

Методика расчета ошибок положения выходного звена динамических моделирующих стендов

Захаров А.Г.

Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем, ГНИИАС, ул. Викторенко, 7, Москва, 125319, Россия

e-mail: 1zahar1@rambler.ru

Аннотация

Предложена методика определения ошибки положения выходного звена динамических моделирующих стендов, построенных на основе карданного механизма и имеющих любое количество и произвольное расположение осей. Описана программа реализующая предложенную математическую модель для динамических стендов имеющих от 1-ой до 3-х осей подвижности. Проведены расчеты ошибок положения для основных кинематических схем динамических моделирующих стендов.

Ключевые слова: динамический моделирующий стенд, карданный подвес, ошибка положения, кинематическая точность.

Введение

Рост технических характеристик систем летательных аппаратов неизбежно повышает требования, предъявляемые к оборудованию для их испытаний. Одним из классов оборудования для контрольно-испытательных работ, который входит в комплексы полунатурного моделирования, являются динамические моделирующие стенды.

Динамические моделирующие стенды (ДМС) – это устройства, позволяющие физически моделировать сложные движения объекта испытаний (ОИ), совершаемые им в процессе реальной эксплуатации в одной

или нескольких координатах (степенях свободы) с заданными законами изменения линейных и угловых перемещений, скоростей и ускорений. ДМС нашли применение в полунатурном моделировании, отработке алгоритмов функционирования, наладке, контроле выходных параметров и работоспособности различных приборов и систем в авиации, космонавтике, приборостроении и т.д. Применение ДМС позволяет существенно сократить объем дорогостоящих натуральных испытаний, заменив их лабораторными.

Актуальной задачей, стоящей перед промышленностью в настоящее время является повышение статической точности позиционирования выходного звена ДМС до единиц угловых секунд. В связи с этим большое значение приобретают вопросы связанные с оценкой, измерением и увеличением точности стендов.

Благодаря таким качествам, как жесткость и стабильность конструкции, в практике создания ДМС широкое применение нашли опорно-поворотные механизмы (ОПМ) на основе карданных подвесов (КП). КП применяется также в большой номенклатуре устройств, это обстоятельство позволяет рассмотреть работы по исследованию механизмов, также использующих КП, например, подвижные радиотехнические и оптические приборы, гироскопы, артиллерийские установки и др.

Одним из направлений в вопросах оценки кинематической точности приборов на основе карданных подвесов являются графоаналитические методы, использующие сферическую тригонометрию, описание которых можно найти в работах [1,2]. Эти методы обладают хорошей наглядностью и могут использоваться для приборов, имеющих одну или две степени свободы. В испытательной практике чаще применяются ДМС с тремя степенями свободы, что необходимо для обеспечения условий испытаний, приближенных к реальным. В этом случае использование упомянутых методов является весьма трудоемким в связи с большим объемом построений и расчетов. Также при их использовании весьма трудно построить обобщенное математическое описание, которое могло бы позволить

оценивать точность систем при любых схемах расположения осей подвеса (которых только для двухстепенного подвеса может быть 6 вариантов) с помощью одной математической модели.

В литературе приводится аналитический расчет многостепенного ДМС методом, основанным на определении пространственного положения единичных векторов, связанных с выходным звеном станда посредством введения промежуточных вспомогательных систем координат, смещенных относительно основных на допустимые углы неперпендикулярности осей. Однако, исследование не распространяется на отличные от рассматриваемой кинематические схемы. Кроме того, учитывается влияние только отклонений осей прокачки станда, исключая статическую погрешность отработки углового положения, а также погрешности установки ОИ.

Перед конструкторами ДМС часто стоит задача выбора между различными кинематическими схемами, что при создании высокоточных систем требует расчета и сравнения их теоретической точности [3]. В связи с этим в работе предлагается обобщенная методика, на основе которой разработано программное обеспечение, позволяющее инженеру выполнить быстрый автоматизированный расчет точности для любой схемы КП с учетом не только первичных погрешностей самого подвеса, но и влияния погрешности установки полезной нагрузки, а также ошибок, вносимых приводом и системой цифровых измерений.

Используя предлагаемую методику, можно обосновать требования, предъявляемые в ТЗ к ОПМ, которые чаще всего выражаются в задании величин отдельных первичных погрешностей механизма.

Математическая модель ошибки пространственного положения выходного звена ДМС

На Рис. 1 представлен общий вид и кинематическая схема типичного трехканального ДМС с чередованием осей Курс - Тангаж - Крен. Каждый канал (см. Рис.1) имеет подшипниковую опору (П), которая определяет положение его оси в пространстве. Канал приводится в движение при

помощи мотор-редуктора (М). Текущее положение измеряется цифровым датчиком углового положения (Д).

Условимся, что *осью* будем называть прямую, вокруг которой происходит вращение каналов ДМС. *Каналом* будем называть совокупность механизмов и устройств, обеспечивающих вращение нагрузки вокруг соответствующей оси ДМС.

Согласно [7] причинами возникновения кинематической ошибки пространственного положения выходного звена ДМС, являются неортогональность осей прокачки каналов стенда, рассогласование между заданным и отработанным положением каналов, биение осей каналов. Кроме перечисленных факторов необходимо учесть отклонение внешней оси стенда от местной вертикали или горизонтали и погрешности установки каналов в нулевое положение. В некоторых случаях необходимо оценить влияние непараллельности осей стенда на ошибку положения испытуемого объекта.

Далее, рассматривается стенд в совокупности с ОИ и с учетом погрешности его установки. Возможные расположения осей приведены на Рис. 2, на котором использованы следующие обозначения: *OXYZ* – система координат (СК), связанная с землей, точка *O* лежит в месте номинального пересечения осей КП, ось *X* лежит в горизонтальной плоскости и совпадает по курсу с номинальным начальным направлением предполагаемого движения ОИ, ось *Z* – совпадает с местной вертикалью и направлена от Земли, ось *Y* – дополняет систему до правой.

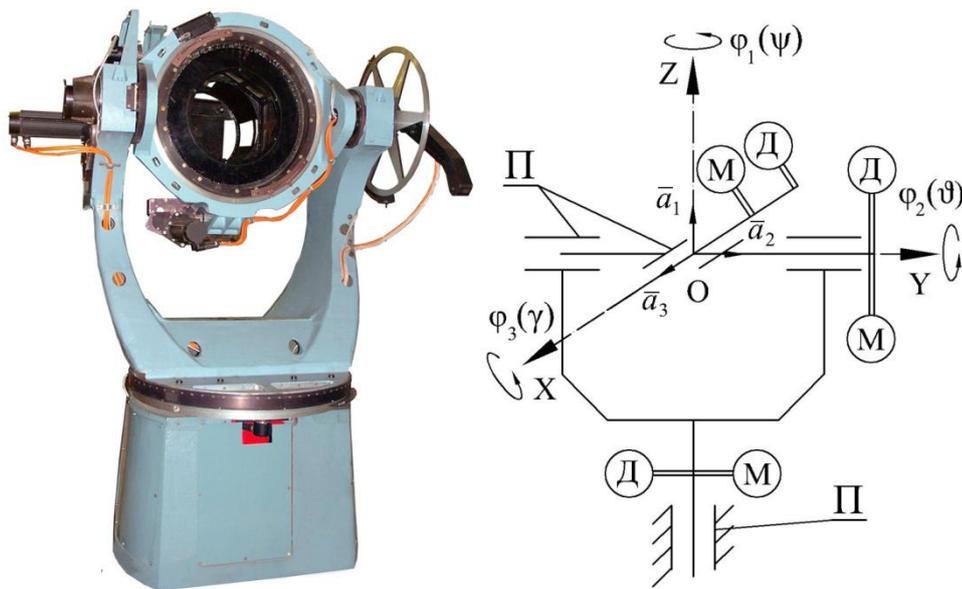


Рис. 1. Общий вид и кинематическая схема трехканального ДМС

Поворот вокруг оси X будем называть креном, вокруг оси Y – тангажем, вокруг оси Z – курсом.

