УДК 623.466

О ПРИНЦИПЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ ДИНАМИКИ ПОЛЕТА РАКЕТЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИЛ

А.А. ПИСКОВАЦКИЙ

Аннотация

В статье исследуется возможность анализа распределенных сил ракеты и анализ динамики ее продольного движения не относительно центра масс, а относительно центра действия моментов ее распределенных сил. Более сложный анализ динамики полета ракеты позволяет более точно определить управляющие моменты ракеты, избежать методических ошибок, возникающих при приведении сил ракеты к центру масс.

Ключевые слова

распределенные силы; равнодействующие; точка приложения; компенсация моментов; динамика полета

Современные расчетные средства позволяют определять распределенные аэродинамические нагрузки (силы) на ракету. Создаются предпосылки к анализу динамики полета без приведения сил к центру масс. Недостаток математических моделей приведенных к центру масс в том, что часть вращательного движения ракеты (в виде углового ускорения) при этом учитывается как поступательное движение (и наоборот), из-за того, что центр масс ракеты не находится на мгновенной оси вращения. Управление ракетой по законам, синтезированным на основе данных аналитических описаний и ориентированным на изменение моментов ракеты, с увеличением линейных ускорений будет характеризоваться ухудшением качества переходных процессов при наведении ракеты.

Цель работы – по известному распределению массы ракеты и ее аэродинамическим нагрузкам путем анализа действия данных распределенных нагрузок без использования приведения равнодействующих распределенных сил к центру масс (ЦМ) определить значения углового ускорения в вертикальной плоскости симметрии ракеты, нормального и продольного к ее оси симметрии линейных ускорений без методических погрешностей, возникающих при приведении динамики ракеты к ЦМ.

Динамика полета ракеты определяется из условия, что она движется под действием силы тяги двигателя, силы тяжести и полной аэродинамической силы, которые можно принять внешними и распределенными. Для этих сил по известному распределению можно определить вектора их равнодействующих (результирующих) $\vec{P}, m\vec{g}, \vec{R}$ [1] и точки их приложения (ЦМ и центр давления (ЦД)). В работе, в качестве допущения, принимается, что вектор тяги двигателя $\vec{P}$ приложен в ЦМ ракеты и по направлению совпадает с ее осью симметрии.

Для простоты и наглядности описания рассматривается только движение ракеты в продольном канале при отсутствии ветра и отсутствии движения в боковом канале. Для анализа вращательного движения ракеты разложим вектора $m\vec{g}, \vec{R}$ на составляющие по осям связанной с ракетой системы координат Oxyz на нормальную и продольную составляющую силы тяжести ($m\vec{g}\cos\vartheta$ и $m\vec{g}\sin\vartheta$) и на нормальную и продольную силы ($\vec{Y}$ и $\vec{X}$), где m – масса ракеты, $\vec{g}$ – ускорение свободного падения, ϑ – угол тангажа ракеты. Демпфирующий момент ракеты $k_z^{\omega_z}\omega_z$ при анализе вращательного движения учитывается как момент нормальной и продольной сил ($\vec{Y}$ и $\vec{X}$).

С точки зрения механики пространственное перемещение ракеты под действием внешних сил относительно нормальной земной системы координат (СК), принимаемой в данном случае за инерциальную систему, можно разделить:

- на поступательное движение, соответствующее равномерному перемещению всей массы ракеты относительно инерциальной системы координат;

- вращательное движение, соответствующее перемещению хвостовой части относительно носовой части, которое можно определять относительно любой точки ракеты;

- изгибно-вращательное движение ракеты, соответствующее изменению положения отдельных частей относительно друг друга, которое удобно определять относительно наименее подвижной части корпуса ракеты.

Для исключения дополнительного уравнения связи удобно точку относительно которой производится отсчет углового движения ракеты используют для описания поступательного и изгибно-вращательное движение ракеты .

В зависимости от инертности задействованных масс результирующее действие внешних распределенных сил на разные части ракеты будет разным. В случае изгибно-вращательного движения речь идет о небольших перемещениях массы на небольшие расстояния, значительно ограниченных упругостью ракеты и упругостью среды перемещения. Вращательному движению при тех же линейных перемещениях крайних точек ракеты, что и для изгибно-вращательного движения, соответствует перемещение больших масс частей ракеты по дугам окружности относительно точки отсчета. Для поступательного движения – изменение положения крайних подвижных точек ракеты на аналогичное расстояние означает перемещение всей массы ракеты на это расстояние. Полная энергия данной динамической системы распределяется и расходуется на изменение ускорений данных движений. Приращения кинетической энергии, допустим возникшие в результате изменения воздушного потока, приводят к изменению динамики рассмотренных движений в порядке возрастания их инерционности – сначала изменению динамики изгибно-вращательного движения, потом вращательного, и затем поступательного движения ракеты.

