

*На правах рукописи*

**ЛЕ КИМ КЫОНГ**

**ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ РАЗРУШЕНИЯ КОМПОЗИТНЫХ  
ПАНЕЛЕЙ С УЧЁТОМ СТРУКТУРНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ И ПО-  
ВРЕЖДЕННОСТИ**

Специальность

01.02.04 – Механика деформируемого твёрдого тела

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

**Москва – 2012**

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования “Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)”

Научный руководитель: - доктор технических наук, профессор  
**Лурье Сергей Альбертович**

Официальные оппоненты: - доктор технических наук, профессор  
**Зверьев Евгений Михайлович**,  
Московская государственная академия коммунального хозяйства и строительства, кафедра «Прикладная математика и вычислительная техника», заведующий кафедрой.

- кандидат физико - математических наук  
**Белов Петр Анатольевич**,  
ОАО «Московский Машиностроительный Экспериментальный Завод – Композиционные Технологии», начальник отдела прочности.

Ведущая организация: Московский государственный открытый университет им. В.С. Черномырдина

Защита диссертации состоится «20» июня 2012г. в 16<sup>30</sup> на заседании диссертационного совета Д 212.125.05 Московского авиационного института (национального исследовательского университета) по адресу: 125993, Москва, А-80, ГСП, Волоколамское шоссе, д.4.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Московского авиационного института (национального исследовательского университета).

Автореферат разослан \_\_\_\_ 2012 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета

Г.В. Федотенков

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### **Актуальность темы диссертации.**

Композиционные материалы (КМ) широко используются в конструкциях летательных аппаратов, судостроении, различных отраслях машиностроения, строительстве. КМ в настоящее время являются наиболее перспективными материалами ибо обладают высокими удельными механическими характеристиками и решены многие проблемы технологии производства, нестабильности механических характеристик и пр. Это позволяет более широко использовать КМ в силовых элементах самого широкого назначения. Однако, решение проблемы обеспечения прочности, необходимой жесткости, надежности, обеспечения необходимых величин механических характеристик во время эксплуатации агрегатов по-прежнему остро стоит перед наукой и производством для успешного широкого внедрения в силовые элементы конструкции.

Использование КМ в реальных элементах требует проведения необходимых прочностных расчетов, учитывающих конструктивную особенность композиционных материалов. Для этого должны быть использованы соответствующие расчетные модели, учитывающие специфику композитов, а также свойственные этим материалам, процессы изменения механических свойств из-за накопления рассеянных повреждений. В слоистых композитных материалах процессы деградации свойств фактически начинаются с начального этапа нагружения из-за наличия, в основном, технологических пор и поэтому должны учитываться для всех элементов конструкции с относительно длительным временем эксплуатации. При этом, как показывает накопленный опыт эксплуатации композитных конструкций и анализ механизмов разрушения КМ оказывается, что процесс накопления повреждений в слоистых композитах определяется главным образом трансверсальным растрескиванием слоев из-за наличия пор и развитием трещин расслаивания.

Для решения подобных исследований должны быть привлечены соответствующие расчетные модели, учитывающие анизотропию свойств композитов, сравнительно низкие трансверсальные прочностные характеристики КМ, а также свойственные этим материалам, процессы изменения механических свойств из-за накопления рассеянных повреждений.

В связи с широким использованием элементов композитных конструкций различного назначения, актуальным является решение комплексной проблемы, которая включает в себя и разработку эффективных аналитических и численно-аналитических расчетных методов определения напряженно-деформированного состояния (НДС), и разработку метода оценки де-

градации свойств материала для обоснованной оценки прочности конструкций в зонах действия максимальных напряжений.

Именно эти задачи и решаются в диссертационной работе для характерного конструктивного композитного элемента - лонжерона из композиционного материала, в котором силовым функциональным элементом является слоистая композитная панель. Поэтому тема диссертации, в которой строится методика численно-аналитического расчета напряженно-деформированного состояния, разрабатывается модель деградации свойств слоистой композитной панели из-за наличия технологических дефектов типа пористости, а также развивается методика влияния пористости в связующем на развитие трещиностойкости в композитной слоистой структуре на самом опасном этапе деградации эффективных свойств слоистой структуре, контролируемом развитием трансверсальных трещин является актуальной.

**Цель диссертационной работы.** Цель диссертационной работы состоит в разработке комплексной методики численно-аналитического расчета напряженно-деформированного состояния композитного силового лонжерона, роль силового элемента в котором играет слоистая композитная панель (наряду с подкрепляющими стержневыми элементами); с разработкой моделей поврежденности и моделей деградации свойств в эпоксидном связующем (а значит и во всей слоистой системе) из-за характерного для эпоксидной матрицы типа поврежденности- пористости; и в разработке методов учета влияния этой поврежденности на характеристики разрушения, связанные с развитием межслойных трещин расслаивания в слоистом композите.

Поставленная цель достигается на основании решения следующих задач:

1. Разработка алгоритма построения численно-аналитического решения для экспресса оценки напряженного состояния в слоистом композитном пакете, позволяющего определять высоконагруженные области в силовом композитном пакете и определять уровни напряжений, определяющие предельные состояния при прогрессирующем росте дефектности и разрушении.
2. Разработка моделей роста поврежденности в материале, учитывающих как концентрацию рассеянных микродефектов типа пор, так размер самих микродефектов.
3. Построение моделей изменения (деградации) свойств материала матрицы (модулей упругости и коэффициентов Пуассона), определяемых условиями нагружения, характеристиками пористости и справедливых в широком диапазоне концентрации пор.
4. Разработка методики использования характеристики разрушения Г-интеграла для оценки влияния поврежденности - пористости в слоистом композите и на предельные характеристики разрушения межслойных трещин расслаивания (коэффициенты вяз-

кости разрушения, предельные напряжения развития трещин) и на сравнительный анализ трещиностойкости слоистого композита, в зависимости от структуры композита, условий нагружения и пр.

**Научная новизна полученных результатов:**

1. Построено приближенное аналитическое решение в усилиях для определения напряженно-деформированного состояния в типовых плоских подкрепленных панелях из композиционного материала, которое расширяет класс точных решений важных прикладных задач. Построенное решение является основой для исследования НДС конструкции, определения наиболее нагруженных областей, где ожидается существенное развитие поврежденности в элементах композитных конструкций.
2. Предложена модель деградации материала из-за рассеянных повреждений - распределённых полей дефектов, сформулирован общий алгоритм учета поврежденности на основе модели сред с полями дислокаций.
3. Предложены прикладные приближенные модели деградации с учетом интегральных характеристик дефектности (пористости), т.е. концентрации пористости.
4. Предложены приближенные модели деградации свойств, контролируемой пористостью при однородном поле деформаций для трехмерного случая и для случая плоского напряженного состояния.
5. Получены соотношения для оценки характеристик трещиностойкости для межслойных трещин в слоистом композитном пакете с использованием техники Г-интеграла. Установленные соотношения учитывают структуру слоистого пакета, глубину залегания трещины расслоения, влияние характеристик структуры (в том числе и анизотропии) и толщины слоев примыкающих к трещине.
6. Проведен анализ трещиностойкости слоистых структур для межслойных трещин с учетом параметров нагружения, характеристик слоистых структур (толщины слоев, углы укладки), чередование слоев структуре и место расположения трещин в слоистой структуре, а также с учетом возможной приобретенной анизотропии.
7. Предложен алгоритм оценки влияния поврежденности (пористости) на предельные характеристики разрушения (коэффициент вязкости, предельные напряжения) и предельную несущую способность композитного материала.

**Достоверность** результатов основана на использовании обоснованных теоретических подходов при решении поставленных задач, на сопоставлении теоретических результатов аналитических решений с результатами других авторов и экспериментальными данными, приведенными в литературе.

