

УДК 533.2

Влияние способа усреднения рабочих параметров энергетических установок на твердом топливе на значение коэффициента затухания акустических колебаний

Куроедов А.А.*, Борисов Д.М.**

Исследовательский центр имени М.В. Келдыша,

Онежская ул., 8, Москва, 125438, Россия

**e-mail: kaa8000@yandex.ru*

***e-mail: borisovdm62@mail.ru*

Аннотация

В работе проводится сравнительный анализ двух способов усреднения параметров по времени в рамках методики определения акустической устойчивости рабочего процесса в камере сгорания энергетических установок на твердом топливе (ЭУТТ). Выполнено исследование зависимости значений коэффициента затухания от радиуса проточной части камеры сгорания ЭУТТ различного назначения канальной формы. Указывается на существенные различия в результатах, полученных двумя способами усреднения для установок малой тяги.

Ключевые слова: акустическая неустойчивость, энергетический метод, коэффициент затухания, усреднение по времени

Введение

Исследование возможности перехода на неустойчивые режимы работы является неотъемлемым этапом при проектировании энергетических установок на твердом топливе (ЭУТТ). Возникновение колебаний давления в камере сгорания может приводить ко многим нежелательным последствиям – увеличению среднего давления в камере, возникновению крутящих моментов, выходу из строя системы управления при сохранении целостности двигателя и т.д. ([1] - [3]). Для сокращения затрат на разработку новых ЭУТТ необходим инструмент, позволяющий ещё до стендовой отработки определить диапазон параметров, при которых возможен переход установки на неустойчивые режимы работы.

Относительно простым методом, широко применяемым за рубежом для исследования акустической неустойчивости энергетических установок (ЭУ) на жидком топливе [3] и ЭУТТ [6], является энергетический метод (в англоязычной литературе Extended Energy Corollary Method). Данный подход заключается в анализе для исследуемой моды колебаний изменения энергии в объёме камеры сгорания с учетом влияния процессов горения твёрдого топлива, потерь энергии в сопловом блоке, демпфирования стенками камеры, влияния основного течения и других физических и химических факторов, характеризующих внутрикамерные процессы. Количественной характеристикой устойчивости работы ЭУ по отношению к акустическим колебаниям моды m является коэффициент затухания α_m . В случае $\alpha_m < 0$ установка считается устойчивой в малом к данному типу возмущений, в случае $\alpha_m > 0$ – неустойчивой. Для получения численного

значения α_m выполняется усреднение уравнения изменения энергии возмущения по времени и по объёму камеры.

В данной работе рассматриваются два способа усреднения рабочих параметров в камере сгорания по времени – обычное усреднение по времени [17] и упрощенное усреднение по времени, широко применяемое в зарубежных исследованиях устойчивости ЭУТТ [11]. Проводится анализ полученных результатов на основе расчетов для камер ЭУТТ различного назначения канальной формы.

Постановка задачи

Рассмотрим распространение акустического возмущения в потоке газа. Представим безразмерные поля давления p , плотности ρ и скорости \vec{u} в виде суперпозиции величин, описывающих основное стационарное несжимаемое течение и величин, описывающих нестационарное возмущённое течение. Величины, характеризующие основное несжимаемое течение, представим в виде степенного ряда по числу Маха $M_b = V_b / a_0$ с точностью до поправок высокого порядка (V_b, a_0 – характерная скорость газоприхода с поверхности горения твердого топлива и скорость звука стационарного потока соответственно). Величины, описывающие нестационарные возмущения, представим в следующей безразмерной форме (случай распространения плоских возмущений):

$$q = \varepsilon e^{\alpha_m t} e^{i(k_m x - k_m t)} \quad (1)$$

где ε - амплитуда колебаний величины q , делённая на q_0 для основного течения;
 α_m - коэффициент затухания для моды колебаний m (параметр, характеризующий
устойчивость ЭУ); $k_m = 2\pi / \lambda_m$ - безразмерное волновое число; λ_m - безразмерная
длина волны моды m . Поля скорости, плотности и давления примут следующий вид
[5]:

$$\begin{aligned}
p &= p_{ст} + p_{нст}, \quad p_{ст} = 1 + M_b^2 P, \quad p_{нст} = p^{(1)} \\
\rho &= \rho_{ст} + \rho_{нст}, \quad \rho_{ст} = 1, \quad \rho_{нст} = \rho^{(1)} \\
\vec{u} &= \vec{u}_{ст} + \vec{u}_{нст}, \quad \vec{u}_{ст} = M_b \vec{U}, \quad \vec{u}_{нст} = \vec{u}^{(1)},
\end{aligned} \tag{2}$$

где $p_{ст}, \vec{u}_{ст}, \rho_{ст}$ - давление, скорость и плотность основного стационарного потока;
 $p_{нст}, \vec{u}_{нст}, \rho_{нст}$ - давление, скорость и плотность возмущенного течения. Подставляя
выражения (2) в уравнения изменения массы и количества движения для единицы
объёма газа

