

Труды МАИ. 2025. № 142
Trudy MAI. 2025. No. 142. (In Russ.)

Научная статья
УДК 629.735.45
URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=185115>
EDN: <https://www.elibrary.ru/ZKHZEL>

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДИНАМИКИ ПОЛЁТА ВИНТОКРЫЛЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Саида Ягияевна Адаева¹, Евгений Александрович Борисов²,
Максим Юрьевич Крупенев³✉, Владимир Сергеевич Крымский⁴,
Михаил Александрович Рубинштейн⁵, Игорь Владимирович Русаков⁶

^{1,2,3,4,5,6}Центральный аэродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского
(ЦАГИ), Жуковский, Московская область, Россия

spintest@tsagi.ru✉

Аннотация. Рассмотрены типы математических моделей, разработанных в ЦАГИ для решения основных задач динамики полета винтокрылых летательных аппаратов (ВКЛА). Кратко описана универсальная математическая модель движения «обобщенного» ВКЛА, охватывающего основные схемы: одновинтовые с рулевым винтом, соосные и многовинтовые. Рассмотрена методика формирования на ее основе модели движения конкретного ВКЛА. Приведены результаты тестирования универсальной математической модели на примере расчета балансировочных характеристик и возмущенного движения одновинтового и соосного вертолетов.

Ключевые слова: математическая модель, винтокрылые летательные аппараты, несущий винт, динамика полета

Для цитирования: Адаева С.Я., Борисов Е.А., Крупенев М.Ю., Крымский В.С., Рубинштейн М.А., Русаков И.В. Разработка математических моделей динамики полёта винтокрылых летательных аппаратов // Труды МАИ. 2025. № 142. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=185115>

Original article

DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL MODELS OF THE FLIGHT DYNAMICS OF ROTARY-WING AIRCRAFT

Saida Ya. Adaeva¹, Evgeniy A. Borisov², Maxim Yu. Krupenyov³✉,

Vladimir S. Krymsky⁴, Mikhail A. Rubinstein⁵, Igor V. Rusakov⁶

^{1,2,3,4,5,6}Central Aerohydrodynamic Institute named after N.E. Zhukovsky (TsAGI),

Zhukovsky, Moscow Region, Russia

spintest@tsagi.ru✉

Abstract. The next step of the development of TsAGI's mathematical models of flight dynamics of rotary-wing aircraft is presented. A universal mathematical model of the motion of a "generalized" rotary-wing aircraft has been updated by dynamics models of multirotor lift-propulsion system and tilted tail-rotor. Thus there are six generalized rotorcraft configurations can be modeled: single-rotor with tail rotor, coaxial-rotors, tandem-rotors, transverse-rotors, tilted-rotor, multirotor lift-propulsion systems.

Three main groups of flight dynamic problems of rotary-wing aircraft are considered to be solved by model of corresponding level of complexity. The 1st level includes stability problems and initial development of algorithms of flight control systems. The 2nd level includes numerical studies of steady and transitional modes of flight with active flight

control system, experimental research of maneuverability and controllability on flight simulation devices with a man in control circuit, verification of rotary-wing design solutions and expertise of flight safety depending on technical issues, getting 1st level linear models of dynamic. The 3rd level includes assessment of structural loads in parts of rotary-wing system, research of aero-elasticity phenomena and limiting flight modes. The 3rd level models underlies the 2nd level ones, the 2nd level models underlies 1st level ones.

The brief overview of key features of techniques applied on every level is given. Among peculiarities of model is the algorithm of induced velocities calculation in case of multicopter system. Rotary-wing aircraft exploratory research techniques are supplemented by specially developed software to cope with large amount of input data. The model has been validated by comparison of calculated balancing characteristics and perturbed motion of single-rotor and coaxial-rotor helicopters with corresponding flight tests' data.

Keywords: mathematical model, flight dynamics, rotary-wing aircraft, main rotor, multicopter lift-propulsion system

For citation: Adaeva S.Ya., Borisov E.A., Krupenyov M.Yu., Krymsky V.S., Rubinstein M.A., Rusakov I.V. Development of mathematical models of the flight dynamics of rotary-wing aircraft. *Trudy MAI*. 2025. No. 142. (In Russ.) URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=185115>

Введение

Весь спектр традиционных задач в области аэродинамики и динамики полёта винтокрылых летательных аппаратов (ВКЛА) можно разделить на три группы по применяемым для их решения типам и уровням сложности математических моделей.

Первая группа задач связана с разработкой систем автоматического управления и исследованиями устойчивости и управляемости на режимах близких к балансирующим, например, [1], [2]. Для решения задач этой группы применяются линеаризованные уравнения движения – линеаризованные математические модели *первого уровня сложности*.

Вторая группа задач, наиболее объёмная, включает в себя:

- расчётные исследования установившихся и переходных режимов полёта ВКЛА различных схем и их систем управления;
- экспериментальные исследования маневренности и управляемости в реальном времени на пилотажном стенде с лётчиком в контуре управления;
- проведение поверочных расчетов для контроля предлагаемых ОКБ решений, связанные с выдачей заключений по аэродинамике, динамике и безопасности полета на всех этапах разработки, модернизации и эксплуатации ВКЛА;
- получение линеаризованных моделей движения.

Для решения задач этой группы применяются более сложные математические модели – *второго уровня сложности*, которые включают в себя более подробный расчёт сил и моментов на несущих (НВ) и рулевых винтах (РВ) на основе данных, полученных из моделей третьего уровня сложности на основных режимах полета. Модели второго уровня сложности могут включать в себя модели силовых установок, шасси, груза на внешней подвеске и др.

Третья группа задач связана с изучением нагружения элементов конструкции винтов (внутренних усилий в сечениях лопастей, силовых и моментных нагрузок на

втулку, на проводку системы управления), явлений аэроупругости (флаттер лопастей, сближение лопастей с элементами планера), режимов с плохой управляемостью, предельных режимов полёта. Решение этих задач требует применения наиболее сложных математических моделей – *третьего уровня сложности*, позволяющих проводить расчёты движения каждой лопасти каждого винта в отдельности с учётом нестационарности обтекания, сжимаемости воздуха, упругости конструкции. Модели этого уровня сложности также применяются для получения характеристик винтов, используемых в моделях первого и второго уровня сложности.

При этом следует отметить, что проводимые в ЦАГИ исследования ВКЛА различных схем одновинтовых, с соосными винтами, продольных и поперечных, с поворотными винтами, автожиров и т.д., имеющих разные типы втулок и лопастей НВ и РВ с разными упруго - массовыми, инерционными, геометрическими характеристиками и аэродинамическими компоновками, а также с разными типами планеров потребовали разработки «универсальной» математической модели, позволяющей формировать указанные три типа математических моделей конкретного ВКЛА [3].

В последние два десятилетия появился ряд новых типов ВКЛА: с жесткими несущими и/или пропульсивными винтами, одновинтовые схемы с наклоненным рулевым винтом, многвинтовые (более 3-х винтов), в том числе беспилотные. Последние оснащены винтами, жестко закреплёнными на валах вращающих их электродвигателей. В большинстве случаев такие ВКЛА управляются либо общим шагом угла установки лопастей при фиксированной величине оборотов винтов, либо

изменением оборотов винтов при фиксированной величине угла установки общего шага.

