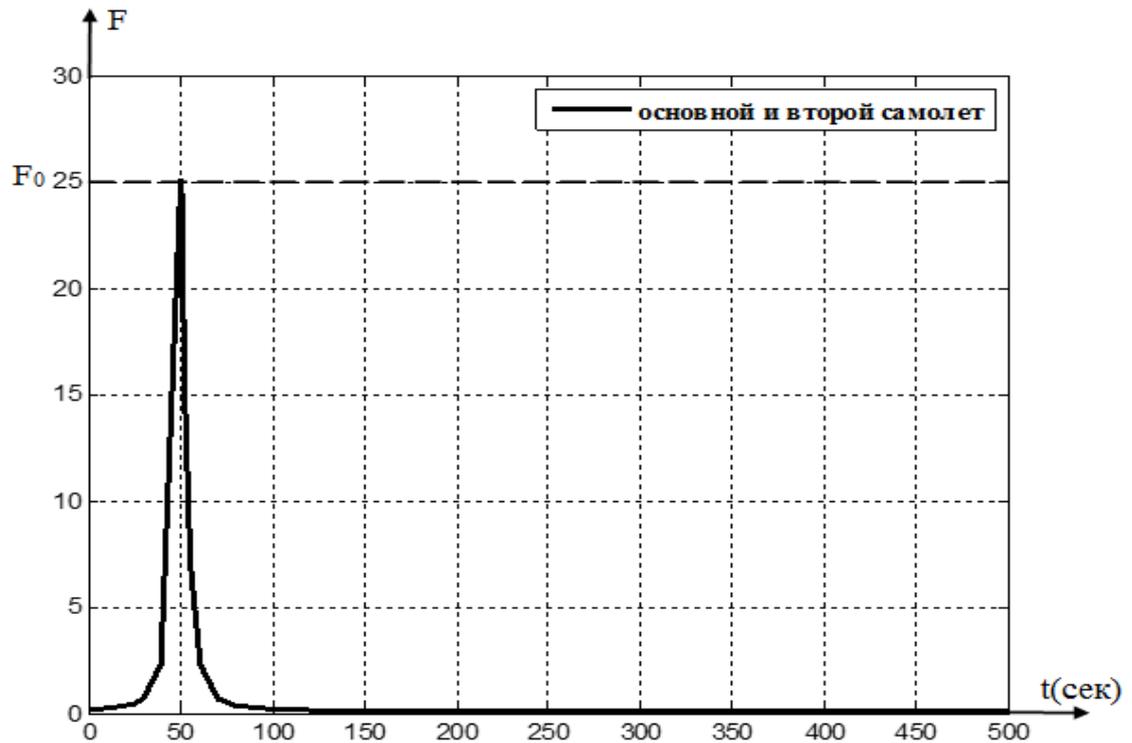


Рис.5.11 Поведение функции риска столкновения неманеврирующих самолетов

Значит необходимо начать маневрирование обоим самолетам. В данной работе рассматривалось боковое движение при плоском развороте с использованием только руля направления. При этом использовался линейный регулятор, действующий по закону

для основного самолета

$$U_{2_0} = K_{01}x_1 - K_{02}x_2 \quad (5.2)$$

для сближающего самолета

$$U_{2_1} = K_{11}y_1 - K_{12}y_2 \quad (5.3)$$

где передаточные числа равны $K_{01} = 0,13$; $K_{02} = 0,64$; $K_{11} = 0,03$; $K_{12} = 0,64$.

Оказалось, что с помощью предпринятой меры удалось обеспечить минимальную дистанцию между самолетами не менее 2000м, как показано на рис.5.12