\vec{a}_i – единичные направляющие векторы (орты) осей ДМС в номинальном положении;

\vec{a}'_i – орты осей ДМС в действительном положении;

φ_i – номинальные углы поворотов каналов ДМС;

φ'_i – действительные углы поворотов каналов ДМС;

$i = 1..n$ – индекс оси станда, пронумерованный от внешней оси к внутренней;

n – количество осей ДМС;

$\vec{x}_{u0}, \vec{y}_{u0}, \vec{z}_{u0}$ – орты СК связанной с ОИ, в начальном номинальном положении, которые в результате поворота вокруг номинальных осей станда занимают положения $\vec{x}_{u1}, \vec{y}_{u1}, \vec{z}_{u1}$;

$\vec{x}'_{u0}, \vec{y}'_{u0}, \vec{z}'_{u0}$ – орты СК, связанной с ОИ, в начальном действительном положении, в результате поворота вокруг действительных осей занимают положение $\vec{x}'_{u1}, \vec{y}'_{u1}, \vec{z}'_{u1}$;

$\Delta\vec{x}_u, \Delta\vec{y}_u, \Delta\vec{z}_u$ – векторы ошибок положения ОИ (или кинематических ошибок станда) после поворота (Рис. 3);

Для нахождения векторов $\Delta\vec{x}_u, \Delta\vec{y}_u, \Delta\vec{z}_u$ воспользуемся матричной формой описания поворотов вокруг осей. Эта запись позволяет создать общую математическую модель движения каналов станда, которую легко модифицировать под любое количество и вложенность осей ДМС. А запись матриц в общем виде позволяет рассматривать ДМС с произвольно направленными осями, хотя в представленной работе будут рассмотрены станды с осями, расположенными в начальном номинальном положении вдоль осей системы $OXYZ$, так как такие подвесы применяются в подавляющем числе ДМС.

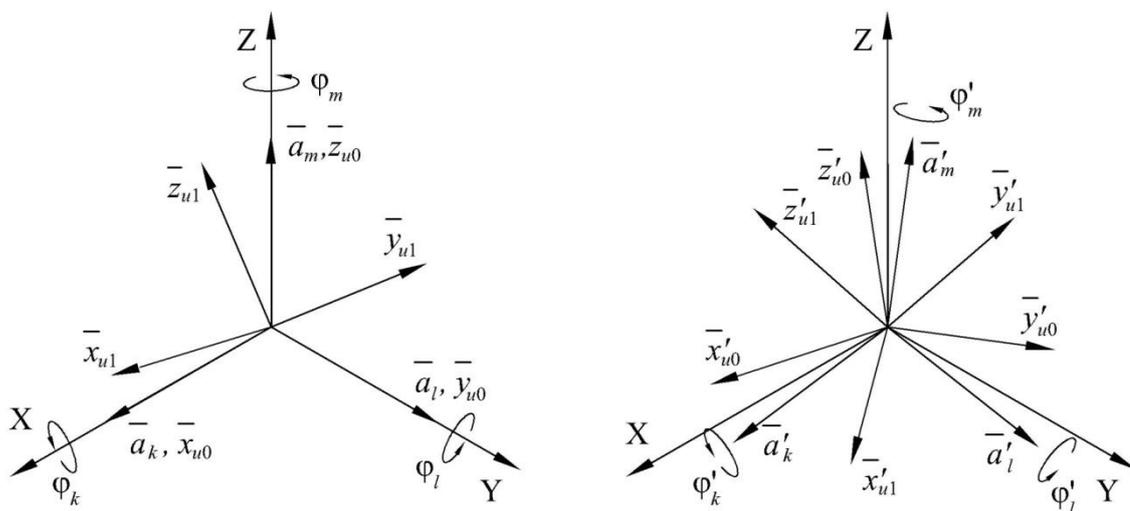


Рис.2 Схемы расположения осей номинального и действительного ДМС

Запишем матрицу элементарного поворота вокруг произвольно направленной i -й оси на угол:

$$M_i(\vec{a}_i, \varphi_i) = \begin{pmatrix} \cos \varphi_i + (1 - \cos \varphi_i) a_i^x{}^2 & (1 - \cos \varphi_i) a_i^x a_i^y - a_i^z \sin \varphi_i \\ (1 - \cos \varphi_i) a_i^y a_i^x + a_i^z \sin \varphi_i & \cos \varphi_i + (1 - \cos \varphi_i) a_i^y{}^2 \\ (1 - \cos \varphi_i) a_i^z a_i^x - a_i^y \sin \varphi_i & (1 - \cos \varphi_i) a_i^z a_i^y + a_i^x \sin \varphi_i \end{pmatrix}$$

$$\left. \begin{aligned} (1 - \cos \varphi_i) a_i^x a_i^z + a_i^y \sin \varphi_i \\ (1 - \cos \varphi_i) a_i^y a_i^z - a_i^x \sin \varphi_i \\ \cos \varphi_i + (1 - \cos \varphi_i) a_i^{z^2} \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где a_i^x , a_i^y , a_i^z – направляющие косинусы вектора \vec{a}_i .

Тогда суммарные матрицы поворотов для номинального и действительного ДМС будут равны произведению соответствующих элементарных матриц (1) в порядке возрастания i :

$$M_{\Sigma} = M_{\Sigma}(\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_n, \varphi_1, \dots, \varphi_n) = \prod_{i=1}^n M_i(\vec{a}_i, \varphi_i), \quad (2)$$

$$M'_{\Sigma} = M'_{\Sigma}(\vec{a}'_1, \dots, \vec{a}'_n, \varphi'_1, \dots, \varphi'_n) = \prod_{i=1}^n M_i(\vec{a}'_i, \varphi'_i). \quad (3)$$

Орты ОИ после поворотов каналов номинального ДМС можно найти как произведение матрицы (2) на вектор-столбцы \vec{x}_{u0} , \vec{y}_{u0} , \vec{z}_{u0} :

$$\vec{x}_{u1} = M_{\Sigma} \times \vec{x}_{u0}, \quad \vec{y}_{u1} = M_{\Sigma} \times \vec{y}_{u0}, \quad \vec{z}_{u1} = M_{\Sigma} \times \vec{z}_{u0}, \quad (4)$$

действительного – как произведение матрицы (3) на вектор-столбцы \vec{x}'_{u0} , \vec{y}'_{u0} , \vec{z}'_{u0} :

$$\vec{x}'_{u1} = M'_{\Sigma} \times \vec{x}'_{u0}, \quad \vec{y}'_{u1} = M'_{\Sigma} \times \vec{y}'_{u0}, \quad \vec{z}'_{u1} = M'_{\Sigma} \times \vec{z}'_{u0}. \quad (5)$$

Определим векторы ошибок положения, как разность направляющих ортов ОИ в действительном (5) и в номинальном (4) положениях (Рис.3):

$$\Delta \vec{x}_u = \vec{x}'_{u1} - \vec{x}_{u1}, \quad \Delta \vec{y}_u = \vec{y}'_{u1} - \vec{y}_{u1}, \quad \Delta \vec{z}_u = \vec{z}'_{u1} - \vec{z}_{u1}. \quad (6)$$