Учитывая указанные особенности и то обстоятельство, что в «эксплуатации» находится большое количество моделей ВКЛА различных схем, возникла необходимость развития, как собственно ранее разработанной «универсальной» математической модели движения ВКЛА, так и методики формирования на ее основе модели движения конкретного ВКЛА. Для облегчения подготовки исходных данных математической модели конкретного ВКЛА необходимого уровня сложности был разработан редактор исходных данных, использующий банк данных характеристик несущих и рулевых винтов, планеров ВКЛА, систем управления и двигателей.

1. Формирование математических моделей движения конкретного винтокрылого летательного аппарата

Для поисковых исследований ВКЛА различных схем разработана универсальная математическая модель движения «обобщённого» ВКЛА. Модель имеет блочную структуру и позволяет получать математическую модель движения, например, одновинтового, двухвинтового или многовинтового ВКЛА необходимого уровня сложности. Модель может быть доработана для учета особенностей конкретного ВКЛА путем замены или модификации её отдельных блоков.

В общем расчетном случае универсальная математическая модель движения ВКЛА (рис. 1) включает:

- подъемно - пропульсивную систему, содержащую от 1 до 8 фиксированных или поворотных подъемно - пропульсивных групп (ППГ), каждая из которых, может состоять из одиночного НВ или соосных НВ;
- фюзеляж;
- крыло с закрылками и/или элеронами;
- поворотный горизонтальный стабилизатор с независимо отклоняемой правой и левой консолями;
- два вертикальных киля с рулями направления;
- различные варианты систем путевого управления или создания дополнительной пропульсивной силы (РВ, включая наклоненный, или струйная система).

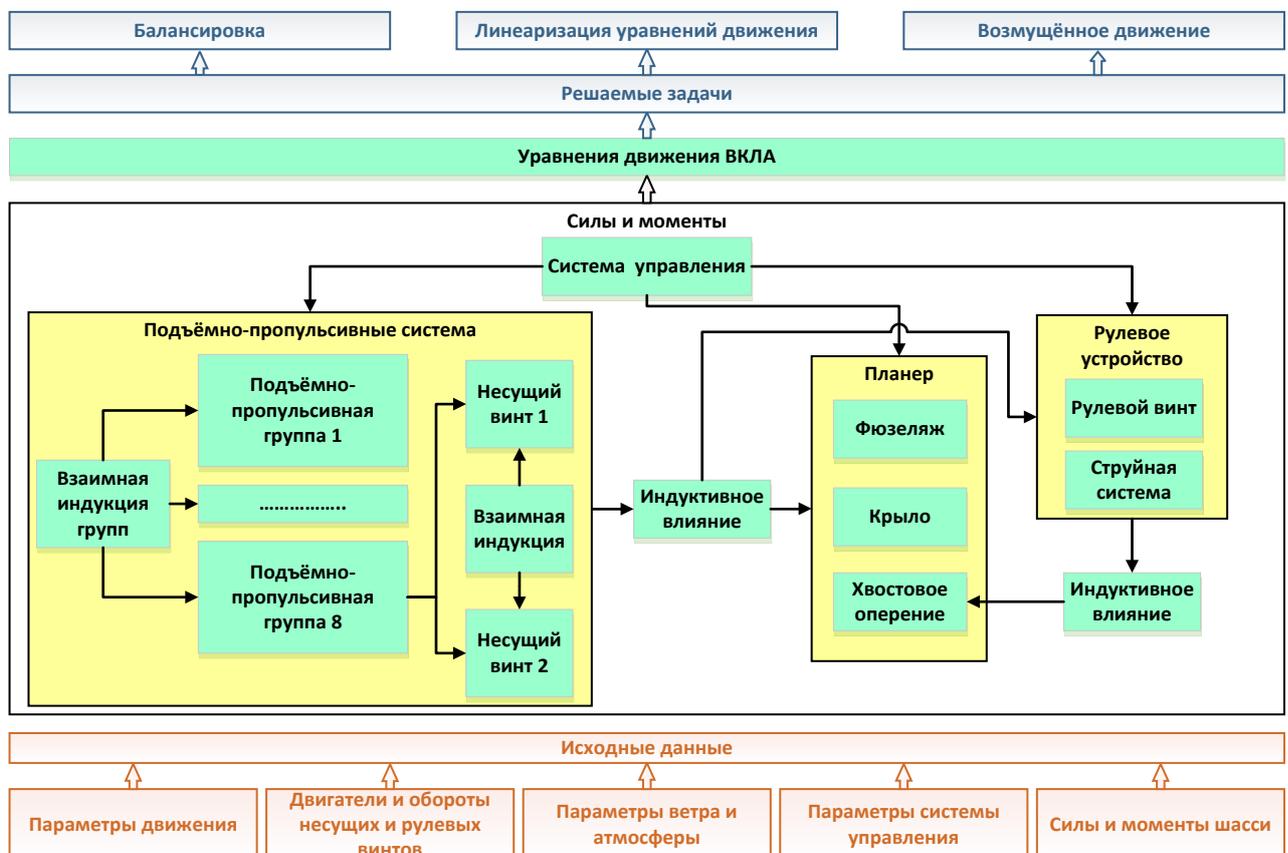


Рис.1 Структура универсальной математической модели «обобщённого» ВКЛА

Конкретную комбинацию из вышеперечисленных элементов модели называют расчётной схемой (РС) ВКЛА. На данный момент реализовано шесть РС, список которых может расширяться с появлением новых конструктивных схем ВКЛА:

- 1) одновинтовая схема с рулевым устройством (1 ППГ с одиночным несущим винтом и рулевой винт и/или струйная система);
- 2) соосная схема (2 ППГ с одиночными, одинаковыми или разными неповоротными винтами разного направления вращения);
- 3) продольная схема (2 ППГ с одиночными, одинаковыми/разными, разного направления вращения неповоротными винтами);
- 4) поперечная схема (2 ППГ с одиночными, одинаковыми, разного направления вращения неповоротными винтами);
- 5) конвертоплан (2 ППГ с одиночными, одинаковыми, разного направления вращения поворотными винтами);
- 6) все многовинтовые схемы (от 3 до 8 ППГ с одиночными или с соосными, одинаковыми или разными винтами разного направления вращения, часть ППГ может быть поворотными).

Формирование модели движения конкретного ВКЛА проводится путём задания: РС ВКЛА, аэродинамических, инерционно-массовых и геометрических характеристик планера и винтов; жесткостных характеристик лопастей винтов. При необходимости, дополнительно могут быть подключены модели системы автоматического управления, двигателя, ветровых возмущений, шасси и др.

Из модели движения конкретного ВКЛА могут быть получены три типа математических моделей (рис. 2).

В основе моделей второго и третьего уровней сложности использована известная полная система нелинейных дифференциальных уравнений движения [4]. Указанная система состоит из уравнений движения центра масс ВКЛА и уравнений его вращения относительно центра масс, кинематических уравнений связи углов и угловых скоростей тангажа, крена и рысканья, и уравнений траектории перемещения центра масс в воздушном пространстве. Кинематические уравнения связи углов и угловых скоростей тангажа, крена и рысканья решаются в направляющих косинусах, позволяющих получать движение вертолета при любом изменении углов [5].