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{u}) = 0 \\ & \rho \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \nabla \left(\frac{\vec{u} \cdot \vec{u}}{2} \right) - \vec{u} \times \nabla \times \vec{u} \right) = -\nabla p + \delta_d^2 \nabla(\nabla \cdot \vec{u}) - \delta^2 \nabla \times \nabla \times \vec{u} \end{aligned} \right. \tag{3}$$

и группируя члены одного порядка малости по M_b и ε , получим следующие
системы уравнений, описывающие движение основного и возмущенного течений:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \vec{U} = 0 \\ \nabla \left(\frac{\vec{U} \cdot \vec{U}}{2} \right) - \vec{U} \times \nabla \times \vec{U} = -\nabla P \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho^{(1)}}{\partial t} + \nabla \vec{u}^{(1)} = -M_b^2 \vec{U} \nabla \rho^{(1)} \\ \frac{\partial \vec{u}^{(1)}}{\partial t} + M_b \left\{ \nabla \left(\vec{u}^{(1)} \vec{U} \right) - \vec{U} \times \nabla \times \vec{u}^{(1)} - \vec{u}^{(1)} \times \nabla \times \vec{U} \right\} = \\ = -\nabla p^{(1)} + \delta_d^2 \nabla \left(\nabla \cdot \vec{u}^{(1)} \right) - \delta^2 \nabla \times \nabla \times \vec{u}^{(1)} \end{cases} \quad (5)$$

где $\delta^2 = \mu / \rho_{cm} a_0 L$; μ – коэффициент динамической вязкости; L – характерный размер рассматриваемой области; $\delta_d^2 = \delta^2 (\zeta / \mu + 4/3)$; ζ – коэффициент объёмной вязкости.

Учтём тот факт, что в случае акустических волн безразмерные возмущения плотности $\rho^{(1)}$ и давления $p^{(1)}$ равны по величине. Тогда первое уравнение системы (5) можно записать относительно $p^{(1)}$. Складывая первое уравнение системы (5), умноженное на $p^{(1)}$, и второе уравнение, скалярно умноженное на $\vec{u}^{(1)}$, получим уравнение (6), которое можно интерпретировать как закон изменения энергии малого изоэнтропического возмущения, распространяющегося в стационарном потоке [3]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{p^{(1)} \cdot p^{(1)}}{2} + \frac{\vec{u}^{(1)} \cdot \vec{u}^{(1)}}{2} \right] = & -\nabla \left(p^{(1)} \vec{u}^{(1)} \right) - M_b \frac{\vec{U}}{2} \nabla \left(p^{(1)} \cdot p^{(1)} \right) - \\ & - M_b \vec{u}^{(1)} \cdot \left[\nabla \left(\vec{u}^{(1)} \vec{U} \right) \right] + M_b \vec{u}^{(1)} \cdot \left(\vec{u}^{(1)} \times \nabla \times \vec{U} + \vec{U} \times \nabla \times \vec{u}^{(1)} \right) + \end{aligned} \quad (6)$$

$$+\delta_d^2 (\vec{u}^{(1)} \nabla) \cdot (\nabla \cdot \vec{u}^{(1)}) - \delta^2 \vec{u}^{(1)} \cdot [\nabla \times \nabla \times \vec{u}^{(1)}]$$

Такой способ вывода (см., например, [7]) уравнения изменения энергии возмущения не является универсальным. Он справедлив при рассмотрении акустических возмущений. В случае, когда необходимо помимо акустических возмущений учитывать энтропийные волны и волны завихренности, применяют универсальный подход, приведенный в [8].

Для определения значения коэффициента затухания α_m необходимо подставить поля скорости $\vec{U}(x, y, z)$ и давления $P(x, y, z)$ для основного течения в уравнение (6), проинтегрировать его по объёму проточной части камеры сгорания и усреднить по времени, в предположении, что поля скорости $\vec{u}^{(1)}$ и давления $p^{(1)}$ возмущения имеют вид (1).

В качестве примера рассмотрим течение в цилиндрическом канале с проницаемыми стенками (рисунок 1). Данная постановка задачи соответствует течению продуктов сгорания в камере ЭУТТ с каналом в форме цилиндра. Решение рассматриваемой задачи широко представлено в литературе и имеет приближенное аналитическое решение.