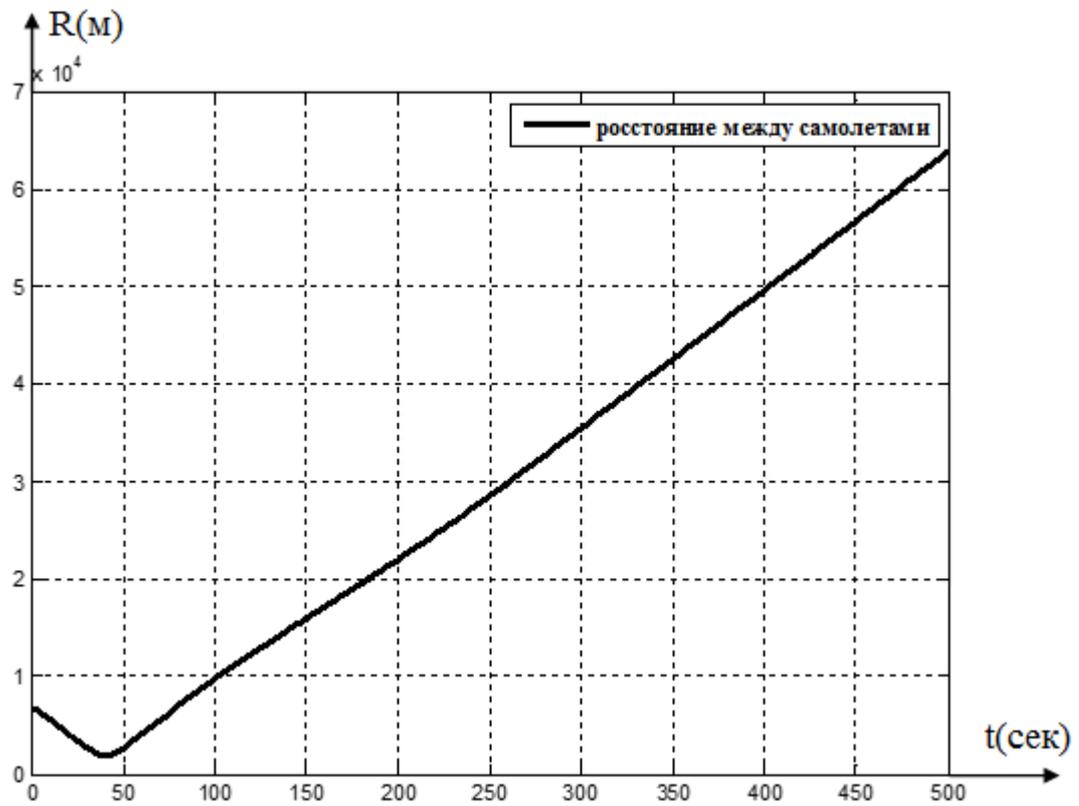


Рис.5.12 График изменения дистанции между самолетами при их сближении

В свою очередь траектории движения двух маневрирующих самолетов показаны на рис.5.13.

