

# ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА, МЕХАНИКА, ФИЗИКА

УДК 536.22

© Д.В. ВАСИЛЕВСКИЙ, Г.Г. СПИРИН, И.П. ШЛЯПНИКОВ, 2009

## ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ АНИЗОТРОПНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Дмитрий Валентинович ВАСИЛЕВСКИЙ родился в 1967 г. в городе Калининграде Московской области. Старший научный сотрудник МАИ. Кандидат технических наук. Основные научные интересы — в области теплофизики и молекулярной физики. Автор более 15 научных работ. E-mail: spirinas@mail.ru

Dmitry V. VASILEVSKY, Ph. D., was born in 1967, in the Moscow Region. He is a Senior Research Associate at the MAI. His major research interests are in thermal physics and molecular physics. He has published more than 15 technical papers. E-mail: spirinas@mail.ru

Геннадий Георгиевич СПИРИН родился в 1937 г. в городе Хвалынске Саратовской области. Заведующий кафедрой МАИ. Доктор технических наук, профессор. Основные научные интересы — в области теплофизики и молекулярной физики. Автор более 150 научных работ. E-mail: spirinas@mail.ru

Gennady G. SPIRIN, D.Sci., was born in 1937, in the Saratov Region. He is the Head of a Department at the MAI. His major research interests are in thermal physics and molecular physics. He has published more than 150 technical papers. E-mail: spirinas@mail.ru

Иван Павлович ШЛЯПНИКОВ родился в 1985 г. в городе Москве. Ассистент МАИ. Основные научные интересы — в области теплофизики и молекулярной физики. E-mail: shlyapnikov@mai.ru

Ivan P. SHLYAPNIKOV, was born in 1985, in Moscow. He is an Assistant Professor at the MAI. His research interests are in thermal physics and molecular physics. E-mail: shlyapnikov@mai.ru

*Метод кратковременных измерений в стадии иррегулярного теплового режима применен для изучения теплопроводности ортотропных материалов, в частности искусственных асбестов — амфиболов.*

*The short-term measurements technique for irregular thermal conditions is applied to investigate a heat conductivity of orthotropic materials, in particular artificial asbestos named amphiboles.*

**Ключевые слова:** теплопроводность, измерение, анизотропные материалы, метод нагретой нити, нестационарный нагрев.

**Key words:** heat conductivity, measurement, anisotropic, materials, hot-wire technique, non-stationary heating.

### Условные обозначения

$\lambda_0$  — теплопроводность изотропной среды;  
 $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$  — компоненты теплопроводности исследуемого образца вдоль направлений  $x, y, z$ ;  $t$  — время;  $T$  — температура;  $q$  — тепловой поток.

Среди технических материалов, в первую очередь композиционных, достаточно широко представлены материалы с анизотропией теплофизических свойств. Как правило, данный класс материалов определяется как ортотропные твердые тела, т.е. тела, имеющие различные коэффициенты теп-

теплопроводности в трех взаимно перпендикулярных направлениях. Естественно, специфика данных материалов должна быть учтена при применении метода кратковременных измерений в стадии иррегулярного теплового режима.

Напомним, что в основе метода лежит нестационарный нагрев тонкой нити, помещенной в исследуемую среду. Источником информации о теплопроводности является приращение температуры нити в течение ее нагрева.

Метод широко используется для исследования жидкостей [1, 2], вместе с тем не существует ограничений в применении метода к материалам, способным к деформациям при сравнительно небольших нагрузках (резинам, кожам, асбестам и пр.). В этом случае нить помещается между двумя образцами исследуемого материала, которые небольшим усилием поджимают друг к другу. При этом реализуется задача нестационарного нагрева линейного источника, помещенного в неограниченную среду.

Рассмотрим результат нагрева нити, помещенной в неограниченную ортотропную среду. Начальная температура среды  $T_{1x,y,z,t=0} = 0$ , теплоемкость нити пренебрежимо мала, теплопроводность бесконечно велика. В течение времени  $t \gg 0$  на нити выделяется постоянный тепловой поток. Нужно найти температуру нити. Для ортотропного материала уравнение теплопроводности имеет вид

$$\lambda_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \lambda_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = 0. \quad (1)$$

Частным решением данного уравнения является функция [3]

$$\frac{Q'(\rho c)^{\frac{3}{2}}}{8(\pi^3 t^3 \lambda_x \lambda_y \lambda_z)^{1/2} \partial x^2} e^{-\left\{ \frac{\rho c}{4t} \left[ \frac{(x-x')^2}{\lambda_x} + \frac{(y-y')^2}{\lambda_y} + \frac{(z-z')^2}{\lambda_z} \right] \right\}}.$$

Соответственно, распределение температуры при мгновенном выделении на линейном источнике, расположенном на прямой, параллельной оси  $Z$  и проходящей через точку  $x_1, y_1$ , количества тепла  $Q = Q' \rho c$  (в расчете на единицу длины) имеет вид

$$T = \frac{Q' \rho c}{4\pi t (\lambda_x \lambda_y)^{1/2}} e^{-\left\{ \frac{\rho c}{4t} \left[ \frac{(x-x')^2}{\lambda_x} + \frac{(y-y')^2}{\lambda_y} \right] \right\}}. \quad (2)$$