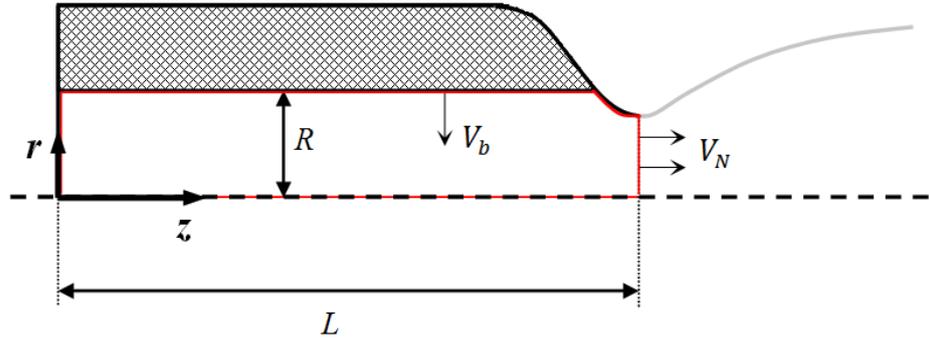


Рисунок 1. Схема расчётной области

В качестве решения системы уравнений (4) для области в виде канала цилиндрической формы воспользуемся приближённым решением, предложенным в работе [9], имеющим хорошее совпадение с результатами эксперимента с рабочим телом воздух [10]:

$$\begin{aligned}
 U_r &= -\frac{1}{r} \sin\left(\frac{\pi}{2} r^2\right) \\
 U_\theta &= 0
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

$$U_z = \pi z \cos\left(\frac{\pi}{2} r^2\right)$$

Для определения коэффициента затухания α_m подставим в уравнение (6) выражения для $p^{(1)}$ и $\vec{u}^{(1)}$ имеющие следующий вид:

$$\begin{aligned}
 p^{(1)} &= (\hat{p} + \tilde{p}) e^{\alpha_m t} \\
 \vec{u}^{(1)} &= (\hat{\vec{u}} + \tilde{\vec{u}}) e^{\alpha_m t}
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

где величины с верхним значком " ^ " представляют собой классические решения системы уравнений (5), описывающей распространения плоских акустических возмущений в неподвижной среде ($\vec{U} = 0, \nabla \times \vec{u}^{(1)} = 0$). Величины с верхним значком " ~ " - поправки к классическим решениям, обусловленные наличием ненулевого среднего течения и завихренности потока. Подставим выражения (8) в уравнение (6) и проведём операцию усреднения величин по времени двумя способами: усреднение, используемое в работах [11] – [16]:

$$q = \frac{k_m}{2\pi} e^{\alpha_m t} \int_0^{\frac{2\pi}{k_m}} q(t) \cdot e^{-\alpha_m t} dt \quad (9)$$

и обычное усреднение

$$q = \frac{k_m}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{k_m}} q(t) dt \quad (10)$$

В первом случае выражение для α_m примет следующий вид:

$$\alpha_m = \sum_{i=1}^{10} \alpha_i, \quad (11)$$

где, согласно [12,13]

$$\alpha_1 = \frac{1}{e^{2\alpha_m t} E_m^2} \int_V \left\langle -\nabla \left[\hat{p} \hat{\vec{u}} \right] + \frac{M_b}{2} \nabla \left(\vec{U} \hat{p}^2 \right) - M_b \hat{\vec{u}} \nabla \left(\hat{\vec{u}} \cdot \vec{U} \right) \right\rangle dV;$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{e^{2\alpha_m t} E_m^2} \int_V \left\langle \delta_d^2 \hat{\vec{u}} \nabla \left(\nabla \cdot \hat{\vec{u}} \right) \right\rangle dV; \quad \alpha_3 = 0; \quad \alpha_4 = \frac{1}{e^{2\alpha_m t} E_m^2} \int_V \left\langle \hat{\vec{u}} \cdot \left(\vec{U} \times \nabla \times \hat{\vec{u}} \right) \right\rangle dV;$$

$$\alpha_5 = -\frac{1}{e^{2\alpha_m t} E_m^2} \int \langle \tilde{\mathbf{u}} \cdot \nabla \hat{p} \rangle dV; \quad \alpha_6 = \frac{1}{e^{2\alpha_m t} E_m^2} \int \langle M_b \tilde{\mathbf{u}} \cdot (\vec{U} \times \nabla \times \tilde{\mathbf{u}}) \rangle dV;$$

$$\alpha_7 = \frac{1}{e^{2\alpha_m t} E_m^2} \int \langle -\delta^2 \hat{\mathbf{u}} \cdot [\nabla \times \nabla \times \tilde{\mathbf{u}}] - \delta^2 \tilde{\mathbf{u}} \cdot [\nabla \times \nabla \times \tilde{\mathbf{u}}] \rangle dV;$$

$$\alpha_8 = \frac{1}{e^{2\alpha_m t} E_m^2} \int \langle -\hat{\mathbf{u}} \cdot \nabla \tilde{p} \rangle dV; \quad \alpha_9 = \frac{1}{e^{2\alpha_m t} E_m^2} \int \langle -\tilde{\mathbf{u}} \cdot \nabla \tilde{p} \rangle dV;$$

$$\alpha_{10} = -\frac{1}{e^{2\alpha_m t} E_m^2} \int \langle (\tilde{\mathbf{u}} \nabla) \cdot (\tilde{\mathbf{u}} \cdot \vec{U}) + (\hat{\mathbf{u}} \nabla) \cdot (\tilde{\mathbf{u}} \cdot \vec{U}) \rangle dV; \quad E_m^2 = \frac{5}{8} \pi \frac{L}{R}.$$