**Практическая значимость.** Полученные в диссертации методики определения напряженного состояния, модели поврежденности и модели деградации механических характеристик, методики определения характеристик механики разрушения для трещин расслаивания позволяют получать обоснованные данные по учету эффектов деградации свойств слоистого композита при наличии характерных для эпоксидных матриц микродефектов-пор, дают возможность оценивать влияние такого рода технологических дефектов на деградацию механических свойств многослойных волокнистых материалов и на изменение их характеристик разрушения. Разработанные методики позволяют определять предельную несущую способность конструкции в зависимости от типа нагружения. Результаты работы могут быть использованы на предприятиях, занимающихся расчетом аналогичных конструкций, а также в практике обучения студентов технических Вузов.

Реализация результатов работы. Результаты, полученные в диссертации, используются в Учреждении Российской Академии Наук Институте Прикладной механики РАН, ОАО НИАТ, ВИАМ, ЦАГИ.

**Апробация работы.** Основные результаты обсуждались на заседании кафедры Прочность ракетно-космических комплексов и ракет» Московского Авиационного Института, докладывались на объединенном научном семинаре ВЦ РАН, ИПРИМ РАН, МГУ «Междисциплинарный семинар по моделированию масштабных эффектов в проблемах механики и физики» под рук. академика РАН Е.И.Моисеева, проф. С.Я. Степанова, проф. С.А. Лурье, на научном семинаре лаборатории «Неклассические модели механики композиционных материалов и конструкций ИПРИМ РАН.

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 2 печатные работы в журналах, рекомендованных ВАК.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Объем диссертации составляет 116 страниц машинописного текста, включая 38 рисунков, нет таблиц. Библиографический список включает 96 наименований.

## **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

Диссертация состоит из введения и четырех глав.

**Во введении** приводится краткий обзор работ по расчету напряженно-деформированного состояния конструкций из композиционных материалов, особенностям разрушения композитов. Дается анализ исследований, посвященных возникновению полей дефектов, сценариям роста и накопления повреждений в композиционных материалах, особенностям разрушения неоднородных волокнистых и слоистых композитов, моделям деградации механических характеристик из-за развития микродефектов в процессе нагружения.

Отмечено, что основные достижения в механике композиционных материалов, в области развития методов расчета и проектирования пластин, оболочек, призматических оболочечных и иных конструкций из композитов, связаны с работами А.Н.Алфутова, С.А.Амбарцумяна, В.В.Болотина, Г.А.Ванина, В.В.Васильева, А.Н.Гузя, С.Г.Лехницкого, А.К.Малмейстера, Ю.В.Немировского, Ю.Н.Работнова, А.М.Скудры, В.П.Тамужа, Р.Кристенсена, С.Цая, а также А.А. Дудченко, Э.И.Григолюка, А.Н.Елпатьевского, С.Н.Кана, В.И.Королева, Ю.Н.Новичкова, И.Ф.Образцова, Ю.М., Тарнопольского, и других российских и зарубежных ученых. Использование вариационных принципов дается в работах Н.П.Абовского, В.Л.Бердичевского, К.Васидзу и других. Существенные достижения в области разработки методов механики разрушения материалов, в области изучения особенности разрушения композитов связаны с именами таких отечественных и зарубежных ученых как В.В. Болотин, Г.П. Черепанов, Р.В.Гольдштейн, Н.А. Махутов и др.

Модели для учета накопления повреждений, связанных с генерацией и ростом дефектов, модели деградации свойств в многослойных волокнистых и наполненных материалов при статическом, повторно-статическом и циклическом нагружениях и их анализ изучались в работах В.В.Болотина, Г.А.Ванина, С.А.Лурье, А.А. Мовчана, В.П.Тамужа, А.М.Скудры, С.Усами, И.Фукуда, С. Сиды, Т. Фудзии, М. Дзако, Т. Фудзии, М. Дзако, W.S.Johnson, K.L. Reifsnider, J.N. Yang, D.L. Jones и др.

Отмечена актуальность диссертационного исследования, сформулирована цель работы. Изложены основные положения работы по разделам. Дается характеристика научной новизны, достоверности и обосновывается ее практическая ценность.

Анализ литературы показал, что для композиционных материалов необходимо учитывать многообразие форм разрушения, основными из которых являются разрыв волокон, разрушение связующего в слое, расслоение многослойной структуры. Это приводит в процессе эксплуатации композиционных конструкций к снижению жесткости и прочности как отдельных слоев, так и структуры в целом. Значительно снижают эксплуатационные свойства композиционных материалов и технологические, принципиально неустранимые в настоящее время дефекты типа пор. Более полное моделирование полей повреждений в слоистых ком-

позитах, более тщательное изучение и моделирование их влияния на механические свойства композитов, характеристики механики разрушения, построение моделей более полно отражающих реальные физические свойства композитов позволяет точнее предсказывать работоспособность, надежность и долговечность конструкций. Решение этих вопросов является актуальным и требует проведения дальнейших теоретических и экспериментальных исследований.

**В первой главе** дается аналитический расчет и проектирование контурно подкрепленной композитной панели, нагруженной поперечной силой (рис. 1). Для определения напряженно-деформированного состояния в элементах панели используется вариационный метод В.З. Власова. Решение проводится в перемещениях, которые в соответствии с этим методом определяются с учетом условий нагружения и закрепления панелей, что позволяет учесть способ и место приложения сил, определить концентрацию напряжений и область их расположения.

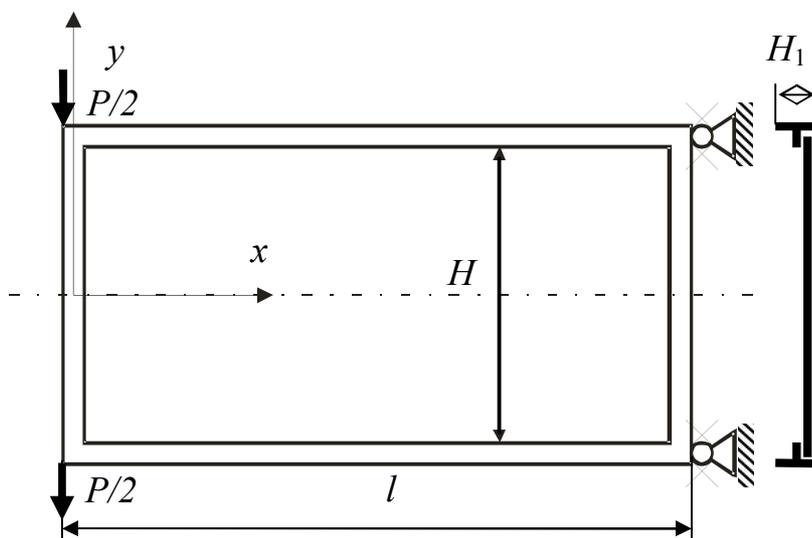


Рис. 1.

В соответствии с методом В.З. Власова функции перемещений  $u$  вдоль оси  $x$  и  $v$  вдоль оси  $y$  ищем в виде следующих рядов:

$$u = \sum_{i=1}^m U_i(x) \varphi_i(y); \quad v = \sum_{k=1}^n V_k(x) \psi_k(y). \quad (1)$$

Здесь функции  $\varphi_i(y)$  и  $\psi_k(y)$  выбираются с учетом условий нагружения и закрепления панели, а функции  $U_i(x)$  и  $V_k(x)$  подлежат определению в процессе решения задачи.