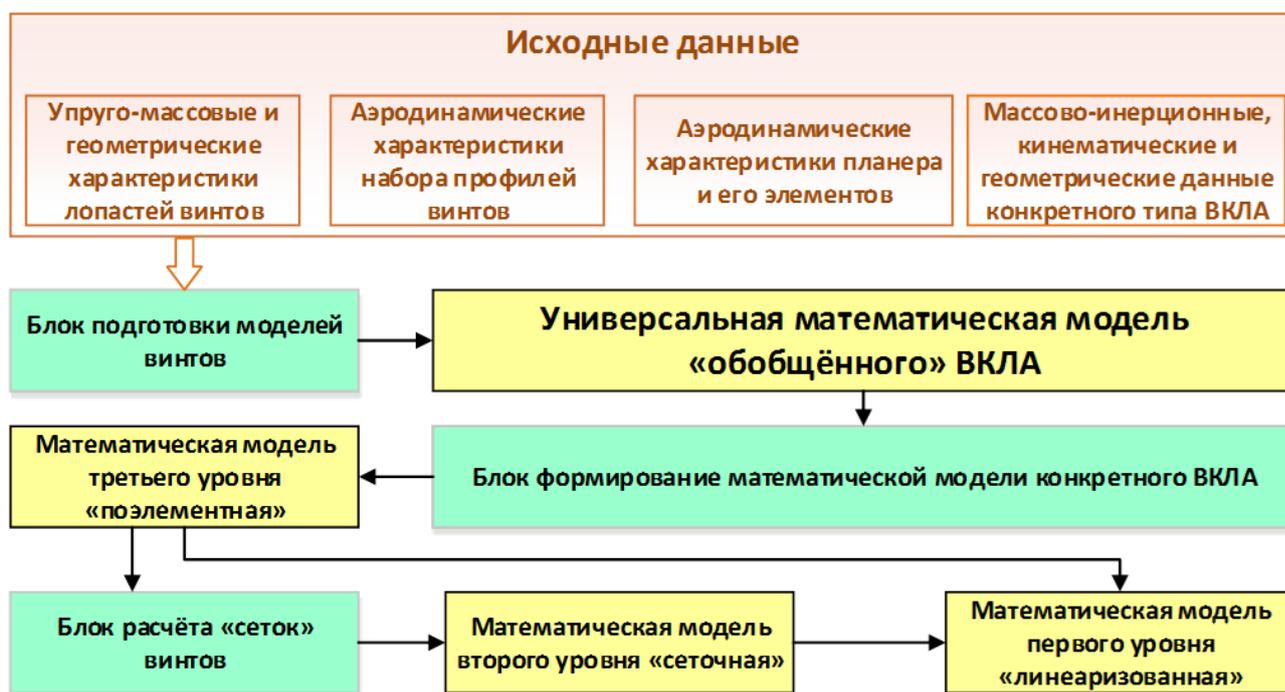


Рис.2 Типы математических моделей

Модели второго и третьего уровней сложности различаются только методиками расчёта характеристик НВ и РВ. Методики расчета характеристик фюзеляжа с крылом

и оперением, кинематики систем управления, струйной системы и двигателей у этих моделей одинаковы [3].

Модели первого уровня сложности основаны на получении линеаризованных уравнений движения ВКЛА путем численного дифференцирования правых частей нелинейных уравнений движения в моделях второго или третьего уровня.

При разработке математических моделей приняты следующие общие допущения:

1. Аэродинамические силы и моменты, действующие на лопастях винтов и элементах конструкции планера, определяются на основе гипотезы плоских сечений и гипотезы стационарности (за исключением оговоренных случаев) [6].

2. Влияние планера на аэродинамические характеристики винтов не учитывается вследствие его малости.

3. Все элементы конструкции ВКЛА (за исключением лопастей винтов и проводки управления в оговоренных случаях) считаются абсолютно жесткими.

4. При определении скоростей, индуцируемых винтами в окружающем пространстве, используются допущения квазилинейной дисковой теории, позволяющей использовать расчетную схему скошенного вихревого цилиндра. Для обеспечения расчета неустановившегося движения ВКЛА, вводится гипотеза квазистационарности, в соответствии с которой полагается, что в каждый момент времени ось вихревого цилиндра прямолинейна, а угол его наклона и скорость сноса вихрей – соответствует данному моменту времени. Данные допущения приемлемы при определении суммарных характеристик винтов.

Особенностью моделей второго и третьего уровней сложности, как следствие большого количества ППГ, является *алгоритм расчета взаимного индуктивного влияния винтов и вычисления скосов* у элементов планера.

Основой алгоритма является определенная последовательность вычислений, соответствующая заданной РС ВКЛА. Первоначально вычисляются силы и моменты нижнего винта в первой ППГ. В зависимости от РС ВКЛА вычисляются скосы от нижнего винта: у верхнего винта в этой же ППГ, скосы у других ППГ и скосы у элементов планера. Далее силы и моменты верхнего винта в ППГ вычисляются с учётом скосов от нижнего, и уточняются скосы у других блоков и элементов планера. Такая же последовательность расчетов повторяется для всех блоков, участвующих в РС ВКЛА. Удовлетворяющее заданной точности решение получается за 3-4 итерации, что не приводит к существенному увеличению затрат машинного времени.

2. Краткое описание методики расчета характеристик винтов для математических моделей второго и третьего уровней сложности

В общем случае составляющие сил и моментов винта, входящие в правые части уравнений движения [3], определяются в правой связанной системе координат ВКЛА следующими зависимостями:

$$\left. \begin{aligned} X_H &= X_1 \cos \varphi_{BT} - (Y_1^* \cos \varepsilon_{BT} - Z_1 \sin \varepsilon_{BT}) \sin \varphi_{BT}, \\ Y_H &= X_1 \sin \varphi_{BT} + (Y_1^* \cos \varepsilon_{BT} - Z_1 \sin \varepsilon_{BT}) \cos \varphi_{BT}, \\ Z_H &= Z_1 \cos \varepsilon_{BT} + Y_1^* \sin \varepsilon_{BT}, \\ M_{XH} &= Z_H y_{BT} - Y_H z_{BT} - (M_{y1}^* \cos \varepsilon_{BT} - M_{z1}^* \sin \varepsilon_{BT}) \sin \varphi_{BT} + M_{x1} \cos \varphi_{BT}, \\ M_{YH} &= X_H z_{BT} - Z_H x_{BT} + (M_{y1}^* \cos \varepsilon_{BT} - M_{z1}^* \sin \varepsilon_{BT}) \cos \varphi_{BT} + M_{x1} \sin \varphi_{BT}, \\ M_{ZH} &= -X_H y_{BT} + Y_H x_{BT} + M_{z1}^* \cos \varepsilon_{BT} + M_{y1}^* \sin \varepsilon_{BT}, \\ M_{y1}^* &= M_K^*, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $\varphi_{\text{вг}}$, $\varepsilon_{\text{вг}}$ – угол соответственно продольного и бокового заклинения вала винта; X_1 , Y_1^* , Z_1 , M_{x1} , M_{y1}^* , M_{z1}^* – компоненты сил и моментов винта в его связанной системе координат. В (1) звездочкой отмечены аэродинамические характеристики, в которых с помощью экспериментальных зависимостей учтены различные факторы. Например, влияние близости подстилающей экранирующей поверхности (площадки ограниченных размеров или земли), особенность работы НВ на режиме «вихревого кольца» [7] и РВ на режиме неуправляемого «левого вращения» [8] и др. Это позволяет проводить расчетные исследования различных конструкций винтов [9], [10], в том числе и наклоненного рулевого винта [11]. Сказанное также существенно расширяет возможности пилотажных стендов при использовании на них моделей второго уровня сложности [12], [13].