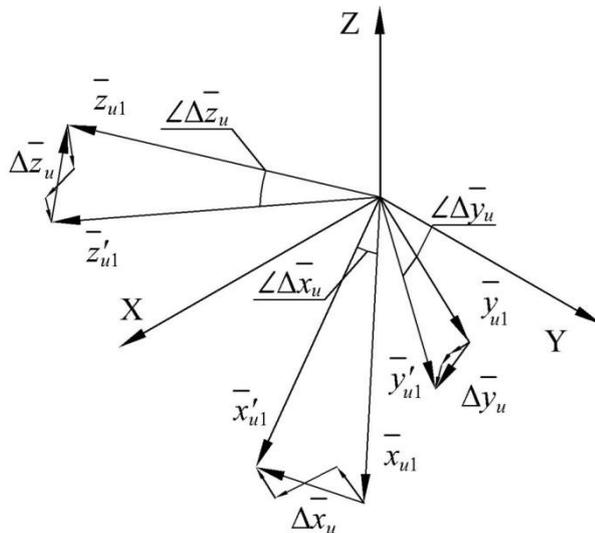


Рис. 3. Ошибки пространственного положения выходного звена ДМС

Более наглядным выражением ошибки положения являются углы между векторами (4) и (5), их можно определить следующим образом:

$$\angle \Delta \vec{x}_u = 2 \arcsin\left(\frac{1}{2} |\Delta \vec{x}_u|\right), \quad \angle \Delta \vec{y}_u = 2 \arcsin\left(\frac{1}{2} |\Delta \vec{y}_u|\right), \quad \angle \Delta \vec{z}_u = 2 \arcsin\left(\frac{1}{2} |\Delta \vec{z}_u|\right).$$

Определение параметров математической модели

Рассмотрим нахождение ортов осей на примере ДМС с количеством каналов n от 1-го до 3-х, поскольку именно они получили наибольшее распространение.

Запишем координаты ортов для осей в начальном номинальном положении в базисе $OXYZ$. Если оси ДМС направлены вдоль оси X , $\vec{a}_i = (1, 0, 0)^T$, вдоль оси Y – $\vec{a}_i = (0, 1, 0)^T$, вдоль оси Z – $\vec{a}_i = (0, 0, 1)^T$, то при подстановке координат направляющих векторов \vec{a}_i , в матрицу (2) она принимает тривиальный вид матрицы поворота вокруг осей СК.

Для определения коэффициентов матрицы (3) необходимо отыскать положения ортов \vec{a}'_i . Независимо от того, на каком этапе производится расчет точности ДМС, разработчик располагает информацией об угле отклонения внешней оси от горизонтальной плоскости, а также о величинах неперпендикулярности осей. В случае, когда расчет производится на этапе проектирования, эти данные определены техническим заданием на проектирование, в случае же проверочного расчета, после сборки стенда можно воспользоваться одной из методик определения искомых величин, например, описанных в литературе [5,6].

Найдем координаты ортов \vec{a}'_i в отсутствии ошибок начальной выставки каналов ДМС.

Найдем координаты орта внешней оси \vec{a}'_1 (Рис. 4). Положение этого вектора можно определить, углом к горизонтальной плоскости $\angle \vec{a}'_1 XY$, и

углом между проекцией вектора на горизонтальную плоскость и направлением предполагаемого движения – $\angle \vec{a}'_1^{XY} X$.

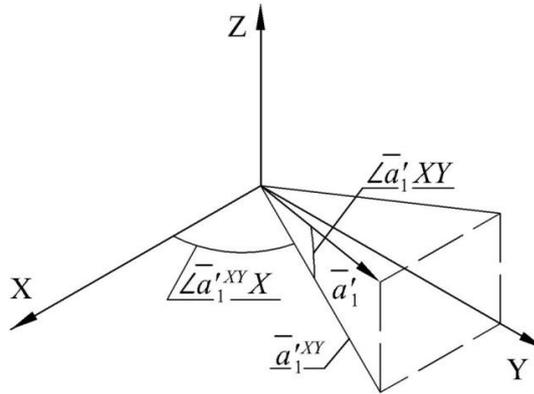


Рис. 4. Внешняя ось ДМС

Нетрудно показать, что

$$\vec{a}'_1 = \begin{pmatrix} \cos \angle \vec{a}'_1^{XY} XY \cos \angle \vec{a}'_1^{XY} X \\ \cos \angle \vec{a}'_1^{XY} XY \sin \angle \vec{a}'_1^{XY} X \\ \sin \angle \vec{a}'_1^{XY} XY \end{pmatrix} \quad (7)$$

Найдем положение орта \vec{a}'_2 . Для разного количества осей n исходные данные будут несколько отличаться. Для $n=3$ положение орта \vec{a}'_2 можно определить углами между ним и оортами \vec{a}'_1 – $\angle \vec{a}'_1 \vec{a}'_2$ и \vec{a}'_3 – $\angle \vec{a}'_2 \vec{a}'_3$. В свою очередь, при отсутствии ошибок начальной выставки каналов, орт внутренней оси \vec{a}'_3 , совпадет по направлению с известным ортом оси в номинальном положении \vec{a}_3 .

Для нахождения \vec{a}'_2 представим его в следующем виде:

$$\vec{a}'_2 = A\vec{a}'_1 + B\vec{a}_3 + T\vec{t}, \quad (8)$$

где $\vec{t} = \frac{\vec{a}'_1 \times \vec{a}_3}{|\vec{a}'_1 \times \vec{a}_3|}$ единичный вектор, перпендикулярный \vec{a}'_1 и \vec{a}_3 .

A, B и T – масштабные коэффициенты.

Скалярно умножив (8) на \vec{a}'_1 и \vec{a}_3 и воспользовавшись тем, что \vec{a}'_2 – единичный вектор, можно составить систему:

$$\begin{cases} c_1 = A\vec{a}'_1{}^2 + B\vec{a}'_1 \vec{a}_3 \\ c_3 = A\vec{a}'_1 \vec{a}_3 + B\vec{a}_3{}^2 \\ |A\vec{a}'_1 + B\vec{a}_3|^2 + T^2 = 1 \end{cases}, \quad (9)$$

где $c_1 = \cos \angle \vec{a}'_1 \vec{a}'_2$, $c_3 = \cos \angle \vec{a}'_2 \vec{a}_3$

Решая (9), получим:

$$\begin{aligned} \vec{a}'_2 = & \frac{\vec{a}'_1 (c_1 - (\vec{a}'_1 \cdot \vec{a}_3) c_3) + \vec{a}_3 (c_3 - (\vec{a}'_1 \cdot \vec{a}_3) c_1)}{1 - (\vec{a}'_1 \cdot \vec{a}_3)^2} \pm \\ & \pm \frac{\vec{a}'_1 \times \vec{a}_3}{|\vec{a}'_1 \times \vec{a}_3|} \sqrt{1 - \frac{|\vec{a}'_1 c_1 - \vec{a}_3 c_3|^2}{1 - (\vec{a}'_1 \cdot \vec{a}_3)^2}}. \end{aligned} \quad (10)$$

В результате решения (10) получим два коллинеарных разнонаправленных вектора, из них необходимо выбрать такой, чтобы орты \vec{a}'_1 , \vec{a}'_2 , \vec{a}_3 – образовывали правую тройку, что для рассматриваемого случая означает:

$$a_2^x a_2^x \geq 0, a_2^y a_2^y \geq 0, a_2^z a_2^z \geq 0$$

Аналогично, если $n = 2$, положение \vec{a}'_2 можно задать углами к орту \vec{a}'_1 – $\angle \vec{a}'_1 \vec{a}'_2$ и к орту местной вертикали \vec{z} – $\angle \vec{a}'_1 \vec{z}$, и $c_1 = \cos \angle \vec{a}'_1 \vec{a}'_2$, $c_z = \cos \angle \vec{a}'_1 \vec{z}$, то

$$\vec{a}'_2 = \frac{\vec{a}'_1 (c_1 - (\vec{a}'_1 \cdot \vec{z}) c_z) + \vec{z} (c_z - (\vec{a}'_1 \cdot \vec{z}) c_1)}{1 - (\vec{a}'_1 \cdot \vec{z})^2} \pm \frac{\vec{a}'_1 \times \vec{z}}{|\vec{a}'_1 \times \vec{z}|} \sqrt{1 - \frac{|\vec{a}'_1 c_1 - \vec{z} c_z|^2}{1 - (\vec{a}'_1 \cdot \vec{z})^2}} \quad (11)$$

Составим таблицу для определения действительных направляющих ортов для рассмотренных вариантов ДМС.