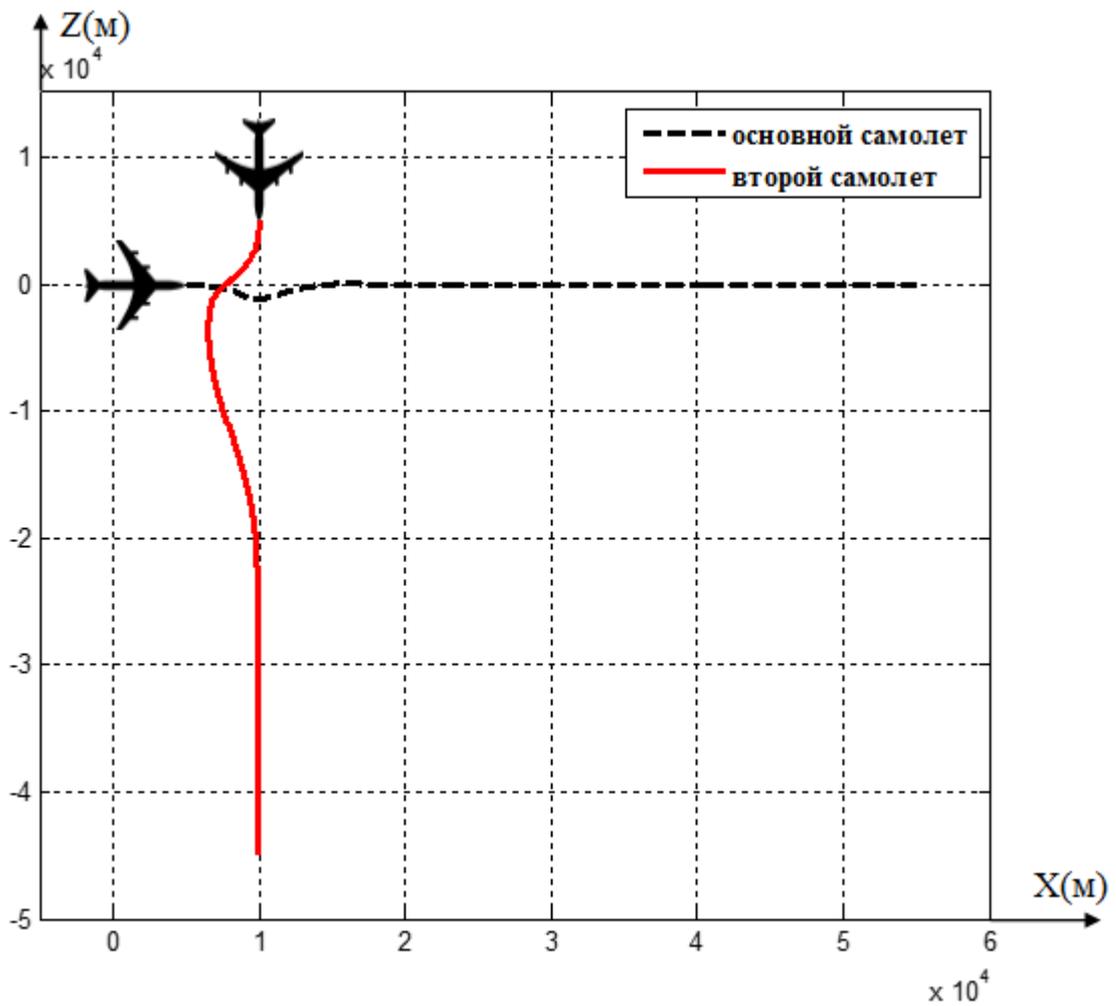


Рис.5.13 Траектории движения двух маневрирующих самолетов при их сближении

Соответственно прогнозируемая функция риска оказалась ниже порога опасного сближения самолетов, как показано на рис.5.14