2.1. Математические модели третьего уровня

Математическая модель третьего уровня является наиболее сложной, поскольку основана на непосредственном расчете движения упругих лопастей.

В общем случае движения ВКЛА расчет характеристик винта может проводиться с учетом изгибных деформаций лопасти в двух плоскостях и ее крутильных деформаций, а также с учетом упругости проводки управления. Аэродинамические силы и моменты, действующие на лопастях винтов, определяются с учетом нестационарных характеристик профиля и условий крепления лопастей к втулке: шарнирного или жесткого.

Движение всех лопастей определяется на основе идентичных уравнений движения упругой лопасти с соответствующим изменением возбуждающих нагрузок и граничных условий. При этом разрешающая система уравнений является системой дифференциальных уравнений в частных производных 4-го порядка. Вынужденные колебания системы определяются как решение задачи Коши. Преобразование указанной системы уравнений к системе обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений проводится методом заданных форм [3].

Силы и моменты, действующие на втулку несущего винта от одной лопасти, вычисляются интегрированием погонных нагрузок по радиусу лопасти:

$$\begin{aligned} T_l &= \int_0^R R_{yl} dr, & X_l &= \int_0^R R_{xl} dr, & Z_l &= \int_0^R R_{zl} dr, \\ M_{yl} &= \int_0^R (zR_{xl} - xR_{zl}) dr, & M_{zl} &= \int_0^R (xR_{yl} - yR_{xl}) dr, & M_{xl} &= \int_0^R (yR_{zl} - zR_{yl}) dr, \end{aligned} \quad (2)$$

где R_{xl}, R_{yl}, R_{zl} – погонные нагрузки на элементе лопасти; x, y, z – координаты элемента лопасти; R – радиус лопасти.

Мгновенные силы и моменты на винте определяются суммированием по всем лопастям.

$$\begin{aligned} X_1^m &= - \sum_{n=1}^{k_l} (Z_{ln} \cos \psi_{ln} - X_{ln} \sin \psi_{ln}), & M_{x1}^m &= \mp \sum_{n=1}^{k_l} (M_{xln} \sin \psi_{ln} - M_{zln} \cos \psi_{ln}), \\ Y_1^m &= \sum_{n=1}^{k_l} T_{ln}, & M_{y1}^m &= \mp \sum_{n=1}^{k_l} M_{yln}, \\ Z_1^m &= \mp \sum_{n=1}^{k_l} (X_{ln} \cos \psi_{ln} + Z_{ln} \sin \psi_{ln}), & M_{z1}^m &= \sum_{n=1}^{k_l} (M_{xln} \cos \psi_{ln} + M_{zln} \sin \psi_{ln}), \end{aligned} \quad (3)$$

где k_l – количество лопастей винта; ψ_{ln} – азимут n -ой лопасти.

Величины средних сил и моментов на винте (за один оборот винта) определяются интегрированием величин мгновенных сил и моментов по азимуту.

Одновременно с решением уравнений движения ВКЛА определяются перемещения и деформации лопастей, внутренние усилия в лопастях и шарнирные моменты. При этом не ставится задача точного расчета местных особенностей напряжений на лопасти, как, например, в задачах по прочности с использованием метода конечных элементов. Главной задачей является определение интегральных характеристик (суммарных сил и моментов на каждой лопасти и на винте в целом, шарнирных моментов и перемещений концов лопастей) с необходимой точностью за относительно небольшое время.

Модели этого типа требуют большой подготовительной работы, длительного времени счета и поэтому используются в основном для исследования аэроупругих характеристик лопастей на установившихся или относительно кратковременных маневрах ВКЛА, включая предельные.

Расчётная модель механики винта, методика определения скоростей и ускорений элемента упругой лопасти, методика подготовки исходной информации и сама методика определения аэродинамических и аэроупругих характеристик винтов подробно изложены в работах [14] - [18]. Подробный вывод уравнений движения упругой лопасти на режимах установившегося прямолинейного полета также рассмотрена в работах других авторов [19] [20].

2.2. Математические модели второго уровня

В математических моделях второго уровня сложности суммарные аэродинамические характеристики винта представляются набором зависимостей сил и моментов и их производных от трех параметров (так называемых сеток): относительной скорости полета $\bar{V} = V/(\omega R)$, угла атаки эквивалентного винта $\alpha_{\text{Э}}$ и угла общего шага винта φ_0 . Эти зависимости получаются из моделей третьего уровня.

В случае шарнирно или упруго-закрепленных лопастей используется модифицированная теория эквивалентного винта (ЭВ) [3], которая, как и классическая теория ЭВ при аэродинамическом расчете рассматривает шарнирный винт с переменным по азимуту углом установки лопастей, как винт с постоянным по азимуту углом установки лопастей φ_0 , но с другим углом атаки $\alpha_{\text{Э}}$. При использовании модифицированной теории для ЭВ вычисляются сетки сил и моментов типа $F_{i\text{ЭВ}} = f_i(\bar{V}, \alpha_{\text{Э}}, \varphi_0, \omega_x, \omega_z, \omega_H)$, где $\omega_x, \omega_z, \omega_H$ – угловые скорости вращения винта в его связанной системе координат, на основе которых определяются все аэродинамические характеристики ЭВ, которые затем пересчитываются в связанную систему координат винта.

Следует отметить, что теория ЭВ напрямую неприменима для расчета винтов с жестко закрепленными лопастями при наличии тарелки автомата перекоса. В этом случае, в отличие от теории [3], расчет функций $F_{i\text{ЭВ}}$ выполняется более сложно $F_{i\text{ЭВ}} = f_i(\bar{V}, \alpha_{\text{В}}, \varphi_0, \omega_x, \omega_z, \omega_H, \kappa, \eta)$, то есть дополнительно вычисляются эффективности продольного и поперечного управления, что позволяет строить «сетки» для расчета «жестких» винтов с тарелкой автомата-перекоса. Кроме того, поскольку в теории ЭВ

отсутствует угол скольжения, то выполняется пересчет аэродинамических характеристик винта из его связанной системы координат в связанную систему координат ВКЛА.

3. Подготовка исходных данных для математических моделей движения ВКЛА

За предыдущие годы в ЦАГИ разработано более 30 моделей второго и третьего уровня ВКЛА различных схем. Накоплен большой массив исходных данных, который может использоваться для проведения поисковых расчётных исследований. Массив исходных данных разделён на независимые группы:

- 1) аэродинамические характеристики профилей для винтов ППГ;
- 2) аэродинамическая компоновка лопастей винтов из различных профилей;
- 3) геометрические и упруго-массовые характеристики лопасти;
- 4) геометрические/кинематические и упруго-массовые характеристики втулок;
- 5) геометрические, инерционно-массовые и аэродинамические характеристики фюзеляжей;
- 6) геометрические и аэродинамические характеристики крыльев и оперения;
- 7) кинематические схемы систем управления;
- 8) высотно-климатические и дроссельные характеристики двигателей.

Группы исходных данных с 1 по 4 в моделях второго уровня сложности заменяются зависимостями коэффициентов сил и моментов от параметров движения и управления (сетками), составляющими отдельную группу исходных данных.