Определение направляющих ортов осей ДМС

Таблица 1

№ оси Кол. i осей n	1	2	3
1	$\vec{a}'_1 = f_1(\angle \vec{a}'_1 XY, \angle \vec{a}'_1^{XY} X)$ (7)		
2		$\vec{a}'_2 = f_{22}(\vec{a}'_1, \angle \vec{a}'_1 \vec{a}'_2, \angle \vec{a}'_2 XY)$ (11)	
3		$\vec{a}'_2 = f_{23}(\vec{a}'_1, \vec{a}'_3, \angle \vec{a}'_1 \vec{a}'_2, \angle \vec{a}'_2 \vec{a}'_3)$ (10)	\vec{a}'_3

Погрешности углового положения каналов ДМС φ'_i можно записать так:

$$\varphi'_i = \Delta\varphi_{ции} + \Delta\varphi_{стати} + \Delta\varphi_{0i},$$

где $\Delta\varphi_{ции}$ – погрешности определения углового положения i -го канала системой цифровых измерений; $\Delta\varphi_{стати}$ – статическая погрешность позиционирования i -го канала; $\Delta\varphi_{0i}$ – погрешности установки i -го канала стенда в нулевое положение.

Определим действительное положение ОИ с учетом погрешностей его установки на выходное звено ДМС. Надо отметить, что в зависимости от конструкции ОИ и узла его установки, а также начальных условий моделирования, действительное положение ортов осей ОИ может быть задано различными наборами параметров. Здесь будет предложен общий принцип нахождения действительных ортов ОИ и рассмотрен один из вариантов его реализации.

Рассмотрим случай, когда орты осей ОИ в номинальном положении $\vec{x}_{u0}, \vec{y}_{u0}, \vec{z}_{u0}$ совпадают с соответствующими осями СК $OXYZ$. Тогда задавшись параметрами, определяющими орты осей ОИ в действительном положении в базисе $OXYZ$ можно составить такую матрицу поворота M'_u , что

$$\bar{x}'_{u0} = M'_u \times \bar{x}_{u0}, \bar{y}'_{u0} = M'_u \times \bar{y}_{u0}, \bar{z}'_{u0} = M'_u \times \bar{z}_{u0}. \quad (6)$$

Таким образом, с помощью (6) можно легко отыскать орты \bar{x}'_{u0} , \bar{y}'_{u0} , \bar{z}'_{u0} при любом начальном номинальном положении ОИ.

В подавляющем числе случаев удобно задать действительное положение ОИ через отклонение \bar{x}'_{u0} от номинального направления полета, которое для рассматриваемого случая соответствует \bar{x}_{u0} или $X - \angle \bar{x}'_{u0} X$, и через отклонение \bar{z}'_{u0} от местной вертикали, т.е. от \bar{z}_{u0} или $Z - \angle \bar{z}'_{u0} Z$ (Рис. 5). Для однозначного определения положения ОИ необходимо задаться еще двумя величинами, например углом между проекцией \bar{x}'_{u0} на плоскость $YZ - \bar{x}'_{u0}{}^{YZ}$ и горизонтальной плоскостью $XY - \angle \bar{x}'_{u0}{}^{YZ} XY$, и углом между проекцией \bar{z}'_{u0} на горизонтальную плоскость $XY - \bar{z}'_{u0}{}^{XY}$ и плоскостью $XZ - \angle \bar{z}'_{u0}{}^{XY} XZ$.

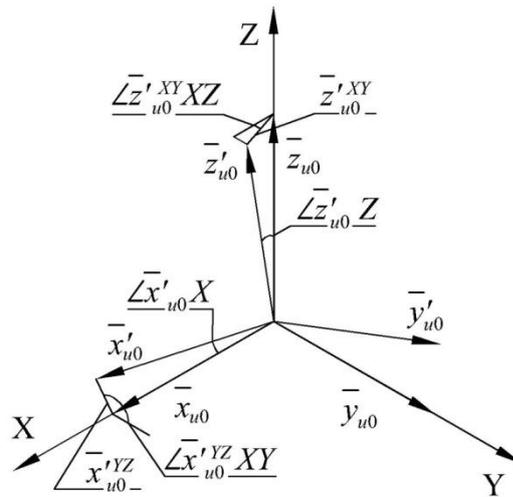


Рис. 5. Определение направляющих векторов ОИ в действительном положении

При расчете на этапе проектирования углы отклонений $\angle \bar{x}'_{u0} X$ и $\angle \bar{z}'_{u0} Z$ определяются либо из технического задания, либо из назначенных допусков на приспособление для установки изделия. Углы $\angle \bar{x}'_{u0}{}^{YZ} XY$, $\angle \bar{z}'_{u0}{}^{XY} XZ$ являются случайными и могут принимать любое значение от 0° до 360° .

Исходя из заданных параметров, запишем матрицу M'_u :

$$\begin{pmatrix} \cos \angle \vec{x}'_{u0} X \\ \sin \angle \vec{x}'_{u0} X \cos \angle \vec{x}'_{u0}{}^{YZ} XY \\ \sin \angle \vec{x}'_{u0} X \sin \angle \vec{x}'_{u0}{}^{YZ} XY \\ - \sin \angle \vec{x}'_{u0} X (\cos \angle \vec{z}'_{u0} Z \cos \angle \vec{x}'_{u0}{}^{YZ} XY - \sin \angle \vec{x}'_{u0}{}^{YZ} XY \sin \angle \vec{z}'_{u0} Z \sin \angle \vec{z}'_{u0}{}^{XY} XZ) \\ \cos \angle \vec{x}'_{u0} X \cos \angle \vec{z}'_{u0} Z - \cos \angle \vec{z}'_{u0}{}^{XY} XZ \sin \angle \vec{z}'_{u0} Z \sin \angle \vec{x}'_{u0} X \sin \angle \vec{x}'_{u0}{}^{YZ} XY \\ \sin \angle \vec{z}'_{u0} Z (\cos \angle \vec{x}'_{u0}{}^{YZ} XY \sin \angle \vec{x}'_{u0} X \cos \angle \vec{z}'_{u0}{}^{XY} XZ - \cos \angle \vec{x}'_{u0} X \sin \angle \vec{z}'_{u0}{}^{XY} XZ) \\ \sin \angle \vec{z}'_{u0} Z \cos \angle \vec{z}'_{u0}{}^{XY} XZ \\ \sin \angle \vec{z}'_{u0} Z \sin \angle \vec{z}'_{u0}{}^{XY} XZ \\ \cos \angle \vec{z}'_{u0} Z \end{pmatrix}.$$

Расчет ошибок положения выходного звена ДМС

На основе представленных выше выкладок на языке Wolfram Mathematica написана программа "*Универсальный анализ.nb*", позволяющая производить расчет точности ДМС, имеющих от 1-го до 3-х каналов с любым их взаимным расположением.