Физические уравнения для ортотропной пластины и соответственно для для подкрепляющих элементов имеют вид:

$$\sigma_x = \bar{B}_{11} \partial u / \partial x + \bar{B}_{12} \partial v / \partial y; \quad \sigma_y = \bar{B}_{11} \partial u / \partial x + \bar{B}_{12} \partial v / \partial y; \quad \tau_{xy} = \bar{B}_{33} (\partial u / \partial y + \partial v / \partial x) \quad (2)$$

$$P_c = \sigma_c F_c = E_c F_c \varepsilon_c = E_c F_c \frac{\partial u(y_c)}{\partial x}.$$

Здесь  $\bar{B}_{pq}$  - средние значения упругих констант пластины  $B_{pq} = \bar{B}_{pq} h$ ;  $h$  - толщина многослойной пластины,  $E_c$  и  $F_c$  - модуль упругости и площадь поперечного сечения подкрепляющих элементов.

Разрешающая система уравнений в перемещениях формулируется с использованием вариационного метода и процедура В.З. Власова. Полная энергия  $\mathcal{E} = U - A$  плоской подкрепленной панели состоит из потенциальной энергии и работы внешних сил:

$$U = \frac{1}{2} \iiint_V (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \tau_{xy} \gamma_{xy}) dx dy dz + \sum_r \int_{l_r} \sigma_c \varepsilon_c F_c dx; \quad (3)$$

$$\begin{aligned} A = & \int_0^l \int_{H_1}^{H_2} (pu + qv) dx dy + \\ & + \sum_p P_p(x=0, l) u(x=0, l; y_p) + \sum_q P_q(x=0, l) v(x=0, l; y_q) + \\ & + \int_{H_1}^{H_2} [p_x u(x=0) + p_y v(x=0)] dy - \sum_t \int_{H_1}^{H_2} [p_{\delta, t} u_t(x_t) + q_{\delta, t} v_t(x_t)] dy, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  - средние постоянные по толщине пластины нормальные и  $\tau_{xy}$  касательное напряжения, а  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\gamma_{xy}$  - соответствующие деформации в панели;  $\sigma_c$ ,  $\varepsilon_c$ ,  $F_c$  - напряжение, деформация и площадь поперечных сечений в продольных подкрепляющих элементах панели;  $p(x, y)$  и  $q(x, y)$  - поверхностные силы в обшивке, параллельные осям  $x$  и  $y$  соответственно;  $P_p$  и  $P_q$  - сосредоточенные силы;  $p$  и  $q$  - номера сил, прикладываемые в точках с соответствующими координатами  $x$ ,  $y$ ;  $u$  и  $v$  - функции перемещений вдоль координат  $x$  и  $y$  соответственно;  $p_x$  и  $p_y$  - внешние распределенные силы, приложенные на поперечной границе панели;  $p_{\delta, t}$  и  $q_{\delta, t}$  - реакции изгиба и удлинения поперечных балок;  $t$  - номер балки.

Для решения задачи изгиба функции  $\varphi_i$  и  $\psi_k$  в выражениях (1) выбираются в полиномиальном виде:  $\varphi_1 = y$ ;  $\bar{\varphi}_2 = y - 4y^3 / H^2$ ;  $\bar{\varphi}_3 = y - 16y^5 / H^4$  и т.д. и  $\psi_1 = 1$ ;  $\bar{\psi}_2 = 1 - 4y^2 / H^2$ ;  $\bar{\psi}_3 = 1 - 16y^4 / H^4$  и т.д. После подстановки (1) с помощью (2) в выражений полной энергии (3), (4), интегрирования полученного выражения по координате  $y$  и вари-

рования по искомым параметрам получим уравнения равновесия и статические граничные условия. Уравнения равновесия представляются в виде:

$$\sum_{i=1}^m (U_i'' a_{ij} - U_i b_{ij}) - \sum_{k=1}^n V_k' (c_{kj} - d_{kj}) + p_j = 0 \quad (j=1,2,\dots,m); \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^m (U_i' (\bar{c}_{ih} - \bar{d}_{ih})) + \sum_{k=1}^n (V_k'' r_{kh} - V_k s_{kh}) + q_h = 0 \quad (h=1,2,\dots,n), \quad (6)$$

Где коэффициенты уравнений равновесия имеют вид:

$$a_{ij} = \int_{-H/2}^{H/2} B_{11} \varphi_i \varphi_j h dy + \sum_{r=1}^R E_c F_c \varphi_i(y_c) \varphi_j(y_c); \quad b_{ij} = \int_{-H/2}^{H/2} B_{33} \varphi_i' \varphi_j' h dy;$$

$$c_{kj} = \int_{-H/2}^{H/2} B_{33} \psi_k \varphi_j' h dy; \quad \bar{c}_{ik} = \int_{-H/2}^{H/2} B_{33} \varphi_i' \psi_k h dy; \quad d_{kj} = \int_{-H/2}^{H/2} B_{12} \psi_k' \varphi_j h dy; \quad p_j = \int_{-H/2}^{H/2} p \varphi_j dy;$$

$$\bar{d}_{ih} = \int_{-H/2}^{H/2} B_{12} \varphi_i \psi_h' h dy; \quad r_{kh} = \int_{-H/2}^{H/2} B_{33} \psi_k \psi_h h dy; \quad s_{kh} = \int_{-H/2}^{H/2} B_{22} \psi_k' \psi_h' h dy; \quad q_h = \int_{-H/2}^{H/2} q \psi_h dy$$

Здесь  $H = H_1 + H_2$  - полная высота панели, продольная ось  $x$  делит панель пополам ( $H_1 = H_2$ ).

Для решения задачи проводится ортогонализация выбранных функций между собой, чтобы коэффициенты  $a_{ij} = 0$  и  $r_{kh} = 0$  уравнений (5) и (6) при  $i \neq j$  и  $k \neq h$  обращались в нуль.

Естественные граничные условия для свободных границ с учетом работы поперечных балок и контакта их с продольными подкреплениями записываются в виде:

$$- \int_{-H}^{H_2} E_6 I_6 \left( \sum_i U_i \varphi_i'' \right) \varphi_j'' dy - E_c F_c \left( \sum_i U_i' \varphi_i \right) \varphi_j \Big|_{-H_1}^{H_2} +$$

$$+ \int_{-H_1}^{H_2} \left[ B_{11} \sum_{i=1}^m U_i' \varphi_i + B_{12} \sum_{k=1}^n V_k \psi_k' \right] \varphi_j h dy = \int_{-H_1}^{H_2} p_x \varphi_j dy + \sum_p P_p \varphi_j(y_p); \quad (7)$$

$$\int_{-H_1}^{H_2} E_6 F_6 \left( \sum_k V_k \psi_k' \right) \psi_h' dy + \int_{-H_1}^{H_c} B_{33} \left( \sum_{i=1}^m U_i \varphi_i' + \sum_{k=1}^n V_k \psi_k \right) \psi_h h dy =$$

$$= \int_{-H_1}^{H_2} p_y \psi_h dy + \sum_q P_q \psi_h(y_q).$$

Функции  $\varphi_i$  и  $\psi_k$  учитывают балочную часть перемещений и депланацию поперечного сечения. Балочные функции определяют поворот поперечного сечения функцией  $\varphi_1 = y$  и вертикальное смещение вдоль оси  $y$  функцией  $\psi_1 = 1$ . Остальные функции учитывают депланацию сечения с учетом геометрических условий точечного закрепления по координате  $y$  и отвечают смыслу задачи. На краю  $x = l$  удовлетворяются условия точечного закрепления и условия свободной границы между этими точками (рис. 1). Так как функции  $\varphi_2, \varphi_3, \psi_2$  и  $\psi_3$  уже удовлетворяют условия закрепления, то для функций  $\varphi_1$  и  $\psi_1$  следует

$$U_1 + c_1 U_2 + (c_2 + c_1 c_3) U_3 = 0; \quad V_1 + d_1 V_2 + (d_2 + d_1 d_3) V_3 = 0.$$