Разработан редактор подготовки исходных данных для моделей второго и третьего уровней, имеющий функции их хранения/накопления и редактирования.

Кратко рассмотрим интерфейс редактора на примере формирования математической модели второго уровня движения ВКЛА с поворотными винтами. В данном случае РС ВКЛА является схема с поперечным расположением двух подъёмно-пропульсивных групп из несуще-тянущих винтов (рис. 3), способных поворачиваться из вертолетной конфигурации в самолетную, и рулевым устройством типа «Руль направления».

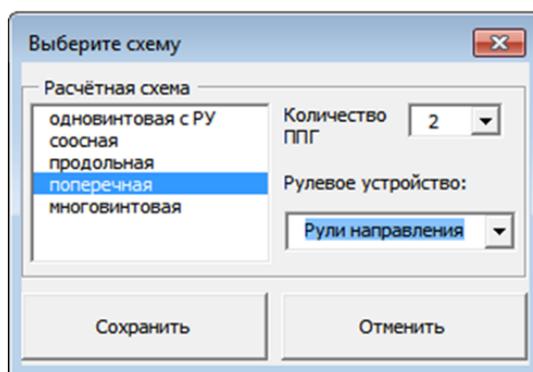


Рис. 3. Выбор расчетной схемы ВКЛА

В набор исходных данных также включены (рис. 4 и рис. 5): фюзеляж ВКЛА; крыло с закрылками и элеронами; киль с рулем направления и стабилизатор с рулем высоты.

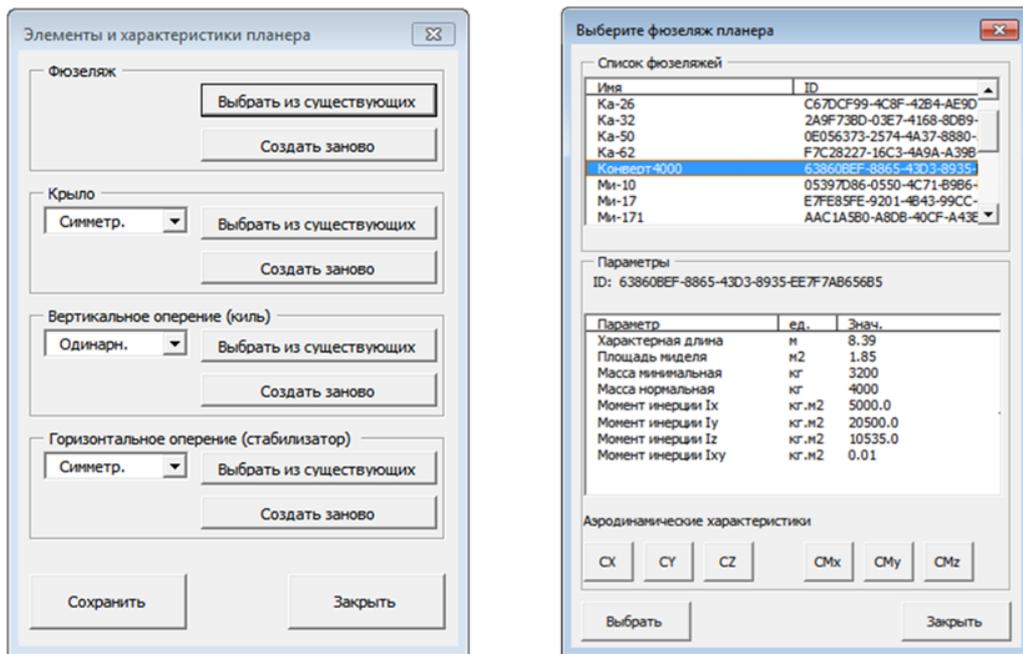


Рис. 4. Выбор планера и фюзеляжа ВКЛА

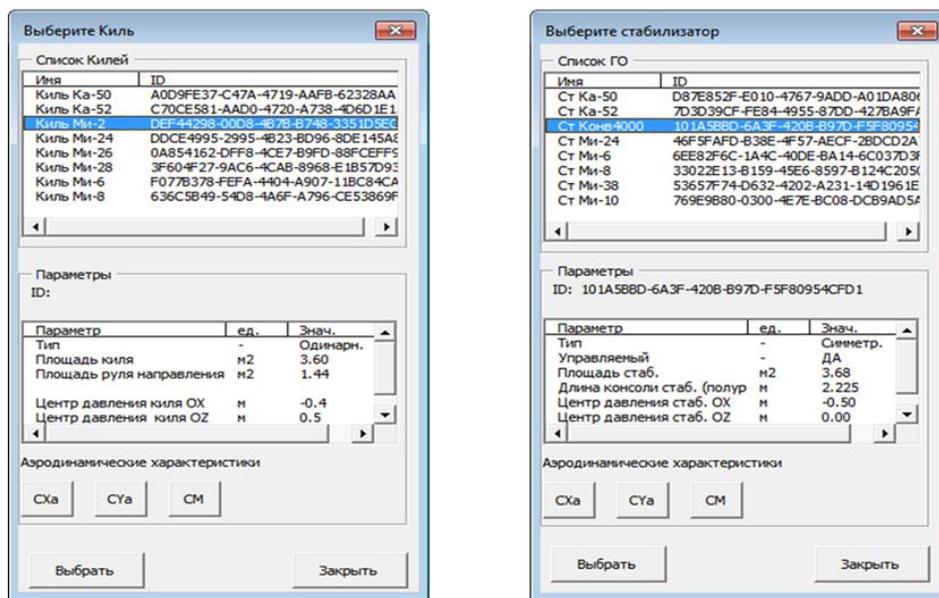


Рис. 5. Выбор киля и стабилизатора ВКЛА

4. Тестирование методики расчета характеристик винтов

4.1. Модели второго уровня сложности

Для тестирования математической модели второго уровня сложности были проведены расчеты балансировки и возмущенного движения вертолетов.

На рис. 6 приведено сопоставление данных летных испытаний и расчетных (сплошные линии) балансировочных значений общего шага НВ $\varphi_{\text{ош}}$ и шага РВ $\varphi_{\text{рв}}$ вертолета Ми-8МТВ на режимах горизонтального полета, набора высоты на номинальной мощности двигателей и снижении на авторотации.

На рис. 7 показано сравнение расчетных (сплошные линии) балансировочных значений угла тангажа ϑ и продольного положения автомата перекоса δ_v с данными летных испытаний вертолета Ка-32 с разными величинами продольной центровки X_T в горизонтальном полете. В правой части рис. 7 показано сопоставление аналогичных данных для дифференциального общего шага $\Delta\varphi_{\text{дош}}$ при полете боком.