В качестве исходного состояния ракеты для анализа динамики полета определим ее прямолинейный полет. Данное состояние соответствует отсутствию угловой скорости и углового ускорения ракеты вследствие того, что равнодействующие $\vec{P}, m\vec{g}, \vec{R}$ всех ее сил, приложены в ЦМ. Таким образом, для управления вращательным движением необходимы отклонения рулей, приводящие к отклонению положения ЦД от положения ЦМ, а для стабилизации углового положения ЦМ и ЦД необходимо вновь их совмещать. Область управления ракеты ограничена положением ЦД, из которого отклонением рулей ЦД еще можно вернуть к положению ЦМ.

В классической динамике полета [3] анализ производится относительно ЦМ, в то время как теоретически современные методы определения распределенных нагрузок позволяют рассмотреть действие распределенных сил относительно любой точки ракеты. Насколько важно относительно какой точки рассматривать динамику движения?

Проанализируем обособленное вращательное движение ракеты под действием моментов векторов силы тяжести $m\vec{g}$, силы тяги двигателя $\vec{P}$ и полной аэродинамической силы $\vec{R}$, в данном случае являющейся управляющей. В рамках лагранжевой механики вращательного движения ракеты можно доказать, что минимум функции Лагранжа будет соответствовать вращению ракеты относительно точки, где происходит компенсация моментов данных сил. По аналогии с мгновенной осью вращения [1, стр. 148] введем понятие мгновенной оси компенсации моментов, поскольку рассматривается плоскопараллельное движение ракеты [1, стр. 127] по тексту далее будет использовано понятие мгновенного центра действия моментов. В данной работе под мгновенным центром действия моментов распределенных сил (ЦДМ) O_{U}, приложенных к ракете, понимается точка, положение которой совпадает с ЦМ при отсутствии углового ускорения, а при наличии углового ускорения, положение которой соответствует положению точки, в которой сумма моментов распределенных сил, приложенных к ракете справа (сверху) равна сумме моментов распределенных сил, приложенных к ракете слева (снизу), т.е. точка не участвующая во вращательном движении ракеты. Отметим, что с перераспределением давления воздушного потока по ракете, сопровождающегося изменением положения ЦД, положение ЦДМ также будет меняться.

Таким образом, рычаг действия приращения управляющей силы, так же как и центр действующего момента инерции определяется именно положением ЦДМ. Для исключения методических погрешностей при определении значений этих величин в задачах рассмотрения динамики летательного аппарата под действием его распределенных нагрузок процесс моделирования вращательного движения ракеты должен определяться симметрично [2] процессу динамики существующей ракеты, т.е. и рассматривать его стоит именно относительно данной точки.

Классическая динамика полета использует положение теоремы приведения к ЦМ о том, что при замене вектора силы приложенного в точке, не совпадающей с ЦМ, аналогичным вектором, приложенным в ЦМ, с добавлением пары (сил) с моментом, соответствующим моменту исходного вектора силы относительно ЦМ, его действие не поменяется. Таким образом, в рамках данной теории получается, что в ЦМ действие всех моментов сил равно нулю, в том числе и в моменты времени, когда существует угловое ускорение. Однако параллельно используется понятие аэродинамического фокуса, как некоторой точки, в которой сумма всех моментов сил ракеты (с изменением угла атаки) равна нулю. Речь идет о двух разных точках, в которых все моменты скомпенсированы? Проясним данный вопрос значениями датчиков, выдаваемых в полете при наличии линейного и углового ускорений ракеты.

Выходные сигналы датчиков углового ускорения во всех точках ракеты будут незначительно отличаться от углового ускорения ракеты в вертикальной плоскости ракеты. Разница их показаний указывает на изменение углового положения разных частей ракеты друг относительно друга, по которым можно определять изгибно-вращательные перемещения частей, в которых расположены данные датчики. Возможно, в дальнейшем данный факт даст возможность учета изгибно-вращательного движения при определении динамики пространственного перемещения ракеты, но в дальнейшем в данной работе принимается, что ракета представляет собой абсолютно твердое тело (АТТ) и изгибно-вращательное движение частей ракеты при анализе динамики полета не учитывается.

