

На правах рукописи



Бу Виет Чунг

**ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ КОМПОНЕНТЫ  
ПАРАМЕТРОВ ВРАЩЕНИЯ ЗЕМЛИ И ИХ  
ПРИМЕНЕНИЕ В ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧАХ**

Специальность 01.02.01 – Теоретическая механика

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 2013

Работа выполнена на кафедре «Теоретическая механика» Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)».

**Научный руководитель:**

*кандидат физико-математических наук, доцент кафедры  
«Теоретическая механика» Московского авиационного института  
(национального исследовательского университета)*

**ПЕРЕПЁЛКИН Вадим Владимирович**

**Официальные оппоненты:**

*доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой  
«Теоретическая механика» Российского университета дружбы народов*

**МУХАРЛЯМОВ Роберт Гарабшевич**

*кандидат физико-математических наук, доцент, профессор кафедры  
«Высшая математика» Московского автомобильно-  
дорожного государственного технического университета*

**ЗЛЕНКО Александр Афанасьевич**

**Ведущая организация:**

*Институт астрономии Российской академии наук.*

Защита состоится **13 декабря 2013 г. в 12<sup>00</sup> часов** на заседании диссертационного совета Д 212.125.14 при Московском авиационном институте (национальном исследовательском университете), расположенном по адресу: 125993, Москва А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, 4.

С диссертацией можно ознакомиться в научно-технической библиотеке ФГБОУ ВПО Московского авиационного института (национального исследовательского университета).

Автореферат разослан **08 ноября 2013 г.**

Ученый секретарь

диссертационного совета,

*к.ф.-м.н., доцент*



**Гидасов В. Ю.**

## Общая характеристика работы

**Актуальность темы исследования.** При решении современных задач астрометрии, геофизики и навигации существенное значение может иметь фундаментальная модель вращательно-колебательного движения Земли, адекватная данным наблюдений и измерений Международной службы вращения Земли (МСВЗ). Высокоточные данные измерений параметров вращения Земли (ПВЗ) свидетельствуют о весьма сложных динамических процессах, происходящих в системе «Земля-Луна-Солнце».

В связи с развитием навигационных спутниковых систем актуальным является достижение высоких точностей координатно-временного и навигационного обеспечения наземных (стационарных и подвижных), а также движущихся в околоземном пространстве объектов. Без знания ПВЗ невозможна высокоточная навигация.

Значительным вкладом в развитие теории движения Земли относительно центра масс является исследование Л. Эйлера (1765), определившего 305-суточный период свободной нутации для твердой Земли и модель С. Чандлера (1891), обнаружившего из многочисленных наблюдений изменчивость широт обсерваторий с двумя периодическими компонентами в движении полюса - 365 и 430-440 звездных суток. Существенное отличие чандлеровского периода от предписываемого классической теорией твердого тела (периода Эйлера 305 суток для недеформируемой фигуры Земли) потребовало дальнейшего научного объяснения. Оно было предпринято и частично осуществлено на основе модели деформируемой Земли в исследованиях С. Ньюкомба, Г. Джеффриса, А. Лява, У. Манка и Г. Макдональда, Я. Вондрака, Ф.А. Слудского, М.С. Молоденского и многих других.

Небесномеханическая модель вращательно-колебательных движений Земли может быть использована для анализа динамики и прогноза геофизических процессов планетарного масштаба (глобальной составляющей сейсмического процесса, момента импульса атмосферы, Южного колебания, Эль-Ниньо). Знание временных изменений момента импульса атмосферы необходимо для

корректировки астрометрических и геодезических наблюдений. Построение динамической модели сейсмической активности Земли является одной из наиболее важных проблем современного естествознания. Главная трудность в построении такой модели состоит в чрезвычайной сложности структуры Земли. Анализ современных представлений о сейсмичности Земли указывает на ее глобальный характер. Поэтому остается актуальным изучение корреляций между ПВЗ и глобальной составляющей сейсмического процесса.

В этой связи решаемые в диссертационной работе задачи моделирования вращательно-колебательного движения Земли и их приложения являются **актуальными**.

**Цели и задачи диссертационной работы:** Целью диссертации является исследование динамических моделей вращательно-колебательного движения Земли, адекватных данным наблюдений и измерений МСВЗ, и их применение для решения прикладных задач.

Для достижения поставленных целей были решены следующие задачи:

1. Разработан алгоритм интерполяции и прогноза математических моделей вращательно-колебательного движения Земли на месячных и внутригодовых интервалах времени;
2. Проведена сравнительная оценка прогнозов возмущенного движения земного полюса на коротком интервале времени (15-40 суток);
3. Разработан алгоритм пересчета вектора состояния (координаты и скорости) и прогноза эфемерид космического аппарата (КА) с учетом ПВЗ;
4. Реализован переход от земной системы координат к небесной и обратно с учетом ПВЗ на базе построенных динамических моделей;
5. Проведены моделирование и анализ осевого вращения Земли и вариации аксиальной компоненты момента импульса атмосферы  $h_3$  на внутригодовых и внутрисуточных интервалах времени;
6. Построена корреляционная модель ПВЗ с глобальной составляющей сейсмического процесса.

**Научная новизна:**

Научная новизна диссертации заключается в следующем:

1. На основе небесномеханической модели вращательно-колебательного движения Земли, адекватной данным наблюдений и измерений МСВЗ, разработаны алгоритмы прогнозирования ПВЗ на месячных и внутригодовых интервалах времени;
2. На базе полученных динамических уравнений проведено моделирование колебательного движения полюса на коротком интервале времени с различным количеством неизвестных коэффициентов. Показано, что малопараметрическая модель дает надежный прогноз на требуемом интервале времени;
3. Выписаны дифференциальные уравнения движения спутника на основе разработанных динамических моделей ПВЗ. Показано, что использованные математические модели ПВЗ и разработанные алгоритмы непосредственного их учета на основе данных МСВЗ позволяют продлить интервал и увеличить точность прогнозирования эфемерид спутника;
4. Предложен алгоритм реализации перехода от земной системы координат к небесной и обратно с учетом ПВЗ, вычисляемых по разработанным моделям;
5. Проведено моделирование  $h_3$  на различных интервалах времени согласно данным NCEP/NCAR в соответствии с моделью осевого вращения Земли, адекватной данным МСВЗ. Найдена существенная корреляция нестационарных колебаний в ПВЗ с глобальной составляющей сейсмического процесса.

**Теоретическая и практическая значимость:** Результаты, изложенные в диссертации, могут быть использованы для астрометрических, геодезических, геофизических задач и позволяют теоретически получить общее представление о роли ПВЗ в задаче координатно-временного обеспечения навигационных спутников, оценить влияние ПВЗ на их орбитальное движение. Вариации скорости вращения Земли позволяют определять глобальную составляющую момента импульса атмосферы на интервалах времени от нескольких суток до нескольких лет. Анализ данных наблюдений показывает, что изменение момента импульса атмосферы происходит синфазно с внутригодовыми флуктуация-

ми скорости вращения Земли и длительности суток, измеряемыми МСВЗ. Этот вывод позволяет использовать динамическую модель вращательного движения Земли для построения прогноза глобальной составляющей момента импульса атмосферы. Практический аспект диссертации также связан с прогностическими задачами, в том числе с прогнозом землетрясений, которые происходят в переменном поле напряжений, создаваемом неравномерным вращением Земли.

**Методология и методы исследования:** Теоретическое моделирование колебательно-вращательных движений Земли, адекватное данным наблюдений и измерений МСВЗ, проводится с помощью приближенных методов нелинейной механики в сочетании с численным экспериментом. Модель вращательно-колебательного процесса земного полюса основана на учете гравитационно-приливных моментов сил от Солнца и Луны. Моделирование (интерполяция и прогноз) с высокой точностью вращательно-колебательного движения Земли, адекватного наблюдениям и измерениям МСВЗ, и аксиальной компоненты момента импульса атмосферы проводится с помощью метода наименьших квадратов (МНК). При составлении дифференциальных уравнений орбитального движения спутника были применены аналитические методы небесной механики, их решение осуществляется с помощью методов численного интегрирования (метод Рунге-Кутты 4-5 порядков, метод Адамса).