На свободной границе между точками закрепления ставятся статические условия (7) при отсутствии внешних нагрузок с использованием функций  $\varphi_2, \varphi_3, \psi_2$  и  $\psi_3$ . Разрешающая система задачи (5) и (6) запишется для шести выбранных функций и соответствующих значений коэффициентов в виде:

$$\begin{aligned} a_{11} U_1'' - b_{11} U_1 - b_{21} U_2 - b_{31} U_3 - b_{11} V_1' - (c_{21} - d_{21}) V_2' + d_{31} V_3' &= 0; \\ -b_{12} U_1 + a_{22} U_2'' - b_{22} U_2 - b_{32} U_3 - b_{12} V_1' - (c_{22} - d_{22}) V_2' - (c_{32} - d_{32}) V_3' &= 0; \\ -b_{13} U_1 - b_{23} U_2 + a_{22} U_3'' - b_{33} U_3 - b_{13} V_1' + d_{32} V_2' - (c_{33} - d_{33}) V_3' &= 0; \\ b_{11} U_1' + b_{12} U_2' + b_{13} U_3' + b_{11} V_1'' &= 0; \\ (c_{21} - d_{21}) U_1' + (c_{22} - d_{22}) U_2' + (c_{23} - d_{23}) U_3' + r_{22} V_2'' - s_{22} V_2 - s_{32} V_3 &= 0; \\ (\bar{c}_{13} - \bar{d}_{13}) U_1' + (\bar{c}_{23} - \bar{d}_{23}) U_2' + (\bar{c}_{33} - \bar{d}_{33}) U_3' + r_{33} V_3'' - s_{23} V_2 - s_{33} V_3 &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь учтено, что  $d_{11} = \bar{d}_{11} = d_{12} = \bar{d}_{21} = d_{13} = \bar{d}_{31} = s_{11} = s_{12} = s_{21} = s_{13} = s_{31} = 0$ ;  $c_{21} = \bar{c}_{12} = 0$ ;  $c_{31} = \bar{c}_{13} = 0$  в результате ортогональности функций в этих выражениях, а между коэффициентами существует связь  $b_{11} = c_{11} = r_{11}$ ;  $b_{12} = b_{21} = c_{12} = \bar{c}_{21}$ ;  $c_{21} = \bar{c}_{12}$ ;  $d_{21} = \bar{d}_{12}$ ;  $b_{13} = b_{31} = c_{13} = \bar{c}_{31}$ ;  $c_{31} = \bar{c}_{13}$ ;  $d_{31} = \bar{d}_{13}$ .

Для выбора количества задаваемых функций проанализирована точность решения 8-ми комбинаций функций  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \psi_1, \psi_2$  и  $\psi_3$  в следующей последовательности:  $\varphi_1, \psi_1, \psi_2$ ;  $\varphi_1, \psi_1, \psi_2$  и  $\psi_3$ ;  $\varphi_1, \varphi_2, \psi_1$ ;  $\varphi_1, \varphi_2, \psi_1, \psi_2$ ;  $\varphi_1, \varphi_2, \psi_1, \psi_2$  и  $\psi_3$ ;  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \psi_1$ ;  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \psi_1, \psi_2$ ;  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \psi_1, \psi_2$  и  $\psi_3$ . При реализации решения системы уравнений (8) с граничными условиями (7) использовались следующие геометрические размеры и механические значения материала подкрепленной панели. Расчетные параметры панели: длина панели  $L = 1,2$  м, высота панели  $H = 0,8$  м, площади поперечных сечений кон-

турных балок для продольных стержней  $F_c$  и поперечных  $F_b$  балок равны  $0,5\text{ см}^2$ , момент инерции поперечных балок  $J_b = 0,02\text{ см}^4$ , модуль упругости балки стержня принят  $E = 120\text{ ГПа}$ . Для пластины панели взята композитная однонаправленная лента со следующими характеристиками: модуль упругости вдоль направления волокон  $E_1 = 144\text{ ГПа}$ , поперек –  $E_2 = 7,5\text{ ГПа}$ , модуль сдвига  $G_{12} = 6,5\text{ ГПа}$ , коэффициент Пуассона  $\mu_{21} = 0,28$ , углы укладки  $\varphi_1 = 0$ ;  $\varphi_2 = -\varphi_3 = \pi/4$ ;  $\varphi_4 = \pi/2$  и толщины слоев  $h_1 = 0$ ;  $h_2 = h_3 = 0,2\text{ мм}$ ;  $h_4 = 0,2\text{ мм}$ . Поперечная сила  $P = 10000\text{ кг}$ .

После определения перемещений легко находятся деформации, напряжения и усилия  $N_x = \sigma_x h$ ;  $N_y = \sigma_y h$ ;  $N_{xy} = \tau_{xy} h$ .

Сравнение вариантов решений приведены для перемещений  $u$  и  $v$ , усилия  $N_x$  и силы в поясе панели  $N_c$  по координате  $x$  при значении координаты  $y = H/2$ . На рис.2 дано перемещение  $u$ , на рис.3 - перемещение  $v$ , на рис.4 - усилие в стенке панели  $N_x$ , на рис.5 - изменение силы  $N_c$  в поясе по длине панели.

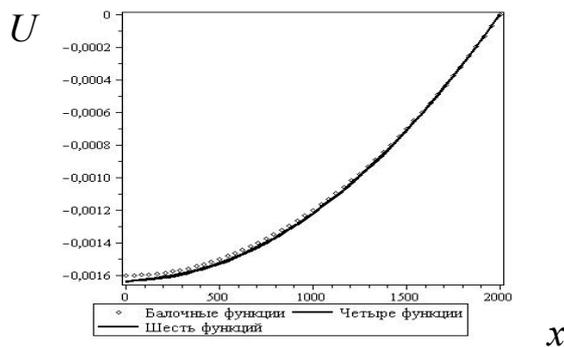


Рис.2. Распределение перемещения  $u$

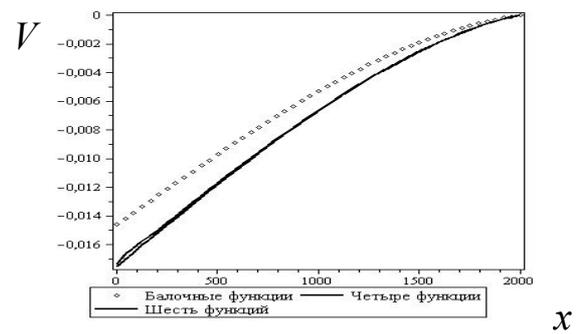


Рис.3. Распределение перемещения  $v$

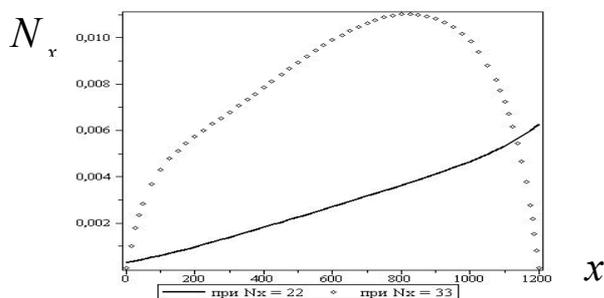


Рис.4. Распределение  $N_x$

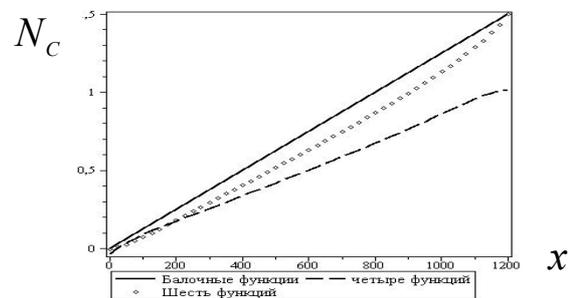


Рис.5. Распределение  $N_c$

Задача проектирования панели с использованием ограничения по равнопрочности решается в следующей последовательности: 1. Из решения задачи прочности находится об-

