Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(национальный исследовательский университет)» (МАИ)

На правах рукописи

Способин Андрей Витальевич

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ ТЕЛ СВЕРХЗВУКОВЫМИ ПОТОКАМИ С ТВЁРДЫМИ ЧАСТИЦАМИ

Специальность 1.1.9.
«Механика жидкости, газа и плазмы»

Диссертация на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук

Научный консультант:
доктор физико-математических наук, профессор
Ревизников Дмитрий Леонидович

Москва – 2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Обтекание тел сверхзвуковыми гетерогенными потоками привлекает внимание исследователей на протяжении десятков лет. Это связано как с широким кругом практических приложений (защита элементов конструкций энергетических установок от термоэрозионного износа, движение летательных аппаратов в запыленной атмосфере, абразивная обработка материалов, газодинамические методы нанесения покрытий), так и с теоретическим осмыслением ряда наблюдаемых в экспериментах труднообъяснимых эффектов. Сложность изучения обтекания тел гетерогенными потоками обусловлена многообразием одновременно протекающих взаимосвязанных процессов разнообразной физико-химической природы и различных пространственно-временных масштабов.

В настоящее время накоплен значительный экспериментальный материал по взаимодействию материалов с высокоскоростными гетерогенными потоками. Подробный обзор результатов, полученных отечественными и зарубежными исследователями по теплообмену и теплоэрозионному разрушению материалов в гетерогенных потоках, приведен в монографии [83]. Большой объем экспериментальных материалов по взаимодействию гетерогенных потоков с преградами накоплен специалистами в области холодного газодинамического напыления. Результаты обобщены в монографии авторов этого способа нанесения покрытий [1]. Отметим также ряд экспериментальных результатов, полученных в Московском авиационном институте [93].

Среди разнообразия механизмов влияния гетерогенного потока на обтекаемое тело можно выделить как непосредственное (ударное) воздействие частиц на поверхность, так и опосредованное, обусловленное влиянием частиц на течение и теплообмен в ударном слое [132, 41, 214]. Эти механизмы будут подробно рассмотрены в диссертационной работе.

Имеющийся эмпирический материал позволил построить ряд феноменологических моделей, удовлетворительно описывающих экспериментальные данные. Стремительное развитие вычислительной техники стимулировало стремление к построению вычислительных моделей гетерогенных потоков, базирующихся на уравнениях двухфазного течения и тепломассообмена. Классификация подобного типа моделей дана, например, в известных монографиях и обзорах [168, 261, 19, 126]. Детальный обзор работ, посвященных математическому и физическому моделированию обтекания тел гетерогенным потоком, представлен в работах [18, 24, 60, 67].

Комплексному исследованию вопросов моделирования обтекания тел потоком газовзвеси посвящены работы школы Ю. М. Циркунова [33–36, 97, 98, 118, 141–145, 237, 261–265, 276–282]. В частности, авторами сформулирована кинетическая модель столкновительной примеси, позволяющая учесть распределение частиц по размерам, их вращение, столкновения и отражение от преграды. Получен ряд фундаментальных результатов, исследован широкий спектр процессов и явлений, имеющих важное практическое значение.

Существующие подходы к численному моделированию гетерогенных потоков можно разделить на два основных типа. В моделях первого типа, к числу которых, в том числе, относится модель взаимопроникающих континуумов [75, 78], дисперсная фаза рассматривается как сплошная среда. Основным недостатком такого подхода является сложность учёта столкновительного характера дисперсной фазы, особенно в случае полидисперсной примеси. В моделях второго типа наряду с Эйлеровым описанием газовой фазы используется Лагранжев подход для описания движения примеси [239], что позволяет с достаточной точностью моделировать столкновения между частицами и их отражение от преград. Именно такой подход используется в настоящей работе.

Важнейшим фактором, связанным с наличием частиц, является интенсификация теплообмена между гетерогенным потоком и обтекаемым телом [206, 207, 52, 16, 17, 241, 271–273]. При этом механизмы и степень интенсификации зависят от размера частиц. Для малоинерционной (мелкодисперсной) примеси, частицы которой интенсивно тормозятся и нагреваются в ударном слое, осаждаясь на поверхность с малыми скоростями, характерно усиление конвективной составляющей теплового потока вследствие межфазного обмена энергией в пограничном слое. Этот эффект достаточно хорошо воспроизводится в вычислительных экспериментах [16, 17, 87, 95, 241, 282]. Образование зон высокой концентрации и их влияние на течение гетерогенного потока рассматривается в работах [96, 269, 219, 220]. Следует отметить и тот факт, что присутствие дисперсной примеси в потоке может также влиять на интенсивность турбулентности [21].

Для частиц среднего размера определяющую роль играет ударная составляющая теплового потока, обусловленная передачей части кинетической энергии частиц преграде при не абсолютно упругом столкновении. Здесь существенным фактором является экранирующий эффект, обусловленный столкновением набегающих частиц с частицами, отражёнными от поверхности [19, 279, 282]. При этом важную роль играет моделирование столкновительной динамики частиц. Этой проблеме применительно к монодисперсной и полидисперсной примеси посвящены первая и вторая главы диссертационной работы.

Контактное взаимодействие частиц с преградой зачастую сопровождается эрозионным разрушением материала преграды. По этому вопросу накоплен довольно обширный экспериментальный материал, позволивший построить феноменологические модели эрозионного разрушения. Однако детальные механизмы взаимодействия изучены довольно слабо даже применительно к одиночному удару частицы. Сложность исследований связана, главным образом, с крайне малыми характерными временами (субмикросекундный диапазон) и пространственными масштабами (микронный и субмикронный диапазоны) протекающих процессов. Несмотря на обилие эмпирического материала, по-прежнему остается открытым вопрос о критериях перехода между режимами упругого соударения, образования кратеров при взаимодействии частицы с поверхностью, пластической деформации и адгезии частиц к поверхности. Положение осложняется при рассмотрении многократных соударений, что характерно для эрозионных процессов. В этом случае в результате множественных микроударов в материале образуется модифицированный поверхностный слой с уменьшенной энергией разрыва внутренних связей, что приводит к значительному повышению интенсивности эрозионного разрушения. При этом наблюдается определенный период установления, когда безразмерная скорость уноса массы постепенно возрастает до некоторого квазистационарного значения. Как показывают эксперименты, для ряда материалов, в частности, металлов и стеклопластиков, интенсивность эрозии существенно зависит от температуры приповерхностного слоя. Также необходимо отметить, что образование лунок на поверхности материала может способствовать интенсификации теплообмена [59, 209, 231], оказывая тем самым влияние на скорость эрозионного разрушения.

Наиболее распространенной в настоящее время является модель эффективной энтальпии эрозионного разрушения. Эта модель использовалась для исследования теплоэрозионного разрушения металлов и теплозащитных материалов в сверхзвуковом гетерогенном потоке [42, 44, 81, 82]. В третьей главе настоящей работы модель эффективной энтальпии используется с целью учёта обратного влияния изменения формы обтекаемого тела вследствие эрозионного разрушения на картину течения.

Отдельного внимания заслуживает радиационный теплообмен между дисперсной фазой и обтекаемой поверхностью [174, 177–183, 208, 275]. При этом возможны два механизма интенсификации теплообмена. В случае холодной стенки нагретые в ударном слое частицы могут вызывать поток инфракрасного излучения к поверхности, определяя дополнительную, радиационную, составляющую теплового потока. В условиях же нагретой поверхности частицы могут блокировать собственное излучение поверхности, что существенно повышает её равновесную температуру. Вопросы моделирования радиационного теплообмена рассмотрены в третьей главе диссертации.

Исследованию турбулентных течений газа с примесью частиц посвящены работы [20, 21, 25, 26, 53, 149, 170, 270]. Отметим, что в настоящей работе вопросы, связанные с влиянием турбулентности, не рассматриваются.

Особый интерес вызывает интенсификация конвективного теплообмена при обтекании тел гетерогенными потоками с крупнодисперсными (высокоинерционными) частицами, которые слабо тормозятся и нагреваются в ударном слое. В экспериментах с такими частицами наблюдалось усиление теплообмена в несколько раз по сравнению с теплообменом в чистом газе даже при относительно низкой концентрации частиц в потоке, составляющей менее 1% массовой доли [8–10, 84, 192, 45]. Согласно проведенным расчетам, учёт межфазного обмена импульсом и энергией, а также ударной составляющей теплового потока, обусловленной потерей кинетической энергии частиц при столкновении с обтекаемой поверхностью, не позволяет добиться удовлетворительного согласования с экспериментальными данными. Известен ряд полуэмпирических моделей [192, 45, 206, 43], позволяющих с той или иной степенью точности описать экспериментальные данные в определенных диапазонах определяющих параметров. Однако теоретическое обоснование и степень универсальности таких подходов оставляют множество вопросов. Наблюдаемые в экспериментах картины течения указывают на то, что высокоинерционные частицы, отразившись от поверхности, достигают фронта головной ударной волны и существенно видоизменяют структуру течения [192, 32, 1]. Учёт газодинамического взаимодействия частиц с ударным слоем представляет исключительно сложную задачу в связи с существенной разницей пространственных масштабов течения в целом и обтекания частицы. Вопросы моделирования этого эффекта рассмотрены в трёх заключительных главах диссертации.

Актуальность работы

Исследование многофакторного воздействия сверхзвукового потока с примесью твёрдых частиц на поверхность обтекаемой преграды представляет большой интерес для задач аэродинамики летательных аппаратов, прежде всего, преодоления на высокой скорости участков атмосферы с различными естественными или искусственными образованиями, конструирования ракетных двигателей, задач нанесения покрытий, а также обработки и резки материалов абразивным потоком. Производительность современных компьютеров, обусловленная в настоящее время, прежде всего, широкими возможностями распараллеливания вычислений, в том числе, на графических процессорах, позволяет проводить численное моделирование двухфазного потока с учётом столкновений между частицами, полидисперсного состава примеси, конвективного и радиационного теплообмена дисперсной фазы с поверхностью, обратного влияния на несущий газ и эрозионного воздействия частиц на преграду, включая изменение геометрии расчётной области вследствие разрушения обтекаемого тела. Благодаря развитию компьютерной техники и появлению новых алгоритмов численного решения систем уравнений газовой динамики появилась возможность реализовать многомасштабные модели вычислительной гидрогазодинамики, позволяющие детально исследовать движение отдельных крупных частиц в сверхзвуковом ударном слое, рассматривая каждую частицу не как материальную точку с расчётом её взаимодействия с газом по известным приближённо-аналитическим формулам, а как самостоятельное обтекаемое потоком газа тело с разрешением течения вблизи её поверхности. Разработка комплекса программ численного моделирования запылённых потоков представляет большой практический и научный интерес, поскольку обработка и анализ результатов натурных и стендовых испытаний ограничены высокой технической сложностью и стоимостью проведения экспериментов, а использование пакетов программ решения задач газовой динамики общего назначения, как открытых, так и коммерческих, для моделирования двухфазного потока затруднено спецификой задачи, обусловленной необходимостью учёта ряда разнородных факторов, а также большим различием в масштабах моделируемых объектов, поскольку линейные размеры преграды и частиц, даже условно крупных, различаются на несколько порядков.

Основные цели работы — разработка методов и средств математического моделирования обтекания тел сверхзвуковыми запыленными потоками, исследование механизмов многофакторного воздействия гетерогенных потоков на обтекаемую поверхность.

Задачами исследования являются:

Разработка вычислительной модели двухфазного ударного слоя вблизи поверхности обтекаемого сверхзвуковым запылённым потоком затупленного тела, основанной на прямом полномасштабном моделировании динамики дисперсной фазы. Реализация модели в виде комплекса программ.

Исследование роли столкновений между частицами и обратного влияния примеси на течение несущего газа с точки зрения формирования картины обтекания тела запылённым потоком, а также динамического, теплового и эрозионного воздействия примеси на поверхность тела для частиц разных размеров и при варьировании концентрации примеси в набегающем потоке.

Численное исследование изменения формы тела вследствие эрозионного воздействия двухфазного потока на основе модели энтальпии эрозионного разрушения.

Реализация вычислительной модели теплового излучения частиц в двухфазном ударном слое. Оценка величины потока энергии, передаваемого от нагретых частиц примеси к поверхности посредством излучения, для частиц различных размеров, а также экранирование собственного излучения поверхности. Исследование влияния столкновений частиц и полидисперсного состава примеси на тепловое излучение дисперсной фазы.

Построение вычислительной модели газодинамического взаимодействия высокоинерционной частицы с ударным слоем в двумерной постановке. Исследование эволюции структуры течения газа в ударном слое при движении частицы. Изучение колебательного режима, возникающего при движении частицы вдоль оси симметрии кругового цилиндра с плоским торцом при обтекании сверхзвуковым потоком. Исследование возникновения зон локального повышения давления газа вблизи поверхности тела, а также роста конвективного теплового потока от газа к поверхности, вызванного изменением структуры течения вследствие движения частицы.

Построение и реализация вычислительной модели движения крупных частиц в ударном слое в трёхмерной постановке. Численное моделирование движения частицы по сложной траектории. Моделирование движения ансамбля частиц. Оценка воздействия возмущённого ударного слоя на поверхность.

Научная новизна

В диссертационной работе методами численного моделирования решён ряд задач механики запылённых потоков и получены следующие новые результаты:

1. Разработаны алгоритмы прямого численного моделирования динамики дисперсной фазы в сверхзвуковом запылённом потоке, позволяющие учесть столкновения частиц друг с другом, их вращение, отражение от находящихся в потоке тел, а также обратное влияние примеси на течение несущего газа. Алгоритмы позволяют моделировать движение монодисперсной примеси частиц одного размера, а также полидисперсной примеси с заданным распределением частиц по размерам. Разработан метод частиц-представителей, позволяющий проводить прямое моделирование примеси с учётом столкновений между частицами в трёхмерной постановке при существенном сокращении вычислительных затрат.
2. Построена комплексная вычислительная модель многофакторного воздействия сверхзвукового запылённого потока на обтекаемую преграду, включающая модели двухфазного ударного слоя, теплопереноса и эрозионного разрушения преграды, радиационного теплообмена между дисперсной фазой и обтекаемой поверхностью. Модель позволяет в подробностях проследить картину движения, теплообмена и столкновительного взаимодействия полного ансамбля частиц в пылевом облаке, а также получить детальную картину взаимодействия газа и дисперсной фазы с обтекаемой поверхностью.
3. С использованием разработанных методов и средств моделирования исследована роль столкновительного взаимодействия частиц, их вращения, а также обратного влияния примеси на течение несущего газа с точки зрения динамического и теплового воздействия на поверхность обтекаемой потоком преграды. Проведено разделение общего энергетического воздействия примеси на ударную составляющую, связанную с непосредственным взаимодействием частиц с поверхностью, и конвективную, обусловленную диссипацией кинетической

энергии набегающих частиц при торможении в ударном слое, а также радиационную составляющую. Исследована роль составляющих при различных параметрах течения. Выполнен анализ влияния столкновений между частицами, обратного влияния примеси на течение газа, а также изменения формы преграды на интенсивность уноса массы и картину разрушения обтекаемого тела.

4. Исследовано обтекание тел полидисперсными запыленными потоками. Отмечено перераспределение энергетического и динамического воздействия на преграду между фракциями частиц различных размеров в случае бидисперсной примеси. Для полидисперсной примеси с заданным распределением частиц по размеру получены соотношения для эффективного размера монодисперсной примеси, эквивалентной с точки зрения энергетического воздействия потока на преграду.

5. Разработана вычислительная модель и программное обеспечение для расчёта движения высокоинерционной частицы в сверхзвуковом ударном слое в осесимметричной постановке с использованием адаптивных декартовых сеток. С помощью разработанной модели проведена серия вычислительных экспериментов, направленных на выявление характерных ударно-волновых и вихревых структур, образующихся при прохождении отраженной от поверхности частицы через головную ударную волну. Исследованы варианты обтекания цилиндра со сферическим затуплением и плоским торцом. Получены детальные пространственно-временные картины газодинамического взаимодействия возмущённой области в окрестности частицы с макроскопическим течением в ударном слое и головной ударной волной. Вычислительные эксперименты показали, что важнейшую роль в формировании течения играет взаимодействие набегающего сверхзвукового потока с тороидальным вихрем, который образуется в сжатом слое вблизи оси симметрии и вызывает «невязкий» отрыв потока. Возникающая при этом кольцевая импактная струя обуславливает локальное повышение давления и теплового потока к обтекаемой поверхности. В случае обтекания цилиндра с плоским торцом в вычислительных экспериментах

зафиксированы колебательные режимы течения, обусловленные чередованием стадий роста и распада тороидального вихря.

6. Проведено исследование колебательных режимов течения и теплообмена, индуцированных газодинамическим взаимодействием высокоинерционной частицы с ударным слоем. Полученные с помощью численного моделирования ударно-волновые структуры, а также частоты и амплитуды колебаний хорошо согласуются с экспериментальными данными. Показано, что локальные величины давления и теплового потока в ходе колебательного процесса могут в несколько раз превышать значения для стационарного «невозмущенного» течения.

7. Исследовано множественное воздействие частиц на ударный слой и интенсивность конвективного теплообмена. Проведенные вычислительные эксперименты показали, что газодинамическое взаимодействие последовательности частиц с ударным слоем обеспечивает поддержание повышенного уровня тепловых потоков в течение всего временного цикла и способствует общей интенсификации конвективного теплообмена.

8. Разработаны алгоритмы моделирования движения крупных частиц в ударном слое в полномасштабной трёхмерной постановке на основе бессеточного метода решения системы уравнений газовой динамики. Выполнена программная реализация алгоритмов на графических процессорах. Исследовано газодинамическое взаимодействие ансамбля частиц при движении по сложным траекториям в ударном слое. Получено кратное усиление теплового потока вблизи критической точки при движении частицы в ударном слое у поверхности сферы, что хорошо согласуется с данными экспериментов.

Научная и практическая значимость работы состоит в том, что разработанные вычислительные алгоритмы и программное обеспечение могут использоваться для расчёта обтекания тел сверхзвуковым потоком газа с примесью частиц, в том числе, моделирования движения летательного или спускаемого аппарата в условиях запылённой атмосферы, а также эрозионного разрушения преграды, обтекаемой двухфазным потоком газа с частицами. Разработанные в диссертации алгоритмы решения нестационарных задач газовой динамики в совокупности с их программной реализацией на графических процессорах позволяют производить расчёт высокоскоростных течений вязкого и невязкого газа в областях со сложной подвижной геометрией.

Достоверность и обоснованность представленных в диссертационной работе результатов обеспечивается строгостью математических постановок, разработкой адекватных исследуемым процессам и явлениями физико-математических моделей, устойчивостью и сходимостью численных методов, тестированием вычислительных алгоритмов и реализующего их программного обеспечения, сравнением результатов численных расчётов с данными натурных и стендовых экспериментов, аналитическими решениями, а также с результатами расчётных и теоретических исследований других авторов.

Апробация результатов исследования

Основные результаты по теме работы были представлены и обсуждались на многочисленных российских и международных научных конференциях, форумах и семинарах:

- XIV, XV, XVI, XVII, XVIII, XIX, XX, XXI, XXII Международная конференция «Вычислительная механика и современные прикладные программные системы» (ВМСППС) (Алушта, 2005, 2007, 2009, 2011, 2013, 2015, 2017, 2019, 2021);
- VI, VII, VIII, IX, X, XI, XII Международная конференция по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ) (Санкт-Петербург, 2006; Алушта, 2008, 2010, 2012, 2014, 2016, 2018);
- IV, V, VI, VII, VIII Российская национальная конференция по теплообмену (РНКТ) (Москва, 2006, 2010, 2014, 2018, 2022);
- V международный аэрокосмический конгресс IAC’06 (Москва, 2006);
- XIII, XIV, XVI International Heat Transfer Conference (IHTC) (Sydney, Australia, 2006; Washington DC, USA, 2010; Beijing, China, 2018);
- XVI, XVIII Школа-семинар молодых ученых и специалистов «Проблемы газодинамики и теплообмена в энергетических установках» под

руководством академика РАН Леонтьева А. И. (Санкт-Петербург, 2007; Звенигород, 2011);

- VIII, XV International Symposium on Advances in Computational Heat Transfer (CHT) (Marrakech, Morocco, 2008; Piscataway, USA, 2015);
- VI Минский международный форум по тепло- и массообмену (Минск, 2008);
- International Symposium on Convective Heat and Mass Transfer in Sustainable Energy (Tunisia, 2009);
- XXXIX, XL Summer School–Conference Advanced problems in mechanics (St. Petersburg, 2011, 2012);
- XXIII, XXVI Семинар по струйным, отрывным и нестационарным течениям (Томск, 2012; Санкт–Петербург, 2022);
- 9th International Conference on Multiphase Flow (ICMF) (Firenze, Italy, 2016);
- XIII, XIV Международная конференция по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (AMMAI) (Алушта, 2020, 2022);
- XIX, XX Международная конференция Авиация и Космонавтика (Москва, 2020, 2021).

Личный вклад автора

Автор принимал непосредственное участие в постановке задач, разработке вычислительных моделей, алгоритмов и программного кода, проведении расчётов, обработке и анализе результатов численного моделирования, подготовке статей и докладов на конференциях. Автором самостоятельно реализованы в виде программного кода используемые алгоритмы и численные методы решения задач, проведены вычислительные эксперименты, анализ полученных данных и их верификация. Положения диссертации, выносимые на защиту, получены соискателем самостоятельно.

Публикации

Основные результаты диссертационной работы представлены в 25 статьях [288–312] в журналах, входящих в перечень ВАК либо индексируемых в Scopus и Web Of Science, а также в 47 публикациях [313–359] в сборниках трудов тематических конференций, форумов и семинаров. Зарегистрированы 2 программы для ЭВМ [360–361].

Личный вклад автора в совместных публикациях

Большинство работ, опубликованных автором, выполнено в соавторстве. Все результаты, выносимые на защиту, получены автором во время работы на кафедре «Вычислительная математика и программирование» Московского авиационного института в период с 2004 по 2022 годы. В совместных публикациях автору принадлежат разработка методики расчетов, вычислительных алгоритмов и программного кода, проведение вычислительных экспериментов и участие в анализе полученных результатов. В работах в соавторстве с научным консультантом Д. Л. Ревизникову принадлежит выбор направления исследований, участие в общей постановке и выборе методов решения задач, совместный с соискателем анализ полученных результатов. В работах [304–310] В. В. Винникову принадлежит разработанный им метод погруженной границы реализации граничных условий на адаптивных декартовых сетках. В работе [304] В. В. Винников и Д. Л. Ревизников наряду с автором принимали участие в разработке модели и программного кода расчёта излучения в двухфазном ударном слое. В работах [300, 301, 304] Д. Л. Ревизникову и Л. А. Домбровскому принадлежит общая постановка задачи моделирования излучения в двухфазном ударном слое, выбор методов её реализации, а также совместно с автором анализ полученных результатов, соискателю в этих работах принадлежит реализация модели движения теплообмена дисперсной фазы, а также участие в разработке программного кода модели излучения, проведении расчётов и анализе полученных результатов, результат этих совместных исследований отражён в разделе 3.4 настоящей диссертационной работы. В работах [295–298] И. Э. Иванов и И. А. Крюков принимали участие в анализе полученных данных, им принадлежит детальное описание наблюдаемых процессов эволюции течения в ударном слое, которое легло в основу анализа структур течения, представленного в разделах 4.1 и 4.2 диссертации. В работе [299] Т. Ю. Сухарев принимал участие в проведении анализа полученных данных и верификации результатов численных расчётов посредством использования пакетов программ решения задач газовой динамики. В работах [303, 306, 309] Д. С. Михатулину и Т. В. Ершовой принадлежит модель теплообмена дисперсной примеси с обтекаемой преградой.

Структура и объем работы

Диссертация состоит из введения, шести глав и заключения. Полный объем диссертации составляет 313 страниц со 188 рисунками. Список литературы включает 361 наименование.

Во **введении** обосновывается актуальность работы, представлены общее описание и основные цели работы.

В **первой** главе работы представлена комплексная физико-математическая модель двухфазного ударного слоя, возникающего у поверхности затупленного тела при обтекании сверхзвуковым потоком газа с примесью твёрдых частиц. В основе квазитрёхмерной модели столкновительной примеси, предназначенной для моделирования течений в плоской двумерной постановке, лежит дискретно-элементный метод расчёта движения частиц, учитывающий в точности все соударения между моделирующими частицами. При этом каждая моделирующая частица ставится в соответствие одной реальной частице, а число частиц в вычислительном эксперименте определяется исходя из объёмной концентрации примеси в области невозмущенного течения. Проведено численное исследование распределения дисперсной фазы в пространстве и параметров динамического и энергетического воздействия примеси на поверхность при поперечном обтекании преграды сверхзвуковым запыленным потоком. Рассматривалась роль таких факторов как закрутка частиц и их столкновения друг с другом. Модель позволяет учесть обратное влияние примеси на несущую фазу посредством добавления дополнительных источниковых членов в систему уравнений газовой динамики. Исследуется усиление конвективного теплообмена между обтекаемой поверхностью и газовой фазой, которое обусловлено присутствием примеси частиц. Рассмотрено тепловое и динамическое воздействие двухфазного ударного слоя на преграду в широком диапазоне концентраций и размеров частиц примеси.

Вторая глава диссертационной работы продолжает развитие модели двухфазного ударного слоя, представленной в первой главе. Рассматриваются течения с полидисперсным составом примеси, в том числе взаимное влияние фракций частиц разных размеров на примере бидисперсной примеси. Разработан метод частиц-представителей, позволяющий существенно сократить число моделирующих частиц, но по-прежнему учитывающий все столкновения между физическими частицами. Метод обеспечивает существенное сокращение вычислительных затрат при проведении численных экспериментов и даёт возможность перейти от расчёта плоских течений к пространственным трёхмерным. Рассматриваются различные варианты широко используемого для моделирования столкновений метода Монте-Карло, результаты расчётов сравниваются с точным дискретно-элементным подходом.

Третья глава работы посвящена моделированию тепломассопереноса в разрушающейся вследствие эрозионного воздействия запылённого потока преграде, а также расчёту излучения частиц в двухфазном ударном слое. Расчет уноса теплозащитного материала под воздействием частиц примеси осуществляется с использованием модели, основанной на понятии эффективной энтальпии эрозионного разрушения. Сформулирована комплексная математическая модель тепломассообмена тел при обтекании сверхзвуковым запыленным потоком. Разработаны эффективные вычислительные алгоритмы компьютерной реализации основных её составляющих: алгоритмы прямого численного моделирования динамики дисперсной примеси, расчета сверхзвукового обтекания затупленных тел на прямоугольных сетках и моделирования теплопереноса в областях с криволинейными подвижными границами. Выполнено численно исследование эрозионного разрушения преграды при обтекании сверхзвуковым запыленным потоком. Установлена роль такого фактора как обратное влияние изменения формы тела на параметры двухфазного ударного слоя с точки зрения результата эрозионного разрушения. Выполнена реализация основанной на P_1-приближении метода сферических гармоник модели расчёта теплового излучения мелких частиц, нагревающихся вследствие теплообмена с газовой фазой в ударном слое. Определено влияние учёта столкновений между частицами на поток теплового излучения от частиц к поверхности. Рассматривалось тепловое излучение полидисперсной примеси частиц, размер которых подчиняется гамма-распределению, для вариантов с «холодной» и «горячей» поверхностью обтекаемой преграды.

Главы с **четвёртой** по **шестую** посвящены численному исследованию эффектов, возникающих в ударном слое при движении крупных частиц, способных после отражения от поверхности выйти за фронт ударной волны и существенно изменить картину течения газа. Каждая крупная частица рассматривается наряду с основной преградой как обтекаемый газовым потоком макрообъект в отличие от предыдущих разделов работы, где учёт обратного влияния примеси на течение газа производится посредством дополнительных источниковых членов в системе уравнений газовой динамики, определяющих силовое и энергетическое воздействие дисперсной фазы на газ. В отдельных главах представлены различные подходы к расчёту обтекания системы частицы − преграда.

В **четвёртой** главе диссертационной работы представлена вычислительная модель движения одиночной частицы крупной частицы в ударном слое в осесимметричной постановке. Модель развивает разработанный в предыдущих разделах метод решения системы уравнений газовой динамики на адаптивных декартовых расчётных сетках. Наряду с измельчением расчётной сетки для качественного разрешения пограничного слоя течения вязкого теплопроводного газа вблизи поверхности преграды, используется измельчение сетки вдоль оси симметрии, выступающей в роли заведомо известной траектории движения частицы. По мере перемещения частицы в пространстве происходит переключение типов ячеек вычислительной сетки на границе частицы, что обеспечивает воспроизведение граничных условий на её поверхности посредством метода погруженной границы с фиктивными ячейками. Проведены вычислительные эксперименты по расчёту движения крупной частицы вдоль оси симметрии сферы и кругового цилиндра с плоским торцом, обтекаемого сверхзвуковым потоком. Детально изучена эволюция структуры течения, объяснены механизмы возникновения пульсирующих колебаний ударного слоя в случае продольного обтекания цилиндра с плоским торцом. Показано возникновение локальных зон кратного повышения давления газа вблизи поверхности, а также роста конвективного теплового потока от газа к обтекаемому телу. Приводится сравнение результатов расчётов с данными стендовых экспериментов, показано хорошее согласование как на качественном, так и на количественном уровнях, что свидетельствует в пользу адекватности построенной вычислительной модели.

В **пятой** главе работы представлен метод адаптивных декартовых скользящих сеток моделирования движения крупных частиц в ударном слое. Он позволяет, пусть и в двумерной постановке, моделировать движение частиц, отразившихся от поверхности в произвольной точке и продолжающих движение, испытывая действие силы аэродинамического сопротивления. Программная реализация основана на технологии гетерогенных параллельных вычислений OpenCL и использует графические процессоры для ускорения численного решения системы уравнений газовой динамики вблизи преграды и частиц. Моделируется газодинамическое взаимодействие нескольких крупных частиц в ударном слое. Продемонстрирована возможность поддержания существования зон интенсификации теплообмена газа с поверхностью при движении цепочки частиц.

В главах с первой по пятую для решения системы уравнений газовой динамики использовались адаптивные декартовы сетки с квадратными ячейками, что ограничивало круг решаемых задач либо плоскими двумерными, либо осесимметричными течениями, поскольку для разрешения течения в ударном слое, прежде всего, воспроизведения градиента температуры для расчёта теплового потока, требуется использовать малые пространственные шаги в направлении внешней нормали к обтекаемой поверхности. Квадратные ячейки в силу изотропности обеспечивают высокое пространственное разрешение и в касательном направлении, где градиенты не так велики. Как следствие, применение декартовых сеток для решения трёхмерных задач оказывается затруднительным ввиду высокого расхода вычислительных ресурсов.

В целях повышения эффективности расхода вычислительных ресурсов и обеспечения проведения вычислительного эксперимента по моделированию движения крупных частиц в ударном слое в полноценной трёхмерной постановке в **шестой** главе работы представлена вычислительная модель, основанная на бессеточном методе решения системы уравнений газовой динамики, использующем аппроксимацию частных пространственных производных методом наименьших квадратов и допускающем асимметричное распределение расчётных узлов в пространстве. Поскольку применение данного подхода является относительно новым и мало распространено в отечественной научной литературе, в работе реализованы и прошли верификацию бессеточные алгоритмы решения систем уравнений Эйлера и Навье-Стокса сверхзвукового течения невязкого и вязкого газа соответственно. Разработаны алгоритмы расчёта движения частиц в ударном слое на базе метода скользящих облаков, аналогичному методу скользящих сеток, и метода формирования единого облака вычислительных узлов. Последний позволяет успешно моделировать движение ансамбля из нескольких частиц в ударном слое, в том числе, их сближение между собой, а также отражение от поверхности преграды. Программная реализация также использует технологию распараллеливания вычислений OpenCL и позволяет распределять ресурсы между несколькими графическими ускорителями при проведении одного вычислительного эксперимента. Выполнены расчёты по моделированию движения частицы вдоль отличной от оси симметрии сложной траектории в ударном слое у поверхности сферы в полноценной трёхмерной постановке. Моделируется газодинамическое взаимодействие нескольких крупных частиц.

В **заключении** сформулированы основные результаты диссертационной работы, **выносимые на защиту**.

ГЛАВА 1. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ СТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПРИМЕСИ В СВЕРХЗВУКОВОМ УДАРНОМ СЛОЕ

Введение

Математическое моделирование двухфазных течений, в частности, течений запыленного газа, получило активное развитие в силу высокой практической значимости для решения широкого круга задач, таких как, создание паровых и газовых турбин, движение летательных аппаратов в запыленной атмосфере, абразивная обработка и резка материалов. К настоящему моменту накоплен значительный опыт решения задач математического моделирования гетерогенных потоков, построены модели различной степени сложности, разработаны алгоритмы их реализации. Наиболее подробно современные достижения в этой области отражены в широко известных монографиях и обзорах [79, 91, 92, 166, 167, 169, 127, 128, 261, 37, 18, 19, 24, 125, 120, 121].

Традиционно поток газа с частицами характеризуется набором специфических параметров, дополняющих параметры газовой фазы. Наряду с индивидуальными параметрами каждой частицы, такими как, масса, размер, температура, координаты в пространстве, вектора скорости поступательного и вращательного движения, вводятся интегральные характеристики двухфазного потока – концентрация примеси, время тепловой и динамической релаксации частиц, числа Стокса, характеризующие отношение времени релаксации частицы к характерным масштабам течения. В работе [18] приведена классификация гетерогенных потоков в зависимости от концентрации примеси и чисел Стокса. Для течений в канале даже в слабозапылённом потоке проявляется обратное влияние частиц на течение несущего газа. С ростом концентрации существенную роль начинают играть столкновения между частицами. При обтекании преграды, наоборот, столкновения частиц, прежде всего, набегающих с отразившимися от поверхности, проявляются при существенно меньшей концентрации, чем начинает играть роль влияние дисперсной фазы на течение несущего газа [261].

Можно выделить несколько основных подходов к численному моделированию запылённых потоков.

Континуальный Эйлеров подход основан на модели взаимопроникающих континуумов, согласно которой наряду с эйлеровым описанием несущей фазы используется эйлерово описание дисперсной фазы, рассматриваемой как сплошная среда. Был введён в работах [165], а впоследствии существенно развивался и широко применялся в том числе в работах [67, 68, 92, 132, 41]. Преимуществом моделей данного типа является похожий характер уравнений несущего газа и дисперсной фазы, что позволяет унифицировать методы, используемые для численного решения задачи. С другой стороны, моделирование столкновений между частицами вызывает определённую сложность в моделях данного типа, как следствие, вводится несколько взаимопроникающих континуумов: набегающих, отразившихся от преграды и сталкивающихся частиц [75−78, 47].

Более точное описание течения газовзвеси может быть получено при использовании кинетических моделей, в которых примесь рассматривается как разреженная среда, а её движение описывается уравнениями больцмановского типа [58]. Кинетическая теория бесстолкновительной примеси представлена в работах [61–63], столкновительной – в работах [108, 260, 137–140]. Розыгрыш столкновений осуществляется посредством прямого статистического моделирования методом Монте-Карло [253]. Данный подход получил активное развитие в работах научной школы Ю. М. Циркунова [276–278]. Методами статистической физики выведено кинетическое уравнение для одночастичной функции распределения применительно к слабоконцентрированной полидисперсной примеси [34], что позволило авторам провести разностороннее исследование обтекания тел запыленным потоком с учётом вращения частиц, их неупругих столкновений друг с другом и взаимодействия с несущим газом [33, 35–36].

Континуальный Лагранжев подход, в котором поле концентрации и средней плотности примеси определяется посредством решения уравнения неразрывности для «газа» частиц в лагранжевых переменных, предложен для бесстолкновительной примеси в работе [56] и получил активное развитие в работах [238–240, 201, 145, 254, 265, 221].

Альтернативный подход предлагают модели, сочетающие эйлерово описание несущей среды с лагранжевым описанием дисперсной фазы, их преимуществами являются получение детальной информации о параметрах отдельных частиц, которые определяются путем интегрирования уравнений движения и теплообмена частиц в газовом поле, простота моделирования полидисперсной примеси, а также возможность учёта столкновений между частицами. Основным недостатком моделей, использующих эйлерово-лагранжев подход, являются высокие требования к вычислительным ресурсам при расчёте движения большого количества моделирующих частиц [169], а при моделировании турбулентных потоков возникает необходимость учёта взаимодействия частиц с вихрями малых размеров [18].

Использование лагранжевого описания дисперсной фазы предполагает интегрирование уравнений движения и теплообмена каждой из моделирующих частиц. Сила аэродинамического сопротивления, действующая на частицу, обусловлена разницей скоростей частицы и несущего газа, а основным её параметром является коэффициент аэродинамического сопротивления, зависящий от формы частицы, а также относительных чисел Маха и Рейнольдса [127]. Сила Сэффмена обусловлена неоднородностью газового поля, приводящей к перепаду давления с разных сторон частицы [245]. Вращение движущейся частицы влечет снижение давления газа с той стороны, где направление обтекания и вращения совпадают, и увеличение с обратной. Разница давлений приводит к появлению силы Магнуса [91, 244, 285]. Вращение частицы относительно несущего газа приводит к появлению тормозящего момента [171]. Исследованию вращающихся в потоке газа частиц посвящены работы [156, 266, 154, 216]. Силы, действующие на частицу в турбулентном потоке рассмотрены в работах [149, 25, 152]. Силы, действующие в газовом потоке на частицы несферической формы, и теплообмен таких частиц с несущим газом рассмотрены в работах [196, 242].

Сравнение использования эйлерова и полного лагранжевого подхода для моделирования динамики дисперсной фазы в закрученном двухфазном потоке проведено в работе [99]. Получено лучшее соответствие экспериментальным данным результатов расчётов с применением лагранжевого подхода.

Дискретно-траекторный метод предназначен для моделирования стационарных течений газа с малой концентрацией примеси частиц [136, 167]. Он предполагает интегрирование уравнений движения и теплообмена каждой частицы из набора пробных с целью определения их траекторий и изменения параметров частиц вдоль траекторий. Метод позволяет учесть отражение частиц от поверхности тел, находящихся в запылённом потоке. По результатам расчета траекторий достаточно представительного набора частиц параметры дисперсной фазы, такие как концентрация, скорость и температура частиц, могут быть получены путем осреднения по объему в любой точке течения. Данный подход получил достаточно широкое распространение при моделировании течений газа с твёрдыми частицами [31, 210, 109–111, 143]. Метод можно рассматривать как упрощённый вариант кинетического подхода для случая бесстолкновительной примеси.

Развитием лагранжевого подхода на случай нестационарных течений является дискретно-элементный метод, также предполагающий интегрирование уравнений движения и теплообмена индивидуальных частиц либо их представителей. Метод позволяет получить максимально детализированную картину течения примеси, параметры каждой частицы в любой момент времени.

В первой главе работы представлена реализация дискретно-элементного метода в наиболее полном варианте, когда каждая вычислительная частица соответствует одной реальной, а также расчет столкновений между частицами осуществляется на основе пересечения их траекторий, что обеспечивает целый ряд преимуществ:

- параметры дисперсной фазы определяются с высокой точностью в заданной точке пространстве в конкретный момент времени;

- метод даёт возможность отслеживать траекторию каждой частицы, её отражение от поверхности и столкновения с другими частицами;
- позволяет исследовать переходные процессы, возникающие при входе объекта в запыленное облако, не дожидаясь накопления данных, необходимых для статистического моделирования;
- обеспечивает получение параметров теплового и непосредственного ударного воздействия примеси на обтекаемую газом поверхность.

Вычислительные алгоритмы обеспечивают возможность распараллеливания расчётов при решении уравнений газовой динамики, моделировании движения и теплообмена частиц, а также на этапе поиска соударений между ними.

1.1. Расчёт сверхзвукового обтекания затупленных тел на декартовых сетках в плоской двумерной постановке

Система модифицированных уравнений Эйлера [123] в плоской двумерной декартовой системе координат в сочетании с уравнением состояния идеального газа описывают течение газа с учётом обратного влияния дисперсной примеси:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t}+\frac{\partial \mathbf{F}(q)}{\partial x}+\frac{\partial \mathbf{G}(q)}{\partial y}=\mathbf{N},$$

$$\mathbf{q}=\begin{pmatrix}\rho\\ \rho u\\ \rho v\\ \rho e\end{pmatrix},\ \mathbf{F}=\begin{pmatrix}\rho u\\ \rho u^2+p\\ \rho uv\\ \rho uH\end{pmatrix},\ \mathbf{G}=\begin{pmatrix}\rho v\\ \rho uv\\ \rho v^2+p\\ \rho vH\end{pmatrix},\ \mathbf{N}=\begin{pmatrix}0\\ -\langle f_{px}\rangle\\ -\langle f_{py}\rangle\\ -\langle \mathbf{f}_p\mathbf{v}_p+\mathbf{T}_{\omega p}\boldsymbol{\omega}_p+q_c\rangle\end{pmatrix},$$

$$e=\frac{p}{\rho(\gamma-1)}+\frac{u^2+v^2}{2},\ H=e+\frac{p}{\rho},\ p=\rho RT,$$

где ρ – плотность, p – давление, T – температура газа, u и v – компоненты скорости газа вдоль осей x и y соответственно, γ – показатель адиабаты, R – газовая постоянная, $\mathbf{q}$ - вектор консервативных переменных. Компоненты вектора $\mathbf{N}$ имеют смысл плотности источников импульса и полной энергии от дисперсной фазы к газовой. Используются осреднённые по вычислительной ячейке сила $\mathbf{f}_p$ и момент сил $\mathbf{T}_{\omega p}$, действующие на частицы примеси, q_c - конвективный тепловой поток от газа к частицам.

Решение системы уравнений Эйлера осуществляется посредством TVD-монотонизированного варианта метода Хартена-Лакса-Ван Лира (HLL) [197, 69, 286] второго порядка точности по пространству. Дискретизация системы уравнений газовой динамики выполняется на адаптированной к геометрии области декартовой вычислительной сетке (рис. 1.1) [38].

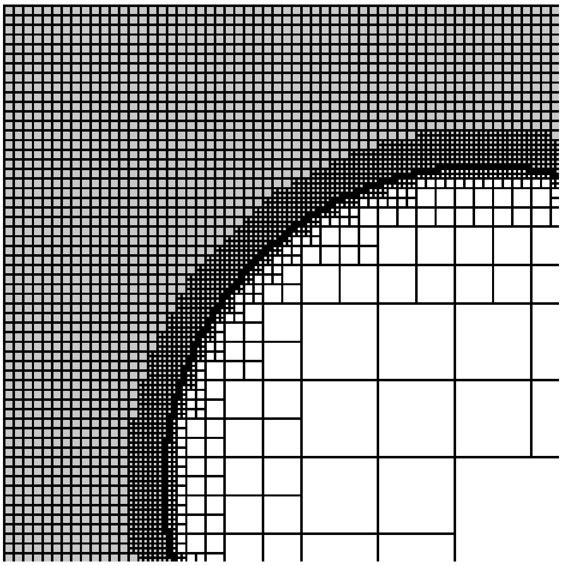


Рис. 1.1. Адаптивная декартова вычислительная сетка

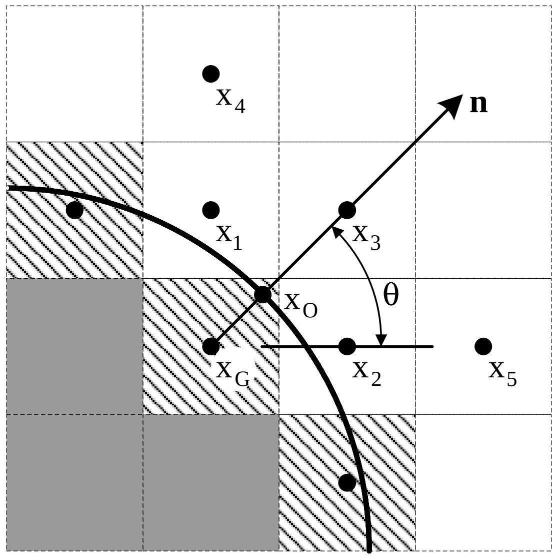


Рис. 1.2. Аппроксимация краевых условий методом погруженной границы

При реконструкции векторов консервативных переменных на гранях вычислительных ячеек использовался ограничитель minmod:

$$\operatorname{limiter}(a,b)=\operatorname{minmod}(a,b)=\begin{cases}\operatorname{sign}(a)\cdot\min(|a|,|b|), & ab>0\\ 0, & ab\le 0\end{cases}.$$

На гранях ячейки используется арифметическое осреднение вектора физических переменных:

$$\rho^*=\frac{\rho_L+\rho_R}{2},\ u^*=\frac{\rho_L u_L+\rho_R u_R}{\rho_L+\rho_R},\ v^*=\frac{\rho_L v_L+\rho_R v_R}{\rho_L+\rho_R},\ e^*=\frac{\rho_L e_L+\rho_R e_R}{\rho_L+\rho_R},$$

$$U^* = \begin{pmatrix} \rho^* \\ u^* \\ v^* \\ e^* \end{pmatrix},\ c^* = \sqrt{\left(e^* - \frac{u^{*2} + v^{*2}}{2}\right)\frac{\gamma - 1}{\gamma}}.$$

Согласно методу HLL расчёт конвективных потоков вдоль оси x через грань между ячейками $L(i;j)$ и $R(i+1;j)$ определяется выражениями:

$$\mathbf{F}_{i+1/2}^{\text{HLL}} = \begin{cases} \mathbf{F}_L, & 0 \le \lambda_L \\ \dfrac{\lambda_R \mathbf{F}_L - \lambda_L \mathbf{F}_R + \lambda_L \lambda_R (\mathbf{q}_R - \mathbf{q}_L)}{\lambda_R - \lambda_L}, & \lambda_L \le 0 \le \lambda_R, \\ \mathbf{F}_R, & \lambda_R \le 0 \end{cases}$$

$$\mathbf{F}_L = \mathbf{F}(\mathbf{q}_L),\ \mathbf{F}_R = \mathbf{F}(\mathbf{q}_R),$$

$$\mathbf{q}_L = \mathbf{q}_i + \frac{\text{limiter}(\Delta\mathbf{q}_{i-1}, \Delta\mathbf{q}_i)}{2},$$

$$\mathbf{q}_R = \mathbf{q}_{i+1} - \frac{\text{limiter}(\Delta\mathbf{q}_{i+1}, \Delta\mathbf{q}_i)}{2},$$

$$\Delta\mathbf{q}_i = \mathbf{q}_i - \mathbf{q}_{i-1},$$

$$\lambda_L = u^* - c^*,\ \lambda_R = u^* + c^*.$$

Аналогичным образом вычисляются конвективные потоки вдоль оси y между ячейками $L(i;j)$ и $R(i;j+1)$:

$$\mathbf{G}_{j+1/2}^{\text{HLL}} = \begin{cases} \mathbf{G}_L, & 0 \le \lambda_L \\ \dfrac{\lambda_R \mathbf{G}_L - \lambda_L \mathbf{G}_R + \lambda_L \lambda_R (\mathbf{q}_R - \mathbf{q}_L)}{\lambda_R - \lambda_L}, & \lambda_L \le 0 \le \lambda_R, \\ \mathbf{G}_R, & \lambda_R \le 0 \end{cases}$$

$$\mathbf{G}_L = \mathbf{G}(\mathbf{q}_L),\ \mathbf{G}_R = \mathbf{G}(\mathbf{q}_R),$$

$$\mathbf{q}_L = \mathbf{q}_j + \frac{\text{limiter}(\Delta\mathbf{q}_{j-1}, \Delta\mathbf{q}_j)}{2},$$

$$\mathbf{q}_R = \mathbf{q}_{j+1} - \frac{\text{limiter}(\Delta\mathbf{q}_{j+1}, \Delta\mathbf{q}_j)}{2},$$

$$\Delta \mathbf{q}_j = \mathbf{q}_j - \mathbf{q}_{j-1},$$

$$\lambda_L = v^* - c^*,\ \lambda_R = v^* + c^*.$$

На поверхности, обтекаемой невязким потоком, задаются условия непротекания. Рассмотрим метод погруженной границы с фиктивными ячейками на декартовых сетках [28, 29] реализации краевых условий на криволинейной границе в двумерной постановке.

Используются две ячейки (x_1, y_1), (x_2, y_2) расчётной области, одна «фиктивная» ячейка внутри тела (x_G, y_G) и точка на границе (x_O, y_O) (рис. 1.2). Равенство нулю нормальной компоненты скорости u^n в двумерной декартовой системе координат принимает вид:

$$u_O^n = u_O \cos\theta + v_O \sin\theta = 0,$$

где θ – угол наклона внешней нормали к поверхности.

Тангенциальная компонента скорости выражается как:

$$u_O^\tau = -u_O \sin\theta + v_O \cos\theta.$$

Компоненты скорости u_O и v_O в точке на границе (x_O, y_O) связаны билинейным интерполяционным соотношением с известными значениями в приграничных узлах (x_1, y_1), (x_2, y_2) решётки и искомым значением в фиктивном узле (x_G, y_G):

$$u_O = \begin{pmatrix} 1 & x_O & y_O \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_G & y_G \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_G \end{pmatrix},$$

$$v_O = \begin{pmatrix} 1 & x_O & y_O \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_G & y_G \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_G \end{pmatrix}.$$

Тогда условие непротекания $u^n = 0$ выражается соотношением:

$$\begin{pmatrix}1 & x_O & y_O\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & x_1 & y_1\\ 1 & x_2 & y_2\\ 1 & x_G & y_G\end{pmatrix}^{-1}\left[\begin{pmatrix}u_1\\ u_2\\ u_G\end{pmatrix}\cos\theta+\begin{pmatrix}v_1\\ v_2\\ v_G\end{pmatrix}\sin\theta\right]=0\,.$$

Отсюда получаем уравнение для неизвестных u_G и v_G:

$$u_G\cos\theta+v_G\sin\theta=-\frac{b_1}{b_G}\left(u_1\cos\theta+v_1\sin\theta\right)-\frac{b_2}{b_G}\left(u_2\cos\theta+v_2\sin\theta\right),$$

$$\begin{pmatrix}b_1 & b_2 & b_G\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & x_O & y_O\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & x_1 & y_1\\ 1 & x_2 & y_2\\ 1 & x_G & y_G\end{pmatrix}^{-1}.$$

Для замыкания системы уравнений используется краевое условие $\left.\dfrac{\partial u^\tau}{\partial \mathbf{n}}\right|_O=0$ в точке O на криволинейной границе, аппроксимация которого также использует билинейную интерполяцию:

$$u_G\sin\theta-v_G\cos\theta=\begin{pmatrix}1 & x_G & y_G\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & x_1 & y_1\\ 1 & x_2 & y_2\\ 0 & \cos\theta & \sin\theta\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}u_1\sin\theta-v_1\cos\theta\\ u_2\sin\theta-v_2\cos\theta\\ \left.\dfrac{\partial u^\tau}{\partial n}\right|_O\end{pmatrix}.$$

Запишем второе уравнение:

$$u_G\sin\theta-v_G\cos\theta=d_1\left(u_1\sin\theta-v_1\cos\theta\right)+d_2\left(u_2\sin\theta-v_2\cos\theta\right)+d_O\left(\frac{\partial u^\tau}{\partial n}\right)_O,$$

$$\begin{pmatrix}d_1 & d_2 & d_O\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & x_G & y_G\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & x_1 & y_1\\ 1 & x_2 & y_2\\ 0 & \cos\theta & \sin\theta\end{pmatrix}^{-1}.$$

В результате получим выражения для вычисления компонент скорости в фиктивном узле:

$$\begin{cases} u_G^{k+1} = RHS_1 \cos\theta + RHS_2 \sin\theta \\ v_G^{k+1} = RHS_1 \sin\theta - RHS_2 \cos\theta \end{cases},$$

$$RHS_1 = -\frac{b_1}{b_G}\left(u_1 \cos\theta + v_1 \sin\theta\right) - \frac{b_2}{b_G}\left(u_2 \cos\theta + v_2 \sin\theta\right),$$

$$RHS_2 = d_1\left(u_1 \sin\theta - v_1 \cos\theta\right) + d_2\left(u_2 \sin\theta - v_2 \cos\theta\right).$$

Плотность в фиктивной ячейке ρ_G определяется из краевого условия на границе $\left.\frac{\partial\rho}{\partial\mathbf{n}}\right|_O = 0$, которое посредством билинейной интерполяции может быть аппроксимировано линейным соотношением:

$$\rho_G = \begin{pmatrix} 1 & x_G & y_G \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \left.\frac{\partial\rho}{\partial\mathbf{n}}\right|_O \end{pmatrix}.$$

Используя краевое условие для давления на границе $\left.\frac{\partial p}{\partial\mathbf{n}}\right|_O = \frac{\rho u^{\tau 2}}{R_T}$, где R_T - радиус закругления, с помощью интерполяции вычислим:

$$p_G = \begin{pmatrix} 1 & x_G & y_G \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \left.\frac{\partial p}{\partial\mathbf{n}}\right|_O \end{pmatrix},\ e_G = \frac{p_G}{\rho_G(\gamma-1)} + \frac{u_G^2 + v_G^2}{2}.$$

Касательная компонента скорости и плотность ρ_O газа в точке O на границе тела также определяются интерполяцией:

$$u_O^\tau = \begin{pmatrix} 1 & x_O & y_O \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} u_1 \sin\theta - v_1 \cos\theta \\ u_2 \sin\theta - v_2 \cos\theta \\ \left.\frac{\partial u^\tau}{\partial n}\right|_O \end{pmatrix},$$

$$\rho_O = \begin{pmatrix} 1 & x_O & y_O \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \left.\dfrac{\partial \rho}{\partial \mathbf{n}}\right|_O \end{pmatrix}.$$

В целях улучшения сходимости метода используется механизм ограничения компонентов вектора наклонов физических переменных на отрезке OG (рис. 1.2) [28]:

$$S_{OG} = U_G - U_O \,, \; U_G = \begin{pmatrix} \rho_G \\ u_G \\ v_G \\ E_G \end{pmatrix}, \; U_O = \begin{pmatrix} \rho_O \\ u_O \\ v_O \\ E_O \end{pmatrix}.$$

Вводится дополнительная точка-образ I с координатами $(x_I \,, y_I)$:

$$\begin{pmatrix} x_I \\ y_I \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} x_O \\ y_O \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_G \\ y_G \end{pmatrix}.$$

На отрезке IO путём интерполяции вычисляется вектор наклонов физических переменных по их значениям в смежных узлах (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4), (x_5, y_5):

$$S_{IO} = \begin{pmatrix} \rho_1 & \rho_2 & \rho_3 & \rho_4 & \rho_5 \\ u_1 & u_1 & u_3 & u_4 & u_5 \\ v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 \\ E_1 & E_2 & E_3 & E_4 & E_5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & x_4^2 & x_5^2 \\ y_1^2 & y_2^2 & y_3^2 & y_4^2 & y_5^2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ x_O - x_I \\ y_O - y_I \\ x_O^2 - x_I^2 \\ y_O^2 - y_I^2 \end{pmatrix}.$$

Окончательное значение компонент вектора физических переменных в фиктивном узле (x_G, y_G) вычисляется посредством применения ограничителя к векторам наклонов S_{OG} и S_{IO}:

$$U_G = U_O + \operatorname{limiter}(S_{OG}, S_{IO}).$$

Программное обеспечение, реализующее представленный метод решения системы уравнений Эйлера, разработано на языке программирования С++ и использует технологию OpenMP для распараллеливания вычислений [4].

С целью верификации разработанного программного обеспечения и применимости используемых алгоритмов к рассматриваемому кругу задач решалась модельная задача поперечного обтекания кругового цилиндра единичного радиуса $R_0 = 1$ сверхзвуковым невязким потоком с числом Маха $M_\infty = 6$. Размеры расчетной области составляли $1.5 \cdot R_0$ и $3.0 \cdot R_0$ вдоль осей x и y соответственно, расчет проводился на равномерной прямоугольной сетке разрешением 512×1024 вычислительных узлов. Полученные в расчётах газодинамические параметры сравниваются с эталонными данными из известного атласа [71]. На рис. 1.3 представлено распределение давления у поверхности цилиндра, а на рис. 1.4 – в радиальных сечениях ударного слоя. Результаты численного расчёта хорошо согласуются с эталонными распределениями из атласа.

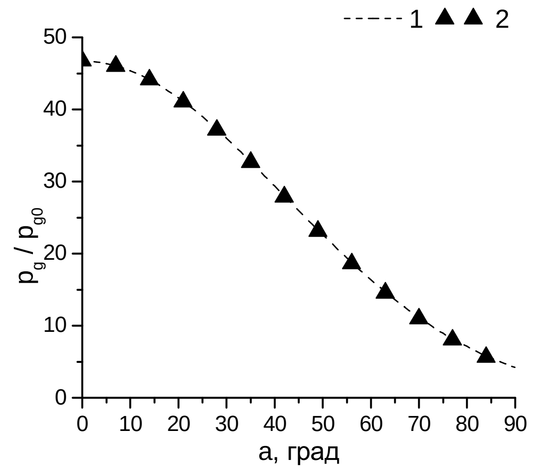


Рис. 1.3. Распределение давления вдоль поверхности цилиндра: расчётные данные (1), атлас [71] (2).

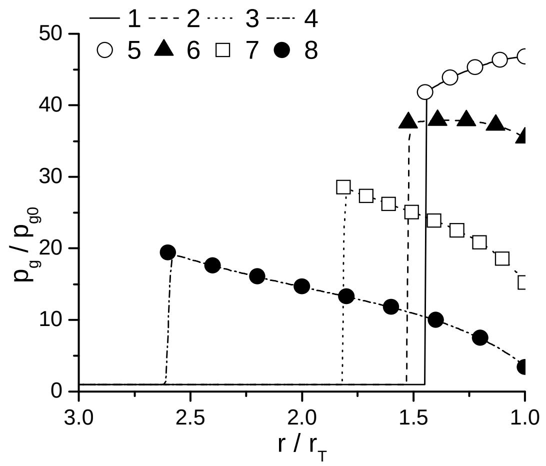


Рис. 1.4. Давление в радиальных сечениях ударного слоя:
расчет (1-4), атлас [71] (5-8), сечения:
0° (1, 5), 30° (2, 6), 60° (3, 7), 90° (4, 8).

Расчёт конвективного теплового потока от газа к обтекаемой поверхности на данном этапе осуществляется путём решения системы уравнений пограничного слоя посредством комплекса программ [114], ранее успешно применявшимся для решения широкого круга задач по исследованию теплообмена на поверхности затупленных тел при обтекании сверхзвуковым газовым потоком [113, 115, 105, 106]. Влияние дисперсной фазы на теплообмен учитывается опосредованно через условия на внешней границе пограничного слоя.

1.2. Модель динамики столкновительной дисперсной фазы

Модель динамики дисперсной фазы в сверхзвуковом ударном слое описывает движение твёрдых шарообразных однородных частиц заданной плотности в газовом потоке, их отражение от поверхности обтекаемого тела и соударения между собой.

Движущаяся в газовом потоке частица испытывает действие силы аэродинамического сопротивления $\mathbf{F}_D$, силы Магнуса $\mathbf{F}_M$, а также вращающего момента $\mathbf{T}_\omega$ (рис. 1.5):

$$\frac{d\mathbf{r}_p}{dt} = \mathbf{v}_p ,$$

$$m_p \frac{d\mathbf{v}_p}{dt} = \mathbf{f}_p ,$$

$$I_p \frac{d\boldsymbol{\omega}_p}{dt} = \mathbf{T}_\omega ,$$

$$\mathbf{f}_p = \mathbf{F}_D + \mathbf{F}_M ,$$

где m_p, I_p, $\mathbf{r}_p$, $\mathbf{v}_p$, $\boldsymbol{\omega}_p$ - масса, момент инерции, радиус-вектор, вектор скорости и вектор угловой скорости частицы.

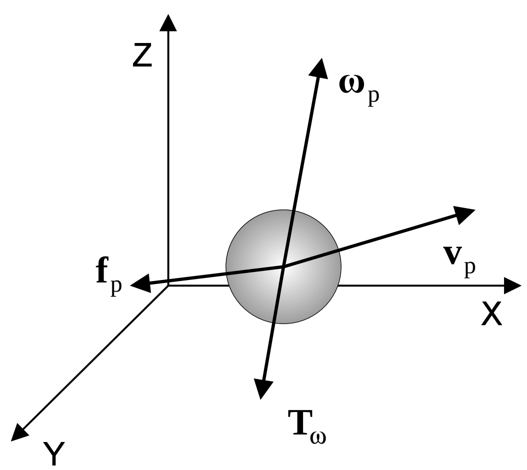


Рис. 1.5. Силы, действующие на движущуюся частицу в газовом потоке.