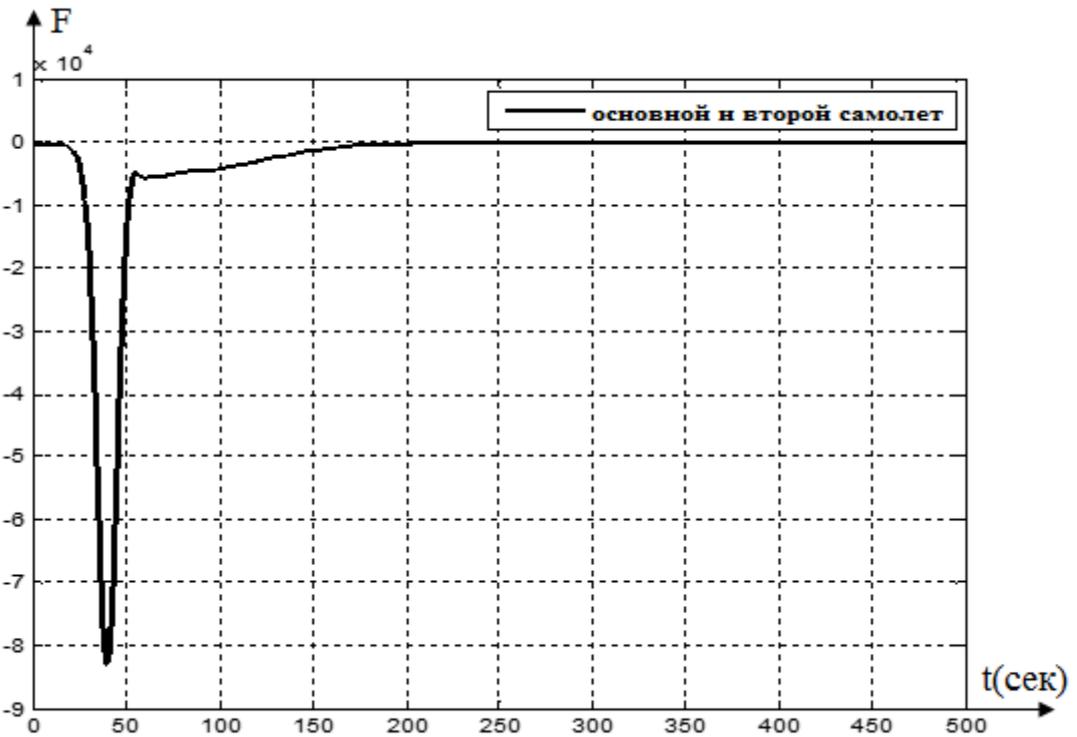


Рис.5.14 Поведение функции риска при сближении маневрирующих самолетов

Таким образом, моделирование показало, что одновременный контроль безопасности движения наряду с управлением позволяет своевременно вмешиваться в процесс полета, и если это нужно-реализовать эти действия автоматическим путем или в виде подсказки. Для этого необходимо иметь текущие данные о положении сближающегося объекта с помощью спутниковой навигации. В целом это существенно повысит безопасность полетов на пересекающихся маршрутах.

5.5 Выводы по главе 5

На основании проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. При моделировании на ЭВМ поперечного движения судов были рассмотрены три случая – боковое маневрирование двух судов при пересекающихся под углом 90° курсах, боковое маневрирование двух судов и изменение их скоростей попутного движения, и маневрирование четырех судов, маршруты движения которых пересекаются под разными углами. Все эти примеры подтвердили работоспособность предложенных алгоритмов.
2. Показано, что с помощью коэффициентов безопасности можно выявить первоочередное судно и предпринять необходимые меры по уклонению от прогнозируемой точки встречи без изменения скорости. Также показано, что после уклонения суда возвращаются к прямолинейному движению по заданным курсам. В экстренных случаях подается команда на торможение движения.
3. Моделирование движения воздушных судов также подтвердило работоспособность разработанных алгоритмов.
4. Для реализации предложенных действий автоматическим путем или в виде подсказки необходимо кроме своих координат движения иметь данные о положении сближающегося объекта. Это можно обеспечить с помощью спутниковой навигации и передаче этих данных на другой объект, что существенно повысит безопасность движения на пересекающихся маршрутах [34, 35].

Заключение

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы:

1. При движении группы воздушных судов сформирована процедура приоритетного выбора очередной пары взаимодействующих судов при пересечении их маршрутов, которая позволяет указать наиболее опасное встречное судно и принять необходимые меры.
2. Предложенная классификация типов взаимного движения двух сближающихся судов обеспечивает выбор нужных способов дополнительного маневрирования для устранения угрозы их столкновения.
3. Сформирован закон управления боковым движением каждого из двух судов, если они сближаются на пересекающихся курсах под произвольным углом. Он предписывает вдали от точки встречи стабилизацию относительно заданных линий пути, а в локальном месте сближения – уклонение друг от друга на заданную безопасную дистанцию.
4. Предложено вычисление двухступенчатой оценки функции риска опасного сближения судов для формирования сигналов предупредительной и аварийной тревоги. Если функция риска больше первого порога, тогда судно начинает маневрировать, если больше второго – изменяется скорость вплоть до полного торможения.
5. Моделирование на ЭВМ движения группы речных и воздушных судов подтвердило эффективность предложенного подхода.
6. Полученные результаты использованы в учебном процессе кафедры №301 МАИ при магистерской подготовке по дисциплине “Эргатические системы управления” для учебного направления “Управление и информационные технологии в технических системах”, что подтверждается актом о внедрении.

Список литературы

1. Беллман Р. Динамическое программирование. – Издательство иностранной литературы. 1960.- 161 с.
2. Ю.С. Гришанин, Г.Н Лебедев, А.В Липатов, Г.А Степаньянц Теория оптимальных систем. – изд-во МАИ 1999. -320 с.: ил.
3. Лётов А.М. Динамика полета и управления. М., Наука, 1964г.
4. Лебедев Г.Н. Интеллектуальные системы управления и их обучение с помощью методов оптимизации. - М.: МАИ, 2002.
5. Лебедев Г.Н. Методы принятия оперативных решений в задачах управления и контроля. - М.: Изд. МАИ, 1992. - 120 с.
6. Лебедев Г.Н., Чан Ван Туен, Китаев А.Н., Совместное управление и контроль безопасности полета воздушных судов при их сближении. М., Вестник МАИ, 2011, т. 18, №3, с. 29-35.
7. Гасс С. Линейное программирование. – М.: Физматгиз, 1961. – 303 с.
8. Дегтярев Ю.И. Методы оптимизации: Учеб. Пособие для вузов – М.: Сов. Радио, 1980.- 272 с.,ил.
9. Лебедев Г.Н., Тин Пхон Чжо, Чан Ван Туен, “Решение задачи динамического программирования при безопасном попутном движении воздушных судов”, Труды МАИ, М., № 54, 2012.г.
10. Лебедев Г.Н., Тин Пхон Чжо, Зо Мин Тайк, Хахулин Г.Ф., Малыгин В.Б. “Оптимальное управление и контроль безопасности поперечного движения речных и воздушных судов при пересечении их маршрутов”, М., “Новые технологии”, “Мехатроника, автоматизация, управление”, 2012, №12, стр. 50-55.