При расчете интегралов $\alpha_1 \dots \alpha_{10}$ для $\hat{p}(r, z, t)$, $\tilde{p}(r, z, t)$, $\hat{\mathbf{u}}(r, z, t)$ и $\tilde{\mathbf{u}}(r, z, t)$ воспользуемся следующими соотношениями [12]:

$$\hat{p} = \cos(k_m z) e^{-ik_m t},$$

$$\tilde{p} = iM_b \sin(\pi r^2) e^{\phi+i\psi} \left(\frac{1}{2} \pi z \right) \sin\left(\frac{1}{2} \pi z \right) \sin\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} r^2 \right) k_m z \right) e^{-ik_m t},$$

$$\hat{\mathbf{u}} = i \sin(k_m z) e^{-ik_m t} \vec{e}_z, \quad (12)$$

$$\tilde{\mathbf{u}} = irU_r e^{\phi+i\psi} \sin\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} r^2 \right) k_m z \right) \vec{e}_z,$$

$$\text{где } \psi(r) = -\frac{k_m}{\pi M_b} \ln\left(\operatorname{tg}\left(\frac{\pi r^2}{4} \right) \right); \quad \phi(r) = \frac{k_m^2 \delta^2}{\pi^2 M_b^3} \left[1 - \frac{1}{\sin(x)} - x \frac{\cos(x)}{\sin^2(x)} + I(x) - I\left(\frac{1}{2} \right) \right];$$

$$I(x) = x + \frac{x^3}{18} + \frac{7x^5}{1800} + \dots; \quad x = \frac{\pi r^2}{2}; \quad i^2 = -1.$$

В случае применения операции усреднения (10) к (6), получим следующее уравнение относительно α_m

$$\int_0^{\frac{2\pi}{k_m}} e^{2\alpha_m t} [A \cdot \cos^2(k_m t) + B \cdot \sin^2(k_m t)] dt = D \cdot e^{2\alpha_m \frac{2\pi}{k_m}} \quad (13)$$

где $A = \int_V \left\{ -\frac{M_b}{2} \nabla [\vec{U}(\hat{p}^r)^2] - \vec{u}^r \cdot \nabla \hat{p}^r + M_b \vec{u}^r \cdot \vec{U} \cdot (\nabla \times \vec{u}^r) \right\} dV -$

$$- \int_V \left\{ \delta^2 \vec{u}^r \cdot (\nabla \times \vec{u}^r) + \vec{u}^r \cdot \nabla \tilde{p}^r + M_b \vec{u}^r \cdot \nabla (\vec{U} \cdot \vec{u}^r) \right\} dV;$$

$$B = \int_V \left\{ -M_b \hat{u}^i \cdot \nabla (\hat{u}^i \cdot \vec{U}) - \frac{4}{3} \delta^2 \hat{u}^i \nabla (\nabla \cdot \hat{u}^i) + M_b \hat{u}^i \cdot [\vec{U} \times (\nabla \times \hat{u}^i)] \right\} dV +$$

$$+ \int_V \left\{ M_b \vec{u}^i (\vec{U} \cdot (\nabla \times \vec{u}^i)) - \delta^2 (\vec{u}^i + \hat{u}^i) \cdot (\nabla \times \vec{u}^i) \right\} dV +$$

$$+ \int_V \left\{ -\hat{u}^i \cdot \nabla \tilde{p}^i + \vec{u}^i \cdot \nabla \tilde{p}^i + M_b (\vec{u}^i + \hat{u}^i) \cdot \nabla (\vec{U} \cdot \vec{u}^i) \right\} dV;$$

$$D = \int_V \left\{ (\hat{p}^r)^2 + (\vec{u}^r)^2 \right\} dV.$$

Будем рассматривать в качестве области интегрирования цилиндр длиной L и радиусом R . При этом согласно (12) $\hat{p}^r = \cos(k_m z) \cos(k_m t)$;

$$\hat{u}^i = \sin(k_m z) \sin(k_m t) \vec{e}_z; \quad \vec{u}^r = -r U_r \sin \left(\sin \left(\frac{\pi r^2}{2} \right) k_m z \right) \sin(\psi(r)) \vec{e}_z;$$

$$\vec{u}^i = r U_r \sin \left(\sin \left(\frac{\pi r^2}{2} \right) k_m z \right) \cos(\psi(r)) \vec{e}_z;$$

$$\tilde{p}^r = -M_b \sin(\pi r^2) e^\phi \sin(\psi) \left(\frac{1}{2} \pi z \right) \sin \left(\frac{1}{2} \pi z \right) \sin \left(\sin \left(\frac{\pi}{2} r^2 \right) k_m z \right);$$

$$\tilde{p}^i = M_b \sin(\pi r^2) e^{\phi} \cos(\psi) \left(\frac{1}{2} \pi z\right) \sin\left(\frac{1}{2} \pi z\right) \sin\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} r^2\right) k_m z\right).$$

Результаты

Рассмотрим результаты расчетов, проведенных по данной методике, для трёх типов ЭУТТ, параметры которых представлены в таблице 1.