**Положения, выносимые на защиту:** На защиту выносятся следующие положения:

1. Проведено моделирование колебательного движения земного полюса и неравномерности осевого вращения Земли на основе динамических моделей, адекватных данным наблюдений и измерений МСВЗ, на различных интервалах времени (от нескольких суток до нескольких лет) с высокой точностью;
2. Получен высокоточный прогноз движения земного полюса на коротком интервале времени (в пределах 15-40 суток). Сравнительная оценка результатов моделирования по приведенному алгоритму позволяет утверждать, что малопараметрическая модель дает надежный прогноз на этом интервале времени;

3. Результаты численного моделирования согласно алгоритму прогноза эфемерид спутника с учетом вращательно-колебательного движения Земли показывают, что модели ПВЗ позволяют продлить интервал времени и увеличить точность прогнозирования эфемерид спутника в задаче координатно-временного обеспечения навигационных систем;
4. Сравнение и сопоставление процесса моделирования приливной неравномерности вращения Земли и колебаний глобальной составляющей момента импульса атмосферы на основе метеоданных NCEP/NCAR позволяет сделать вывод о том, что данные о вариациях скорости осевого вращения Земли могут быть эффективно использованы для построения прогноза глобальной составляющей момента импульса атмосферы;
5. Найдена существенная корреляция между годовым средним числом землетрясений и нестационарными колебаниями земного полюса, что может служить основой для изучения ПВЗ как одного из факторов, формирующих землетрясения, и свидетельствует о возможности использования ПВЗ в задаче анализа и прогнозирования глобальной составляющей сейсмического процесса.

**Степень достоверности и апробация результатов:** Достоверность результатов подтверждается примерами обработки наблюдений, сравнением с данными, предоставляемыми МСВЗ, и сопоставлением с параметрами движения искусственных спутников Земли, публикуемыми в Интернете. Основные результаты диссертации докладывались автором на конференциях [5, 6, 7]

**Публикации.** Материалы диссертации опубликованы в 7 печатных работах, из них 4 статьи в рецензируемых журналах [1, 2, 3, 4], 1 статья в сборниках трудов конференций [5] и 2 тезиса докладов [6, 7].

**Личный вклад автора.** Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами, причем вклад диссертанта был определяющим. Все представленные в диссертации результаты получены лично автором.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения,

4 глав, заключения и библиографии. Общий объем диссертации 94 страниц, из них 86 страницы текста, включая 21 рисунка. Библиография включает 60 наименований на 8 страницах.

## Содержание работы

**Во введении** обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

**В первой главе** дана постановка задачи и рассмотрен динамический анализ модели вращательно-колебательного движения Земли относительно центра масс, проведено моделирование движения земного полюса и вариации длительности суток на месячных и внутригодовых интервалах времени.

Для описания вращательного движения деформируемой Земли и колебаний ее полюсов была использована механическая модель вязкоупругого твердого тела, состоящая из твердого ядра и вязкоупругой мантии. Считается, что центр масс деформированной планеты (Земли) и точечный спутник (Луна) совершают известное взаимное поступательно-вращательное движение вокруг общего центра масс (барицентра), который перемещается по эллиптической орбите вокруг Солнца. Уравнения вращательно-колебательного движения Земли представлены в форме классических динамических уравнений Эйлера-Лиувля с переменным тензором инерции  $J$  [8]:

$$\begin{aligned}
 J\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times J\boldsymbol{\omega} &= \mathbf{M}, \quad \boldsymbol{\omega} = (p, q, r)^T, \quad J = J^* + \delta J; \\
 J^* &= \text{diag}(A^*, B^*, C^*), \quad J^* = \text{const}; \\
 \delta J &= \delta J(t), \quad \|\delta J\| \leq \|J^*\|; \\
 \mathbf{M} &= \mathbf{M}_K + \mathbf{M}^S + \mathbf{M}^L;
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Здесь  $\boldsymbol{\omega}$  – вектор угловой скорости в некоторой связанной с Землей системе координат (референц-системе), которая приближенно совпадает с главными центральными осями инерции  $J^*$  «замороженной» фигуры Земли с учетом «экваториального выступа». Считается, что малые вариации тензора инерции  $\delta J$

могут содержать различные гармонические составляющие, обусловленные влиянием суточных приливов от Солнца и Луны и, возможно, другие (годовые, полугодовые, месячные, полусуточные и т.п.).  $\mathbf{M}^S$ ,  $\mathbf{M}^L$  – гравитационно-приливные возмущающие моменты от Солнца и Луны соответственно.

Величина  $r(t)$  может быть выведена из публикуемых значений *l.o.d.* (length of the day changes)–изменение (вариация) длительности суток и имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d(UT1)}{dt} &= \frac{\omega(t)}{r_0}, \quad \boldsymbol{\omega} = (p, q, r)^T; \\ [UT1 - TAI](t) &= [UT1 - TAI](t_0) + \int_{t_0}^t \frac{\delta r(t)}{r_0} dt; \\ r(t) &= \left[ 1 + \frac{d(UT1 - TAI)}{d(TAI)} \right] r_0 \simeq \left[ 1 - \frac{l.o.d.(t)}{86400} \right] r_0; \\ l.o.d.(t) &= D(t) - 86400 \text{ с}, \quad D(t) = \frac{r_0}{r(t)} 86400 \text{ с}; \end{aligned} \quad (2)$$

где UT1 – Всемирное время, связанное с вращением Земли; TAI – Международное атомное время;  $\delta r(t) = r(t) - r_0$ ;  $r_0 = 7.292115 \cdot 10^{-5}$  рад/с – постоянная (средняя) угловая скорость собственного вращения;  $D(t)$  – длительность суток.

Исходя из (1) на основе пространственного варианта задачи «деформируемая Земля–Луна» в поле притяжения Солнца дифференциальные уравнения вращательно-колебательного движения Земли принимают вид:

$$\begin{aligned} \frac{dx_p}{dt} + N_p y_p + \sigma_x x_p &= \kappa_q r_0^2 + M_p^{S,L} + \\ + \varepsilon \left[ 2r_0 \delta r(t) \kappa_q + r_0^2 \sum_{i=1}^N A_i \cos(2\pi \vartheta_i \tau + \alpha_i) + \Delta M_p^{S,L}(\Omega, I) \right]; \\ \frac{dy_p}{dt} - N_q x_p + \sigma_y y_p &= -\kappa_p r_0^2 + M_q^{S,L} + \\ + \varepsilon \left[ -2r_0 \delta r(t) \kappa_p + r_0^2 \sum_{i=1}^N B_i \cos(2\pi \vartheta_i \tau + \beta_i) + \Delta M_q^{S,L}(\Omega, I) \right]; \\ \left[ 1 + \varepsilon \sum_{i=1}^N C_i \cos(2\pi \vartheta_i \tau + \gamma_i) \right] \frac{dl.o.d.(t)}{dt} &= -\frac{D_0}{r_0} M_r^{S,L} + \\ + \varepsilon \left[ \sum_{i=1}^N \frac{C_i}{2\pi \vartheta_i} \sin(2\pi \vartheta_i \tau + \gamma_i) l.o.d.(t) - \frac{D_0}{r_0} \Delta M_r^{S,L}(\Omega, I) \right]; \end{aligned} \quad (3)$$

где  $N_{p,q} = N = 0.845 \div 0.850$  – чандлеровская часота;  $\vartheta_j$  – частоты лунно-солнечных приливных воздействий и других факторов, определяющих колебания вариаций тензора инерции (подразумевается, что набор частот  $\vartheta_j$  может быть эмпирически скорректирован в ходе численного моделирования);  $\varepsilon$  – малый параметр;  $\Delta M_{p,q,r}^{S,L}(\Omega, I)$  – дополнительные слагаемые удельного лунно-солнечного гравитационно-приливного момента;  $\Omega$  – долгота восходящего узла лунной орбиты;  $I$  – наклонение плоскости лунной орбиты к эклиптике; «приливные» коэффициенты  $\kappa_{p,q}$  представляются периодическими функциями с частотами  $\vartheta_j$ , а неизвестные коэффициенты подлежат определению на основе данных наблюдений МСВЗ с помощью МНК.