11. Система обеспечения безопасности при попутном движении воздушных или речных судов и пересечение их маршрутов - Лебедев Г.Н., Тин Пхон Чжо, Зо Мин Тайк. Пенза, ПГУ, Вестник ПГУ, 2013, №11, с27-32.
12. Лебедев Г.Н., Зо Мин Тайк, Тин Пхон Чжо, “Управление полетом пассажирских самолетов при пересечении их маршрутов во время захода на посадку”, Труды МАИ, М., № 63, 2013.г.
13. Ву Суан Хыонг, Зайцев А.В., Зо Мин Тайк, Тин Пхон Чжо «Автоматический контроль безопасности сближения двух управляемых воздушных судов при пересечении их маршрутов». Научный вестник МГТУ ГА, Выпуск № 198, декабрь 2013 года, стр. 51-59.
14. Лебедев Г.Н., Зо Мин Тайк, “Синтез оптимального управления боковым движением воздушных или речных судов при пересечении их маршрутов под произвольным углом”, М., “Новые технологии”, “Мехатроника, автоматизация, управление”, 2014, №5, стр. 61-68.
15. Баскин А.С. Москвин Г.И., Береговые системы управления движением судов.- М.: Транспорт, 1986.- 159 с.
16. Лебедев Г.Н. Чан Ван Туен, «Система управления безопасным движением транспортных средств при их сближении».- Известия Тульского Государственного Университета, ТулГУ, 2011, стр.14-19.
17. Белова Е.С., Войнич Г.В., Новиков А.Н. Оптимальное управление (Сборник задач по курсу «Теория оптимальных систем управления»): Учебное пособие – М.: МАИ, 1993. – 40 с.: ил.
18. Комаров В.М., Заличев Н.Н. Системы обеспечения безопасности судовождения. – Л.: Судостроение, 1987. -176 с.,ил.

19. Коноплянко В.И., Рыжков С.В., Воробьев Ю.В. Основы управления автомобилем и безопасности движения. – М.: ДОСААФ, 1989, -224 с.: ил.
20. Бервелл Ф.Т. Автоматика и управление на транспорте: пер. с англ.- 2-е изд., испр,- М: Транспорт, 1990, 367 с.
21. Севрюгин Э.В. Анализ функционально-следящей системы автоматического управления поезда- Автореферат. – М. 1973.г.
22. Зурабов Ю.Г., Черняев Р.Н., Якшевич Е.В., Явовенко В.Я. Судовые средства автоматизации предупреждения столкновений судов. – М. 1985.г.
23. Вагущенко Л.Л., Цымбал Н.Н. Системы автоматического управления движением судна. – Одесса ЛАТСТАР . 2002.г.
24. Авен О.И. Методы и модели управления морским транспортом. – М. 1986.г.
25. Бакаев А.А. Применение информационных систем на транспорте. – М. 1992.г.
26. Вагущенко Л.Л. , Стафеев А.М. Судовые автоматизированные системы. Основы теории автоматического регулирования и управления. Учеб. пособие для вузов. - М., «Высшая школа», 1977. - 519 с.
27. Атманов С.А. Линейное программирование. — М.: Наука, Физматгиз, 1981.
28. Кузин Л.Т. Основы кибернетики.— Т. 1 и 2. — М.; Энергия, 1973.
29. Ким Д. П. Теория автоматического управления. Т. 1. Линейные системы. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 288 с.
30. Ким Д. П. Теория автоматического управления. Т. 2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы: Учеб. пособие. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 464 с.