Таблица 1. Параметры ЭУТТ [16]

ЭУТТ	L , м	R , м	M_b	δ	k_m	ξ	f , Гц	A_b	a_0
Малые	0,6	0,025	$1,7 \cdot 10^{-3}$	$5,49 \cdot 10^{-4}$	$1,31 \cdot 10^{-1}$	1,05	1227	2,5	1427
Средние	2,03	0,102	$3,1 \cdot 10^{-3}$	$2,74 \cdot 10^{-4}$	$1,58 \cdot 10^{-1}$	0,06	360	1,2	1462
Крупногабаритные	35,1	0,7	$2,3 \cdot 10^{-3}$	$1,04 \cdot 10^{-4}$	$6,27 \cdot 10^{-2}$	0,003	19,5	1	1369

Таблица 2. Результаты расчетов коэффициентов затухания $\alpha_1 \dots \alpha_{10}$ при использовании усреднения (9).

ЭУТТ	α_1	α_2	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8	α_9	α_{10}	α_m
Малые	-84,7	$-1,62 \cdot 10^{-4}$	-80,1	80,1	30,7	-15,8	0,06	14,9	-15	-69,78
Средние	-37,1	$-1,43 \cdot 10^{-5}$	35,7	35,7	11,5	-0,56	0,06	10,9	-11	-26,14
Крупногабаритные	-3,67	$-4,43 \cdot 10^{-8}$	-3,64	3,65	1,15	-0,003	0,01	1,15	-1,16	-2,5

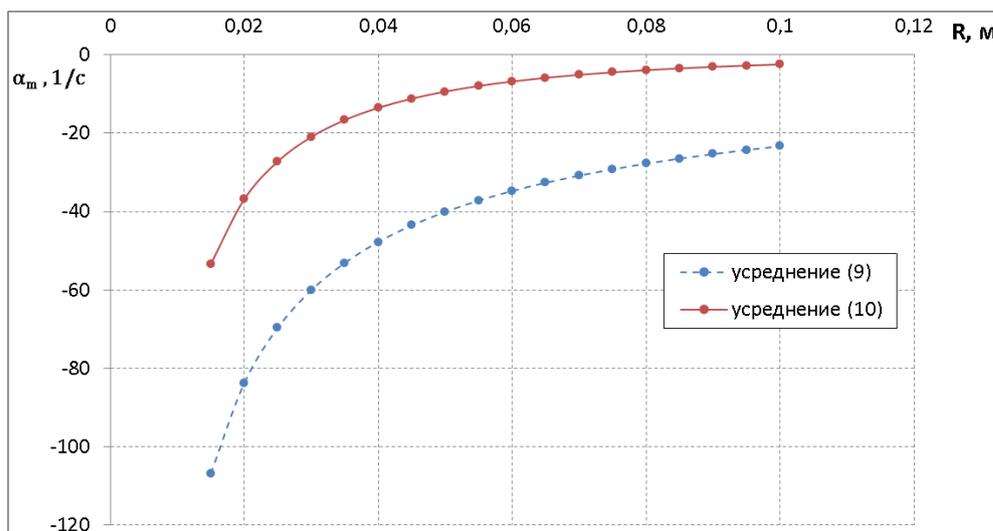
При использовании усреднения по времени (10), решая уравнение (13) относительно α_m , нельзя выделить отдельные слагаемые наподобие $\alpha_1 \dots \alpha_{10}$, как это делалось при использовании усреднения (9). В таблице 3 представлены результаты расчетов коэффициентов затухания для различных типов ЭУ с использованием усреднения (10).

Таблица 3. Результаты расчетов с применением различных способов усреднения по времени.