На рисунке 1 сплошной линией показаны значения выдаваемые датчиками линейного ускорения – акселерометрами, расположенными по длине ракеты при наличии положительного углового ускорения $\ddot{\vartheta}$ и положительного поступательного ускорения a_y, а пунктирной линией - составляющая в этих значениях, вызванная только угловым ускорением $\ddot{\vartheta}$. Показания акселерометра, расположенного в ЦМ (точка *O*), в выходном сигнале $a_{y_{\text{акс}}}$ содержат как составляющую значения линейного ускорения ракеты a_y, так и составляющую значения ускорения $a_{y_{\text{вращ}}}$, вызванного угловым ускорением $\ddot{\vartheta}$. Заметим, что значение данной составляющей $a_{y_{\text{вращ}}}$ пропорционально плечу между ЦДМ и ЦМ, растущего с ростом управляющей перегрузки вдоль нормальной оси. Это означает, что даже для динамики с линейными изменениями коэффициентов полной аэродинамической силы и моментов ракеты от угла атаки (отклонения рулей) с изменением плеча между ЦДМ и ЦМ показания акселерометров при изменении угла атаки в общем случае не будут линейными (рисунок 1). Таким образом, преобразования с использованием теоремы о приведении сил (в данном случае к ЦМ), хорошо подходят для определения математической модели динамики полета ракеты, а для использования в реальном полете значений, полученных с помощью данной математической модели необходимо применять обратные преобразования.

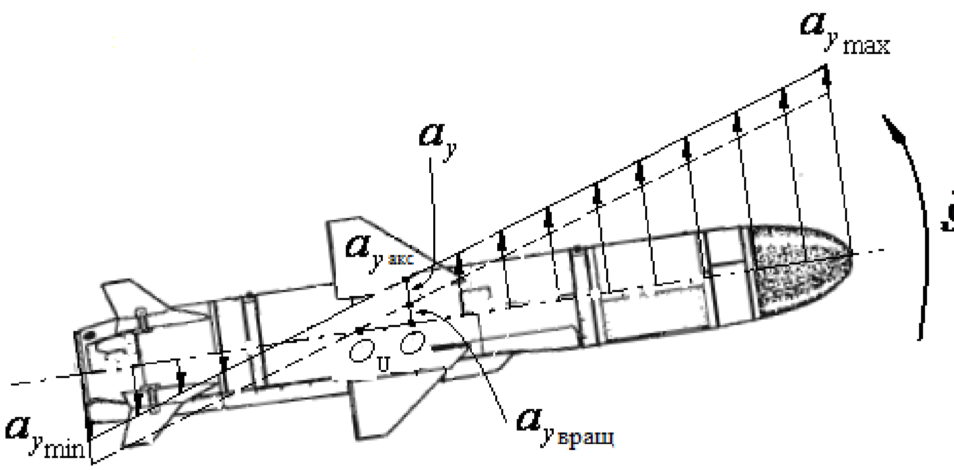

Рисунок 1 – Распределение показаний акселерометров по длине ракеты

В интересах теоретического определения координаты ЦДМ O_U по оси Ох связанной СК рассмотрим ракету как совокупность шести составных частей, жестко сочлененных по поперечным сечениям, перпендикулярным оси симметрии ракеты. Определим влияние сил на каждую отделенную сечением часть ракеты в связанной СК. На каждую *i*-ую часть ракеты в нормальном к продольной оси ракетыдействует приложенная к ней нормальная сила Y_i и составляющая силы тяжести $m_i g \cos\vartheta$, где $i = \overline{1,6}$ - номер соответствующей части (рисунок 2). На рисунке 2 $m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6$ – массы частей ракеты начиная с носовой части. Поочередно просуммируем вектор нормальной силы Y_i и составляющую вектора силы тяжести по ось OY $m_i g \cos\vartheta$ для каждой из шести частей ракеты.