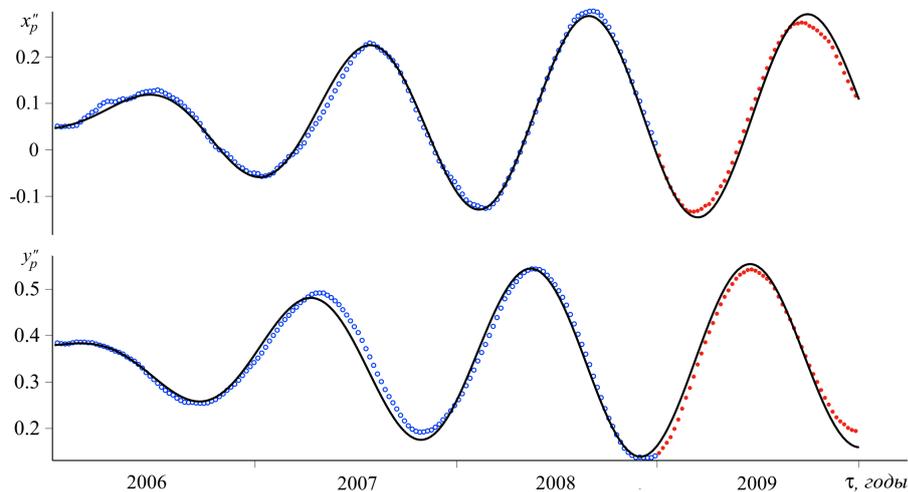


Рис. 1. Трехлетняя интерполяция (01.0.1.2006 – 31.12.2008) и прогноз (01.01.2009 – 31.12.2009) колебаний координат полюса Земли  $x_p$ ,  $y_p$  (сплошная линия) в сравнении с данными наблюдений и измерений МСВЗ (точки).

Проинтегрировав уравнения (3) при  $\varepsilon = 0$  получим выражения основной модели колебательного движения полюса Земли

$$\begin{aligned} x_p(\tau) &= c_x - a_x^c \cos 2\pi N\tau + a_x^s \sin 2\pi N\tau - Nd_x^c \cos 2\pi\tau - d_x^s \sin 2\pi\tau; \\ y_p(\tau) &= c_y + a_y^c \cos 2\pi N\tau + a_y^s \sin 2\pi N\tau - Nd_y^c \cos 2\pi\tau + d_y^s \sin 2\pi\tau; \end{aligned} \quad (4)$$

и с учетом (2) получим основную модель для вариации длительности суток

$$\begin{aligned} l.o.d.(\tau) &= c + a_c^S \cos(2\pi\tau) + a_s^S \sin(2\pi\tau) + b_c^S \cos(4\pi\tau) + b_s^S \sin(4\pi\tau) + \\ &+ a_c^L \cos(2\pi\nu_m\tau) + a_s^L \sin(2\pi\nu_m\tau) + b_c^L \cos(2\pi\nu_f\tau) + b_s^L \sin(2\pi\nu_f\tau). \end{aligned} \quad (5)$$

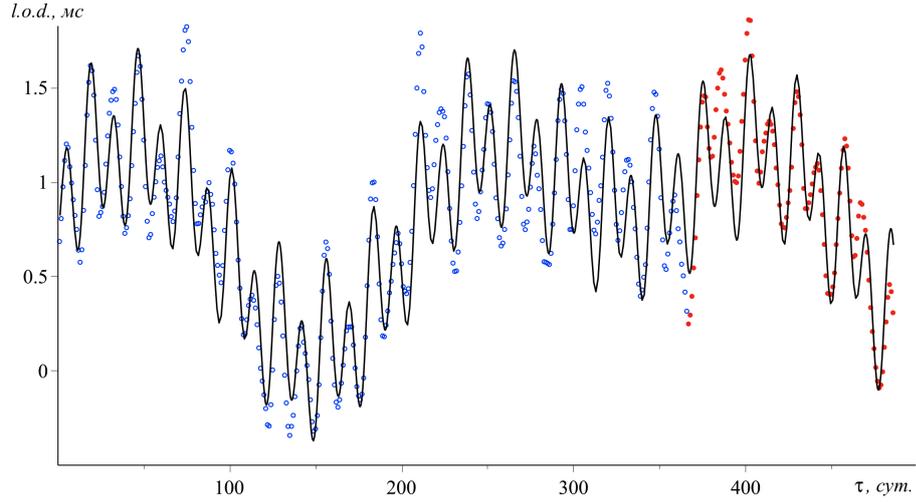


Рис. 2. Сравнение теоретических (сплошная линия) интерполяции (01.03.2012 – 28.02.2013) и прогноза (01.03.2013 – 01.07.2013) изменения длительности суток  $l.o.d.$  с результатами наблюдений МСВЗ (точки и окружности, соответственно).

Здесь  $\nu_m = 13.28$ ,  $\nu_f = 26.68$  [циклов/год] – частоты месячного и двухнедельного колебаний, обусловленных лунным возмущением; аргумент  $\tau$  означает время, измеряемое годами; неизвестные  $c$ ,  $c_{x,y}$ ,  $a_{x,y}^{c,s}$ ,  $d_{x,y}^{c,s}$ ,  $a_{c,s}^{S,L}$ ,  $b_{c,s}^{S,L}$  – величины, подлежащие определению с помощью МНК по данным МСВЗ.

На рис. 1 приводятся трехлетняя (с 2006 по 2008 г.) интерполяция и однолетний прогноз колебаний координат полюса  $x_p$ ,  $y_p$  в сравнении с данными его реализовавшейся траектории на период 01.01.2006 – 31.12.2009.

На рис. 2 в сравнении с данными измерений МСВЗ представлены результаты теоретической интерполяции (01.03.2012 – 28.02.2013) и прогноза (02.03.2013 – 01.07.2013) вариаций длительности суток  $l.o.d.(\tau)$ .

**Во второй главе** проводится моделирование вращательно-колебательно-го движения Земли на коротких интервалах времени.

При моделировании движения земного полюса на коротком интервале времени были проведены расчеты основной модели (4) на основе МНК в соответствии с 6-параметрической ( $c_x(\tau) = c_x^0$ ,  $c_y(\tau) = c_y^0$ ,  $a_x^{c,s} = a_y^{s,c}$ ,  $d_x^{c,s} = d_y^{s,c}$ ); 8-параметрической ( $c_x(\tau) = c_x^0 + c_x^1\tau$ ,  $c_y(\tau) = c_y^0 + c_y^1\tau$ ,  $a_x^{c,s} = a_y^{s,c}$ ,  $d_x^{c,s} = d_y^{s,c}$ ); 10-параметрической ( $c_x(\tau) = c_x^0$ ,  $c_y(\tau) = c_y^0$ ,  $a_x^{c,s} \neq a_y^{s,c}$ ,  $d_x^{c,s} \neq d_y^{s,c}$ ); 12-параметрической ( $c_x(\tau) = c_x^0 + c_x^1\tau$ ,  $c_y(\tau) = c_y^0 + c_y^1\tau$ ,  $a_x^{c,s} \neq a_y^{s,c}$ ,  $d_x^{c,s} \neq d_y^{s,c}$ ) моделями и полиномиальным фильтром ( $c_x(\tau) = c_x^0 + c_x^1\tau + c_x^2\tau^2$ ,  $c_y(\tau) = c_y^0 + c_y^1\tau + c_y^2\tau^2$ ). Расчеты по-

казывают, что шестипараметрическая модель дает надежные прогнозы на коротком интервале времени (15 – 40 суток).

На рис. 3 изображена траектория движения полюса Земли в сравнении с данными наблюдений и измерений МСВЗ (интерполяция с 01.02.2003 по 15.04.2003 и прогноз на 30 суток).