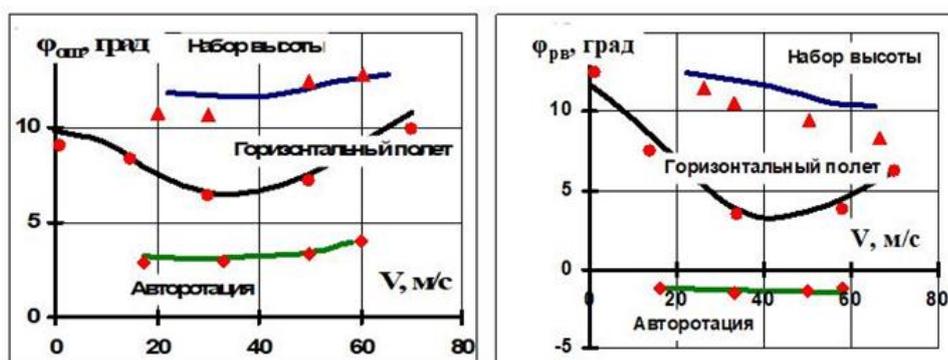


Рис.6. Экспериментальные и расчетные балансировочные характеристики вертолета Ми-8МТВ по общему шагу несущего и рулевого винтов

На рис.8 приведено сопоставление расчетной (сплошные линии) и полученной в летных испытаниях динамической реакции параметров движения вертолета Ми-8 в горизонтальном полете на скорости 180 км/час на типовое управляющее воздействие по каналу направления.

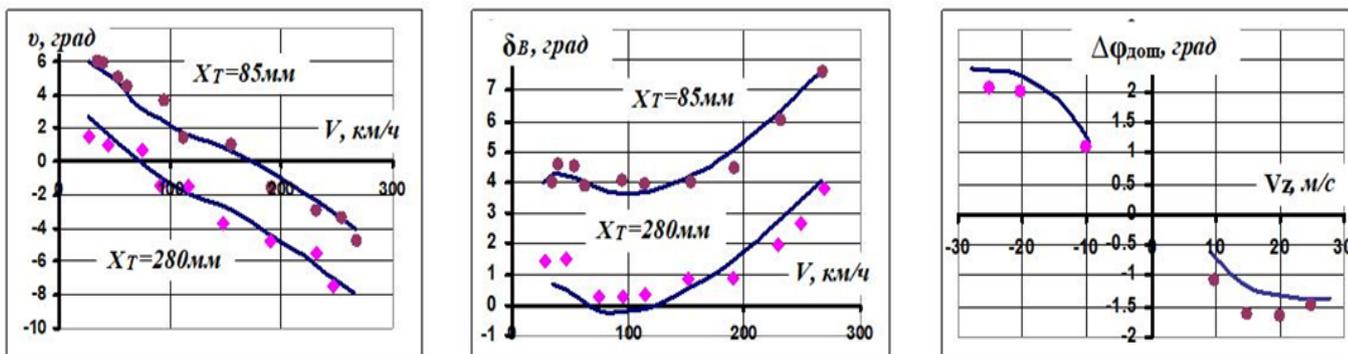


Рис.7. Экспериментальные и расчетные балансировочные характеристики вертолета Ка-32 по углу тангажа, продольному положению автомата перекоса и дифференциальному общему шагу.

Анализ приведенных данных свидетельствует об удовлетворительном соответствии расчетных и экспериментальных величин.

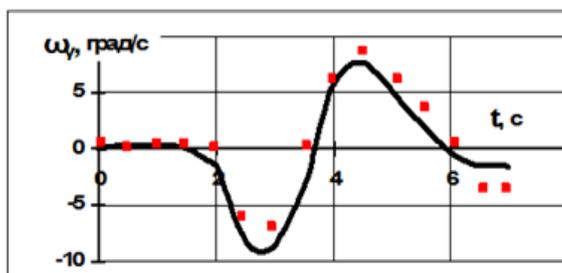
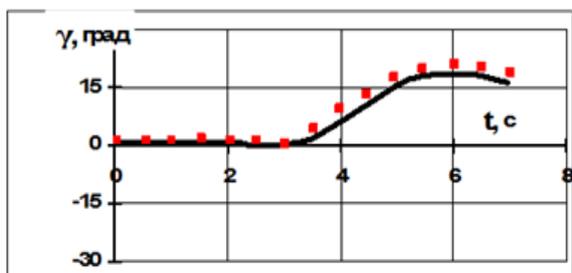
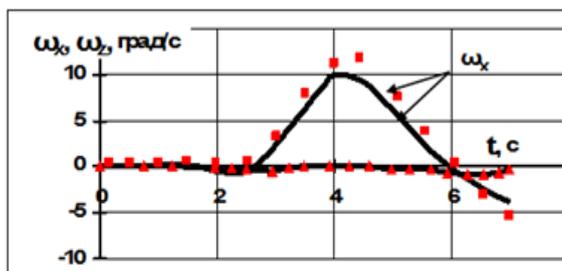
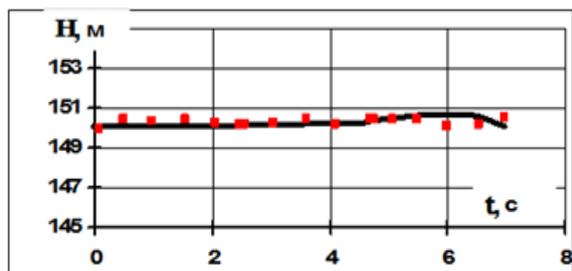
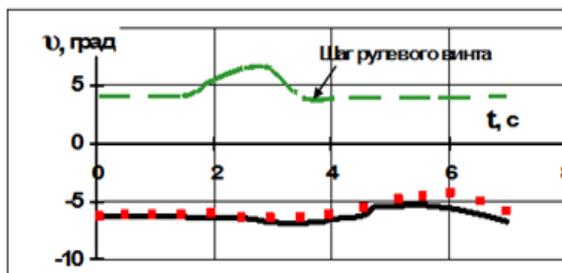
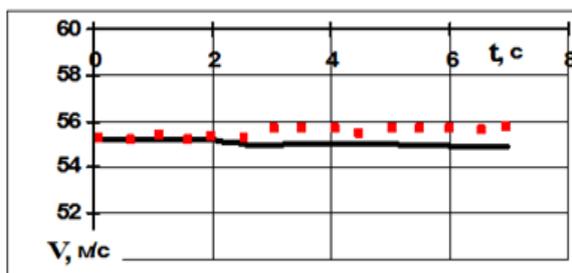
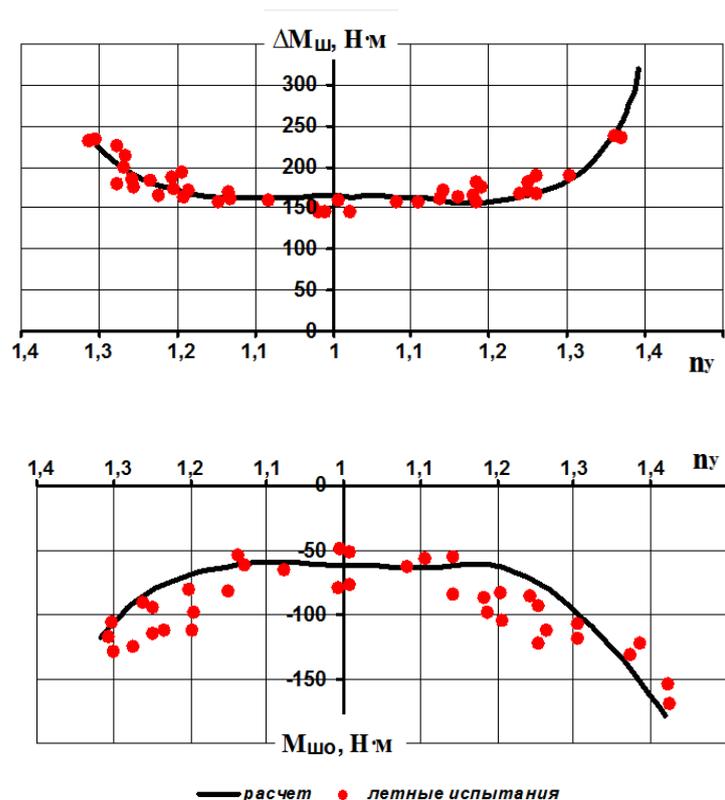