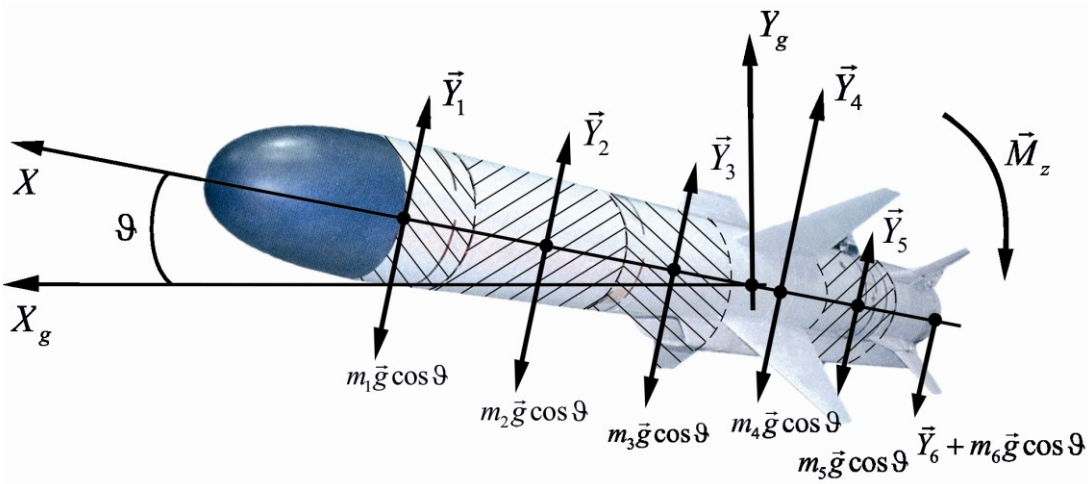

Рисунок 2 – Действие нормальной силы и нормальной составляющей силы тяжести на отдельные части ракеты

Вектора суммарного действия сил каждой части ракеты $Y_i - m_i g\cos\vartheta$ изображены на рисунке 3. Вектора $\vec{Y}_3$ и $m_3\vec{g}\cos\vartheta$, а также вектора $\vec{Y}_5$ и $m_5\vec{g}\cos\vartheta$ компенсируют друг друга, поэтому на рисунке 3 сумма сил 3 и 5 части не показаны из-за равенства 0 их модулей.

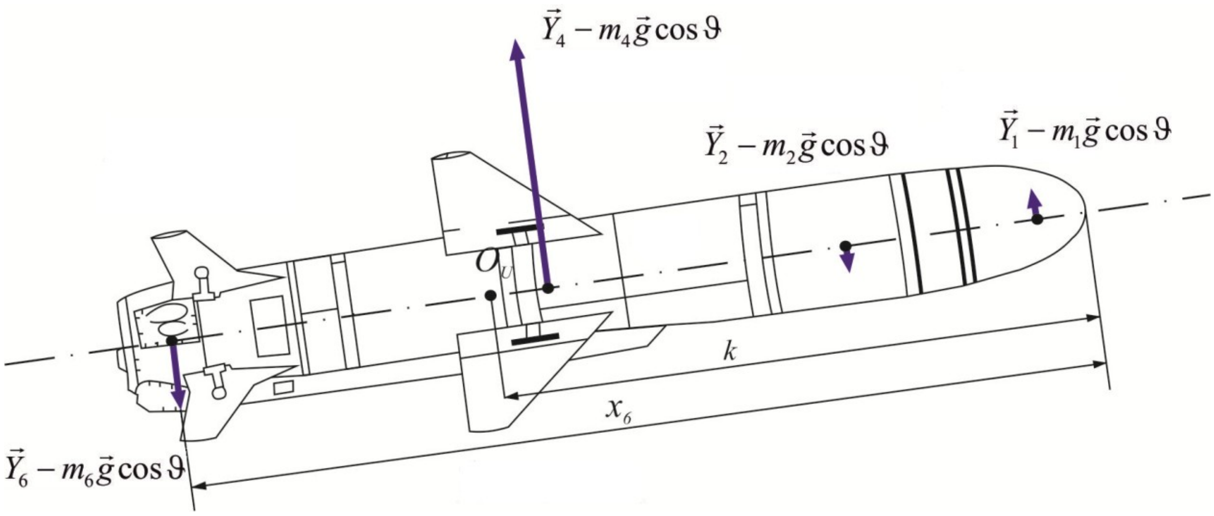

Рисунок 3 – Результирующие вертикальных сил частей ракеты с точками их приложения