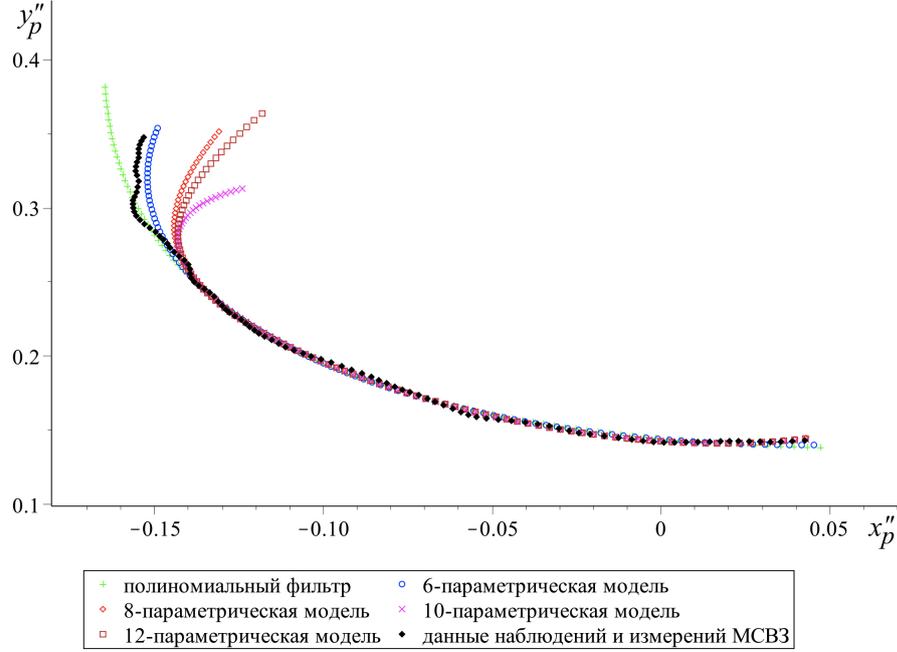


Рис. 3. Интерполяция траектории земного полюса на 4 месяца (01.02.2003–30.04.2003) и прогноз на 30 суток.

Интегрируя третье уравнение системы (3) получим с учетом меняющихся приливных коэффициентов структуру вариаций длительности суток

$$\begin{aligned}
 l.o.d.(\tau) &= l.o.d._1(\tau) + l.o.d._2(\tau) + \Delta l.o.d.(\tau); \\
 l.o.d._1(\tau) &= a_0 + \sum_{i=1}^4 a_{i0} \sin(2\pi\nu_i\tau + \alpha_i), \quad l.o.d._2(\tau) = \sum_{i=5}^6 a_{i0} \sin(2\pi\nu_i\tau + \alpha_i); \\
 \Delta l.o.d.(\tau) &= \Delta_1 l.o.d.(\tau) + \Delta_2 l.o.d.(\tau) = \\
 &= -\chi_{3r} \left( a_0 + \sum_{i=1}^4 a_{i0} \sin(2\pi\nu_i\tau + \alpha_i) \right) + \\
 &+ \frac{1}{1 + \chi_{3r}} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^N \int a_{ij} \cos(2\pi\vartheta_j\tau + \beta_{ij}) \cos(2\pi\nu_j\tau + \alpha_i) d\tau;
 \end{aligned} \tag{6}$$

Здесь  $\nu_1 = 1$ ,  $\nu_2 = 2$ ,  $\nu_3 = 13.28$ ,  $\nu_4 = 26.68$ ,  $\nu_5 = 3$ ,  $\nu_6 = 40$  [циклов/год] – частоты, обусловленные лунно–солнечным возмущением;  $\vartheta_j$  – частоты лунно-сол-

нечных приливных воздействий и других факторов, определяющих колебания вариаций тензора инерции (подразумевается, что набор частот  $\vartheta_j$  может быть эмпирически скорректирован в ходе численного моделирования);  $\chi_{3r}$  – приливной коэффициент;  $\alpha_i, \beta_{ij}$  – фазы соответствующих колебаний;  $a_{ij}$  – неизвестные величины, подлежащие вычислению с помощью МНК по измерениям МСВЗ.

Первое слагаемое  $l.o.d._1(\tau)$  в выражении  $l.o.d.(\tau)$  представляет собой основную 9-параметрическую модель, второе  $l.o.d._2(\tau)$  – содержит дополнительные члены более высокого порядка, получаемые из разложения лунно–солнечного гравитационно–приливного момента, а третье слагаемое  $\Delta d(\tau)$  – резидиум – определяется двумя слагаемыми  $\Delta_1 l.o.d.(\tau)$  и  $\Delta_2 l.o.d.(\tau)$ , обусловленными возмущениями тензора инерции Земли, который может быть представлен в виде поправки выражения  $\sum_i l.o.d._i(\tau)$  модели (6) и результатов измерений.

На рис. 4, 5 представлены интерполяция вариаций длительности суток на 2008 г. и прогноз на 2009 г.: а) – основной модели  $l.o.d._1(\tau)$  в сравнении с результатами наблюдений МСВЗ; б) – составляющей  $l.o.d._2(\tau)$  в сравнении с колебаниями составляющей, выделенной из результатов наблюдений МСВЗ; в) – резидиума  $\Delta l.o.d.(\tau)$  в сравнении с колебаниями резидиума, выделенного из результатов наблюдений МСВЗ.

На основе результатов проведенных вычислений можно сделать вывод о целесообразности использования динамических моделей при прогнозировании колебательного движения земного полюса и неравномерности осевого вращения Земли на различных интервалах времени – в пределах от нескольких суток до нескольких лет.

Результаты второй главы опубликованы в работах [1, 2] .

**В третьей главе** представлены оценка влияния фундаментальных составляющих ПВЗ в задаче координатно-временного обеспечения навигационных спутников и реализация перехода, построенного согласно принятой теории прецессии и нутации Международного астрономического союза (МАС) по разработанным моделям ПВЗ, от земной (гринвичской – ГСК) к небесной (инерциальной – ИСК) системе координат.

Построение теоретических моделей всех возмущающих факторов – доста-

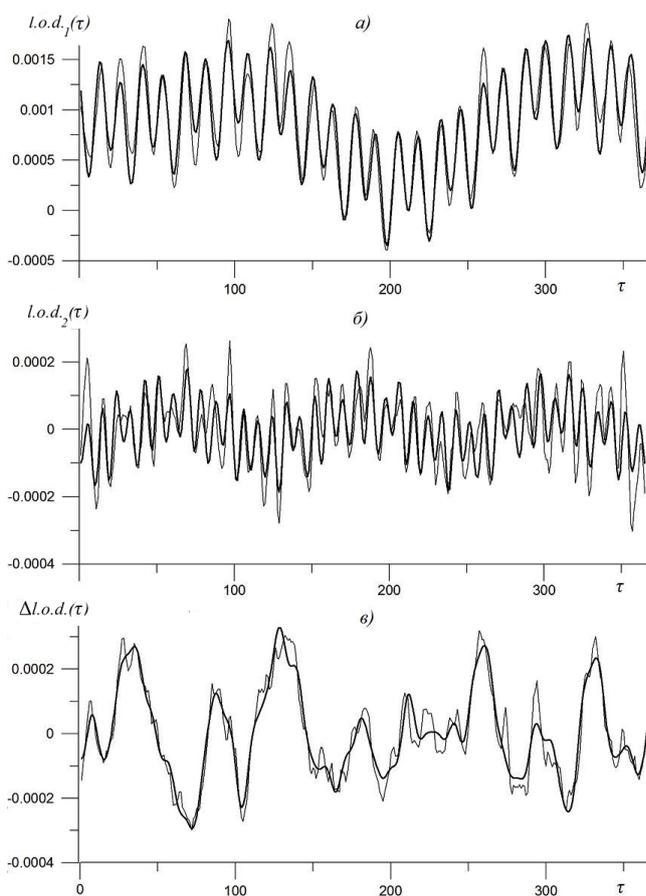


Рис. 4. Интерполяция вариаций длительности суток *а)* основной модели  $l.o.d._1(\tau)$ ; *б)* составляющей  $l.o.d._2(\tau)$ ; *в)* резидуума  $\Delta l.o.d.(\tau)$  на 2008 г. (жирная кривая – теоретическая модель; светлая кривая – данные МСВЗ).