Программа имеет графический интерфейс позволяющий оператору управлять входными параметрами и получать результаты расчетов. В изображенном на рис. 6 блоке имеется возможность выбора количества осей и порядка их чередования. После нажатия кнопки "*Применить*" в соответствии с выбранной кинематической схемой происходит присвоение начальных значений внутренним переменным, инициализация служебных функций, а также формируются блоки ввода параметров ДМС.

На рис. 7 представлен блок ввода рабочих углов в градусах, в диапазоне которых в дальнейшем будут производиться расчеты кинематических ошибок.

Внешняя ось №1

Крен (γ)
 Тангаж (θ)
 Курс (ψ)

Средняя ось №2

Крен (γ)
 Тангаж (θ)
 Курс (ψ)
 Выкл.

Внутренняя ось №3

Крен (γ)
 Тангаж (θ)
 Курс (ψ)
 Выкл.

Рис.6. Блок выбора кинематической схемы.

Внешняя ось №1 (Курс)

Диапазон, $\phi_{1\text{mm}}^\circ$ ($\phi_{1\text{mm}} = \{\phi_{1\text{min}}, \phi_{1\text{max}}\}$)

Средняя ось №2 (Тангаж)

Диапазон, $\phi_{2\text{mm}}^\circ$ ($\phi_{2\text{mm}} = \{\phi_{2\text{min}}, \phi_{2\text{max}}\}$)

Внутренняя ось №3 (Крен)

Диапазон, $\phi_{3\text{mm}}^\circ$ ($\phi_{3\text{mm}} = \{\phi_{3\text{min}}, \phi_{3\text{max}}\}$)

Рис. 7. Блок ввода диапазона рабочих углов.

На рис. 8 изображены варианты блока ввода параметров действительных направлений осей ДМС, вид которого зависит от выбранной схемы ДМС. Параметры вводятся в виде отклонений от своих номинальных значений в градусах.

Орт внешней оси \vec{a}_1' (Курс)

Отклонение от номинального направления, $\angle\Delta a_1'a_1^\circ$ ($\angle\Delta a_1sXYm$)

Орт средней оси \vec{a}_2' (Тангаж)

Отклонение угла к внешней оси, $\angle\Delta a_1'a_2^\circ$ ($\angle\Delta a_1sa2sm$)

Отклонение угла к внутренней оси, $\angle\Delta a_2'a_3^\circ$ ($\angle\Delta a_2sa3m$)

а)

Орт внешней оси \vec{a}_1' (Тангаж)

Отклонение от номинального направления, $\angle\Delta a_1'a_1^\circ$ ($\angle\Delta a_1sXYm$)

Орт внутренней оси \vec{a}_2' (Курс)

Отклонение угла к внешней оси, $\angle a_1'a_2^\circ$ ($\angle\Delta a_1sa2sm$)

Отклонение угла от местной вертикали, $\angle a_2'Z^\circ$ ($\angle\Delta a_2sZm$)

б)

<p>Орт внешней оси \vec{a}_1' (Тангаж)</p> <p>Отклонение от номинального направления, $\angle \Delta a_1' a_1'$ ($\angle \Delta a_1 s X Y m$) <input type="text" value="0"/></p>
--

в)

Рис. 8. Блок ввода параметров действительных направлений осей ДМС

а) – три канала, б) – два канала, в) – один канал.

На рис. 9 показан блок ввода параметров статической погрешности положения каналов ДМС в градусах, под статической погрешностью понимается суммарная погрешность φ'_i .

На рис. 10 показан блок ввода параметров действительного расположения ОИ, в котором пользователю предлагается задать отклонения орта \vec{x}'_{u0} от оси X и \vec{z}'_{u0} от местной вертикали Z .

<p>Внешняя ось №1 (Курс)</p> <p>Суммарная статическая погрешность, $\varphi_{\text{стат}1}'$ ° <input type="text" value="0"/></p>
<p>Средняя ось №2 (Тангаж)</p> <p>Суммарная статическая погрешность, $\varphi_{\text{стат}2}'$ ° <input type="text" value="0"/></p>
<p>Внутренняя ось №3 (Крен)</p> <p>Суммарная статическая погрешность, $\varphi_{\text{стат}3}'$ ° <input type="text" value="0"/></p>

Рис. 9. Блок ввода параметров статической погрешности положения каналов ДМС.

<p>Положение x_{u0}'</p> <p>Отклонение от номин. направления полета, $x_{u0}' X^\circ$ ($\angle X i 0 s X m$) <input type="text" value="0"/></p>
<p>Положение z_{u0}'</p> <p>Отклонение от номин. направления полета, $z_{u0}' Z^\circ$ ($\angle Z i 0 s Z m$) <input type="text" value="0"/></p>

Расчет

Рис. 10. Блок ввода параметров действительного расположения ОИ.

В нижней части блока находится кнопка "Расчет", после нажатия которой производятся следующие действия:

– с помощью встроенной в Mathematica функции численного поиска максимума NMaximize находят значения параметров погрешностей $q_j^{\Delta \max}$ и положения каналов $\varphi_i^{\Delta \max}$, при которых угловые выражения ошибки $\angle \Delta \vec{x}_u$, $\angle \Delta \vec{y}_u$, $\angle \Delta \vec{z}_u$ принимают максимальные значения:

$$\left\{ \begin{array}{l} \angle \Delta \vec{x}_u(q_1, \dots, q_k, \varphi_1, \dots, \varphi_n) \rightarrow \max \\ \angle \Delta \vec{y}_u(q_1, \dots, q_k, \varphi_1, \dots, \varphi_n) \rightarrow \max \\ \angle \Delta \vec{z}_u(q_1, \dots, q_k, \varphi_1, \dots, \varphi_n) \rightarrow \max \\ q_{1 \min} \leq q_1 \leq q_{1 \max} \\ \dots \\ q_{k \min} \leq q_k \leq q_{k \max} \\ \varphi_{1 \min} \leq \varphi_1 \leq \varphi_{1 \max} \\ \dots \\ \varphi_{n \min} \leq \varphi_n \leq \varphi_{n \max} \end{array} \right. ,$$

где q_1, \dots, q_k – параметры погрешностей, $q_{1 \min}, q_{1 \max}, \dots, q_{k \min}, q_{k \max}$ – минимальные и максимальные значения параметров погрешностей, $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ – рабочие углы каналов ДМС, $(\varphi_{1 \min}, \varphi_{1 \max}), \dots, (\varphi_{n \min}, \varphi_{n \max})$ – диапазоны рабочих углов каналов ДМС;

– для найденных на предыдущем этапе углов $\varphi_1^{\Delta \max}, \dots, \varphi_n^{\Delta \max}$ и погрешностей $q_j^{\Delta \max}$ рассчитываются значения ошибок при действии каждой отдельной j -ой погрешности:

$$\angle \Delta \vec{x}_u(q_j^{\Delta \max}, \varphi_1^{\Delta \max}, \dots, \varphi_n^{\Delta \max}), \angle \Delta \vec{y}_u(q_j^{\Delta \max}, \varphi_1^{\Delta \max}, \dots, \varphi_n^{\Delta \max}), \\ \angle \Delta \vec{z}_u(q_j^{\Delta \max}, \varphi_1^{\Delta \max}, \dots, \varphi_n^{\Delta \max});$$

– строятся графики, на которых по оси абсцисс откладывается значение параметра t , а по оси ординат ошибки

$$\angle \Delta \vec{x}_u(q_1^{\Delta \max} t, \dots, q_k^{\Delta \max} t, \varphi_1^{\Delta \max}, \dots, \varphi_n^{\Delta \max}), \angle \Delta \vec{x}_u(q_j^{\Delta \max} t, \varphi_1^{\Delta \max}, \dots, \varphi_n^{\Delta \max}), \dots, \\ \angle \Delta \vec{z}_u(q_j^{\Delta \max} t, \varphi_1^{\Delta \max}, \dots, \varphi_n^{\Delta \max}),$$

таким образом, подставляемые в выражения ошибок положения погрешности одновременно пробегают значения от 0 до $q_j^{\Delta_{\max}}$.