Поскольку все части ракеты жестко связаны между собой действие нормальных сил частей ракеты приведет к появлению их моментов относительно точки O_U относительно которой они будут компенсированы слеа и справа. Если обозначить координату этой точки относительно носа ракеты k_x, а координаты точек приложения векторов результирующих вертикальных сил $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$, можно определить сумму моментов ракеты $\sum_1^6 M_{\text{норм}}$ от сил действующих в нормальном направлении от оси Ох.

$$\sum_1^6 M_{\text{норм}} = (Y_1 - m_1 g\cos\vartheta)(k_x - x_1) + (Y_2 - m_2 g\cos\vartheta)(k_x - x_2) + (Y_3 - m_3 g\cos\vartheta)(k_x - x_3) + \\ + (Y_4 - m_4 g\cos\vartheta)(k_x - x_4) + (Y_5 - m_5 g\cos\vartheta)(k_x - x_5) + (Y_6 - m_6 g\cos\vartheta)(k_x - x_6). \tag{1}$$

Правило знаков в выражении (1) соблюдается за счет того, что при превышении x над k_x меняется знак момента, а при превышении $m_i g\cos\vartheta$ над Y_i – знак силы.

Учитывая, что в точке компенсации моментов ракеты их сумма данных моментов равна равно 0, можно определить координату O_U

$$k_x = \frac{\sum_{n=1}^{6}(Y_i - m_i g\cos\vartheta)x_i}{\sum_{n=1}^{6}(Y_i - m_i g\cos\vartheta)} \ . \tag{2}$$

Аналогично найдем координату ЦДМ $k_{\text{у}}$ в нормальном направлении от оси Ох относительно самой нижней точки ракеты

$$k_{\text{у}} = \frac{\sum_{n=1}^{6}(X_i + m_i g\sin\vartheta - P_i)y_i}{\sum_{n=1}^{6}(X_i + m_i g\sin\vartheta - P_i)} \ , \tag{3}$$

где X_i– лобовое сопротивление, создаваемое каждой i-й частью ракеты, $m_i g\sin\vartheta$ – продольная составляющая каждой i-й части ракеты, P_i – составляющие модуля вектора силы тяги, действующие на каждую i-ю часть ракеты.

Полученные формулы (3, 4) аналогичны формулам [4] для нахождения координат центра масс самолета y_0, x_0 по известным массам его частей $F_i^/$ с известными координатами их центров масс y_i, x_i (координатами точек приложения сил тяжести этих частей),

$$y_0 = \frac{\sum_1^r F_i^/ \cdot y_i}{\sum_1^r F_i^/} \ , \qquad x_0 = \frac{\sum_1^r F_i^/ \cdot x_i}{\sum_1^r F_i^/} \ ,$$

где i – номер части самолета, r – число частей самолета,
только в данном случае в качестве прилагаемых выступают все результирующие нормальных и продольных составляющих сил ракеты.

Если по методу дискретных вихрей для интересующих условий полета ракеты рассчитать давление на каждую точку ее поверхности, определить распределение давления аэродинамического потока в нормальном направлении к продольной оси $Y(x)$ (рисунок 4) и в продольном направлении к данной оси $X(y)$, то при известном распределении массы по данным осям $m(x)$ и $m(y)$ можно рассчитать действие моментов распределенных сил ракеты, координаты ЦДМ k_x и k_y, динамику полета ПКР относительно этой точки. Рассмотрим ПКР как совокупность элементарных сечений нормальных к продольной оси (для расчета координаты k_x) и как совокупность продольных (горизонтальных) элементарных сечений (для расчета координаты k_y). К каждому нормальному сечению ПКР находящемуся на удалении *x* от ее носа приложена элементарная сила $\partial F(x) = \partial Y(x) - \partial m(x) g \cos\vartheta$, создающая относительно ЦДМ элементарный момент равный $\partial M_z(x) = \partial F(x)(k_x - x)$ (рисунок 4), а к каждому продольному сечению ПКР находящемуся на удалении *y* от ее нижней точки конструкции приложена элементарная сила $\partial F(y) = \partial m(y) g \sin\vartheta - \partial X(y) + P(y)$, создающая относительно ЦДМ элементарный момент $\partial M_z(y) = -(\partial X(y) + \partial m(y) g \sin\vartheta - P(y))(k_y - y)$, где $m(x) g \cos\vartheta$ и $m(x) g \sin\vartheta$ – распределение нормальной и продольной составляющей силы тяжести по продольной и нормальной оси ракеты, $P(y)$ - распределение силы тяги двигателя по оси Oy. Тогда уравнение динамики вращательного движения относительно оси O_Uz ПКР можно представить в виде

$$\ddot{\vartheta} \cdot J_{O_U Z} = \int_0^{l_\text{ф}} (Y(x) - m(x) g \cos\vartheta) \cdot (k_x - x) dx - \int_0^{y_\text{ПКР}} (X(y) + m(y) g \sin\vartheta - P(y)) \cdot (k_y - y) dy, \quad (4)$$