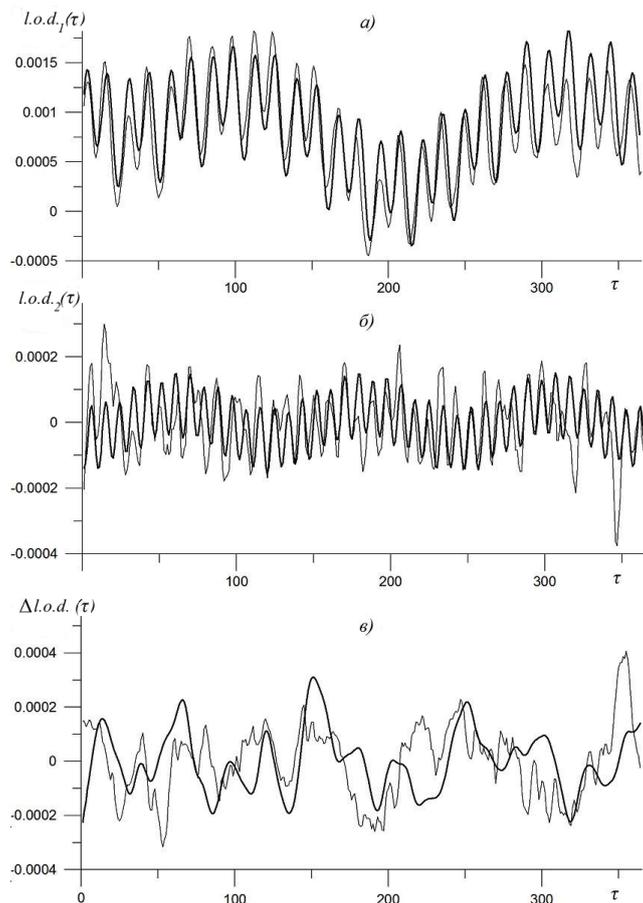


Рис. 5. Прогноз вариаций длительности суток *а)* основной модели  $l.o.d._1(\tau)$ ; *б)* составляющей  $l.o.d._2(\tau)$ ; *в)* резидуума  $\Delta l.o.d.(\tau)$  на 2009 г. (обозначения так же, как на рис. 4).

точно трудоемкий процесс, поэтому с целью оценки влияния параметров вращения Земли на движение спутника в рамках данного этапа исследования будем рассматривать только основные возмущения, обусловленные потенциалом поля притяжения системы «Солнце-Земля-Луна». Возмущенное движение спутника в околоземном пространстве под действием внешних возмущающих факторов описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= v_x, \quad \frac{dy}{dt} = v_y, \quad \frac{dz}{dt} = v_z; \\ \frac{dv_x}{dt} &= \sum a_x, \quad \frac{dv_y}{dt} = \sum a_y, \quad \frac{dv_z}{dt} = \sum a_z; \end{aligned} \quad (7)$$

где  $x, y, z, v_x, v_y, v_z, \sum a_x, \sum a_y, \sum a_z$  – проекции векторов координат,

скоростей и суммарных возмущающих ускорений КА на оси ГСК соответственно.

Суммарный вектор ускорения в правой части системы (7) включает ряд различных по природе возмущающих составляющих [9], приведенных в таблице 1. Здесь введены стандартные обозначения:  $C_{20} = -1082.62575 \cdot 10^{-6}$  – коэффициент при второй зональной гармонике разложения геопотенциала в ряд по сферическим функциям;  $\mu = 398600.4418 \cdot 10^9 \text{ м}^3/\text{с}^2$  – константа гравитационного поля Земли;  $R_s = 6378136$  м. – экваториальный радиус Земли;  $\xi_k, \eta_k, \iota_k, r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  – направляющие косинусы и величина радиус-вектора возмущающих тел в ИСК;  $\mu_k = \frac{\mu}{r^2}, x_k = \frac{x}{r}, y_k = \frac{y}{r}, z_k = \frac{z}{r}$ ;  $\Delta_k = \sqrt{(\xi_k - x_k)^2 + (\eta_k - y_k)^2 + (\iota_k - z_k)^2}$  ( $k$  – индекс возмущающего тела ( $k = л$  для Луны и  $k = с$  для Солнца); возмущающее влияние Луны и Солнца на движение ИСЗ принято считать независимыми друг от друга);  $\Delta\omega(t) = \omega_3(t) - \omega_0$  – отклонение истинной скорости вращения Земли от номинальной величины;  $\omega_0 = 7.292115 \cdot 10^{-5}$  рад/с;  $x_p, y_p$  – текущие значения смещения полюса Земли (в радианах) относительно оси  $Z$  в направлении осей  $X$  и  $Y$  ГСК соответственно;  $\Omega_x, \Omega_y$  – проекции суммарной угловой скорости прецессии и нутации Земли на оси  $X, Y$  ИСК в эпоху  $J2000$ ;  $\mathbf{A}_{ij}$  – матрица перехода от ГСК к ИСК.

Переход от ГСК к ИСК осуществляется с помощью матрицы ( $3 \times 3$ )

$$\mathbf{r}_{GCRS} = \mathbf{A} \mathbf{r}_{TRS}; \quad (8)$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{B}^T \mathbf{P}^T(t) \mathbf{N}^T(t) \mathbf{R}_3(-GAST) \mathbf{R}_1(y_p) \mathbf{R}_2(x_p);$$

где  $\mathbf{R}_i(\phi)$  ( $i = 1 \dots 3$ ) – матрицы элементарных поворотов, которые формируются поворотом начальной системы координат на угол  $\phi$  относительно своих осей  $x, y, z$ , соответственно. Значение гринвичского истинного звездного времени  $GAST$  можно вычислить через  $UT1$ . Значения  $x_p, y_p, UT1 - UTC$  в (8) вычисляются по формулам (4), (5) или берутся из наблюдений МСВЗ.  $\mathbf{B}$  – матрица перехода от небесной к промежуточной системе координат эпохи  $J2000.0$ . Матрицы прецессии  $\mathbf{P}(t)$  и нутации  $\mathbf{N}(t)$  могут быть вычислены по принятой теории прецессии и нутации, рекомендованной МАС.

На рис. 6 представлен алгоритм вычисления текущей эфемериды спутника и ее прогноз с учетом ПВЗ. Все компоненты ПВЗ, включая прецессию и

Основные возмущающие ускорения				
	Составляющие, учитывающие коэфф. $C_{20}$ при разложении геопотенциала в ряд по сфер. функциям	Составляющие, учитывающие ускорения, вызываемые действием Луны и Солнца	Составляющие, учитывающие силу Кориолиса	Составляющие, учитывающие центробежную силу
$\sum a_x =$	$\frac{3}{2}C_{20}\frac{\mu R_3^2}{r^5}x\left(1 - \frac{5z^2}{r^2}\right) +$	$\bar{\mu}_k\left(\frac{\xi_k - x_k}{\Delta_k^3} - \xi_k\right) +$	$2\omega_z v_y +$	$\left(\omega_z - \frac{\mu}{r^3}\right)x +$
$\sum a_y =$	$\frac{3}{2}C_{20}\frac{\mu R_3^2}{r^5}y\left(1 - \frac{5z^2}{r^2}\right) +$	$\bar{\mu}_k\left(\frac{\eta_k - y_k}{\Delta_k^3} - \eta_k\right) +$	$2\omega_z v_x +$	$\left(\omega_z - \frac{\mu}{r^3}\right)y +$
$\sum a_z =$	$\frac{3}{2}C_{20}\frac{\mu R_3^2}{r^5}z\left(3 - \frac{5z^2}{r^2}\right) +$	$\bar{\mu}_k\left(\frac{\iota_k - z_k}{\Delta_k^3} - \iota_k\right) +$		$-\frac{\mu}{r^3}z +$
Возмущающие ускорения, обусловленные вращательно-колебательным движением Земли				
	Составляющие, учитывающие неравномерность вращения Земли [10]	Составляющие, учитывающие движение земного полюса [10]	Составляющие, учитывающие прецессию и нутацию [10]	
$\sum a_x$	$+2\omega_0\Delta\omega x + 2\Delta\omega v_y +$	$-x_p\omega_z^2 z + 2y_p\omega_z^2 v_z +$	$-A_{11}\Omega_y v_z + A_{12}\Omega_x v_z + A_{13}(\Omega_y(v_x - \omega_z y) + \Omega_x(v_y + \omega_z x))$	
$\sum a_y$	$+2\omega_0\Delta\omega y - 2\Delta\omega v_x +$	$y_p\omega_z^2 z + 2x_p\omega_z^2 v_z +$	$-A_{21}\Omega_y v_z + A_{22}\Omega_x v_z + A_{23}(\Omega_y(v_x - \omega_z y) + \Omega_x(v_y + \omega_z x))$	
$\sum a_z$	$+2\omega_0\Delta\omega z +$	$-x_p\omega_z^2 x + y_p\omega_z^2 y - 2y_p\omega_z^2 v_x + 2x_p\omega_z^2 v_y +$	$-A_{31}\Omega_y v_z + A_{32}\Omega_x v_z + A_{33}(\Omega_y(v_x - \omega_z y) + \Omega_x(v_y + \omega_z x))$	

Таблица 1. Основные возмущения и возмущения от вращательно-колебательного движения Земли, действующие на орбитальное движение спутника.