Предполагая далее, что на линейном источнике выделяется постоянная тепловая мощность  $q_l$  (в расчете на единицу длины), и проведя интегрирование по времени, имеем

$$T(x, y, t) = \frac{q_e}{4\pi(\lambda_x \lambda_y)^{1/2}} \int_0^t e^{-\left\{ \frac{\rho c}{4(t-t')} \left[ \frac{(x-x')^2}{\lambda_x} + \frac{(y-y')^2}{\lambda_y} \right] \right\}} dt'. \quad (3)$$

Обозначив

$$\left[ \frac{1}{\lambda_y} (x-x')^2 \right] + \left[ \frac{1}{\lambda_x} (y-y')^2 \right] = r_{\text{эф}}^2;$$

$$\frac{\lambda_x \lambda_y}{\rho c} = a_{\text{эф}},$$

запишем (3) в виде

$$T(r_{\text{эф}}, t) = \frac{q_e}{4\pi(\lambda_x \lambda_y)^{1/2}} \int_0^t e^{-\frac{r_{\text{эф}}^2}{4a_{\text{эф}}(t-t')}} \frac{\partial t'}{t-t'}. \quad (4)$$

Произведя замену  $T = \frac{r_{\text{эф}}^2}{4a_{\text{эф}}(t-t')}$ , преобразуем

(4) к виду

$$T = \frac{q_e}{4\pi(\lambda_x \lambda_y)^{1/2}} \int_{r_{\text{эф}}^2/4at}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du.$$

Можно заметить, что для малых значений параметра  $r_{\text{эф}}^2/4at$  температура на расстоянии  $r_{\text{эф}}$  от источника определяется выражением

$$T = \frac{q_e}{4\pi(\lambda_x \lambda_y)^{1/2}} \ln \frac{4a_{\text{эф}} t}{r_{\text{эф}}^2 e^c}, \quad (5)$$

совпадающим, как показывает анализ, с температурой нити радиуса  $r_{\text{эф}}$ , помещенной в месте расположения источника. Приращение температуры нити между моментами времени  $t_1$  и  $t$  равно

$$T_{(t)} - T_{(t_1)} = \frac{q_e}{4\pi(\lambda_x \lambda_y)^{1/2}} \ln \frac{t}{t_1}. \quad (6)$$

Можно показать, что в случае, когда источник расположен на границе раздела двух полуограниченных сред, одна из которых ортотропна, приращение температуры нити удовлетворяет условию

$$T_{(t)} - T_{(t_1)} = \frac{q_e}{4\pi[\lambda_0 + (\lambda_x \lambda_y)^{1/2}]} \ln \frac{t}{t_1}, \quad (7)$$

где  $\lambda_0$  — теплопроводность изотропной среды, а  $\lambda_x, \lambda_y$  — компоненты теплопроводности исследуемого образца вдоль направлений  $x$  и  $y$ .

Результаты измерения температуры нити содержат информацию о величине  $(\lambda_x \lambda_y)^{1/2}$ . Обозначим

$$A = (\lambda_x \lambda_y)^{1/2}, \text{ Аналогично, при ориентации нити вдоль осей } y \text{ и } x \text{ определяются параметры } B = (\lambda_x \lambda_z)^{1/2}, C = (\lambda_y \lambda_z)^{1/2}.$$

Система уравнений

$$\begin{cases} \lambda_x \lambda_y = A^2; \\ \lambda_x \lambda_z = B^2; \\ \lambda_y \lambda_z = C^2 \end{cases} \quad (8)$$

определяет теплопроводности образца вдоль осей.

Таким образом, при исследовании анизотропных образцов существо методики не изменяется, однако при измерениях необходимо учитывать ориентацию нити.

Выражения (6) и (7) являются основой метода, использованного для изучения анизотропных материалов. Принципиальная сторона относительных измерений, использующих компенсационную схему, подробно описывалась в [4], поэтому рассмотрим лишь те особенности техники эксперимента, которые обусловлены своеобразием изучаемых объектов.

Измерительный элемент, находящийся в контакте с исследуемым материалом, оформляется в виде зонда, представляющего собой плоскую металлическую державку, к которой приваривается платиновая нить диаметром 20 мкм. Длина нити 40—60 мм. При измерении зонд помещается между образцами исследуемого материала, которые контролируемо прижимаются металлическими обкладками.

Длительность импульсов напряжения, подаваемых на мост, составляет приблизительно 1 с, частота их подачи ~ 0,1 Гц. Максимальный нагрев в импульсе составляет ~ 10 °С. За время паузы между импульсами нестационарное температурное поле в окрестности нити практически исчезает.

При проведении температурных измерений исследуемый образец помещается в малогабаритную муфельную печь с температурой нагрева до 900 °С. Измерения могут проводиться в динамическом режиме нагрева образца. Время проведения измерений в температурном диапазоне 20—800 °С составляет 3—4 ч. Температура образца определялась по сопротивлению нити.