ласть в стенке, где усилие  $N_x$  достигает максимального значения. Для рассматриваемой композитной панели эта область расположена при значениях координат  $x = 840$  мм и  $y = 400$  мм. В этой точке усилие  $N_y$  достигает максимальной величины, а  $N_{xy} \approx 0$ , но максимума  $N_{xy}$  достигает при значении  $y = 0$ . Расчетным сечением для поясов будут точки закрепления  $x = l$ , где в стенке  $N_x = 0$ . 2. По расчетным усилиям в стенке находятся толщины слоев композитной структуры стенки. Структура стенки панели, работающая в основном на сдвиг, обычно состоит из трех слоев с углами укладки  $\varphi_2 = -\varphi_3 = \pi / 4$  и  $\varphi_4 = \pi / 2$  по отношению к оси  $x$ . Задача определения усилий  $N_i$  в слоях трехслойного пакета в направлении волокон проводится без учета влияния связующего и является статически определенной, и эти усилия находятся из статических соотношений в точке  $N_x = \sum_{i=2}^4 N_i \cos \varphi_i$ ;

$N_y = \sum_{i=2}^4 N_i \sin \varphi_i$ ;  $N_{xy} = \sum_{i=2}^4 N_i \sin \varphi_i \cos \varphi_i$ . Учитывая, что  $N_i = \sigma_i h_i$ , где  $\sigma_i$  – напряжение в  $i$ -м слое;  $h_i$  – толщина этого слоя, и принимая, что напряжения в слоях достигают предела прочности  $\sigma_{b1}$ , определяются толщины каждого слоя  $h_i = N_i / \sigma_{b1}$ .

Для ортотропной структуры слоев с углами укладки  $\varphi_{2,3} = \pm \frac{\pi}{4}$  принимается, что  $h_2 = h_3 = h_{\max}$ . Для найденных толщин определяем с учетом связующего напряжения  $\sigma_{1i}$ ,  $\sigma_{2i}$  и  $\tau_{12i}$  и сравниваем их с предельными значениями. Если во всех слоях выполняется условие  $\sigma_{1i} \leq \sigma_{B1}$ ;  $\sigma_{2i} \leq \sigma_{B2}$ ;  $\tau_{12i} \leq \bar{\tau}_{12}$ , то на этом определение толщин считаем законченным. Чаще всего не выполняется условие  $\sigma_{2i} \leq \sigma_{B2}$ , т.е. не выполняется условие прочности по связующему при растяжении. Поэтому рационально проводить проектирование без учета связующего и для сохранения рациональной структуры увеличивать толщину всех слоев пропорционально одному коэффициенту, пока во всех слоях все напряжения будут меньше разрушающих значений. 3. После определения структуры стенки и распределения усилий  $N_x$ ,  $N_y$  и  $N_{xy}$  можно найти силы  $N_c = \max$  в поясах и затем площадь поперечного сечения, если задаться значением модуля упругости продольного элемента  $E_c$  при известной в этом сечении деформации  $\varepsilon_c$ . Тогда среднее напряжение в поясе равно  $\sigma_c = E_c \varepsilon_c$ , а площадь сечения будет  $F_c = P_c / \sigma_c$ . Максимальное значение площади поперечного сечения

поясов будет в точках закрепления панели и равно  $F_c^{\max} = Pl/H\sigma_{bc}$ . 4. После определения всех параметров определяется масса панели  $M$ .

В качестве примера рассмотрена прямоугольная панель, нагруженная поперечной силой (см. рис. 1). Искомыми параметрами являются толщина стенки  $h$  и площадь подкрепления  $F_c$ . Параметры должны обеспечивать минимум массы и удовлетворять ограничениям по прочности. Стенка имеет трехслойную структуру с углами укладки  $\pm 45^\circ, 90^\circ$ . Предполагается, что материал имеет следующие характеристики: модуль упругости вдоль и поперек волокон  $E_1 = 120$  ГПа,  $E_2 = 7$  ГПа, модуль сдвига  $G_{12} = 6,5$  ГПа, коэффициент Пуассона  $\mu_{12} = 0,26$ , прочность материала вдоль направления волокон  $\sigma_{B1} = 1000$  МПа, поперек направления волокон  $\sigma_{B2} = 60$  МПа, прочность при сдвиге  $\tau_{12} = 70$  МПа. Изгибающая нагрузка  $P = 10000$  кг. Длина панели  $l = 1200$  мм, высота панели  $H = 400$  мм. Модуль подкрепляющего элемента  $E_c = 90$  ГПа.

Расчетные величины толщин стенки панели равны  $h_2 = h_3 = 0,584$  мм,  $h_4 = 0,2685$  мм (толщины даны без технологических ограничений). Также  $E_x = 113185$  МПа,  $E_y = 163925$  МПа,  $G_{xy} = 62200$  МПа, модуль упругости стержня  $E_c = 90000$  МПа, а  $F_c = 580$  мм<sup>2</sup>.

**Во второй главе** развивается модель накопления повреждений, построены соотношения, описывающие эффекты деградации свойств материала из-за рассеянных повреждений типа пор. В общем случае модель деградации позволяет определить зависимость свойств от вида напряженного состояния, т.е. учесть связанные эффекты накопления повреждений. Приводятся прикладные модели изменения свойств материала матрицы с явными зависимостями параметра поврежденности в модели деградации от параметров поля дефектов-концентрации пор и их размера. Для решения указанных задач в работе предлагается использовать градиентную модель сред с сохраняющимися дефектами - дислокациями. Показано, что при таком подходе эффективные упругие характеристики тела с полями повреждений определяются естественным образом.

В параграфах 2.1.-2.4 последовательно излагаются основные сведения из механики сред с полями дефектов, дается описание вариационного формализма используемого для построения моделей сред с полями сохраняющихся дислокаций, приводится сжатое описание моделей сред с полями дислокаций, развитых в работах С.А. Лурье, П.А. Белова и др. После описания базовых свойств моделей общего вида в разделе 2.5. приводится частная мо-

дель полей дислокаций, где роль свободного тензора дисторсии играет шаровой тензор. Эта модель является связанной моделью пористых сред учитывающая рост пористости и ее эволюцию при нагружении. Вариационное уравнение в теории пористых сред без учета поверхностных эффектов имеет вид (подчеркнутые слагаемые- теория упругости):

$$\begin{aligned} \delta L = & \iiint \{ \underline{\mu^{11} \Delta R_i + (\mu^{11} + \lambda^{11}) R_{j,j} - (1/3)(2\mu^{12} + 3\lambda^{12}) \theta^{\Xi},_i + P_i^V} / \delta R_i + \\ & + \frac{1}{3} I \frac{4}{3} \chi^{33} \Delta \theta^{\Xi} - (2\mu^{22} + 3\lambda^{22}) \theta^{\Xi} + (2\mu^{12} + 3\lambda^{12}) \theta^0 / \delta \theta^{\Xi} \} dV + \\ & + \oint \{ \underline{P_i^F - I \mu^{11} \dot{R}_i + \mu^{11} R_{j,i} n_j + \lambda^{11} R_{k,k} n_i - \frac{1}{3} (2\mu^{12} + 3\lambda^{12}) \theta^{\Xi} n_i} / \delta R_i dF - \\ & - \frac{4}{9} \oint \{ \chi^{33} \dot{\theta}^{\Xi} \} \delta \theta^{\Xi} dF = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

где  $R_{j,k} = \partial R_j / \partial x_k$  и т.д.,  $\dot{R}_i = (\partial R_i / \partial x_j) n_j$ .