Сила аэродинамического сопротивления обусловлена относительной разницей скоростей газа и частицы:

$$\mathbf{F}_D = \frac{\pi r_p^2}{2} c_d \rho \left(\mathbf{v} - \mathbf{v}_p \right) \left| \mathbf{v} - \mathbf{v}_p \right|,$$

где r_p - радиус частицы, ρ, $\mathbf{v}$ - плотность и скорость газа.

Числа Маха M_p и Рейнольдса для относительного поступательного Re_p и вращательного Re_ω движения определяются выражениями:

$$M_p = \frac{\left| \mathbf{v} - \mathbf{v}_p \right|}{\sqrt{\gamma R T}},$$

$$Re_p = \frac{2 r_p \rho \left| \mathbf{v} - \mathbf{v}_p \right|}{\mu_g},$$

$$Re_\omega = \frac{4 r_p^2 \rho \left| \frac{1}{2} \nabla \times \mathbf{v} - \boldsymbol{\omega}_p \right|}{\mu_g},$$

где R - газовая постоянная, γ - показатель адиабаты, T - температура газа, μ_g - коэффициент динамической вязкости газа, определяемый соотношением Сазерленда [11]:

$$\mu_g = \mu_g^* \left(\frac{T}{T^*} \right)^{1.5} \frac{T^* + 110}{T + 110},$$

$$\mu_g^* = 1.7894 \cdot 10^{-5},$$

$$T^* = 288.15 \text{ К}.$$

Коэффициент аэродинамического сопротивления $c_d = c_d \left(Re_p, M_p \right)$ определяется соотношением Хендерсона [202], зависящим от чисел Маха и Рейнольдса относительного поступательного движения частицы:

- при $M_p < 1$:

$$c_d = \frac{24}{\mathrm{Re}_p + \sqrt{\frac{\gamma}{2}} M_p \left[4{,}33 + 1{,}567 \exp\left(-0{,}247 \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \frac{\mathrm{Re}_p}{M_p} \right) \right]} +$$

$$+ \left[\frac{4{,}5 + 0{,}38 \cdot \left(0{,}03 \mathrm{Re}_p + 0{,}48 \sqrt{\mathrm{Re}_p} \right)}{1 + 0{,}03 \mathrm{Re}_p + 0{,}48 \sqrt{\mathrm{Re}_p}} + 0{,}1 M_p^2 + 0{,}2 M_p^8 \right] \exp\left(-\frac{0{,}5 M_p}{\sqrt{\mathrm{Re}_p}} \right) +$$

$$+ 0{,}6 \sqrt{\frac{\gamma}{2}} M_p \left[1 - \exp\left(-\frac{M_p}{\mathrm{Re}_p} \right) \right],$$

- при $M > 1{,}75$:

$$c_d = \frac{0{,}9 + \frac{0{,}34}{M_p^2} + 1{,}86 \sqrt{\frac{M_p}{\mathrm{Re}_p}} \left(2 + \frac{1{,}058}{\left(\sqrt{\frac{\gamma}{2}} \gamma M_p \right)} + \frac{2}{\left(\sqrt{\frac{\gamma}{2}} \gamma M_p \right)^2} - \frac{1}{\left(\sqrt{\frac{\gamma}{2}} \gamma M_p \right)^4} \right)}{1 + 1{,}86 \sqrt{\frac{M_p}{\mathrm{Re}_p}}},$$

- при $1{,}0 \le M_p \le 1{,}75$:

$$c_d = c_d\left(1; \mathrm{Re}_p\right) + \frac{4}{3}\left(M_p - 1\right)\left[c_d\left(1{,}75; \mathrm{Re}_p\right) - c_d\left(1{,}0; \mathrm{Re}_p\right) \right].$$

Столкновение с другой частицей или отражение от поверхности преграды заставляют частицу вращаться. Вращающаяся частица в газовом потоке испытывает действие силы Магнуса $\mathbf{F}_M$ и момента $\mathbf{T}_\omega$:

$$\mathbf{F}_M = \pi r_p^3 c_\omega \rho \left[\left(\frac{1}{2} \nabla \times \mathbf{v} - \boldsymbol{\omega}_p \right) \times \left(\mathbf{v} - \mathbf{v}_p \right) \right],$$

$$\mathbf{T}_\omega = \frac{r_p^5}{2} c_l \rho \left(\frac{1}{2} \nabla \times \mathbf{v} - \boldsymbol{\omega}_p \right) \left| \frac{1}{2} \nabla \times \mathbf{v} - \boldsymbol{\omega}_p \right|.$$

Коэффициент $c_\omega = c_\omega\left(Re_p, Re_\omega \right)$ сочетает теоретическое решение [244] с экспериментальными данными [236]:

$$c_\omega = \begin{cases} 1, & \dfrac{\mathrm{Re}_\omega}{\mathrm{Re}_p} \le 0,45 \\ 0,45\dfrac{\mathrm{Re}_p}{\mathrm{Re}_\omega} + \left(1 - 0,45\dfrac{\mathrm{Re}_p}{\mathrm{Re}_\omega}\right) \cdot \exp\left(\text{-}0,05684\, \mathrm{Re}_\omega^{0,4}\, \mathrm{Re}_p^{0,3}\right), & \dfrac{\mathrm{Re}_\omega}{\mathrm{Re}_p} > 0,45 \end{cases}.$$

Коэффициент $c_l = c_l\left(\mathrm{Re}_\omega\right)$ вычисляется согласно [171]:

$$c_l\left(\mathrm{Re}_\omega\right) = \begin{cases} \dfrac{64\pi}{\mathrm{Re}_\omega}, & \mathrm{Re}_\omega \le 32 \\ \dfrac{12,9}{\mathrm{Re}_\omega^{0,5}} + \dfrac{128,4}{\mathrm{Re}_\omega}, & \mathrm{Re}_\omega > 32 \end{cases},$$

Теплообмен с газовой средой и излучение обеспечивают нагрев или охлаждение частицы:

$$c_p m_p \frac{dT_p}{dt} = q_c + q_r,$$

где c_p - удельная теплоемкость материала частицы, T_p - средняя по объему температура частицы, q_c - конвективный тепловой поток от газовой фазы к частице, q_r - радиационный тепловой поток:

$$q_c = 2Nu\,\pi\, r_p\, \lambda_g \left(T - T_p\right),$$

$$q_r = -4\varepsilon\sigma_B\pi r_p^2 T_p{}^4,$$

где ε - коэффициент черноты поверхности, σ_B - постоянная Стефана-Больцмана, λ_g - коэффициент теплопроводности газа. Число Нуссельта Nu зависит от числа Прандтля Pr и определяется соотношением [83, 193]:

$$\mathrm{Nu} = 2\left[\frac{\exp\left(-M_p\right)}{1 + 17\dfrac{M_p}{\mathrm{Re}_p}}\right] + 1,377 \cdot \mathrm{Re}_p^{0,55}\, \mathrm{Pr}^{0,33} \cdot \left[2 + \exp\left(-\frac{17M_p}{\mathrm{Re}_p}\right)\right].$$

Рассмотрим моделирование соударения пары частиц согласно модели твёрдых сфер [169], в основе которой лежат уравнения импульса и момента импульса системы двух частиц (рис. 1.6):

$$m_1\left(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_1^{(0)}\right)=\mathbf{J},$$

$$m_2\left(\mathbf{v}_2-\mathbf{v}_2^{(0)}\right)=-\mathbf{J},$$

$$I_1\left(\boldsymbol{\omega}_1-\boldsymbol{\omega}_1^{(0)}\right)=r_1\mathbf{n}\times\mathbf{J},$$

$$I_2\left(\boldsymbol{\omega}_2-\boldsymbol{\omega}_2^{(0)}\right)=r_2\mathbf{n}\times\mathbf{J},$$

где $\mathbf{n}$ - единичный вектор, направленный из центра масс частицы 1 в центр масс частицы 2, r_1 и r_2 - радиусы, m_1 и m_2 - массы, I_1 и I_2 - моменты инерции, $\mathbf{v}_1$ и $\mathbf{v}_2$ - скорости центров масс, $\boldsymbol{\omega}_1$ и $\boldsymbol{\omega}_2$ - угловые скорости первой и второй частиц соответственно. Верхним индексом (0) отмечены параметры частиц непосредственно перед соударением.

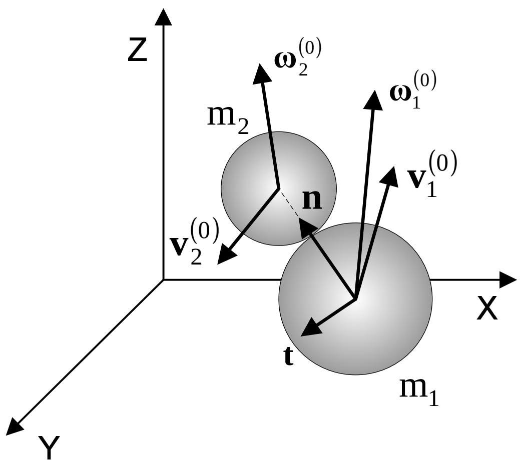


Рис. 1.6. Модель твёрдых сфер столкновения пары частиц.

Система уравнений не является замкнутой и дополняется соотношениями в точке контакта частиц:

$$\mathbf{G}_c^{(0)}=\mathbf{G}^{(0)}+r_1\boldsymbol{\omega}_1^{(0)}\times\mathbf{n}+r_2\boldsymbol{\omega}_2^{(0)}\times\mathbf{n},$$

$$\mathbf{G}_{ct}^{(0)}=\mathbf{G}_c^{(0)}-\left(\mathbf{G}^{(0)}\cdot\mathbf{n}\right)\mathbf{n},$$

$$\mathbf{G}^{(0)}=\mathbf{v}_1^{(0)}-\mathbf{v}_2^{(0)},$$

$$\mathbf{G}=\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2.$$

Изменение импульса первой частицы представляется как сумма нормальной и касательной составляющих ($\mathbf{t}$ - касательный вектор):

$$\mathbf{J} = J_n \mathbf{n} + J_t \mathbf{t},$$

$$\mathbf{t} = \frac{\mathbf{G}_{ct}^{(0)}}{\left|\mathbf{G}_{ct}^{(0)}\right|}.$$

Изменение нормальной компоненты импульса определяется коэффициентом восстановления e_N:

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{G} = -e_N \left(\mathbf{n} \cdot \mathbf{G}^{(0)}\right).$$

В зависимости от режима проскальзывания частиц существует два множества решений [169].

При выполнении соотношения $\dfrac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{G}^{(0)}}{\left|\mathbf{G}_{ct}^{(0)}\right|} < \dfrac{2}{7} \dfrac{1}{f\left(1 + e_N\right)}$, где f - коэффициент трения, сила трения $\mathbf{F}_{TP} = f\,\mathbf{N}$, проскальзывание частиц продолжается в течение всего процесса взаимодействия:

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_1^{(0)} - (\mathbf{n} - f\,\mathbf{t})\left(\mathbf{n} \cdot \mathbf{G}^{(0)}\right)\left(1 + e_N\right)\frac{m_2}{m_1 + m_2},$$

$$\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_2^{(0)} + (\mathbf{n} - f\,\mathbf{t})\left(\mathbf{n} \cdot \mathbf{G}^{(0)}\right)\left(1 + e_N\right)\frac{m_1}{m_1 + m_2},$$

$$\boldsymbol{\omega}_1 = \boldsymbol{\omega}_1^{(0)} - \frac{5}{2r_1}\left(\mathbf{n} \cdot \mathbf{G}^{(0)}\right)\left(\mathbf{n} \times \mathbf{t}\right) f\left(1 + e_N\right)\frac{m_2}{m_1 + m_2},$$

$$\boldsymbol{\omega}_2 = \boldsymbol{\omega}_2^{(0)} - \frac{5}{2r_2}\left(\mathbf{n} \cdot \mathbf{G}^{(0)}\right)\left(\mathbf{n} \times \mathbf{t}\right) f\left(1 + e_N\right)\frac{m_1}{m_1 + m_2}.$$

В противном случае проскальзывание частиц прекращается в процессе взаимодействия:

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_1^{(0)} - \left\{\left(1 + e_N\right)\left(\mathbf{n} \cdot \mathbf{G}^{(0)}\right)\mathbf{n} + \frac{2}{7}\left|\mathbf{G}_{ct}^{(0)}\right|\mathbf{t}\right\}\frac{m_2}{m_1 + m_2},$$

$$\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_2^{(0)} + \left\{\left(1 + e_N\right)\left(\mathbf{n} \cdot \mathbf{G}^{(0)}\right)\mathbf{n} + \frac{2}{7}\left|\mathbf{G}_{ct}^{(0)}\right|\mathbf{t}\right\}\frac{m_1}{m_1 + m_2},$$

$$\boldsymbol{\omega}_1 = \boldsymbol{\omega}_1^{(0)} - \frac{5}{7r_1}\left|\mathbf{G}_{ct}^{(0)}\right|(\mathbf{n}\times\mathbf{t})\frac{m_2}{m_1+m_2},$$

$$\boldsymbol{\omega}_2 = \boldsymbol{\omega}_2^{(0)} - \frac{5}{7r_2}\left|\mathbf{G}_{ct}^{(0)}\right|(\mathbf{n}\times\mathbf{t})\frac{m_1}{m_1+m_2}.$$

Рассмотрим отражение одиночной частицы от поверхности согласно модели твёрдых сфер (рис. 1.7). Выражения для определения результирующей линейной и угловой скоростей частицы могут быть получены из соотношений для взаимодействия пары частиц, если принять $\mathbf{v}_2^{(0)} = 0$, $\boldsymbol{\omega}_2^{(0)} = 0$, $m_2 \to \infty$ [169].

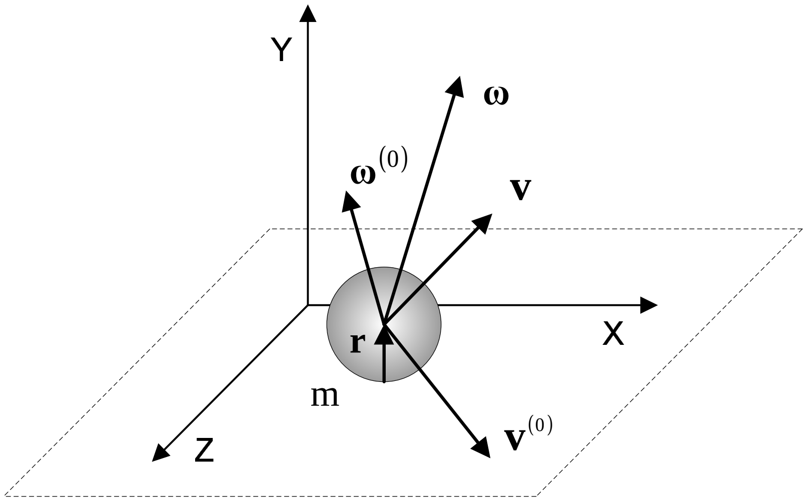


Рис. 1.7. Отражение частицы от поверхности согласно модели твёрдых сфер.

При выполнении соотношения $\dfrac{v_y^{(0)}}{\left|v_t^{(0)}\right|} < -\dfrac{2}{7f\,(e_N+1)}$:

$$v_X = \frac{5}{7}\left(v_X^{(0)} - \frac{2}{5}r\,\omega_Z^{(0)}\right),\ v_Y = -e_N\,v_Y^{(0)},\ v_Z = \frac{5}{7}\left(v_Z^{(0)} + \frac{2}{5}r\,\omega_X^{(0)}\right)$$

$$\omega_X = \frac{v_Z}{r},\ \omega_Y = \omega_Y^{(0)},\ \omega_Z = -\frac{v_X}{r},$$

где r - радиус частицы, $\mathbf{v}^{(0)}$, $\boldsymbol{\omega}^{(0)}$, $\mathbf{v}$, $\boldsymbol{\omega}$ - векторы поступательной и угловой скоростей частицы до и после соударения, $\mathbf{v}_t^{(0)} = \mathbf{v}^{(0)} - v_Y^{(0)}\mathbf{j}$, ε_X и ε_Z - направляющие косинусы вектора скорости $\mathbf{v}^{(0)}$ в плоскости $X - Z$.

В противном случае при $-\dfrac{2}{7f\left(e_N+1\right)} < \dfrac{v_y^{(0)}}{\left|v_t^{(0)}\right|} < 0$:

$$v_X = v_X^{(0)} + \varepsilon_X f\left(e_N+1\right) v_Y^{(0)},\ v_Y = -e_N v_Y^{(0)},\ v_Z = v_Z^{(0)} + \varepsilon_Z f\left(e_N+1\right) v_Y^{(0)},$$

$$\omega_X = \omega_X^{(0)} - \frac{5}{2r}\varepsilon_Z f\left(e_N+1\right) v_Y^{(0)},\ \omega_Y = \omega_Y^{(0)},\ \omega_Z = \omega_Z^{(0)} + \frac{5}{2r}\varepsilon_X f\left(e_N+1\right) v_Y^{(0)}.$$

Коэффициент восстановления нормальной компоненты импульса частицы зависит от скорости частицы в момент удара [228]:

$$e_N(v_N) = \begin{cases} 1-(1-e_0)\left(\dfrac{v_N}{v_0}\right)^{1/5}, v_N \le v_0 \\ e_0\left(\dfrac{v_N}{v_0}\right)^{-1/4}, v_N > v_0 \end{cases},$$

где v_N - модуль нормальной составляющей скорости в момент соударения, а константы e_0 и v_0 определяются характеристиками материала.

Следует упомянуть и альтернативный приближённо-аналитический подход к расчёту коэффициента восстановления, основанный на результатах обработки экспериментальных данных [70].

Также реализована упрощённая модель столкновения, в которой частицы рассматриваются как материальные точки, а трение и вращение не учитываются.

Отражение частицы от поверхности в отсутствие трения (рис. 1.8) описывается соотношениями, отражающих изменение нормальной компоненты импульса частицы с коэффициентом восстановления e_N:

$$m\mathbf{v}^{(0)} = \mathbf{J}^{(0)},\ m\mathbf{v} = \mathbf{J},$$

$$J_X = J_X^{(0)},\ J_Y = e_N J_Y^{(0)},\ J_Z = J_Z^{(0)},$$

где m - масса частицы, $\mathbf{v}^{(0)}$, $\mathbf{J}^{(0)}$, $\mathbf{v}$, $\mathbf{J}$ - скорость и импульс частицы до и после взаимодействия с поверхностью.

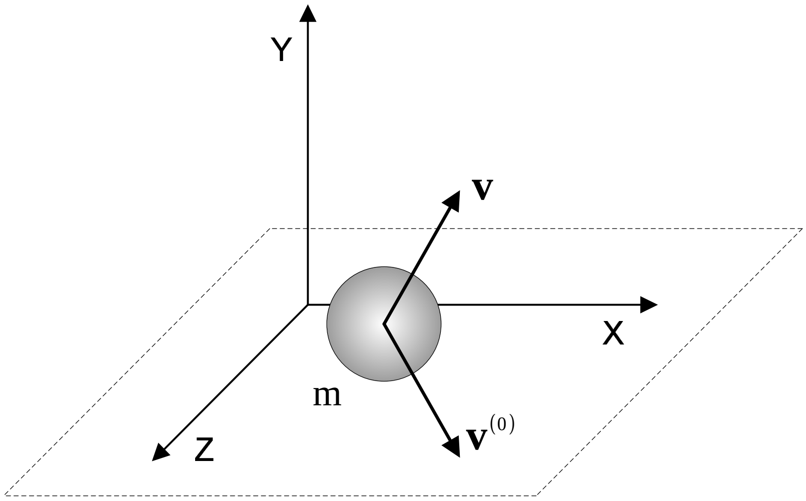


Рис. 1.8. Отражение частицы от поверхности без учёта трения и вращения.

При столкновении пары частиц как материальных точек без учёта трения и вращения изменяются только проекции скорости частиц на вектор $\mathbf{n}$, соединяющий их центры масс (рис. 1.9):

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_1^{(0)} + \left[(1+e_N) \frac{m_2}{m_1+m_2} \left(\mathbf{v}_2^{(0)} - \mathbf{v}_1^{(0)} \right) \mathbf{n} \right] \mathbf{n},$$

$$\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_2^{(0)} + \left[(1+e_N) \frac{m_1}{m_1+m_2} \left(\mathbf{v}_1^{(0)} - \mathbf{v}_2^{(0)} \right) \mathbf{n} \right] \mathbf{n},$$

где m_1, m_2 - массы первой и второй частиц, $\mathbf{v}_1^{(0)}$, $\mathbf{v}_2^{(0)}$, $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$ - скорости частиц до и после взаимодействия соответственно, e_N - коэффициент восстановления нормальной компоненты импульса.

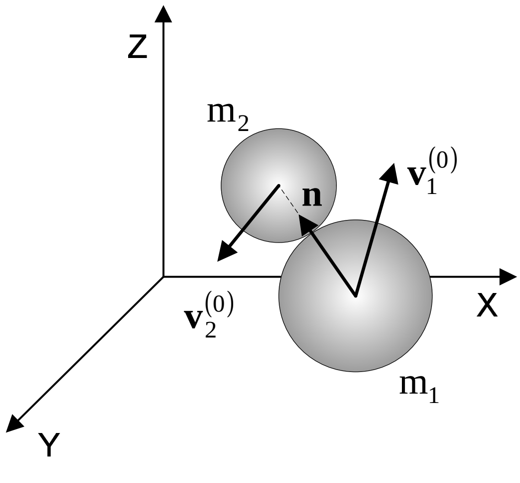


Рис. 1.9. Соударение пары частиц без учёта трения и вращения.

Рассчитывается движения конечного набора дискретных частиц, распределённых в соответствии с определённой условиями задачи объёмной концентрацией примеси в области невозмущенного течения перед ударной волной. Каждая моделирующая частица соответствует одной реальной частице при заданном распределении частиц по размерам.

Рассмотрим процесс моделирования динамики частиц. Весь период расчёта разбивается на временные интервалы. При моделировании ударного слоя с учётом обратного влияния примеси на несущую фазу величина шага определяется критерием Куранта при интегрировании системы уравнений газовой динамики явным методом, в противном случае величина шага задаётся постоянной. На каждом шаге по времени система уравнений движения и теплообмена решается явным методом Рунге-Кутты для каждой из частиц, после чего выполняется обнаружение попарных столкновений частиц и их ударов о поверхность преграды. Для определения параметров соударений на интервале времени $[t_k, t_{k+1}]$ используется аппроксимация траектории частицы полиномами второго порядка по каждой из координат $\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_2 t^2 + \mathbf{r}_1 t + \mathbf{r}_0$. Условие столкновения пары частиц i и j друг с другом выражается алгебраическим уравнением четвертой степени $\left|\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{r}_j(t)\right|^2 = \left(r_{pi} + r_{pj}\right)^2$, где r_{pi}, r_{pj} - радиусы частиц. Формируется единая очередь потенциально возможных событий, в которую включаются как попарные столкновения частиц, так и удары частиц о поверхность. События в очереди воспроизводятся в хронологическом порядке, начиная с самого первого на текущем шаге расчёта. Моделирование столкновения частицы, произошедшего в момент времени $t_{k-1} + \tau$, приводит к изменения её параметров и аннулированию всех последующих событий в очереди, в которых она потенциально могла принять участие. Выполняется интегрирование уравнений движения и теплообмена всех участвовавших в событии частиц на интервале $\left(t_{k-1} + \tau; t_k\right]$ с начальными условиями, соответствующими параметрам частиц после столкновения. Выполняется поиск соударений вдоль обновлённых траекторий движения, обнаруженные события помещаются в общую очередь в хронологическом порядке (рис. 1.10). Обработка событий на шаге расчёта циклически продолжается до исчерпания очереди.

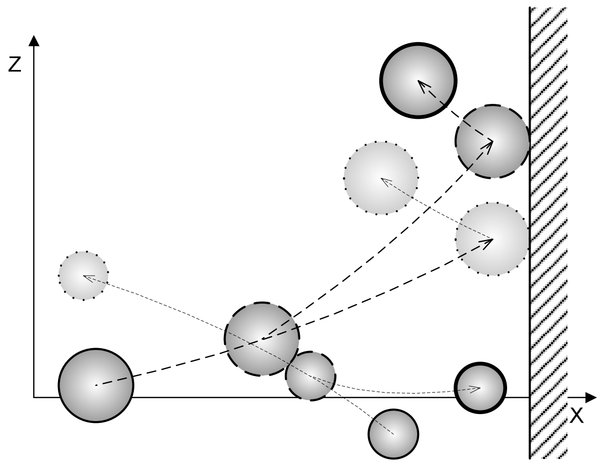


Рис. 1.10. Прямое численное моделирование динамики столкновительной примеси.

Предложенный подход прямого численного моделирования столкновений частиц позволяет производить численное исследование обтекания тел запылённым потоком в довольно широком диапазоне значений концентрации примеси. При этом необходимо отметить, что даже в случае двумерного газодинамического поля динамику столкновительной примеси следует в общем случае рассматривать в трёхмерной постановке. Выполнение полномасштабного трёхмерного численного эксперимента требует значительных вычислительных затрат. По этой причине предложены математические модели и соответствующие алгоритмы их реализации, позволяющие существенно сократить предъявляемые к вычислительным ресурсам требования.

В диапазоне значений концентрации примеси, при которых столкновениями частиц можно пренебречь, для исследования характеристик течения дисперсной фазы и её воздействия на обтекаемую поверхность применяется двумерная модель прямого численного моделирования поперечного обтекания тел запыленным потоком. Все моделирующие частицы располагаются в одной плоскости, ортогональной направляющим преграды цилиндрической формы. При формировании набора моделирующих частиц с заданной объёмной концентрацией принимается в расчёт средняя площадь сечения частицы ортогональной направляющим цилиндра плоскостью при равномерном распределении в пространстве монодисперсной примеси равная $S = \frac{2}{3}\pi r_p^2$, где r_p - радиус частицы (рис. 1.11).

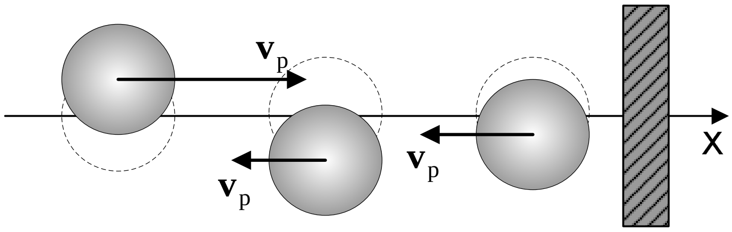


Рис. 1.11. Прямое численное моделирование динамики бесстолкновительной примеси.

В задачах поперечного обтекания запылённым потоком тел цилиндрической формы высокая точность моделирования столкновительной примеси при значительной объёмной концентрации частиц в набегающем потоке в сочетании с экономией вычислительных ресурсов достигается использованием квазитрёхмерной модели. Вдоль направляющих цилиндра движение частиц ограничивается областью высотой h. Уравнения движения частиц решаются в трёхмерной постановке, при этом движение частиц циклически замкнуто вдоль оси, параллельной направляющим. Покидая расчётную область через одну ограничивающую плоскость, частица возвращается в область расчёта через другую. Процедура обнаружения соударений учитывает пересечения траекторией частицы пределов области расчёта, в том числе повторные (рис. 1.12).

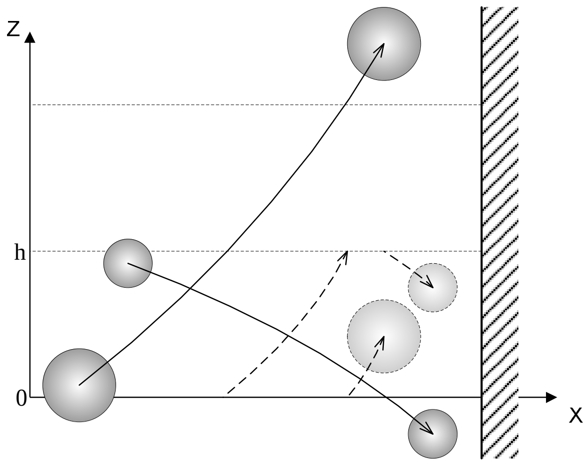


Рис. 1.12. Квазитрехмерная модель столкновительной примеси.

1.3. Численное исследование динамики дисперсной фазы в ударном слое

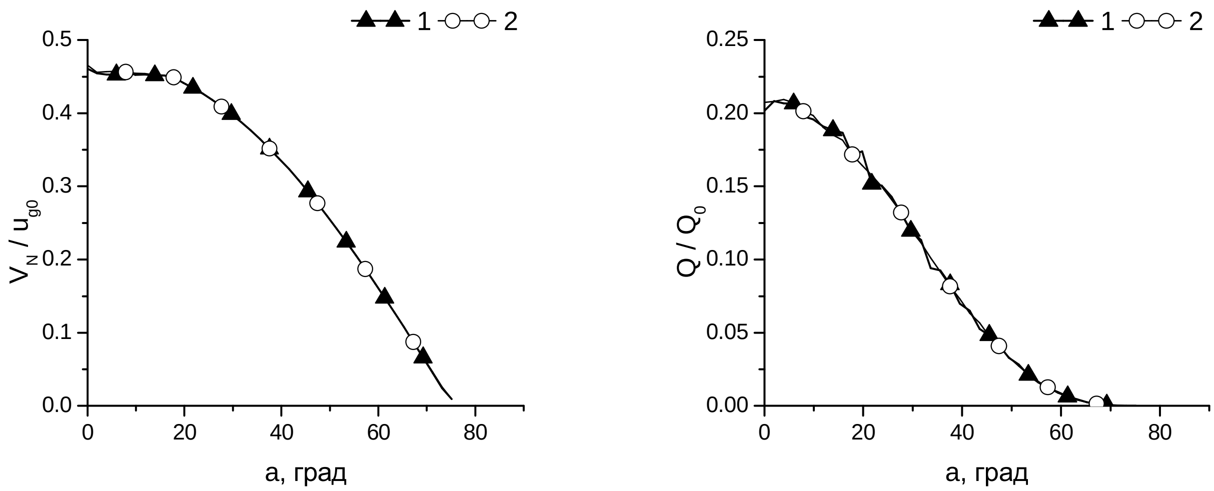
Рассматривается движение частиц примеси в ударном слое при поперечном обтекании кругового цилиндра сверхзвуковым потоком. Исследуется распределение частиц в пространстве, а также их воздействие на обтекаемую поверхность. В роли показателей динамического воздействия выступают интенсивность ударов I, а именно, количество ударов частиц, приходящихся в единицу времени на единицу площади поверхности, а также среднее значение нормальной компоненты скорости частицы в момент соударения с поверхностью V_N. Под плотностью потока энергии от фракции частиц к телу Q, которая выступает в роли показателя теплового воздействия, подразумевается суммарная потеря энергии частиц вследствие неупругого столкновения, приходящаяся на единичную площадку в единицу времени. Интенсивность ударов нормирована количеством частиц I_0, проходящим в единицу времени через единичную площадку, ортогональную направлению потока и расположенную в области невозмущённого течения. Скорость удара частицы о поверхность на представленных графиках нормирована скоростью невозмущенного набегающего потока u_{g0}. Тепловое воздействие Q отнесено к суммарной кинетической энергии частиц Q_0, проходящих через ортогональную потоку единичную площадку в невозмущенном потоке в единицу времени.

В представленных в настоящем разделе вычислительных экспериментах не учитывалось обратное влияние дисперсной фазы на течение газа.

Невозмущённое поле течения газа получено расчётом поперечного обтекания кругового цилиндра радиуса 3 см сверхзвуковым воздушным потоком с числом Маха набегающего потока $M_\infty = 6$ в условиях стандартной атмосферы на высоте 10 км, чему соответствуют: давление $p_\infty = 26500$ Па, температура $T_\infty = 223$ К, плотность $\rho_\infty = 0{,}4135$ кг/м^3, динамическая вязкость $\mu_\infty = 1{,}458 \cdot 10^{-5}$ Па·с, скорость звука $c = 299{,}53$ м/с. Диаметр однородных шарообразных частиц варьировался в пределах от 5 мкм до 50 мкм, плотность материала частиц

$\rho_p = 2400$ кг/м^3, удельная теплоемкость материала частиц $c_p = 920$ Дж/(кг·K). Объемная концентрация примеси в невозмущенном потоке C_{V0} изменялась в диапазоне от 10^{-5} до 10^{-4}.

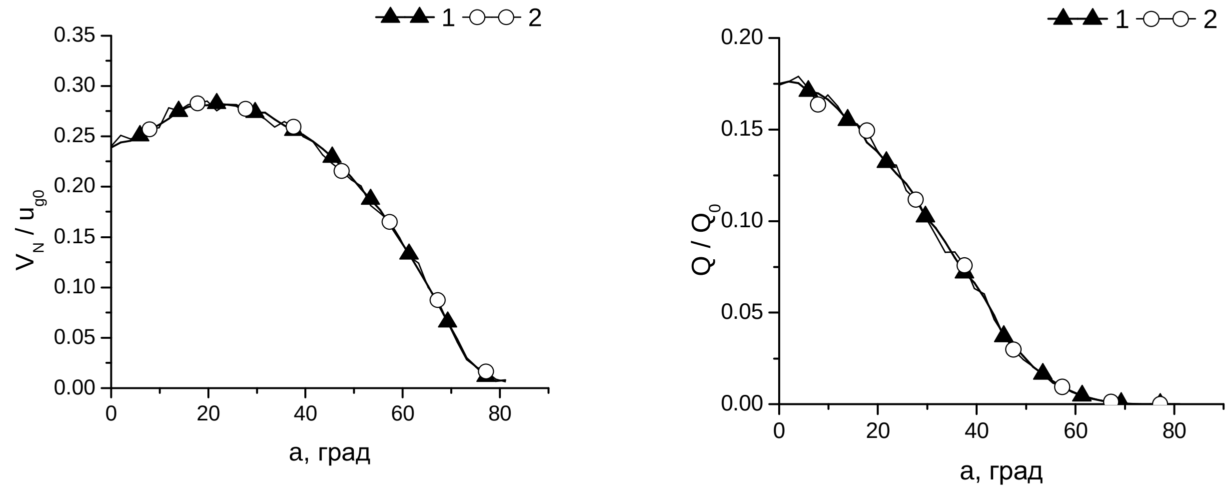
С целью верификации предложенных двумерной и квазитрёхмерной моделей выполнены расчёты обтекания цилиндра в бесстолкновительном и столкновительном режимах соответственно примесью частиц диаметром 10 мкм при объёмной концентрации в набегающем потоке $C_{V0} = 10^{-5}$. Полученные параметры воздействия примеси на преграду сравниваются с результатами полномасштабного моделирования в трёхмерной постановке. Отметим хорошее согласование результатов расчёта двумерной модели с трёхмерной в бесстолкновительном режиме (рис. 1.13), а также квазитрёхмерной с трёхмерной в столкновительном при расстоянии между ограничивающими область расчёта ортогональными направляющим цилиндра плоскостями $h \geq 4r_p$, где r_p - радиус частиц примеси (рис. 1.14).



а б

Рис. 1.13. Ударное (а) и тепловое (б) воздействие бесстолкновительной примеси на поверхность. Двумерная (1) и трёхмерная (2) модель динамики частиц.

На рис. 1.15 представлен процесс формирования зоны повышенной концентрации частиц вблизи поверхности преграды при входе объекта в пылевое облако. Диаметр частиц 5мкм, $C_{V0} = 10^{-5}$, столкновения и закрутка частиц не учитываются.



а б

Рис. 1.14. Ударное (а) и тепловое (б) воздействие столкновительной примеси на поверхность. Квазитрёхмерная (1) и трёхмерная (2) модель динамики частиц.

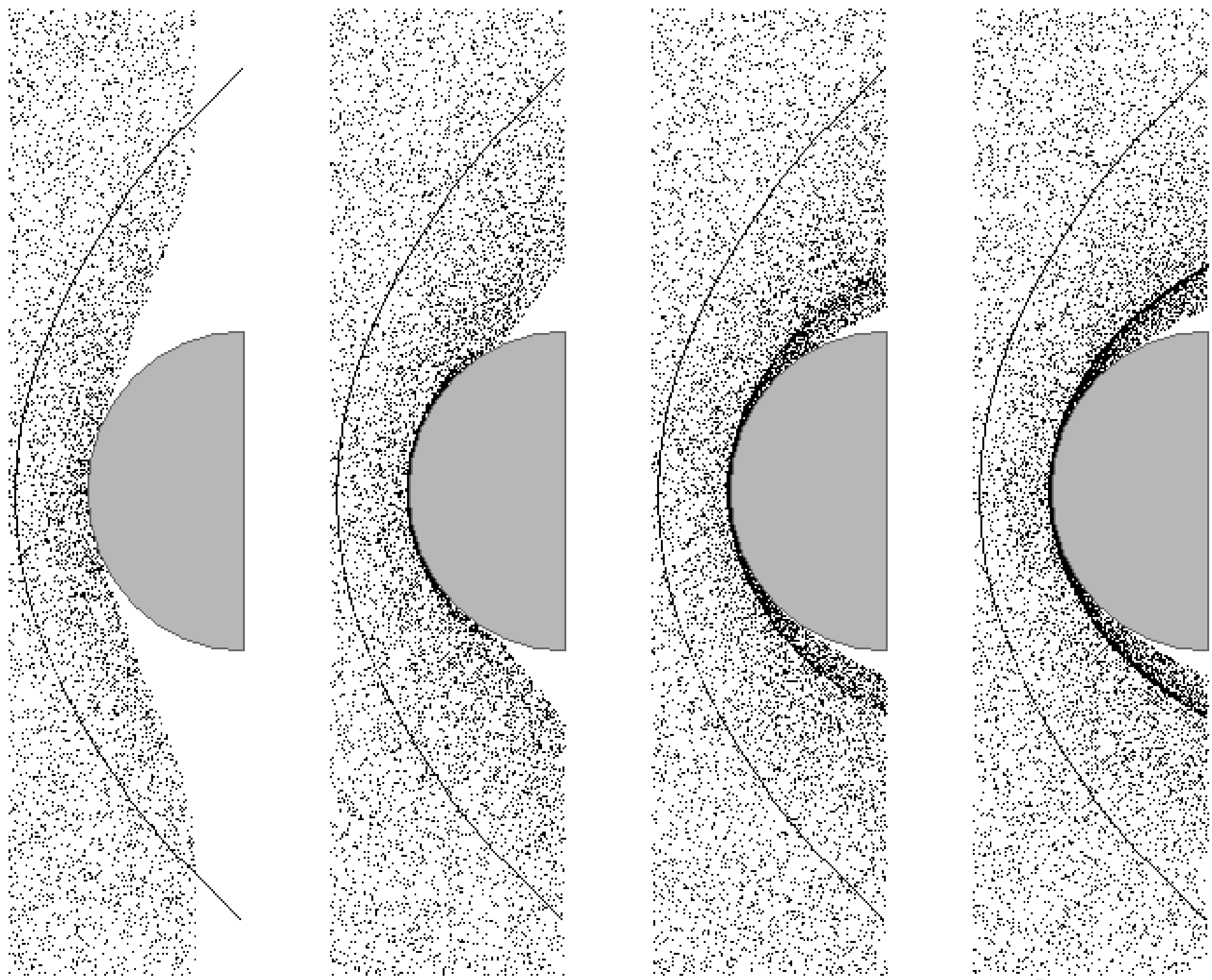
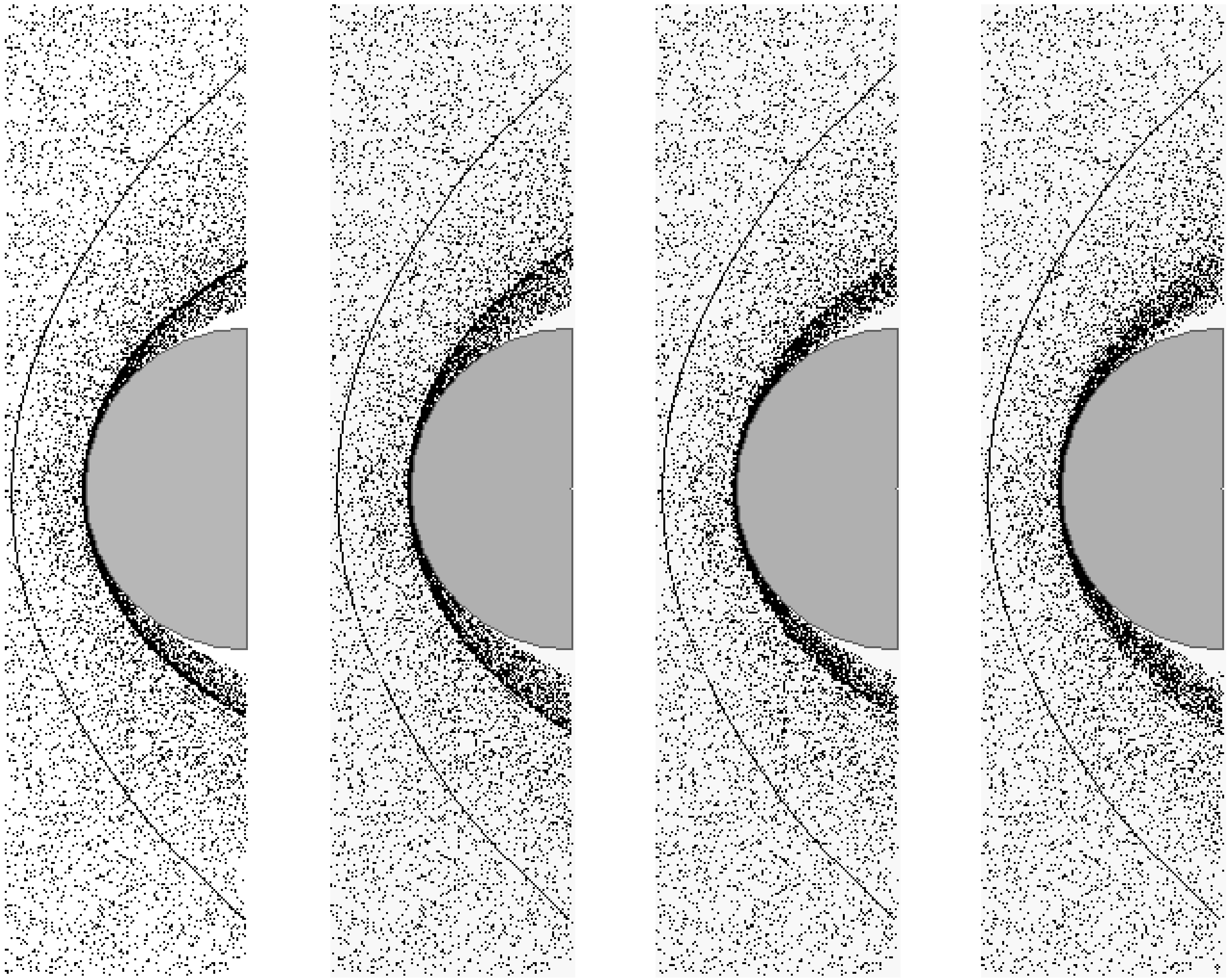


Рис. 1.15. Вход объекта в облако частиц диаметром 5 мкм. $C_{V0}=10^{-5}$.
Бесстолкновительный режим.

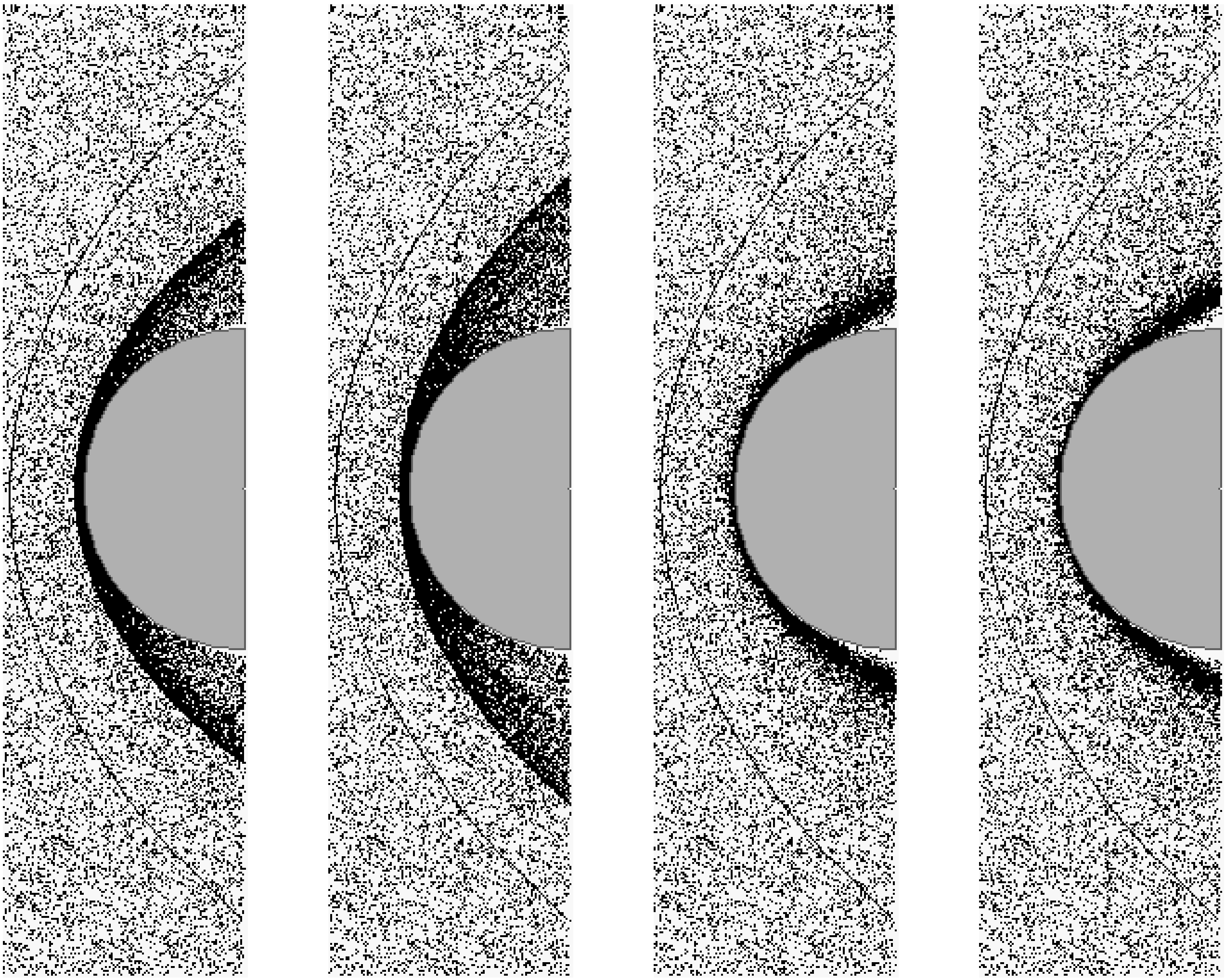
На рис. 1.16 представлены установившиеся картины распределения в различных режимах расчёта частиц примеси диаметром 5 мкм при объёмной концентрации примеси в невозмущённом потоке $C_{V0} = 10^{-5}$.



а б в г

Рис. 1.16. Установившееся распределение примеси частиц диаметром 5 мкм. $C_{V0}=10^{-5}$. Режимы расчета: а) отражение; б) отражение, закрутка; в) отражение, столкновения; г) отражение, столкновения, закрутка.

Аналогичные картины для частиц диаметром 10 мкм при концентрации $C_{V0} = 10^{-4}$ показаны на рис. 1.17. Учёт столкновений приводит к размыванию зоны повышенной концентрации примеси и росту сосредоточению частиц непосредственно у поверхности, а вращения способствует расширению рассматриваемой области, что обусловлено изменением траектории движения частиц (рис. 1.18). Увеличение размеров частиц при сохранении плотности их материала также способствует расширению области высокой концентрации ввиду большей инертности частиц.



а б в г

Рис. 1.17. Установившееся распределение примеси частиц диаметром 10 мкм. $C_{V0}=10^{-4}$. Режимы расчета: а) отражение; б) отражение, закрутка; в) отражение, столкновения; г) отражение, столкновения, закрутка.

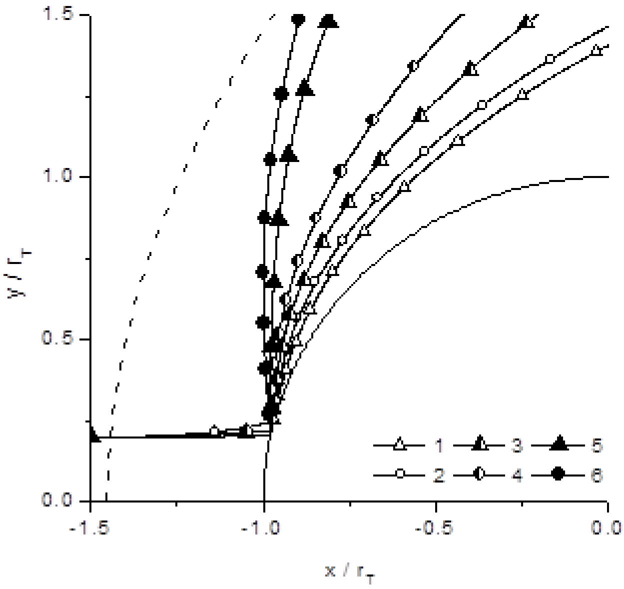
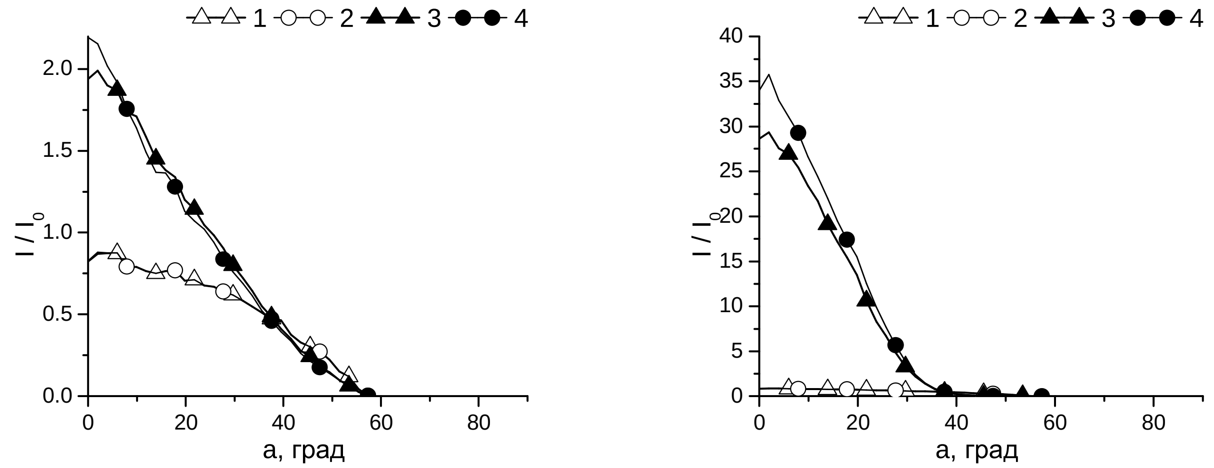


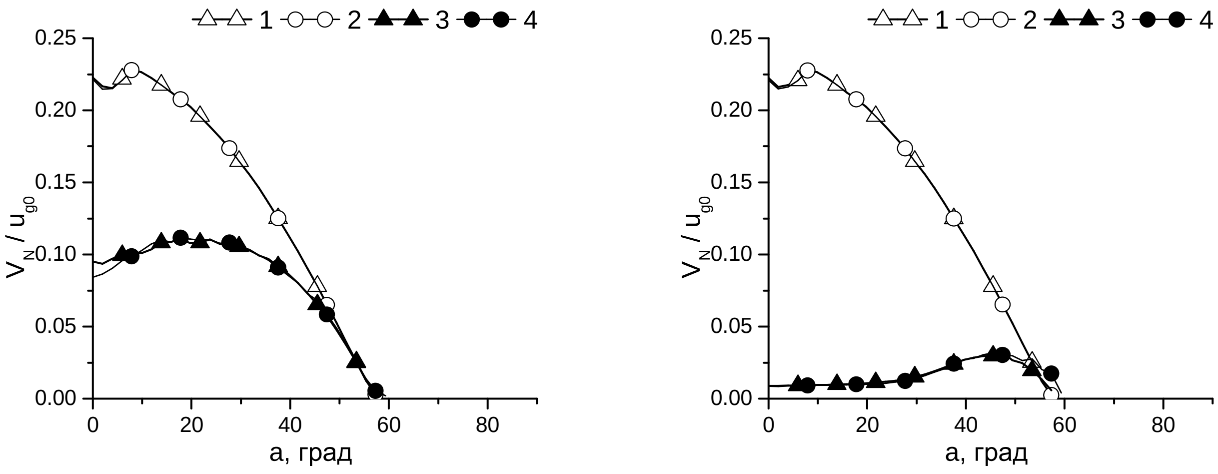
Рис. 1.18. Траектории движения одиночной частицы диаметром 5 мкм (1, 2), 10 мкм (3, 4), 50 мкм (5, 6). Режимы расчета: без учёта закрутки (1, 3, 5), с учётом закрутки (2, 4, 6).

На рисунках 1.19 – 1.21 представлены графики динамического и теплового воздействия частиц примеси диаметром 5 мкм на поверхность цилиндра. Учёт столкновений между частицами уже при концентрации $C_{V0} = 10^{-5}$ обеспечивает двукратный рост числа ударов о поверхность, а повышение концентрации до $C_{V0} = 10^{-4}$ многократно его увеличивает, что сопровождается соответствующим снижением средней скорости частицы в момент удара.



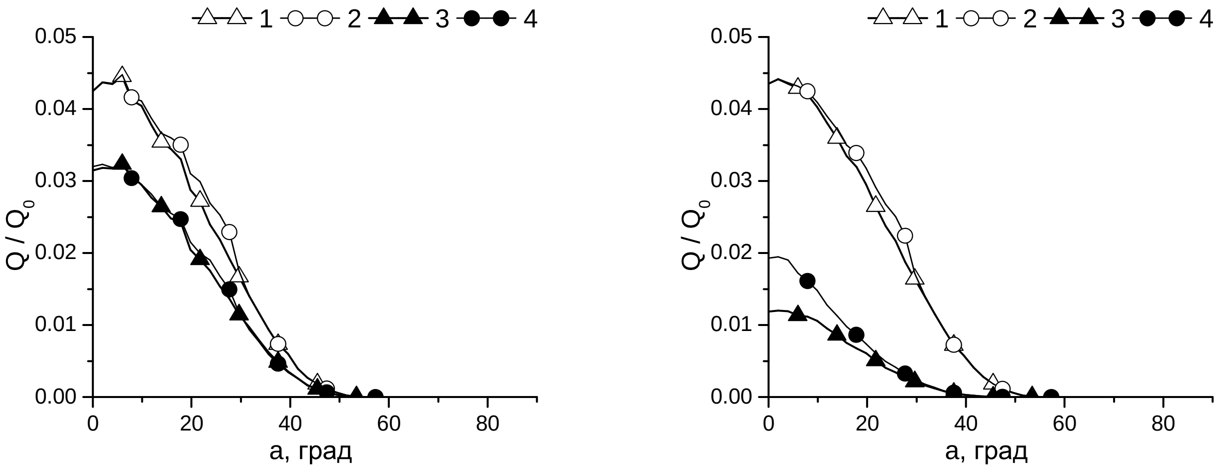
а б

Рис. 1.19. Интенсивность ударов о поверхность частиц примеси диаметром 5 мкм. Режимы расчета: без учёта столкновений (1, 2), с учётом столкновений (3, 4), без учёта закрутки (1, 3), с учётом закрутки (2, 4). $C_{V0}=10^{-5}$ (а), $C_{V0}=10^{-4}$ (б).



а б

Рис. 1.20. Среднее значение нормальной компоненты скорости частицы диаметром 10 мкм при ударе о поверхность. Режимы расчета: без учёта столкновений (1, 2), с учётом столкновений (3, 4), без учёта закрутки (1, 3), с учётом закрутки (2, 4). $C_{V0}=10^{-5}$ (а), $C_{V0}=10^{-4}$ (б).

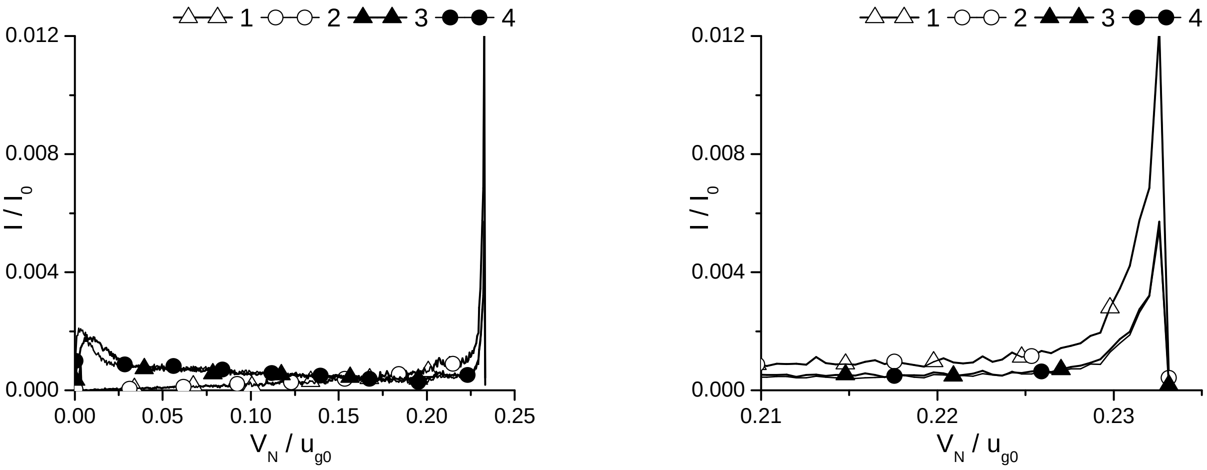


а б

Рис. 1.21. Плотность потока энергии от примеси диаметром 5 мкм к поверхности. Режимы расчета: без учёта столкновений (1, 2), с учётом столкновений (3, 4), без учёта закрутки (1, 3), с учётом закрутки (2, 4). $C_{V0}=10^{-5}$ (а), $C_{V0}=10^{-4}$ (б).

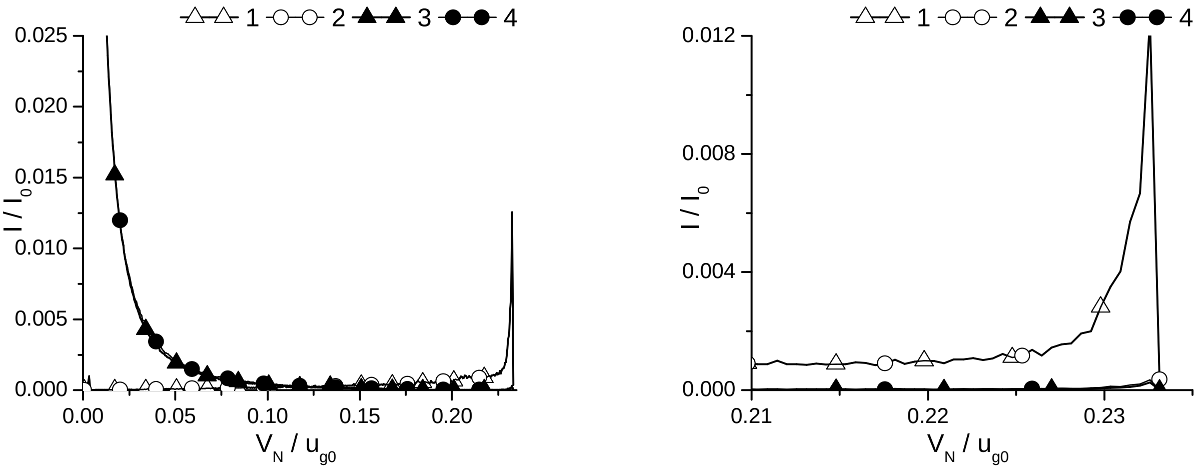
Учёт столкновений между частицами приводит к неоднократным повторным ударам частицы о поверхность с последовательно снижающимися скоростями, а также уменьшению теплового воздействия практически по всей поверхности тела. Наиболее интенсивное ослабление теплового воздействия наблюдается в окрестности критической точки. Возникает экранирующий эффект, вызванный столкновением набегающих частиц с отражёнными. Учёт закрутки частиц столкновительной примеси способствовал повышению интенсивности ударов и некоторому росту энергетического воздействия, то есть, снижению экранирующего эффекта.