Результаты расчетов некоторых схем ДМС

Для примера рассмотрим результаты расчетов нескольких схем ДМС.

В качестве результатов приведены числовые значения и графики кинематических ошибок для некоторых кинематических схем ДМС, где в таблицах даются:

- значения максимальной кинематической ошибки с учетом всех факторов в диапазоне рабочих углов;
- значения углов прокачки каналов, при которых достигается максимальное значение кинематической ошибки;
- значения кинематической ошибки при действии каждого отдельного фактора при углах прокачки каналов, при которых достигается максимальное значение кинематической ошибки;

На рис. 11 – 15 показаны результаты расчетов трех кинематических схем, Курс - Тангаж - Крен (рис. 11, 12), Тангаж - Курс - Крен (рис. 13) и Тангаж - Крен - Курс (рис. 14). Исходными данными для расчетов являлись: диапазон рабочих углов – курс $0^\circ \dots 360^\circ$, тангаж $0^\circ \dots 360^\circ$, крен $0^\circ \dots 360^\circ$; отклонение внешней оси – 2 угл. мин.; неперпендикулярность осей – 2 угл. мин.; погрешности статической отработки угла – 2 угл. мин.; погрешность установки ОИ по направлению предполагаемого движения – 2 угл. мин.; погрешность установки вертикальной оси ОИ – 2 угл. мин.

Т.к. наиболее интересной является ошибка направления предполагаемого движения ОИ, приведены результаты расчетов только $\angle \Delta \vec{x}_u$.

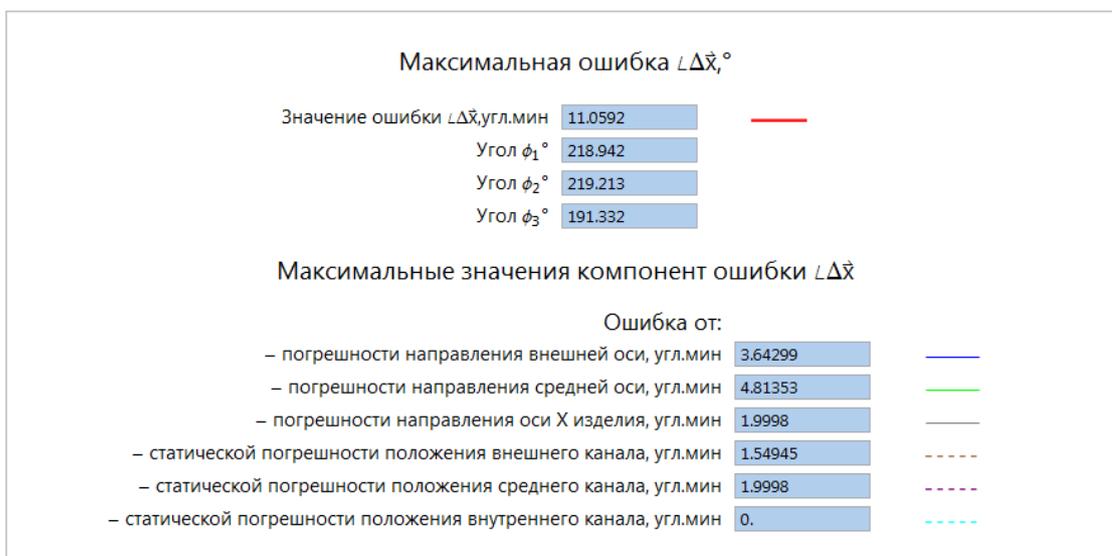


Рис. 11. Результат расчета для схемы Курс - Тангаж - Крен.

Угловые ошибки по оси X ОИ приведены на рис. 12.

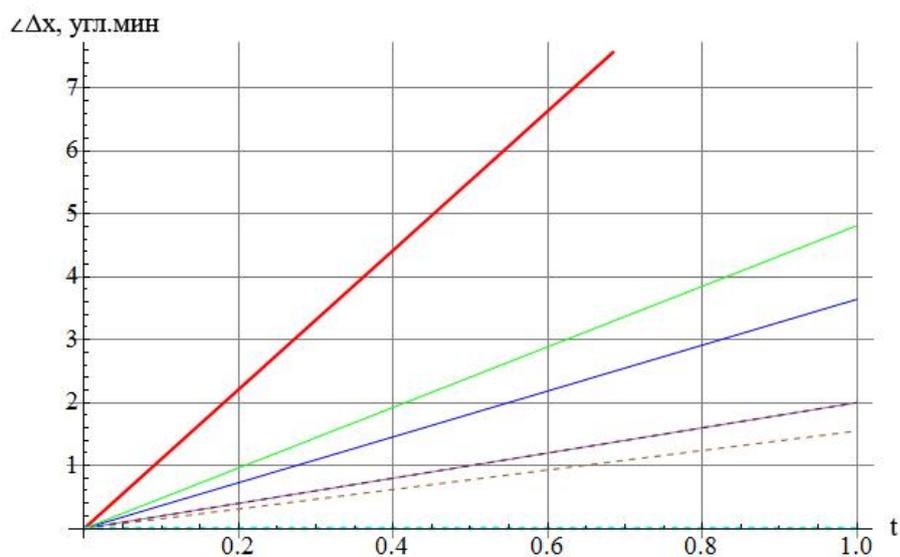


Рис.12. Графики ошибок для схемы Курс - Тангаж - Крен.

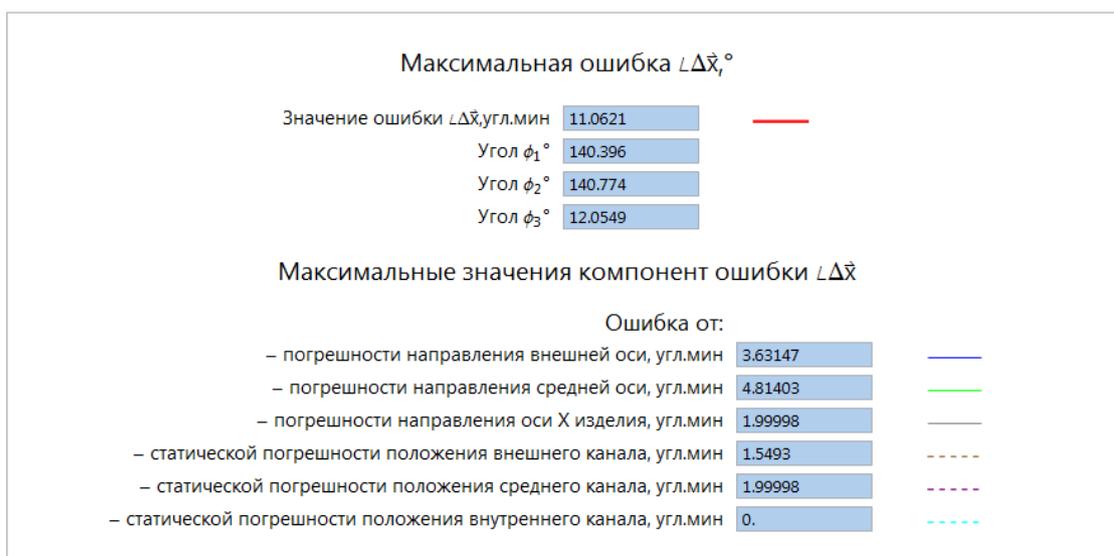


Рис. 13. Результат расчета для схемы Тангаж - Курс - Крен.