31. А.В. Аттетков, С.В. Галкин, В.С. Зарубин. Методы оптимизации: Учеб. для вузов. - 2-е изд., стереотип. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. - 440 с.
32. Венцель Е.С. Теория вероятностей. Издательство «Наука», 1969.
33. Фельдбаум А.А. Основы теории оптимальных автоматических систем. - М.: Наука, 1966.
34. Автоматизированные обучающие системы профессиональной подготовки операторов летательных аппаратов // Л.С.Дамин, Ю. Г. Жуковский, А.П.Семенов и др.; Под ред. Б.Е.Шукшунова. - М.: Машиностроение, 1986.- 240 с.
35. Артемов А.Г., Анисимов Д.Н. Профессиональный психологический отбор специалистов по эксплуатации сложных технических систем // Материалы 29 Всероссийской НТК 2010, Серпухов, 2010.- С. 38-40.
36. Чаки Ф. Современная теория управления. Нелинейные, оптимальные адаптивные системы.- М.: Мир. 1975.
37. Чураков Е.П. Оптимальные и адаптивные системы.- Энегтоатомиздат, 1987.
38. Александров А.Г. Оптимальные и адаптивные системы: Учеб. Пособие для вузов по спец. «Автоматика и упр. в техн. системах».- М: Высш.шк., 1989. – 263 с.: ил.
39. Калитин Б.С. Качественная теория устойчивости движения динамических систем. – Ми.: БГУ, 2002.- 198 с.
40. Ларин Р.М., Плясунов А.В., Пяткин А.В. Методы оптимизации. Примеры и задачи: Учеб. пособие. – Новосиб. Ун-т Новосибирск

41. Иванов В.А., Фалдин Н.В. Теория оптимальных систем автоматического управления. – М.: Наука, 1981, 336 с.
42. Ацеров Ю.С., Зурабов Ю.Г. Развитие технических средств судовождения и связи.- М.: Знание, 1979, 64 с.
43. Баскин А.С. Проблема организации движения судов в морских портах и пути ее решение.- Судовождение и связь: Экспресс- информ. ЦБНТИ ММФ, 1970, № 3(29), с. 29-39.
44. Баскин А.С., Москвин Г.И. Некоторые вопросы создания систем управления движения судов. Методическое пособие для проектантов СУДС.Л.: ГП ММФ, 1979, 139 с.
45. Гуженко Т.Б. Морской транспорт СССР в период развитого социализма. – М.: Транспорт, 1981. 104 с.
46. Зурабов Ю.Г., Москвин Г.И., Богданов В.А. Новые технические средства судовождения. - Судовождение и связь: Экспресс- информ. ЦБНТИ ММФ, 1970, № 3(29), с. 1-12.
47. Венцель Е.С. Исследование операций.М.,«Советское радио»Москва,1972
48. Зуховицкий С.И, Авдеева Л.И. Линейное выпуклое программирование. Изд-во « Наука» 1964.
49. Карпелевич Ф.И., Садовский Л. Е Элементы линейной алгебры и линейного программирования. Изд-во « Наука» 1967.
50. Юдин Д Б., Гольштейн Е.Г Линейное программирование. Физматгиз.1963.
51. И.М Соболев , Р. Б Статников « Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями »2-е изд-во перераб и доп- М: Дрофа , 2006-175.
52. Винер Н. Кибернетика.- М.: Сов. Радио, 1968.

53. Болтянский В.Г, Математик и оптимальное управление.- М.:Знание 1968.
54. Коршунов Ю. М. Математические основы кибернетики: Учеб. Пособие для вузов.- М: Энергия, 1980.
- 55.Конци Г. П., Крелле В. Нелинейное программирование - М. : Сов. радио, 1965.
- 56.Войткунский Я.И., Справочник по теории корабля. Т.3. Управляемость водоизмещающих судов. Гидродинамика судов с динамическими принципами поддержания. - Л.: Изд-во «Судостроение», 1985. – 270 с.
- 57.Лукомский Ю.А., Чугунов В.С. Системы управления морскими подвижными объектами. - Л.: Изд-во «Судостроение», 1988. – 318 с.
- 58.Баженов С.В. Определение формы волновой поверхности при установившейся циркуляции СВП. – В сб.: Вопросы судостроения. Сер. «Проектирование судов», 1979, вып. 20, с. 11-23.
- 59.Шарлай Г.Н. Управление и маневрирование судном- В.: Изд-во «Морской государственный университет им. адмирала Г. И. Невельского», 2011. – 543 с.