На рис. 1.22 – 1.23 представлено распределение интенсивности ударов по нормальной компоненте скорости частицы в момент удара. В бесстолкновительном режиме максимум интенсивности приходится на высокоскоростной первый удар частицы о поверхность, после чего она, как правило, уносится на периферию. Учёт столкновений частиц при концентрации $C_{V0} = 10^{-5}$ более, чем вдвое снижает интенсивность высокоскоростных ударов и приводит к появлению повторных ударов с меньшими скоростями.



а б

Рис. 1.22. Распределение интенсивности ударов по нормальной компоненте скорости частицы диаметром 5 мкм в момент удара. Режим расчёта: без учёта столкновений (1, 2), с учётом столкновений (3, 4), без учёта закрутки (1, 3), с учётом закрутки (2, 4). Весь диапазон скоростей (а), удары с наибольшей скоростью (б). $C_{V0}=10^{-5}$.

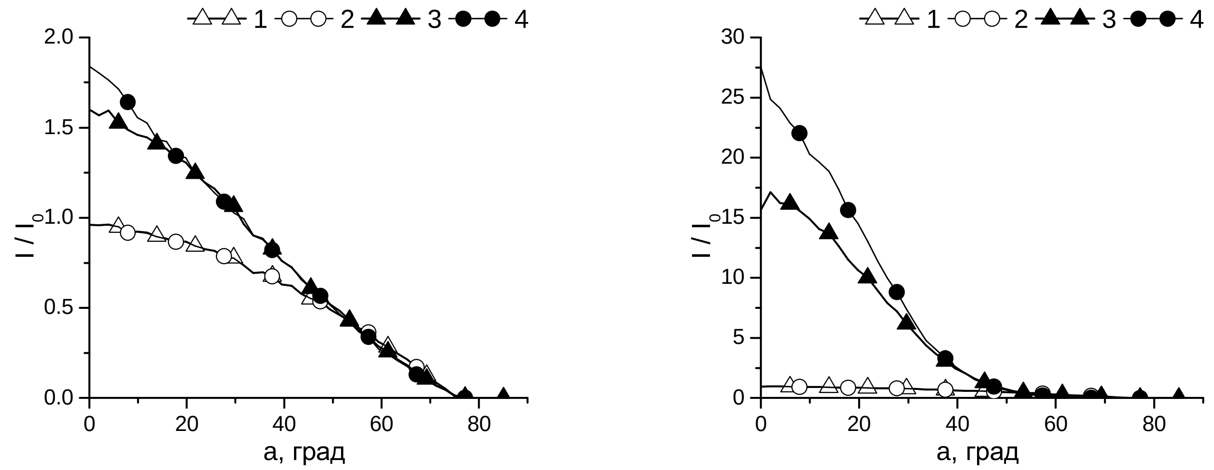


а б

Рис. 1.23. Распределение интенсивности ударов по нормальной компоненте скорости частицы диаметром 5 мкм в момент удара. Режим расчёта: без учёта столкновений (1, 2), с учётом столкновений (3, 4), без учёта закрутки (1, 3), с учётом закрутки (2, 4). Весь диапазон скоростей (а), удары с наибольшей скоростью (б). $C_{V0}=10^{-4}$.

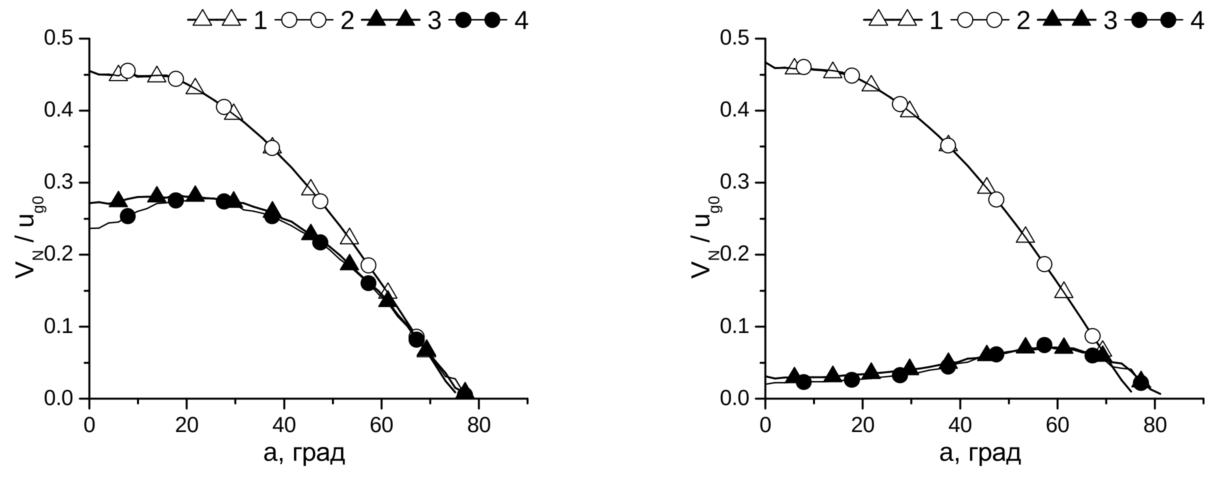
С ростом концентрации столкновительной примеси до $C_{V0} = 10^{-4}$ высокоскоростные удары частиц о поверхность практически исчезают, при этом наблюдается многократный рост интенсивности низкоскоростных ударов. Экранирующий эффект в столкновительной примеси приводит к качественному изменению характера распределения интенсивности ударов по скоростям, что может дополнительно способствовать снижению эрозионного воздействия примеси на поверхность в случаях, когда скорость значительной части ударов окажется ниже пороговой величины.

Увеличение размера частиц при сохранении общей объёмной концентрации примеси в невозмущённом потоке делает описанные эффекты экранирования менее выраженными, однако, они продолжают сохраняться (рис. 1.24 – 1.29).



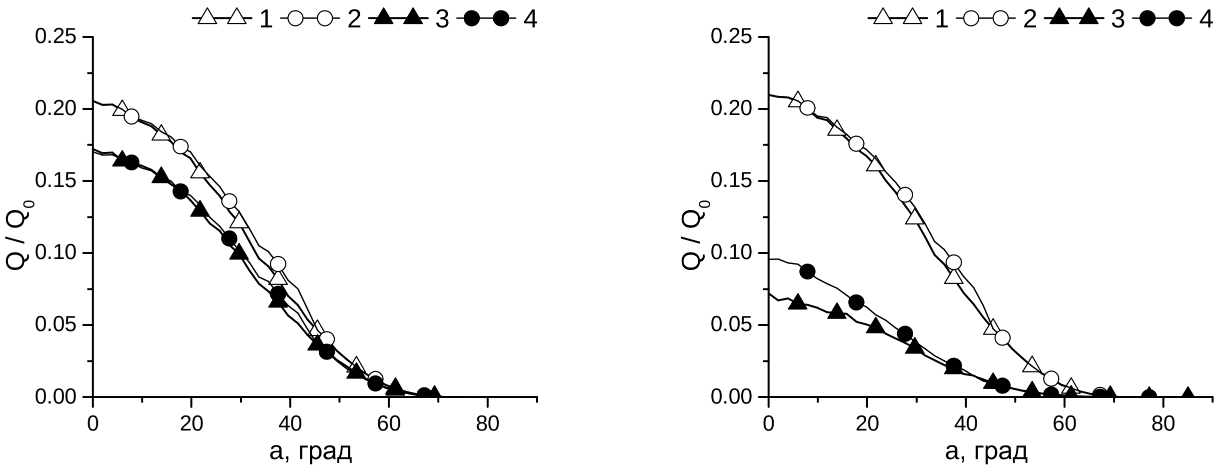
а б

Рис. 1.24. Интенсивность ударов о поверхность частиц примеси диаметром 10 мкм. Режимы расчёта: без учёта столкновений (1, 2), с учётом столкновений (3, 4), без учёта закрутки (1, 3), с учётом закрутки (2, 4). $C_{V0}=10^{-5}$ (а), $C_{V0}=10^{-4}$ (б).



а б

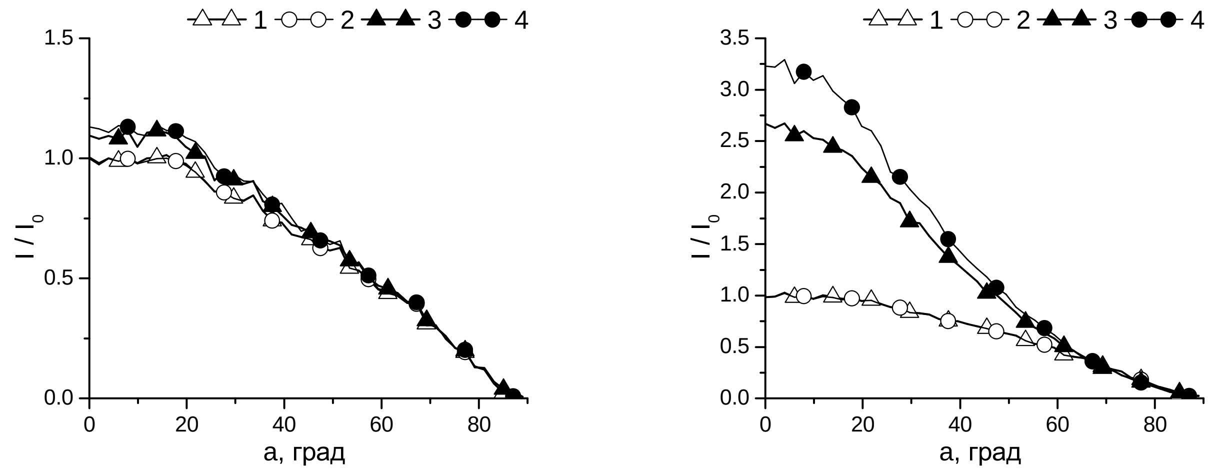
Рис. 1.25. Среднее значение нормальной компоненты скорости частицы диаметром 10 мкм при ударе о поверхность. Режимы расчёта: без учёта столкновений (1, 2), с учётом столкновений (3, 4), без учёта закрутки (1, 3), с учётом закрутки (2, 4). $C_{V0}=10^{-5}$ (а), $C_{V0}=10^{-4}$ (б).



а б

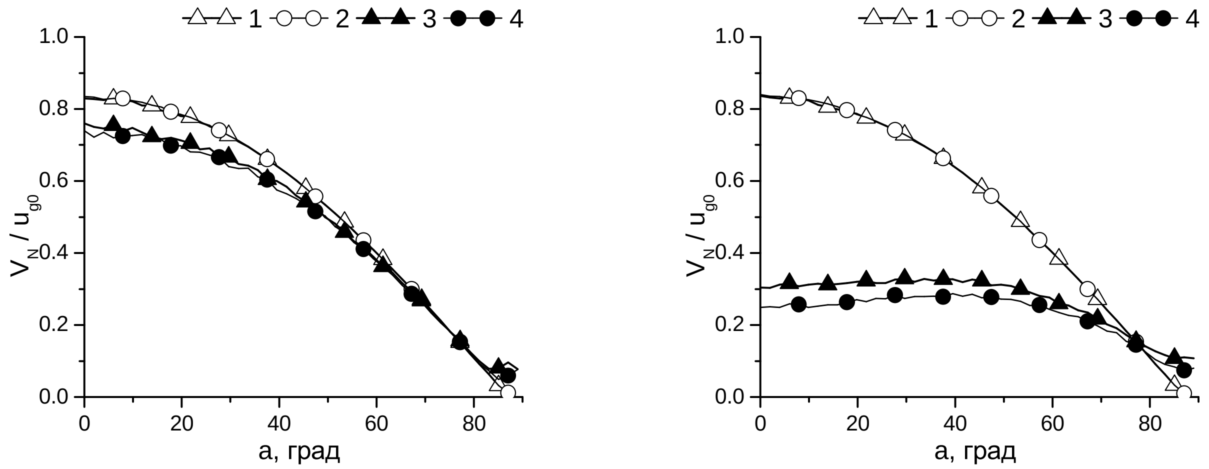
Рис. 1.26. Плотность потока энергии от примеси диаметром 10 мкм к поверхности. Режимы расчёта: без учёта столкновений (1, 2), с учётом столкновений (3, 4), без учёта закрутки (1, 3), с учётом закрутки (2, 4). $C_{V0}=10^{-5}$ (а), $C_{V0}=10^{-4}$ (б).

В примеси относительно крупных частиц диаметром 50 мкм при объёмной концентрации $C_{V0} = 10^{-5}$ эффекты выражены слабо и становятся существенными при повышении концентрации примеси в потоке (рис. 1.27 – 1.29).



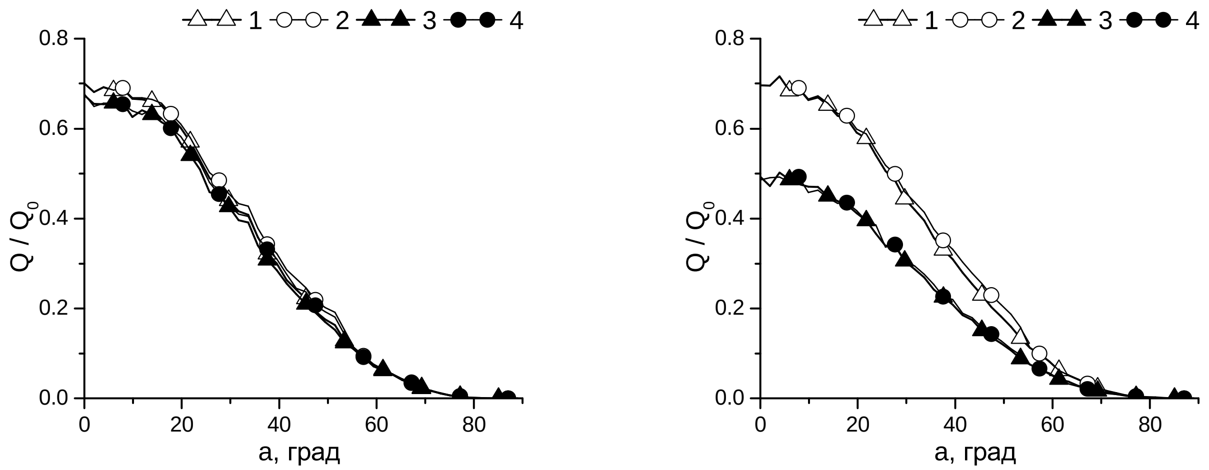
а б

Рис. 1.27. Интенсивность ударов о поверхность частиц примеси диаметром 50 мкм. Режимы расчёта: без учёта столкновений (1, 2), с учётом столкновений (3, 4), без учёта закрутки (1, 3), с учётом закрутки (2, 4). $C_{V0}=10^{-5}$ (а), $C_{V0}=10^{-4}$ (б).



а б

Рис. 1.28. Среднее значение нормальной компоненты скорости частицы диаметром 50 мкм при ударе о поверхность. Режимы расчёта: без учёта столкновений (1, 2), с учётом столкновений (3, 4), без учёта закрутки (1, 3), с учётом закрутки (2, 4). $C_{V0}=10^{-5}$ (а), $C_{V0}=10^{-4}$ (б).



а б

Рис. 1.29. Плотность потока энергии от примеси диаметром 50 мкм к поверхности. Режимы расчёта: без учёта столкновений (1, 2), с учётом столкновений (3, 4), без учёта закрутки (1, 3), с учётом закрутки (2, 4). $C_{V0}=10^{-5}$ (а), $C_{V0}=10^{-4}$ (б).

Приходим к заключению, что учёт вращения и столкновений частиц друг с другом вследствие проявления экранирующего эффекта существенным образом изменяет пространственную картину распределения примеси в ударном слое, а также характер динамического и величину теплового воздействия дисперсной фазы на поверхность обтекаемого тела. Уменьшение размера частиц и увеличении их концентрации усиливают влияние столкновений. В дальнейшем под термином «столкновительная примесь» понимается модель примеси, включающая как столкновения, так и вращение частиц, под термином «бесстолкновительная» –

модель, в которой учитывается вращение частиц, возникающее вследствие при отражении от поверхности и взаимодействии с газовым потоком, столкновения не моделируются.

Выполнена серия расчётов с целью оценки влияния параметров модели столкновения пары частиц на результирующие характеристики теплового и динамического воздействия дисперсной фазы на поверхность преграды.

Увеличение коэффициента восстановления нормальной компоненты импульса e_N и уменьшение коэффициента трения f приводят к снижению интенсивности ударов о поверхность и соответствующему росту среднего значения нормальной компоненты скорости частиц при ударе (рис. 1.30), то есть, снижению экранирующего эффекта.

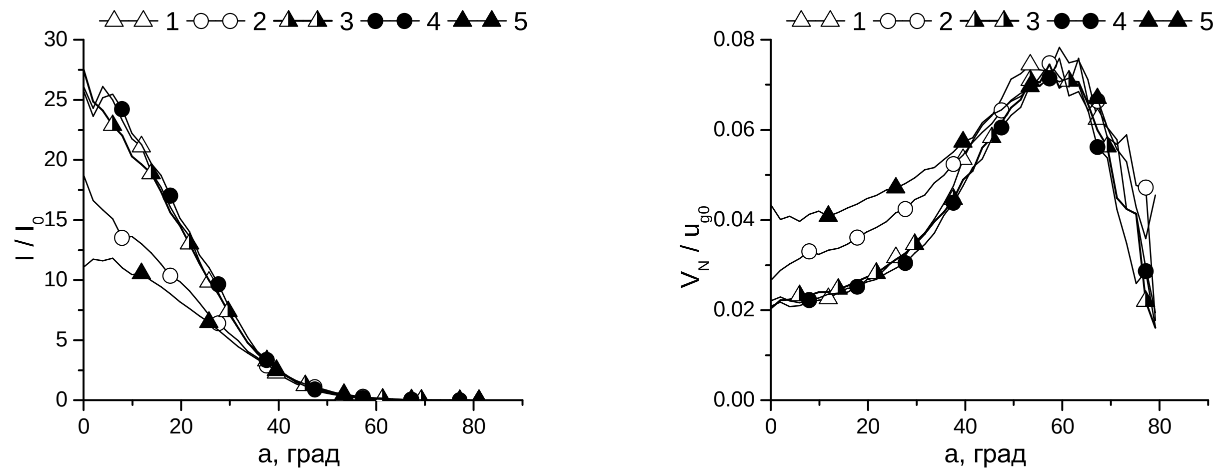


Рис. 1.30. Динамическое воздействие на поверхность примеси частиц диаметром 10 мкм. $C_{V0}=10^{-4}$. Параметры модели столкновения частиц: e_n=0,1 (1), e_n=0,5 (2, 3, 4), e_n=0,9 (5), f=0,1 (2), f=0,5 (1, 3, 5), f=0,9 (4).

Уменьшение коэффициента трения влечет снижение энергетического воздействия на поверхность и заметное изменение траектории частиц (рис. 1.31, 1.32), что может объясняться уменьшением закрутки частиц.

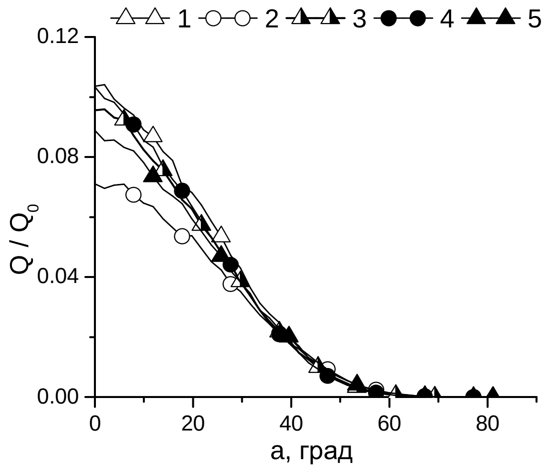


Рис. 1.31. Тепловое воздействие на поверхность примеси частиц диаметром 10 мкм. $C_{V0}=10^{-4}$. Параметры модели столкновения частиц: e_n=0,1 (1), e_n=0,5 (2, 3, 4), e_n=0,9 (5), f=0,1 (2), f=0,5 (1, 3, 5), f=0,9 (4).

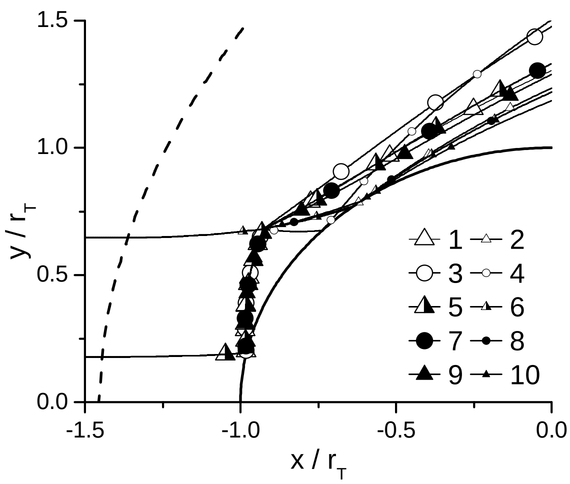


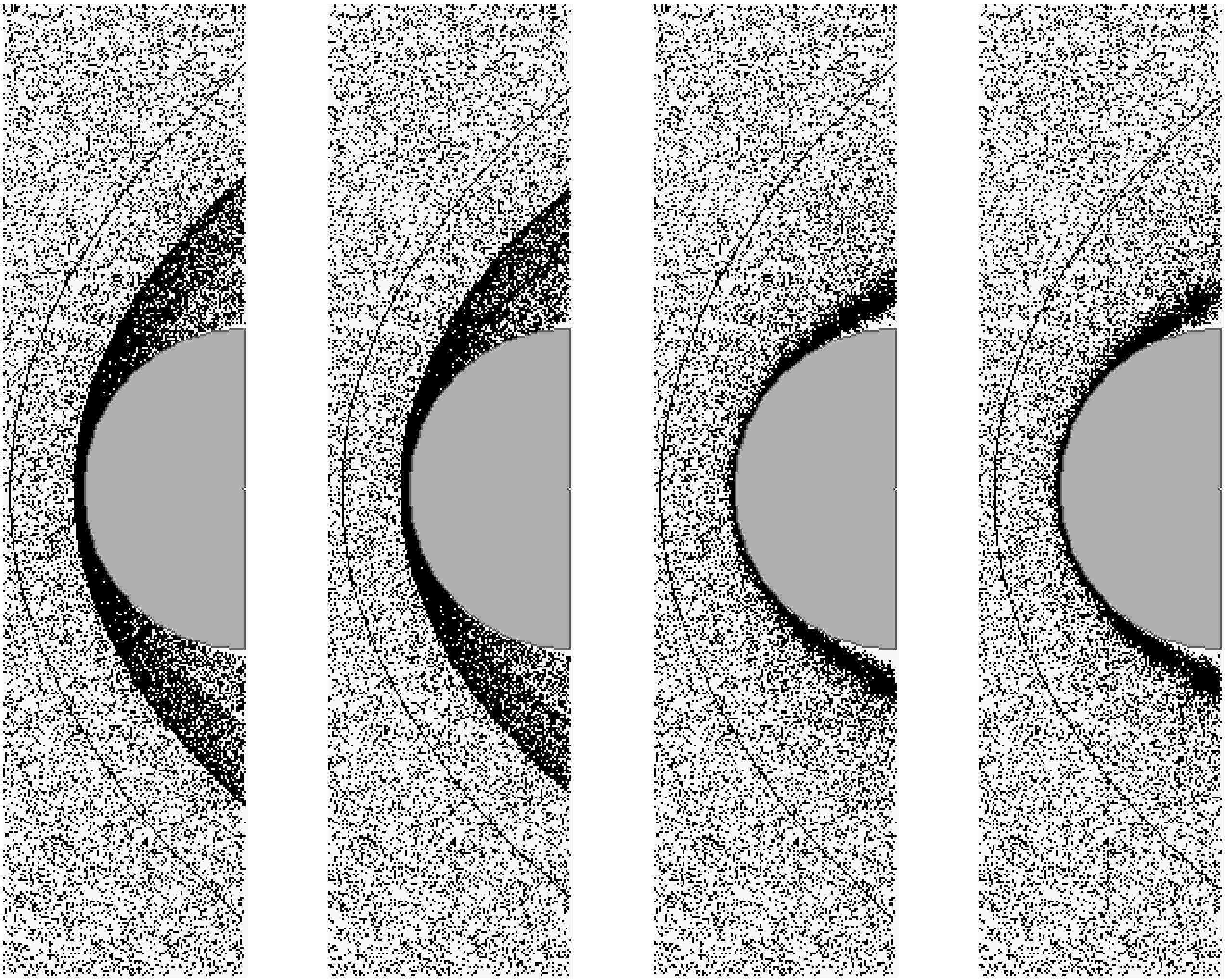
Рис. 1.32. Траектории пары частиц после столкновения. Параметры модели соударения частиц: e_n=0,1 (1, 2), e_n=0,5 (3, 4, 5, 6, 7, 8), e_n=0,9 (9, 10), f=0,1 (3, 4), f=0,5 (1, 2, 5, 6, 9, 10), f=0,9 (7, 8).

1.4. Численное исследование воздействия фракции частиц на преграду и течение газа в ударном слое

Проведена серия вычислительных экспериментов, целью которых был анализ таких факторов, как соударения частиц и обратное влияние примеси на течение несущего газа с точки зрения теплового и динамического воздействия примеси на обтекаемую двухфазным потоком поверхность. Используются математические модели столкновительной, бесстолкновительной, активной (учитывающей обратное влияние на течение несущего газа) и пассивной (без учёта обратного влияния на газ) примеси.

Моделируется поперечное обтекания кругового цилиндра радиуса 3 см. Числа Маха и Рейнольдса набегающего воздушного потока в условиях стандартной атмосферы на высоте 10 км равны соответственно $M_\infty = 6$ и $\mathrm{Re}_\infty = 3 \cdot 10^6$. Диаметр однородных шарообразных частиц варьировался в пределах от 2 мкм до 50 мкм, плотность материала частиц 2400 кг/м^3, удельная теплоемкость 920 Дж/(кг·K). Объемная концентрация примеси в набегающем невозмущенном потоке $\mathrm{C_{V0}}$ изменялась в диапазоне от 10^{-5} до 10^{-4}.

На рис. 1.33 представлены картины установившиеся картины пространственного распределения примеси частиц диаметром 10 мкм, полученные в различных режимах расчёта. В отсутствие столкновений между частицами наблюдается формирование чётко очерченной зоны повышенной концентрации примеси вблизи тела (рис. 1.33а, 1.33б). Учёт столкновений между частицами качественным образом изменяет картину распределения, четкая граница зоны повышенной концентрации исчезает, отраженные частицы накапливаются вблизи поверхности вследствие столкновений с набегающими (рис. 1.33в, 1.33г). Обратное влияние примеси на газ способствует уменьшению толщины ударного слоя как в случае бесстолкновительной (рис. 1.33а и 1.33б), так и в случае столкновительной (рис. 1.33в и 1.33г) примеси.

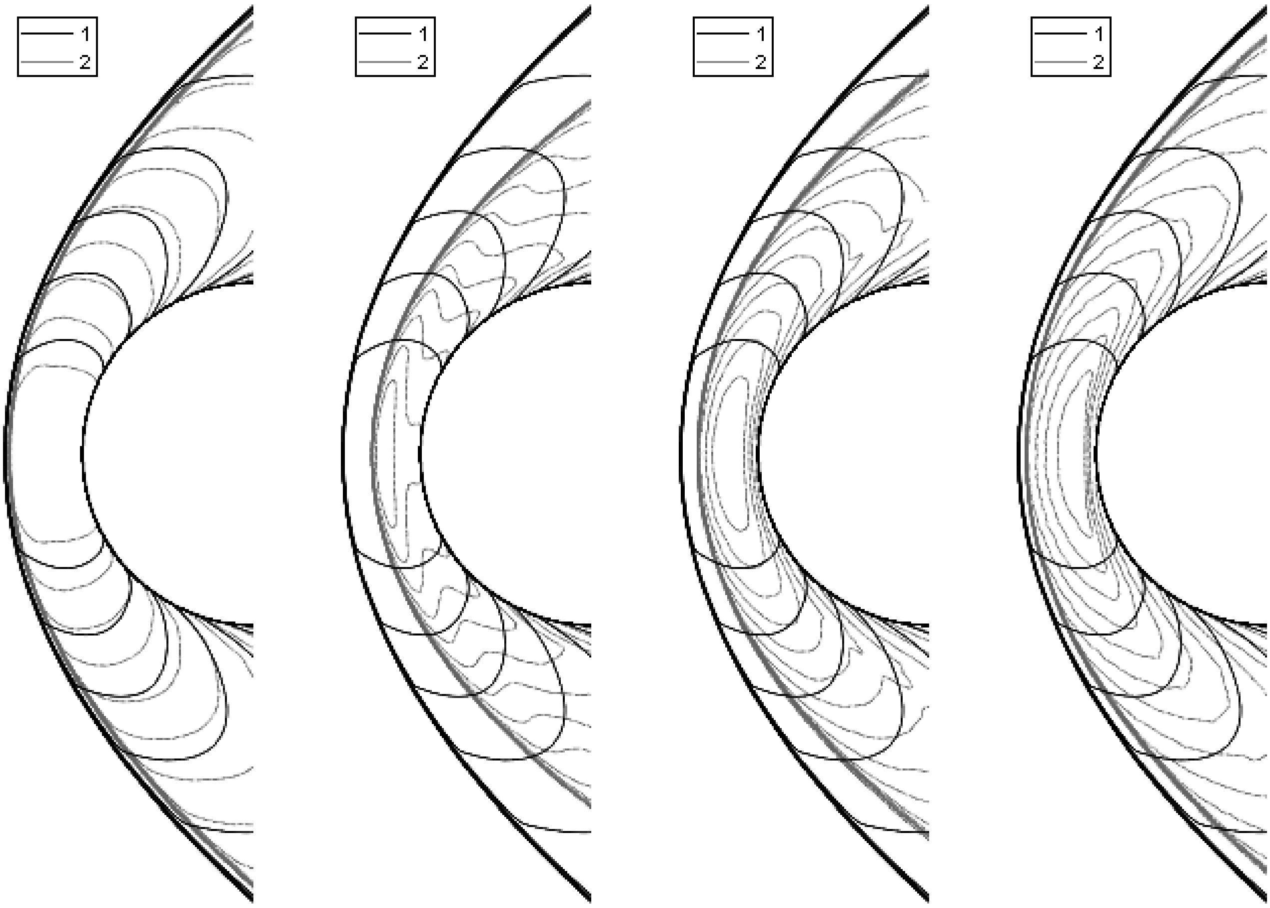


а б в г

Рис. 1.33. Установившееся распределение пассивной (а, в) и активной (б, г) бесстолкновительной (а, б) и столкновительной (в, г) примеси частиц диаметром 10 мкм. $C_{V0}=10^{-4}$.

Математическая модель позволяет детально исследовать влияние каждого из факторов по отдельности. Рассмотрим обратное влияние дисперсной фазы на течение газа в бесстолкновительном режиме.

На рис. 1.34 показаны изолинии поля температуры газовой фазы двухфазного потока при различных параметрах примеси. Сопоставление рис. 1.34а и 1.34б отражает влияние повышения концентрации примеси в набегающем невозмущенном потоке на ударный слой. Серия рисунков 1.34б, 1.34в, 1.34г иллюстрирует влияние изменения размера частиц при постоянной объёмной концентрации примеси. Отчетливо проявляется сокращение толщины ударного слоя в двухфазном потоке по сравнению с однофазным течением, при этом влияние дисперсной фазы на картину течения газа усиливается с ростом концентрации примеси и уменьшением размера частиц.



а б в г

Рис. 1.34. Изолинии температуры газа: однофазное течение (1), двухфазное течение (2) с примесью частиц диаметром 2 мкм (а, б), 5 мкм (в) и 10 мкм (г).
$C_{V0}=10^{-5}$ (а), $C_{V0}=10^{-4}$ (б, в, г).

На рис. 1.35 представлена эволюция температуры газа в сечении критической точки, нормированной температурой невозмущенного потока, при входе объекта в пылевое облако со значительной концентрацией мелкодисперсной примеси. В начальный период наблюдается сокращение толщины ударного слоя по мере приближения частиц к поверхности (кривые 1-4 на рис. 1.35). Отражение частиц от поверхности и их движение против набегающего потока незначительно увеличивает величину отхода ударной волны (кривая 5 на рис. 1.35). По окончании переходного процесса устанавливается стационарный (в стохастическом смысле) режим течения (кривая 6 на рис. 1.35).

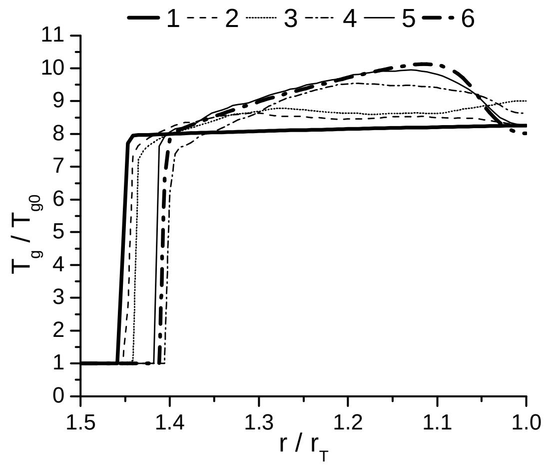


Рис. 1.35. Вход объекта в облако частиц диаметром 10 мкм. Температура газовой фазы в сечении критической точки: однофазное течение (1), t=11 мкс (2), t=15 мкс (3), е=30 мкс (4), е=65 мкс (5), установившийся режим (6). $C_{V0}=10^{-4}$.

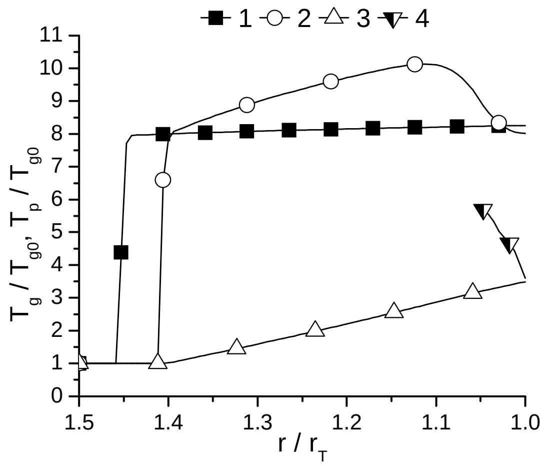
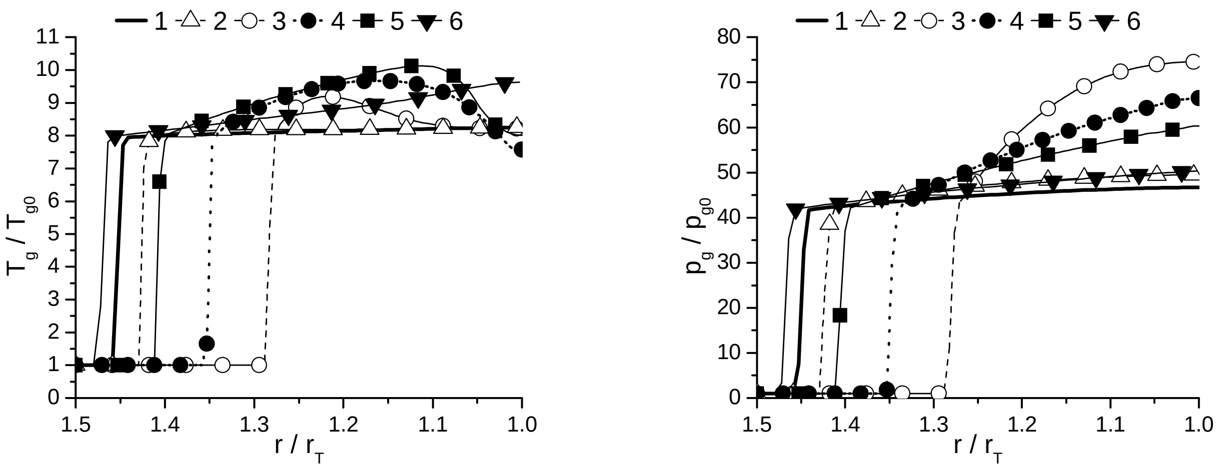


Рис. 1.36. Температура газа и частиц в сечении критической точки: однофазное течение (1), температура газа в двухфазном потоке (2), температура набегающих частиц (3), температура частиц, отраженных от поверхности (4). Диаметр частиц примеси 10 мкм. $C_{V0}=10^{-4}$.

На рис. 1.37 представлены осредненные по времени распределения безразмерных температуры и давления. При торможении частиц в ударном слое происходит диссипация кинетической энергии примеси, что приводит к повышению температуры газовой фазы. Одновременно происходит теплообмен между фазами в ударном слое. Относительно холодные частицы нагреваются, охлаждая окружающий газ (рис. 1.36). Эти противоборствующие тенденции в результате приводят к существенным различиям параметров установившегося течения в двухфазном ударном слое в зависимости от размера частиц примеси (рис. 1.37). Мелкие частицы диаметром 2 мкм тормозятся потоком и уносятся, не достигая поверхности тела, отход ударной волны при этом существенно сокращается, наблюдается рост температуры газа в ударном слое, однако вблизи поверхности температура меняется слабо. Частицы диаметром 5 мкм достигают обтекаемой поверхности. Потеряв значительную часть кинетической энергии, отразившись от тела и не успев прогреться до температуры газа, они некоторое время пребывают вблизи поверхности, охлаждая несущий газ.



а б

Рис. 1.37. Температура (а) и давление (б) газовой фазы в сечении критической точки: однофазное течение (1), двухфазное течение с примесью частиц диаметром 2 мкм (2, 3), 5 мкм (4), 10 мкм (5), 50 мкм (6). $C_{V0}=10^{-5}$ (2) и $C_{V0}=10^{-4}$ (3-6).

Относительно крупные частицы диаметром 50 мкм и после отражения от поверхности обладают высокой скоростью, и при их движении против потока диссипация кинетической энергии примеси преобладает над теплообменом, приводя к дополнительному нагреву всего ударного слоя. Существенную роль играет также быстрый унос и меньшее время пребывания в ударном слое крупных частиц, а также меньшее отношение площади поверхности частицы к её массе. Рост температуры газа и сокращение отхода ударной волны сопровождаются повышением давления газа в ударном слое (рис. 1.37б). В проведенных вычислительных экспериментах частицы диаметром 50 мкм способны после отражения выходить за пределы ударного слоя, что ведет к увеличению отхода ударной волны (кривые 6 на рис. 1.37).

На рис. 1.38 представлены распределения температуры и давления газовой фазы вдоль обтекаемой поверхности. Мелкие частицы диаметром 2 мкм, не достигающие поверхности, не изменяют температуру вблизи критической точки, но приводят к прогреву газа при углах свыше 30° (кривая 3 на рис. 1.38а). Частицы среднего размера отражаются от поверхности с малой скоростью и охлаждают несущий газ в окрестности критической точки и ниже по потоку до угла 40°-60° в зависимости от диаметра частиц (кривые 4 и 5 на рис. 1.38а). Воздействие крупных частиц приводит к существенному росту температуры газа вблизи обтекаемой поверхности (кривая 6 на рис. 1.38а). При этом давление газа вблизи поверхности возрастает во всем рассматриваемом диапазоне размеров частиц (рис. 1.38б). Наблюдается прямая зависимость роста давления газа у поверхности от концентрации примеси и обратная зависимость от размера частиц.

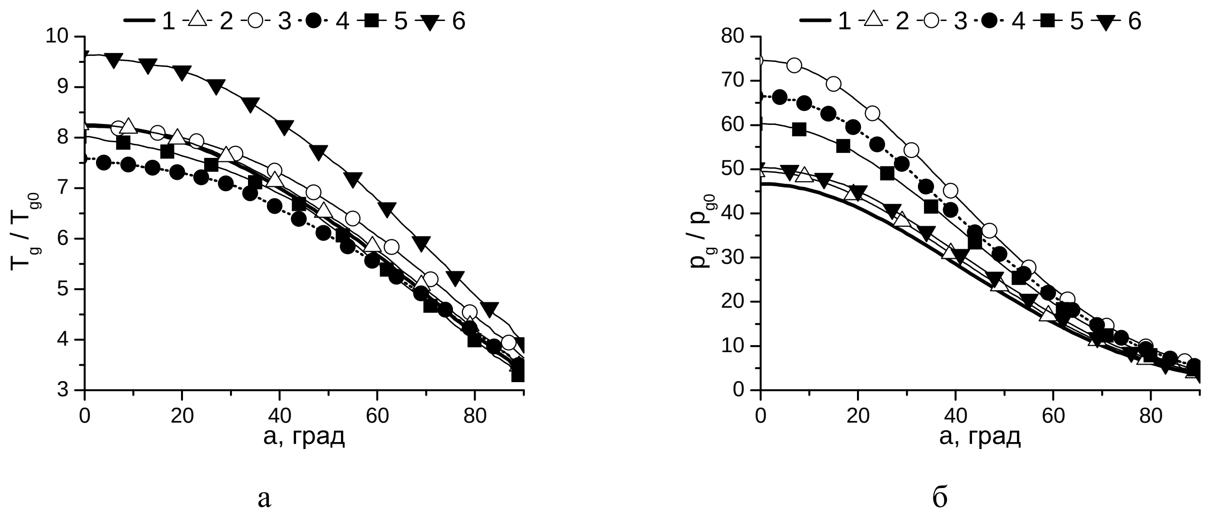
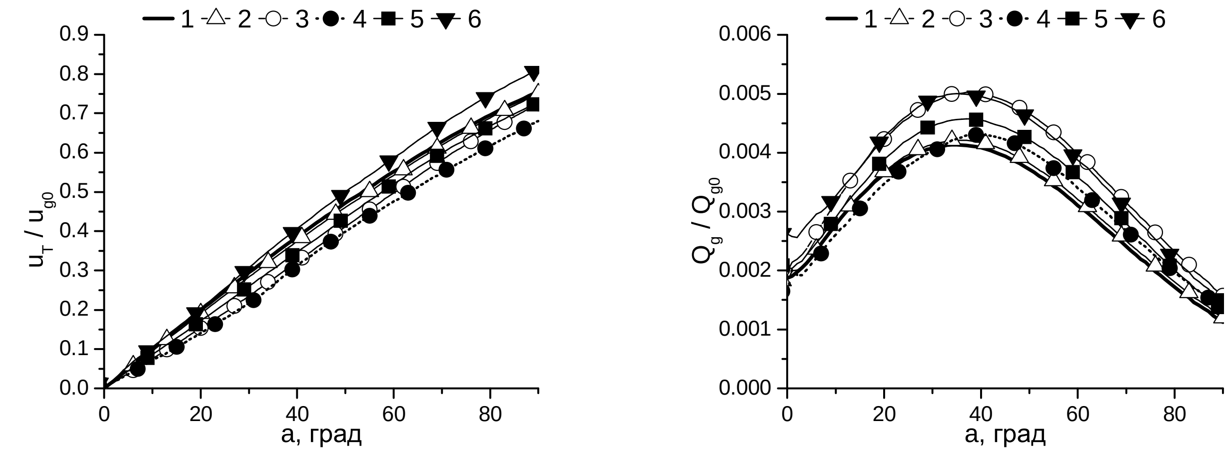


Рис. 1.38. Температура (а) и давление (б) газовой фазы вблизи обтекаемой поверхности: однофазное течение (1), двухфазное течение с примесью частиц диаметром 2 мкм (2, 3), 5 мкм (4), 10 мкм (5), 50 мкм (6). $C_{V0}=10^{-5}$ (2) и $C_{V0}=10^{-4}$ (3-6).

На рис. 1.39а показаны распределения касательной компоненты скорости газа вдоль обтекаемой поверхности. Влияние размера частиц на данный параметр неоднозначно. Наличие в газовом потоке мелких частиц вызывает снижение, а крупных – рост касательной компоненты скорости газа вблизи поверхности.

На рис. 1.39б приведены распределения плотности конвективного теплового потока от газовой фазы к поверхности цилиндра. Тепловой поток рассчитывается по модели турбулентного пограничного слоя [113] исходя из параметров на внешней границе, полученных решениями системы уравнений Эйлера. Нормирована плотностью потока энергии набегающего потока $Q_{g0} = \rho_{g0} u_{g0} c_P T_{gs}$, где T_{gs} - температура торможения газового потока. Тепловой поток возрастает по сравнению с однофазным течением на большей части поверхности. При этом зависимость интенсификации теплового потока от размера частиц примеси носит немонотонный характер. В проведенных расчётах наибольший рост теплового потока в критической точке наблюдался при добавлении примеси крупных частиц диаметром 50 мкм, а на периферии – при добавлении мелких частиц диаметром 2 мкм.



а б

Рис. 1.39. Касательная компонента скорости газа (а) и конвективный тепловой поток от газовой фазы к обтекаемой поверхности (б): однофазное течение (1), двухфазное течение с примесью частиц диаметром 2 мкм (2, 3), 5 мкм (4), 10 мкм (5), 50 мкм (6). $C_{V0}=10^{-5}$ (2) и $C_{V0}=10^{-4}$ (3-6).

На рис. 1.40 – 1.42 приведены параметры газовой фазы двухфазного потока с учётом столкновений между частицами. Охлаждение газа со стороны частиц становится менее интенсивным (рис. 1.40), что вызвано дополнительным нагревом частиц вследствие неупругих столкновений. В результате наблюдается рост температуры газа у поверхности. Учёт столкновений практически не влияет на давление газа (рис. 1.42а). Возникает некоторое усиление теплового потока в критической точке для примеси частиц диаметром 5 мкм и 10 мкм при концентрации в области невозмущенного течения $C_{V0} = 10^{-4}$ (рис. 1.42б). При низкой концентрации примеси столкновения частиц практически не влияют на степень интенсификации конвективного теплового потока, что вполне ожидаемо.

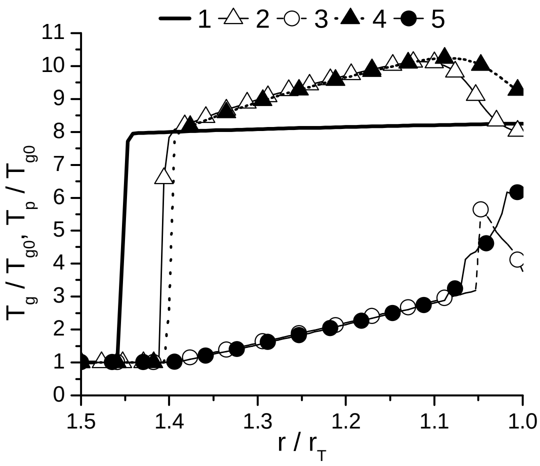


Рис. 1.40. Температура газовой и дисперсной фазы в сечении критической точки: однофазное течение (1), температура газа в двухфазном потоке (2, 4), температура примеси (3, 5). Режимы: бесстолкновительный (2, 3), столкновительный (4, 5). Диаметр частиц 10 мкм. $C_{V0}=10^{-4}$.

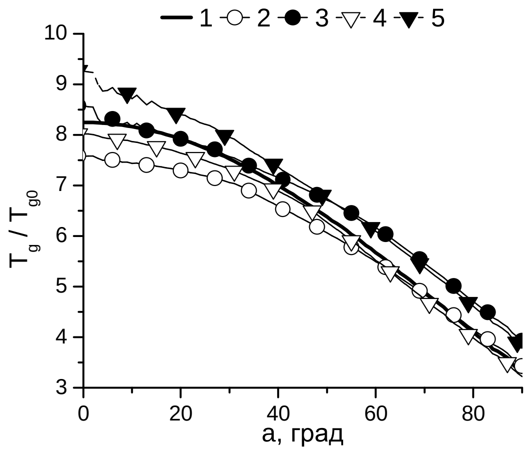
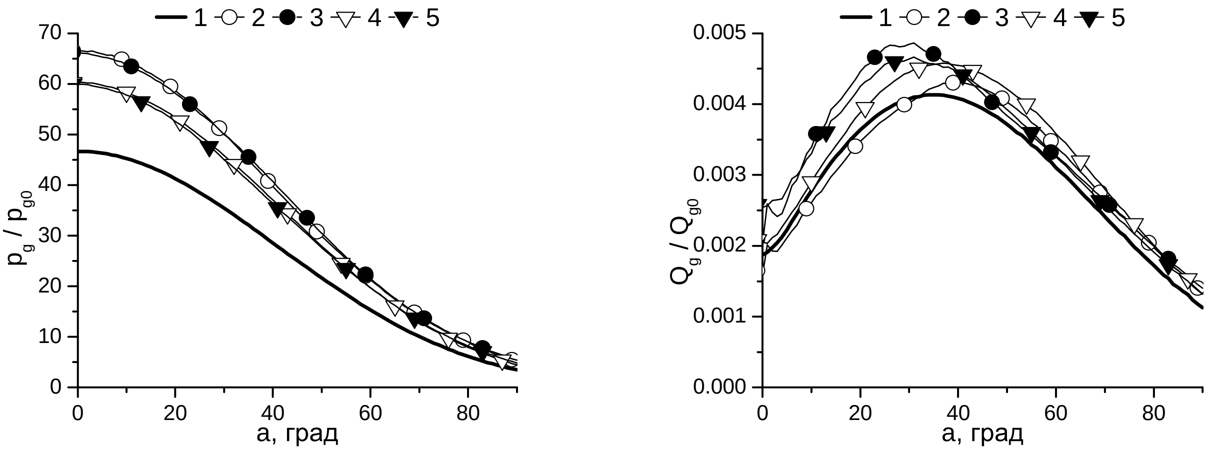


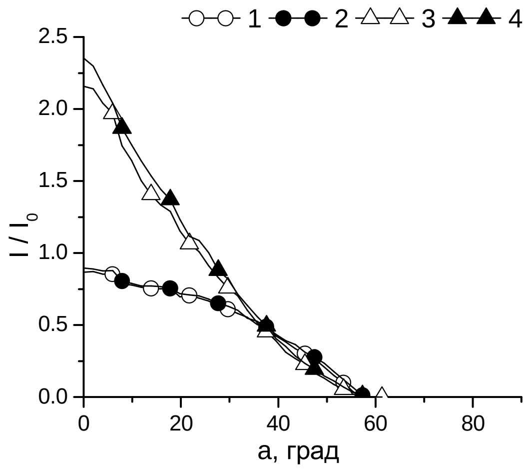
Рис. 1.41. Температура газовой фазы вблизи обтекаемой поверхности: однофазное течение (1), двухфазное течение с примесью частиц диаметром 5 мкм (2, 3), 10 мкм (4, 5) в режимах: бесстолкновительный (2, 4), столкновительный (3, 5). $C_{V0}=10^{-4}$.



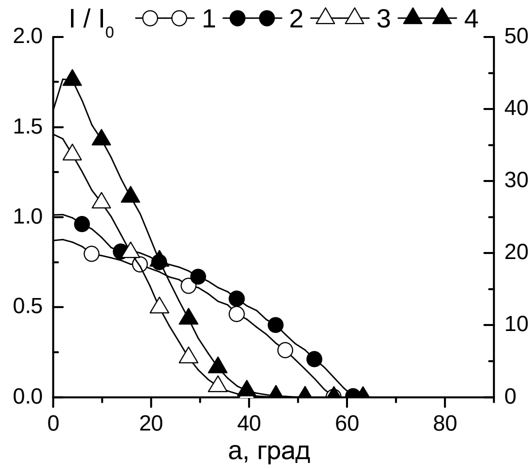
а б

Рис. 1.42. Давление (а) конвективный тепловой поток от газовой фазы к обтекаемой поверхности: однофазное течение (1), двухфазное течение с примесью частиц диаметром 5 мкм (2, 3), 10 мкм (4, 5) в режимах: бесстолкновительный (2, 4), столкновительный (3, 5). $C_{V0}=10^{-4}$.

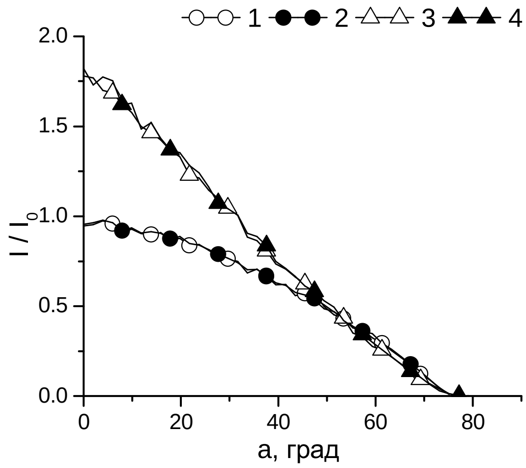
Детально изучив опосредованное тепловое воздействие дисперсной фазы на обтекаемую поверхность через обратное влияние на параметры несущий газ, перейдём к рассмотрению непосредственного динамического и энергетического взаимодействия примеси с преградой. Графики параметров динамического воздействия – интенсивности ударов о поверхность и среднего значения нормальной компоненты скорости частицы при ударе – приведены на рис. 1.43 – 1.44.



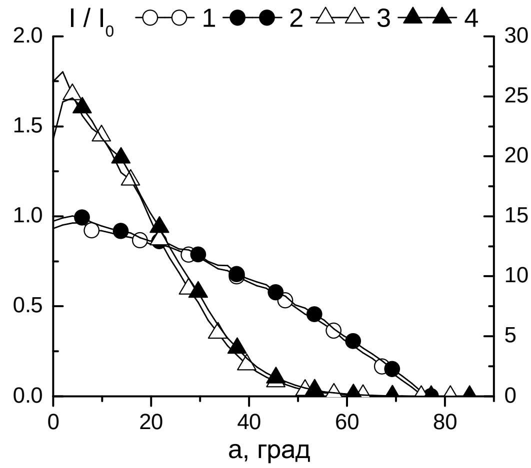
а



б



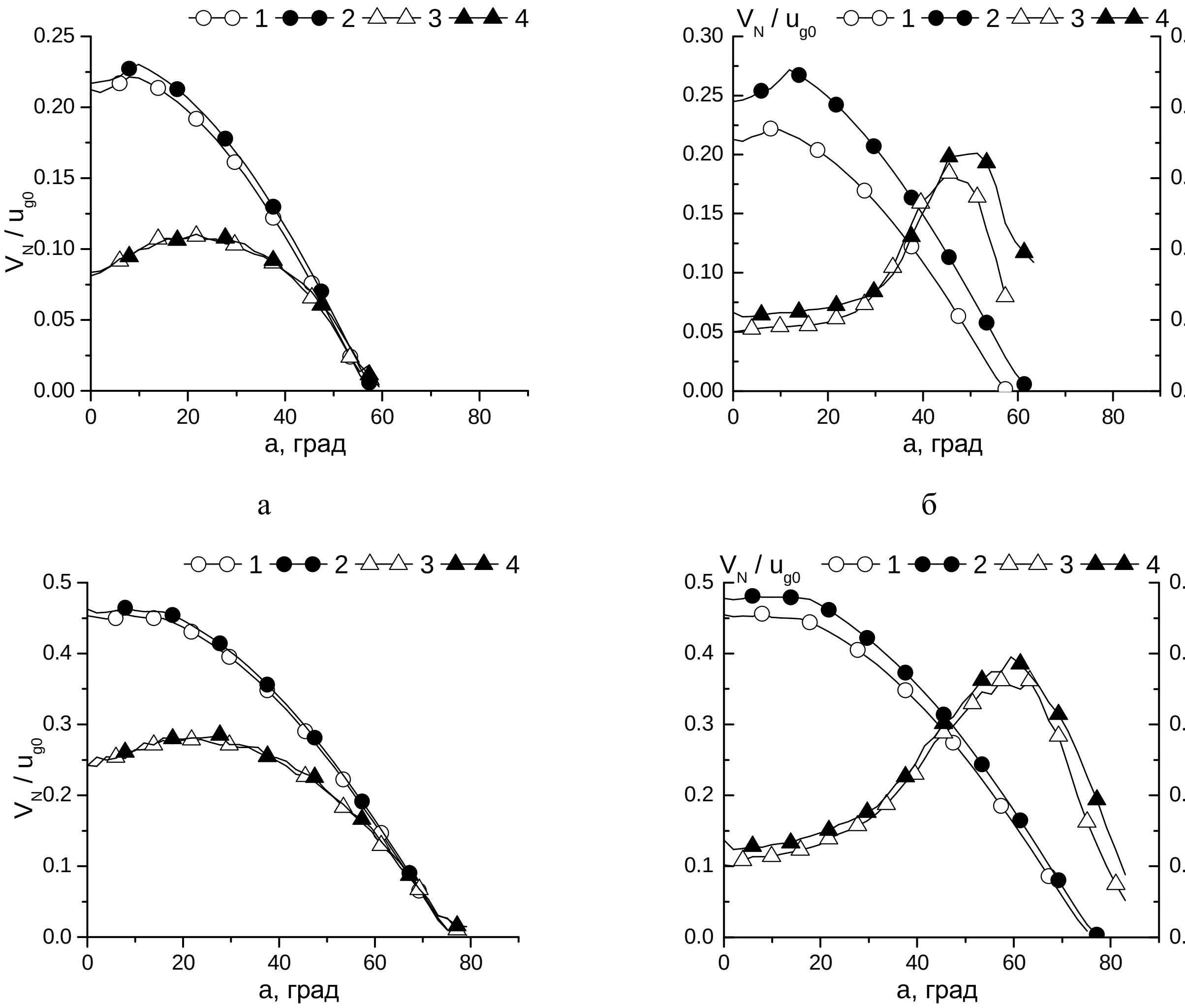
в



г

Рис. 1.43. Интенсивность ударов о поверхность частиц диаметром 5 мкм (а, б) и 10 мкм (в, г). Режимы: бесстолкновительный (1, 2), столкновительный (3, 4), пассивная примесь (1, 3), активная примесь (2, 4), $C_{V0}=10^{-5}$ (а, в), $C_{V0}=10^{-4}$ (б, г). На рис. б и г кривые 3 и 4 отнесены к правой шкале.

На рис. 1.43 приведены графики интенсивности ударов о поверхность частиц диаметром 5 и 10 мкм при различных значениях концентрации. Учёт столкновений частиц уже при концентрации примеси в области невозмущенного течения 10^{-5} приводит к существенному увеличению числа ударов, особенно для частиц меньшего размера.



в г

Рис. 1.44. Среднее значение нормальной компоненты скорости частиц диаметром 5 мкм (а, б) и 10 мкм (в, г) в момент удара о тело. Режимы: бесстолкновительный (1, 2), столкновительный (3, 4), пассивная примесь (1, 3), активная примесь (2, 4), $C_{V0}=10^{-4}$ (а, в), $C_{V0}=10^{-4}$ (б, г). На рис. б и г кривые 3 и 4 отнесены к правой шкале.

Рост интенсивности ударов сопровождается снижением среднего значения нормальной компоненты скорости частицы в момент удара о тело (рис. 1.44), что свидетельствует об увеличении числа повторных отражений частицы от поверхности. При низкой концентрации различия в параметрах динамического воздействия активной, влияющей на течение газа, и пассивной, не учитывающей обратное влияние, примеси незначительны. С ростом концентрации влияние столкновений частиц приводит к многократному увеличению интенсивности ударов и соответствующему снижению величины средней скорости частицы при ударе. Фактор соударений ярче проявляется для частиц меньшего размера. При концентрации примеси 10^{-4} учёт обратного влияния примеси на параметры газа (активная примесь) вызывает как рост интенсивности ударов, так и увеличение среднего значения нормальной компоненты скорости частицы при ударе.

Рассмотрим механизм возникновения наблюдаемых явлений. На рис. 1.45 представлены графики скорости частиц при торможении в двухфазном ударном слое. Вследствие изменения параметров газовой фазы торможение частиц активной примеси происходит интенсивнее, однако толщина ударного слоя в данном случае меньше. В результате скорость частиц активной примеси в момент удара оказывается больше скорости частиц пассивной примеси. Изменение параметров несущего газа в двухфазном ударном слое с активной примесью приводит к более интенсивному торможению отразившихся от поверхности частиц, траектории их движения лежат ближе к поверхности, а число повторных ударов возрастает (рис. 1.46).