Вариационное уравнение (9) дает полное описание краевой задачи теории пористых сред: имеется четыре разрешающих уравнения относительно четырех искомых функций  $R_i$  и  $\theta^{\Xi}$  и четыре граничных условия в каждой неособенной точке поверхности. Коэффициенты Ламе  $\mu^{11}, \lambda^{11}$  определяют классические «неповрежденные» модули упругости, коэффициенты  $\mu^{12}, \lambda^{12}$  и  $\mu^{22}, \lambda^{22}$  дают учет поврежденности (полей дислокаций). Наконец, новый модуль упругости  $\chi^{33}$  имеет размерность отличную от размерности классических модулей упругости и определяет масштабные, градиентные эффекты.

В параграфе 2.5.1. показано, что комбинация неклассических модулей упругости, определяющих пористость  $\chi_V = (2\mu^{12} + 3\lambda^{12}) / (2\mu^{22} + 3\lambda^{22})$ , записывается явно через объемную плотность пор -  $f_{\theta}$ :

$$\chi_V = f_{\theta} / (1 - f_{\theta}) \quad (10)$$

Более того, построено явное выражение для эффективного модуль объёмного сжатия для среды, поврежденной пористостью:

$$K_{\theta} = (2\mu^{11} + 3\lambda^{11}) \left\{ (1 - f_{\theta}) \left( 1 + \frac{(2\mu^{12} + 3\lambda^{12})}{(2\mu^{11} + 3\lambda^{11})} \right) \right\} \quad (11)$$

Соотношение (11) с учетом (10), фактически определяет модель деградации:

$$K_{\theta} = K_{\theta}^0 (1 - \chi), \quad K_{\theta}^0 = (2\mu^{11} + 3\lambda^{11}) \quad (12)$$

$$\chi = f_{\theta} \left( 1 + \frac{(2\mu^{12} + 3\lambda^{12})}{(2\mu^{11} + 3\lambda^{11})} \right)$$

Полученная модель (12) является интегральной (в ней нет микромеханических параметров), но позволяет ввести зависимость характеристики поврежденности  $\chi$   $((2\mu^{12} + 3\lambda^{12})/(2\mu^{11} + 3\lambda^{11}))$  от  $f_\theta$ . В результате, учитывая (12), предложена согласованная интегральная модель деградации, справедливая для во всем диапазоне объемных плотностей пор:

$$K_\theta = K_\theta^0(1 - \chi(f_\theta)), \quad \chi(f_\theta) = f_\theta + a(f_\theta)^\alpha, \quad \chi(f_\theta) < 1 \quad (13)$$

$$a = [S - f_\theta^{cr}]/(f_\theta^{cr})^\alpha, \quad S = 1 - K_\theta^{cr}/(2\mu^{11} + 3\lambda^{11}), \quad 0 < S < 1$$

Здесь  $\alpha$  - параметр модели, а остальные параметры определяются явно через критическую величину объемного модуля полученного для максимальной (критической) величины объемного содержания пор. Полагается, что эти характеристики могут быть найдены из экспериментов. Модель пористости и деградации (13) обобщает известные модели....., показывает хорошее согласие с этими моделями за счет выбора параметра  $\alpha$  и, в отличие от последних, может быть использована во всем диапазоне объемных содержаний пор.

В параграфе 2.6. строятся варианты прикладных моделей поврежденности и деградации свойств. Сначала в разделе 2.6.1. сформулирован общий алгоритм учета поврежденности на свойства материала основанный на предварительном построении решения градиентной модели сред с полем дислокаций. Такой подход позволяет учесть нелинейную зависимость деградации свойств от уровня нагружения, дает принципиальное решение связанной проблемы поврежденности.

Далее в разделах 2.6.3.- строятся приближенные модели, в предположении, что поврежденность (тензор свободных дисторсий -  $d_{nm}^*$ ) не определяется в результате решения связанной проблемы, а задается. Полагается, что представительный элемент материала находится в условиях однородной деформации

$$R_i = \varepsilon_{ik} x_k$$

Тогда вариационная формулировка модели деформирования поврежденной дефектами среды имеет вид

$$\delta L = (P_{ij} - C_{ijnm}^{11} \varepsilon_{nm} - C_{ijnm}^{12} d_{nm}^*) \delta \varepsilon_{ij} V = 0.$$

Уравнение Эйлера этой модели дает равенство:

$$C_{ijnm}^{11} \varepsilon_{nm} = P_{ij}^*, \quad P_{ij}^* = P_{ij} - C_{ijnm}^{12} d_{nm}^*$$

где  $C_{ijnm}^{11} \varepsilon_{nm} = P_{ij}^*$ , а модули  $C_{ijnm}^{11}$  являются искомыми модулями поврежденной дислокациями  $d_{nm}^*$  среды.

В представлении редуцированной нагрузки

$$P_{ij}^* = P_{ij} - (C_{ijnm}^{12} \delta_{nm}) d^* = P_{ij} - (K^{12} \delta_{ij}) d^* = P_{ij} - (K^{12} \delta_{ij}) K P = P_{ij} - \delta_{ij} S P, \quad S = K^{12} K$$

Параметр  $S$  является параметром поврежденности. Если характеристика размера пор  $d^*$  пропорциональна шаровому тензору напряжений  $P = \delta_{ij} P_{ij}$ ,  $d^* = K P$ , то параметр  $S$  определяется и от размера пор и от концентрации пор. При этом используется следующий критерий эквивалентности: деформации исходного материала при заданном однородном нагружении равны деформации поврежденного материала для редуцированной нагрузки, уменьшенной за счет дефектности. Предложенный путь позволяет в рамках трехмерной постановки найти явные соотношения, определяющие модель деградации (звездочка при обозначении механических свойств указывает свойства поврежденного материала):

$$E^* = E \frac{3 \frac{(P_{xx}^* + P_{yy}^* + P_{zz}^*)}{(P_{xx} + P_{yy} + P_{zz})}}{[(1-2\nu) + 2(1+\nu) \frac{(P_{xx}^* + P_{yy}^* + P_{zz}^*)}{(P_{xx} + P_{yy} + P_{zz})}]}, \quad \nu^* = \frac{[\frac{(P_{xx}^* + P_{yy}^* + P_{zz}^*)}{(P_{xx} + P_{yy} + P_{zz})} - \frac{(1-2\nu)}{(1+\nu)}]}{[2 \frac{(P_{xx}^* + P_{yy}^* + P_{zz}^*)}{(P_{xx} + P_{yy} + P_{zz})} + \frac{(1-2\nu)}{(1+\nu)}]}$$

Где  $P_{ij} = \frac{1}{V} \iint P_i^F x_j dF$ ,  $P_i^F$  - вектор усилий заданный на поверхности тела,

$$P_{xx} = \iint (P_x x) dF, \text{ и т.д.}$$

В частности в случае шаровых пор:  $d_{nm}^* = d^* \delta_{nm} = d^* (X_n X_m + Y_n Y_m + Z_n Z_m)$  и модель деградации для трехмерного изотропного тела дается равенствами:

$$E^* = E \frac{3(1-S)}{[(1-2\nu) + 2(1+\nu)(1-S)]}, \quad \nu^* = \frac{[(1-S) - \frac{(1-2\nu)}{(1+\nu)}]}{[2(1-S) + \frac{(1-2\nu)}{(1+\nu)}]}, \quad G^* = G,$$

Графики рис.6. показывают следующие характерные зависимости модуля упругости и коэффициента Пуассона с ростом параметра  $S$ .