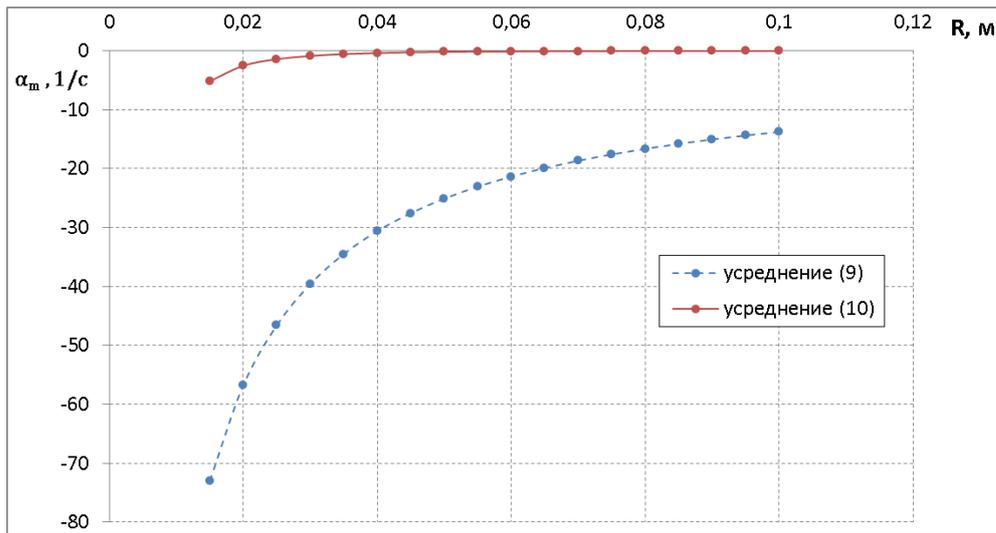
Тип установки	α_m усреднение (10)	α_m усреднение (9)
Малые $R = 0,025 \text{ м}$	-27,21	-69,78
Средние $R = 0,102 \text{ м}$	-17,79	-26,14
Крупногабаритные $R = 35,1 \text{ м}$	-1,852	-2,5

Оба способа усреднения показывают одинаковое поведение установок по отношению к малым возмущениям в камере сгорания, а именно, все ЭУ являются устойчивыми (указанные в таблице радиусы соответствуют начальным размерам каналов).

На рисунках 2 – 4 представлены зависимости коэффициентов затухания α_m от радиуса канала и от скорости вдува с поверхности горения.

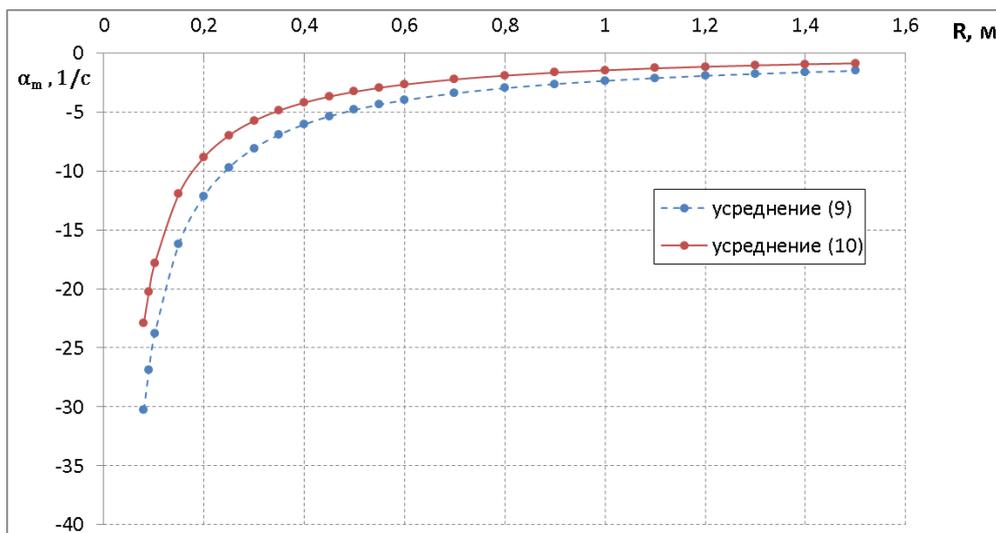


(а)