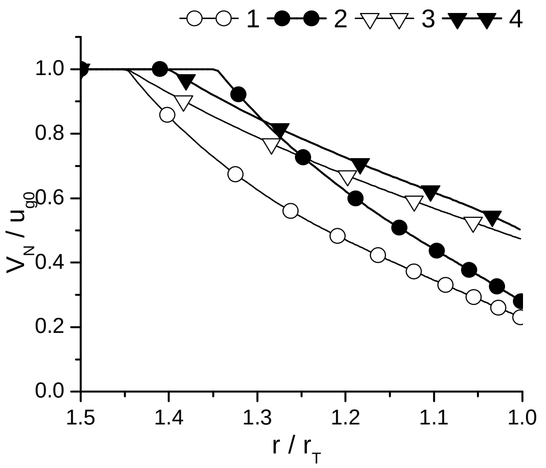


Рис. 1.45. Торможение частицы диаметром 5 мкм (1, 2) и 10 мкм (3, 4) в ударном слое в сечении критической точки, пассивная примесь (1, 3), активная примесь при $C_{V0}=10^{-4}$ (2, 4).

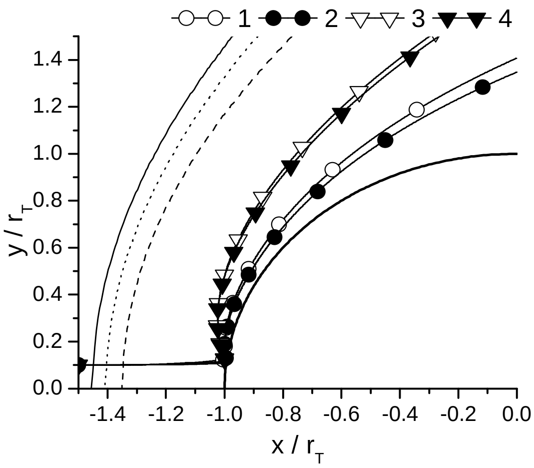


Рис. 1.46. Траектория частицы диаметром 5 мкм (1, 2) и 10 мкм (3, 4) в ударном слое: пассивная примесь (1, 3), активная примесь при $C_{V0}=10^{-4}$ (2, 4).

На рис. 1.47 представлены графики плотности потока энергии от дисперсной фазы к обтекаемой поверхности, которая определяется потерей кинетической энергии частиц при неупругом отражении. Влияние соударений между частицами приводит к существенному снижению энергетического воздействия вследствие экранирующего эффекта, который усиливается с ростом концентрации. Обратное влияние примеси на несущий газ проявляется с повышением концентрации и приводит к усилению плотности потока энергии частиц к поверхности в случае активной примеси, что также можно объяснить сокращением толщины ударного слоя и большей скоростью частицы в момент удара (рис. 1.45).

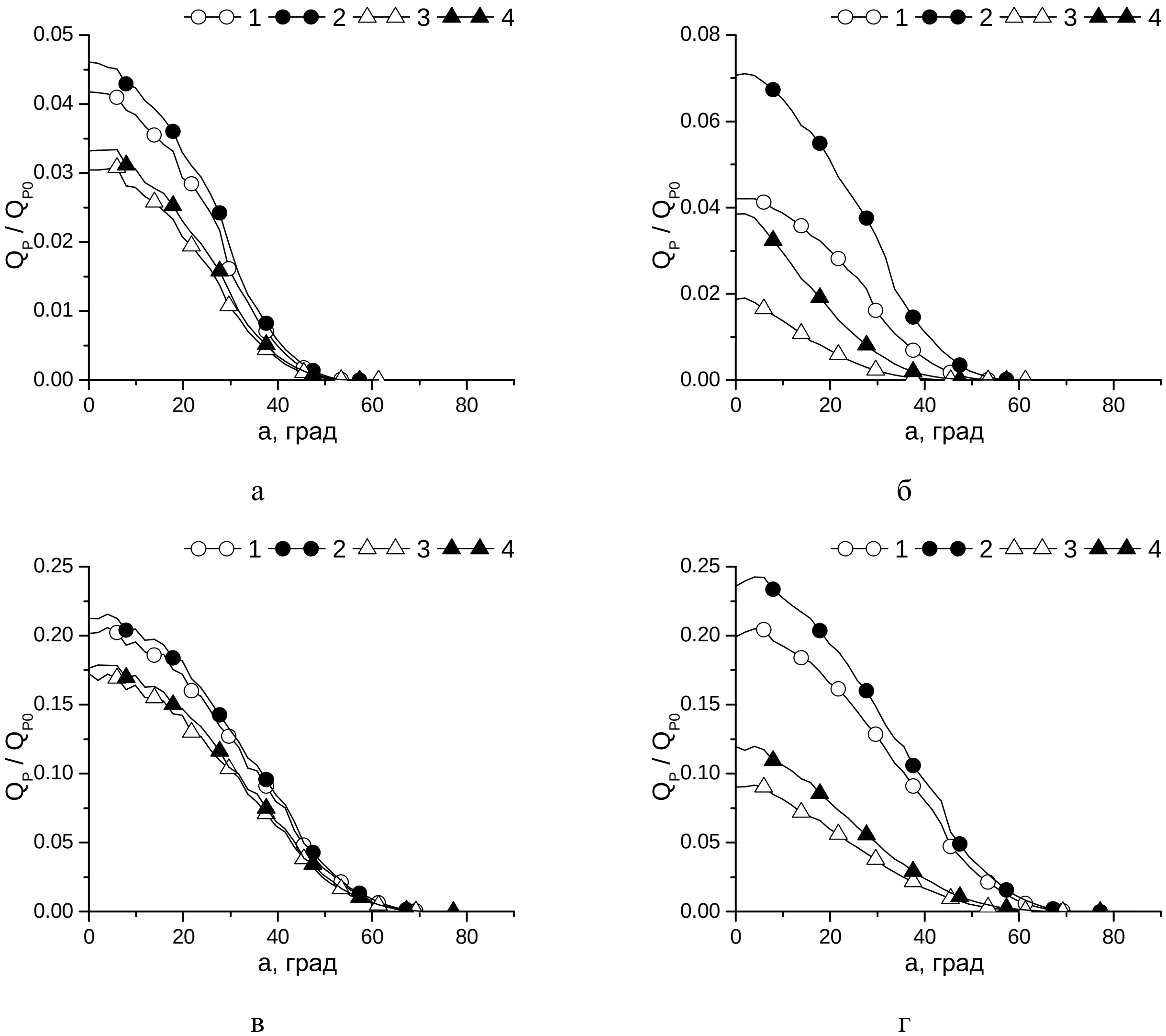


Рис. 1.47. Плотность потока энергии от примеси частиц диаметром 5 мкм (а, б) и 10 мкм (в, г) к поверхности. Режимы: бесстолкновительный (1, 2), столкновительный (3, 4), пассивная примесь (1, 3), активная примесь (2, 4), $C_{V0}=10^{-5}$ (а, в), $C_{V0}=10^{-4}$ (б, г).

Отметим, что наблюдаемые эффекты и отмеченные закономерности хорошо согласуются с результатами, полученными ранее в работах Ю. М. Циркунова и соавторов, с использованием метода Монте-Карло для моделирования динамики столкновительной примеси [36]. Факт существования относительно широкого диапазона концентраций дисперсной фазы, при которых важен учёт столкновительного характера примеси, тогда как обратным влиянием частиц на несущую фазу можно пренебречь, существенно отличает обтекание тел запыленным потоком от других типов гетерогенных течений, таких, например, как течения в газодинамических трактах энергетических установок [125].

Выводы к главе 1

Разработаны алгоритмы численного моделирования воздействия сверхзвукового потока на обтекаемое тело, отличительной чертой которых является учёт обратного влияния примеси на течение несущего газа, а также прямое численное моделирование динамики дисперсной фазы.

Полномасштабная вычислительная модель динамики дисперсной фазы, в которой каждая моделирующая частица соответствует одной реальной в заданных условия эксперимента, позволяет рассчитать движение частиц примеси с учётом их вращения, столкновений частиц друг с другом и отражением от поверхности находящихся в потоке тел.

Предложены эффективные вычислительные алгоритмы моделирования поперечного обтекания запылённым потоком тел цилиндрической формы, выполнена их программная реализация, использующая распараллеливание вычислений при решении системы уравнений газовой динамики, а также уравнений движения и теплообмена частиц примеси.

Проведено численное исследование теплового и динамического воздействия двухфазного потока на преграду в случае поперечного обтекания цилиндра. Выявлена роль таких факторов, как столкновения между частицами и обратное влияние частиц на газовую фазу. Показано существенное влияние учёта вращения и столкновений частиц на распределение примеси в пространстве и параметры воздействия на обтекаемую поверхность. Наблюдается экранирующий эффект в столкновительной примеси, который заключается в частичном рассеянии энергии набегающих частиц отражёнными и усиливается с ростом концентрации примеси и уменьшением размера частиц.

Обратное влияние дисперсной примеси на несущую фазу проявляется при больших значениях концентрации частиц в потоке. Влияние усиливается с уменьшением размера частиц. При этом наблюдается сокращение толщины ударного слоя в случае мелкодисперсной примеси. Влияние примеси на газовую фазу приводит к увеличению конвективного теплового потока от газа к обтекаемой поверхности, а также к интенсификации динамического и теплового воздействия дисперсной фазы на преграду.

ГЛАВА 2. ПРИМЕНЕНИЕ И РАЗВИТИЕ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗЫ

Введение

В предыдущей главе детально исследована роль таких характеристик модели двухфазного ударного слоя, как учёт обратного влияния примеси на течение несущей фазы, столкновения между частицами, их закрутка при парных столкновениях и ударе о поверхность. При этом в рамках каждого из поставленных вычислительных экспериментов моделировалась монодисперсная примесь, то есть все частицы были одинаковы. В реальных физических явлениях и процессах частицы в потоке, за редким исключением, различаются по форме и имеют разброс по размеру [7, 35, 127, 150, 174]. В этой связи интерес представляет исследование обтекания преграды полидисперсным, в частности, бидисперсным, то есть содержащих частицы двух характерных размеров, запылённым потоком.

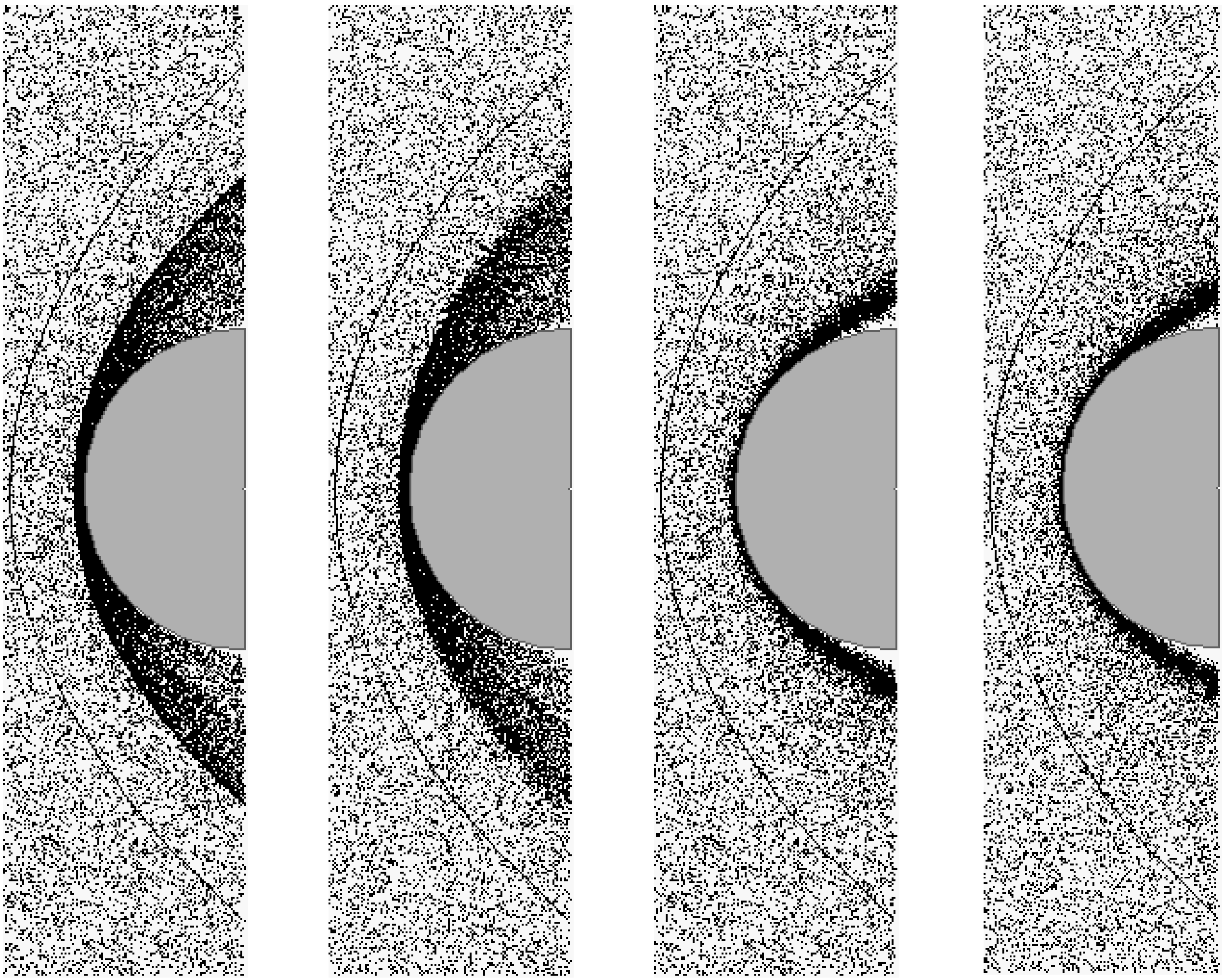
Представленный в первой главе работы метод прямого численного моделирования запылённых потоков, в котором каждая моделирующая частица соответствует одной реальной, позволяет с максимальной точностью воспроизвести динамику столкновительной примеси, однако, требует значительных вычислительных ресурсов. С целью ускорения расчётов и сокращения объёмов используемой памяти компьютера возникла необходимость в оптимизации представленного ранее подхода без потери точности с точки зрения исследуемых параметров воздействия примеси на преграду. Задача может быть решена использованием частиц-представителей, когда одна моделирующая частица соответствует группе реальных, столкновения всё также моделируются прямым методом исходя из реальных траекторий движения, но моделирующие частицы обладают большим радиусом с целью сохранения реальной интенсивности соударений частиц в потоке. Альтернативный подход предлагают статистические методы, когда столкновения частиц, оказавшихся в пределах одной вычислительной ячейки, разыгрываются случайным методом с учётом их размеров и взаимного расположения [276, 277, 279]. Интерес представляет сравнение точного и статистического подхода, при том, что для задач обтекания преграды характерно возникновение областей с очень высокой концентрацией частиц [261].

2.1. Расчёт обтекания цилиндра полидисперсным запылённым потоком

С целью анализа возникающих эффектов, связанных с полидисперсностью гетерогенного потока, проведено численное моделирование поперечного обтекания запыленным воздушным потоком с частицами диоксида кремния SiO_2 кругового цилиндра радиусом 3 см в условиях стандартной атмосферы на высоте 10 км. Число Маха набегающего потока $M_\infty = 6$. Объемная концентрация частиц примеси в области невозмущенного течения $C_{V0} = 10^{-4}$.

Выполнена серия расчётов, в которых диаметр частиц подчинялся нормальному закону распределения с математическим ожиданием 10 мкм и среднеквадратическим отклонением 10%.

На картине распределения примеси в ударном слое (рис. 2.1) наблюдается некоторое размывание границы зоны повышенной концентрации, что объясняется различной скоростью частиц в момент удара о поверхность и, как следствие, более широким разбросом отраженных частиц. В условиях столкновительной примеси (рис. 2.1г) данное явление практически незаметно.

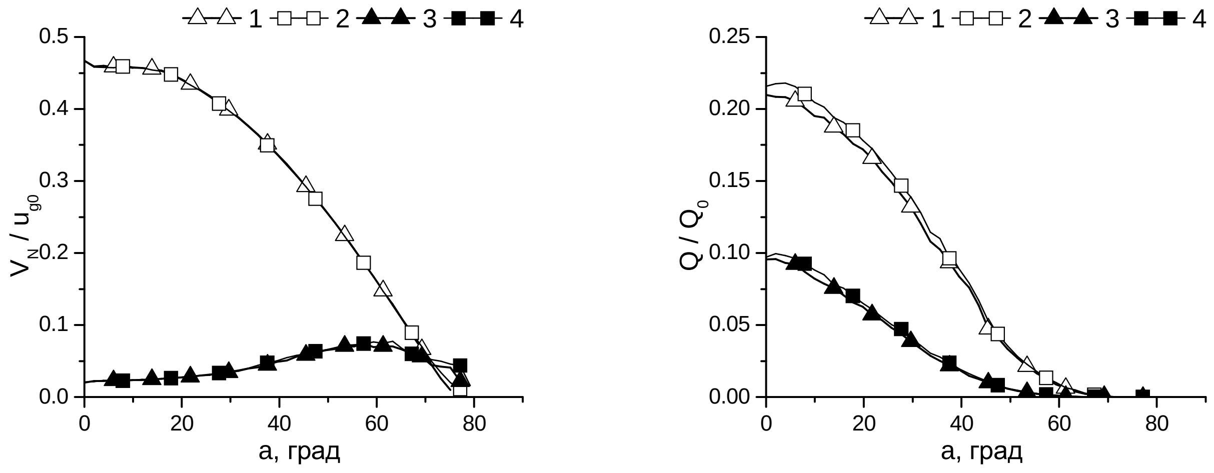


а б в г

Рис. 2.1. Распределение бесстолкновительной (а, б) и столкновительной (в, г) примеси частиц монодисперсной диаметром 10 мкм (а, в), диаметром 10 мкм с разбросом размера (б, г).

На рис. 2.2 представлены графики продольного распределения нормальной составляющей средней скорости частиц в момент соударения с поверхностью и плотности потока энергии от примеси к поверхности. Обе величины отнесены к соответствующим значениям в невозмущенном потоке. Наблюдается несущественное различие результатов в вариантах расчёта с фиксированным размером частиц и с разбросом размера для бесстолкновительного режима. При учёте соударений данный эффект практически нивелируется.

Приходим к выводу, что разброс размеров частиц вокруг определенного значения практически не влияет на картину распределения примеси в ударном слое и параметры динамического и теплового воздействия дисперсной фазы на обтекаемую поверхность.

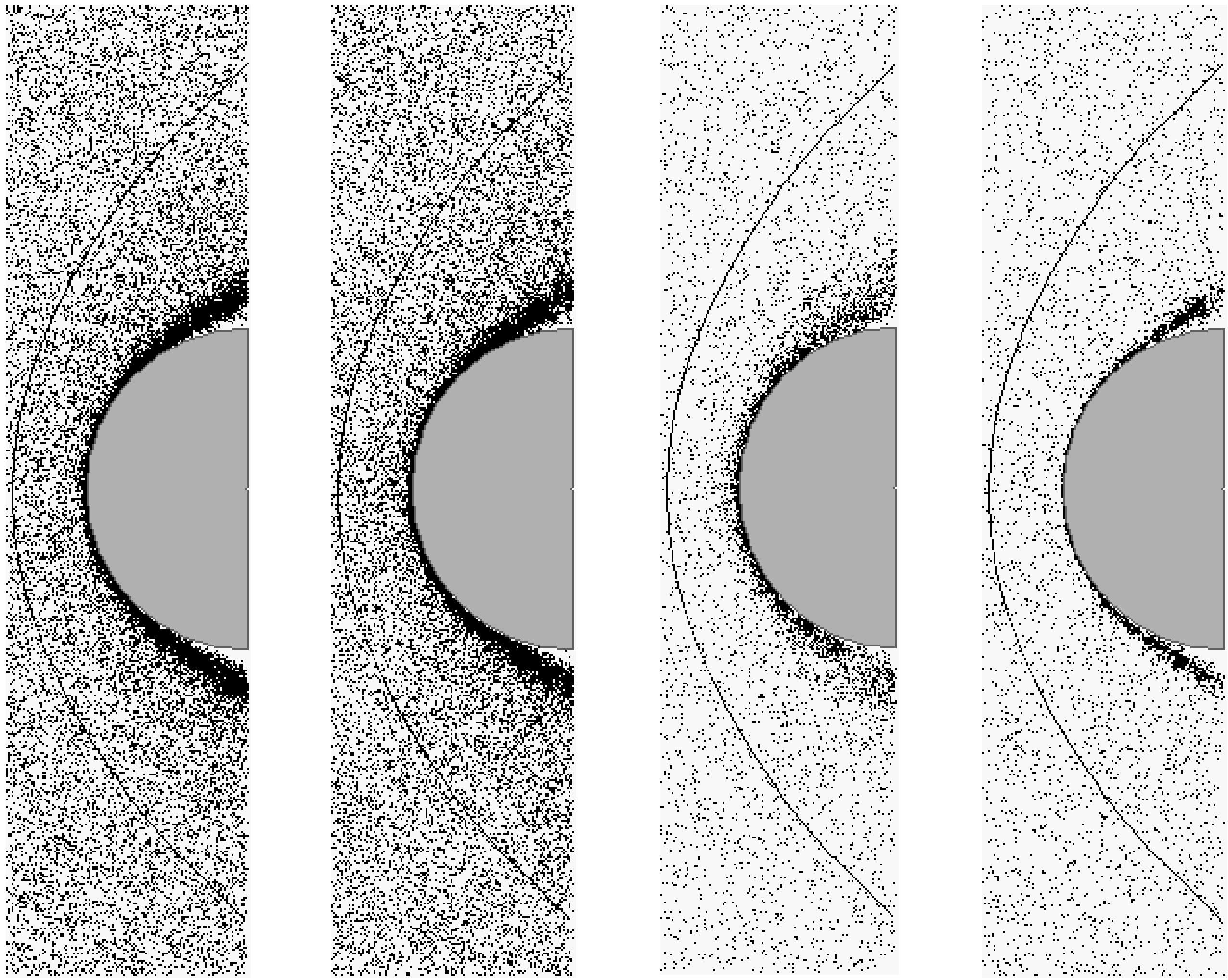


а б

Рис. 2.2. Динамическое (а) и тепловое (б) воздействие бесстолкновительной (1, 2) и столкновительной (3, 4) примеси на обтекаемую поверхность. Частицы диаметром 10 мкм (1, 3), диаметром 10 мкм с разбросом размера (2, 4). $C_{V0}=10^{-4}$.

Метод прямого численного моделирования динамики дисперсной фазы позволяет легко моделировать движение примеси, содержащей частицы различных размеров. Рассмотрим обтекание цилиндра потоком газа с бидисперсной примесью частиц диаметром 10 мкм и 20 мкм в равных объемных долях при суммарной концентрации примеси в невозмущённом потоке $C_{V0} = 10^{-4}$. Характеристики газового потока и преграды остаются неизменными. Цель вычислительного эксперимента — оценка взаимного влияния фракций примеси на картину распределения частиц в пространстве и параметры воздействия дисперсной фазы на обтекаемую поверхность. Для этого проводились расчёты как с учётом столкновений всех моделирующих частиц, так и с ограничением столкновений только в рамках собственной фракции.

На рисунке 2.3 представлено распределение в пространстве частиц примеси диаметром 10 мкм и 20 мкм по отдельности при различных вариантах расчёта. Учёт межфракционного взаимодействия частиц мало отражается на распределении частиц меньшего размера и существенно влияет на картину распределения частиц большего диаметра: наблюдается значительное сокращение ширины зоны повышенной концентрации, крупные частицы прижимаются к поверхности.

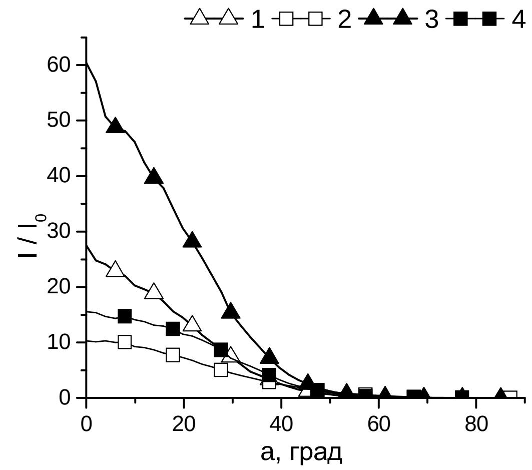


а б в г

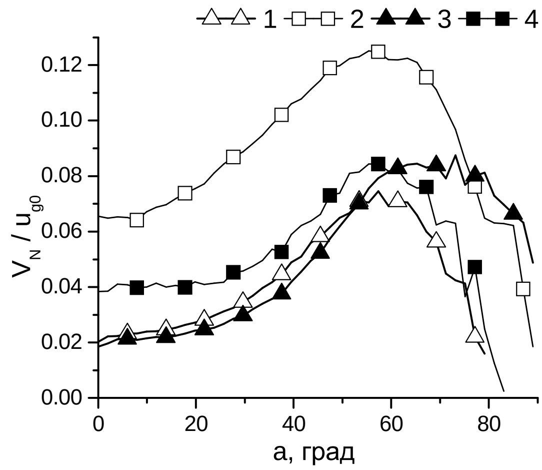
Рис. 2.3. Распределение столкновительной примеси частиц диаметром 10 мкм (а, б), 20 мкм (в, г). Варианты расчёта: столкновения частиц в рамках одной фракции (а, в), столкновения частиц обеих фракций (б, г).

На рисунках 2.4 – 2.6 представлены графики параметров динамического и теплового воздействия фракций частиц диаметром 10 мкм и 20 мкм на поверхность цилиндра с учётом межфракционного взаимодействия частиц и без такового. Взаимодействие частиц различных фракций вызывает существенный рост интенсивности ударов частиц о поверхность. При этом среднее значение нормальной компоненты скорости при ударе у фракции частиц большего размера заметно снижается, а у фракции частиц меньшего размера изменяется несущественно (рис. 2.4б).

Данный эффект можно объяснить, если принять во внимание, что средняя скорость частиц определяется как взаимодействием частиц разных размеров на пути движения к поверхности, так и их взаимодействием с отражёнными от поверхности частицами. Крупная частица медленнее теряет скорость в ударном слое и сталкивается с меньшей, передавая ей часть кинетической энергии (рис. 2.6). Причем, чем ближе к поверхности тела произошло столкновение, тем большей скоростью при ударе о тело обладает меньшая частица, поскольку не успевает затормозиться в потоке газа.



а



б

Рис. 2.4. Динамическое воздействие на поверхность цилиндра примеси частиц диаметром 10 мкм (1, 3) и 20 мкм (2, 4). Режимы расчёта: взаимодействие частиц одной фракции (1, 2), взаимодействие частиц обеих фракций (3, 4).

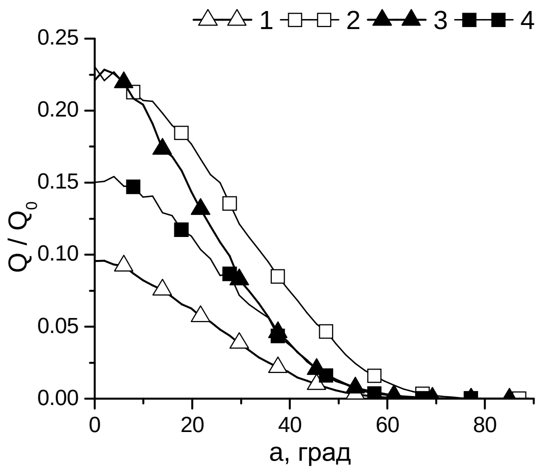


Рис. 2.5. Тепловое воздействие на поверхность цилиндра примеси частиц диаметром 10 мкм (1, 3) и 20 мкм (2, 4). Режимы расчёта: взаимодействие частиц одной фракции (1, 2), взаимодействие частиц обеих фракций (3, 4).

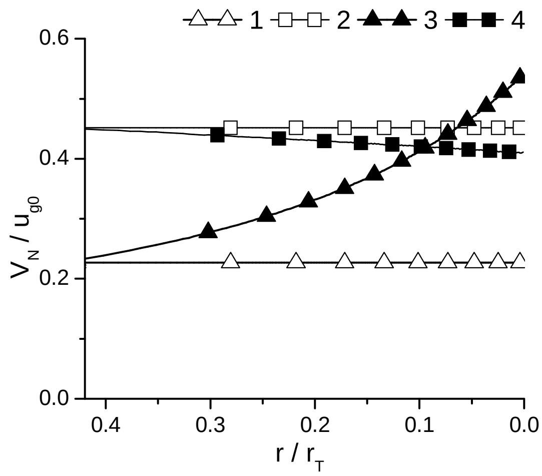


Рис. 2.6. Скорость частицы диаметром 10 мкм (3) и 20 мкм (4) в момент удара о тело при однократном столкновении на расстоянии r от поверхности с частицей другой фракции. Значение скорости частицы диаметром 10 мкм (1) и 20 мкм (2) в момент удара в отсутствие взаимодействия с другими частицами. Сечение критической точки.

Потери скорости большей частицы при ударе при этом не столь значительны. Как следствие, энергетическое воздействие фракции частиц меньшего размера на поверхность существенно возрастает (рис. 2.5), поскольку она становится своего рода посредником в передачи телу энергии, принесённой крупными частицами, что в значительной мере нивелирует экранирующий эффект. Для крупных же частиц взаимодействие с фракцией мелких приводит к усилению экранирующего эффекта, в целом характерного для столкновительной примеси, и снижению плотности потока энергии от частиц к поверхности.

2.2. Использование частиц-представителей в методе прямого численного моделировании динамики дисперсной фазы

В представленных выше вычислительных экспериментах, в которых исследовалось поперечное обтекание запылённым потоком тел цилиндрической формы, использовалась квазитрёхмерная модель динамики дисперсной фазы в ударном слое в наиболее полном варианте, когда каждая моделирующая частица соответствует одной реальной при заданных условиях распределения примеси и последовательно учитываются все удары частиц о поверхность, а также столкновения с другими частицами (рис. 1.10). Используется ограниченная расчётная область вдоль оси 0z, параллельной направляющим цилиндра (рис. 1.12). По оси 0z накладываются периодические граничные условия, а хорошая точность достигается уже при толщине слоя $z_{\max} - z_{\min} = 4 \cdot \max\limits_{i}\left(r_{pi}\right)$, здесь r_{pi} – радиус частицы. Модель обеспечивает учёт всех без исключения столкновений частицы с поверхностью и другими частицами. При этом распараллеливание расчётов активно применяется на этапе поиска соударения и формирования первичной очереди событий. Обработка событий очереди производится последовательно в хронологическом порядке. Прямое моделирование всех частиц расчётной области предъявляет довольно высокие требования к вычислительным ресурсам, прежде всего, оперативной памяти компьютера.

В целях сокращения предъявляемых требований к вычислительным ресурсам и повышения эффективности их использования, предлагается модификация алгоритма прямого численного моделирования, основанная на использовании частиц–представителей.

Каждые F реальных частиц могут быть представлены одной моделирующей частицей. При решении уравнений движения и реализации взаимодействия с другими частицами частица-представитель обладает физическими характеристиками одиночной частицы. При расчёте интегральных показателей, например, воздействия примеси на несущую среду или поверхность преграды, рассеяния кинетической энергии вследствие неупругих столкновений, следует учесть множитель F. В целях сохранения характеристик дисперсной фазы необходимо обеспечить частице-представителю вдоль траектории движения такую же интенсивность столкновений с другими частицами, которой обладает одиночная частица в полномасштабной модели. Тогда уравнение, определяющее условия столкновения пары частиц–представителей, приобретает вид:

$$\left|\mathbf{r}_i(t)-\mathbf{r}_j(t)\right|^2=\left(r_{pi}\sqrt{\mathrm{F}}+r_{pj}\sqrt{\mathrm{F}}\right)^2,$$

где $\mathbf{r}(t)$ - радиус-вектор частицы в момент времени t, r_p - радиусы частиц.

Результатом решения уравнения будут моменты времени, в которые центры масс пары частиц–представителей i и j удалены на расстояние $r_{pi}\sqrt{\mathrm{F}}+r_{pj}\sqrt{\mathrm{F}}$. В модели соударения двух частиц с целью определения их параметров после столкновения используется нормированный вектор, определяющий относительное расположение частиц в момент столкновения τ:

$$\mathbf{n}_{ij}=\left(r_{pi}+r_{pj}\right)\frac{\mathbf{r}_j(\tau)-\mathbf{r}_i(\tau)}{\left|\mathbf{r}_j(\tau)-\mathbf{r}_i(\tau)\right|},$$

Непосредственно в модели столкновения используются физические параметры реальных частиц.

В целях верификации предложенной модели рассмотрим решение задачи численного моделирования поперечного обтекания кругового цилиндра потоком газа с примесью твёрдых частиц. Ранее эта задача решалась с использованием полномасштабного дискретно-элементного метода в трёхмерном (для динамики частиц) и квазитрёхмерном вариантах. Отметим, что при использовании частиц представителей в квазитрёхмерной модели расчётная область должна быть расширена:

$$z_{\max} - z_{\min} = 4\sqrt{\mathrm{F}} \cdot \max_i \left(r_{pi} \right).$$

В итоге использование частиц-представителей при сохранении концентрации примеси в потоке позволяет сократить число моделирующих частиц, находящихся в расчётной области в $\sqrt{\mathrm{F}}$ раз.

Как и в рассмотренных выше испытаниях, рассчитывается поперечное обтекание кругового цилиндра радиусом 3 см невязким воздушным потоком числом Маха $M_\infty = 3$ в условиях стандартной атмосферы на высоте 10 км. Обратное влияние примеси на течение газа не учитывается. На рис. 2.7 – 2.8 приведены графики, характеризующие динамическое и тепловое воздействие примеси на поверхность кругового цилиндра столкновительной примеси частиц диаметром 10 мкм при объёмной концентрации дисперсной фазы в области невозмущенного течения $\mathrm{C}_{\mathrm{V0}} = 10^{-4}$.

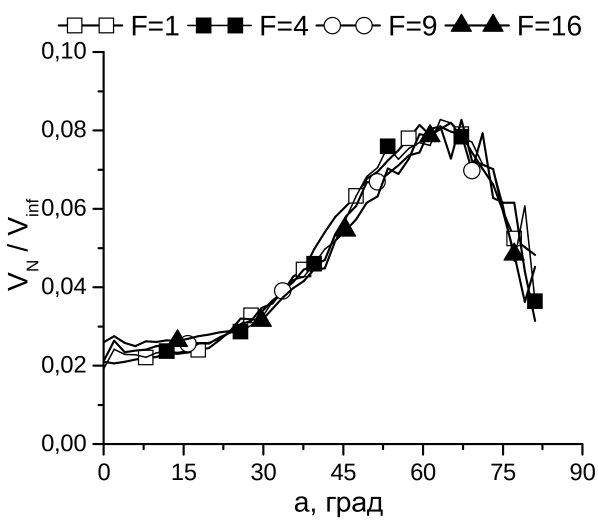


Рис. 2.7. Среднее значение нормальной компоненты скорости частицы в момент удара о поверхность преграды.

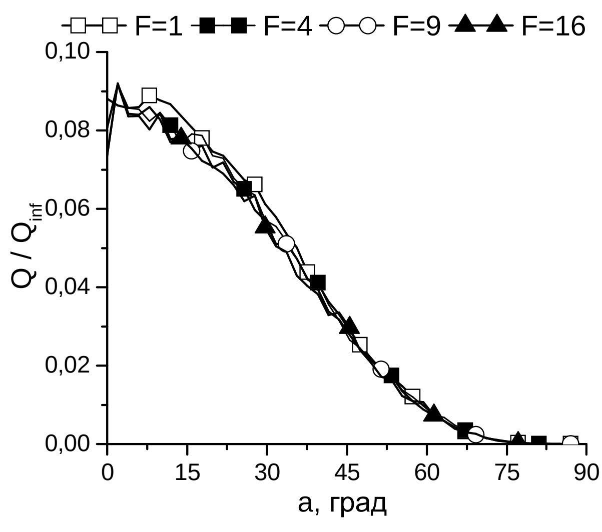


Рис. 2.8. Плотность потока энергии от примеси к поверхности преграды.

Параметр F варьировался в пределах от 1 (полномасштабное моделирование) до 16. Наблюдается хорошее согласование результатов, полученных при различных значениях коэффициента масштабирования F.

Ключевым фактором с точки зрения сокращения времени расчёта является нелинейный характер зависимости числа соударений частиц от их концентрации в локальной области. Например, в случае хаотического движения частиц с равномерным распределением направления вектора скорости в пространстве зависимость носит квадратичный характер. При этом сокращение затрат вычислительного времени на этапе моделирования столкновений частиц в квазитрехмерной модели может достигать F раз.

Особенностью алгоритма прямого численного моделирования столкновительной примеси является принципиально последовательный характер обработки очереди соударений частиц. Распараллеливание алгоритма легко реализуется лишь на этапе решения уравнений движения и теплообмена частиц для каждого расчётного шага. В то же время нелинейный характер сокращения вычислительных затрат на этапе моделирования столкновений приводит к увеличению доли этапа первичного поиска столкновений в общих затратах вычислительного времени и способствует повышению эффективности распараллеливания решения задачи в целом. На рис. 2.9 приведены графики затрат машинного времени на решение задачи в квазитрехмерной постановке при различных значениях параметра F. использование частиц-представителей в сочетании с распараллеливанием вычислений позволило на порядок сократить время расчёта при сохранении точности решения (рис. 2.10). При распараллеливании вычислений использовался компьютер с общим числом ядер N=4. При решении задачи в трёхмерной постановке не требуется расширение границ расчётной области, что позволяет сократить число моделирующих частиц в F раз, а не в $\sqrt{F}$, как в квазитрёхмерной, в результате значительно снижаются требования к объему памяти вычислительной системы. Нелинейный характер зависимости количества столкновений от числа частиц в локальной зоне способствует сокращению временных затрат на этапе моделирования столкновений до F^2 раз, что, в свою очередь, еще больше увеличивает эффективность применения параллельных вычислений.

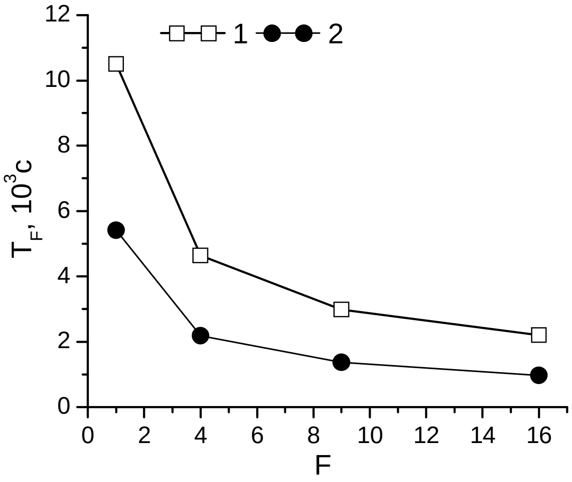


Рис. 2.9. Затраты машинного времени на решение задачи. 1 – последовательный алгоритм, 2 – параллельный алгоритм.

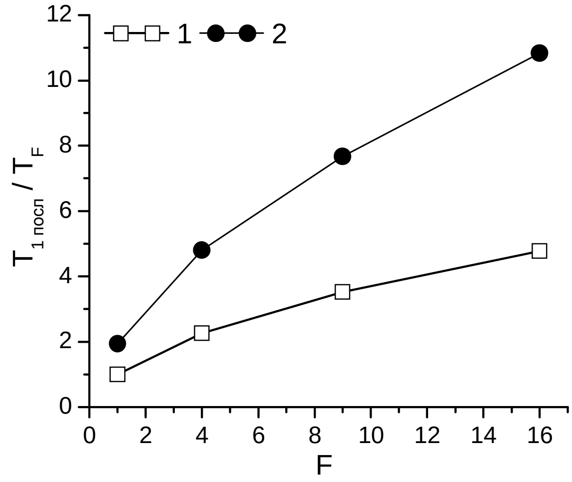


Рис. 2.10. Сокращение времени расчёта. 1 – последовательный алгоритм, 2 – параллельный алгоритм.

Использование частиц-представителей в полномасштабном дискретно–элементном методе моделирования дисперсной фазы позволяет существенно расширить границы его применения за счет сокращения требований к памяти компьютера и затрат машинного времени, а также способствует повышению эффективности распараллеливания вычислений на многоядерных системах. В результате становится возможным использование модифицированного дискретно–элементного метода для решения задач обтекания преграды запыленным потоком в трёхмерной постановке.

После получения благодаря использованию частиц–представителей возможности расчёта динамики дисперсной фазы в трёхмерном пространстве модель несущего газа была дополнена режимом расчёта течения газовой фазы в осесимметричной постановке. Течение невязкого газа описывается системой уравнений Эйлера в консервативных переменных в цилиндрической системе координат [85]:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{q})}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{q})}{\partial y} + \mathbf{C}(\mathbf{q}) = \mathbf{N},$$

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e \end{pmatrix}, \ \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uH \end{pmatrix}, \ \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vH \end{pmatrix}, \ \mathbf{C} = \frac{\rho v}{y} \begin{pmatrix} 1 \\ u \\ v \\ H \end{pmatrix}, \ \mathbf{N} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\langle f_{\mathrm{px}} \rangle \\ -\langle f_{\mathrm{py}} \rangle \\ -\langle \mathbf{f}_{\mathrm{p}} \mathbf{v}_{\mathrm{p}} + \mathbf{t}_{\omega} \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{p}} + q_{\mathrm{c}} \rangle \end{pmatrix},$$

$$e = \frac{p}{\rho(\gamma - 1)} + \frac{u^2 + v^2}{2}, \ H = e + \frac{p}{\rho}$$

где x – ось симметрии, ось y ей ортогональна, ρ – плотность газа, p – давление, u и v – компоненты скорости в направлениях x и y соответственно, e и H – полные энергия и энтальпия газа, γ – показатель адиабаты, вектор $\mathbf{N}$ содержит компоненты, определяющие импульс и энергию, передаваемые от фазы частиц к газовой фазе.

Метод численного решения системы уравнений газовой динамики с использованием TVD-монотонизированного варианта схемы Хартена-Лакса-ван Лира [69] на адаптивных декартовых сетках, а также реализация граничных условий методом погруженной границы с фиктивными ячейками аналогичны рассмотренным в первой главе работы применительно к плоским двумерным течениям [29]. Уравнения движения и теплообмена частицы в газовом потоке, а также модели попарного соударений частиц и их отражения от поверхности представлены в первой главе в трёхмерной системе координат и потому остаются неизменными.

2.3. Расчёт обтекания сферы запылённым потоком с полидисперсной примесью частиц

Рассматривается задача обтекания сферы сверхзвуковым запыленным потоком газа. Сфера помещается в конус Маха, как это обычно делается в стендовых экспериментах с целью приближения к условиям обтекания тела свободным равномерным потоком. Схема вычислительного эксперимента приведена на рис. 2.11. В несущую газовую среду добавляются частицы оксида алюминия Al_2O_3, плотность материала $\rho_\text{p} = 3900$ кг/м^3. Рассмотрены варианты широко распространенного на практике двухпараметрического гамма-распределения частиц по размерам [182]:

$$F\left(r_p\right) = \frac{A^{B+1}}{\Gamma\left(B+1\right)} r_p^B \exp\left(-Ar_p\right).$$

Это распределение имеет максимум в точке $r_p = \frac{B}{A}$.

Объемная концентрация частиц выражается следующим образом:

$$C_\text{v} = \frac{4\pi}{3} N_\text{p} \int_0^\infty r_p^3 F\left(r_p\right) dr_p,$$

где N_p – общее количество частиц в единице объема.

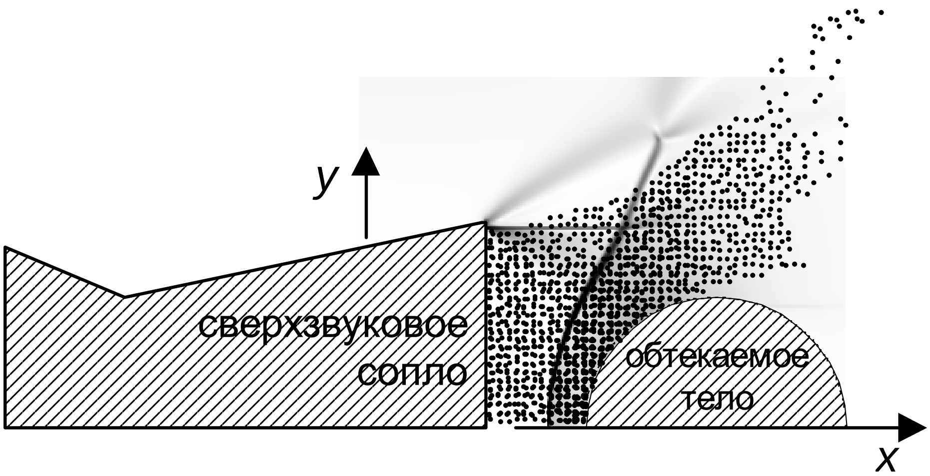


Рис. 2.11. Схема вычислительного эксперимента.

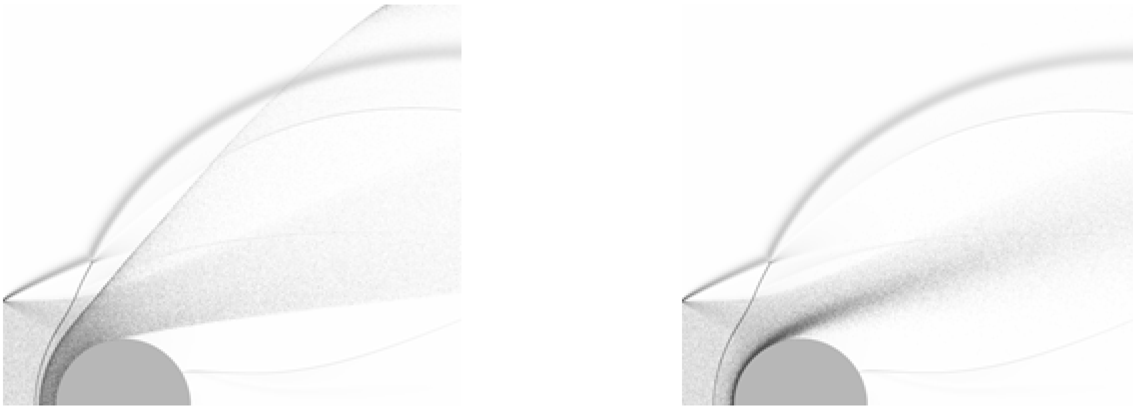
Расчёты проводились при следующих значениях геометрических параметров: радиус обтекаемой сферы 3 см, расстояние от среза сопла до центра сферы 5,33 см, радиус выходного сечения сопла 4,66 см. Параметры газовой струи на выходе из сопла: показатель адиабаты $\gamma = 1,25$, плотность $\rho_\infty = 0,6$ кг/м^3, давление $p_\infty = 2,69 \cdot 10^5$ Па, статическая температура $T_\infty = 1558$ K, число Маха $M_\infty = 2$. Объемная концентрация примеси на срезе сопла задавалось равной $\text{C}_{\text{V}0} = 10^{-4}$. Считалось, что на срезе сопла скорость и температура частиц совпадают с соответствующими величинами для газа.

В расчётах принято, что по достижении поверхности обтекаемого тела частицы отражаются от неё с коэффициентом восстановления скорости, равным $e_N = 0{,}9$. Отметим, что в ряде экспериментов фиксировалось дробление частиц оксида алюминия при ударе о металлическую преграду со сверхзвуковой скоростью [64]. В настоящем расчёте этот эффект не учитывался, что в определенной мере оправдано сравнительно небольшим размером частиц. Кроме того, считалось, что не происходит эрозионного разрушения поверхности.

Течение газа в данной задаче является осесимметричным. Однако движение частиц вследствие столкновительного характера необходимо описывать в трёхмерной постановке. В этой связи важное значение имеет использование в расчётах частиц-представителей, что позволяет существенно повысить эффективность вычислительных алгоритмов.

Параметры расчётной схемы следующие. Задача расчёта течения газа решалась на прямоугольной сетке, содержащей 1200х1800 квадратных ячеек. Выход течения на стационарный режим требовал около 10000 шагов по времени при величине шага расчёта $\tau = 10^{-7}$ с. Число моделирующих частиц, присутствующих в расчётной области в течение одного временного шага, достигало 3 миллионов. За время одного расчётного шага в рассмотренных вариантах происходит более 10000 попарных столкновений между частицами и более 1000 соударений частиц с обтекаемой поверхностью.

На рис. 2.12 представлены мгновенные картины распределения частиц монодисперсной примеси диаметром 5 мкм в столкновительном и бесстолкновительном режимах, наложенные на теневую шлирен-картину течения газа без учёта обратного влияния. Отражённые от поверхности сферы частицы в бесстолкновительном режиме формируют чётко очерченную зону повышенной концентрации примеси вблизи тела. Столкновения частиц коренным образом изменяют картину распределения, исчезает четкая граница зоны, отраженные частицы смещаются ближе к поверхности вследствие столкновений с набегающими. Наблюдается экранирующий эффект, вызванный столкновениями набегающих частиц с отражёнными и ослабляющий ударное воздействие примеси на тело. Эффект детально исследован в первой главе настоящей работы применительно к двумерным течениям. Уменьшается средняя скорость взаимодействия частиц с поверхностью, одновременно растёт кратность ударов частицы о тело.



а б

Рис. 2.12. Обтекание сферы монодисперсным потоком. Теневая картина течения и распределение частиц диаметром 5 мкм в потоке. Режимы расчёта: бесстолкновительный (а), столкновительный (б).

На рис. 2.13 представлены графики зависимости скорости частиц в момент первого соударения с обтекаемым телом от их размера для окрестности критической точки. Здесь скорость частиц отнесена к их начальной скорости, равной скорости невозмущенного потока. Первая кривая соответствует бесстолкновительной примеси и иллюстрирует падение скорости частиц в ходе торможения в ударном слое. Вторая кривая получена расчётом с учётом столкновений между частицами. Существенное уменьшение скорости в последнем случае обусловлено взаимодействием набегающих частиц с частицами, отражёнными от поверхности (экранирующий эффект).

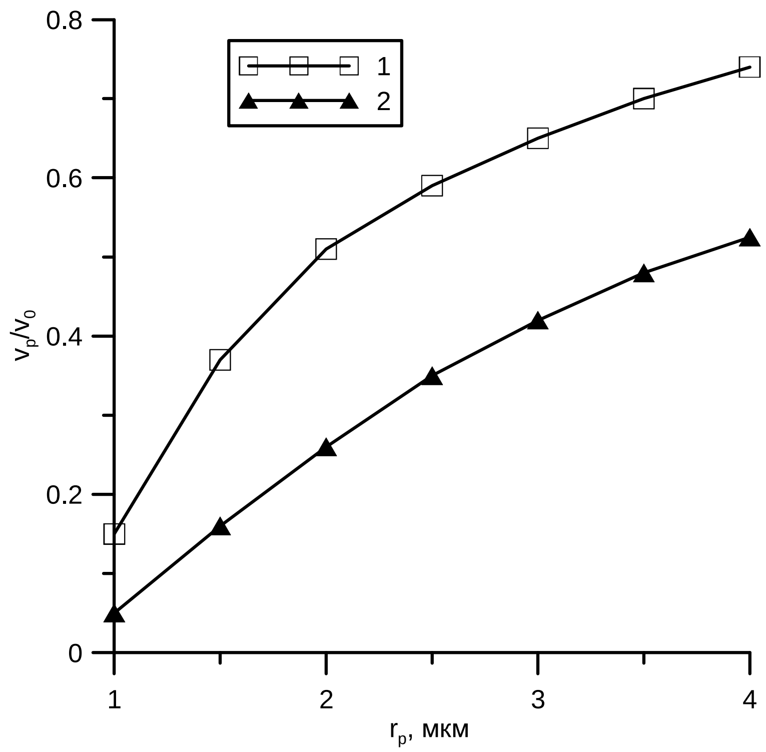
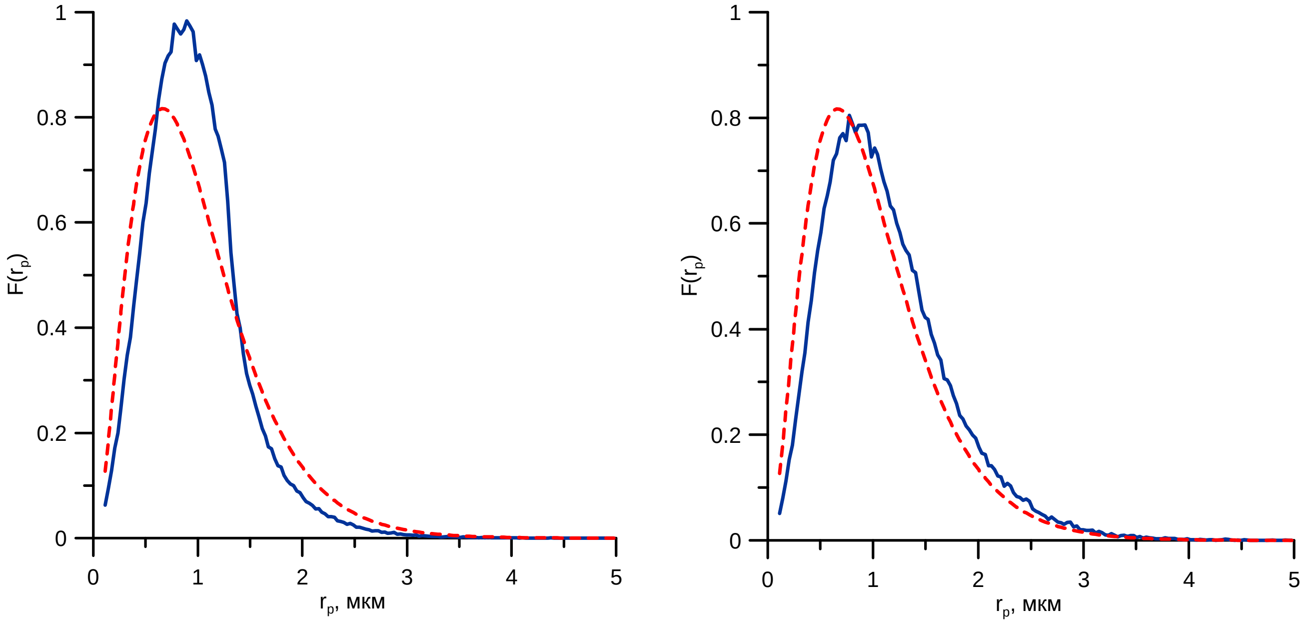


Рис. 2.13. Зависимость средней скорости частиц в момент первого соударения с обтекаемым телом от их размера в окрестности передней критической точки.
Режимы: бесстолкновительный (1), столкновительный (2).

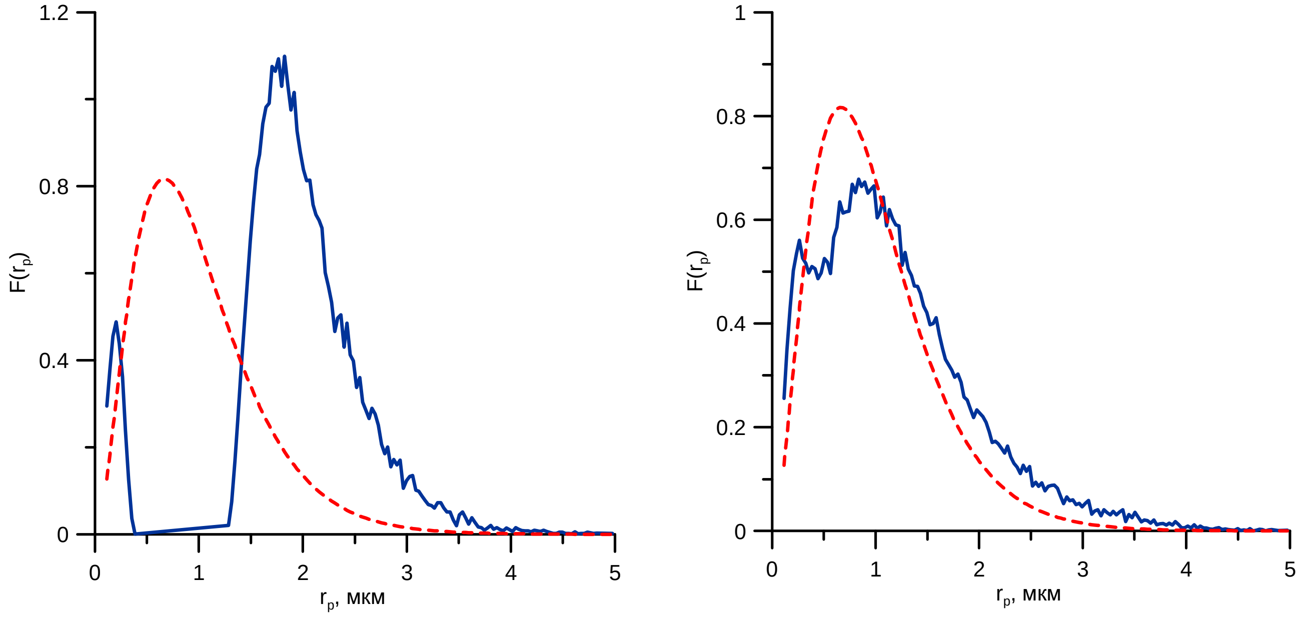
Рассмотрим результаты расчётов с полидисперсной примесью. На рис. 2.14, 2.15 сплошными кривыми иллюстрируется распределения частиц по размерам вблизи обтекаемой поверхности. Рис. 2.14 соответствует окрестности передней критической точки, а рис. 2.15 – боковой поверхности с угловой продольной координатой $\alpha = 80^\circ$. Графики на рис. 2.14а, 2.15а получены расчётами по модели бесстолкновительной примеси, на рис. 2.14б, 2.15б – с учётом столкновений частиц в ударном слое. Штриховыми кривыми показано исходное гамма-распределение частиц в невозмущенном набегающем потоке с параметрами B=2, A=3 мкм$^{-1}$. В случае бесстолкновительной примеси локальные распределения существенно отличаются от исходного, что в особой мере характерно на удалении от критической точки (рис. 2.15а).

Распределения, полученные в столкновительном режиме (рис 2.14б, 2.15б), оказываются довольно близки к исходному распределению частиц по размерам в невозмущенном потоке.



а б

Рис. 2.14. Распределения частиц по размерам у поверхности в окрестности передней критической точки. Режимы расчёта: бесстолкновительный (а) и столкновительный (б). Штриховая кривая – распределение в невозмущенном потоке.

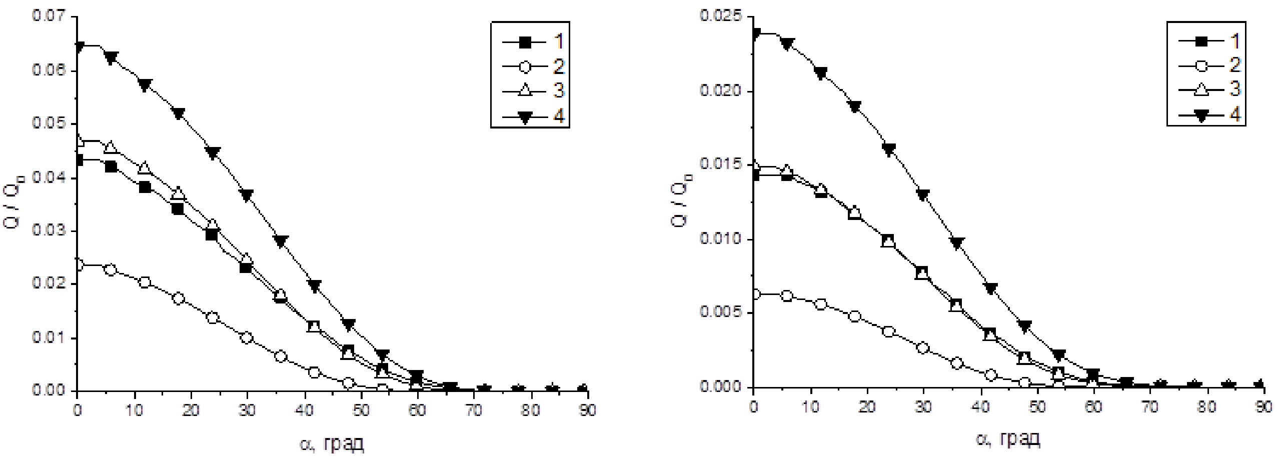


а б

Рис. 2.15. Распределения частиц по размерам у поверхности вдали от передней критической точки. Режимы расчёта: бесстолкновительный (а) и столкновительный (б). Штриховая кривая – распределение в невозмущенном потоке.