где $l_\text{ф}$ – длина корпуса ПКР, $y_\text{ПКР}$ – максимальная координата конструкции ракеты по оси Oy, $J_{O_U Z}$ – момент инерции относительно оси O_Uz, перпендикулярной вертикальной плоскости симметрии ракеты.

Учитывая, что суммарные моменты в ЦДМ равны 0, получим исходное условие для нахождения координаты этой точки по оси Ox

$$\int_0^{l_\text{ф}} (Y(x) - m(x) g \cos\vartheta) \cdot (k_x - x) dx - \int_0^{y_\text{ПКР}} (X(y) + m(y) g \sin\vartheta - P(y)) \cdot (k_y - y) dy = 0. \quad (5)$$

Окончательно координаты ЦДМ k_y и k_x относительно связанной СК равны

$$k_x = \frac{\int_0^{l_\text{ф}} (Y(x) - m(x) g \cos\vartheta) x dx}{\int_0^{l_\text{ф}} (Y(x) - m(x) g \cos\vartheta) dx}; \qquad k_y = \frac{\int_0^{y_\text{ПКР}} (X(y) + m(y) g \sin\vartheta - P(y)) y dy}{\int_0^{y_\text{ПКР}} (X(y) + m(y) g \sin\vartheta - P(y)) dy}. \quad (6)$$

В выражении первой формулы (6) числитель представляет собой суммарный момент относительно начала носовой части ракеты, знаменатель суммарную силу ракеты в нормальном направлении. Равенство нулю числителя в выражениях (6) обозначает взаимную компенсацию моментов ракеты, равенство нулю знаменателя – взаимную компенсацию ее сил.

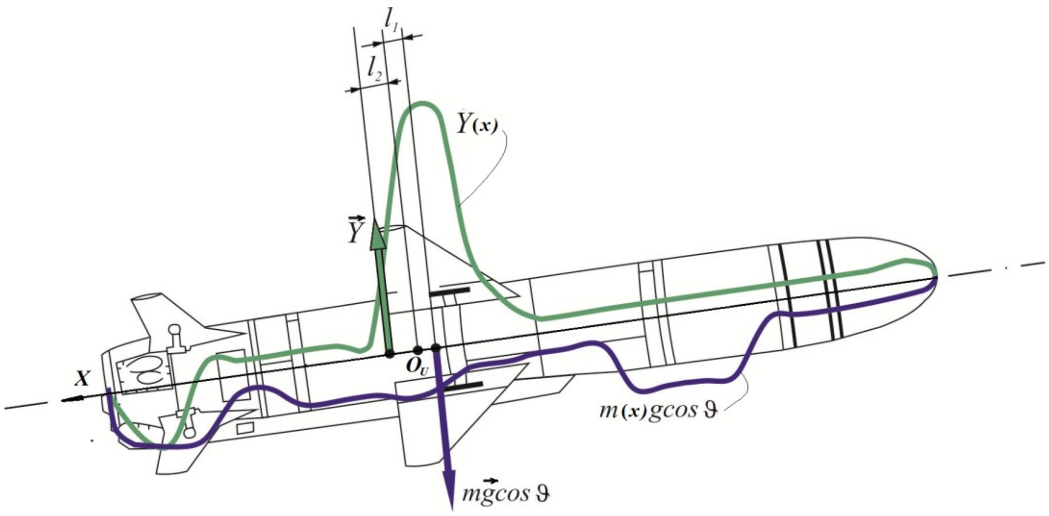

Рисунок 4 – Нормальные составляющие распределенных сил ПКР и их результирующие

При известных результирующих векторах $\vec{Y}$ и $m\vec{g}\cos\vartheta$ и координатах точек их приложения, для случая, когда вектор нормальной силы $\vec{Y}$ направлен вверх, определим положение k_x

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{|\vec{Y}|}{|m\vec{g}\cos\vartheta|}. \quad (7)$$

где l_1 и l_2 – расстояния от точек приложения равнодействующих $m\vec{g}\cos\vartheta$ и $\vec{Y}$ до точки O_U.