нутацию, являются функциями от времени и их можно вычислять с высокой точностью.

На рис. 7 представлены временные зависимости разностей координат и скоростей прогноза движения навигационных спутников по продольной дальности, высоте и боковой дальности в ИСК.

Результаты численного моделирования показывают, что использованные математические модели ПВЗ (колебательный процесс земного полюса и неравномерность вращения Земли) и разработанные алгоритмы их непосредственного учета на основе данных МСВЗ позволяют продлить интервал и увеличить точность прогнозирования эфемерид спутника и могут быть реализованы в аппаратуре потребителя.

Результаты третьей главы опубликованы в работе [3].

**В четвертой главе** проводится анализ геофизических процессов плане-

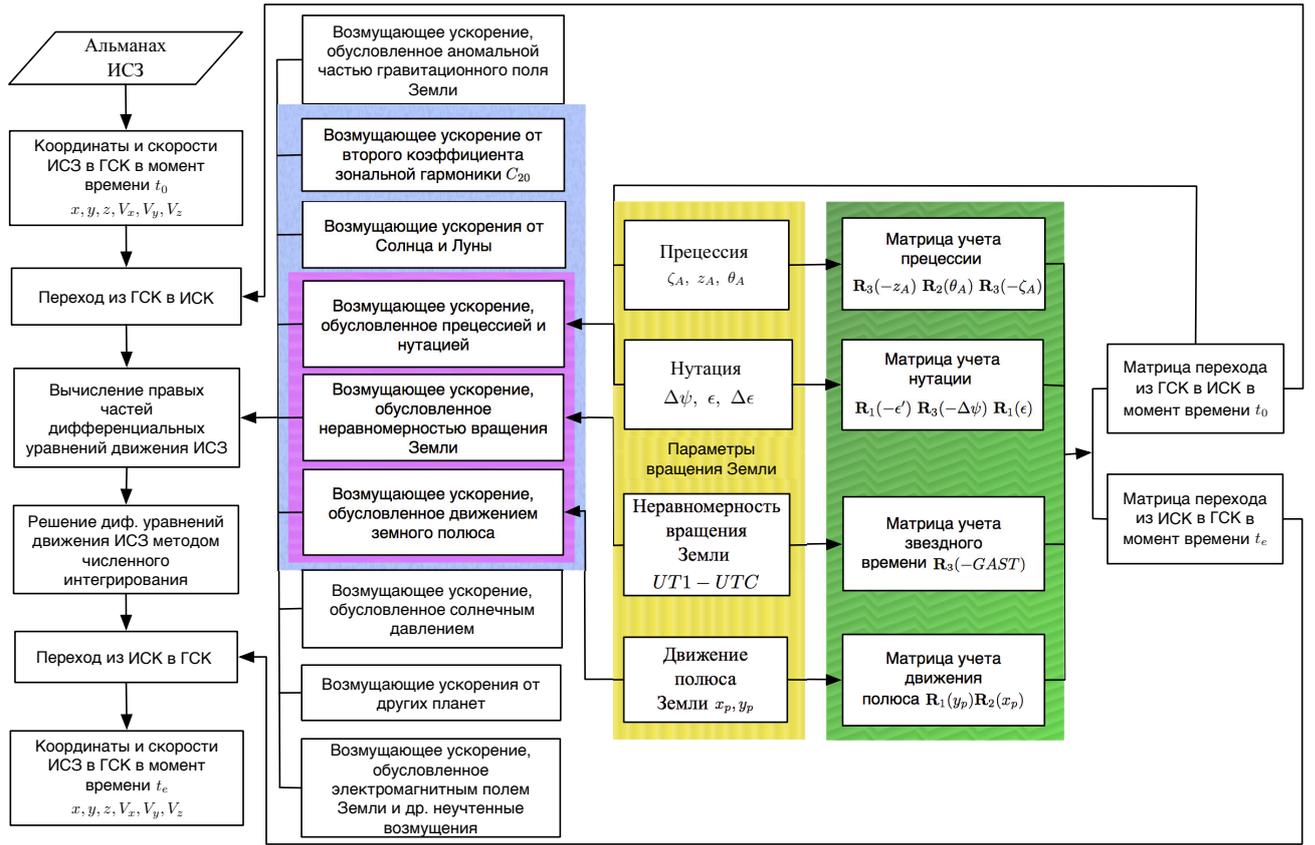


Рис. 6. Алгоритм вычисления текущей эфемериды и ее прогноз спутника с учетом ПВЗ.

тарного масштаба и их взаимосвязи с ПВЗ.

Рассмотрено взаимодействие глобальной составляющей момента импульса атмосферы (приземный слой) с приливными деформациями Земли.

Момент импульса всей системы (твердое ядро+мантия+атмосферная оболочка) и динамические уравнения Эйлера-Лиувилля с учетом момента импульса атмосферы представляются в виде [11]:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K}_C &= J\boldsymbol{\omega} + \mathbf{h}; \\
 \mathbf{h} &= \int_{\Omega_a} \rho \mathbf{r} \times \mathbf{v} dx; \quad \mathbf{h} = (h_1, h_2, h_3)^T; \\
 \frac{dJ\boldsymbol{\omega}}{dt} + \frac{d\mathbf{h}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times J\boldsymbol{\omega} &= \mathbf{M}, \quad \boldsymbol{\omega} = (p, q, r)^T, \quad J = J^* + \delta J; \\
 J^* &= \text{diag}(A^*, B^*, C^*), \quad J^* = \text{const}, \quad \delta J = \delta J(t), \quad \|\delta J\| \leq \|J^*\|; \\
 \mathbf{M} &= \mathbf{M}_K + \mathbf{M}^S + \mathbf{M}^L;
 \end{aligned} \tag{9}$$

Здесь  $h_3$  – аксиальная компонента момента импульса зональной циркуляции атмосферы;  $\rho$  – плотность Земли;  $\Omega_a$  – область, занимаемая атмосферной обо-

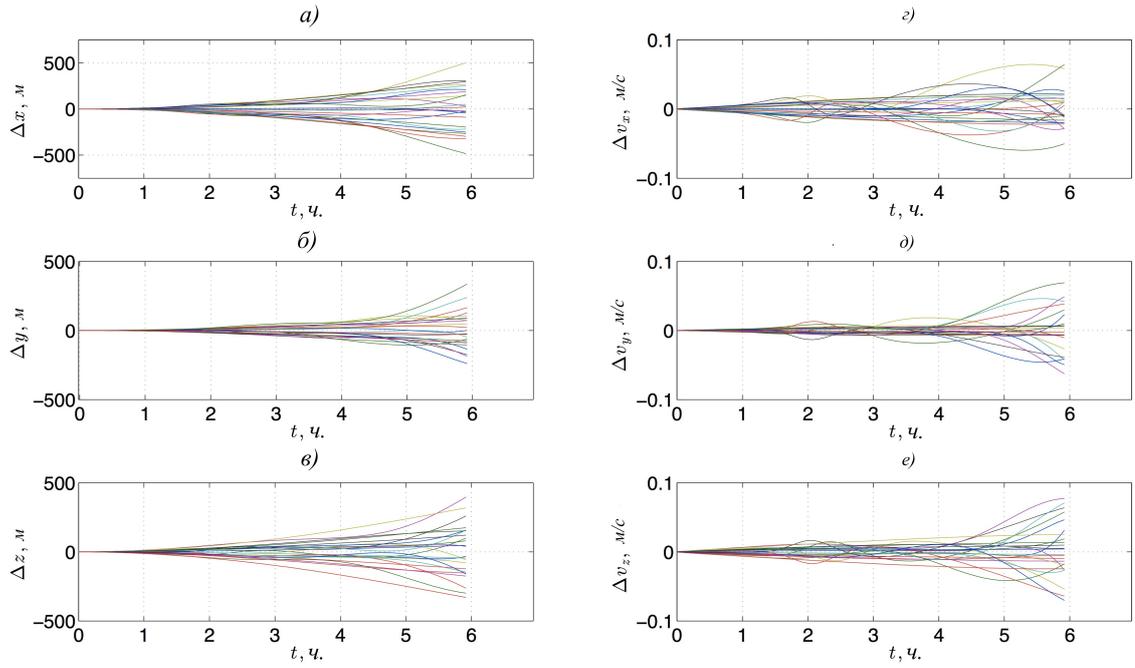


Рис. 7. Разности координат (слева) и скоростей (справа) прогноза с учетом и без учета ПВЗ эфемерид 24 спутников за 6-ти часовой интервал времени (от 1ч<sup>00</sup> 14.07.2013): *a, z*) – по продольной дальности; *б, d*) – по высоте; *в, e*) – по боковой дальности.