На рис. 2.16 приведены графики энергетического воздействия дисперсной фазы на обтекаемую поверхность для полидисперсной, а также монодисперсной примеси различных размеров, обусловленного неупругим ударом частиц о поверхность с коэффициентов восстановления нормальной компоненты скорости $e_N = 0{,}9$. Объемная концентрация в невозмущенном потоке для примеси частиц всех рассматриваемых размеров $C_{V0} = 10^{-4}$. Угловая координата α на графиках отсчитывается от передней критической точки. Хорошо виден экранирующий эффект – поток энергии дисперсной фазы к поверхности в столкновительном режиме существенно ослабляется. Обращает на себя внимание тот факт, что распределение плотности потока энергии полидисперсной примеси по поверхности хорошо аппроксимируется кривой, полученной для монодисперсного потока с частицами радиусом 2 мкм. Этот размер соответствует среднему значению радиуса, определяемому известным выражением:

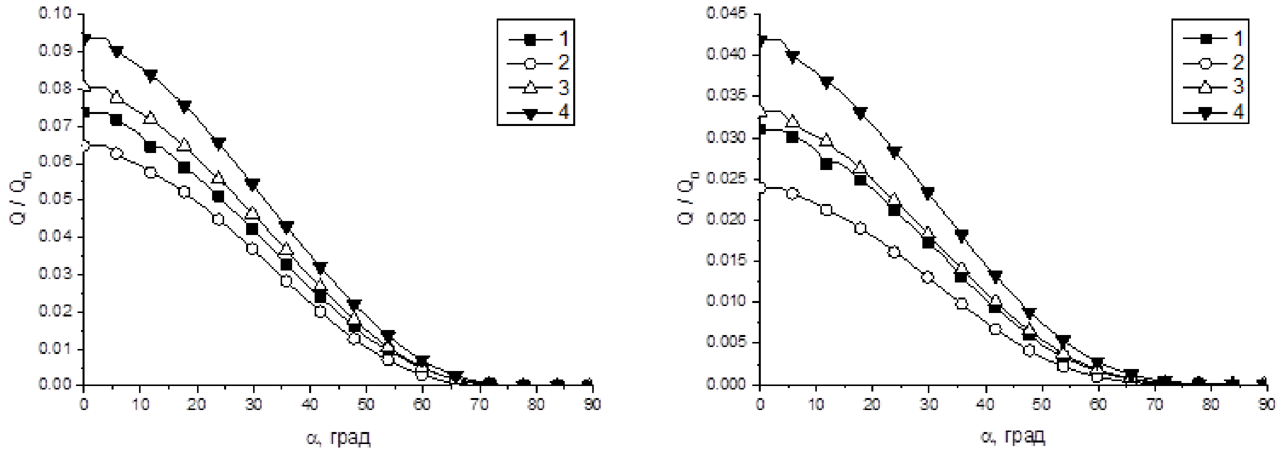
$$r_p^m = \frac{\int\limits_0^\infty r_p^4 F\left(r_p\right) dr_p}{\int\limits_0^\infty r_p^3 F\left(r_p\right) dr_p} = \frac{B+4}{A}.$$



а б

Рис. 2.16. Тепловое воздействие примеси на поверхность. 1 – полидисперсная примесь, гамма-распределение с параметрами A=3 мкм$^{-1}$, B=2, 2 – монодисперсная примесь, r_p=1,5 мкм, 3 – 2 мкм, 4 – 2,5 мкм. Режимы расчёта: бесстолкновительный (а) и столкновительный (б).

Полученный результат подтверждается графиками на рис. 2.17, соответствующими гамма-распределению частиц по размерам в невозмущенном потоке с другими параметрами – B=2, A=2 мкм$^{-1}$. Здесь также наблюдается хорошее согласование кривых, полученных для вариантов полидисперсной и монодисперсной примеси с частицами радиусом 3 мкм, что в особой мере касается столкновительной примеси (рис. 2.17б).



а б

Рис. 2.17. Тепловое воздействие примеси на поверхность. 1 – полидисперсная примесь, гамма-распределение с параметрами A=2 мкм$^{-1}$, B=2, 2 – монодисперсная примесь, r_p = 2,5 мкм, 3 – 3 мкм, 4 – 3,5 мкм. Режимы расчёта: бесстолкновительный (а) и столкновительный (б).

Таким образом, показано, что воздействие полидисперсной примеси эквивалентно воздействию монодисперсной примеси с размером частиц, однозначно определяемым параметрами распределения. Становится возможным использования для расчёта оценки воздействия полидисперсного потока на обтекаемое тело более простой модели монодисперсной примеси.

2.4. Анализ влияния взаимодействия частиц различных фракций на плотность потока энергии дисперсной фазы к обтекаемой поверхности

Рассматривается взаимодействие фракций частиц, существенно различающихся по размеру, в ударном слое у поверхности сферы радиусом 3 см. Число Маха набегающего воздушного потока $M_\infty = 6$, параметры в невозмущённой области соответствуют модели стандартной атмосферы на высоте 10 км. Примесь состоит из однородных частиц оксида алюминия Al_2O_3 сферической формы. Несмотря на то, что течение газа обладает сферической симметрией, движение частиц вследствие столкновительного характера должно рассматриваться в трёхмерной постановке. Поэтому в методе прямого численного моделирования использовались частицы-представители.

Представлены результаты серии расчётов, выполненных для частиц диаметром 5, 10 и 20 мкм. В каждом вычислительном эксперименте участвовали частицы двух характерных размеров. Объемная доля каждой фракции частиц изменялась в пределах от 0 до 1 с шагом 0,25. Суммарная объемная концентрация примеси частиц составляла $C_{V0}=10^{-4}$. Для моделирования столкновений частиц между собой и с обтекаемым телом использовалась модель твёрдых сфер. Коэффициент восстановления нормальной компоненты импульса равен $e_N = 0{,}9$. Расчёты выполнялись в бесстолкновительном и столкновительном режимах.

На рис. 2.18 – 2.20 приведены графики распределения плотности потока энергии от частиц различных фракций, взятых в равных объемных долях, вдоль фронтальной поверхности сферы. Поток энергии, как и в ранее проведённых расчётах, обусловлен неупругим характером взаимодействия частиц с поверхностью. Рассматриваемые величины отнесены к плотности потока энергии частиц в невозмущенном потоке. Графики суммарного воздействия обеих фракций частиц отмечены закрашенными маркерами. Графики энергетического воздействия каждой фракции по отдельности – прозрачными маркерами.

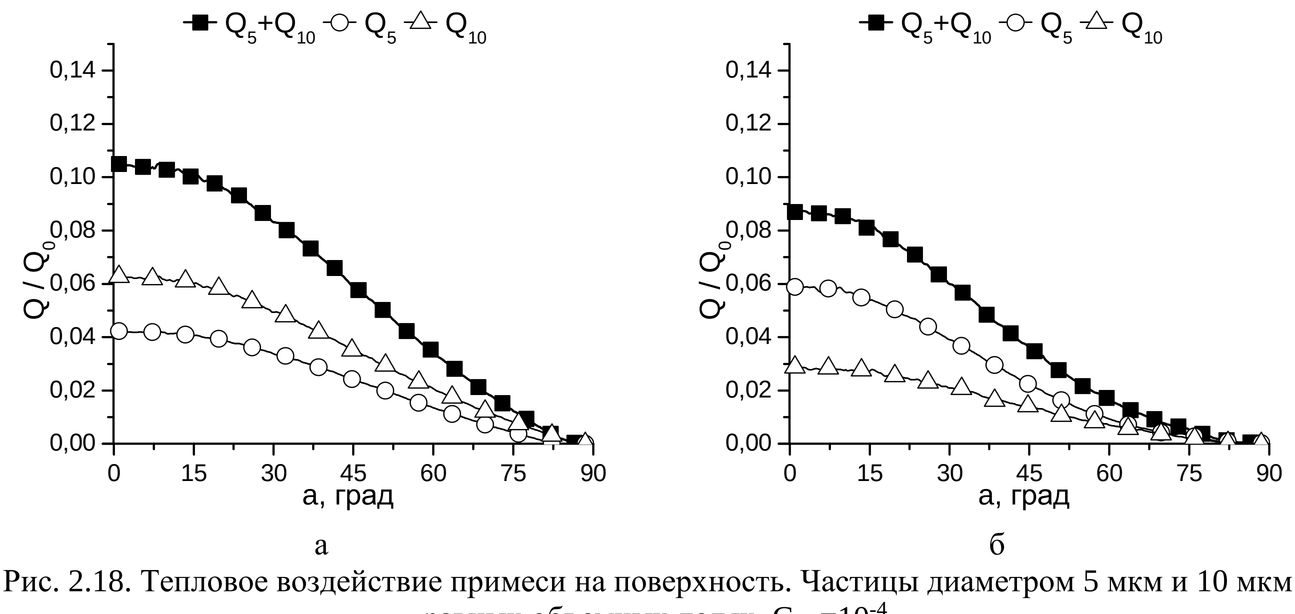
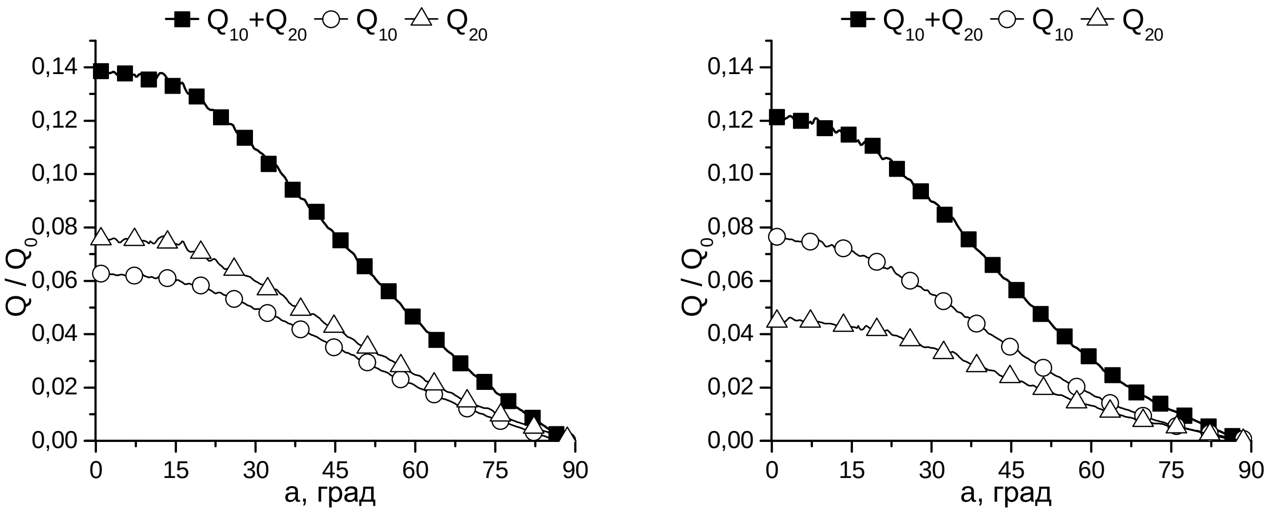


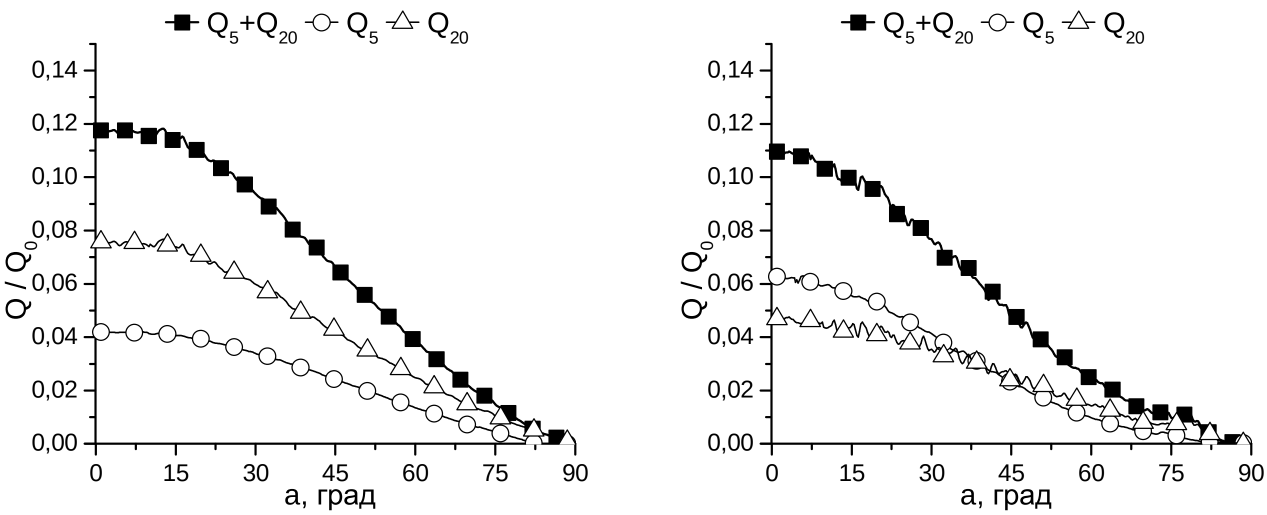
Рис. 2.18. Тепловое воздействие примеси на поверхность. Частицы диаметром 5 мкм и 10 мкм в равных объемных долях. $C_{V0}=10^{-4}$.
Режим расчёта: бесстолкновительный (а) и столкновительный (б).



а б

Рис. 2.19. Тепловое воздействие примеси на поверхность. Частицы диаметром 10 мкм и 20 мкм в равных объемных долях. $C_{V0}=10^{-4}$.
Режим расчёта: бесстолкновительный (а) и столкновительный (б).

Следует отметить такое явление, как наблюдаемое перераспределение энергетического воздействия в пользу частиц меньшего размера в случае столкновительной примеси. В бесстолкновительном режиме воздействие фракции крупных частиц существенно сильнее воздействия частиц меньшего размера (рис. 2.18а, 2.19а, 2.20а). В столкновительном режиме (рис. 2.18б, 2.19б, 2.20б) ситуация противоположна – воздействие фракции частиц меньшего размера оказывается сильнее воздействия более крупных частиц.



а б

Рис. 2.20. Тепловое воздействие примеси на поверхность. Частицы диаметром 5 мкм и 20 мкм в равных объемных долях. $C_{V0}=10^{-4}$.
Режим расчёта: бесстолкновительный (а) и столкновительный (б).

Данный эффект рассматривался ранее для случая поперечного обтекания цилиндра в квазитрёхмерной постановке. Механизм также обусловлен различной интенсивностью торможения частиц двух фракций в ударном слое (рис. 2.21, 2.22). Крупная частица медленнее теряет скорость в ударном слое и сталкивается с затормозившейся меньшей, передавая ей часть кинетической энергии. Причем, чем ближе к поверхности тела произошло столкновение, тем большей скоростью при ударе о тело обладает меньшая частица, поскольку не успеет затормозиться в потоке газа. В результате энергетическое воздействие фракции частиц меньшего размера на поверхность значительно возрастает. Для крупных частиц основным фактором является экранирующий эффект, который дополнительно усиливается вследствие столкновений с мелкими частицами. В результат энергетическое воздействие фракции крупных частиц в столкновительном режиме оказывается меньше, чем в бесстолкновительном.

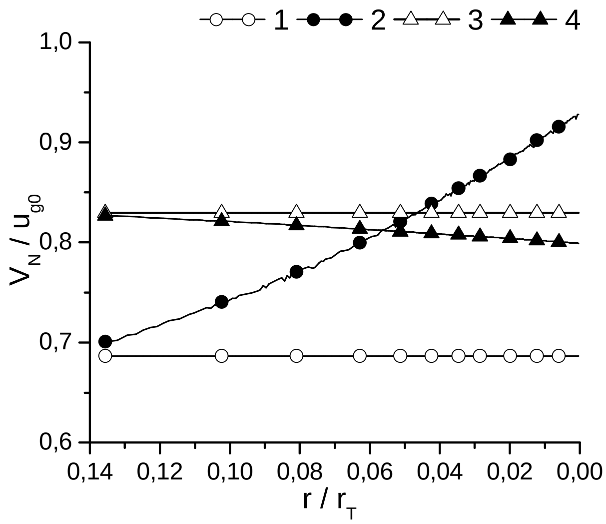


Рис. 2.21. Скорость частицы диаметром 5 мкм (3) и 10 мкм (4) в момент удара о тело при однократном столкновении на расстоянии r от поверхности с частицей другой фракции. Значение скорости частицы диаметром 5 мкм (1) и 10 мкм (2) в момент удара без столкновений с другими частицами. Сечение критической точки.

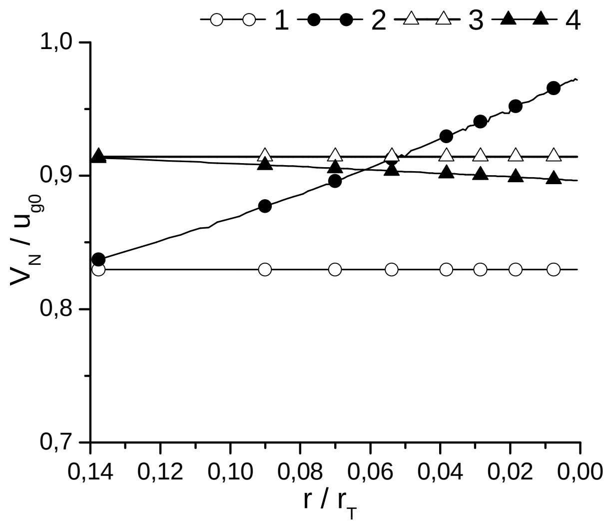
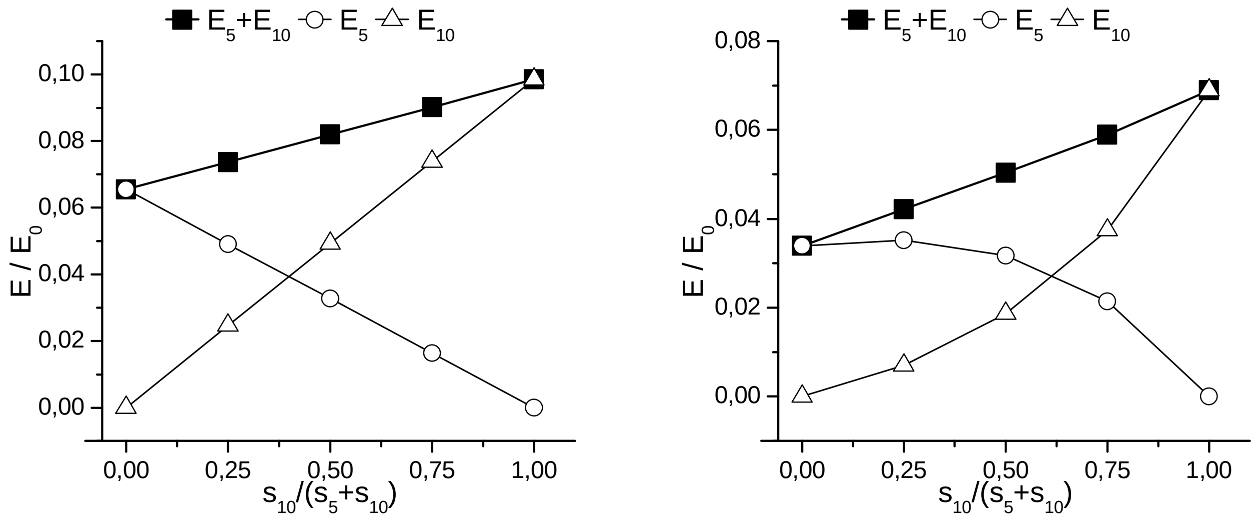


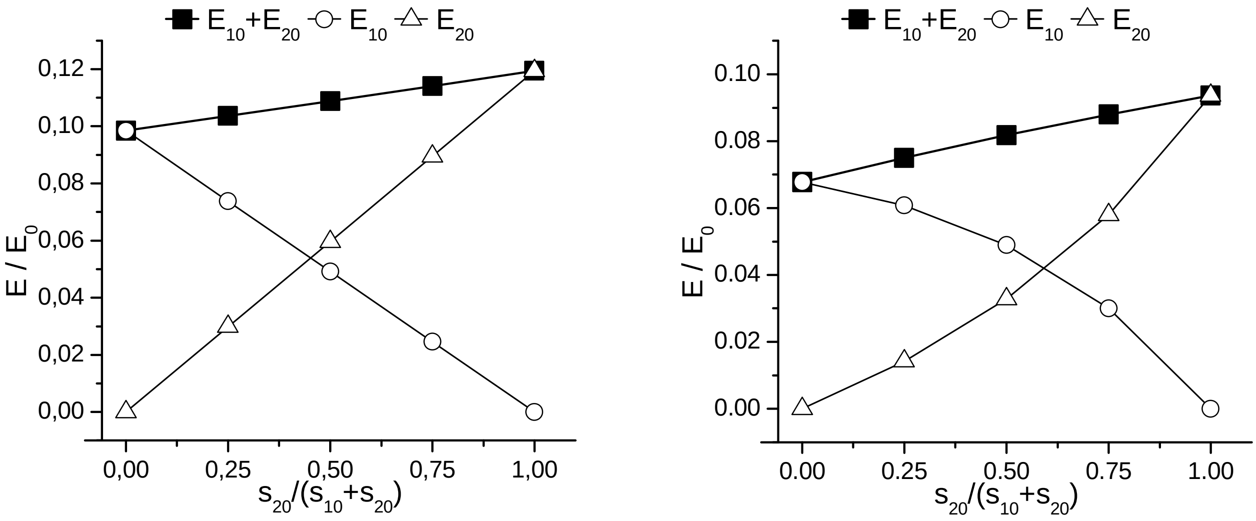
Рис. 2.22. Скорость частицы диаметром 10 мкм (3) и 20 мкм (4) в момент удара о тело при однократном столкновении на расстоянии r от поверхности с частицей другой фракции. Значение скорости частицы диаметром 10 мкм (1) и 20 мкм (2) в момент удара без столкновений с другими частицами. Сечение критической точки.

На рис. 2.23 – 2.25 приведены графики интегрального энергетического воздействия частиц на всю фронтальную поверхность сферы, вызванного неупругим характером взаимодействия частиц с поверхностью. Здесь, как и на предыдущих рисунках, показаны суммарное воздействие смеси частиц разных размеров и воздействие каждой фракции в отдельности. Как и следовало ожидать, в бесстолкновительном режиме наблюдается линейное увеличение энергетического воздействия смеси частиц на поверхность преграды с ростом доли крупных частиц (рис. 2.23а, 2.24а, 2.25а). Воздействие каждой фракции частиц также изменяется линейным образом.



а б

Рис. 2.23. Интегральный поток энергии от примеси частиц к поверхности преграды. Частицы диаметром 5 мкм и 10 мкм. Режим расчёта: бесстолкновительный (а) и столкновительный (б).



а б

Рис. 2.24. Интегральный поток энергии от примеси частиц к поверхности преграды. Частицы диаметром 10 мкм и 20 мкм. Режим расчёта: бесстолкновительный (а) и столкновительный (б).

В столкновительном режиме зависимость воздействия каждой фракции частиц от её доли имеет нелинейный характер. Соответствующие зависимости отмечены прозрачными маркерами на рис. 2.23б, 22.4б, 2.25б. Однако примечательно, что суммарное воздействие смеси частиц с ростом доли крупных частиц изменяется практически линейно, о чём свидетельствуют графики кривые с закрашенными маркеры на рис. 2.23б, 22.4б, 2.25б. Что даёт возможность использовать данные расчётов монодисперсных систем при моделировании теплового воздействия сверхзвукового полидисперсного потока на обтекаемое тело.

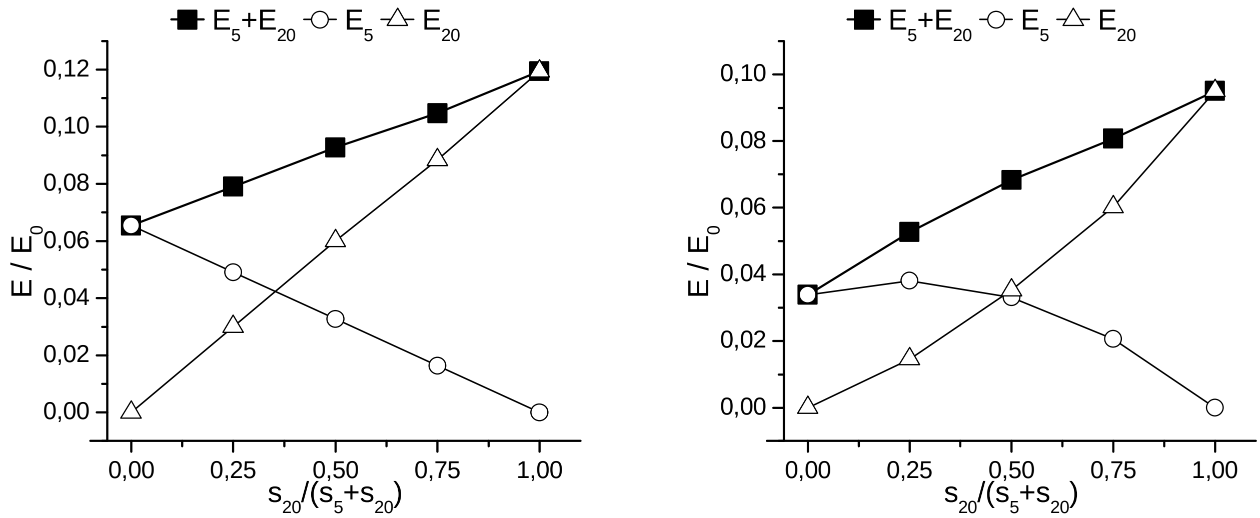


Рис. 2.25. Интегральный поток энергии от примеси частиц к поверхности преграды. Частицы диаметром 5 мкм и 20 мкм. Режим расчёта: бесстолкновительный (а) и столкновительный (б).

Таким образом, в результате проведенных вычислительных экспериментов получены данные по основным закономерностям и эффектам, связанным с влиянием взаимодействия частиц различных размеров на плотность потока энергии полидисперсной фазы к поверхности. Показано, что зависимость воздействия каждой фракции частиц от её доли имеет нелинейный характер. При этом наблюдается такое явление, как перераспределение энергетического воздействия в пользу частиц меньшего размера. В то же время суммарное воздействие смеси частиц с ростом доли крупных частиц изменяется практически линейно. Последний результат принципиален с точки зрения построения приближенных моделей теплоэрозионного воздействия полидисперсной примеси на обтекаемую поверхность.

2.5. Сравнение точного и статистического подходов к численному моделированию динамики дисперсной фазы в гетерогенных потоках

Сравним известные дискретно-элементные подходы к численному моделированию столкновительной динамики частиц в задаче обтекания преграды гетерогенным потоком. Представленный в первой главе настоящей работы авторский метод прямого численного моделирования предполагает однозначное соответствие реальной и моделирующей частиц, решение уравнений движения и теплообмена для каждой частицы, а также вычисление параметров столкновений частиц на основе аппроксимации траекторий движения. Такой подход требует значительных вычислительных затрат, зато позволяет учитывать все возможные соударения между частицами в потоке и соударения частиц с преградой. В этом смысле он является точным и используется в качестве эталона для тестирования более экономичных статистических методов.

Оптимизация метода прямого численного моделирования, основанная на использовании частиц-представителей, обсуждалась выше и показала свою эффективность с точки зрения существенной экономии вычислительных ресурсов при сохранении точности расчётов. Её применение позволило расширить круг решаемых задач, перейдя к расчёту динамики примеси в трёхмерной постановке и моделированию обтекания осесимметричных тел.

Рассмотрим Метод Монте-Карло статистического моделирования столкновительной динамики дисперсной фазы.

Во многих известных работах задачи динамики дисперсной примеси в гетерогенных потоках решаются статистическими методами Монте-Карло [279, 281]. В методе прямого статистического моделирования, как правило, сравнительно небольшое число моделирующих частиц описывает движение реальных частиц дисперсной фазы. Область расчёта U представляется объединением множества непересекающихся ячеек $U = \bigcup_{m=1}^{M} U_m$. Время расчёта разделяется на интервалы. На каждом временном интервале поэтапно производится расчёт свободного движения частиц в пространстве, а затем моделируются столкновения частиц. На этапе моделирования свободного движения выполняется численное интегрирование уравнений движения и теплообмена моделирующих частиц на временном интервале $\left[t^n, t^{n+1}\right]$. Затем определяется принадлежность частиц ячейкам расчётной области. Для частиц, оказавшихся в одной пространственной ячейке, производится розыгрыш столкновений. Различные реализации метода Монте-Карло в задачах механики жидкости и газа представлены в работах [158, 159, 58, 12, 279].

Рассмотрим схему моделирования без счётчика времени NTC [159], реализующую один из наиболее популярных подходов.

Для каждой пространственной ячейки U_m расчётной области U рассчитывается количество розыгрышей столкновений:

$$P_m = F\frac{N_m^n\left(N_m^n - 1\right)}{2}\frac{\vartheta_{\max}}{V_m}\left(t^{n+1} - t^n\right),$$

$$\vartheta_{\max} = \max_{i,j\in U_m} \vartheta_{ij},$$

$$\vartheta_{ij} = \pi\left(r_i + r_j\right)^2\left|\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j\right|,$$

здесь r - радиус частицы, $\mathbf{v}$ - вектор скорости, N_m^n - число частиц в ячейке, V_m - объем ячейки, коэффициент F отражает соотношение между количеством реальных и моделирующих частиц, $\vartheta_{\max}$ рассчитывается по всем парам частиц i и j, оказавшихся в ячейке U_m в данный момент времени.

Затем в ячейке U_m выполняется P_m розыгрышей столкновений. При каждом розыгрыше случайным образом равновероятно из ячейки U_m выбирается пара частиц i и j, для которых вычисляется ϑ_{ij}. Генерируется случайная величина β с равномерным распределением на интервале $[0;1]$. Проверяется условие $\beta < \frac{\vartheta_{ij}}{\vartheta_{\max}}$. При его выполнении вычисляется вектор взаимного расположения частиц $\mathbf{n}_{ij}$ и, если верно соотношение $\mathbf{n}_{ij}\left(\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i\right) < 0$, означающее сближение частиц перед столкновением, производится расчёт изменения параметров частиц i и j согласно модели столкновения. Если соотношение для β не удовлетворяется, параметры частиц остаются неизменными.

Существуют и другие модификации метода Монте-Карло. Например, в работе [279] представлена схема, использующая мажоранту частоты столкновений и счетчик времени для каждой ячейки области.

Рассмотрим некоторые из подходов, в том числе наивных, к выбору вектора $\mathbf{n}_{ij}$, определяющего взаимное расположение частиц i и j в момент соударения:

1. Наиболее простой подход предполагает сближение частиц вдоль вектора, проведенного между центрами масс частиц, координаты которых определяются интегрированием уравнений движения:

$$\mathbf{n}_{ij} = \frac{r_i + r_j}{\left|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i\right|}\left(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i\right);$$

2. Генерация вектора, направление которого выбирается случайным образом и соответствует равномерному распределению в пространстве:

$$\mathbf{n}_{ij} = \left(r_i + r_j\right)\left(\cos\chi\mathbf{i} + \sin\chi\cos\varepsilon\mathbf{j} + \sin\chi\sin\varepsilon\mathbf{k}\right),$$

$$\cos\chi = 2\beta - 1,$$

$$\sin\chi = \sqrt{1-\cos^2\chi},$$

$$\varepsilon = 2\pi\alpha,$$

   где случайные величины α и β подчиняются равномерному закону распределения на интервале $[0;1]$, векторы $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ и $\mathbf{k}$ - единичные орты вдоль осей 0x, 0y и 0z соответственно прямоугольной системы координат $0xyz$;

3. Метод генерации вектора $\mathbf{n}_{ij}$, предложенный в работе [158], в системе координат $0x''y''z''$, полученной поворотом исходной прямоугольной системы координат $0xyz$ таким образом, чтобы направление оси $0x''$ совпадало с направлением вектора относительной скорости $\mathbf{i}'' = \dfrac{\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i}{\left|\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i\right|}$:

$$\mathbf{n}_{ij} = \left(r_i + r_j\right)\left(\cos\chi\mathbf{i}'' + \sin\chi\cos\varepsilon\mathbf{j}'' + \sin\chi\sin\varepsilon\mathbf{k}''\right),$$

$$\cos\chi = \sqrt{\beta},$$

$$\sin\chi = \sqrt{1-\cos^2\chi},$$

$$\varepsilon = 2\pi\alpha,$$

где случайные величины α и β подчиняются равномерному закону распределения на интервале $[0;1]$, векторы $\mathbf{i}''$, $\mathbf{j}''$ и $\mathbf{k}''$ - единичные орты в системе координат $0x''y''z''$.

Проведена серия вычислительных экспериментов с применением точного прямого моделирования динамики частиц и метода Монте-Карло с различными подходами к выбору вектора $\mathbf{n}_{ij}$ взаимного расположения частиц.

Рассмотрим сначала вариант хаотичного движения частиц в пространстве в отсутствие взаимодействия с газовой фазой. В начальный момент времени частицы одинакового размера равномерно распределены в пространстве и имеют равные по модулю скорости, равномерно распределенные по направлению. На границах области заданы периодические граничные условия, ограничивающие движение частиц. Моделируются неупругие столкновения частиц. На рис. 2.26 приведены графики распределения количества столкновений частиц по углу между вектором относительной скорости и вектором, соединяющим центры масс частиц в момент столкновения. Первый и второй подходы к выбору вектора взаимного расположения частиц в методе Монте-Карло дают практически идентичные результаты, однако они качественным образом отличаются от результатов, полученных точным моделированием и методом Монте-Карло с третьим вариантом выбора вектора взаимного расположения.

Вектор взаимного расположения частиц $\mathbf{n}_{ij}$ используется в модели твёрдых сфер, описывающей расчёт параметров частиц после столкновения, и, как следствие, определяет рассеяние кинетической энергии частиц при неупругом взаимодействии. На рис. 2.27 приведены графики зависимости суммарного рассеяния кинетической энергии от времени, которое возникает вследствие неупругих соударений частиц согласно модели твёрдых сфер с коэффициентом восстановления нормальной компоненты импульса $e_N = 0,5$. Наилучшее приближение к результатам точного моделирования было получено с использованием третьего подхода к выбору вектора $\mathbf{n}_{ij}$. Результаты использования первых двух подходов сходны между собой и при этом оба приводят к существенной недооценке интенсивности рассеяния кинетической энергии.

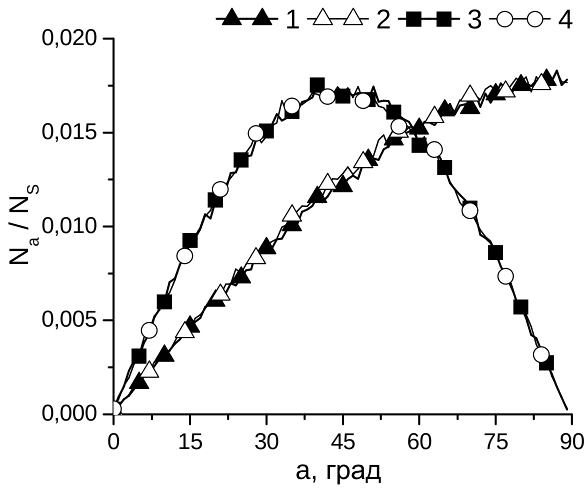


Рис. 2.26. Распределение количества столкновений частиц по углу между вектором относительной скорости и вектором между центрами масс частиц в момент столкновения. 1-3 - моделирование методом Монте-Карло, 4 - точное моделирование.

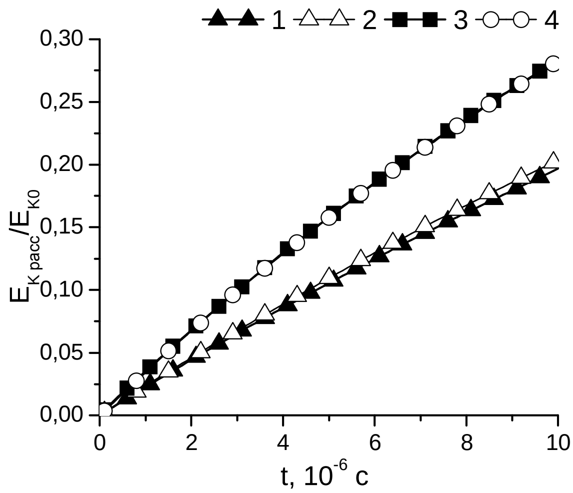


Рис. 2.27. Суммарное рассеяние кинетической энергии частиц вследствие неупругих столкновений. 1-3 - моделирование методом Монте-Карло, 4 – точное моделирование.

Перейдем к рассмотрению взаимодействия гетерогенного потока с преградой. Решалась задача численного моделирования обтекания сферы сверхзвуковым запыленным потоком при следующих исходных данных: радиус сферы 3 см, гетерогенная среда – воздух стандартной атмосферы на высоте 10 км с примесью частиц диоксида алюминия Al_2O_3 диаметром 10 мкм, число Маха набегающего потока $M_\infty = 6$. Объемная концентрация частиц примеси в невозмущённом потоке изменялась в пределах от $C_{V0} = 10^{-6}$ до $C_{V0} = 10^{-4}$. Течение газа обладает осевой симметрией, однако моделирование столкновительной примеси частиц производится в трёхмерной постановке, в связи с чем в методе прямого численного моделирования используются частицы-представители. На рис. 2.28 – 2.29 представлены графики динамического и энергетического воздействия примеси на поверхность сферы при моделировании неупругих столкновений между частицами согласно модели твёрдых сфер с коэффициентом восстановления нормальной компоненты импульса равным $e_N = 0{,}5$. Расчёт методом Монте-Карло показывает меньшую интенсивность столкновений частиц с поверхностью и соответственно более высокое среднее значение нормальной компоненты скорости частицы в момент удара о поверхность, чем точное моделирование (рис. 2.28). Вследствие рассеяния части кинетической энергии набегающих частиц при столкновениях с отражёнными частицами возникает экранирующий эффект, приводящий к снижению энергетического воздействия примеси на поверхность. Как было показано выше (рис. 2.27), при использовании первых двух вариантов выбора вектора $\mathbf{n}_{ij}$ в методе Монте-Карло рассеяние кинетической энергии набегающих частиц происходит менее интенсивно, что в итоге приводит к недооценке экранирующего эффекта в сравнении с результатами точного моделирования. Применение третьего варианта выбора вектора $\mathbf{n}_{ij}$ показывает результаты, хорошо согласующиеся с результатами точного моделирования (рис. 2.29).

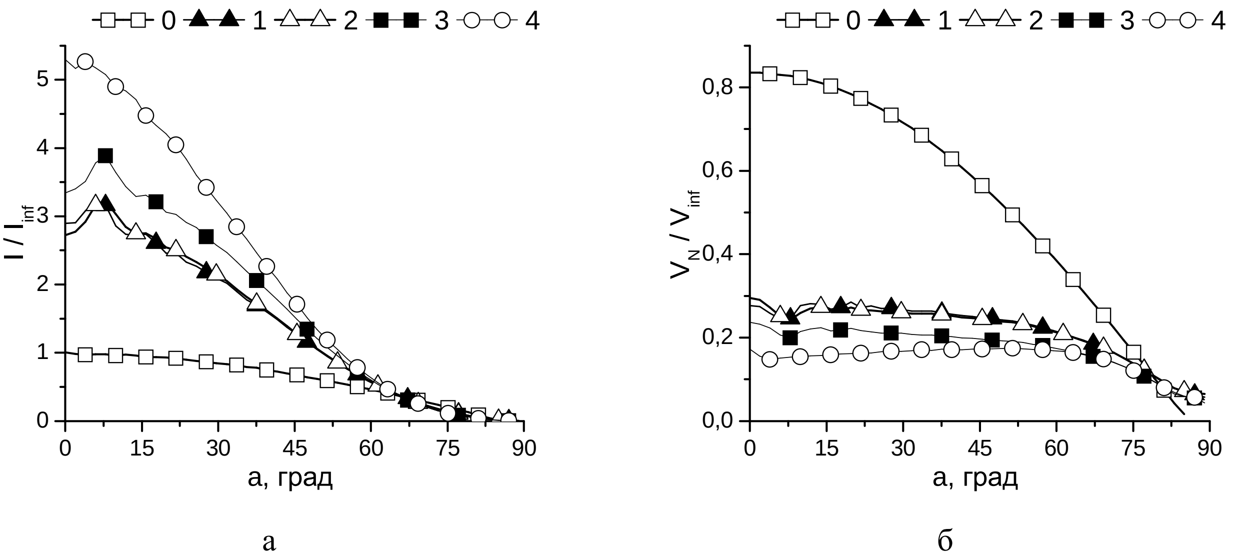


Рис. 2.28. Интенсивность ударов частиц о поверхность (а) и среднее значение нормальной компоненты скорости частицы в момент удара о поверхность сферы (б). 0 – без учёта столкновений частиц. Моделирование столкновений: 1 - 3 – метод Монте-Карло, 4 – точное моделирование. Концентрация примеси $C_{V0}=10^{-4}$.

Таким образом, несмотря на то, что использование метода Монте-Карло приводит к занижению числа повторных столкновений частиц вблизи поверхности в зоне с высоким градиентом концентрации примеси (рис. 2.30), и как следствие, к искажению показателей динамического воздействия примеси на поверхность (рис. 2.28), расчёт плотности потока энергии (рис. 2.29), осуществляется с достаточной точностью. Данный факт объясняется тем, что наибольшее рассеяние энергии наблюдается при первых столкновениях частиц, происходящих при высоких значениях относительной скорости. Низкоскоростные повторные удары частицы о поверхность вносят менее существенный вклад в общее энергетическое воздействие примеси на поверхность преграды.

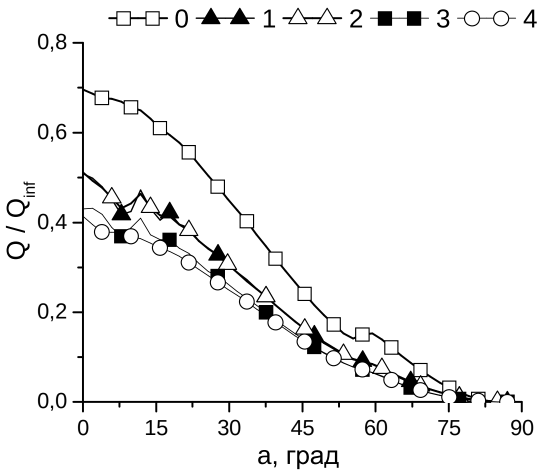


Рис. 2.29. Плотность потока энергии от примеси к поверхности сферы. 0 – без учёта столкновений частиц. Моделирование столкновений: 1-3 – метод Монте-Карло, 4 – точное моделирование. Концентрация примеси $C_{V0}=10^{-4}$.

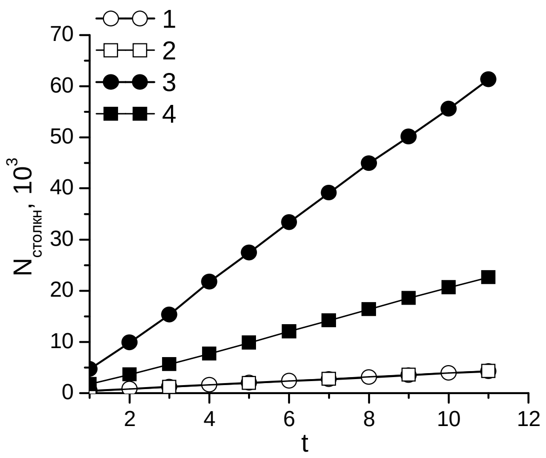


Рис. 2.30. Суммарное количество столкновений частиц: 1, 2 – на удалении от поверхности (d>0,02R); 3, 4 – вблизи поверхности преграды (d≤0,02R). 2, 4 – метод Монте-Карло, 1, 3 – точное моделирование. Здесь: d- расстояние от частицы до поверхности преграды, R - радиус сферы.

Аналогичные расчёты были выполнены для случая абсолютно упругих столкновений между частицами с коэффициентом восстановления нормальной компоненты импульса в модели соударения частиц равным $e_N = 1$. Графики динамического и энергетического воздействия примеси на поверхность приведены на рис. 2.31. В этом случае различия, связанные с выбором вектора $\mathbf{n}_{ij}$ в методе Монте-Карло, практически нивелируются, поскольку рассеяние кинетической энергии при абсолютно упругом столкновении частиц отсутствует.

Экранирующий эффект в данном случае обусловлен изменением направления движения набегающих частиц вследствие столкновений с отразившимися от поверхности сферы частицами, движущимися навстречу потоку.

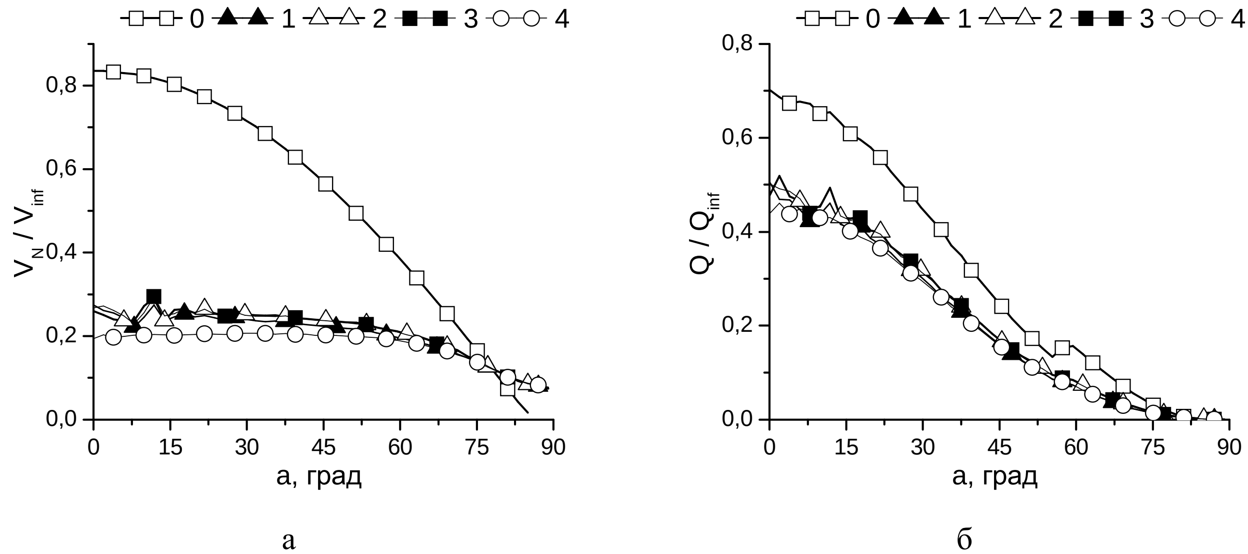


Рис. 2.31. Среднее значение нормальной компоненты скорости частицы в момент удара о поверхность сферы (а) и плотность потока энергии от примеси к поверхности (б).
0 – без учёта столкновений частиц.
Моделирование столкновений: 1-3 – метод Монте-Карло, 4 – точное моделирование.
Концентрация примеси $C_{V0}=10^{-4}$. Абсолютно упругие столкновения между частицами.

Проведённое исследование показало, что применение метода Монте-Карло в задаче обтекания преграды гетерогенным потоком позволяет достаточно точно рассчитывать интегральные показатели воздействия примеси на обтекаемую поверхность, такие, как плотность потока энергии дисперсной фазы к преграде. При этом в случае неупругого взаимодействия между частицами существенную роль играет алгоритм выбора вектора взаимного расположения частиц в момент столкновения. Наилучшее согласование с результатами прямого моделирования обеспечивает вариант [158] с поворотом системы координат, в которой генерируется вектор взаимного расположения частиц, обеспечивающий пропорциональное распределение проекции вектора между центрами масс частиц в момент столкновения на плоскость, ортогональную вектору относительной скорости. Использование других вариантов может приводить к меньшим потерям кинетической энергии частиц при неупругих столкновениях и недооценке экранирующего эффекта, возникающего при обтекании преграды гетерогенным потоком.

Выводы к главе 2

Разработан алгоритм прямого численного моделирования динамики дисперсной фазы с использованием частиц-представителей, который позволяет существенно расширить границы применения полномасштабного дискретно-элементного метода за счёт сокращения требований к объему используемой памяти компьютера и затрат машинного времени, а также более эффективного использования распараллеливания вычислений. Как следствие, границы применения дискретно-элементного метода распространяются в том числе на решение задачи моделирования запылённых потоков в трёхмерной постановке.

Проведены вычислительные эксперименты по моделированию поперечного обтекания цилиндра сверхзвуковым потоком с полидисперсной, в том числе, бидисперсной, примесью твёрдых частиц. Наличие в потоке частиц существенно различных размеров значительно меняет характер протекающих процессов по сравнению со случаем монодисперсной примеси. Возникает эффект перераспределения вкладов частиц различных фракций в суммарную плотность потока энергии дисперсной фазы к обтекаемой поверхности, в результате энергетическое воздействие смещается в пользу частиц меньшего размера. Показано, что воздействие на обтекаемую поверхность полидисперсной примеси в случае, когда размеры частиц подчиняются гамма-распределению, эквивалентно воздействию монодисперсной примеси с размером частиц, однозначно определяемым параметрами распределения.

Разработано программное обеспечение, использующее статистический подход к моделированию столкновений между частицами в запылённом потоке на основе метода Монте-Карло. Выполнено сравнение результатов моделирования на основании точного и статистического подходов. Показано, что применение метода Монте-Карло в задаче обтекания преграды гетерогенным потоком позволяет достаточно точно рассчитывать интегральные показатели энергетического воздействия примеси на обтекаемую поверхность, при этом, однако, может наблюдаться недооценка динамического воздействия, обусловленная многочисленными повторными ударами о поверхность затормозившихся частиц, которые воспроизводятся точным расчётом по пересечению траекторий, но пропускаются статистическим.

ГЛАВА 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭРОЗИОННОГО И РАДИАЦИОННОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗЫ НА ОБТЕКАЕМОЕ ТЕЛО В ГЕТЕРОГЕННОМ ПОТОКЕ

Введение

Поверхность обтекаемого гетерогенным потоком тела может подвергаться эрозионному разрушению, под которым понимается процесс уноса массы материала вследствие ударного воздействия твёрдых или жидких частиц [107, 235]. Эрозионное разрушение широко распространено в природе и часто встречается в практической деятельности человека, в частности, при эксплуатации турбин, насосов, магистралей, работа которых неизбежно связана с транспортировкой жидкости и газа, содержащих примеси частиц. При этом происходит разрушение машин и механизмов, что представляет серьёзную проблему. С увеличением скорости взаимодействия запылённого потока с поверхностью интенсивность разрушения существенно возрастает. Наиболее остро задачи обеспечения эрозионной стойкости стоят перед конструкторами газовых турбин, ракетных двигателей, а также высокоскоростных летательных и спускаемых аппаратов, способных преодолевать участки атмосферы с дисперсными образованиями в виде снега, пыли, капель воды [230]. Помимо негативной составляющей, явление эрозионного разрушения находит и полезное практическое применение, например, при абразивной обработке и резке материалов [80]. Также сверхзвуковые гетерогенные потоки в противопоставление эрозионному разрушению применяются для нанесения защитных покрытий [94], условия осаждение частиц на обтекаемую поверхность рассматриваются в работах [188, 175, 241, 129, 48].

Суммарное воздействие примеси на поверхность складывается из множества ударов частиц. Обзор литературы, посвящённой высокоскоростному удару, приведён в работах [83, 102, 151, 112]. В научной литературе широко распространена гипотеза о существовании двух видов эрозии в зависимости от типа материалов – хрупких и пластичных [147]. Максимальная интенсивность эрозионного разрушения хрупких материалов, к которым относятся, например, стёкла и керамика, достигается при угле падения частицы, близком к нормальному [151, 112]. Вязкая эрозия характерна для пластичных материалов, к которым относится большинство металлов, при этом максимальный унос достигается при косом ударе, с углом взаимодействия примерно 20° - 30° [147]. Предложен ряд моделей, описывающих зависимость потери материала вследствие эрозионного воздействия, учитывающих свойства материала преграды, скорость и направление частиц при ударе, температуру поверхности и другие факторы, детальный обзор которых приведён в работе [83].

Авторами работ [147, 148] предложена следующая зависимость массы выбитого материала w при одиночном воздействии частицы массой $\mathrm{m_p}$ со скоростью, модуль которой равен $\mathrm{V_p}$:

$$\mathrm{w} = \frac{C m_p V_p^2 f(\alpha)}{\sigma},$$

где C - константа, характеризующая свойства материалов частицы и преграды, $\mathrm{f}(\alpha)$ определяет зависимость величины уноса от угла атаки α, σ - минимальное напряжение течения материала преграды в условиях эксперимента.

Автор работ [160] предлагает гипотезу, согласно которой, механизмы хрупкого и вязкого разрушения действуют одновременно, а полная эрозия материала определяется как сумма составляющих их воздействия $\mathrm{w} = \mathrm{w_c} + w_d$. Унос материала вследствие хрупкой эрозии:

$$\mathrm{w_d} = \frac{\rho_w m_p \left(V_p \sin\alpha - k_1\right)^2}{2\varepsilon_d},$$

где ρ_{w} - плотность материала преграды, параметр ε_{d} - количество энергии, которое требуется для удаления единицы объема при хрупкой эрозии, k_1 - минимальное пороговое значение скорости частицы, необходимое для разрушения.

Унос материала вследствие пластичной эрозии [235]:

$$w_c = \begin{cases} \dfrac{\rho_w m_p V_p^2 \cos^2\alpha \ \sin\eta\alpha}{2\varepsilon_c} & \alpha \le \alpha_0 \\ \dfrac{\rho_w m_p V_p^2 \cos^2\alpha}{2\varepsilon_c} & \alpha > \alpha_0 \end{cases},$$

$$\alpha_0 = \frac{\pi}{2\eta},$$

где ε_c - энергия, затрачиваемая на удаление единицы объема при пластичной эрозии, η - экспериментальная константа.

Согласно экспериментальным данным [147], гипотеза о пропорциональности уноса массы квадрату нормальной компоненты скорости при хрупкой эрозии не находит подтверждения. Оценка эрозионного разрушения требует, в том числе, учёта касательной составляющей скорости частицы. Авторы работы [200] делают предположение, что эрозионное разрушение пластичных материалов определяется коэффициентом восстановления тангенциальной компоненты скорости. В экспериментах по воздействию стеклянного шара на стеклянную пластину [257] наблюдалось образование кратера и разрушение самого ударника с образованием осколков, которые впоследствии также вступали во взаимодействие с пластиной с образованием новых кратеров. Установлено, что для ряда материалов существуют пороговые значения размеров частиц и энергий, ниже которых эрозионное разрушение не происходит.

Ряд работ посвящён исследованию влияния температуры на интенсивность эрозионного разрушения. В экспериментах [131, 283] наблюдалось резкое снижение эрозионной стойкости преграды при превышении температур 400˚С для титанового сплава и 500˚С для никелевого сплава и сталей.

Предложены модели эрозионного разрушения, учитывающие зависимость от температуры и фундаментальных свойств материалов, таких как твёрдость и температура плавления [112]. Хорошее согласование с экспериментальными данными при низких скоростях взаимодействия показывает модель, основанная на термоакивационных представлениях об эрозионном разрушении [146].

Следует отметить, что существует ряд принципиальных отличий между эрозионным воздействием одиночных ударов частиц о поверхность и множественными соударениями, характерными для задач обтекания преграды запыленным потоком [83]. Для эрозионного разрушения под воздействием большого числа высокоскоростных ударов частиц потеря массы материала преграды не является линейной функцией суммарной массы взаимодействующих частиц даже при постоянной скорости столкновений. Характерно наличие переходного процесса, в ходе которого происходит накопление повреждений поверхностного слоя, а интенсивность уноса монотонно возрастает, после чего наступает установление процесса разрушения с постоянной интенсивностью. Эффект обусловлен перерождением поверхностного слоя и уменьшением энергии разрыва внутренних связей вследствие большого числа ударов [101]. При множественных соударениях с большими скоростями результат разрушения слабо зависит от угла падения частиц, что объясняется появлением шероховатости поверхности вследствие повреждений. При значительной концентрации примеси возникает экранирующий эффект вследствие столкновений набегающих частиц с отращёнными, а также с осколками материала преграды, при этом значительная доля импульса частиц примеси достигает поверхности, в то время как энергия существенно рассеивается [225, 217]. Снижение энергетического воздействия примеси вследствие экранирующего эффекта столкновений частиц подтверждается экспериментальными данными [222]. Множественные удары частиц зачастую вызывают нагрев поверхности, что в ряде случаев способствует ослаблению прочностных характеристик материала преграды и может привести к значительной интенсификации эрозионного разрушения. Высокая концентрация примеси в набегающем потоке приводит к усилению конвективного теплообмена между газовой фазой и поверхностью, вызывая нагрев последней. Перечисленные отличия затрудняют прямое использование результатов исследования воздействия одиночной частицы для решения задач, в которых наблюдается множество соударений.

В работе [83] авторами предложена аналогия между процессами теплового и эрозионного разрушения в гетерогенных потоках. Сходство процессов обусловлено многократными ударами частиц по элементарной площадке поверхности преграды. Процесс эрозионного разрушения в гетерогенном потоке перестает быть локальным воздействием и становится подобен конвективному теплообмену тела с обтекающим газом. Гетерогенный поток с точки зрения воздействия на обтекаемую поверхность сводится к квазигомогенной среде с особыми механизмами подвода и рассеяния энергии.

В настоящей работе используется двухпараметрическая модель разрушения материалов, основанная на понятии эффективной энтальпии эрозионного разрушения H_{er} [83], включающая также в качестве параметра пороговое значение нормальной компоненты скорости частицы в момент удара. На основе обработки экспериментальных данных предложен ряд зависимостей, связывающих величину эффективной энтальпии эрозионного разрушения с различными характеристиками материала. Например, для разрушения чистых металлов построена оценка:

$$H_{er} \approx 2{,}5 \cdot 10^{8} \frac{H_B}{\rho_M},$$

где H_B - твёрдость, ρ_M - плотность материала.

В последние годы активное развитие получили модели эрозионного разрушения, в которых для описания преграды используется модель повреждаемой среды, среда характеризуется наличием полостей, пор и микротрещин. Материал преграды рассматривается как сжимаемая среда, при этом система уравнений движения среды учитывает эволюцию микроповреждений [55].

3.1. Математическая модель тепломассопереноса в разрушающемся теле

Одной из ключевых задач математического моделирования гетерогенных течений является исследование их воздействия на поверхность находящегося в потоке тела. Можно выделить два основных механизма воздействия примеси на преграду. Первый заключается в непосредственной передаче части кинетической энергии частиц преграде при неупругом столкновении. Второй механизм связан с опосредованным влиянием примеси на поверхность через усиление конвективной составляющей теплового потока от газовой фазы. Кроме того, в условиях обтекания тел запыленным потоком ударное воздействие частиц может приводить к разрушению преграды [83].

Реализована комплексная математическая модель теплового и эрозионного воздействия сверхзвукового запыленного потока на обтекаемое тело, в состав которой входят модель тепломассопереноса и эрозионного разрушения преграды и модель двухфазного ударного слоя, построенная на сопряжении моделей динамики дисперсной фазы и газовой динамики ударного слоя (рис. 3.1).