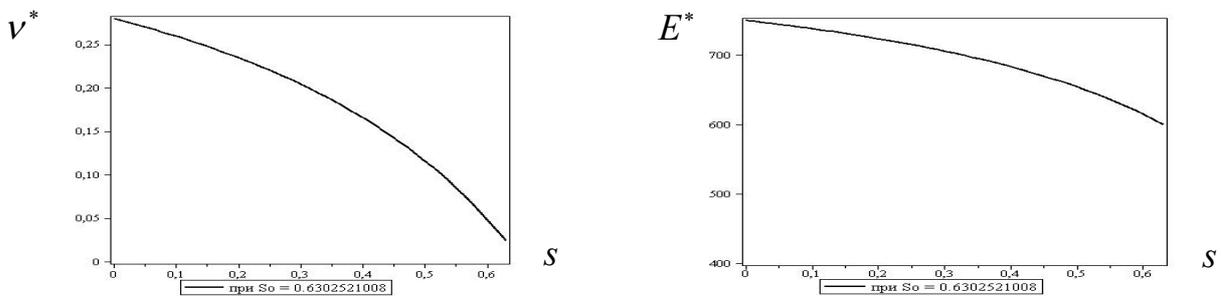


Рис.6. Изменение модуля упругости и коэффициента Пуассона с ростом поврежденности

Далее в разделе 2.6.3.1. получены прикладные модели изменения механических свойств материала с ростом поврежденности от дефектного поля - пор для случая плоского напряженного состояния. Так, в предположении, что поврежденный материал остается изотропным при одноосном нагружении, модель деградации дает:

$$\overline{E}_x^* = \overline{E}_x[1 - S(1 + \mu_{xy})], \quad \mu_{xy}^* = \frac{[1 - S(1 + \mu_{xy})]\mu_{xy} - S}{1 - S(1 + \mu_{xy})}$$

Отмечается, что при исследовании поврежденности плоской слоистой системы следует использовать последнюю модель, ибо трехмерная модель дает заниженное влияние поврежденности на изменение свойств.

**В третьей главе** рассматривается проблема межслойного разрушения слоистых композитов. Предлагается алгоритм оценки характеристик разрушения от параметров структуры и поврежденности (параграфы 3.1, 3.2). Для определения параметров разрушения используется метод Г-интеграла. Для трещины скольжения по границе раздела составной полосы, состоящей из двух изотропных слоев, значение Г-интеграла и коэффициент интенсивности записаны в явном виде и приведен алгоритм получения характеристик разрушения и для составной полосы в случае межслойной трещины, который позволяет анализировать зависимость параметров разрушения от структуры слоистого композита в области трещины расслоения и от степени поврежденности компонент слоистого композиционного материала (параграф 3.3). Так для трещины расслоения в полосе при ее одноосном растяжении напряжениями  $\sigma_x^\infty$  имеет место следующее выражение для Г-интеграла

$$\Gamma = \frac{(\sigma_x^\infty)^2 h}{2(\overline{h}_1 B_1 + \overline{h}_2 B_2)} \left[ \frac{\overline{h}_1 B_1}{(1 - S_1)(\overline{h}_1 B_1 + \overline{h}_2 B_2)} + \frac{\overline{h}_2 B_2}{(1 - S_2)(\overline{h}_1 B_1 + \overline{h}_2 B_2)} - 1 \right] \quad (14)$$

где  $S_{1,2}$  параметры поврежденности в каждом из слоев после расслоения при  $x = -\infty$ ,  $\overline{h}_{1,2}$ ,  $B_{1,2}$  - относительные толщины и жесткости слоев, образовавшихся после расслоения.

Г-интегралы, в том числе полученные в разделе 3.2 для трещин сдвига являются характеристиками разрушения. Используя их, в разделе 3.4. предлагается определять влияние поврежденности материала на коэффициенты вязкости и предельные напряжения для трещины скольжения. Так, по величине Г-интеграла найдена приближенная зависимость предельных напряжений от поврежденности, если считать что известна величина плотности энергии образования новой поверхности- $\gamma_{fm}$ :

$$(\sigma_x^\infty)_C = \{4\gamma_{fm} [\dots] (\overline{h}_1 B_1 + \overline{h}_2 B_2) / h\}^{1/2} \quad (15)$$

В (15) квадратная скобка совпадает с квадратной скобкой в правой части равенства (14).

В четвертой главе работы посвящена исследованию и сравнению характеристик разрушения для межслойных трещин в слоистых структурах. Дается сравнительная оценка параметров разрушения характерных дефектов такого типа, которая позволила бы дать некоторые предварительные рекомендации, связанные в наиболее оптимальным распределением материала заданной структуры с точки зрения механики разрушения. В разделе 4.1. сформулированы цели решаемой проблемы и предположения, в рамках которых приводятся решения. Считается, что рассматриваемая слоистая полоса при наличии расслоения нагружена в своей плоскости усилиями, которые могут быть вычислены (или могут сопоставляться по величине) для конкретного элемента композитной структуры (глава 1). Полагается, что перенос нагрузок, найденных в главе 1 для конкретных структур в задачи о трещинах расслоения представляется допустимым. В разделе 4.2. получены расчетные соотношения для Г-интеграла, которые учитывают и вид нагружения и возможную анизотропию свойств слоев, приобретенную после расслоения ортотропной структуры. Далее в параграфах 4.3., 4.4. дается сравнение величин Г-интеграла для различных структур и различного расположения трещин расслоения в них. Показано в 4.3.1, что в случае расположения трещины между слоями с углами укладки  $\varphi_1 = 0$  и  $\varphi_2 = \pi/2$  трещиностойкость существенно зависит от толщин контактируемых слоев. Г-интеграл значительно (более чем в два раза) повышается при увеличении толщины слоя  $\varphi_1 = 90$ . Эта тенденция сохраняется для случая трех и более слоев, если трещина в структуре расположена между слоями с углами укладки  $\varphi_1 = 0$  и  $\varphi_2 = \pi/2$ . Поврежденность существенно снижает трещиностойкость таких структур (повышает значение Г-интеграла), см Рис.7

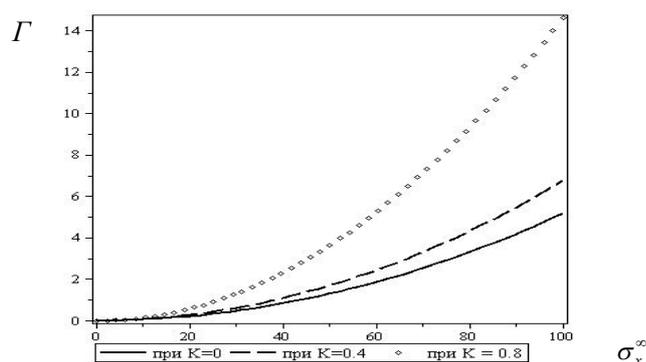


Рис.7. Влияние поврежденности матрицы на значение Г-интеграла в структуре

$$\varphi_1 = 0; \varphi_2 = \pi / 2; 2h_2 = h_1; h_2 = 0,2 \text{ мм.}$$

В разделе 4.3.2. показано, что для регулярных структур (чередование слоев одинаковой толщины) значение Г-интеграла невелико. Поврежденность матрицы порами здесь влия-

ет также незначительно. Такой материал можно отнести к структурам с высокой трещиностойкостью. Рассматривается случай, когда в трехслойном фрагменте структуры трещина расположена между мягким слоем  $\varphi_1 = \pi/2$ ; и двухслойной структурой  $\varphi_2 = -\pi/4$ ;  $\varphi_3 = \pi/4$ . Такая структура также может быть отнесена к структурам с высокой трещиностойкостью, влияние поврежденности матрицы мало.

Наиболее часто используемые четырехслойные структуры с углами укладки  $\varphi_1 = 0$ ;  $\varphi_2 = \pi/4$ ;  $\varphi_3 = -\pi/4$ ;  $\varphi_4 = \pi/2$  рассмотрены в параграфе 4.3.3. Здесь поврежденность оказывает малое влияние на  $\Gamma$ -интеграл. Влияние возможной анизотропии мало.

В разделе 4.3.4., 4.3.5. показывается, что наличие сложного напряженного состояния мало влияет на значение  $\Gamma$ -интеграла и даже приводит к его уменьшению.