лочкой;  $\mathbf{v}$  – относительная скорость точек атмосферы;  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор точек относительно положения центра масс деформированной фигуры Земли под действием центробежных сил. Следует заметить, что в атмосфере преобладают зональные движения, поэтому  $h_3$  существенно превышает величины экваториальных моментов  $h_1$  и  $h_2$  и является доминирующей.

Решение уравнения (9) для  $h_3$  получается из анализа модели вариаций длительности суток (6) и данных наблюдений и измерений национальных центров по прогнозированию окружающей среды (NCEP) и по атмосферным исследованиям (NCAR) США

$$\begin{aligned}
 h_3(\tau) &= c_0 - k_a C^* \chi_3 \times \left[ a_0 + \sum_{i=1}^4 a_{i0} \sin(2\pi\nu_i\tau + \alpha_i) \right] + \\
 &+ \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^N \frac{k_a C^*}{1 + \chi_3} \int a_{ij} \cos(2\pi\vartheta_j\tau + \beta_{ij}) \times \cos(2\pi\nu_j\tau + \alpha_i) d\tau = \\
 &= c_0 + k_a C^* \Delta l.o.d.(\tau);
 \end{aligned} \tag{10}$$

Здесь постоянные  $c_0$ ,  $k_a$  и неизвестные квазипостоянные  $a_0$ ,  $a_{i0}$ ,  $a_{ij}$ ,  $\beta_{ij}$ ,  $\alpha_i$

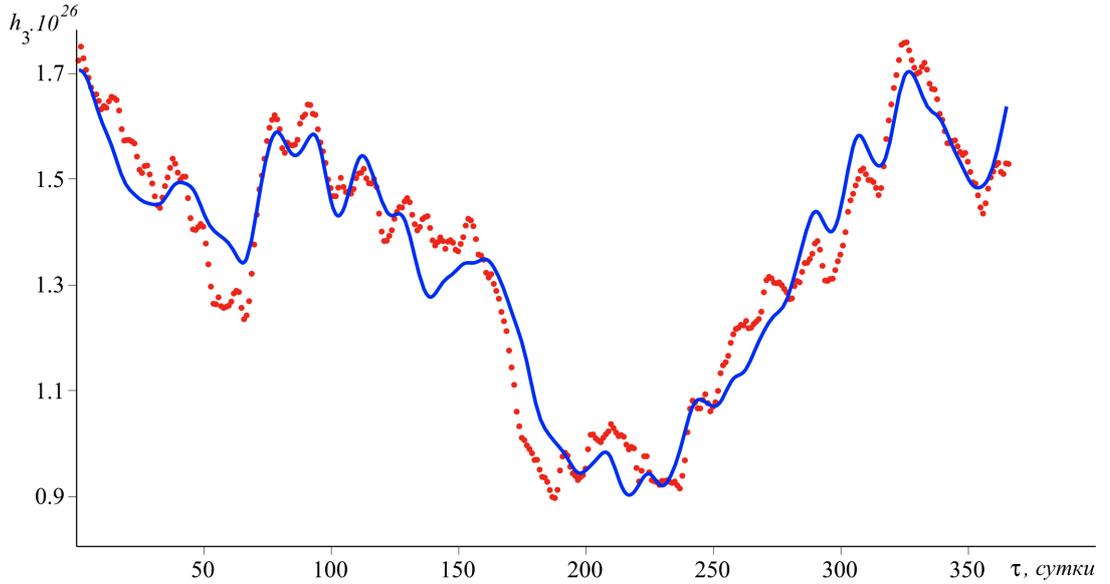


Рис. 8. Интерполяция аксиальной компоненты момента импульса атмосферы  $h_3$  на 2012 г.; точки – данные NCEP/NCAR; сплошная кривая – теоретическая модель.

подлежат определению на основе данных наблюдений.

На рис. 8 приведена интерполяция  $h_3$  на 2012 г. в сравнении с данными NCEP/NCAR. Теоретическая модель качественно отвечает данным наблюдений и измерений.

Необходимо заметить, что вращательно-колебательные процессы в уравнениях (4), (5) содержат периодические колебания (чандлеровские, годовые, месячные и др.) с постоянными или квазипостоянными частотами и тренды. Нестационарные колебания земного полюса и неравномерности вращения Земли выражаются как разности между данными наблюдений МСВЗ и гармоническими колебаниями:

$$\begin{aligned}
 x_p^{irr} &= x_p^{IERS} - \sum_{i=2}^3 x_p^{(i)}(\tau), & y_p^{irr} &= y_p^{IERS} - \sum_{i=2}^3 y_p^{(i)}(\tau); \\
 l.o.d.^{irr} &= l.o.d.^{IERS} - \sum_{i=2}^6 l.o.d.^{(i)}(\tau);
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

где  $(x_p, y_p)^{IERS}$ ,  $l.o.d.^{IERS}$  – данные наблюдений МСВЗ;  $x_p^{(i)}(\tau)$  ( $i = 1 \dots 3$ ) – тренд, чандлеровские и годовые составляющие  $x_p(\tau)$ , аналогично для  $y_p^{(i)}(\tau)$  ( $i = 1 \dots 3$ );  $l.o.d.^{(i)}(\tau)$  ( $i = 1 \dots 6$ ) – тренд, нутационная, годовая, полугодовая, месячная и двухнедельная составляющие  $l.o.d.(\tau)$  соответственно.

По результатам вычислений была найдена существенная корреляция между трендами и нестационарными колебаниями в ПВЗ и годовым усредненным числом землетрясений  $N(t)$ . В качестве простейшей, но достаточно общей линейной корреляционной модели связи ПВЗ и глобальной составляющей сейсмического процесса на интервале времени 1975–2012 гг. может быть следующая:

$$\begin{aligned}
 N(t, \pi) &= N(t, \pi_i, \pi^{GEO}) = \\
 &= N_0 + \left( \frac{\partial N}{\partial \bar{x}_p^{IERS}} \right)_0 \delta \bar{x}_p^{IERS} + \left( \frac{\partial N}{\partial \bar{x}_p^{(1)}} \right)_0 \delta \bar{x}_p^{(1)} + \left( \frac{\partial N}{\partial \bar{x}_p^{irr}} \right)_0 \delta \bar{x}_p^{irr} + \\
 &+ \left( \frac{\partial N}{\partial \bar{y}_p^{IERS}} \right)_0 \delta \bar{y}_p^{IERS} + \left( \frac{\partial N}{\partial \bar{y}_p^{(1)}} \right)_0 \delta \bar{y}_p^{(1)} + \left( \frac{\partial N}{\partial \bar{y}_p^{irr}} \right)_0 \delta \bar{y}_p^{irr} + \\
 &+ \left( \frac{\partial N}{\partial \overline{l.o.d.}^{IERS}} \right)_0 \delta \overline{l.o.d.}^{IERS} + \left( \frac{\partial N}{\partial \overline{l.o.d.}^{(1)}} \right)_0 \delta \overline{l.o.d.}^{(1)} + \\
 &+ \left( \frac{\partial N}{\partial \overline{l.o.d.}^{irr}} \right)_0 \delta \overline{l.o.d.}^{irr} + \left( \frac{\partial N}{\partial \pi^{GEO}} \right)_0 \delta \pi^{GEO} + \dots
 \end{aligned} \tag{12}$$