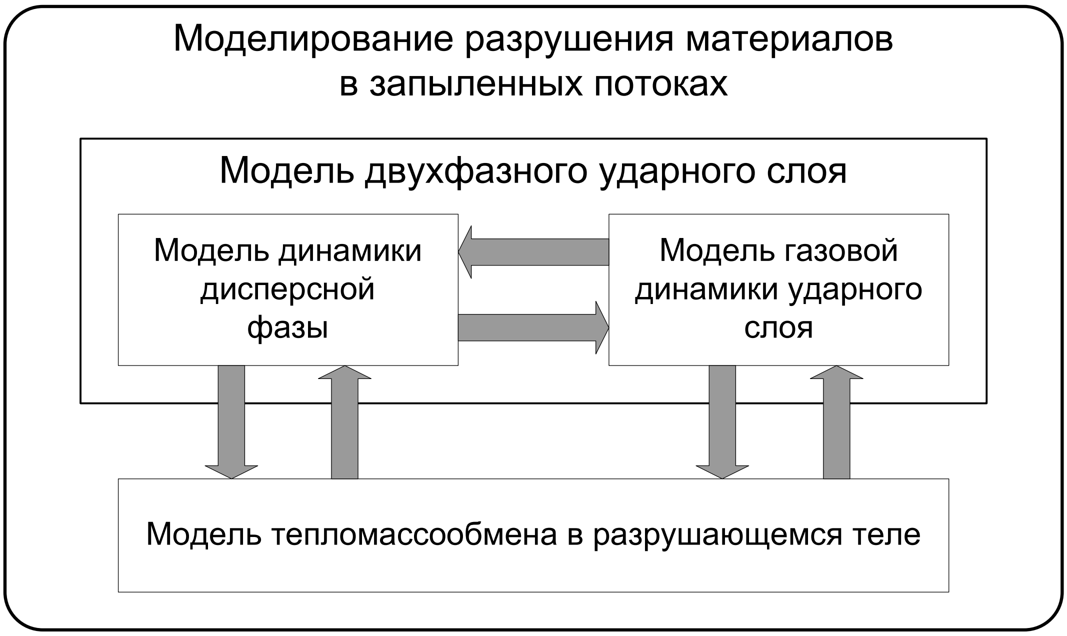


Рис. 3.1. Комплексная математическая модель воздействия запыленного потока на обтекаемое тело.

Модель тепломассопереноса в разрушающемся теплозащитном покрытии основана на понятии эффективной энтальпии эрозионного разрушения [83]. Масса унесенного теплозащитного материала m_{er} при ударе частицы о поверхность согласно модели эффективной энтальпии эрозионного разрушения H_{er}, являющейся характеристикой материала теплозащитного покрытия и определяющейся экспериментальным путем, определяется выражением:

$$
m_{er} = \begin{cases} \dfrac{m_p v_{p0}^2 \cos^2 \alpha_n}{2H_{er}} \left[1 - \exp\left(\dfrac{2\left(v_{cr} - v_{p0}\cos\alpha_n\right)}{v_{cr}}\right)\right], & v_{p0}\cos\alpha_n \geq v_{cr} \\ 0, & v_{p0}\cos\alpha_n < v_{cr} \end{cases},
$$

где m_p - масса частицы, v_{p0} - модуль скорости частицы в момент удара, α_n - угол между вектором скорости частицы и внутренней нормалью к поверхности в точке удара, v_{cr} - пороговое значение скорости, определяющее начало эрозионного разрушения.

Энергия, которую необходимо затратить на разрушение массы материала m_{er}, равна $E_{er} = m_{er} H_{er}$. Расчёт отражения частицы от поверхности преграды производится с применением модифицированной модели твёрдых сфер [169] с равным единице коэффициентом восстановления нормальной компоненты импульса $e_N = 1$ и учётом энергетических затрат на разрушение материала преграды (рис. 3.2):

$$
\frac{m_p v_{p0}^2}{2} + \frac{I_p \omega_{p0}^2}{2} = \frac{m_p \left(v_{p0}^*\right)^2}{2} + \frac{I_p \left(\omega_{p0}^*\right)^2}{2} + E_{er}.
$$

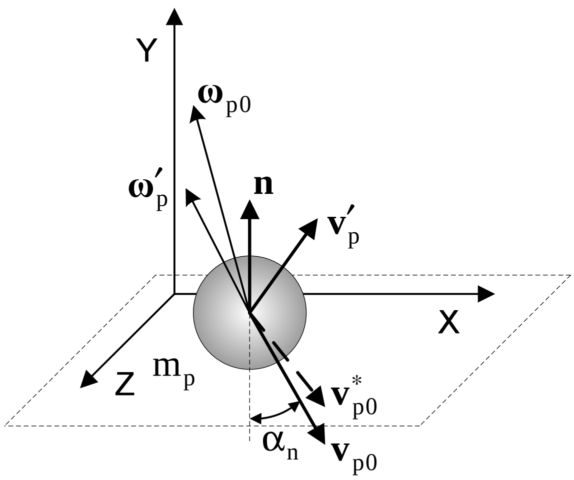


Рис. 3.2. Отражение частицы от поверхности с учётом эрозионного воздействия на тело.

Представим вектор скорости частицы в виде суммы векторов нормальной и касательной составляющих:

$$
\mathbf{v}_{p0} = \mathbf{v}_{p0n} + \mathbf{v}_{p0\tau},
$$

$$\mathbf{v}_{p0n} = \left(\mathbf{v}_{p0}, \mathbf{n}\right)\mathbf{n},$$

$$\mathbf{v}_{p0\tau} = \mathbf{v}_{p0} - \left(\mathbf{v}_{p0}, \mathbf{n}\right)\mathbf{n},$$

где $\mathbf{n}$ - внешняя нормаль к поверхности в точке удара.

Принимая допущение, что угловая скорость, а также касательная компонента скорости частицы остаются неизменными в процессе взаимодействия с поверхностью, сопровождаемого разрушением материала преграды, перепишем уравнение баланса энергии в виде:

$$\frac{m_p v_{p0}^2}{2} + \frac{I_p \omega_{p0}^2}{2} =$$

$$= \frac{m_p v_{p0\tau}^2}{2} + \frac{m_p v_{p0n}^2}{2} + \frac{I_p \omega_{p0}^2}{2} =$$

$$= \frac{m_p v_{p0\tau}^2}{2} + \frac{m_p \left(v_{p0n}^*\right)^2}{2} + \frac{I_p \omega_{p0}^2}{2} + E_{er},$$

откуда следует

$$v_{p0n}^* = \sqrt{v_{p0n}^2 - \frac{2}{m_p} E_{er}}.$$

Расчёт отражения частицы от поверхности производится с применением модели твёрдых сфер, приведённой в первой главе работы, при этом для скорости частицы в момент удара используется модифицированное выражение, учитывающее затраты энергии на разрушение:

$$\mathbf{v}_{p0}^* = \mathbf{v}_{p0\tau} - \sqrt{v_{p0n}^2 - \frac{2}{m_p} E_{er}}\,\mathbf{n}.$$

Принимается допущение, что тепловая энергия, выделяющаяся при взаимодействии частицы с преградой, уходит в нагрев последней:

$$\frac{m_p v_{p0}^2}{2} + \frac{I_p \omega_{p0}^2}{2} = \frac{m_p v_p'^2}{2} + \frac{I_p \omega_p'^2}{2} + E_{er} + Q_{HT},$$

где $\mathbf{v}'_p$, $\boldsymbol{\omega}'_p$ - векторы скорости и угловой скорости инициирующей частицы после взаимодействия, вычисленные согласно модели твёрдых сфер, Q_{HT} - тепловая энергия, которая расходуется на нагрев преграды.

В целях моделирования изменения формы преграды при эрозионном воздействии запыленного потока предложена модель нестационарной границы разрушающегося тела. Граница тела приближается многогранником с большим числом вершин. Унос материала тела моделируется путем смещения положения вершин многогранника. Расчёт нового положения вершины осуществляется пошагово исходя из накопленного за временной шаг суммарного воздействия частиц на инцидентные грани фигуры.

В двумерном случае плоского поперечного обтекания тела цилиндрической формы модель несколько упрощается, граница тела моделируется многоугольником, лежащим в плоскости, ортогональной направляющим цилиндра (рис. 3.3).

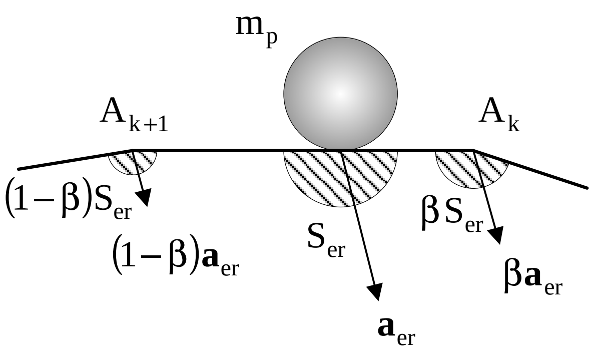


Рис. 3.3. Модель учёта эрозионного воздействия частицы на поверхность.

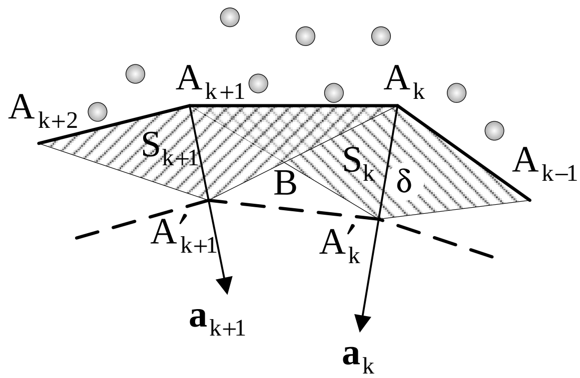


Рис. 3.4. Изменение положения вершин многоугольника в процессе разрушения.

Каждой вершине многоугольника A_k ставятся в соответствие две величины – направление смещения $\mathbf{a}_k$ и площадь S_k эрозионного разрушения прилегающей зоны за рассматриваемый временной интервал. Удар частицы о поверхность преграды приводит к выбросу массы материала m_{er}. При этом площадь многоугольника, лежащего в основании тела, должна быть уменьшена на величину

$$S_{er} = \frac{m_{er}}{\rho_s h_z},$$

здесь ρ_s - плотность материала преграды, h_z - высота цилиндра в квазитрехмерной модели.

За направление разрушения принимается проекция на плоскость многоугольника вектора импульса, который был передан частицей телу в результате взаимодействия:

$$\mathbf{a}_{er} = m_p\left(v_{p0x} - v'_{px}\right)\mathbf{i} + m_p\left(v_{p0y} - v'_{py}\right)\mathbf{j},$$

здесь $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ - единичные орты в плоскости многоугольника (рис. 3.3).

Если проекция точки удара совпадает с вершиной A_k многоугольника, направление и площадь разрушения приписываются данной вершине:

$$\mathbf{a}'_k = \mathbf{a}_k + \mathbf{a}_{er},$$

$$S'_k = S_k + S_{er}.$$

В случае, когда проекция точки удара приходится на ребро, воздействие распределяется между соседними вершинами A_k и A_{k+1} пропорционально расстоянию до проекции точки удара C:

$$\mathbf{a}'_k = \mathbf{a}_k + \beta\mathbf{a}_{er},\ \mathbf{a}'_{k+1} = \mathbf{a}_{k+1} + (1-\beta)\mathbf{a}_{er},$$

$$S'_k = S_k + \beta S_{er},\ S'_{k+1} = S_{k+1} + (1-\beta)S_{er},$$

$$\beta = \frac{\sqrt{\left(C_x - A_{k+1x}\right)^2 + \left(C_y - A_{k+1y}\right)^2}}{\sqrt{\left(A_{kx} - A_{k+1x}\right)^2 + \left(A_{ky} - A_{k+1y}\right)^2}},$$

здесь штрихом отмечены величины после удара.

По окончании шага расчёта выполняется корректировка положения вершин многоугольника с учётом накопленного разрушения (рис. 3.4), направление смещения вершин определяется вектором разрушения:

$$A'_{k_x} = A_{k_x} + \frac{a_{kx}}{|\mathbf{a}_k|}\delta,$$

$$A'_{k_y} = A_{k_y} + \frac{a_{ky}}{|\mathbf{a}_k|}\delta,$$

а расстояние δ, на которое смещается вершина, определяется площадью разрушения:

$$S_{\Delta A_{k-1}A_k A'_k} + S_{\Delta A_{k+1}A_k A'_k} = S_k,$$

или

$$\frac{\delta}{|\mathbf{a}_k|}\left|A_k A_{k-1} \times \mathbf{a}_k\right| + \frac{\delta}{|\mathbf{a}_k|}\left|\mathbf{a}_k \times A_k A_{k-1}\right| = 2 S_k.$$

Применение данного алгоритма для вычисления нового положения соседних вершин приводит к тому, что дважды учитывается площадь треугольника $A_k A_{k+1} B$ и не учитывается площадь треугольника $A'_k A'_{k+1} B$ (рис. 3.4). Разность площадей $S_{\Delta A_k A_{k+1} B} - S_{\Delta A'_k A'_{k+1} B}$ принимается во внимание при вычислении положения вершин на следующем шаге расчёта A''_k и A''_{k+1}.

Для ряда материалов эффективная энтальпия эрозионного разрушения может существенно изменяться с температурой. Для учёта данных факторов необходимо дополнить модель нестационарным уравнением теплопроводности в разрушающемся теле. В настоящей работе в качестве общей основы для сопряжения алгоритмов решения задач внешней аэродинамики, динамики дисперсной фазы, и тепломассопереноса в обтекаемом теле выступает метод погруженной границы аппроксимации краевых условий на криволинейных подвижных границах [27], позволяющий использовать стационарные прямоугольные сетки.

Конвективный тепловой поток от газовой фазы к обтекаемой поверхности и взаимодействие частиц с поверхностью определяют прогрев тела. Для расчёта поля температур решается нестационарное двумерное уравнение теплопроводности в разрушающемся теле:

$$c_s \rho_s \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_s \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda_s \frac{\partial T}{\partial y}\right),$$

где T - температура, c_s - теплоемкость, ρ_s - плотность материала тела, λ_s - коэффициент теплопроводности.

Граничные условия на поверхности тела задаются соотношением

$$\lambda_s \frac{\partial T}{\partial n} = Q_C + Q_R + Q_P,$$

$$Q_c = \alpha\left(T_g - T\right),\ Q_R = -\varepsilon_s \sigma_B T^4,$$

где Q_c - конвективный тепловой поток от газовой фазы к поверхности, Q_P - тепловой поток от дисперсной фазы, Q_R - радиационный тепловой поток, α - коэффициент теплопередачи, T_g - температура газа на поверхности, ε_s - коэффициент черноты поверхности тела, σ_B - постоянная Стефана-Больцмана.

Дискретизация уравнения теплопроводности в декартовой системе координат на прямоугольной сетке осуществляется с использованием классической неявной конечно-разностная схемы:

$$c_s \rho_s \frac{T_{i\,j}^k - T_{i\,j}^{k-1}}{\Delta t} = \lambda_s \frac{T_{i-1\,j}^k - 2T_{i\,j}^k + T_{i+1\,j}^k}{\Delta x^2} + \lambda_s \frac{T_{i\,j-1}^k - 2T_{i\,j}^k + T_{i\,j+1}^k}{\Delta y^2}.$$

Аппроксимация граничных условий основана на использовании метода погруженной границы с фиктивными ячейками путем вычисления значения температуры в фиктивном узле, лежащем на границе тела, либо за ней (рис. 3.5).

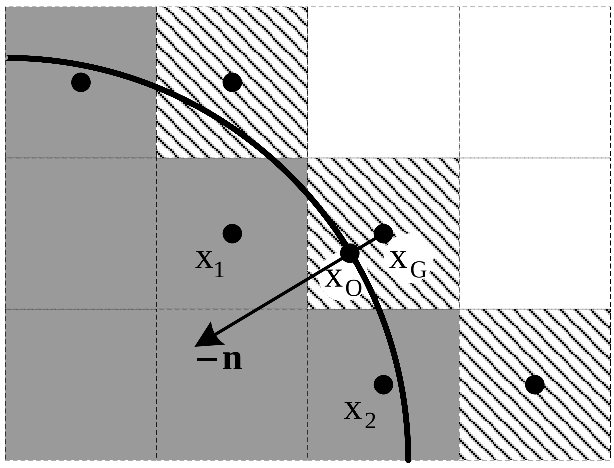


Рис. 3.5. Аппроксимация краевых условий уравнения теплопроводности на криволинейной границе.

Процедура билинейной экстраполяции обеспечивает первый порядок точности аппроксимации краевых условий. Для нее требуются два внутренних узла расчётной сетки (x_1, y_1), (x_2, y_2) и одна точка (x_O, y_O), принадлежащая границе. В качестве (x_O, y_O), как правило, выбирается точка, ближайшая к фиктивному узлу (x_G, y_G). Для определения значения некоторой величины u в точке (x, y) строится интерполяционный полином $P(x, y) = c_0 + c_1 x + c_2 y$, коэффициенты которого определяются из системы уравнений для известных значений величины u:

$$P(x_1, y_1) = u_1,$$

$$P(x_2, y_2) = u_2,$$

$$P(x_G, y_G) = u_G,$$

или в матричной форме записи:

$$\begin{pmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_G & y_G \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_G \end{pmatrix}.$$

Значение величины u в точке (x, y) определяется решением системы уравнений:

$$u = \begin{pmatrix} 1 & x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_G & y_G \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_G \end{pmatrix}.$$

Тогда граничные условия третьего рода для уравнения теплопроводности в точке (x_O, y_O) могут быть записаны в форме

$$\left[\alpha \begin{pmatrix} 1 & x_O & y_O \end{pmatrix} + \lambda_s \begin{pmatrix} 0 & \cos\phi & \sin\phi \end{pmatrix}\right] B^{-1} T = \alpha T_g + Q_R + Q_P,$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_G & y_G \end{pmatrix}, \; T = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_G \end{pmatrix}.$$

Использование неявной конечно-разностной схемы приводит к необходимости решения системы линейных уравнений для определения поля температур на следующем временном шаге. При этом система уравнений обладает разреженной матрицей размерности $N \times N$, где N - суммарное количество внутренних и фиктивных узлов расчётной сетки. Для её решения применяется метод стабилизированных бисопряжённых градиентов [268].

3.2. Численное исследование эрозионного разрушения преграды при обтекании запыленным потоком

Проведена серия вычислительных экспериментов по моделированию эрозионного разрушения кругового цилиндра радиусом 3 см, обтекаемого в поперечном направлении сверхзвуковым воздушным потоком с примесью частиц диаметром 10 мкм из диоксида кремния SiO_2 плотностью 2400 кг/м^3. Невозмущенный поток газа соответствует условиям стандартной атмосферы на высоте 10 км, число Маха набегающего потока $M_\infty = 6$. Объемная концентрация примеси в невозмущенном потоке $C_{V0} = 10^{-4}$. Параметры материала преграды использовались модельные, определённые таким образом, что нагрев и эрозионное разрушение тела оказываются сравнимы по времени. Целью экспериментов является оценка роли таких факторов, как обратное влияние изменения формы тела на параметры двухфазного ударного слоя, влияние примеси на несущую фазу, а также столкновения частиц с точки зрения результирующего разрушения преграды. Моделирование выполнялось в следующих режимах:

1. Оценка уноса теплозащитного материала по параметрам воздействия на тело неизменной формы в условиях пассивной бесстолкновительной примеси;
2. Разрушение преграды под воздействием двухфазного потока в условиях пассивной бесстолкновительной примеси;
3. Разрушение преграды под воздействием двухфазного потока в условиях активной бесстолкновительной примеси;
4. Разрушение преграды под воздействием двухфазного потока в условиях активной столкновительной примеси;
5. Оценка уноса теплозащитного материала по параметрам воздействия на тело неизменной формы в условиях активной столкновительной примеси.

Как и в первой главе работы, под активной примесью понимается модель двухфазного потока, учитывающая обратное влияние дисперсной фазы на несущую. Пассивная примесь обратного влияния на несущий газ не оказывает.

На рис. 3.6 приведены графики, отражающие изменение формы тела, а также суммарный унос материала в результате эрозионного разрушения в различных режимах расчёта за равный отрезок времени. В качестве характерного времени разрушения выступает время уноса под воздействием невозмущенного запыленного потока слоя материала толщиной, равной начальному радиусу цилиндра R_0:

$$t_{er0} = \frac{2H_{er}R_0\rho_s}{\rho_p C_{V0} u_{g0}^3},$$

где ρ_s, ρ_p - плотность материала преграды и частиц соответственно, u_{g0} - скорость набегающего потока, H_{er} - эффективная энтальпия эрозионного разрушения.

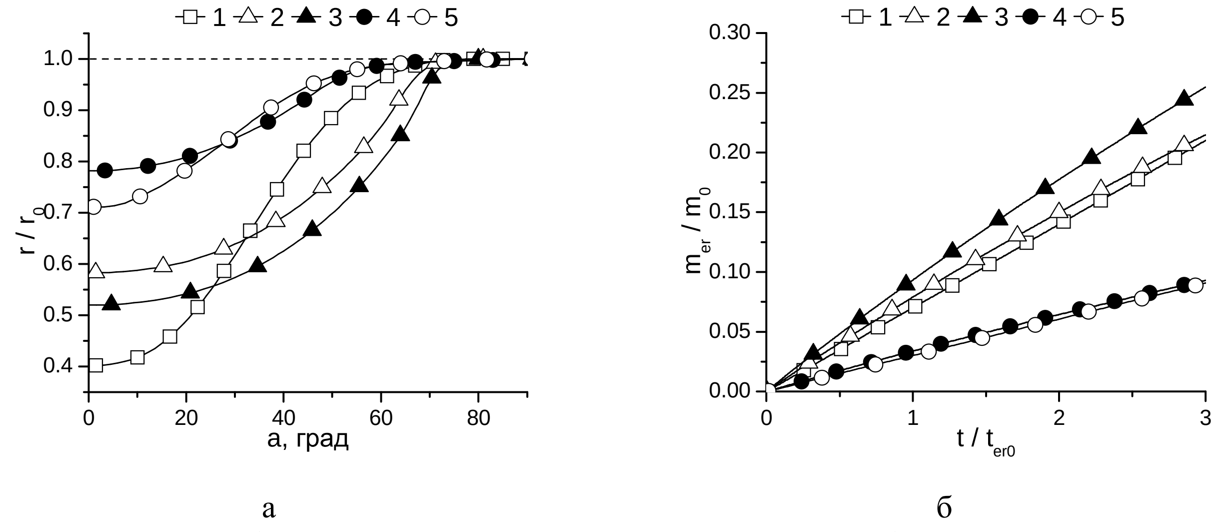
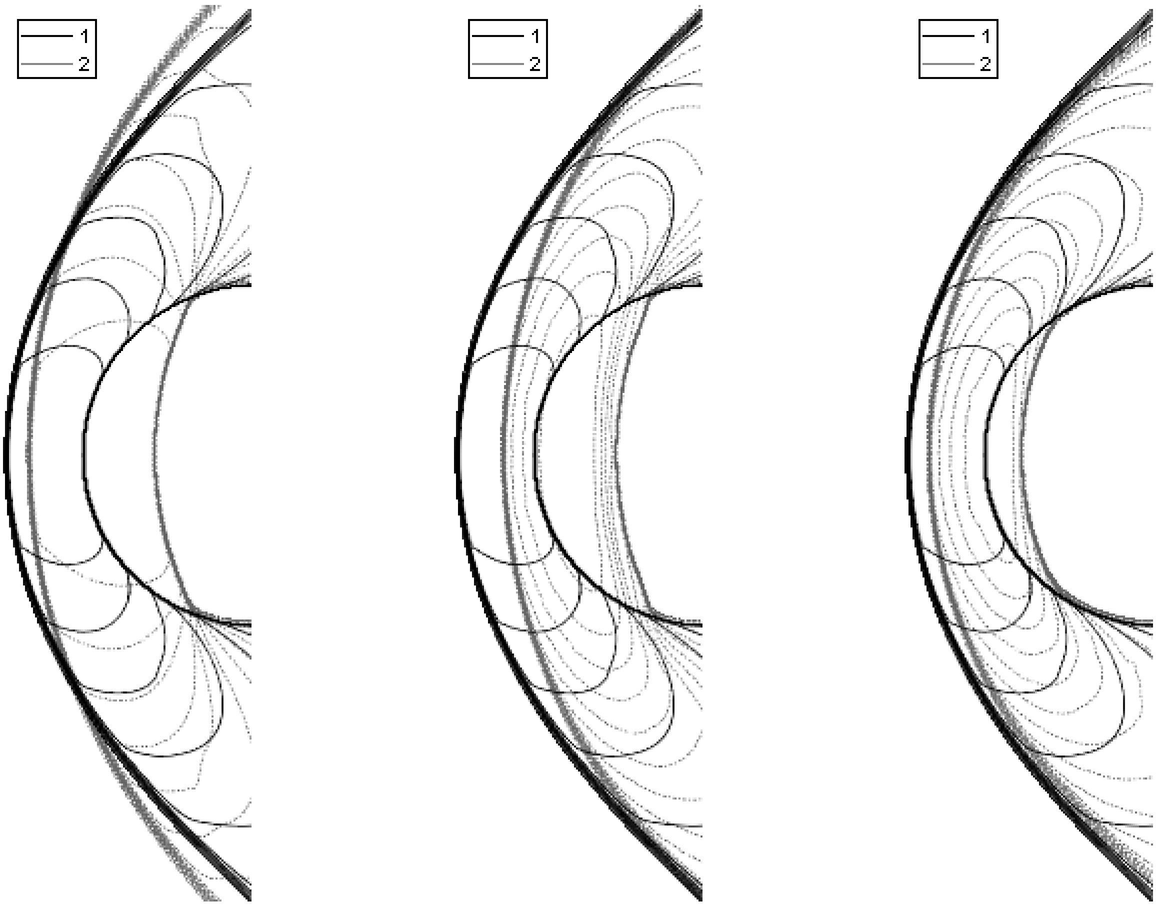


Рис. 3.6. Изменение формы тела (а) и суммарный унос материала (б) вследствие эрозионного разрушения. Режимы расчёта: пассивная (1, 2), активная (3 – 5), бесстолкновительная (1 – 3), столкновительная (4, 5) примесь, игнорируется обратное влияние изменения формы тела на двухфазный ударный слой (1, 5), учитывается обратное влияние изменения формы тела на двухфазный ударный слой (2 – 4).

В режимах расчёта без учёта обратного влияния изменения формы тела на двухфазный ударный слой значительно интенсивнее разрушается лобовая часть преграды и с меньшей интенсивностью – периферийная, что объясняется изменением параметров двухфазного ударного слоя (рис. 3.7). Изменение формы тела приводит к увеличению отхода ударной волны в лобовой части (рис. 3.7а), в результате чего при движении в ударном слое частицы сильнее тормозятся, их скорость при ударе о поверхность уменьшается, что способствует снижению интенсивности уноса.



а б в

Рис. 3.7. Изолинии температуры газовой фазы: однофазное течение (1), двухфазное течение (2). Режимы расчёта: пассивная (а), активная (б, в), бесстолкновительная (а, б), столкновительная (в) примесь.

В режиме активной примеси, учитывающей воздействие дисперсной фазы на несущую, наблюдается уменьшению толщины ударного слоя (рис 3.7а, 3.7б), скорость частиц в момент удара о поверхность при этом возрастает, что увеличивает интенсивность уноса материала (кривые 2 и 3 на рис. 3.6). Учёт столкновений частиц примеси приводит к рассеянию части кинетической энергии набегающих частиц, возникает экранирующий эффект, который проявляется в существенном, в проведенном расчёте – трехкратном, снижении интенсивности уноса (кривые 3 и 4 на рис. 3.6б).

На рис. 3.8. представлены полученные численным моделированием распределения частиц примеси в ударном слое, положение фронта головной ударной волны, а также изменение формы цилиндра вследствие эрозионного разрушения с учётом всей совокупности рассматриваемых факторов. Наиболее интенсивный унос материала наблюдается в лобовой части преграды. Число моделирующих частиц в вычислительном эксперименте составляло примерно 12 млн., общее число ударов частиц о поверхность 94 млн., попарных столкновений частиц — 490 млн.

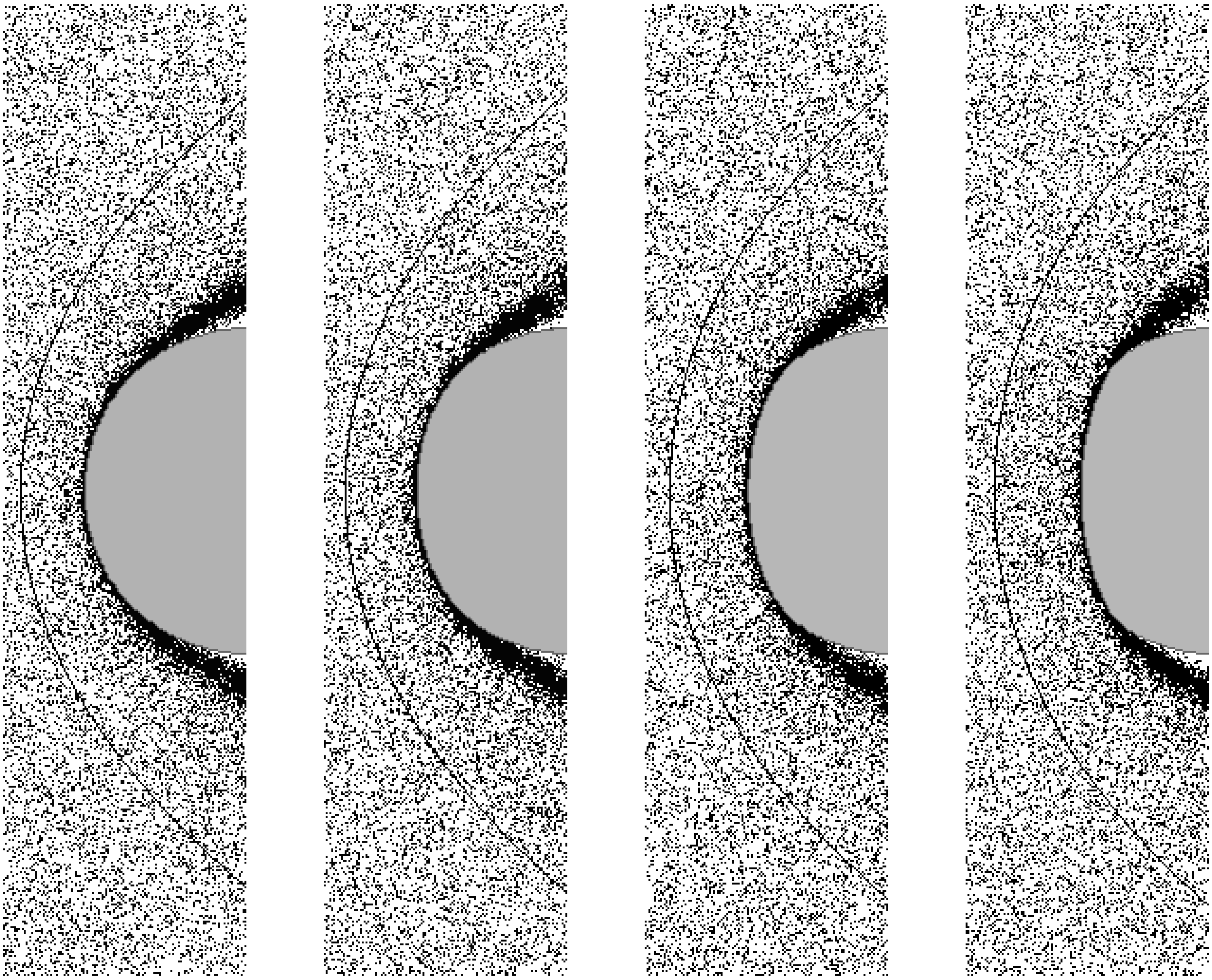


Рис. 3.8. Эрозионное разрушение преграды при обтекании сверхзвуковым двухфазным потоком.

3.3. Теплообмен дисперсной фазы с поверхностью при обтекании сферически затупленных конусов

В предыдущих разделах рассматривалось обтекание тел, которые, как правило, имели форму сферы или кругового цилиндра. Вместе с тем, в процессе эрозионного разрушения форма обтекаемой гетерогенным потоком преграды претерпевает изменения. Настоящий раздел посвящён изучению основных закономерностей, связанных с влиянием формы обтекаемого тела на поток энергии дисперсной фазы к поверхности и на экранирующий эффект, создаваемый отражёнными от преграды частицами. С этой целью рассматривается обтекание сферически затупленных осесимметричных конусов с различными радиусами затупления и углами раствора.

Выполнена серия вычислительных экспериментов по моделированию обтекания сферически затупленных конусов сверхзвуковым потоком запыленного газа. Число Маха набегающего потока $M_\infty = 6$, параметры невозмущённого воздушного потока соответствуют атмосферным условиям на высоте 10 км. Дисперсная фаза представлена примесью частиц Al_2O_3 диаметром 10 мкм. Объемная концентрация примеси в свободном потоке принимается равной $C_{V0} = 10^{-4}$, при которой экранирующий эффект столкновений уже играет заметную роль. В расчётах варьировались радиус затупления и угол полураствора конуса. Радиус основания конуса 30 мм. На рис. 3.9 представлена форма конуса с фиксированным углом полураствора $\alpha = 15^\circ$, радиус затупления изменяется в пределах от 5 мм до 30 мм (сфера) с шагом 5 мм. На рис. 3.10 представлена форма обтекаемого тела при фиксированном радиусе затупления 10 мм, варьируется угол полураствора конуса от $\alpha = 15^\circ$ до $\alpha = 90^\circ$ (сфера) с шагом 15°.

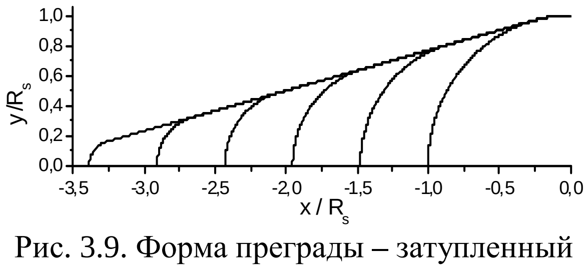


Рис. 3.9. Форма преграды – затупленный конус, фиксированный угол полураствора, варьируется радиус затупления.

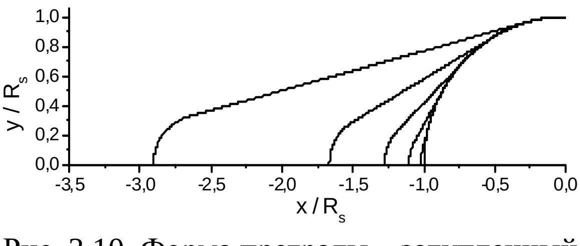


Рис. 3.10. Форма преграды – затупленный конус, фиксированный радиус затупления, варьируется угол полураствора конуса.

В качестве основной величины, характеризующей теплоэрозионное воздействие дисперсной фазы на обтекаемую поверхность, рассматривается поток энергии частиц от частиц к поверхности, существенно зависящий от коэффициента восстановления нормальной компоненты импульса после соударения частицы с поверхностью. В настоящем разделе используется модель взаимодействия, согласно которой коэффициент восстановления зависит от нормальной компоненты скорости частицы в момент соударения [83]:

$$\mathbf{v}_{p0}^{*}=\begin{cases}\mathbf{v}_{p0\tau}-v_{p0n}\exp\left(\dfrac{v_{cr}-\left|v_{p0n}\right|}{v_{cr}}\right)\mathbf{n} & , \quad \left|v_{p0n}\right|\geq v_{cr}\\ \mathbf{v}_{p0\tau}-v_{p0n}\mathbf{n} & , \quad \left|v_{p0n}\right|< v_{cr}\end{cases},$$

$$\mathbf{v}_{p0n}=\left(\mathbf{v}_{p0},\mathbf{n}\right)\mathbf{n},$$

$$\mathbf{v}_{p0\tau}=\mathbf{v}_{p0}-\left(\mathbf{v}_{p0},\mathbf{n}\right)\mathbf{n},$$

$$\mathbf{v}_{p0}=\mathbf{v}_{p0n}+\mathbf{v}_{p0\tau},$$

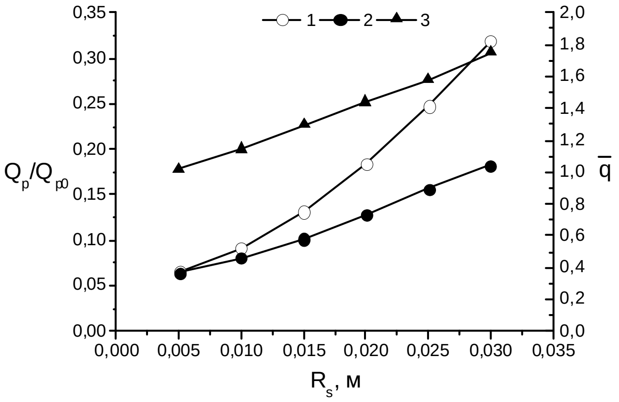
где m_p - масса частицы, $\mathbf{v}_{p0}$ - скорость частицы в момент удара, $\mathbf{n}$ - вектор внешней нормали к поверхности в точке удара, $\mathbf{v}_{p0n}$, $\mathbf{v}_{p0\tau}$ - нормальная и касательная составляющие скорости частицы, v_{cr} - пороговое значение скорости.

Отметим, что эта модель соответствует рассмотренной выше модели эрозионного разрушения, основанной на понятии эффективной энтальпии эрозионного разрушения H_{er} [83]:

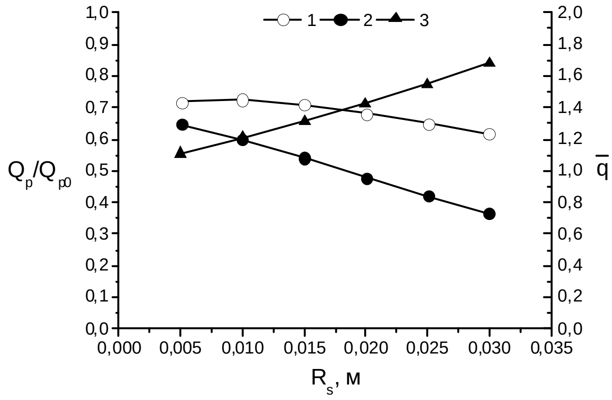
$$m_{er}=\begin{cases}\dfrac{m_p\left|v_{p0n}\right|^2}{2H_{er}}\left[1-\exp\left(\dfrac{2\left(v_{cr}-\left|v_{p0n}\right|\right)}{v_{cr}}\right)\right], & \left|v_{p0n}\right|\geq v_{cr}\\ 0, & \left|v_{p0n}\right|< v_{cr}\end{cases},$$

где m_{er} - масса унесенного материала преграды вследствие удара частицы, v_{cr} - пороговое значение скорости, определяющее начало эрозионного разрушения. Таким образом, хотя в настоящем разделе будет идти речь о потоке энергии частиц к обтекаемой поверхности, представленные результаты могут быть распространены и на эрозионное воздействие.

На рис. 3.11 представлены графики зависимости потока энергии частиц к поверхности от радиуса затупления. На рис. 3.11а показано интегральное по всей поверхности конуса воздействие, рис. 3.11б соответствует окрестности передней критической точки. Кривая 1 соответствуют бесстолкновительному режиму расчёта, 2 – столкновительному. Кривая 3 отражает соотношение между ними, выступая в качестве показателя экранирующего эффекта, и относится к правой шкале графика.



а



б

Рис. 3.11. Поток энергии дисперсной фазы к поверхности конуса в зависимости от радиуса затупления: суммарный (а), в окрестности критической точки (б). 1 – бесстолкновительный режим, 2 – столкновительный режим. 3 – показатель экранирующего эффекта (правая шкала).

При малом радиусе затупления наблюдается более интенсивное воздействие в лобовой части, которое быстро убывает по мере удаления от критической точки. С ростом радиуса затупления частицы сильнее отклоняются от своей начальной траектории и тормозятся в ударном слое, вследствие чего воздействие в лобовой части конуса снижается, а на периферии возрастает. Возрастает и суммарное воздействие частиц на всю поверхность преграды. Вследствие столкновений набегающих частиц с частицами, отразившимися от поверхности, часть энергии набегающих частиц рассеивается, что приводит к ослаблению потока энергии от примеси к преграде. Экранирующий эффект слабо выражен при малом радиусе затупления, но значительно усиливается при увеличении радиуса.

Результаты моделирования при фиксированном радиусе затупления и различных значениях угла полураствора конуса представлены на рис. 3.12. Суммарное энергетическое воздействие дисперсной фазы усиливается с ростом угла полураствора конуса до определенного значения как в бесстолкновительном, так и в столкновительном режимах. В последнем случае рассматриваемая зависимость имеет немонотонный характер (кривая 2 на рис. 3.12). Экранирующий эффект усиливается с ростом угла конусности. В то же время потоки энергии и экранирующий эффект в окрестности критической точки изменяются относительно слабо при малых и умеренных значениях угла конусности. В этом диапазоне определяющую роль играет фиксированное значение радиуса затупления.

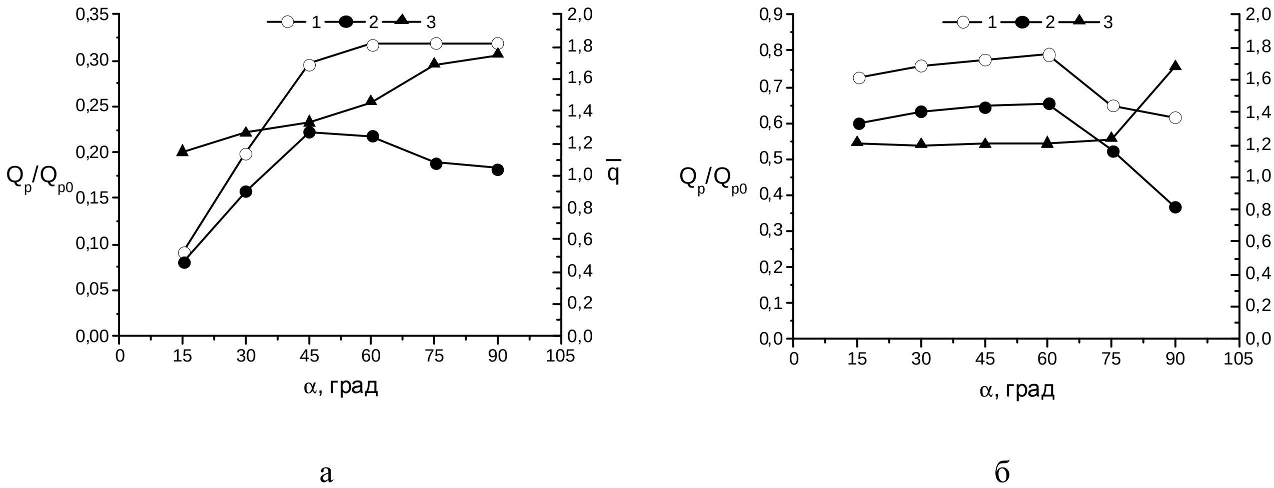


Рис. 3.12. Поток энергии дисперсной фазы к поверхности конуса в зависимости от угла полураствора конуса: суммарный (а), в окрестности критической точки (б). 1 – бесстолкновительный режим, 2 – столкновительный режим. 3 – показатель экранирующего эффекта (правая шкала).

Рассмотрено влияние геометрических параметров конуса на поток энергии дисперсной фазы к поверхности и экранирующий эффект, создаваемый отражёнными от поверхности частицами. Показано, что с ростом радиуса затупления поток энергии дисперсной фазы к поверхности в окрестности критической передней критической точки уменьшается, тогда как суммарное энергетическое воздействие дисперсной фазы на конус возрастает. При этом усиливается экранирующий эффект. Увеличение угла конусности в области малых и умеренных значений приводит к возрастанию суммарного потока энергии к поверхности. Экранирующий эффект в лобовой части относительно слабо изменяется в значительном диапазоне углов, когда определяющую роль играет фиксированное значение радиуса затупления. В то же время интегральный по всей обтекаемой поверхности экранирующий эффект усиливается при возрастании угла конусности.

3.4. Моделирование переноса тепла излучением в задаче обтекания тел запылённым потоком

Сложность моделирования гетерогенных течений во многом объясняется сочетанием различных масштабов физических процессов. В частности, серьёзные трудности возникают при теоретическом описании взаимодействия частиц дисперсной фазы с поверхностью обтекаемого тела [168, 83, 19]. Воздействие частиц можно разделить на прямое и косвенное. Под прямым воздействием понимают механическое воздействие и тепло, передаваемое частицами телу при соударении с его поверхностью. Косвенное воздействие состоит в изменении поля течения в окрестности тела в результате обратного влияния дисперсной фазы на несущий газ. Эти два эффекта удаётся описать с помощью уравнений газовой динамики и уравнений движения частиц, которые детально рассматривались в работах [86, 35, 308, 309]. Оба воздействия становятся всё более выраженными с ростом скорости набегающего на преграду потока и увеличением объёмной концентрации дисперсной фазы. Математическая модель, учитывающая названные механизмы воздействия примеси на поверхность тела, является достаточной для широкого класса задач. Однако возможны режимы течения, когда взаимодействие дисперсной фазы с поверхностью тела не ограничивается рассмотренными факторами. Частицы малого размера могут нагреваться в набегающем на тело газовом потоке до температур, близких к температуре торможения. В этих условиях тепловое излучение частиц может давать существенный вклад в тепловой поток к поверхности тела. Исследованию эффектов теплового излучения при наличии взвешенных в газе частиц, которые не только поглощают и испускают, но также интенсивно рассеивают излучение, посвящён настоящий раздел работы.

При этом излучение высокотемпературного газа в настоящей работе не учитывается, что связано с рассматриваемым температурным диапазоном (до 2500К). Отметим, что расчёт спектра излучения высокоскоростных течений чистого газа рассматривается в работах [130, 218, 248, 249, 190, 191, 227].

Уравнение переноса излучения, записанное в транспортном приближении, имеет вид [182, 184]:

$$\mathbf{\Omega}\nabla I_\lambda(\mathbf{r},\mathbf{\Omega})+\left(\alpha_\lambda+\sigma_\lambda^{tr}\right)I_\lambda(\mathbf{r},\mathbf{\Omega})=\frac{\sigma_\lambda^{tr}}{4\pi}\int\limits_{(4\pi)} I_\lambda(\mathbf{r},\mathbf{\Omega})\,d\mathbf{\Omega}+S_\lambda(\mathbf{r}),$$

где $I_\lambda(\mathbf{r},\mathbf{\Omega})$ – спектральная интенсивность теплового излучения в точке с радиус-вектором $\mathbf{r}$ в направлении телесного угла $\mathbf{\Omega}$, α_λ – спектральный коэффициент поглощения, σ_λ^{tr} – спектральный транспортный коэффициент рассеяния, источниковый член $S_\lambda(\mathbf{r})$ определяет тепловое излучение от нагревшихся частиц.

Спектральные коэффициент поглощения и транспортный коэффициент рассеяния в случае потока газа с полидисперсной примесью частиц определяются соотношениями:

$$\alpha_\lambda=\alpha_\lambda^{gas}+0,75C_V\frac{\int\limits_0^\infty Q_a r_p^2 F(r_p)\,dr_p}{\int\limits_0^\infty r_p^3 F(r_p)\,dr_p},$$

$$\sigma_\lambda^{tr}=0,75C_V\frac{\int\limits_0^\infty Q_s^{tr} r_p^2 F(r_p)\,dr_p}{\int\limits_0^\infty r_p^3 F(r_p)\,dr_p},$$

где C_V – объемная доля примеси, Q_a – безразмерный коэффициент поглощения, Q_s^{tr} – безразмерный транспортный коэффициент рассеяния для одной сферической частицы радиуса r_p. В настоящей работе предполагается, что несущая газовая среда не рассеивает излучение, а её вклад в поглощение пренебрежимо мал, соответственно, слагаемое α_λ^{gas} в дальнейших вычислениях опускается.

Тепловое излучение полидисперсной примеси с известным распределением частиц по размеру $F\left(r_p\right)$ в точке с радиус-вектором $\mathbf{r}$:

$$S_\lambda(\mathbf{r}) = 0{,}75 C_V \frac{\int\limits_0^\infty Q_a r_p^2 B_\lambda\left[T\left(\mathbf{r}, r_p\right)\right] F\left(r_p\right) dr_p}{\int\limits_0^\infty r_p^3 F\left(r_p\right) dr_p},$$

где $T\left(\mathbf{r}, r_p\right)$ – температура частиц радиуса r_p в точке $\mathbf{r}$, $B_\lambda(T)$ – функция Планка. Каждая из частиц считается изотермической. В случае монодисперсной примеси частиц радиусом r_p выражение упрощается:

$$S_\lambda(\mathbf{r}) = \alpha_\lambda B_\lambda\left[T(\mathbf{r})\right].$$

В практике компьютерного моделирования часто используется модель переноса теплового излучения, основанная на P_1-приближении метода сферических гармоник [153, 172, 187, 15, 224]. Известно, что при решении пространственных задач в областях с резким изменением параметров среды использование подобного подхода может приводить к существенным ошибкам в потоке излучения [49, 185], тем не менее, он может быть использован для получения качественных оценок в рассматриваемых задачах [198].

Расчёт переноса теплового излучения в P_1-приближении сводится к решению следующей краевой задачи для модифицированного уравнения Гельмгольца относительно функции $G_\lambda(\mathbf{r})$, пропорциональной спектральной плотности энергии излучения [233, 49], с граничным условием Маршака на поверхности тела с температурой T_w [182]:

$$-\nabla\left(D_\lambda \nabla G_\lambda\right) = 4\pi\alpha_\lambda B_\lambda\left(T(r)\right) - \alpha_\lambda G_\lambda,$$

$$D_\lambda = \frac{1}{3\left(\alpha_\lambda + \sigma_\lambda^{tr}\right)},$$

$$-D_\lambda \frac{\partial G_\lambda}{\partial \mathbf{n}} = \frac{\gamma_w}{2}\left(G_\lambda - 4\pi B_\lambda\left(T_w\right)\right),$$

$$\gamma_w = \frac{\varepsilon_w}{2-\varepsilon_w},$$

здесь T – температура, $B_\lambda(T)$ – функция Планка, D_λ – спектральный коэффициент диффузии излучения, α_λ – спектральный коэффициент поглощения, σ_λ^{tr} – спектральный транспортный коэффициент рассеяния, ε_w – степень черноты поверхности, $\mathbf{n}$ - вектор внешней нормали к поверхности.

Отметим, что P_1-приближение может быть получено из полного уравнения переноса излучения, используя единственное предположение о следующей линейной угловой зависимости интенсивности спектрального излучения:

$$I_\lambda(\mathbf{r},\mathbf{\Omega}) = \frac{1}{4\pi}\left(G_\lambda(\mathbf{r}) + 3\mathbf{\Omega}\cdot\mathbf{q}(\mathbf{r})\right).$$

Наряду с P_1-приближением в работе используется более точная вычислительная модель, в которой P_1-приближение применяется на первом шаге решения, после чего для набора лучей проводится численное интегрирование уравнения переноса излучения с функцией источника рассчитанной в P_1-приближении [181, 182]:

$$\mathbf{\Omega}\nabla I_\lambda(\mathbf{r},\mathbf{\Omega}) + \left(\alpha_\lambda + \sigma_\lambda^{tr}\right) I_\lambda(\mathbf{r},\mathbf{\Omega}) = \frac{\sigma_\lambda^{tr}}{4\pi} G_\lambda(\mathbf{r},\mathbf{\Omega}) + \alpha_\lambda B_\lambda\left(T(\mathbf{r})\right).$$

Анализ, проведенный в работе [50], показал, что в случае «холодной» стенки отличие результатов, полученных в P_1-приближении, от результатов двухшагового метода, не превышает 10%. В режимах с «горячей» стенкой, когда существенным является тепловое излучение поверхности погрешность P_1-приближения возрастает, приводя в ряде случаев к качественно неверным результатам, что делает необходимым условием получения качественного результата выполнение второго шага расчёта, на котором осуществляется интегрирование транспортного уравнения переноса излучения вдоль набора лучей.

В случае монодисперсной среды характеристики поглощения и рассеяния примеси частиц связаны простыми соотношениями с коэффициентом поглощения и транспортным коэффициентом рассеяния одной частицы [182]:

$$\alpha_\lambda = 0,75 C_V \frac{Q_a}{r_p},$$

$$\sigma_\lambda^{tr} = 0,75 C_V \frac{Q_s^{tr}}{r_p}.$$

Согласно теории Ми [267], поглощающие и рассеивающие свойства одиночных сферических частиц контролируются двумя безразмерными параметрами. Первый из них – это так называемый дифракционный или размерный параметр $x = 2\pi r_p / \lambda$, а второй – комплексный показатель преломления вещества частицы $m = n - i\kappa$, где n является показателем преломления, а κ это показатель поглощения. В дальнейших расчётах используются следующие аппроксимации спектральных и температурных зависимостей как для показателей преломления, так и для поглощения оксида алюминия [267, 162]:

$$n(\lambda, T) = n_0(\lambda)\,\left[1 + \varsigma_1 (T - T_1)\right],$$

$$\varsigma_1 = 2,02 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{K}^{-1},\ T_1 = 473\,\mathrm{K},$$

$$n_0^2 - 1 = \frac{1,024\lambda^2}{\lambda^2 - 0,003776} + \frac{1,058\lambda^2}{\lambda^2 - 0,01225} + \frac{5,281\lambda^2}{\lambda^2 - 321,4},$$

$$\kappa(\lambda, T) = 0,002\left(1 + 0,7\lambda + 0,06\lambda^2\right)\exp\left[\varsigma_2 (T - T_2)\right],$$

$$\varsigma_2 = 1,847 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{K}^{-1},\ T_2 = 2950\,\mathrm{K},$$

где длина волны λ выражается в микронах.

Первоначально данные приближения были предложены для расплавленного оксида алюминия с температурой T выше 2320 K, однако, их использование при более низких температурах дает приемлемую качественную оценку показателя поглощения твердого вещества.

Коэффициент поглощения Q_a и транспортный коэффициент рассеяния Q_s^tr рассчитываются по приближенным соотношениям, справедливым для частиц из вещества, слабо поглощающего излучение [182]:

$$Q_a = \frac{4n}{(n+1)^2}\left[1-\exp(-5\kappa x)\right] + 2,5\kappa\frac{\psi}{e_1},$$

$$Q_s^{tr} = \begin{cases} 1,2\psi\left[1-15(2,5-n)\kappa\right] & , \quad \varphi \le 8 \\ x^{-\xi} + 0,5\psi(1-10\kappa)(n-1)(2,5-n) & , \quad \varphi > 8 \end{cases},$$

$$\xi = 0,75 - 0,3n + (32,5 - 10n)\kappa,$$

$$\psi = \varphi(n-1)e_1^2,$$

$$e_1 = \exp(-0,1\varphi),$$

$$\varphi = 2x(n-1).$$

Использование данных приближённых соотношений существенно сокращает вычислительные затраты, по сравнению с расчётами, использующими теорию Ми.

Следует отметить, что спектр поглощения относительно невелик и $Q_s^{tr} >> Q_a$ даже при температуре частиц оксида алюминия равной $T_p = 2300\,\text{K}$. В результате преобладающую роль играет рассеяние излучения. Локальная объемная доля частиц не настолько велика, чтобы учитывать так называемое зависимое рассеяние. Последнее утверждение не совсем верно из-за значительного увеличения объёмной доли мелких частиц вблизи поверхности тела. Тем не менее, используемый в работе подход основан на имеющей широкое распространение гипотезе независимого рассеяния [255, 215, 232], которая исходит из предположения, что каждая частица поглощает и рассеивает излучение точно таким же образом, как если бы других частиц не существовало. Кроме того, отсутствует систематическая фазовая зависимость между парциальными волнами, рассеянными отдельными частицами в течение интервала времени наблюдения, соответственно, интенсивности парциальных волн можно складывать без учёта фазы. Другими словами, каждая частица удалена от всех других частиц, и рассеяние на отдельных частицах некогерентно.

Расчётная область включает не только двухфазный поток с присутствием частиц, но и зону чистого газа, в которую частицы не попадают. Коэффициент диффузии излучения в зоне чистого газа считался постоянным и определялся согласно [186]:

$$D_{\lambda}=\frac{d_{\mathrm{s}}\cdot W}{d_{\mathrm{s}}+W},$$

где d_{s} – характерный размер преграды, такой как диаметр сферы, а W – характерный размер расчётной области.

Интегральный поток теплового излучения к поверхности тела определяется после решения краевой задачи для G_{λ} [182]:

$$q_{\mathrm{n}}=\int\limits_{\lambda_{\mathrm{i}1}}^{\lambda_{\mathrm{i}2}} q_{\lambda,\mathrm{n}}d\lambda,$$

$$q_{\lambda,\mathrm{n}}=\frac{\gamma_{\mathrm{w}}}{2}\left(G_{\lambda}-4\pi B_{\lambda}\left(T_{\mathrm{w}}\right)\right).$$

Дискретизация уравнения переноса теплового излучения осуществляется на прямоугольной сетке с использованием центральных разностей. Аппроксимация граничных условий выполнялась неявным методом погруженной границы с фиктивными ячейками [27]. В расчётах использовалась неявная конечно-разностная схема, интегрирование системы линейных уравнений выполнялось методом стабилизированных бисопряжённых градиентов с трёхдиагональным предобуславливанием [268].

Рассматривалась модельная задача обтекания сферы, расположенной в конусе Маха истекающей из сопла сверхзвуковой реактивной струи со взвешенными частицами оксида алюминия Al_2O_3 [30] (рис. 2.11). Радиус обтекаемой сферы в расчётах принимался равным 3 см, расстояние от среза сопла до центра сферы 5,33 см. Параметры газовой струи на выходе из сопла с радиусом выходного сечения 4,66 см принимались следующие: показатель адиабаты $\gamma=1,25$, плотность $\rho_{\infty}=0,6$ кг/м^3, давление $p_{\infty}=2,69\cdot10^{5}$ Па, статическая температура $T_{\infty}=1558$ K, число Маха $M_{\infty}=2$. Объемная концентрация примеси на срезе сопла задавалось равной $C_{\mathrm{V}0}=10^{-4}$. Считалось, что на срезе сопла скорость и температура частиц совпадают с соответствующими величинами для газа. Диаметр частиц варьировался в пределах от 0,5 до 10 мкм. Температура поверхности сферы принималась равной $T_w = 300\,\text{K}$, отражение излучения от поверхности сферы не учитывалось $\varepsilon_w = 1$. Также моделировалось обтекание сферы радиусом 10 см.

Траектории и температура частиц при обтекании сферы радиусом 3 см в бесстолкновительном режиме представлены на рис. 3.13 – 3.15. Самые мелкие частицы диаметром 0,5 мкм уносятся потоком, не достигая поверхности сферы. Более крупные частицы, достигая поверхности, отражаются от неё с коэффициентом восстановления нормальной компоненты импульса $e_N = 0{,}9$.

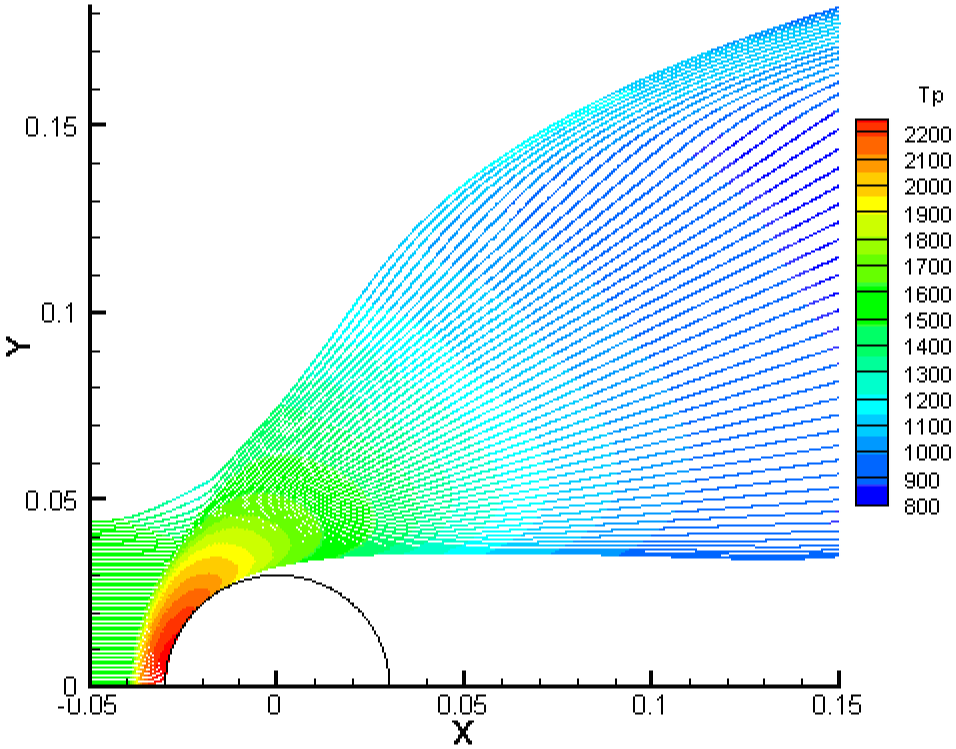


Рис. 3.13. Траектории и температуры частиц диаметром 0,5 мкм, радиус сферы 3 см.