Изучается влияние анизотропии на трещиностойкость 4.3.6. Это влияние демонстрируют данные на рисунке 8. В первом случае (Рис. 8 а)) трещина располагается между слоем  $\varphi_1 = \pi/2$  и слоем, образованным двумя монослоями с углами  $\varphi_2 = -\pi/4$ ;  $\varphi_3 = \pi/4$ . Толщины слоев меняются так, что и исходная композитная система и система с трещиной остается ортотропной. Во втором случае (Рис.8 б)), после возникновения трещины между слоями с углами  $\varphi_2 = -\pi/4$ ;  $\varphi_3 = \pi/4$  модули упругости одного из двух образовавшихся слоев становятся анизотропными. Графики рисунков 8 а) и б) показывают существенную зависимость параметров разрушения от структуры композита, от расположения трещины в слоистой системе и от степени анизотропии, связанной с тем, что после появления трещины слоистая система приобретает анизотропию свойств в отдельных частях структуры.

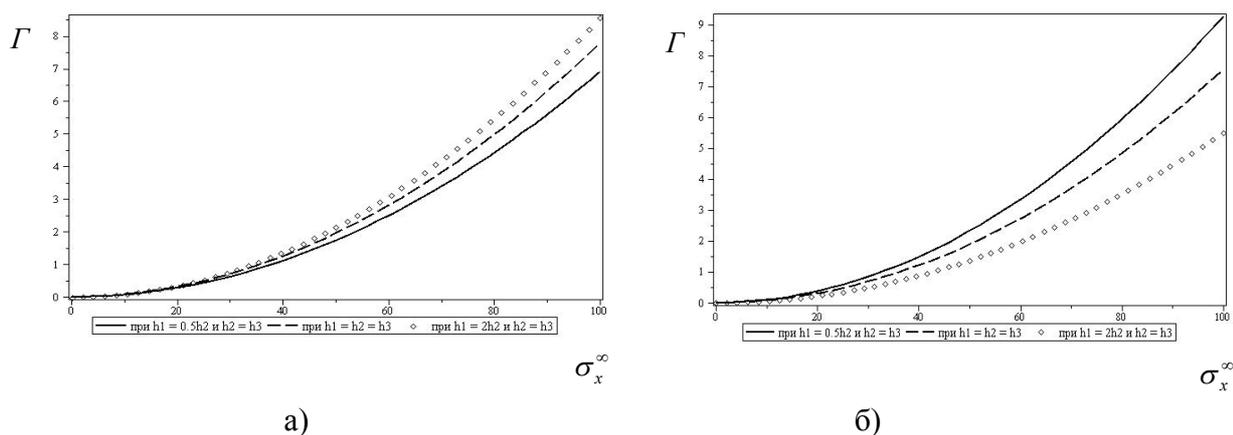


Рис.8 Влияние на  $\Gamma$ -интеграл места расположения трещины между слоями

В параграфе 4.4. рассматривает влияние поврежденности на величину предельных напряжений и поверхности прочности. Приводится алгоритм учета поврежденности на изменение поверхности прочности композита. Поверхность прочности с учетом поврежденности задается уравнением

$$\left(\frac{(\sigma_x)_{n.}}{\sigma_{bx}k_{Ex}}\right)^2 - \left(\frac{(\sigma_x)_{n.} \cdot (\sigma_y)_{n.}}{\sigma_{bx}k_{Ex} \cdot \sigma_{by}k_{Ey}}\right) + \left(\frac{(\sigma_y)_{n.}}{\sigma_{by}k_{Ey}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_b k_G}\right)^2 \leq 1 \quad (16)$$

$$k_{Ex} = (1 - \chi_{Ex}(f_\theta)), \quad k_{Ey} = (1 - \chi_{Ey}(f_\theta)), \quad k_G = (1 - \chi_G(f_\theta))$$

Характерные зависимости описывающие деградацию поверхности прочности с ростом поврежденности- пористости приведены на рисунке 9 (окружности если поврежденность затрагивает и модуль сдвига и модуль Юнга, эллипсы - когда поврежденность затрагивает только модуль Юнга).

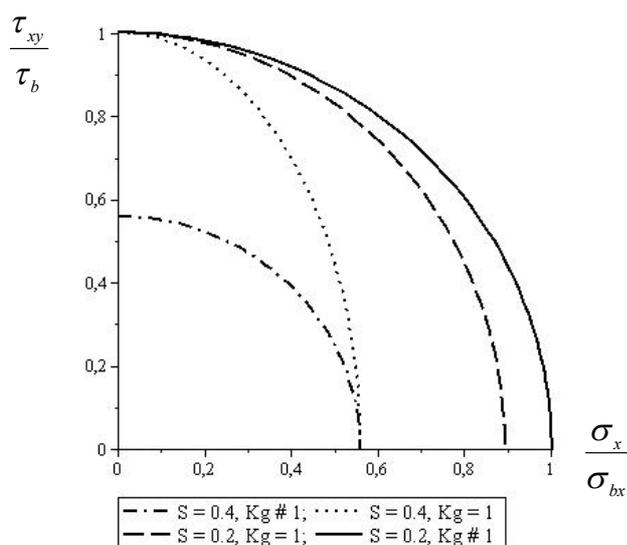


Рис.9 Изменение поверхности прочности при росте поврежденности

## СНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Разработан алгоритм, методика расчета и проектирования типового элемента конструкции из композиционного материала, позволяющая учесть особенности деформирования композитов, анизотропию их свойств и структуру. Методика расчета позволяет выделить характерные области максимальных напряжений, для которых учет поврежденности из-за накопления повреждений особенно важен.
2. На основе модели изотропных сред с полями дефектов сформулирована задача учета поврежденности, которая описывает в общем случае и нелинейное изменение свойств с ростом нагружения. Построена приближенная модель деградации свойств поврежденного материала, использующая интегральные характеристики пористой среды и позволяющая описывать влияние поврежденности в широком диапазоне объемных содержаний пор.

3. Предложена приближенная микромеханическая модель, учитывающая и объемное содержание пор и характерный размер пор. Получена явная модель деградации свойств материала из-за пористости для трехмерного случая.
4. Для оценки степени поврежденности плоских композитных структур построена приближенная модель деградации материала, находящегося в условиях плоского напряженного состояния. Получены соотношения для учета поврежденности, связанной с пористостью, что важно для композиционных материалов на основе эпоксидных матриц, для которых пористость является неустраняемым полностью технологическим дефектом.
5. Получены соотношения для оценки характеристик трещиностойкости для межслойных трещин с использованием техники Г-интеграла. Приведен алгоритм расчета Г-интеграла для различных структур, и условий нагружения.
6. Проведен анализ трещиностойкости слоистых структур для межслойных трещин с учетом характеристик структур (толщины слоев, углы укладки), чередование слоев структуре и место расположения трещин в слоистой структуре, а также с учетом возможной приобретенной анизотропии.
7. Даны рекомендации по подбору структуры для уменьшения характеристик разрушения. Показано, что это позволяет увеличить трещиностойкость более чем на 100 %.
8. Предложен приближенный алгоритм оценки влияния поврежденности матрицы-пористости на предельные характеристики разрушения (коэффициент вязкости, предельные напряжения) и предельную несущую способность.

#### **Публикации по теме диссертации:**

1. А.А. Дудченко, Ле Ким Кыонг, С.А. Лурье. Расчет и проектирование контурно подкрепленной композитной панели, нагруженной поперечной силой. М.: Труды МАИ, 2012, вып. 50. С. 1 - 10.
2. Ле Ким Кыонг, С.А. Лурье, А.А. Дудченко. Об оценке трещиностойкости при межслойном разрушении слоистых композитов// Механика композиционных материалов и конструкций , 2012, №1, Т. 18, С. 83-91.