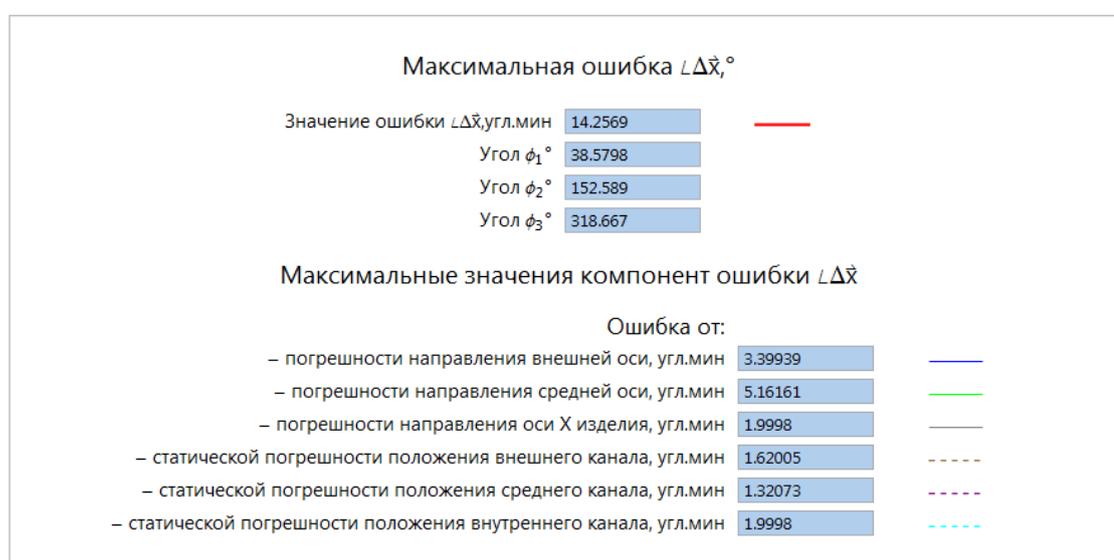


Рис. 14. Результат расчета для схемы Тангаж - Крен - Курс.

Рассмотрим решение задачи, где требуется сравнить две схемы реализации трехстепенного ДМС, одна с традиционной кинематической схемой Курс - Тангаж - Крен и другая с ранее не применявшейся Тангаж - Крен - Курс. Исходные данные: диапазон рабочих углов – курс $0^\circ \dots 360^\circ$, тангаж $-20^\circ \dots 70^\circ$, крен: $-20^\circ \dots 20^\circ$; отклонение внешней оси – 1 угл. мин.; неперпендикулярность осей – 2 угл. мин.; погрешности статической отработки угла – 0,5 угл. мин.; погрешность установки ОИ по направлению предполагаемого движения – 1 угл. мин.; погрешность установки вертикальной оси ОИ – 1 угл. мин.

Результаты, представленные на рис. 15 и 16 показывают, что при рассматриваемых исходных данных, вторая из рассматриваемых схем имеет меньшую максимальную кинематическую ошибку, тогда как при рассмотрении тех же схем при других параметрах погрешностей и неограниченных поворотах ситуация была обратная.

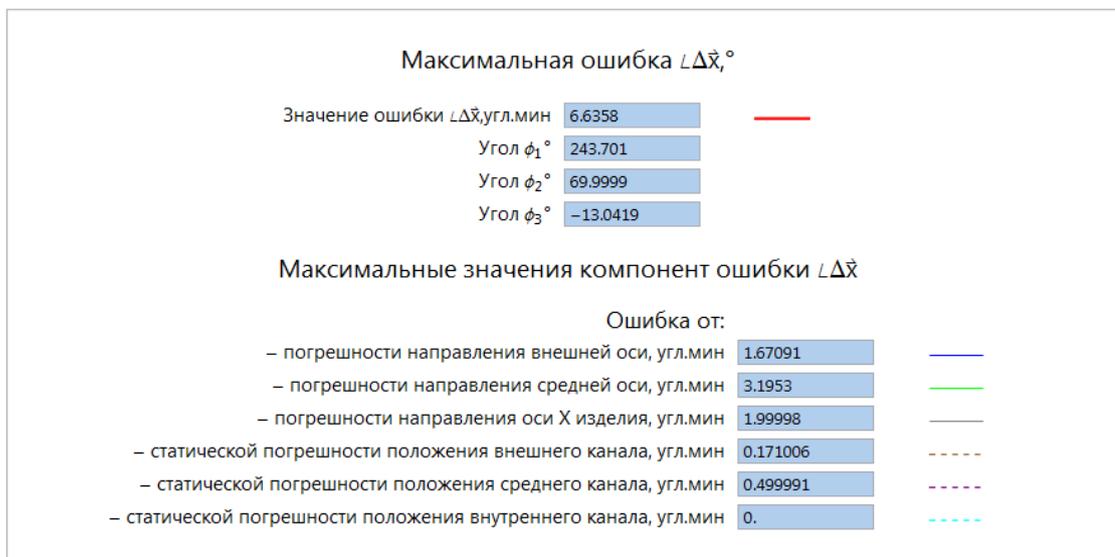


Рис. 15. Результат расчета для схемы Курс - Тангаж - Крен.

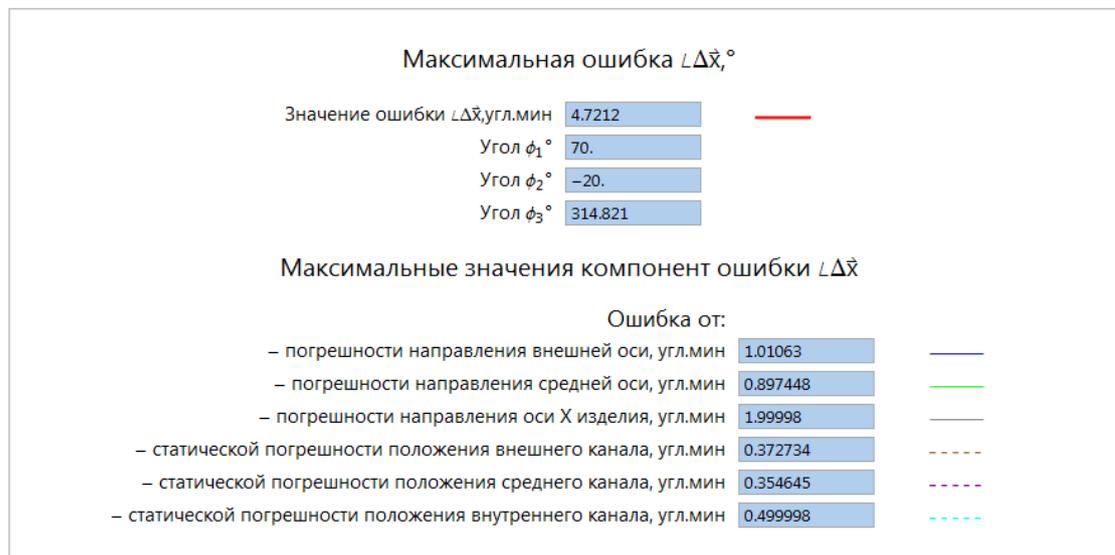


Рис. 16. Результат расчета для схемы Тангаж - Крен - Курс.

Диапазон рабочих углов играет большую роль при вычислении максимальной ошибки ДМС, так передаточные коэффициенты погрешностей расположения осей для схемы Тангаж - Крен - Курс в ограниченном

диапазоне рабочих углов оказались меньше, чем для схемы Курс - Тангаж – Крен.