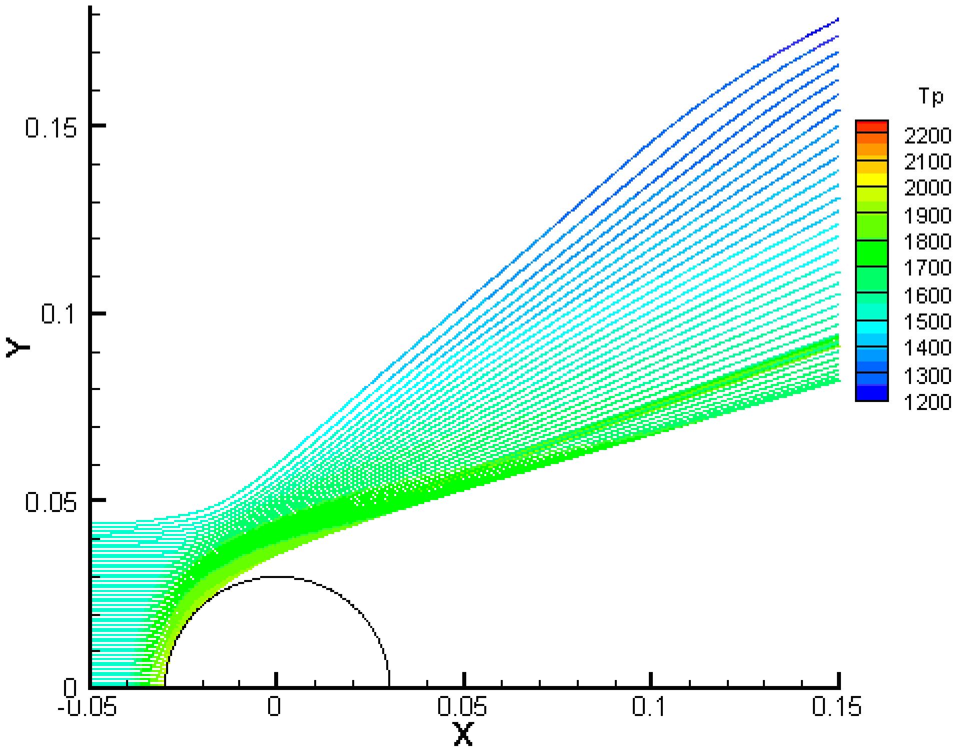


Рис. 3.14. Траектории и температуры частиц диаметром 2 мкм, радиус сферы 3 см.

В случае мелких частиц поток теплового излучения к поверхности обтекаемой сферы достигает максимального значения в малой окрестности критической точки (рис. 3.16). Величина потока теплового излучения достигает трети от уровня конвективного теплового потока. При моделировании примеси относительно крупных частиц наблюдается смещение максимума потока теплового излучения в сторону от критической точки вследствие отражения частиц от поверхности сферы и последующего прогрева отразившихся частиц при движении в ударном слое.

Снижение абсолютных значений потока излучения к поверхности сферы с ростом размера частиц (рис. 3.16) объясняется меньшей температурой крупных частиц, которые не успевают нагреться в ударном слое, а также некоторым снижением оптической плотности среды и оптической толщины ударного слоя.

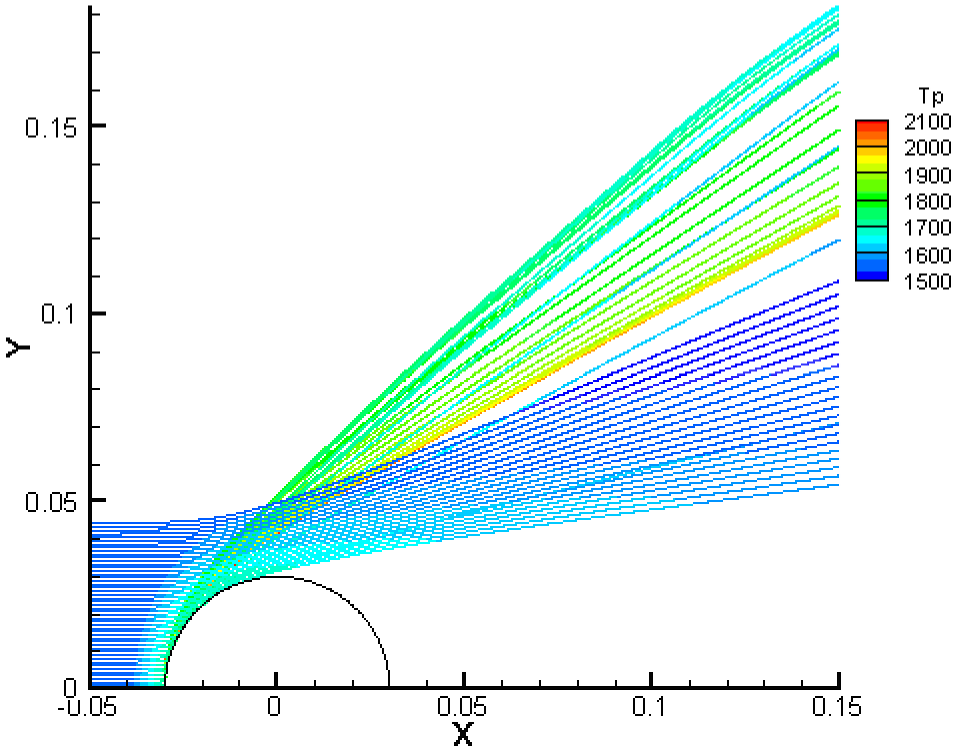


Рис. 3.15. Траектории и температуры частиц диаметром 5 мкм, радиус сферы 3 см.

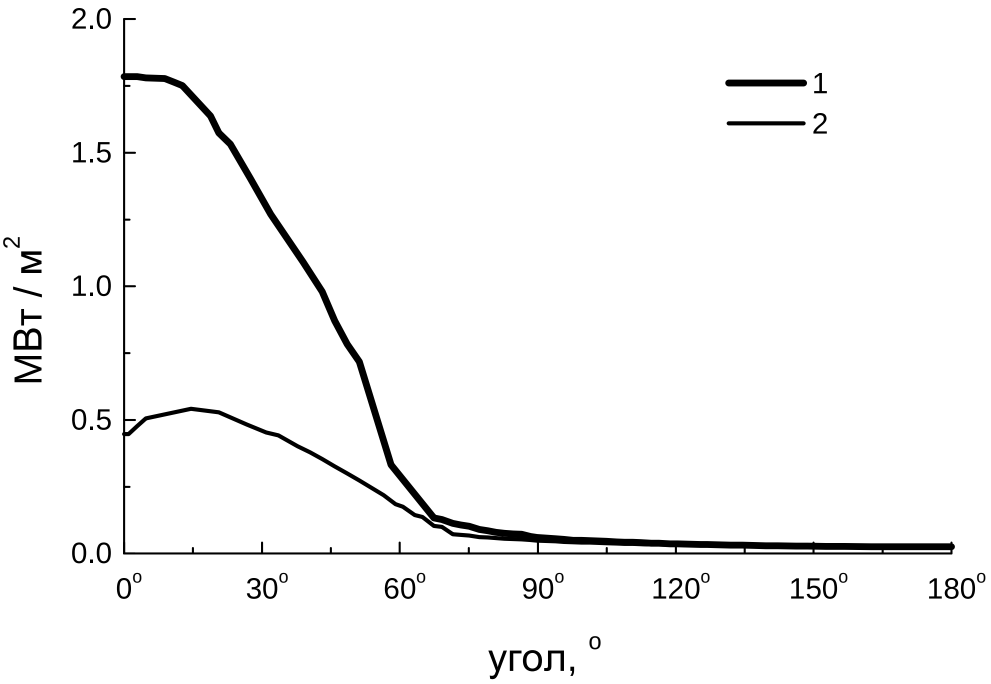


Рис. 3.16. Поток теплового излучения к поверхности сферы радиусом 3см. Диаметр частиц примеси 0,5 мкм (1) и 2 мкм (2).

Увеличение радиуса обтекаемой сферы при фиксированном размере частиц приводит к росту потока излучения до величины, соответствующей максимальной температуре частиц, достигаемой в ударном слое. Из графика на рис. 3.17а видно, что дальнейшее увеличение толщины ударного слоя практически не влияет на поток излучения от мелких частиц, температура которых близка к температуре торможения газа. В то же время более крупные частицы (рис. 3.17б) не успевают затормозиться и нагреться в тонком ударном слое у сферы меньшего радиуса. Дополнительное торможение и прогрев в ударном слое большей преграды способствует росту потока излучения от дисперсной фазы для относительно крупных частиц. Следует отметить, что увеличение размеров обтекаемого тела приводит к снижению конвективного теплового потока и уменьшению доли частиц, соударяющихся с поверхностью тела. Таким образом, потенциально возможны конфигурации, в которых вклад радиационного теплового потока будет превосходить конвективный тепловой поток, а ударная составляющая воздействия примеси при этом может полностью отсутствовать.

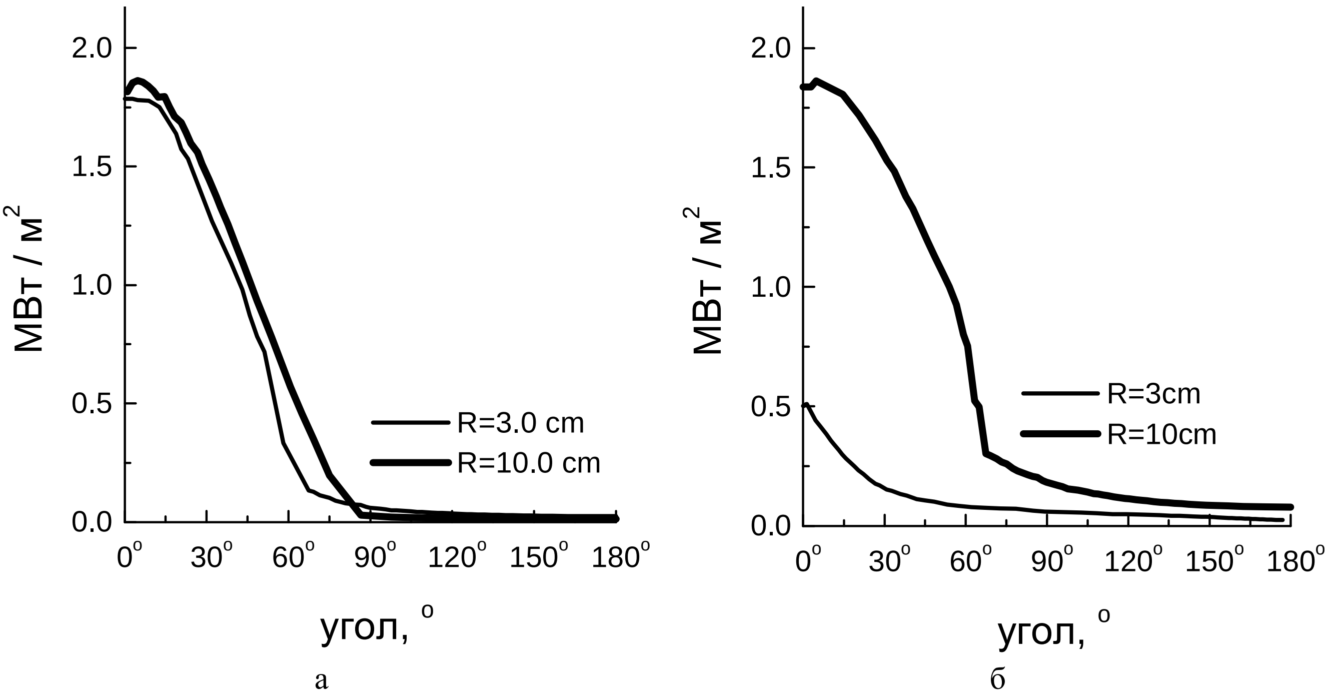


Рис. 3.17. Поток теплового излучения к поверхности сферы, диаметр частиц примеси 0.5 мкм (а) и 10 мкм (б). Варьируется радиус сферы.

Влияние учёта столкновений между частицами на поток теплового излучения проиллюстрировано графиками на рис. 3.18. Изменения траектории движения частиц вследствие соударений приводит к их попаданию в область за обтекаемой сферой, где частицы тормозятся и повторно нагреваются. Такое распределение дисперсной фазы приводит к значительному росту потока излучения в тыловой зоне поверхности обтекаемой сферы. Некоторое увеличение потока излучения в окрестности передней критической точки можно объяснить более продолжительным пребыванием в ударном слое разогретых и отразившихся от поверхности частиц.

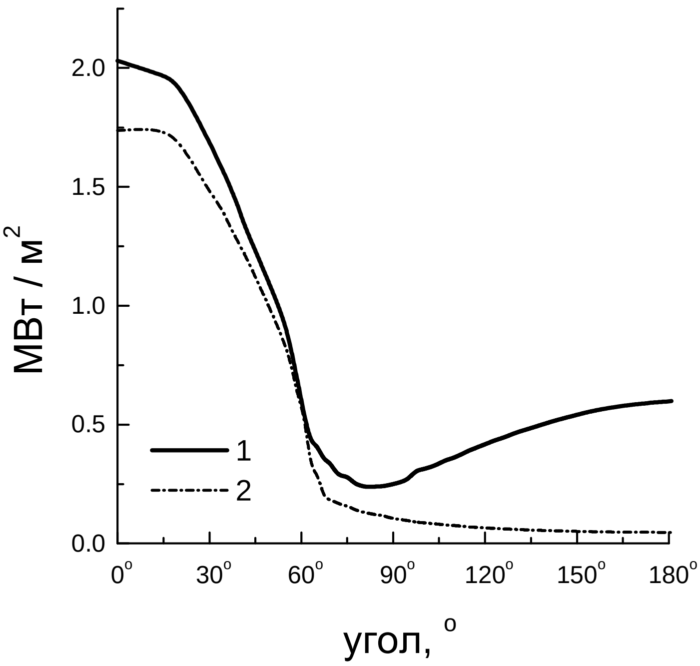


Рис. 3.18. Поток теплового излучения к поверхности сферы радиусом 10см. Диаметр частиц примеси 5 мкм. Режимы расчёта: столкновительный (1), бесстолкновительный (2).

Перейдем к рассмотрению вариантов с полидисперсной примесью. Будем использовать следующую вычислительную схему. В результате решения уравнений динамики двухфазного ударного слоя для каждой вычислительной ячейки сетки, на которой решаются уравнения радиационного теплообмена, могут быть получены данные о количестве находящихся в ней частиц, их размерах и температурах. Таким образом для каждой ячейки определяются три массива T_p, D_p, N_p, где T_p – температура частицы с точностью в 1К, учитываются все частицы с температурой в пределах данного интервала, D_p – диаметр частиц, N_p – количество частиц в ячейке пространства с соответствующими диаметром и температурой. На основании этих данных вычисляются коэффициенты рассеяния и поглощения, после чего осуществляется расчёт переноса теплового излучения:

$$\alpha_\lambda = \sum_{i=1}^{N_p} \alpha_{\lambda,i} \, , \; \alpha_{\lambda,i} = 0,75 \frac{C_{V,i}}{r_{p,i}} Q_{a,i} \, ,$$

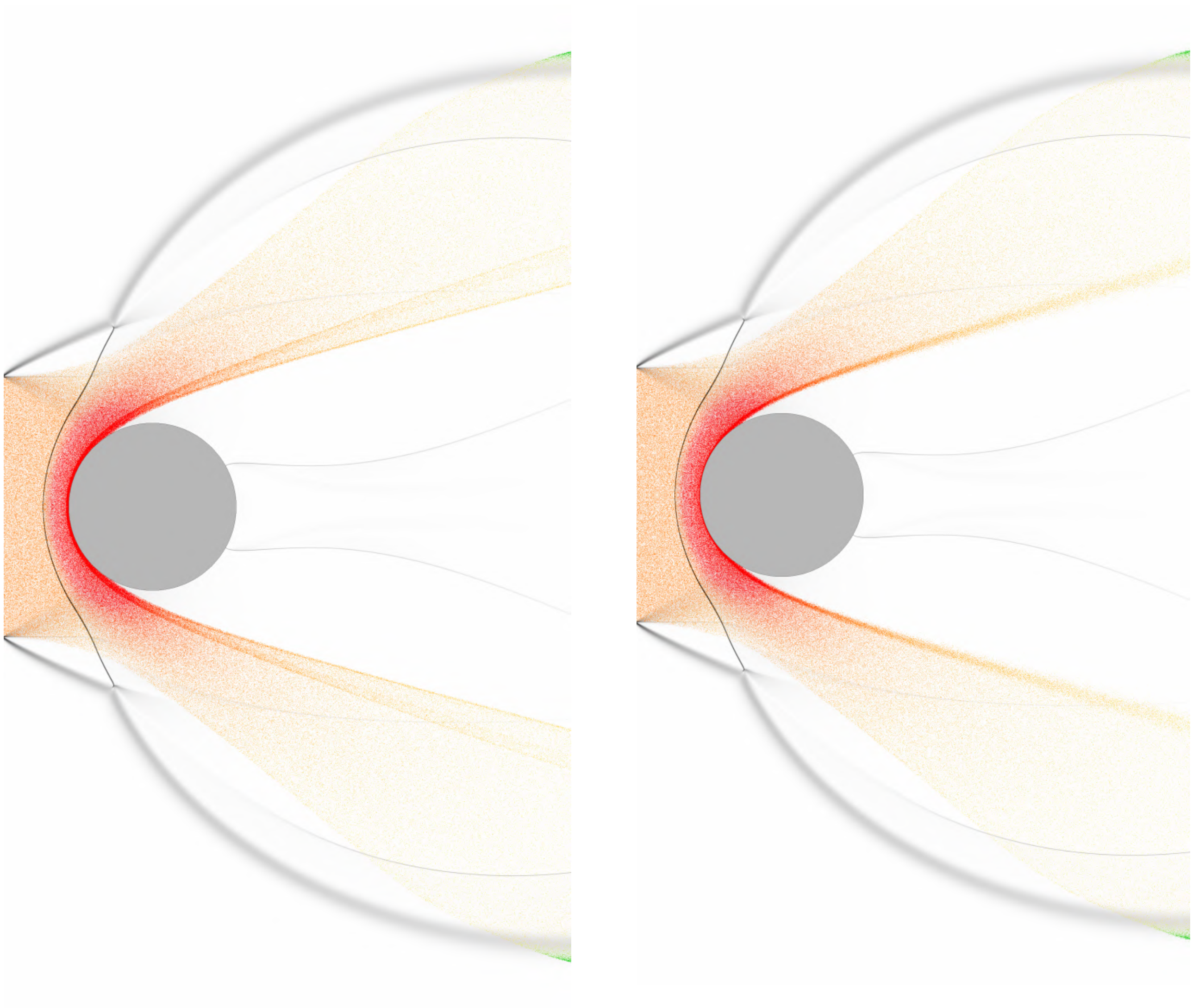
$$\sigma_\lambda^{tr} = \sum_{i=1}^{N_p} \sigma_{\lambda,i}^{tr}, \ \sigma_{\lambda,i}^{tr} = 0,75 \frac{C_{V,i}}{r_{p,i}} Q_{s,i}^{tr},$$

$$S_\lambda = \sum_{i=1}^{N_p} S_{\lambda,i}, \ S_{\lambda,i} = 0,75 \frac{C_{V,i}}{r_{p,i}} Q_{a,i} B_\lambda (T_i).$$

Расчёты проводились для примеси частиц диаметром 2, 5 и 10 мкм. Столкновения между частицами считались абсолютно упругими. В модели отражения частицы от поверхности сферы использовался коэффициент восстановления нормальной компоненты импульса равный $e_N = 0,9$. Рассматривались варианты монодисперсной, бидисперсной и полидисперсной примеси суммарной концентрацией на срезе сопла $C_{V0} = 10^{-4}$. Обратное влияние частиц на несущую фазу в данных расчётах не учитывалось.

В расчётах для монодисперсной столкновительной и бидисперсной примесью рассматривался вариант поверхности с температурой $T_w = 300\,\text{K}$, когда радиационный теплообмен обусловлен собственным излучением нагретых частиц. При этом использовалась модель на основе P_1-приближения, которая, как отмечалось, обеспечивает достаточную точность в случае «холодной» поверхности. Исследуется роль столкновений между частицами, а также влияние бидисперсности частиц на радиационный теплообмен между дисперсной фазой и поверхностью обтекаемого тела.

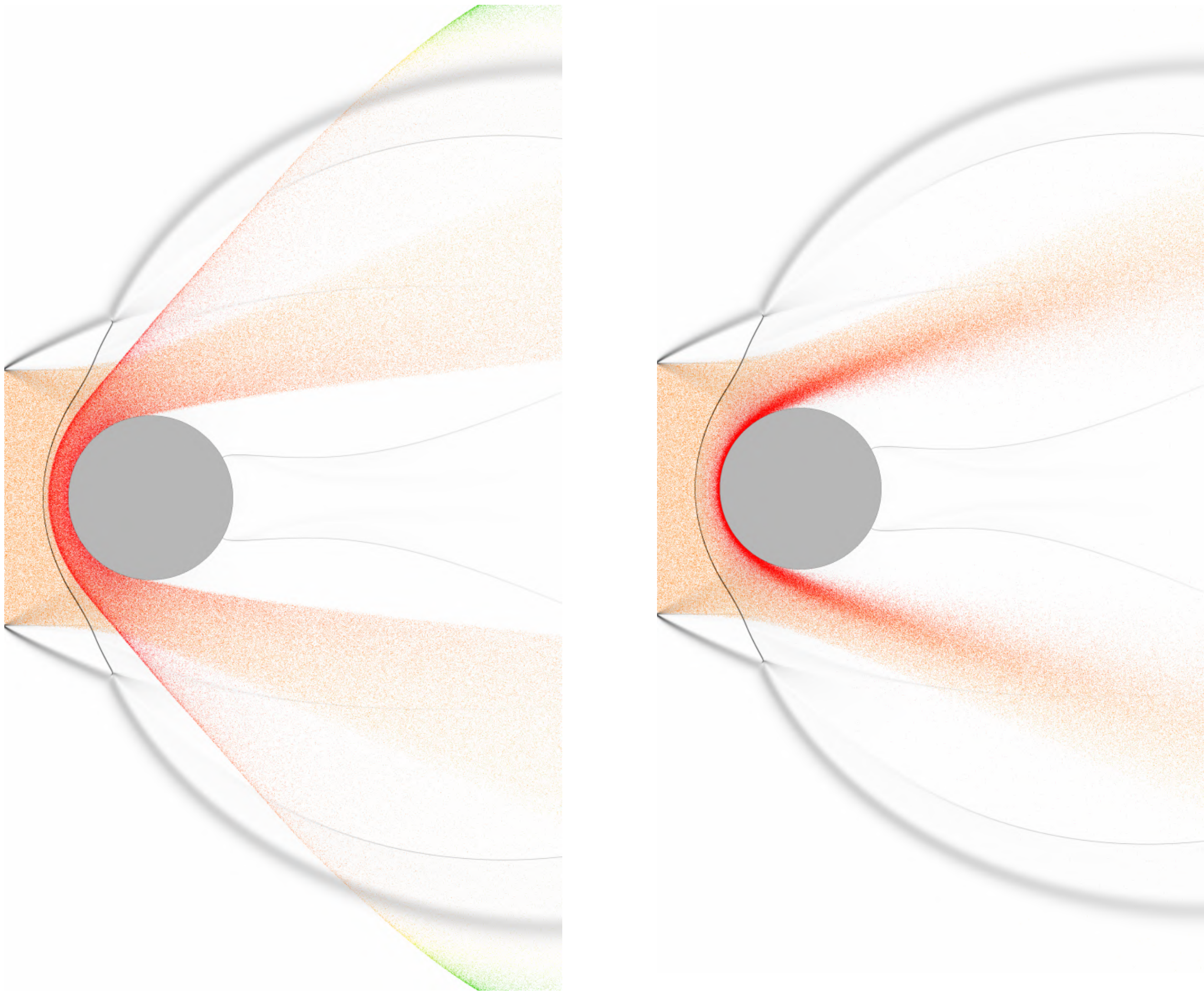
На рис. 3.19 – 3.21 представлены мгновенные картины распределения частиц монодисперсной примеси, полученные расчётом в бесстолкновительном и столкновительном режимах. Цветовая гамма иллюстрирует тепловое состояние дисперсной фазы.



а б

Рис. 3.19. Обтекание сферы монодисперсным потоком. Распределение и температура частиц диаметром 2 мкм. Режимы расчёта: бесстолкновительный (а), столкновительный (б).

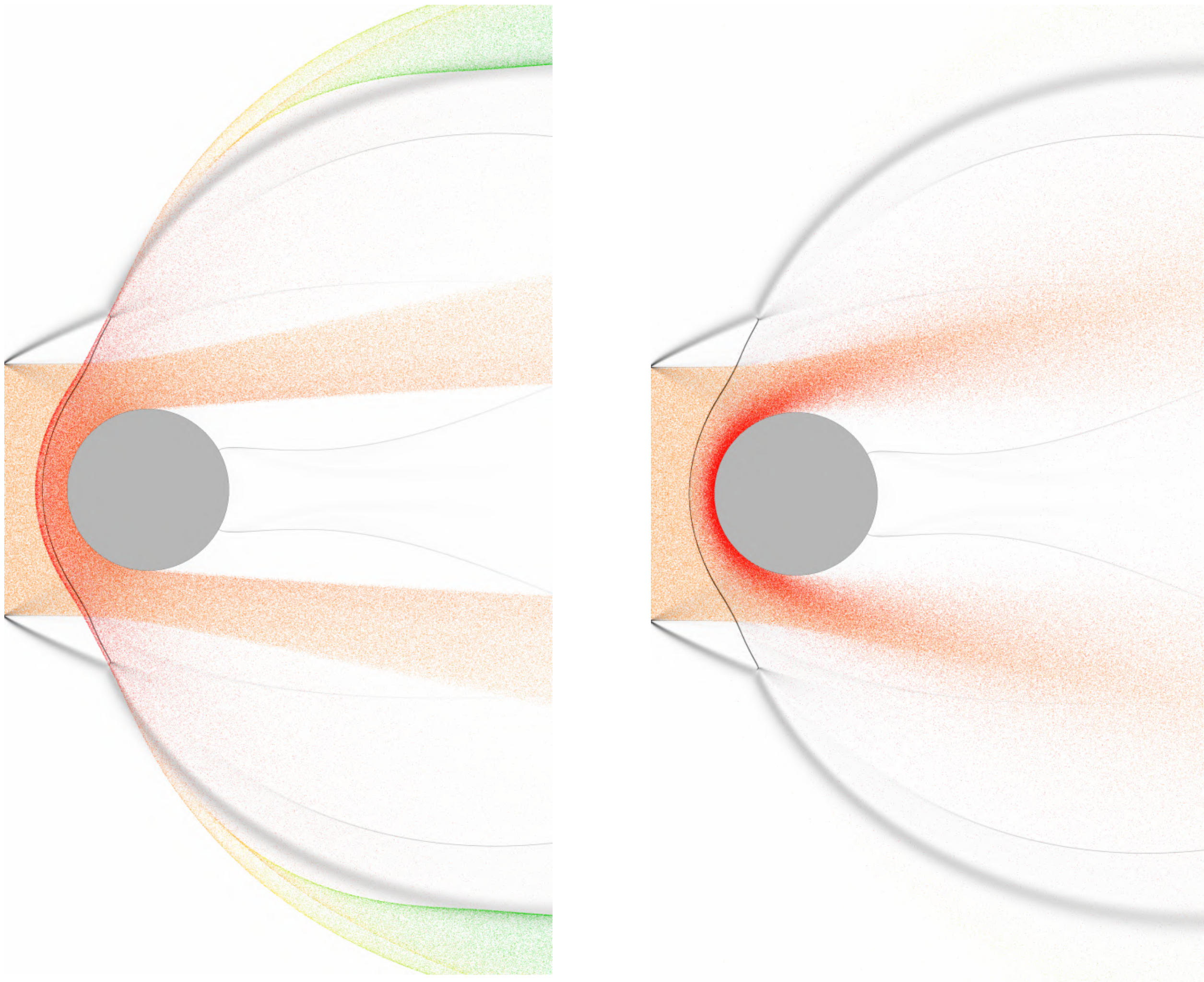
Частицы малого размера диаметром 2 мкм (рис. 3.19) сильно тормозятся в ударном слое, достигая поверхности с низкими скоростями, в результате роль столкновений оказывается незначительной, картины распределения в бесстолкновительном и столкновительном режимах довольно близки.



а б

Рис. 3.20. Обтекание сферы монодисперсным потоком. Распределение и температура частиц диаметром 5 мкм. Режимы расчёта: бесстолкновительный (а), столкновительный (б).

Для более крупных частиц (рис. 3.20, 3.21) существенную роль начинает играть взаимодействие набегающих частиц с отражёнными от поверхности. В бесстолкновительном варианте отчетливо прослеживается пристеночный слой горячих частиц, отмеченных красным цветом, ограниченный ярко выраженной огибающей, соответствующей максимальному удалению от поверхности отраженных частиц. Отраженные частицы, находясь большее время в области горячего газа по сравнению с набегающими частицами, вносят основной вклад в повышение температуры дисперсного слоя.



а б

Рис. 3.21. Обтекание сферы монодисперсным потоком. Распределение и температура частиц диаметром 10 мкм. Режимы расчёта: бесстолкновительный (а), столкновительный (б).

Для частиц диаметром 10 мкм (рис. 3.21) толщина слоя нагретых частиц близка и в лобовой части даже несколько превышает толщину ударного слоя. Учёт столкновений между частицами приводит к сокращению толщины дисперсного слоя и росту концентрации примеси внутри него. При этом уменьшается средняя скорость взаимодействия частиц с поверхностью, но существенно возрастает кратность соударений. Этот эффект подробно исследовался в первом разделе работы с точки зрения влияния учёта столкновений на плотность потока массы и кинетической энергии дисперсной фазы к поверхности. Рассмотрим влияние данного фактора на поток излучения частиц к поверхности. С этой точки зрения принципиальным является возрастание концентрации примеси в пристеночном слое и повышение средней температуры частиц, что обусловлено большим временем их пребывания в горячей зоне в ударном слое.

На рис. 3.22 представлены продольные распределения плотности интегрального по длине волны потока теплового излучения дисперсного слоя к холодной поверхности сферы для частиц диаметром 5 мкм и 10 мкм. Интегральный поток излучения отнесен к величине $Q_0 = \sigma T_0^4$ при $T_0 = 2336\,\mathrm{K}$. Наблюдается существенное возрастание потока излучения в случае столкновительной примеси.

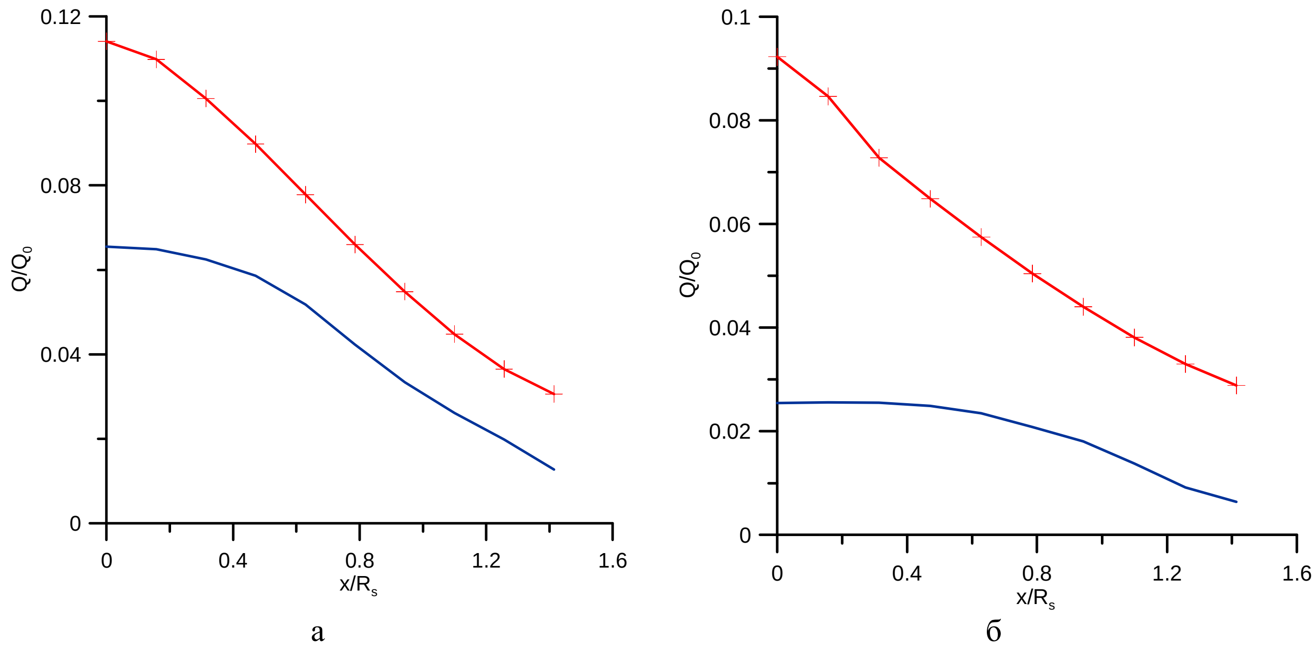
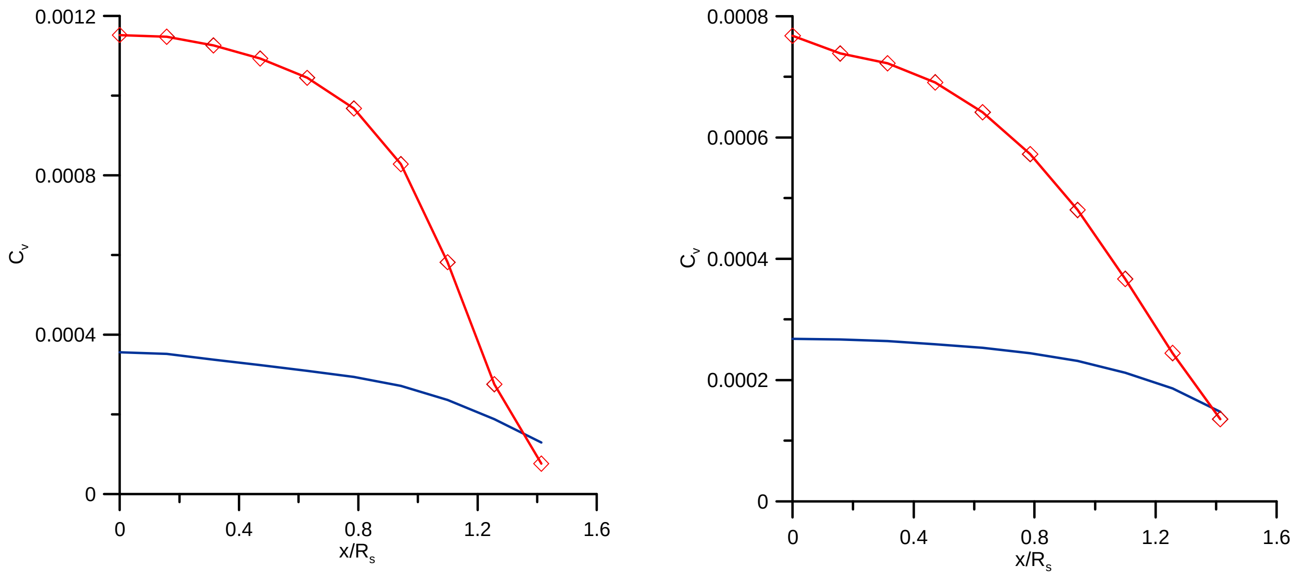


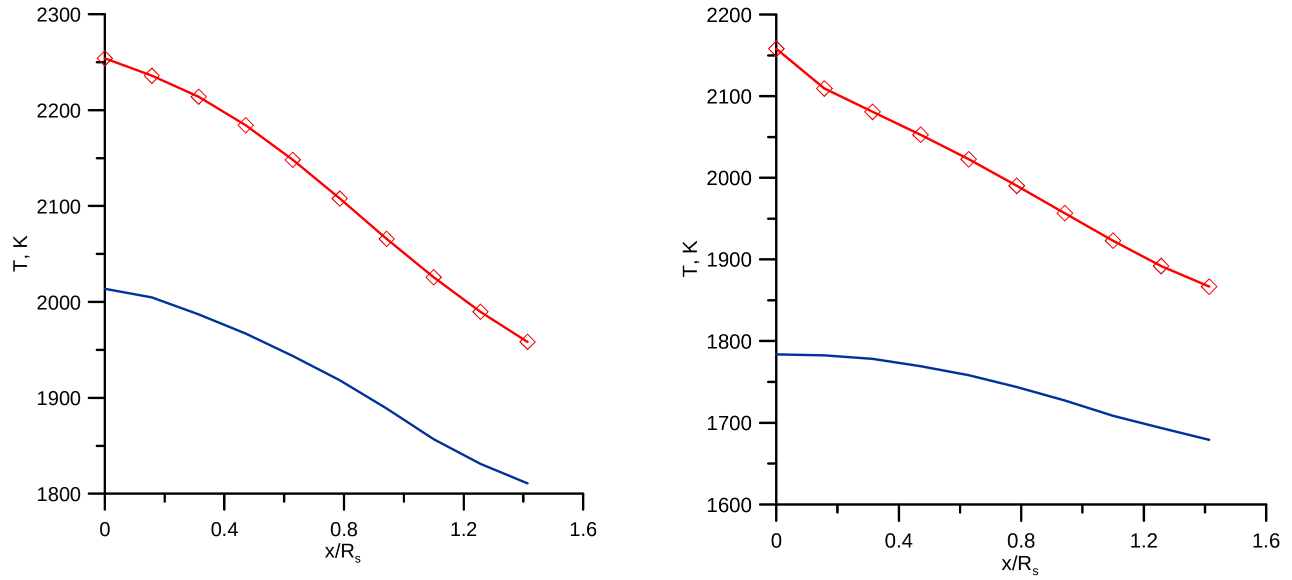
Рис. 3.22. Распределение плотности потока излучения вдоль обтекаемой поверхности. Режимы расчёта: бесстолкновительный (сплошная кривая), столкновительный (маркированная кривая). Диаметр частиц 5 мкм (а), 10 мкм (б).

Графики на рис. 3.23, 3.24 иллюстрируют отмеченное выше на основании картин распределения в пространстве (рис. 3.20 – 3.21) возрастание концентрации и средней температуры частиц примеси у обтекаемой поверхности в столкновительном режиме. Полученные результаты свидетельствуют о важности учёта столкновений между частицами при моделировании радиационного теплообмена.



а б

Рис. 3.23. Распределение концентрации частиц в пристеночном слое вдоль обтекаемой поверхности. Режимы расчёта: бесстолкновительный (сплошная кривая), столкновительный (маркированная кривая). Диаметр частиц 5 мкм (а), 10 мкм (б).



а б

Рис. 3.24. Распределение средней температуры частиц в пристеночном слое вдоль обтекаемой поверхности. Режимы расчёта: бесстолкновительный (сплошная кривая), столкновительный (маркированная кривая). Диаметр частиц 5 мкм (а), 10 мкм (б).

В следующей серии вычислительных экспериментов рассматривается обтекание сферы запылённым потоком с бидисперсной примесью в трёх комбинациях размеров частиц: 2 мкм и 5 мкм, 2 мкм и 10 мкм, 5 мкм и 10 мкм. Фракции примеси берутся в равных объемных долях при суммарной концентрации на выходе из сопла $C_{V0} = 10^{-4}$. Все расчёты выполнялись в столкновительном режиме.

На рис. 3.25 – 3.27 приведены продольные распределения плотности интегрального потока теплового излучения дисперсного слоя к холодной поверхности сферы. Кривые 1 и 2 соответствуют монодисперсной примеси двух характерных размеров, кривая 3 – бидисперсной.

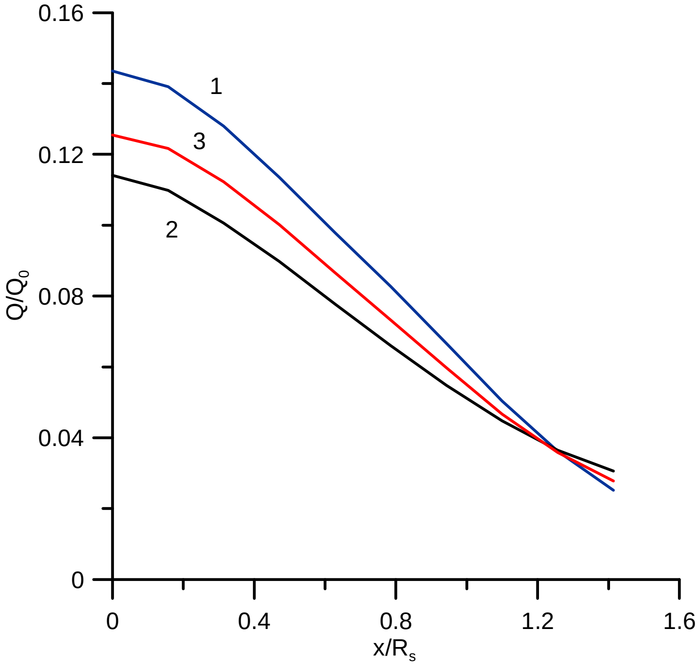


Рис. 3.25. Распределение плотности потока излучения вдоль обтекаемой поверхности. 1 – монодисперсная примесь 2 мкм, 2 – монодисперсная примесь 5 мкм, 3 – бидисперсная примесь 2 мкм и 5 мкм.

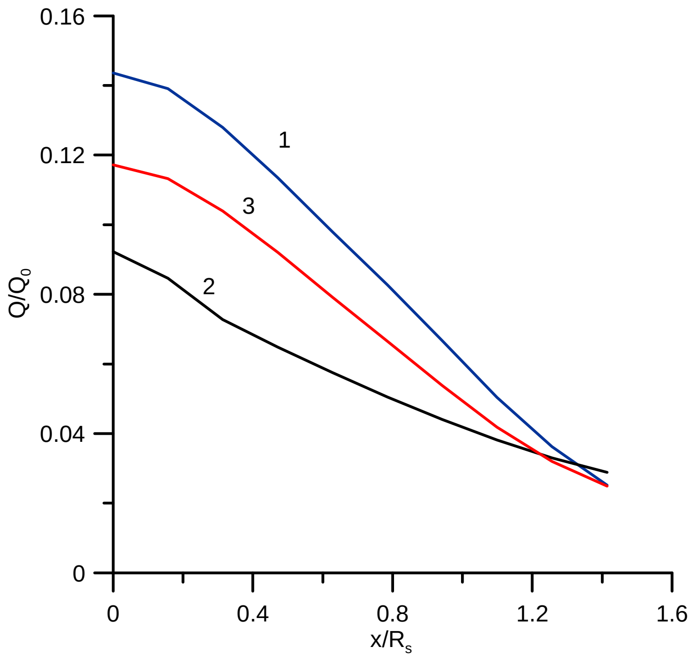


Рис. 3.26. Распределение плотности потока излучения вдоль обтекаемой поверхности. 1 – монодисперсная примесь 2 мкм, 2 – монодисперсная примесь 10 мкм, 3 – бидисперсная примесь 2 мкм и 10 мкм.

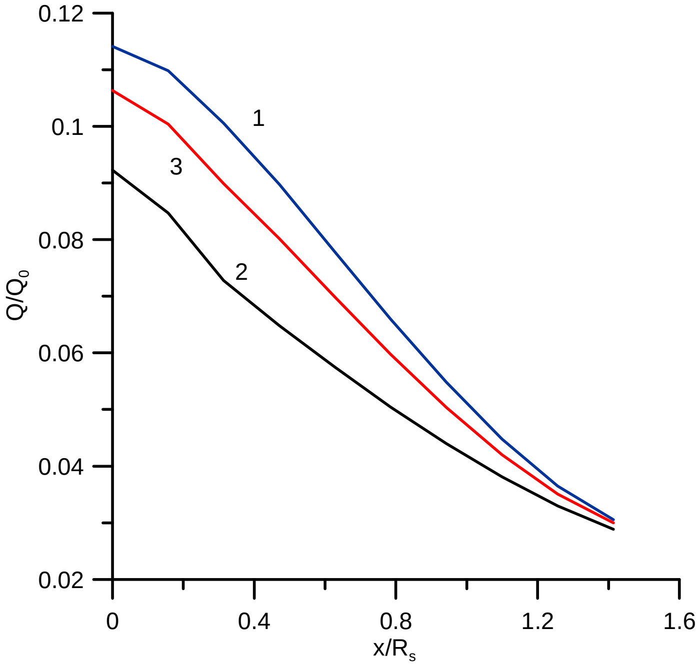


Рис. 3.27. Распределение плотности потока излучения вдоль обтекаемой поверхности.
1 – монодисперсная примесь 5 мкм, 2 – монодисперсная примесь 10 мкм,
3 – бидисперсная примесь 5 мкм и 10 мкм.

Во всех проведённых расчётах кривая потока излучения бидисперсной примеси к поверхности лежит между соответствующими значениями для монодисперсной примеси.

В следующих расчётах моделировалось обтекание сферы полидисперсной примесью с двухпараметрическим гамма-распределением частиц по размерам с максимумом распределения в точке $r_p = \dfrac{B}{A}$ (рис. 3.28), которое широко используется для дисперсного состава природных и промышленных аэрозолей [163, 256, 161, 176, 182]:

$$F\left(r_p\right) = \frac{A^{B+1}}{\Gamma\left(B+1\right)} r_p^B \exp\left(-Ar_p\right),$$

$$\int\limits_0^\infty F\left(r_p\right) dr_p = 1.$$

Объемная концентрация частиц вычисляется согласно:

$$C_{\mathrm{V}} = \frac{4\pi}{3} N_{\mathrm{p}} \int\limits_0^\infty r_p^3 F\left(r_p\right) dr_p \,,$$

где N_{p} - общее количество частиц в единице объема.

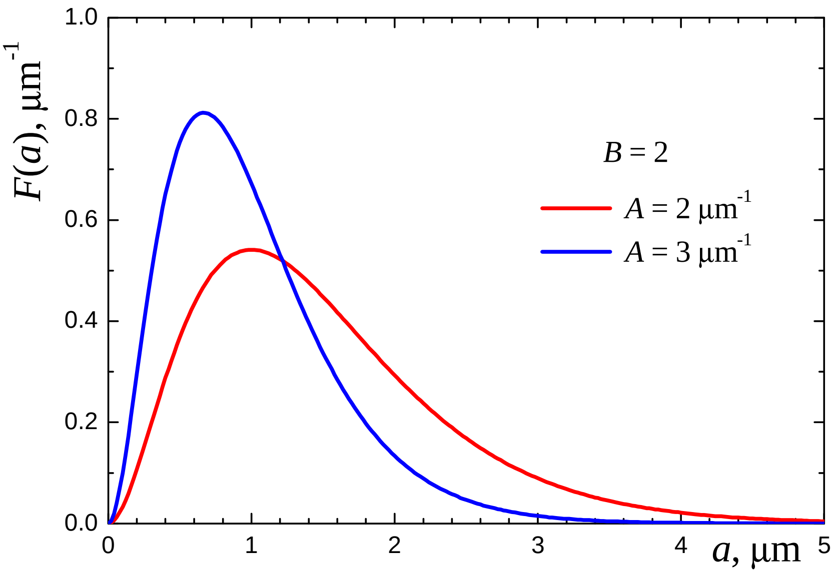


Рис. 3.28. Гамма-распределения частиц по размерам. Здесь а – радиус частицы.

На рис. 3.29а представлен вариант обтекания «холодной» поверхности $T_w = 300\,\text{K}$, когда радиационный теплообмен обусловлен собственным излучением нагретых частиц. Представлены продольные распределения плотности интегрального по длине волны потока теплового излучения. Интегральный поток излучения отнесен к величине $Q_0 = \sigma T_0^4$ при $T_0 = 2336\,\text{K}$.

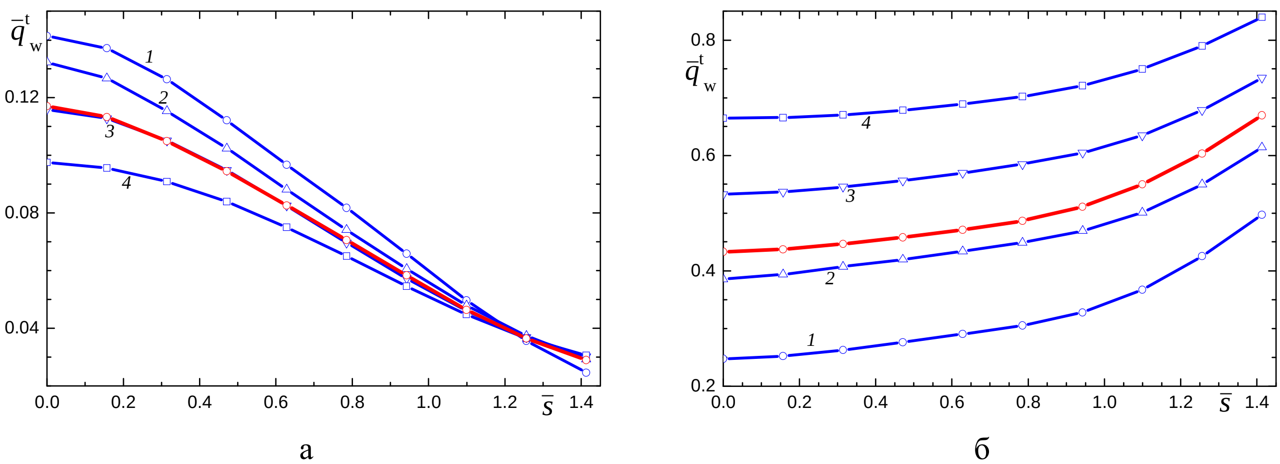


Рис. 3.29. Распределения относительного потока излучения вдоль «холодной» (а) и «горячей» (б) поверхности, красная кривая - полидисперсная примесь B=2, A=3 мкм$^{-1}$, синие кривые – монодисперсная примесь радиусом (*1*) 1 мкм, (*2*) 1,5 мкм, (*3*) 2 мкм, (*4*) 3,5 мкм.

Кривая распределения потока излучения для полидисперсной примеси вдоль поверхности очень близка к кривой, даваемой моделью монодисперсной примеси с эффективным радиусом:

$$r_p^m = \frac{\int\limits_0^\infty r_p^4 F\left(r_p\right) dr_p}{\int\limits_0^\infty r_p^3 F\left(r_p\right) dr_p} = \frac{B+4}{A} = 2\,\text{мкм.}$$

На рис. 3.29б даны аналогичные распределения для случая «горячей» поверхности при $T_w = T_0$. Как и в случае «холодной» стенки, прослеживается хорошее согласование результатов, полученных для примеси полидиспресного состава с монодисперсной примесью, имеющей, однако, другой эффективный радиус:

$$r_p^m = \frac{\int\limits_0^\infty r_p^3 F\left(r_p\right) dr_p}{\int\limits_0^\infty r_p^2 F\left(r_p\right) dr_p} = \frac{B+3}{A} = 1{,}67\,\text{мкм.}$$

Далее рассмотрим нагрев обтекаемого тела в сверхзвуковом гетерогенном потоке с варьированием размера частиц. На рис. 3.30 показано изменение температуры поверхности стального шара по времени в окрестности критической точки. Видно, что в течение всего процесса температура поверхности в запыленном потоке выше, чем в чистом газе. На начальной стадии различие малозаметно, так как поток излучения от частиц к поверхности существенно ниже конвективного теплового потока. По мере нагрева поверхности все большую роль играет блокирование частицами собственного теплового излучения поверхности. Отличие кривых, полученных для чистого газа и запыленного потока, становится более заметным и достигает максимума при выходе на установившийся радиационно-равновесный режим.

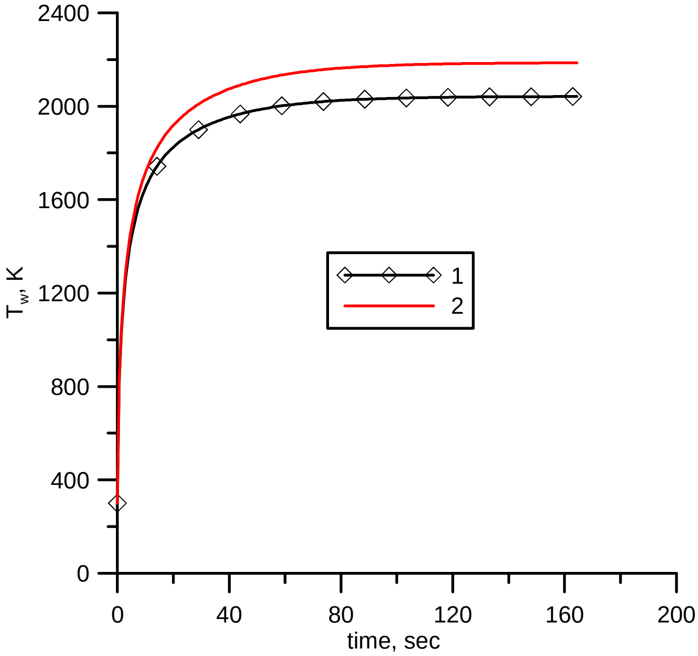
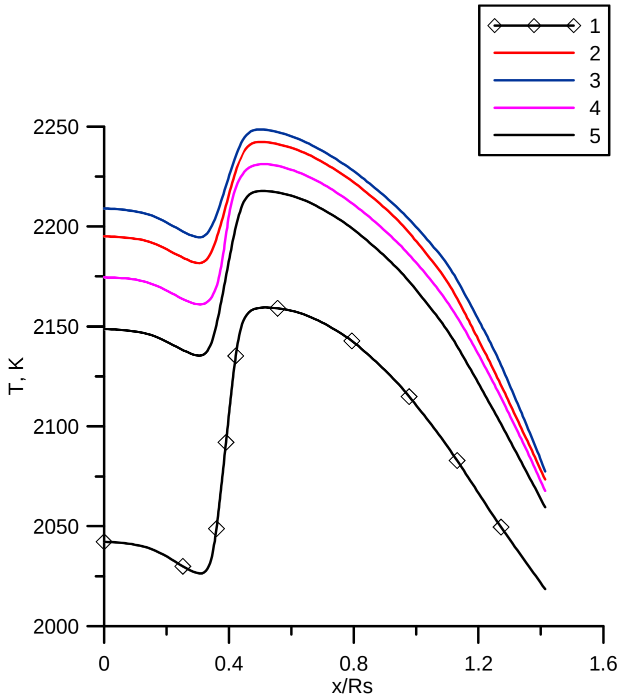
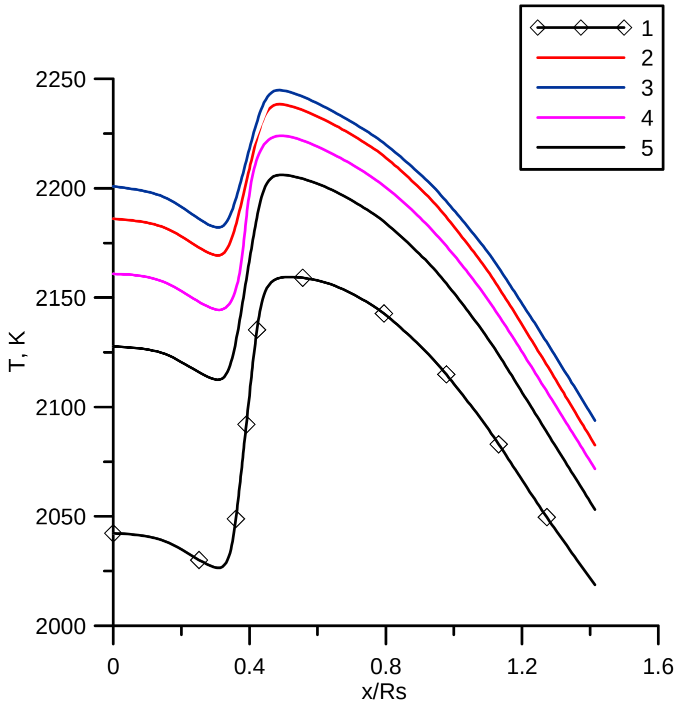


Рис. 3.30. Изменение температуры поверхности стального шара во времени в окрестности критической точки. 1 – чистый газ, 2 – запыленный поток.

Распределения радиационно-равновесной температуры вдоль поверхности для вариантов полидисперсной и монодисперсной примеси представлены рис. 3.31а. Для сравнения на рис. 3.31б приведены аналогичные результаты, полученные с использованием P_1-приближения.



а



б

Рис. 3.31. Продольное распределение радиационно-равновесной температуры поверхности. Комбинированный метод (а), P_1-приближение (б). Чистый газ (1), полидисперсная примесь (2), монодисперсная примесь радиусом 1,5 мкм (3), 2 мкм (4), 2,5 мкм (5).

Видно, что на качественном уровне закономерности сохраняются, при этом количественно P_1-приближение немного занижает радиационно-равновесную температуру, что в большей степени проявляется по мере увеличения размера частиц.

Таким образом, на основе модифицированной вычислительной модели проведена серия расчётов, направленных на исследование учёта столкновений между частицами на поток излучения дисперсной фазы к обтекаемой поверхности, а также влияния бидисперсного и полидисперсного состава примеси на радиационный теплообмен между дисперсной фазой и поверхностью обтекаемого тела.

Показано, что в случае средне- и крупнодисперсной примеси наличие столкновений между частицами приводит к повышению концентрации и средней температуры дисперсной фазы в приповерхностном слое. Это обуславливает возрастание потока излучения дисперсной фазы к поверхности. Таким образом, полученные результаты свидетельствуют о важности учёта столкновений между частицами при моделировании радиационного теплообмена.

Показано, что поток излучения бидисперсной примеси к поверхности лежит между соответствующими значениями для монодисперсной примеси. Исследован случай двухпараметрического гамма-распределения частиц по размерам. Рассмотрены варианты «холодной» и «горячей» поверхности обтекаемого тела. Показано, что радиационный теплообмен между дисперсной фазой и обтекаемой поверхностью в случае полидисперсного состава примеси может быть достаточно точно рассчитан с использованием модели монодисперсной примеси. При этом эффективный размер частиц монодисперсной примеси различен для вариантов «холодной» и «нагретой» поверхности.

Выводы к главе 3

Разработана комплексная математическая модель теплоэрозионного разрушения материалов в гетерогенном потоке, сочетающая модель динамики дисперсной фазы и решение уравнений газовой динамики на декартовых сетках с моделью тепломассопереноса в разрушающемся теле. Выполнена программная реализация представленных алгоритмов. Проведена серия вычислительных экспериментов с целью исследования роли таких факторов как обратное влияние изменения формы тела на течение в ударном слое, столкновений частиц и обратного влияния примеси на несущую фазу с точки зрения скорости уноса материала и результирующей формы тела. Показана необходимость учёта всех обозначенных факторов при высоких значениях концентрации примеси. Наиболее ярко при этом проявляется роль экранирующего эффекта, обусловленного столкновением налетающих частиц с отражёнными от поверхности.

Вычислительная модель течения и теплообмена газа со взвешенными частицами при сверхзвуковом обтекании затупленных тел дополнена учётом теплового излучения. Собственное тепловое излучение частиц, оптические свойства поверхности обтекаемого тела, а также поглощение и рассеяние излучения частицами учитываются на основе P_1-приближения для переноса излучения и приближенных аналитических соотношений для радиационных характеристик дисперсной среды.

Проведённые вычислительные эксперименты по моделированию обтекания сфер монодисперсной примесью частиц показали, что при фиксированной массовой концентрации частиц поток излучения к поверхности преграды существенно увеличивается при уменьшении размера частиц, достигая значений, соизмеримых с конвективным тепловым потоком. Расчёты для относительно крупных частиц показали немонотонное изменение потока излучения вдоль поверхности обтекаемого тела, максимум потока излучения смещается от критической точки, эффект объясняется прогревом частиц после отражения от поверхности тела.