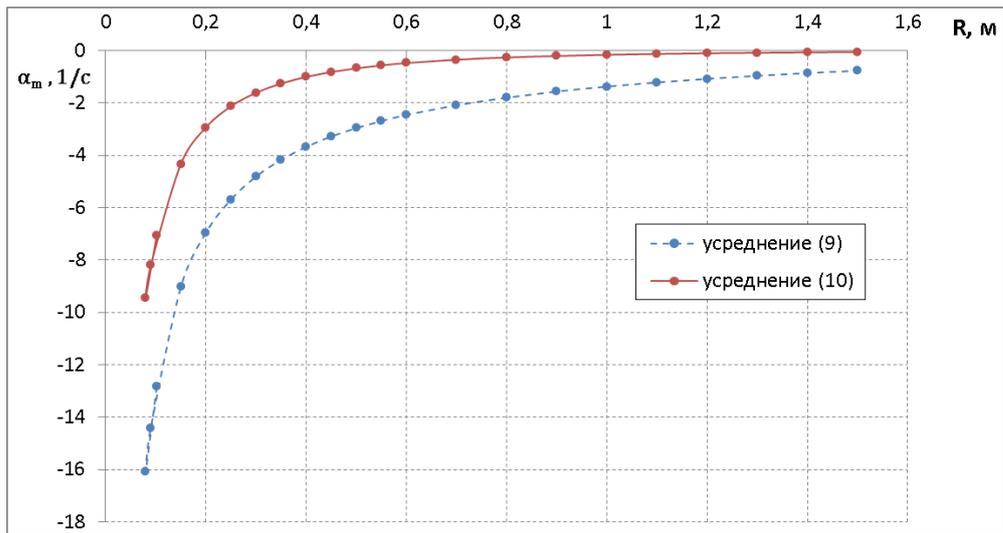


(б)

Рисунок 2. Коэффициент затухания α_m для первой моды ($f = 1227$ Гц) продольных колебаний малой ЭУТТ ($L = 0,6$ м): а) $M_b = 1,7 \cdot 10^{-3}$; б) $M_b = 0,8 \cdot 10^{-3}$.

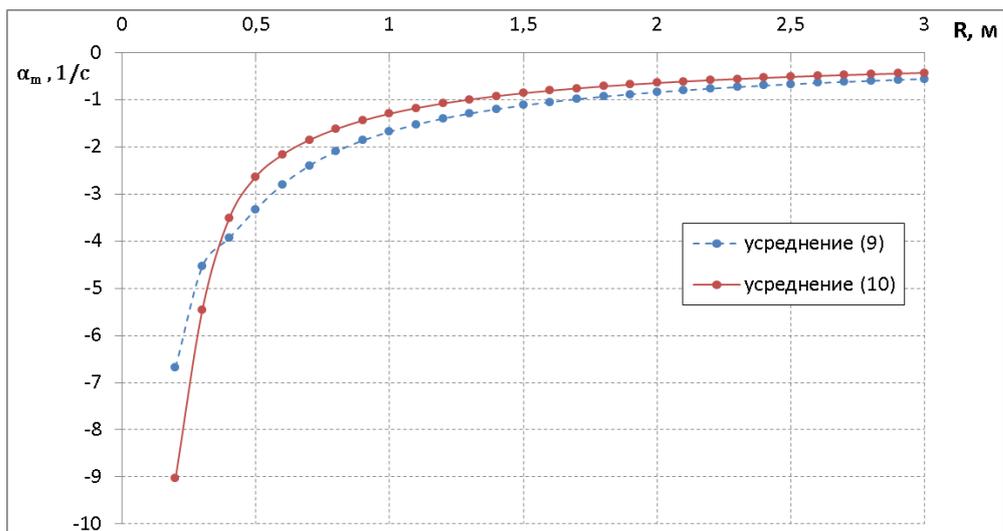


(а)

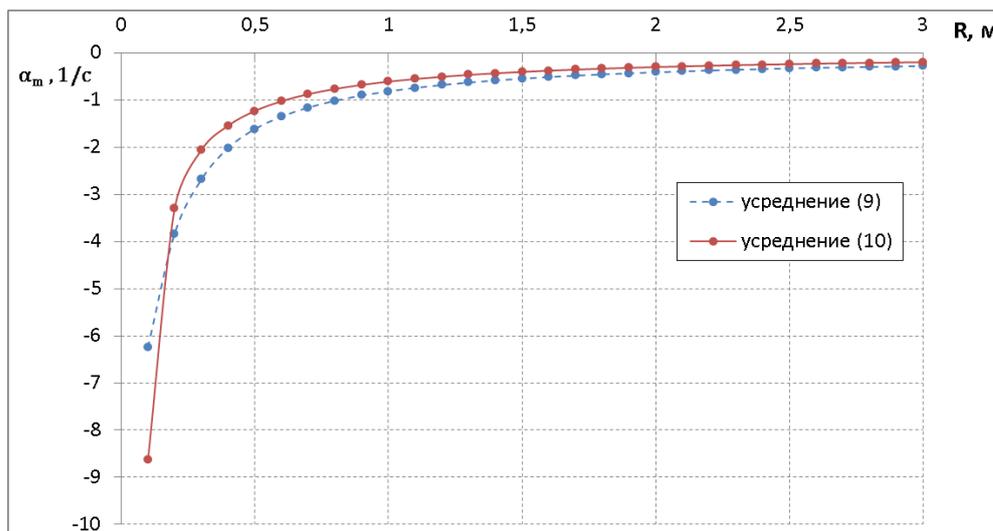


(б)

Рисунок 3 Коэффициент затухания α_m для первой моды ($f = 360$ Гц) продольных колебаний ЭУТТ средней тяги ($L = 2,03$ м) : а) $M_b = 3,1 \cdot 10^{-3}$; б) $M_b = 1,5 \cdot 10^{-3}$.