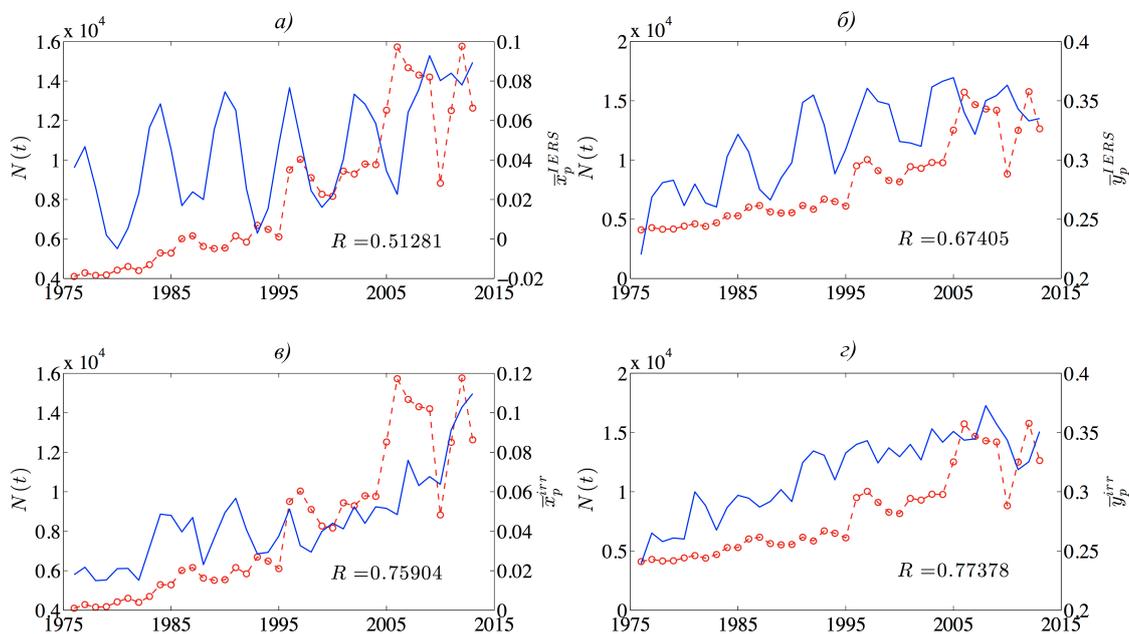


Рис. 9. Графики среднегодовых координат движения земного полюса (сплошные линии) и среднегодовых чисел землетрясений  $N(t)$  с магнитудами  $4.0 \leq M \leq 6.5$  (разрывные линии с окружностями): а, б)  $\bar{x}_p$ ,  $\bar{y}_p$  по данным МСВЗ и  $N(t)$ ; в, г) нестационарные колебания  $\bar{x}_p^{irr}$ ,  $\bar{y}_p^{irr}$  и  $N(t)$  за 38 лет (с 01.01.1975 по 31.12.2012).

Здесь  $N_0$  – начальное значение;  $\delta \pi_i$  – случайные отклонения параметров  $\pi_i$ ;

$\pi = \left\{ \bar{x}_p, \bar{x}_p^{(1)}, \bar{x}_p^{irr}, \bar{y}_p, \bar{y}_p^{(1)}, \bar{y}_p^{irr}, \overline{l.o.d.}, \overline{l.o.d.}^{(1)}, \overline{l.o.d.}^{irr}, \pi^{GEO} \right\}$ ;  $\left( \frac{\partial N}{\partial \bar{\pi}_i} \right)_0$  – частные производные (первые коэффициенты влияния) рассматриваются в момент времени, принятый за начальный;  $\pi^{GEO}$  – геофизический параметр, позволяющий давать оценку локальным геофизическим предвестникам, например, смещению земной поверхности, наклонам и деформациям, форшокам, уровню подземных вод, микросейсмичности и многим другим.

На рис. 9 представлены графики среднегодовых координат движения земного полюса по данным МСВЗ, их нестационарных колебаний и среднегодового числа землетрясений с магнитудами ( $4.0 \leq M \leq 6.5$ ) за 38 лет.

Результаты четвертой главы опубликованы в работе [4].

## Основные результаты диссертационной работы:

1. Проведено моделирование колебательного движения земного полюса и неравномерности осевого вращения Земли на основе динамических моделей, адекватных данным наблюдений и измерений МСВЗ, на различных интервалах времени (от нескольких суток до нескольких лет) с высокой точностью;
2. Получен высокоточный прогноз движения земного полюса на коротком интервале времени (в пределах 15-40 сут.). Сравнительная оценка результатов моделирования по приведенному алгоритму позволяет утверждать, что малопараметрическая модель дает надежный прогноз на этом интервале времени;
3. Результаты численного моделирования согласно алгоритму прогноза эфемерид спутника с учетом вращательно-колебательного движения Земли показывают, что модели ПВЗ позволяют продлить интервал времени и увеличить точность прогнозирования эфемерид спутника в задаче координатно-временного обеспечения навигационных систем;
4. Сравнение и сопоставление процесса моделирования приливной неравномерности вращения Земли и колебаний глобальной составляющей момен-

та импульса атмосферы на основе метеоданных NCEP/NCAR позволяет сделать вывод о том, что данные о вариациях скорости осевого вращения Земли могут быть эффективно использованы для построения прогноза глобальной составляющей момента импульса атмосферы;

5. Найдена существенная корреляция между годовым средним числом землетрясений и нестационарными колебаниями земного полюса, что может служить основой для изучения ПВЗ как одного из факторов, формирующих землетрясения, и свидетельствует о возможности использования ПВЗ в задаче анализа и прогнозирования глобальной составляющей сейсмического процесса.

## Список опубликованных работ по теме диссертации

### I. В изданиях, рекомендованных перечнем ВАК:

1. Крылов С. С., Перепёлкин В. В., Ву Виет Чунг. Динамический анализ движения земного полюса в коротком интервале времени // *Космонавтика и ракетостроение*. № 69. Т. 4. 2012. С. 114–120.
2. Ву Виет Чунг. Прогноз возмущенного движения полюса Земли на коротком интервале времени // *Труды МАИ*. № 69. 2013.
3. Ву Виет Чунг. Оценка влияния параметров вращения Земли в задаче координатно–временного обеспечения навигационных спутников // *Труды МАИ*. № 69. 2013.
4. Нартикоев П. С., Перепёлкин В. В., Ву Виет Чунг. Неравномерности вращения Земли и анализ флуктуаций момента импульса атмосферы на внутрисуточном интервале времени // *Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Естественные науки*. Т. 2. 2012. С. 92–96.

### II. В других изданиях:

5. Ву Виет Чунг. Моделирование неравномерности осевого вращения Земли и момента импульса зональной циркуляции атмосферы // *Механика и*

*процессы управления. Материалы XXXXII всероссийского симпозиума.*  
г. Миасс, Челябинская область. Т. 3. 2012. С. 9–16.

6. Ву Виет Чунг. Фундаментальные составляющие параметры вращения Земли как фактор повышения точностных характеристик навигационных систем космических аппаратов // *Московская молодежная научно-практическая конференция. Инновации в авиации и космонавтике. Сборник тезисов докладов.* Москва. 2013. С. 280.
7. Ву Виет Чунг. Параметры вращения Земли и их влияние на орбитальное движение спутника // *Международная конференция по математической теории управления и механике. Тезисы докладов.* г. Суздаль. 2013. С. 71.

## **Список использованных источников**

8. Акуленко Л. Д., Марков Ю. Г., Перепелкин В. В. Небесномеханическая модель неравномерности вращения Земли // *Космические исследования.* № 47. Т. 5. 2009. С. 452–459.
9. Марков Ю. Г., Михайлов М. В., Почукаев В. Н. Фундаментальные составляющие параметров вращения земли в формировании высокоточных систем навигации космических аппаратов // *ДАН.* № 451. Т. 3. 2013. С. 283–287.
10. Марков Ю. Г., Михайлов М. В., Почукаев В. Н. Учет фундаментальных составляющих параметров вращения земли в формировании высокоточной орбиты навигационных спутников // *ДАН.* № 445. Т. 1. 2012. С. 37–41.
11. Акуленко Л. Д., Марков Ю. Г., Перепелкин В. В. и др. Неравномерности вращения земли и прогноз глобальной составляющей момента импульса атмосферы // *ДАН.* № 432. Т. 1. 2010. С. 35–40.