Проанализируем полученные результаты. Легко заметить, что угловое выражение общей ошибки не равно сумме ошибок от отдельных погрешностей, то есть

$$\angle \Delta \vec{x}_u(q_1 t, \dots, q_k t, \varphi_1^{\Delta max}, \dots, \varphi_n^{\Delta max}) \neq \sum_{j=1}^k \angle \Delta \vec{x}_u(q_j, \varphi_1^{\Delta max}, \dots, \varphi_n^{\Delta max}). \quad (7)$$

Это объясняется тем, что векторы $\Delta \vec{x}_u(q_j, \varphi_1^{\Delta max}, \dots, \varphi_n^{\Delta max})$ могут быть не сонаправленными. Несмотря на этот факт, можно сделать вывод о том, что наибольшее влияние на кинематическую ошибку ДМС оказывают погрешности направления осей станда, в особенности погрешности неперпендикулярности осей.

Из графика на рис. 12 видно, что при рассматриваемых малых значениях погрешностей, функции ошибок имеют практически линейный характер, что позволяет ввести понятие передаточный коэффициент погрешности:

$$K_{q_j} = \angle \Delta \vec{x}_u(q_j, \varphi_1^{\Delta max}, \dots, \varphi_n^{\Delta max}) / q_j,$$

Для приведенных схем были произведены расчеты с различными соотношениями и величинами погрешностей (в работе не приводятся), которые показали, что передаточные коэффициенты отдельных погрешностей имеют разброс не более 15%.

Этот факт позволяет сделать вывод о том, что имея рассчитанные ошибки для определенных кинематических схем и погрешностей, можно производить грубую предварительную оценку точности, такой схемы при других значениях погрешностей по формуле:

$$\angle \Delta \vec{x}_u^{предв}(q_1 t, \dots, q_k t, \varphi_1^{\Delta max}, \dots, \varphi_n^{\Delta max}) = \sum_{j=1}^k K_{q_j} q_j,$$

при условии, что рабочие углы $(\varphi_{1min}, \varphi_{1max}), \dots, (\varphi_{nmin}, \varphi_{nmax})$ вновь рассчитываемого ДМС включают в себя $\varphi_1^{\Delta max}, \dots, \varphi_n^{\Delta max}$. Однако стоит

учитывать, что точность такой оценки будет лежать в пределах от -30% до +15%.

Графический анализ кинематических ошибок ДМС

Для проверки адекватности аналитической математической модели ошибок ДМС, в среде DS CATIA V5 была составлена геометрическая модель ДМС с кинематической схемой Курс - Тангаж - Крен, учитывающая погрешности направления осей и положения каналов, на рис. 17 показан ее вид. Блок ввода параметров позволяет задавать углы прокатки, погрешности расположения осей и статические погрешности воспроизведения угловых положений станда. С помощью встроенных в DS CATIAV5 средств можно измерять углы между получившимися отрезками.

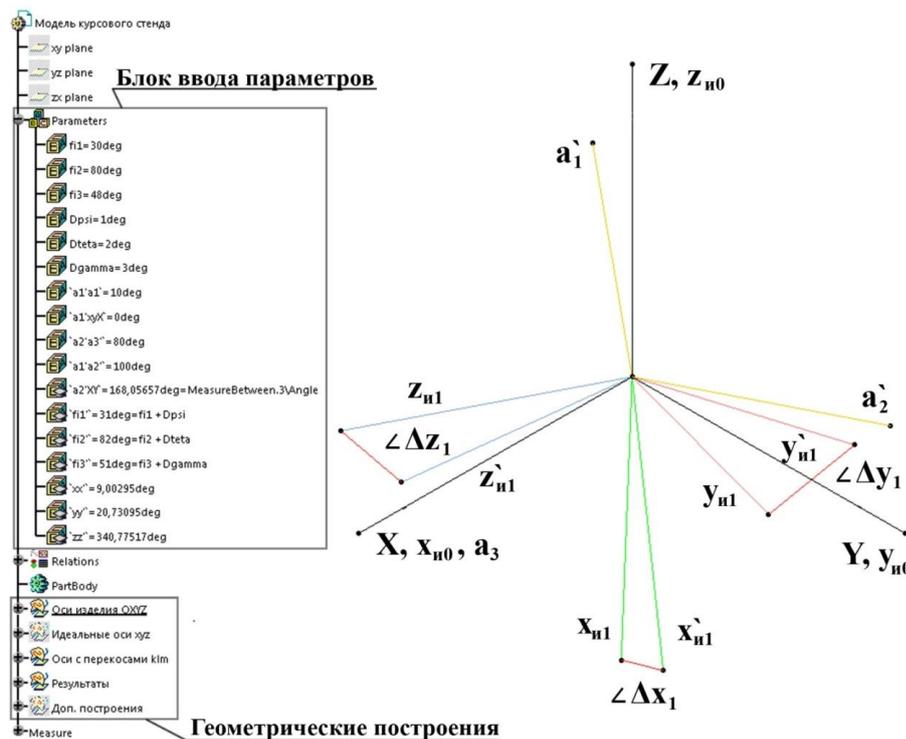


Рис. 17. Геометрическая модель ошибок положения ДМС с учетом погрешностей.

Значения углов, измеренных между отрезками \vec{x}_{u1} и \vec{x}'_{u1} , \vec{y}_{u1} и \vec{y}'_{u1} , \vec{z}_{u1} и \vec{z}'_{u1} , сравнивались со значениями кинематических ошибок $\angle \Delta \vec{x}_u$, $\angle \Delta \vec{y}_u$, $\angle \Delta \vec{z}_u$,

получаемых с помощью программы "*Универсальный анализ.nb*", сравнение показало полное совпадение результатов, что подтверждает правильность реализованной в программе математической модели.

Заключение

Составлена обобщенная математическая модель ошибок положения выходного звена ДМС построенных на основе карданных механизмов, имеющих любое количество и произвольное расположение осей. Модель учитывает погрешности расположения осей подвижности, статического позиционирования каналов и установки объекта испытаний.

На языке Wolfram Mathematica написана программа "*Универсальный анализ.nb*" реализующая описанную математическую модель ошибок для стендов, имеющих от 1-го до 3-х каналов, которая позволяет производить точностные расчеты ДМС с различными кинематическими схемами и параметрами.

Результаты расчетов, получаемые с помощью программы, проверены с помощью графической модели ошибок положения ДМС.

Проведены расчеты ошибок положения для основных кинематических схем ДМС, которые позволили оценить их кинематическую точность.

Библиографический список

1. Елисеев С.В. Геодезические инструменты и приборы. – М.: Недра, 1973. – 391 с.
2. Латыев С.М. Конструирование точных (оптических) приборов: Учебное пособие. – СПб.: Политехника, 2007. – 580 с.
3. Самсонович С.Л. Основы конструирования электрических, пневматических и гидравлических исполнительных механизмов приводов летательных аппаратов. – М.:МАИ, 2002. – 244 с.
4. Лурье А.И. Аналитическая механика. – М.: Физматлит, 1961. – 824 с.

5. Стенды динамические моделирующие. Методы и средства аттестации: ОСТ 01158-88. – Введ. 01.01.89 – М., 1984 – 33 с.

6. С1 2446380 RUG01 В9/00.Способ оценивания отклонения от перпендикулярности двух осей/ Иванов П.А., Боронахин А.М. Бохман Е.Д. (Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ"). - №2010153034/28; Заявл. 23.12.2010. // <http://www.freepatent.ru/patents/2446380>

7. Design criteria and applications of motion simulators used in research and testing of inertial sensor packages for space applications. Florent Leforestier, Martin Kaegi, Colin Stevens