Рис.8. Экспериментальная и расчетная динамическая реакция параметров движения вертолета Ми-8 на управляющее воздействие по каналу направления

4.2. Модели третьего уровня сложности

Тестирование математической модели третьего уровня сложности было выполнено с использованием данных летных исследований вертолета Ми-2 массой 3600 кг при средней центровке. На рис. 9 приведено сопоставление расчетных и экспериментальных значений постоянной $M_{ш0}$ и переменной $\Delta M_{ш}$ частей шарнирного момента лопастей НВ по вертикальной перегрузке при выполнении установившихся виражей с углами крена до $\pm 40^\circ$ на скорости 170 км/ч.



левый вираж

правый вираж

Рис.9. Расчетные и экспериментальные значения постоянной и переменной частей шарнирного момента лопастей несущего винта по вертикальной перегрузке

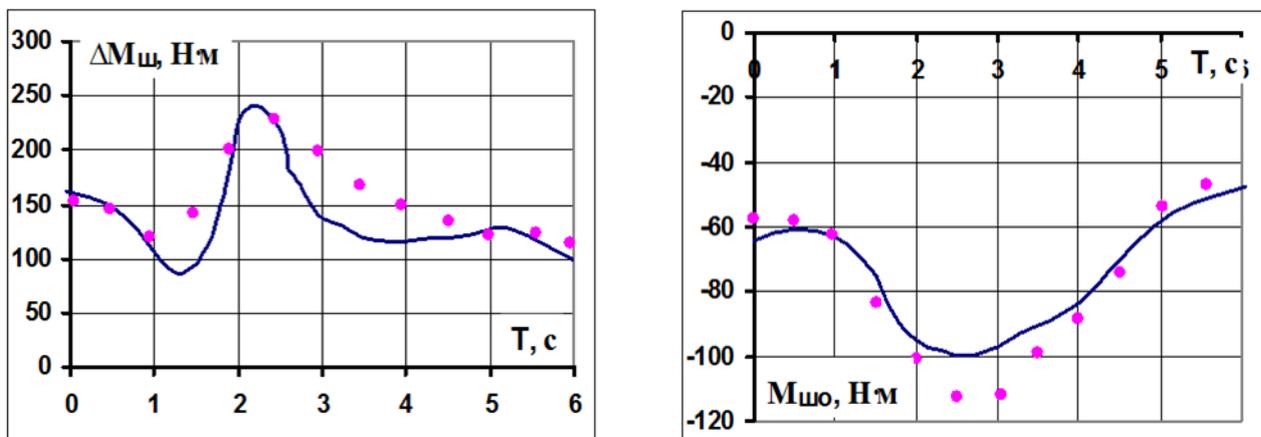


Рис.10. Расчетные и экспериментальные значения постоянной и переменной частей шарнирного момента лопастей несущего винта по времени.

Для неустановившегося движения – был выбран маневр «горка» при скорости входа 170 км/час. На рис.10 показано изменение $M_{ш0}$ и $\Delta M_{ш}$ по времени при выполнении горки. Приведенные примеры расчетов свидетельствуют о приемлемой точности разработанных математических моделей третьего уровня при расчете аэроупругих характеристик несущего винта.

Выводы

Большое количество решаемых задач динамики полёта ВКЛА, разнообразие конструктивных схем потребовало классификации типов математических моделей полёта и создание модели движения «обобщенного» ВКЛА и банка исходных данных. Это позволило в зависимости от решаемой задачи и конструкции конкретного ВКЛА достаточно быстро сформировать его математическую модель движения на основе

выбранной расчётной схемы и подготовленных исходных данных, что существенно облегчило решение практических задач. Хорошим соответствием расчётных данных и данных лётных испытаний вертолётных классических схем подтверждена адекватность применённых методик.

Список источников

1. Аполлонов Д.В., Бибикова К.И., Гаврилова А.В., Шибает В.М. Разработка алгоритмов автоматического завершения полета вертолета в чрезвычайной ситуации // Труды МАИ. 2021. № 120. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=16143>. DOI: [10.34759/trd-2021-120-16](https://doi.org/10.34759/trd-2021-120-16)
2. Аполлонов Д.В., Бибикова К.И., Шибает В.М., Гаврилова А.В. Выбор архитектуры системы автоматического управления преобразуемого беспилотного летательного аппарата – «конвертоплана» // Труды МАИ. 2021. № 121. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=162672>. DOI: [10.34759/trd-2021-121-25](https://doi.org/10.34759/trd-2021-121-25)
3. Леонтьев В.А., Аникин В.А., Новак В.Н. Универсальная программа расчета динамики полета вертолета // Труды V форума Российского вертолетного общества (20-21 февраля 2002). - М.: Изд-во МАИ, 2002. С. 97-114.
4. Шилов А.А. Общие уравнения движения летательного аппарата, не имеющие особых точек // Труды ЦАГИ. 1962. Вып. 850. 10 с.
5. Шилов А.А. Оптимальная коррекция матрицы направляющих косинусов при расчетах вращения твердого тела // Ученые записки ЦАГИ. 1977. Т. VIII, № 5. С. 137-139.

6. Баскин В.Э., Вильдгрубе Л.С., Вожаев Е.С., Майкапар Г.И. Теория несущего винта. - М.: Машиностроение, 1973. - 364 с.
7. Браверман А.С., Вайнтруб А.П. Динамика вертолета. Предельные режимы полета. – М.: Машиностроение, 1988. - 280 с.
8. Krymsky V., Animitsa V., Borisov E., Leontiev V. Rubinshtein M. Simulation of uncontrollable (spontaneous) rotation on a helicopter flight simulator // 45th European Rotorcraft Forum - 2019, Warsaw, Poland, 17-20 September 2019. P. 1236-1241.
9. Борисов Е.А., Леонтьев В.А., Новак В.Н. Анализ особенностей работы несущего винта с отрицательным выносом горизонтальных шарниров // Труды МАИ. 2017. № 95. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=84476>
10. Головкин М.А., Кочиш С.И., Крицкий Б.С. Методика расчета аэродинамических характеристик комбинированной несущей системы летательного аппарата // Труды МАИ. 2012. № 55. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=30023>
11. Адаева С.Я., Анимца В.А., Леонтьев В.А. Предварительная оценка эффективности нового технического решения для одновинтовых вертолетов с рулевым винтом // Ученые записки ЦАГИ. 2022. № 6. С. 27-52.
12. Борисов Е.А., Леонтьев В.А., Рубинштейн М.А., Русаков И.В. Новый вертолетный пилотажный стенд ЦАГИ ВПС-5 // Труды МАИ. 2018. № 99. URL: <https://trymai.ru/published.php?ID=91924>
13. Леонтьев В.А., Володко А.М., Рубинштейн М.А. Моделирование полета вертолета на тренажере и пилотажном стенде // Международная конференция

«Тренажерные технологии и обучение»: тезисы докладов. - Жуковский: Изд-во ЦАГИ, 2001. С. 26-27.