Для случая, когда вектор нормальной силы направлен вниз, координата ЦДМ k_x равна

$$k_x = \frac{mg\cos\vartheta \cdot l_{\text{цм}} + Y \cdot l_{\text{цд}}}{mg\cos\vartheta + Y}, \tag{8}$$

где $l_{\text{цм}}$ – координата ЦМ ракеты, $l_{\text{цм}}$ – координата ЦД ракеты.

Определим k_x для модуля нормальной составляющей силы тяжести $m\vec{g}\cos\vartheta$ в a раз меньшего нормальной силы $\vec{Y}$

$$k_x = l_{\text{цм}} + \frac{a}{(a+1)}(l_{\text{цд}} - l_{\text{цм}}). \tag{9}$$

Полученные выражения (4) и (6) указывают на то, что ЦДМ находится между ЦМ и ЦД в случае положительного значения нормальной силы $\vec{Y}$ в отношении плеч обратно пропорциональных модулям этих сил, а в случае отрицательного значения нормальной силы $\vec{Y}$ в отношении плеч пропорциональных модулям этих сил.

Суммарное действующее распределение сил ракеты $F_{\text{дейст}}(x)$ в нормальном направлении к продольной оси ракеты (рисунок 2) равно

$$F_{\text{дейст}}(x) = \int_0^{l_{\text{ф}}} (Y(x) - m(x)g\cos\vartheta)dx, \tag{10}$$

и согласно закону сохранения энергии равно подынтегральной сумме $F_{\text{результ}}(x)$ результирующей силы (рисунок 5), часть которой будет определять вращательное движение, а часть поступательное движение ПКР. Часть кинетической энергии ПКР, расходуемой на вращательное движение характеризуется действием сил, оказывающих неравномерное давление на ракету. Результирующее действие этих сил можно описать уравнениями динамики вращательного движения под действием пары сил относительно ЦДМ (рисунок 6), приложенных в конце носовой и хвостовой частей ракеты $\vec{F}_{\text{вр min}}$, $\vec{F}_{\text{вр max}}$. Определим описанные моменты слева и справа от ЦДМ, учитывая их равенство (по определению ЦДМ),

$$\frac{\ddot{\vartheta} \cdot J_{O_U Z}}{2} = F_{\text{вр min}} \cdot k, \quad \frac{\ddot{\vartheta} \cdot J_{O_U Z}}{2} = F_{\text{вр max}} \cdot (l_{\text{ф}} - k). \tag{11}$$

Из полученных выражений определим модули результирующих сил $\vec{F}_{\text{вр min}}$, $\vec{F}_{\text{вр max}}$

$$F_{\text{вр min}} = \frac{\ddot{\vartheta} \cdot J_{O_U Z}}{2k}, \qquad F_{\text{вр max}} = \frac{\ddot{\vartheta} \cdot J_{O_U Z}}{2(l_{\text{ф}} - k)}. \tag{12}$$

В обоих случаях площадь ограниченная распределением результирующих сил вращательного движения ПКР $F_{\text{рез вращ}}(x)$ определяется произведением $\ddot{\vartheta} \cdot J_{O_U Z}$. Аналогично выводу соотношения (4) данные силы обратно пропорциональны плечам, на которых они действуют.