(а)



(б)

Рисунок 4 Коэффициент затухания α_m для первой моды ($f = 19,5 \text{ Гц}$) продольных колебаний крупногабаритной ЭУТТ ($L = 35,1 \text{ м}$): а) $M_b = 2,3 \cdot 10^{-3}$; б) $M_b = 1,1 \cdot 10^{-3}$.

Согласно рисунку 2(б) при усреднении (9) рабочий процесс является устойчивым к малым возмущениям на протяжении всего времени работы. При использовании усреднения (10) процесс в ЭУ также устойчив, но $-1 < \alpha_m < 0$, что говорит о приближении к границе устойчивости. Рабочий процесс в данной установке может быть неустойчивым к возмущениям конечной амплитуды. Наибольшее различие наблюдается для малогабаритных установок. Различие коэффициента затухания, полученного разными методами усреднения, на начальном этапе работы ЭУТТ составляет 61%, 32% и 26% соответственно.

Выводы

Проведен сравнительный анализ двух способов усреднения параметров в рамках методики определения акустической устойчивости рабочего процесса в камере ЭУТТ. В основе методики лежит широко используемый энергетический метод, позволяющий оценивать устойчивость различных систем путем сравнения стока и притока энергии малых возмущений в исходную систему. Установлено, что для всех рассматриваемых типов ЭУТТ усреднение (9), используемое иностранными авторами [11] - [16], дает завышенный уровень устойчивости процессов в камере сгорания по сравнению с усреднением (10). Различие результатов, составляет 30–60% для разных типов ЭУТТ на начальном этапе работы, хотя всегда наблюдается качественное соответствие. Наибольшее различие наблюдается для установок малой тяги. В исследованиях зарубежных авторов [11] - [16] отсутствует обоснование использования упрощенного усреднения (9).

На основе проведенного исследования сделан вывод, что для практических расчетов целесообразно использовать усреднение (10).

Библиографический список

1. Blomshield F.S. Historical perspective of combustion instability in motors: case studies // 37th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit July 8-11, 2001, Salt Lake City, Utah. 2001, pp. 1-14.
2. Липанов А.М., Милехин Ю.М. Внутренняя баллистика РДТТ. – М.: Машиностроение, 2007. – 504 с.

3. Кашина И.А., Сальников А.Ф. Методы определения собственных частот элементов системы ракетного двигателя твердого топлива // Труды МАИ. 2013. №65. URL: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=35947>
4. Flandro G. A. Oscillatory Behavior of Liquid Propellant Rockets, Scramjets and Thrust Augmenters, URL: http://www.academia.edu/8750208/Flandro_7ISICP
5. Flandro G.A. Effects of vorticity on rocket combustion stability // Journal of Propulsion and Power. 1995. Vol. 11. no. 4, pp. 607-625.
6. Flandro G.A., Majdalani J. Aeroacoustic instability in rockets // AIAA Journal. 2003. Vol. 41. №. 2, pp. 485-497.
7. Rienstra S.W., Hirschberg A. An Introduction to Acoustics. Eindhoven University of Technology, 2014. 296 p
8. Myers M. Transport of energy by disturbances in arbitrary steady flow // Journal Fluid Mechanics. 1991. Vol. 226, pp. 383-400.
9. Culick F.E.C. Rotational axisymmetric mean flow and damping of acoustic waves in a solid propellant rocket // AIAA Journal. 1966. Vol. 4. no.8, pp. 1462-1464.
10. Dunlop R., Willoughby P.G., Hermsen R.W. Flowfield in the combustion chamber of a solid propellant rocket motor // AIAA Journal. 1974. Vol. 12. no. 10, pp. 1440-1442.
11. Flandro G.A. On Flow Turning // AIAA Paper 95-2530. 1995, pp. 1-11.
12. Chibli H.A., Majdalani J., Flandro G.A. Fundamental growth rate corrections in rocket motor stability calculations // AIAA Paper 2002-3610. 2002, pp. 1-19.

13. Majdalani J., Fischbach S.R., Flandro G.A. Improved energy normalization function in rocket motor stability calculations // *Aerospace Science and Technology*. 2006. no. 10, pp. 495-500.
14. Majdalani J., Flandro G.A., Fischbach S.R. Some rotational corrections to the acoustic energy equation in injection-driven enclosures // *Physics of fluids*. 2005. Vol. 17. pp. 074102-1 – 074102-20.
15. Fischbach S.R., Flandro G.A., Majdalani J. Volume-to-surface transformations of rocket stability integrals // *AIAA Paper 2004-4053*. 2004, pp. 1-15.
16. Fischbach, S.R. Majdalani J., Flandro G.A. Verification and validation of rocket stability integral transformations // *AIAA Paper 2006-4001*. 2005. pp. 1-15.
17. Беккер Р. Теория теплоты. – М.: Энергия, 1974. – 504 с.