14. Леонтьев В.А. Метод определения скоростей и ускорений элемента упругой лопасти несущего винта в общем случае движения // Известия вузов. Авиационная техника. 2010. № 1. С. 27-30.

15. Леонтьев В.А. Метод решения уравнений движения упругих лопастей вертолетных винтов в общем случае движения // Ученые записки ЦАГИ. 2010. Т. ХLI, № 5. С. 67-80.

16. Леонтьев В.А., Дейнега Е.П. Методика подготовки исходной информации для расчета движения упругой лопасти несущего винта вертолета // Труды ЦАГИ. 1979. Вып. 2023. 17 с.

17. Бурцев Б.Н. Метод расчета нагрузок на лопастях и в системе управления соосных несущих винтов вертолета // Всесоюзная конференция «Современные проблемы строительной механики и прочности летательных аппаратов» (Москва, 19-21 октября 1983): тезисы докладов. – М.: МАИ, 1983. - 168 с.

18. Белоцерковский С.М., Локтев Б.Е., Ништ М.И. Исследование на ЭВМ аэродинамических и аэроупругих характеристик винтов вертолетов. - М.: Машиностроение, 1992. - 219 с.

19. Вершков В.А., Крицкий Б.С., Махнёв М.С., Миргазов Р.М., Требунских Т.В. Сравнение результатов численного моделирования обтекания несущего винта в различных пакетах программ // Труды МАИ. 2016. № 89. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=72704>

20. Вождаев В.С. Аналитический метод учёта упругости лопастей в задаче аэродинамического расчёта несущего винта вертолётa // Ученые записки ЦАГИ. 1984. Т. XV, № 5. С. 1-14.

References

1. Apollonov D.V., Bibikova K.I., Gavrilova A.V., Shibaev V.M. Issues of choosing the architecture of the automatic control system of a convertible unmanned aerial vehicle – a tiltrotor. *Trudy MAI*. 2021. No. 120. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=16143>. DOI: [10.34759/trd-2021-120-16](https://doi.org/10.34759/trd-2021-120-16)
2. Apollonov D.V., Bibikova K.I., Shibaev V.M., Gavrilova A.V. Choosing the architecture of the automatic control system of a convertible unmanned aerial vehicle – a tiltrotor. *Trudy MAI*. 2021. No. 121. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=162672>. DOI: [10.34759/trd-2021-121-25](https://doi.org/10.34759/trd-2021-121-25)
3. Leont'ev V.A., Anikin V.A., Novak V.N. Universal program for calculating helicopter flight dynamics. *Trudy V foruma Rossiiskogo vertoletnogo obshchestva*. Moscow: Izd-vo MAI Publ., 2002. P. 97-114.
4. Shilov A.A. General equations of motion of an aircraft that do not have singular points. *Trudy TSAGI*. 1962. No. 850. 10 p. (In Russ.)
5. Shilov A.A. Optimal Correction of Direction Cosine Matrix in Rigid Body Rotation Calculations. *Uchenye zapiski TSAGI*. 1977. V. VIII, No. 5. P. 137-139. (In Russ.)
6. Baskin V.E., Vil'dgrube L.S., Vozhdaev E.S., Maikapar G.I. *Teoriya nesushchego vinta* (Rotor theory). Moscow: Mashinostroenie Publ., 1973. 364 p.

7. Braverman A.S., Vaintrub A.P. *Dinamika vertoleta. Predel'nye rezhimy poleta.* (Helicopter Dynamics. Limiting modes of flight). Moscow: Mashinostroenie Publ., 1988. 280 p.
8. Krymsky V., Animitsa V., Borisov E., Leontiev V. Rubinshtein M. Simulation of uncontrollable (spontaneous) rotation on a helicopter flight simulator. *45th European Rotorcraft Forum - 2019*, Warsaw, Poland, 17-20 September 2019. P. 1236-1241.
9. Borisov E.A., Leont'ev V.A., Novak V.N. Analysis of the features of the main rotor with negative offset of the flapping hinge. *Trudy MAI*. 2017. No. 95. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=84476>
10. Golovkin M.A., Kochish S.I., Kritskii B.S. Calculation procedure of aerodynamic characteristics of the combined carrying system of the aircraft. *Trudy MAI*. 2012. No. 55. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=30023>
11. Adaeva S.Ya., Animitsa V.A., Leont'ev V.A. Preliminary assessment of the effectiveness of a new technical solution for single-rotor helicopters with a tail rotor. *Uchenye zapiski TSAGI*. 2022. No. 6. P. 27-52. (In Russ.)
12. Borisov E.A., Leont'ev V.A., Rubinshtein M.A., Rusakov I.V. The new TsAGI research helicopter simulator VPS-5. *Trudy MAI*. 2018. No. 99. (In Russ.). URL: <https://trymai.ru/eng/published.php?ID=91924>
13. Leont'ev V.A., Volodko A.M., Rubinshtein M.A. Simulation of helicopter flight on a simulator and flight stand. *Mezhdunarodnaya konferentsiya «Trenazhernye tekhnologii i obuchenie»*: tezisy dokladov. Zhukovskii: Izd-vo TSAGI Publ., 2001. P. 26-27.

14. Leont'ev V.A. Method for determining the speeds and accelerations of an element of an elastic rotor blade in the general case of motion. *Izvestiya vuzov. Aviatsionnaya tekhnika*. 2010. No. 1. P. 27-30. (In Russ.)
15. Leont'ev V.A. Method for solving the equations of motion of elastic blades of helicopter propellers in the general case of motion. *Uchenye zapiski TSAGI*. 2010. V. XLI, No. 5. P. 67-80. (In Russ.)
16. Leont'ev V.A., Deinega E.P. Methodology for preparing initial information for calculating the movement of an elastic blade of a helicopter main rotor. *Trudy TSAGI*. 1979. No. 2023. 17 p. (In Russ.)
17. Burtsev B.N. Method for calculating loads on blades and in the control system of coaxial helicopter rotors. *Vsesoyuznaya konferentsiya «Sovremennye problemy stroitel'noi mekhaniki i prochnosti letatel'nykh apparatov»*: tezisy dokladov. Moscow: MAI Publ., 1983. 168 p.
18. Belotserkovskii S.M., Loktev B.E., Nisht M.I. *Issledovanie na EVM aerodinamicheskikh i aerouprugikh kharakteristik vintov vertoletov* (Computer-aided study of aerodynamic and aeroelastic characteristics of helicopter propellers). Moscow: Mashinostroenie Publ., 1992. 219 p.
19. Vershkov V.A., Kritskii B.S., Makhnev M.S., Mirgazov R.M., Trebunskikh T.V. Comparison of the results of numerical simulation of flow around the helicopter rotor in a variety of software. *Trudy MAI*. 2016. No. 89. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=72704>

20. Vozhdaev V.S. Analytical method for accounting for blade elasticity in the problem of aerodynamic calculation of a helicopter rotor. *Uchenye zapiski TSAGI*. 1984. V. XV, No. 5. P. 1-14. (In Russ.)

Статья поступила в редакцию 14.11.2024

Одобрена после рецензирования 26.05.2025

Принята к публикации 25.06.2025

The article was submitted on 14.11.2024; approved after reviewing on 26.05.2025; accepted for publication on 25.06.2025