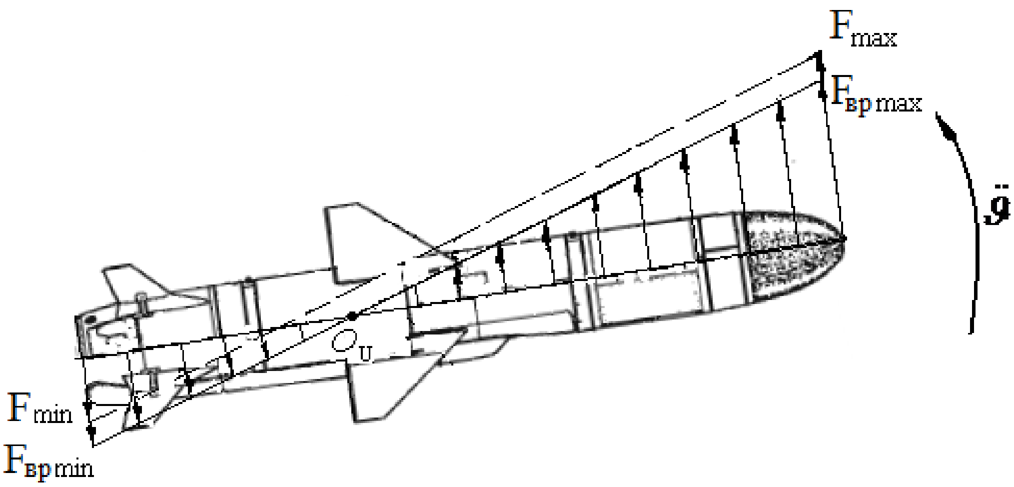

Рисунок 5 – Результирующие силы поступательного и вращательного движения ракеты

Распределение $F_{\text{результ}}(x)$ результирующей силы ограничено отрезком, имеющим такой же наклон к оси Ox, как и распределение нормальных сил, вызывающих вращательное движение $F_{\text{рез вр}}(x)$ (рисунок 5). Определим суммарное воздействие внешних сил $F_{\text{рез пост}}(x)$, вызывающих поступательное движение

$$F_{\text{рез пост}}(x) = F_{\text{результ}}(x) - F_{\text{рез вр}}(x) = (F_{\max} - F_{\max\text{ вр}}) \cdot l_{\text{ф}} = F_{\text{пост}} \cdot l_{\text{ф}}, \tag{13}$$

где $F_{\max}$ – максимальное значение результирующей силы ракеты в носовой части при положительном нормальном ускорении ракеты.

Определим модуль вектора силы $F_{\text{пост}}$, под действием которого ракета совершает поступательное движение в нормальном направлении к оси Ox

$$F_{\text{пост}} = \frac{F_{\text{рез сумм}}(x) - F_{\text{рез вращ}}(x)}{l_{\text{ф}}}. \tag{14}$$

Подставим значения $F_{\text{рез сумм}}(x)$, $F_{\text{рез вращ}}(x)$

$$F_{\text{пост}} = \frac{1}{l_\text{ф}}(\int_0^{l_\text{ф}}(Y(x) - m(x)g\cos\vartheta)dx - \int_0^{l_\text{ф}}(Y(x) - m(x)g\cos\vartheta)\cdot(k - x)dx), \qquad (15)$$

и определим ускорение a_y в направлении нормальном к оси Ох

$$a_y = \frac{1}{l_\text{ф}\cdot m}\int_0^{l_\text{ф}}(Y(x) - m(x)g\cos\vartheta)\cdot(1 - k + x)dx. \qquad (16)$$

По аналогии с (13) для ускорения a_x (по оси Ох)

$$a_x = \frac{1}{y_{\text{ПКР}}\cdot m}(\int_0^{y_{\text{пкр}}}(P(y) - X(y) - m(y)g\sin\vartheta)\cdot(1 - k_y + y)dy). \qquad (17)$$

Таким образом, в статье предложен подход к анализу распределенных сил ракеты,позволяющий для известного распределения полной аэродинамической силы ракеты с известным распределении массы теоретически получить значения углового ускорения, нормального и продольного к ее оси симметрии линейных ускорений без методических погрешностей, возникающих при приведении динамики ракеты к ЦМ. С ростом управляющих перегрузок ракеты исключаемые данным подходом погрешности становятся достаточно большими, чтобы не учитывать.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: Учебник для втузов / С.М. Тарг.- 12-е изд., стер. М.: Высш. шк., 2002 г., С. 58, 39.

2. Крутько, П.Д. Обратные задачи динамики в теории автоматического управления/ П.Д. Крутько – М.: Машиностроение, 2004. – С. 36-56.

3. Остославский И.В. Динамика полета. Траектории летательных аппаратов / И.В. Остославский, И.В. Стражева. Изд. 2-е, перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1969, С 97, 147.

4. Расчет крыльев самолета на прочность. Руководство для конструкторов. Изд. 2. М.: Изд. Бюро новой техники НКАП, 1944, С 37.

Сведения об авторе

ПИСКОВАЦКИЙ Андрей Анатольевич, преподаватель «Военного учебно-научного центра Военно-воздушных сил Военно-воздушной академии им. профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина», к.т.н.,

тел.: (980) 34-67-025; e-mail: e4rt@mail.ru