Процедура измерений предполагает использование «нуль-метода». Изменением сопротивлений мостовой схемы устанавливается такой режим то-

ков в ветвях схемы, чтобы разностный сигнал с измерительного и компенсационного зондов, включенных в параллельные плечи, равнялся нулю.

Методика предполагает лишь фиксирование значений сопротивлений моста при достижении нулевого сигнала, по аналогии с результатами [4].

Рассматриваемый метод классифицируется как относительный. В качестве эталона было использовано органическое стекло, в частности использовалось одно опорное стекло, значение теплопроводности которого при 20 °С равно  $\lambda_{\text{эТ}} = 0,194$  (Вт/мК) [4]. Очевидно, что если вводить зонд между плоскими поверхностями эталонного(твердого) образца, то вследствие отсутствия облегания нити твердым материалом возникает значительное контактное сопротивление, затрудняющее проведение экспериментов. При сдавливании таких образцов возможно неконтролируемое изменение контактного сопротивления.

Исключается и размещение зонда на свободной поверхности эталонного образца, так как оно не обеспечивает плотного прилегания нити к поверхности образца, вследствие чего появляется заметное контактное сопротивление, искажающее результаты измерения теплопроводности.

Чтобы избежать названных трудностей, зонды размещают между эталонным образцом и исследуемым(мягким, упруго-деформируемым). Последний обеспечивает плотное прилегание нити к эталонному образцу и удовлетворительный контакт нити с материалом. Изменение температуры нити в данном случае определяется соотношением (7).

Смещение нити на величину ее радиуса в сторону мягкого материала является причиной искажения логарифмического закона нарастания температуры в начальной стадии теплообмена и дополнительным источником погрешности измерений [5]. В работе изучалась теплопроводность искусственных асбестов — амфиболов. В таблице представлены результаты исследования Mg-амфиболов различных плотностей.

Остановимся на погрешностях измерений. Учитывались следующие их источники: собственная теплоемкость нити, ограниченность ее длины, конечность толщины образцов, разогрев нити во время прохождения тока и, наконец, смещение нити в сторону мягкого материала. Последний фактор удобнее обсуждать в терминах контактного сопротивления, учитывая, что смещение сопровождается неполным контактом нити с мягким материалом.

Влияние контактного сопротивления может быть уменьшено при увеличении длительности импульса. Однако при этом растут погрешности,

№	Плотность, кг/м <sup>3</sup>	$\lambda$ , Вт/(м·К)	Температура, °С						
			20	100	200	300	400	550	600
1	330	$\lambda_1$	0.080	0.083	0.086	0.091	0.095	0.099	0.102
		$\lambda_2$	0.088	0.090	0.096	0.102	0.110	0.119	0.128
2	690	$\lambda_1$	0.121	0.126	0.131	0.138	0.145	0.151	0.159
		$\lambda_2$	0.141	0.146	0.153	0.161	0.170	0.178	0.189
3	820	$\lambda_1$	0.180	0.187	0.198	0.209	0.220	0.231	0.243
		$\lambda_2$	0.100	0.216	0.225	0.237	0.249	0.265	0.238

обусловленные другими причинами, в частности ограниченностью длины нити и конечной толщиной образцов материалов. Поэтому существует некоторый компромисс в выборе длительности измерительного импульса, обусловленный, с одной стороны, влиянием контактного сопротивления, а с другой стороны, погрешностями иного рода.

Результирующая погрешность проведенных измерений с учетом аппаратной погрешности, связанной с индикацией полного баланса мостовой схемы, оценена нами в 5%. Эта оценка подтверждается, в пределах указанной погрешности, совпадением с результатами экспериментов по исследованию теплопроводности такого эталонного материала, как аморфное кварцевое стекло [3].

### Выводы

Предложенная модификация методов измерений в стадии иррегулярного теплового режима позволяет исследовать теплопроводность ортотропных материалов. Метод характеризуется высокой производительностью и удовлетворительной точностью.

### Библиографический список

1. *Спирин Г.Г.* Исследование молекулярной теплопроводности органических жидкостей // ИФЖ. 1980. Т. 38. С. 403-410.
2. *Спирин Г.Г.* Измерение теплопроводности перегретых жидкостей // ИФЖ. 1978. Т. 35. С. 445-447.
3. *Карслоу Х.С., Егер Д.К.* Теплопроводность твердых тел. — М.: Наука, 1964.
4. *Тимофеев О.А., Спирин Г.Г., Василевский Д.В.* Метод исследования теплопроводности диэлектрических жидкостей в микрообъемах // Вестник МАИ. 2007. Т. 14. № 1. С. 50-54.
5. *Беляев О.В., Спирин Г.Г., Формалев В.Ф.* Особенности метода иррегулярного теплового режима при исследовании теплопроводности твердых тел // ИФЖ. 1998. Т. 71. № 5. С. 805-810.
6. *Сергеев О.А.* Методологические основы теплофизических измерений. — М.: Изд-во стандартов, 1972.

Московский авиационный институт  
Статья поступила в редакцию 18.03.2009