Учёт столкновений между частицами приводит к повышению концентрации и средней температуры дисперсной фазы в приповерхностном слое, что способствует возрастанию потока излучения дисперсной фазы к поверхности, кроме того, наблюдается увеличение потока теплового излучения в тыловой зоне поверхности преграды. Полученные результаты свидетельствуют о важности учёта столкновений между частицами при моделировании радиационного теплообмена.

Показано, что поток излучения бидисперсной примеси к поверхности лежит между соответствующими значениями для монодисперсной примеси.

Показано, что радиационный теплообмен между дисперсной фазой и обтекаемой поверхностью в случае полидисперсного состава примеси, размер частиц которой подчиняется двухпараметрическому гамма-распределению, может быть достаточно точно рассчитан с использованием модели монодисперсной примеси, однако, следует учесть, что эффективный размер частиц отличен в случае «холодной» и «горячей» поверхности обтекаемого тела.

ГЛАВА 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ОДИНОЧНОЙ КРУПНОЙ ЧАСТИЦЫ С УДАРНЫМ СЛОЕМ В ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ ПОСТАНОВКЕ

Введение

В предыдущих главах рассматривались различные факторы воздействия мелкодисперсной и среднедисперсной примеси частиц на ударный слой и обтекаемое двухфазным потоком тело. Частицы мелкодисперсной примеси, которая уносится потоком, не достигая преграды, способны быстро прогреваться. Их взаимодействие с ударным слоем может приводить к усилению конвективного теплообмена [16, 281, 87, 88]. Частицы среднего размера после отражения от поверхности создают экранирующий эффект на пути набегающих частиц [282]. Изучались различные факторы как непосредственного ударного, так и опосредованного через излучение воздействия примеси на поверхность, которые могут вызвать интенсификацию или, наоборот, замедлять эрозионное разрушение тела [81, 82, 84]. Следует отметить и тот факт, что присутствие дисперсной примеси в потоке может также влиять на интенсивность турбулентности [21]. Подробный обзор современного состояния исследований области обтекания тел дисперсными газовыми потоками приведен в работе [24], различные аспекты моделирования гетерогенных течений рассматриваются в недавно вышедших публикациях [57, 134, 135, 119].

Отдельные вопросы вызывает наблюдаемая в стендовых экспериментах интенсификация теплообмена при обтекании тел гетерогенными потоками с крупнодисперсными частицами, которые слабо тормозятся и нагреваются в ударном слое. В экспериментах с такими частицами наблюдалось усиление теплообмена в несколько раз по сравнению с теплообменом в чистом газе даже при относительно низкой концентрации частиц в потоке [192, 45, 103, 84]. Так, в ходе испытаний, проводимых в 1960-х годах при отработке режимов поршневой газодинамической установки [8–10], было обнаружено, что наличие даже небольшого количества твёрдых частиц с массовой долей менее 1% в сверхзвуковом потоке приводит к кратному, вплоть до четырёх раз, увеличению теплового потока к поверхности модели [9], при том, что поток кинетической энергии частиц в этих экспериментах не превышал 10% от зафиксированной величины теплового потока. Откуда следует заключение об интенсификации теплообмена между газом и поверхностью модели вследствие присутствия частиц. В работе [10] на основании результатов высокоскоростной фотосъемки эксперимента (рис. 4.1) был сделан вывод о том, что основной причиной увеличения теплового потока является искажение формы головного скачка уплотнения вследствие взаимодействия газа с частицей, и проведена аналогия с картиной обтекания затупленного тела с острой иглой.

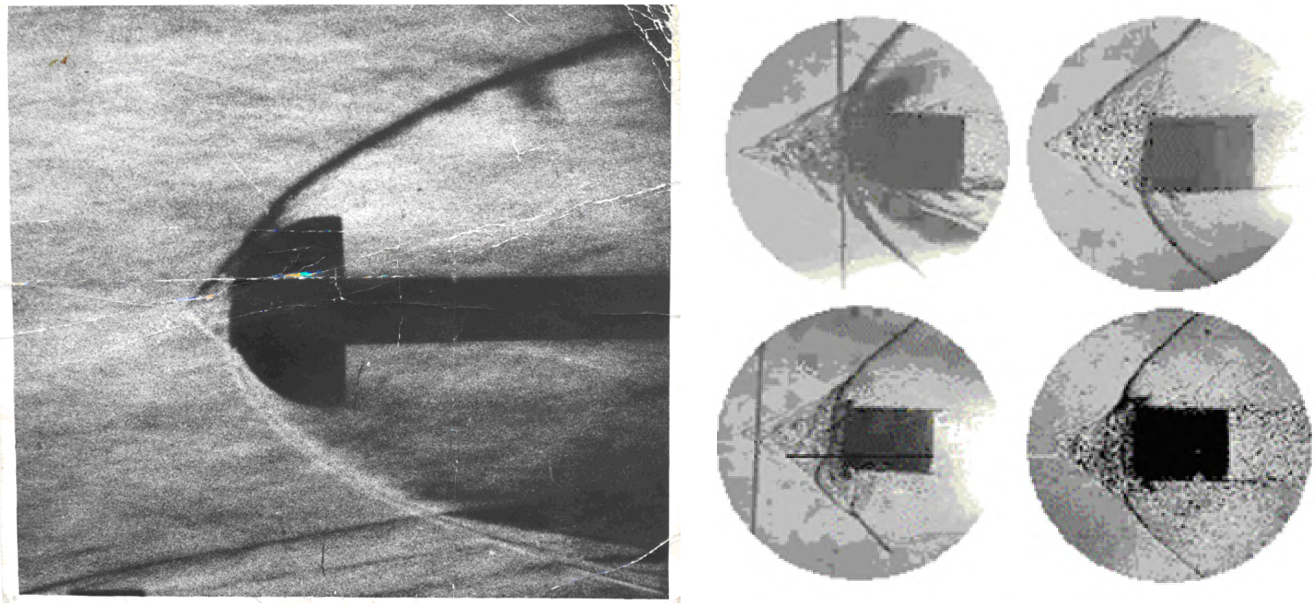


Рис. 4.1. Изменение течения в ударном слое при движении крупных частиц [8].

Первоначально предполагалось, что в значительной мере возмущение ударного слоя вызывают отстающие от газа движущиеся по потоку частицы, однако отсутствие интенсификации теплового потока при обтекании заостренных тел, а также существенное снижение интенсификации при использовании в качестве преграды мишени из мягких материалов, таких как олово, свинец, фторопласт, по сравнению со стальными мишенями, от которых частицы отскакивают на большее удаление, позволили сделать заключение, что картину течения искажают в первую очередь именно отражённые от поверхности преграды частицы, движущиеся навстречу набегающем потоку. Данные выводы подтверждаются результатами высокоскоростной фотосъемки при проведении стендовых экспериментов по исследованию интенсификации теплообмена частицами на установках BHWT компании Boeing и AEDC DET в центре Арнольда [192, 45].

Отличительной особенностью рассматриваемых процессов является сверхзвуковая скорость частиц при их движении в сжатом слое, что сопровождается локальными ударно-волновыми эффектами. Кроме того, такие частицы, двигаясь с высокой скоростью с набегающим потоком, после отражения от поверхности могут достигать головной ударной волны, воздействуя на структуру и характеристики ударного слоя [192, 32, 1].

Согласно проведенным вычислительным экспериментам, учёт только межфазного обмена импульсом и энергией в совокупности с ударной составляющей теплового потока, обусловленной потерей кинетической энергии частиц при столкновении с обтекаемой поверхностью, не позволяет добиться удовлетворительного согласования с экспериментальными данными. Известен ряд полуэмпирических моделей [192, 45, 84, 206, 43, 103], позволяющих с той или иной степенью точности описать экспериментальные данные. Однако теоретическое обоснование таких подходов оставляет множество вопросов. Экспериментальные данные указывают на необходимость учёта в модели разрушения головной ударной волны при прохождении её отражённой от поверхности частицей. Вопросу математического моделирования процессов, происходящих при движении крупных частиц в ударном слое с выходом за головную ударную волну, и посвящена настоящая, а также последующие главы работы.

4.1. Моделирование движения крупной частицы вдоль оси симметрии сферически затупленного тела, обтекаемого сверхзвуковым невязким потоком

Рассматривается сверхзвуковое обтекание сферически затупленного тела при движении одиночной частицы в сечении передней критической точки навстречу набегающему потоку. Течение невязкого газа описывается системой уравнений Эйлера в цилиндрической системе координат в сочетании с уравнением состояния идеального газа [85]:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{q})}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{q})}{\partial y} + \mathbf{C}(\mathbf{q}) = 0,$$

$$p = \rho RT,$$

где ρ – плотность, p – давление, T – температура газа, R – газовая постоянная. Вектор консервативных переменных и потоки задаются выражениями:

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e \end{pmatrix}, \ \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uH \end{pmatrix}, \ \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vH \end{pmatrix}, \ \mathbf{C} = \frac{\rho v}{y} \begin{pmatrix} 1 \\ u \\ v \\ H \end{pmatrix},$$

$$e = \frac{p}{\rho(\gamma - 1)} + \frac{u^2 + v^2}{2},$$

$$H = e + \frac{p}{\rho},$$

где u и v – компоненты скорости газа вдоль осей x и y соответственно, γ – показатель адиабаты. Ось x считается осью симметрии, ось y ей ортогональна.

На обтекаемой поверхности с радиусом закругления R_s задаются граничные условия Неймана:

$$\mathrm{v}_n = 0, \ \frac{\partial \mathrm{v}_\tau}{\partial \mathbf{n}} = 0, \ \frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{n}} = 0, \ \frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} = \frac{\rho \mathrm{v}_\tau^2}{R_s},$$

где v_n и v_τ – нормальная и касательная компоненты скорости газа $\mathbf{v}$, $\mathbf{n}$ – внешняя нормаль к поверхности.

Дискретизация уравнений Эйлера осуществлялась на адаптированной к геометрии области прямоугольной сетке. Для численного решения уравнений Эйлера реализован TVD-монотонизированный вариант метода Хартена-Лакса-Ван Лира (HLL) [69, 258] второго порядка точности по пространству с ограничителем minmod. Аппроксимация краевых условий на криволинейной границе осуществляется согласно методу погруженной границы с фиктивными ячейками на декартовых сетках [29]. Упомянутые методы детально описаны в первой главе.

На движущуюся в газе частицу действует сила аэродинамического сопротивления:

$$m_p \frac{d\mathbf{v}_p}{dt} = \mathbf{f}_D,$$

$$\frac{d\mathbf{r}_p}{dt} = \mathbf{v}_p,$$

$$\mathbf{f}_D = \frac{\pi r_p^2}{2} c_d \rho \left(\mathbf{v} - \mathbf{v}_p\right) \left|\mathbf{v} - \mathbf{v}_p\right|,$$

где m_p, $\mathbf{r}_\text{p}$, $\mathbf{v}_\text{p}$ – масса, радиус–вектор, скорость частицы, ρ, $\mathbf{v}$ – плотность и скорость газа, коэффициент c_d рассчитывается согласно соотношению Хендерсона [202], представленному в первой главе работы.

В вычислительном эксперименте воспроизводятся условия стендового эксперимента [192]. Моделируется сверхзвуковое течение воздуха в ударном слое при движении одиночной частицы в сечении критической точки сферического затупления диаметром $D_s = 0{,}075$ м. Скорость набегающего потока $v_\infty = 1150$ м/с, плотность $\rho_\infty = 0{,}094$ кг/м^3, температура $T_\infty = 89{,}3$ К, показатель адиабаты $\gamma = 1{,}4$, что соответствует числу Маха $M_\infty = 6$. Сферическая частица диаметром $d_p = 100$ мкм из карбида кремния SiC плотностью $\rho_p = 3210$ кг/м^3 начинает движение по потоку со скоростью $v_{p\infty} = 890$ м/с. Частица пересекает головную ударную волну, проходит ударный слой и отражается от поверхности в критической точке. Коэффициент восстановления нормальной компоненты импульса при соударении с поверхностью $e_N = 0{,}17$.

Поскольку траектория частицы вдоль оси симметрии заведомо известна, а разрешение течения газа у поверхности частицы достигается использованием ячеек существенно меньшего размера, чем при обтекании преграды, была построена вычислительная модель со статической адаптивной декартовой сеткой.

Измельчение ячеек производится у границы преграды, а также вблизи оси симметрии течения. По мере перемещения частицы в пространстве. переключается тип окружающих её вычислительных ячеек. Ячейки внутренней расчётной области становятся граничными, а затем оказываются внутри частицы, и наоборот.

Вся расчётная область представляет собой прямоугольник размером $0,08 \times 0,0672$ м, разбитый на 3200×2688 крупных ячеек (рис. 4.2). Ячейки сетки квадратной формы имеют пять характерных линейных размеров с длиной стороны в пределах от $1,5625 \cdot 10^{-6}$ м до $2,5 \cdot 10^{-5}$ м (рис. 4.3).

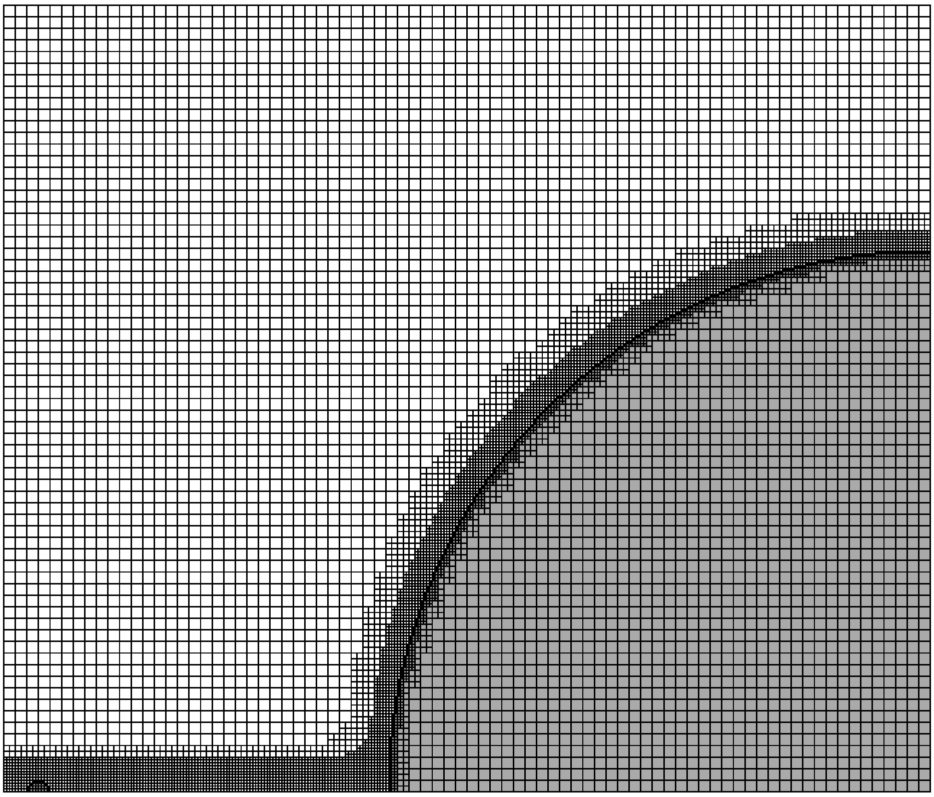


Рис. 4.2. Адаптивная декартова сетка в области расчёта.

Общее количество ячеек расчётной сетки составило почти 20 млн. Вычислительный эксперимент включал $2 \cdot 10^{6}$ шагов расчёта, шаг расчёта адаптивный, средняя величина шага $\tau \approx 5,78 \cdot 10^{-10}$ с. Общее время движения частицы составило $1,156 \cdot 10^{-3}$ с. За это время частица, незначительно затормозившись в ударном слое, отразилась от обтекаемой поверхности, затем, двигаясь в обратном направлении, вышла за пределы ударного слоя, затормозилась набегающим потоком, развернулась и вновь достигла поверхности. Проведение расчётов с использованием почти двух десятков миллионов вычислительных ячеек потребовало переноса вычислений на графические процессоры, для чего использовалась технология OpenCL [5].

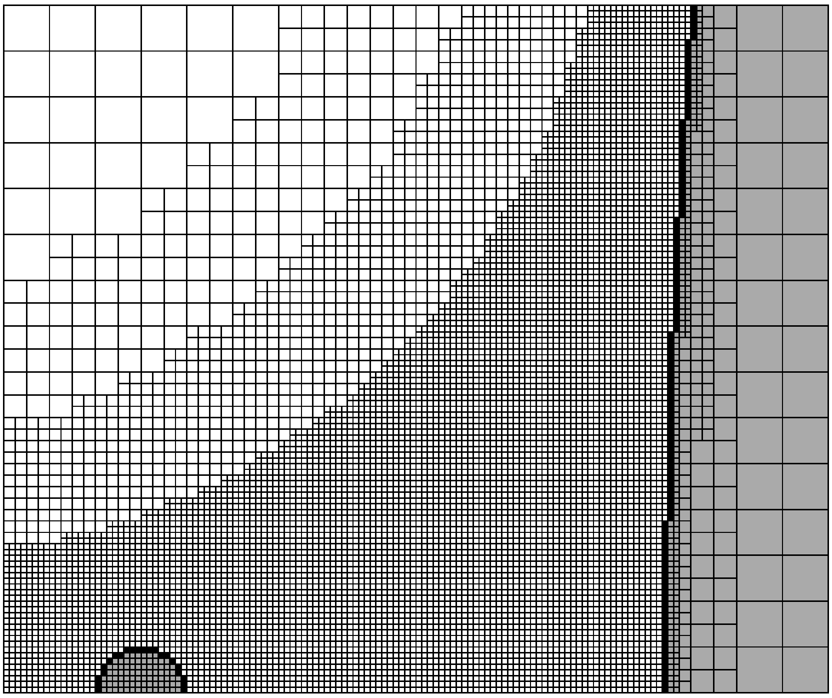
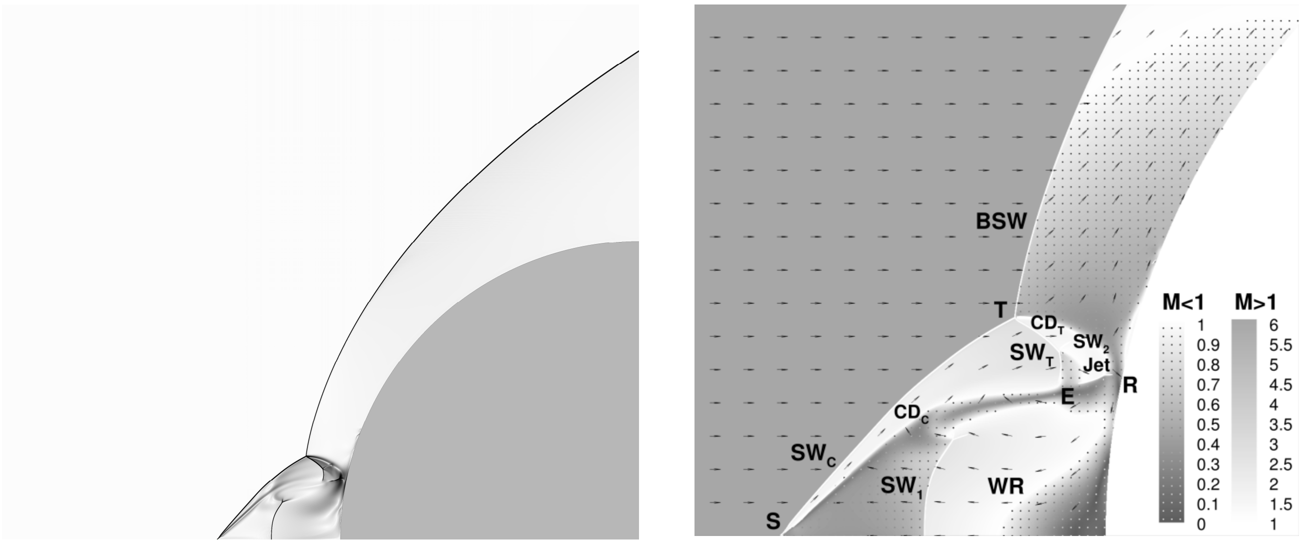


Рис. 4.3. Детализация вычислительной сетки и движущаяся частица.

В серии рисунков 4.4 – 4.8 показана эволюция ударного слоя при прохождении головной ударной волны частицей после её отражения от обтекаемой поверхности. Наблюдается разрушение стационарной ударно-волновой структуры и образование конусообразной возмущённой области с движущейся вместе с частицей вершиной, что хорошо согласуется с полученными в физических экспериментах картинами течения [192, 32, 1].

Во многом наблюдаемая ударно-волновая и вихревая структура течения в рассматриваемом случае напоминает структуру, возникающую при осесимметричном обтекании сверхзвуковым газовым потоком затупленного тела с тонкой иглой [3, 6, 54].

Рассмотрим представленный на рис. 4.4 момент выхода отражённой от поверхности частицы за пределы головной ударной волны BSW. В левой части показана теневая картина, полученная методом численного шлирена [13], в правой – поле чисел Маха в увеличенном масштабе.



а б

Рис. 4.4. Структура течения газа в момент времени $t=1{,}16\cdot10^{-4}$ с: теневая картина (а) и поле чисел Маха (б).

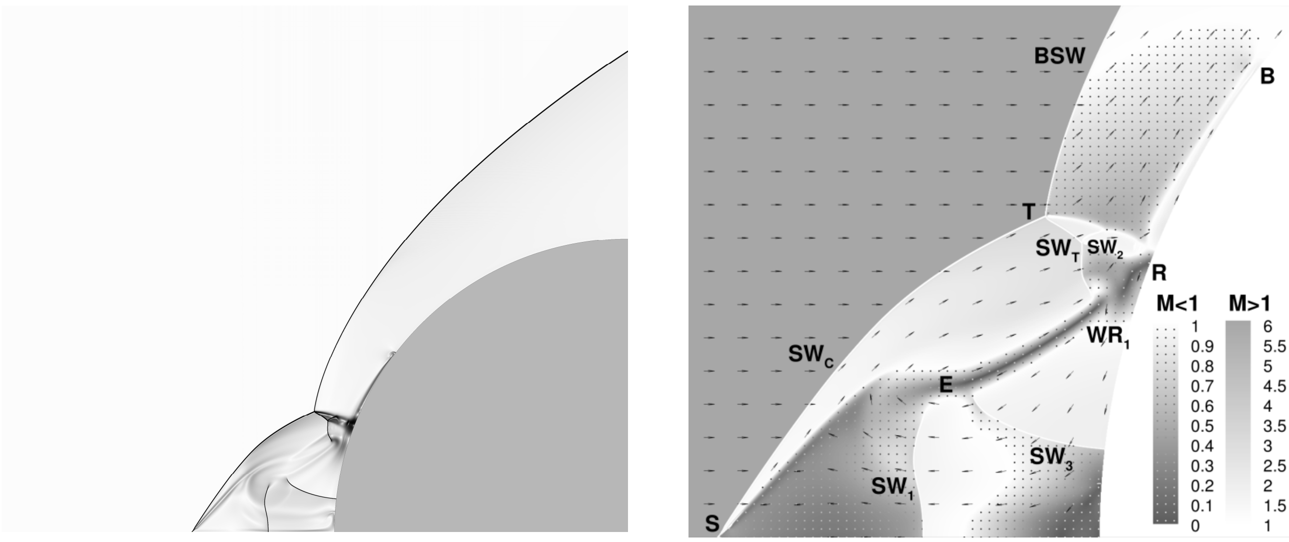
Движущаяся с высокой скоростью навстречу набегающему потоку частица, местоположение которой на рисунке обозначено буквой S, обтекается сверхзвуковым потоком с образованием конусообразной ударной волны SW_c. При взаимодействии конусообразной волны SW_c с головной ударной волной BSW в точке T возникает λ–конфигурация, образованная тремя волнами SW_c – BSW – SW_T, где SW_T – внутренняя ударная волна. Существенную роль в формировании волновой структуры течения играет тороидальный вихрь E, возникающий вблизи оси симметрии на наветренной стороне обтекаемого тела. Образование вихря обусловлено различными сценариями воздействия на обтекаемое тело приосевого потока газа, возмущенного движением отражённой частицы, и внешнего потока. Приосевой поток газа после торможения в конической волне SW_c отклоняется от оси и обтекает зону тороидального вихря E с образованием слоя смешения или контактной границы CD_c, разделяющей газ из возвратного вихревого течения и газ из приосевого потока. В районе тройной точки T приосевой поток тормозится в ударной волне SW_T и отклоняется в сторону оси, после чего направляется в сторону обтекаемой поверхности практически по нормали к ней. Поскольку этот поток является сверхзвуковым, он при натекании на тело тормозится до дозвукового, проходя через прямую ударную волну SW_2. Набегающий внешний сверхзвуковой поток выше точки T тормозится до дозвуковой скорости в головной волне BSW и распространяется в сторону тела, отделяясь от приосевого потока слоем смешения CD_T выходящим из тройной точки T.

Таким образом, из приосевого потока и части внешнего потока образуется направленная на поверхность обтекаемого тела импактная кольцевая струя Jet, взаимодействующая с ним с образованием зоны повышенного давления и точки растекания R. Часть потока газа разворачивается и обтекает поверхность сферы сверху от точки растекания R, другая часть потока разворачивается вниз от R и участвует в образовании направленного вдоль стенки к оси симметрии кумулятивного радиального течения. В результате кумулятивного эффекта радиального течения, направленного к оси симметрии, происходит сильное торможение потока, сопровождаемое повышением давления вблизи критической точки. При этом поток газа разворачивается в сторону от поверхности тела навстречу набегающему потоку.

Давление в зоне воздействия кумулятивного эффекта оказывается выше давления в приосевом потоке. Возникающий обратный градиент давления ускоряет возвратный приосевой поток газа до сверхзвуковой скорости с образованием волны разрежения WR. Этот сверхзвуковой поток тормозится в ударной волне SW_1 до дозвуковой скорости вследствие взаимодействия с набегающим приосевым потоком газа, разворачивается и в дальнейшем распространяется вдоль слоя смешения CD_c совместно с приосевым набегающим потоком, образуя вместе с частью приосевого течения струю Jet. В результате формируется тороидальный вихрь E, обтекание которого обуславливает невязкий отрыв приосевого набегающего потока от оси симметрии в точке S и его дальнейшее взаимодействие с внешним потоком и поверхностью обтекаемого тела.

Подробный обзор теоретических и экспериментальных работ по вихреобразованию и вихревым течениям приведен в публикациях [22, 23].

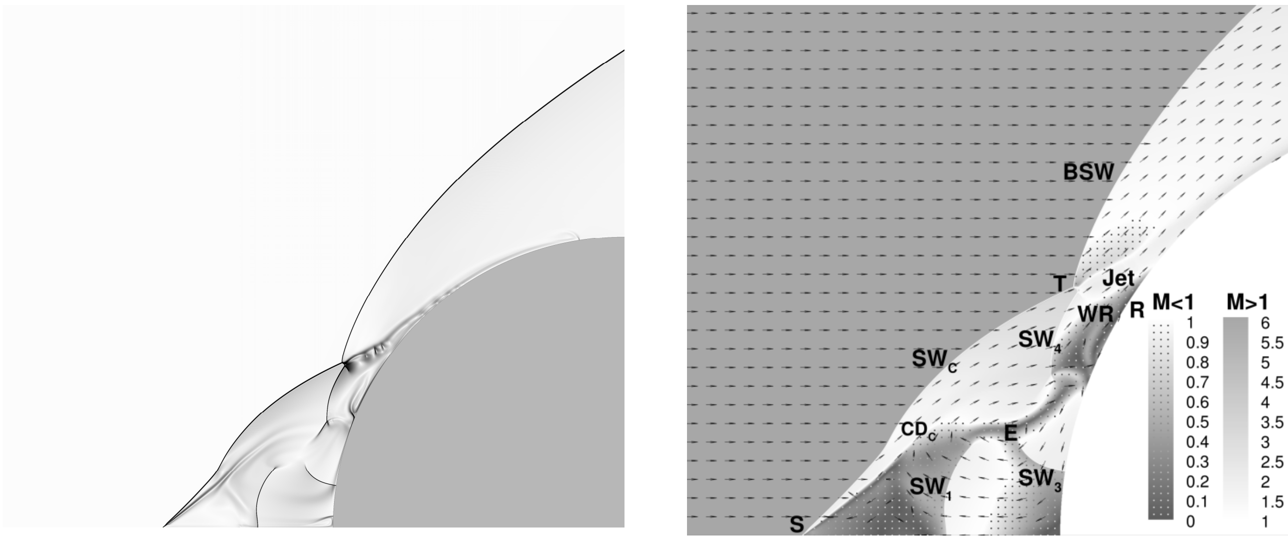
В момент времени $t = 1{,}39 \cdot 10^{-4}$ с (рис. 4.5) кольцевая струя Jet также направлена практически перпендикулярно поверхности и при взаимодействии с ней тормозится с образованием зоны повышенного давления, после чего делится на две части. Одна часть струи в виде тонкого пленочного течения обтекает верхнюю часть сферы от точки растекания R до точки B. Другая часть струи разворачивается в сторону оси симметрии и участвует в рециркуляционном движении в тороидальном вихре E. Но теперь давление в зоне точки R столь велико, что перепад давления в направлении к оси симметрии позволяет потоку сначала ускориться до сверхзвукового в веере волн разрежения WR_1, а затем затормозиться через ударную волну SW_3 в почти радиальном течении, направленном к оси симметрии вдоль поверхности тела. За ударной волной SW_3 поток тормозится с повышением давления, кроме того, давление ещё возрастает вследствие кумулятивного эффекта. Движение газа продолжается в вихре вдоль оси симметрии в направлении от тела сначала с ускорением в веере WR до сверхзвуковой скорости и торможением в ударной волне SW_1 до дозвуковой.



а б

Рис. 4.5. Структура течения газа в момент времени $t=1{,}39\cdot10^{-4}$ с: теневая картина (а) и поле чисел Маха (б).

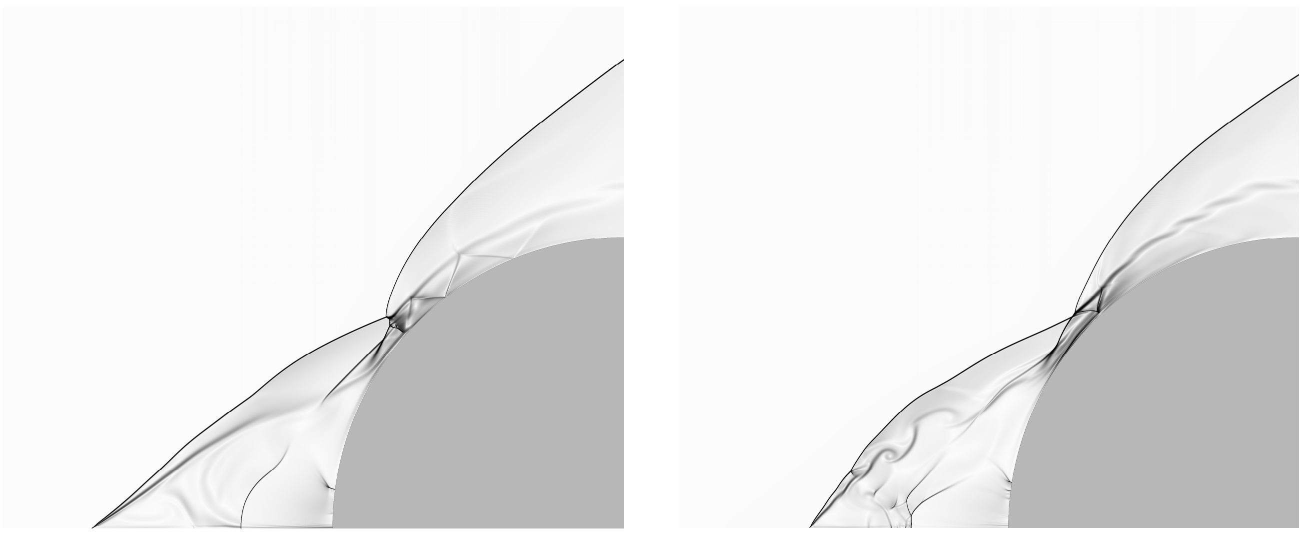
Момент времени $t = 1{,}74 \cdot 10^{-4}$ с (рис. 4.6) характеризуется всё большим удалением частицы от поверхности тела, смещением точки T и начала струи Jet дальше от оси симметрии преграды, а также разворотом струи Jet вверх таким образом, что весь поток газа в струе участвует в обтекании поверхности тела и не участвует в подпитке вихревого тороидального течения E. Необходимо отметить формирование за фронтом волны SW_c новой ударной волны SW_4, в которой сверхзвуковой поток газа тормозится при натекании на поверхность тела.



а б

Рис. 4.6. Структура течения газа в момент времени t=1,74·10^{-4} с: теневая картина (а) и поле чисел Маха (б).

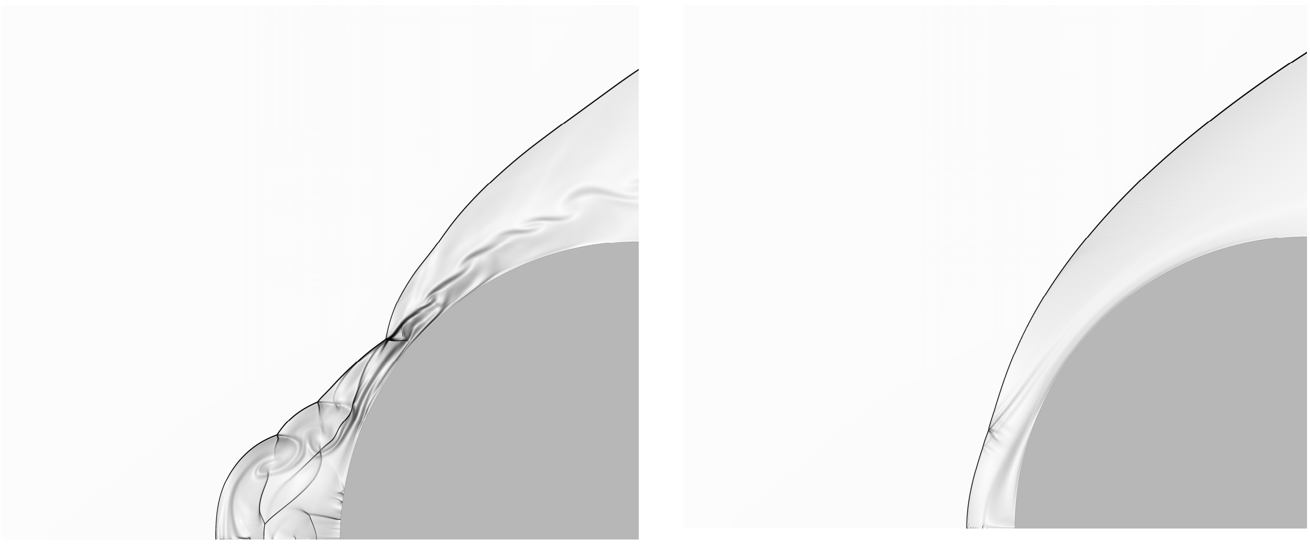
Продолжение развития процесса показано на рис. 4.7 – 4.8. Момент времени $t = 2{,}88 \cdot 10^{-4}$ с (рис. 4.7а) соответствует максимальному удалению частицы от поверхности преграды. В этот период область возмущенных параметров течения имеет максимальные размеры. В целом, на качественном уровне, наблюдаемая картина течения сходна с предыдущим моментом времени за исключением импактной струи Jet, которая теперь в виде широкого кольцевого слоя обтекает верхнюю от точки R часть сферической поверхности тела.



а б

Рис. 4.7. Теневая картина течения газа в моменты времени t=2,88·10^{-4} с (а) и t=7,54·10^{-4} с (б).

В момент времени $t = 7{,}54 \cdot 10^{-4}$ с (рис. 4.7б) частица, увлекаемая газовым потоком, движется в сторону обтекаемого тела. Сдвиговые слои теряют устойчивость по типу Кельвина-Гельмгольца. Коническая ударная волна еще остается головной ударной волной от обтекания частицы, но фрагментируется несколькими тройными точками по мере того, как скорость частицы приближается скорости потока (рис. 4.8а). С течением времени частица вновь приближается к обтекаемому телу (рис. 4.8б), головная ударная волна частицы SW_c сливается с отошедшей от тела головной ударной волной BSW, которая принимает положение и форму, соответствующие невозмущённому режиму течения в отсутствие частицы.



а б

Рис. 4.8. Теневая картина течения газа в моменты времени
$t=8{,}68 \cdot 10^{-4}$ с (а) и $t=11{,}0 \cdot 10^{-4}$ с (б).

На рис. 4.9 представлено распределение давления p_w вдоль обтекаемой поверхности в различные моменты времени. Угловая координата α отсчитывается от передней критической точки, а давление отнесено к значению в набегающем потоке p_∞. Отчетливо прослеживается зона повышенного давления в области действия импактной струи, которая сдвигается со временем вниз по потоку. Давление в этой зоне существенно превышает давление в невозмущенном ударном слое, обозначенное штриховой кривой. Видна также область повышенного давления в окрестности оси тела, обусловленная действием радиального кумулятивного течения. Прохождение волны давления вдоль поверхности способствуют создаёт условия для интенсификации конвективного теплообмена.

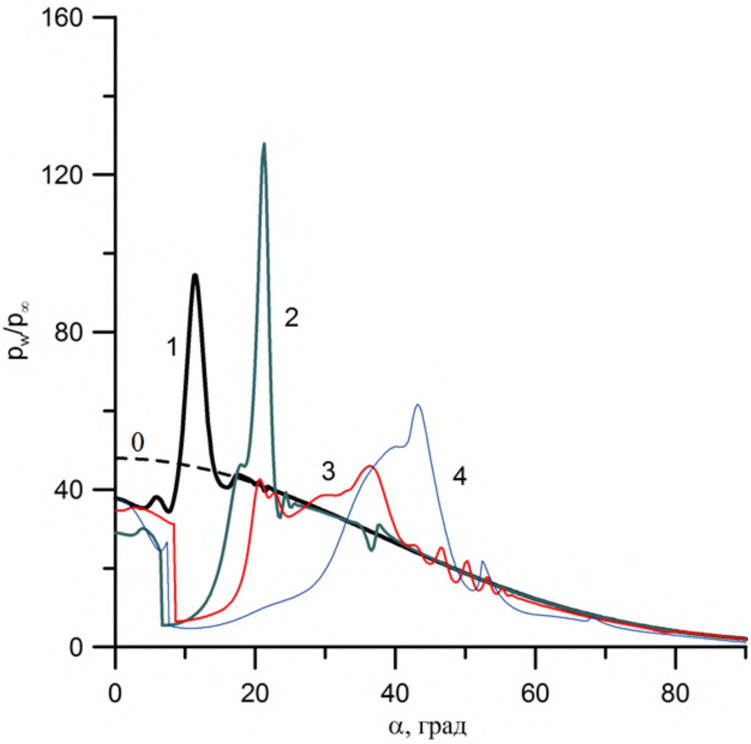


Рис. 4.9. Распределения давления вдоль обтекаемой поверхности в различные моменты времени: t=0 с (0), t=1,16·10^{-4} с (1), t=1,39·10^{-4} с (2), t=1,74·10^{-4} с (3), t=2,88·10^{-4} с (4).

В итоге, проведенный вычислительный эксперимент показал, что по достижении отражённой от обтекаемой поверхности частицей ударной волны происходит существенная перестройка течения в ударном слое, разрушение стационарной ударно-волновой структуры и образование конусообразной возмущённой области с вершиной, движущейся вместе с частицей. Этот результат согласуется с наблюдаемыми в физических экспериментах картинами течения.

Существенную роль в формировании волновой структуры течения играет тороидальный вихрь, обтекание которого обуславливает невязкий отрыв приосевого набегающего потока от оси симметрии и его дальнейшее взаимодействие с внешним потоком и поверхностью обтекаемого тела. Из приосевого течения и части внешнего потока образуется импактная кольцевая струя, направленная на поверхность обтекаемого тела и взаимодействующая с ним с образованием зоны повышенного давления. Прохождение волны давления вдоль обтекаемой поверхности создает условия для интенсификации конвективного теплообмена.

4.2. Моделирование движения крупной частицы вдоль оси симметрии кругового цилиндра с плоским торцом, обтекаемого сверхзвуковым невязким потоком в продольном направлении

Представленная в предыдущем разделе вычислительная модель сверхзвукового невязкого ударного слоя с крупной частицей в осесимметричной постановке и разработанное на её основе программное обеспечение использовались для изучения механизмов возникновения колебаний среды, наблюдаемых в стендовых испытаниях при продольном обтекании цилиндра с плоским торцом в присутствии крупной частицы [192]. Характерная теневая картина течения, полученная в ходе стендовых испытаний при обтекании торца сверхзвуковым потоком с частицами, показана на рис. 4.10 [205].

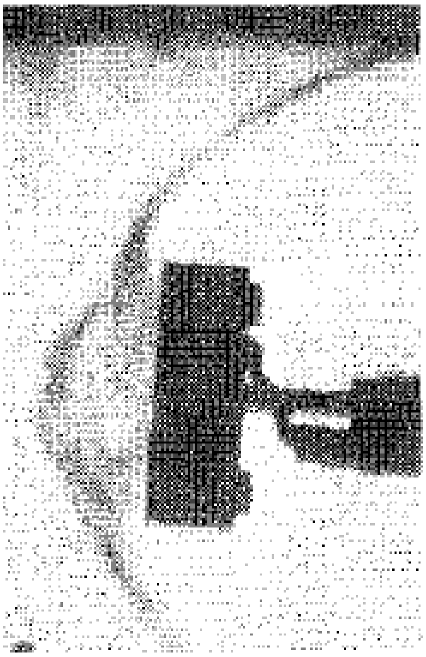


Рис. 4.10. Обтекание цилиндра с плоским торцом гетерогенным потоком с крупными частицами. Стендовый эксперимент [205].

В вычислительном эксперименте, схема которого показана на рис. 4.11, рассматривается сверхзвуковое обтекание цилиндра с плоским торцом диаметром $D = 0,06$ м. Заданные параметры задачи сходны с условиями расчёта обтекания сферически затупленного тела [192]. Скорость набегающего потока $v_\infty = 1150$ м/с, плотность $\rho_\infty = 0,094$ кг/м^3, температура $T_\infty = 89,3$ К, показатель адиабаты $\gamma = 1,4$, что соответствует числу Маха $M_\infty = 6$. Сферическая частица диаметром $d_p = 100$

мкм из карбида кремния SiC плотностью $\rho_p = 3210$ кг/м^3 начинает движение по потоку со скоростью $v_{p\infty} = 890$ м/с. Частица пересекает головную ударную волну, проходит ударный слой и отражается от поверхности в критической точке. Коэффициент восстановления нормальной компоненты импульса при соударении с поверхностью $e_N = 0{,}17$.

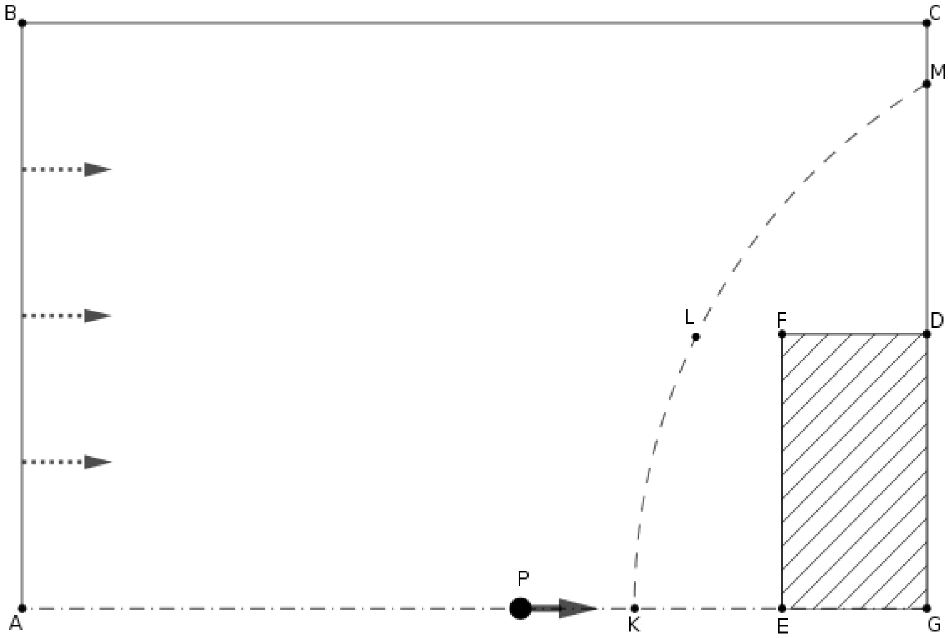


Рис. 4.11. Схема вычислительного эксперимента: AB – входная граница, CD – выходная граница, AG – ось симметрии, EFDG – цилиндр с плоским торцом, P – частица, KLM – фронт ударной волны в начальный момент времени.

Аналогично расчёту обтекания сферически затупленного тела, при моделировании обтекания торца использовалась стационарная прямоугольная вычислительная сетка с квадратными ячейками, адаптированная к геометрии области и заведомо известной траектории движения частицы вдоль оси симметрии (рис. 4.12).

На рис. 4.13 – 4.15 показаны теневые картины течения в последовательные моменты времени, положение частицы на оси симметрии отмечено стрелкой. На рис. 4.13а наблюдаем движущуюся по направлению к поверхности частицу, присутствие которой не оказывает заметного воздействия на картину течения в ударном слое. Рис. 4.13б и 4.13в соответствуют движению частицы против набегающего потока после её отражения от поверхности торцевого цилиндра.

После пересечения частицей головной ударной волны отчётливо видны существенные изменения структуры течения газа.

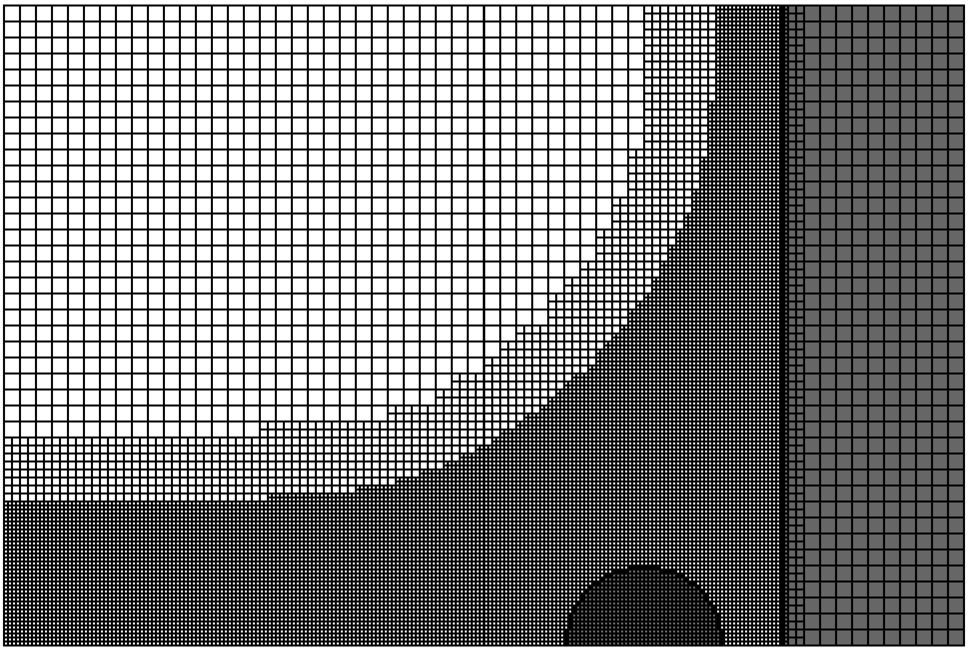


Рис. 4.12. Адаптивная прямоугольная вычислительная сетка. Измельчение у поверхности торца и вдоль оси симметрии.

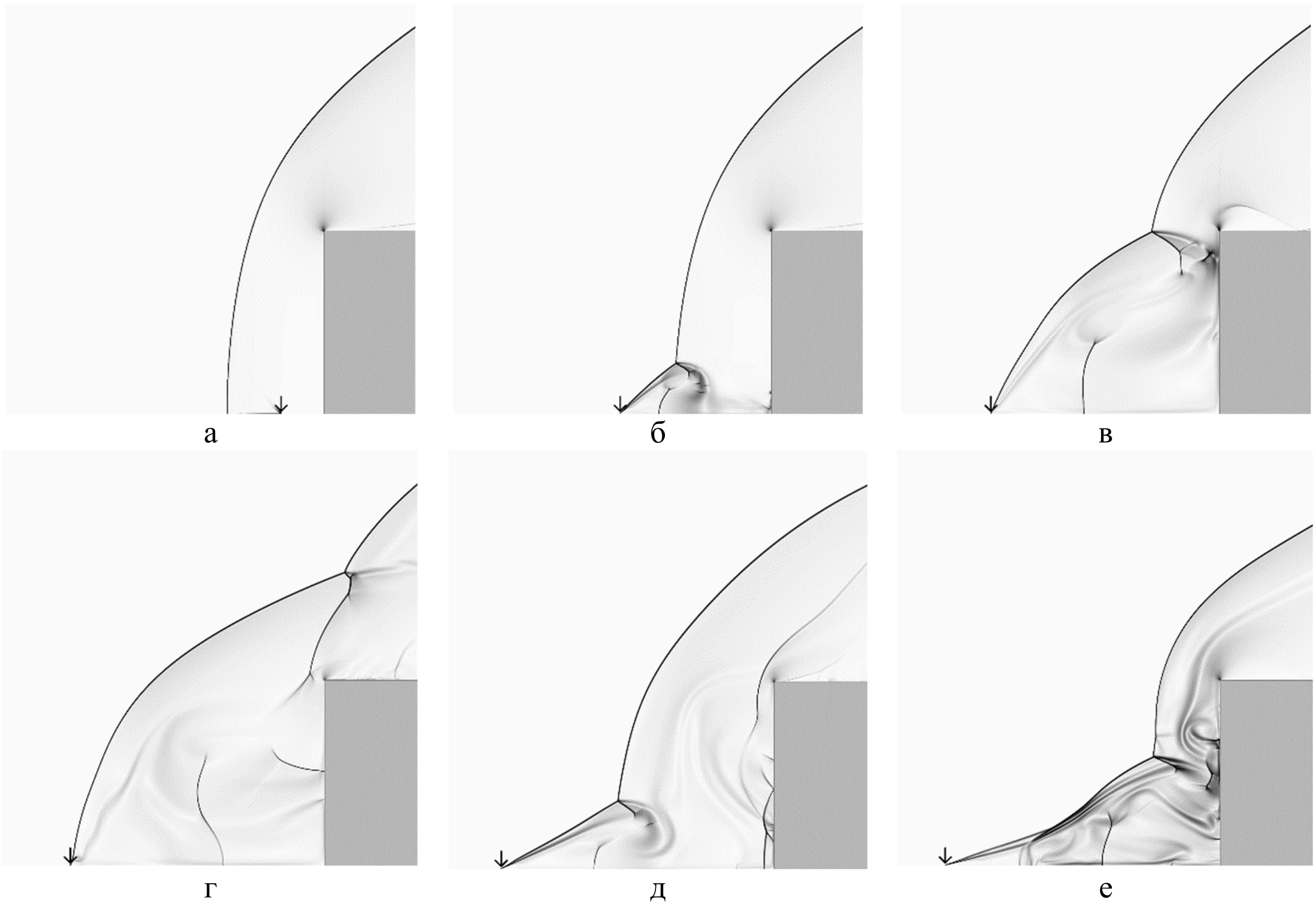


Рис. 4.13. Обтекание торца невязким потоком с частицей. Начальный этап: а – 0,01 мс, б – 0,195 мс, в – 0,332 мс, г – 0,395 мс, д – 0,477 мс, е – 0,55 мс.

В целом наблюдаемая картина схожа с картиной обтекания сферически затупленного тела, детально рассмотренной в предыдущем разделе работы. Возникает косая ударная волна, которая взаимодействует с головной ударной волной с образованием трёхволновой λ–конфигурации. В то же время нельзя не отметить принципиальное отличие: возмущённая область перед телом значительно изменяется в размерах: она постепенно расширяется после того, как частица пересекает ударную волну (рис. 4.13б и 4.13в), достигая максимального размера (рис. 4.13г), и сжимается, хотя частица продолжает удаляться от тела (рис. 4.13д и 4.13е).

Колебания повторяются и после смены направления движения частицы в сторону поверхности под действием набегающего потока (рис. 4.14 и 4.15).

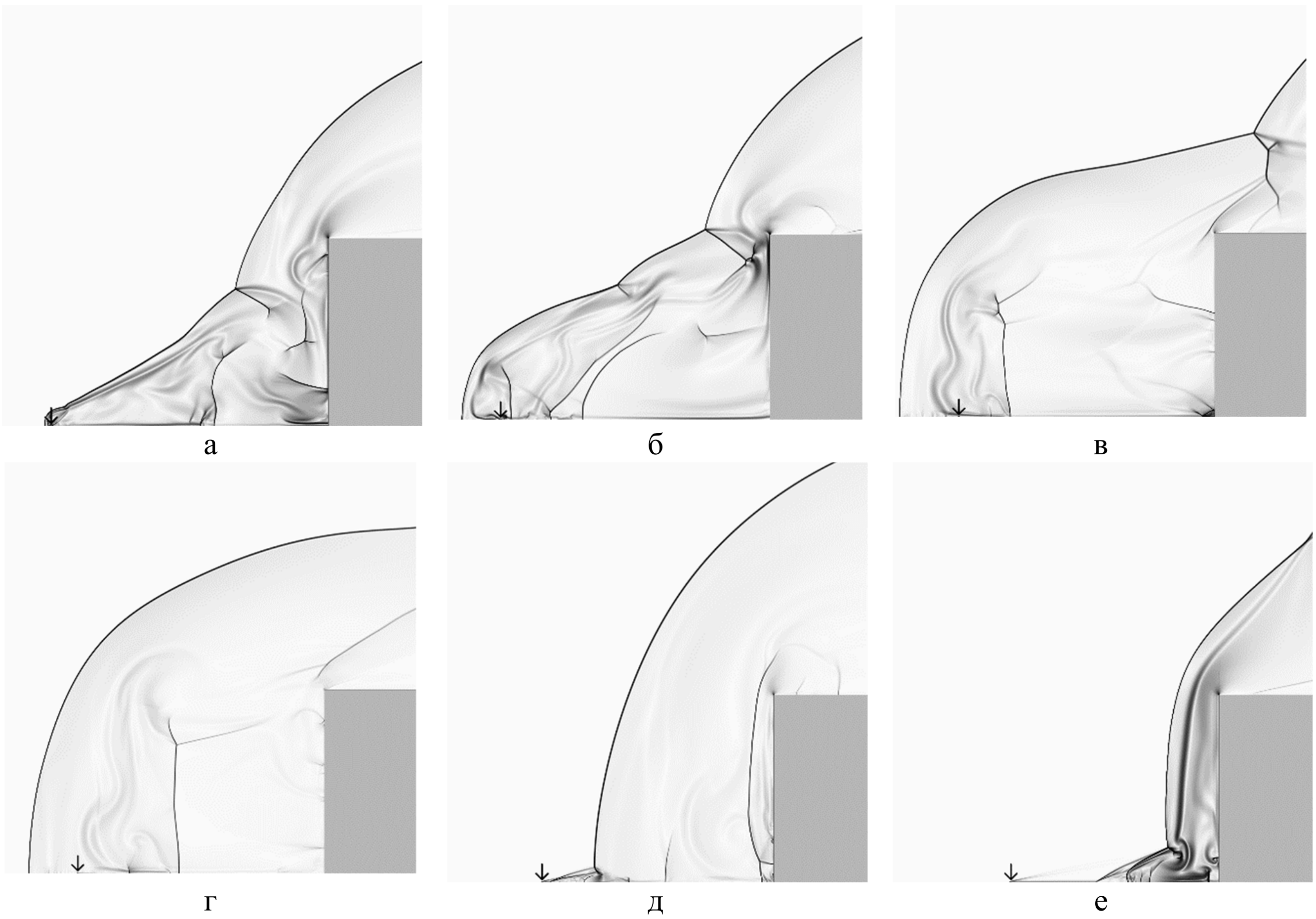


Рис. 4.14. Обтекание торца невязким потоком с частицей. Средняя стадия: а – 0,57 мс, б – 0,61 мс, в – 0,67 мс, г – 0,70 мс, д – 0,764 мс, е – 0,815 мс.

В конце наблюдаемого процесса (рис. 4.15е) при сближении частицы с поверхностью течение газа восстанавливается до невозмущённого режима, схожего с тем, который наблюдался после первого отражения частицы от тела (рис. 4.13а). Таким образом, в рассматриваемой конфигурации наблюдается колебательный режим течения, что хорошо согласуется с данными стендовых испытаний [192, 205].

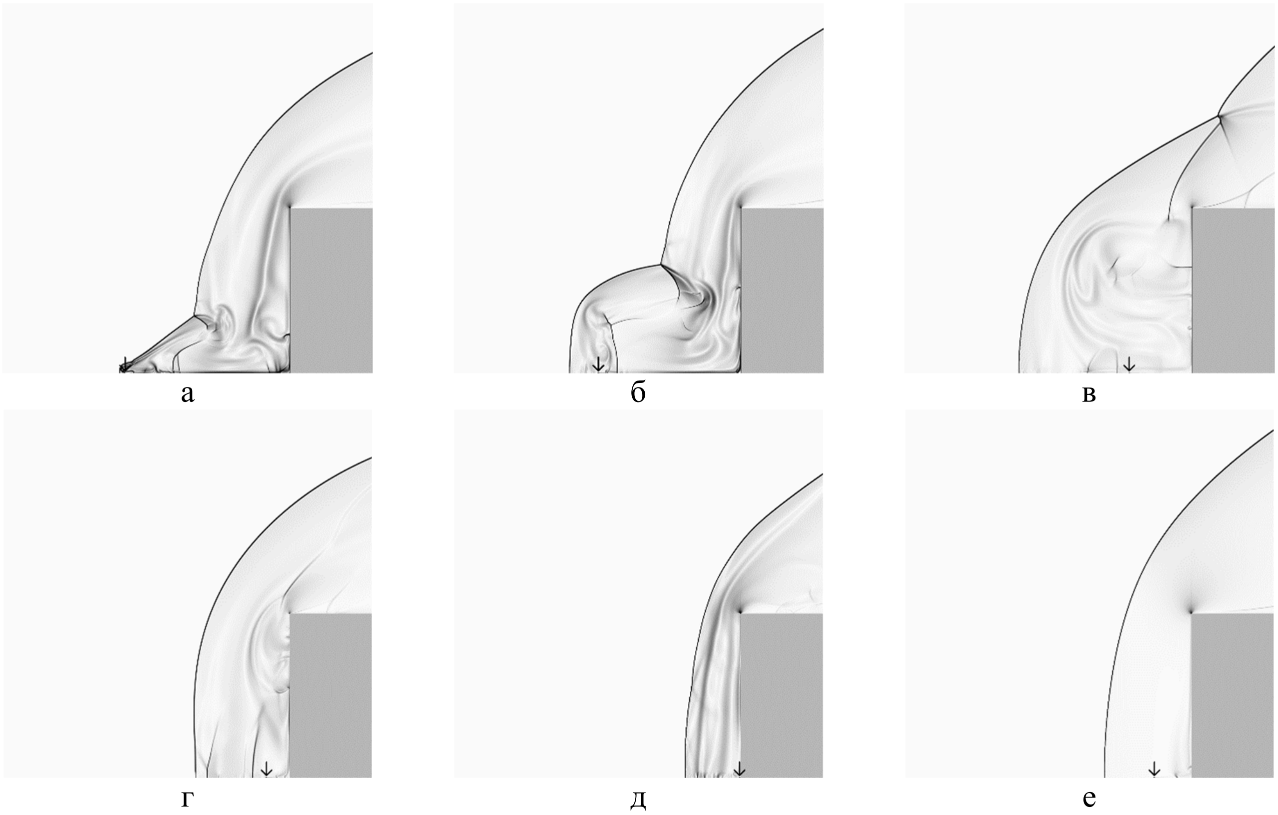
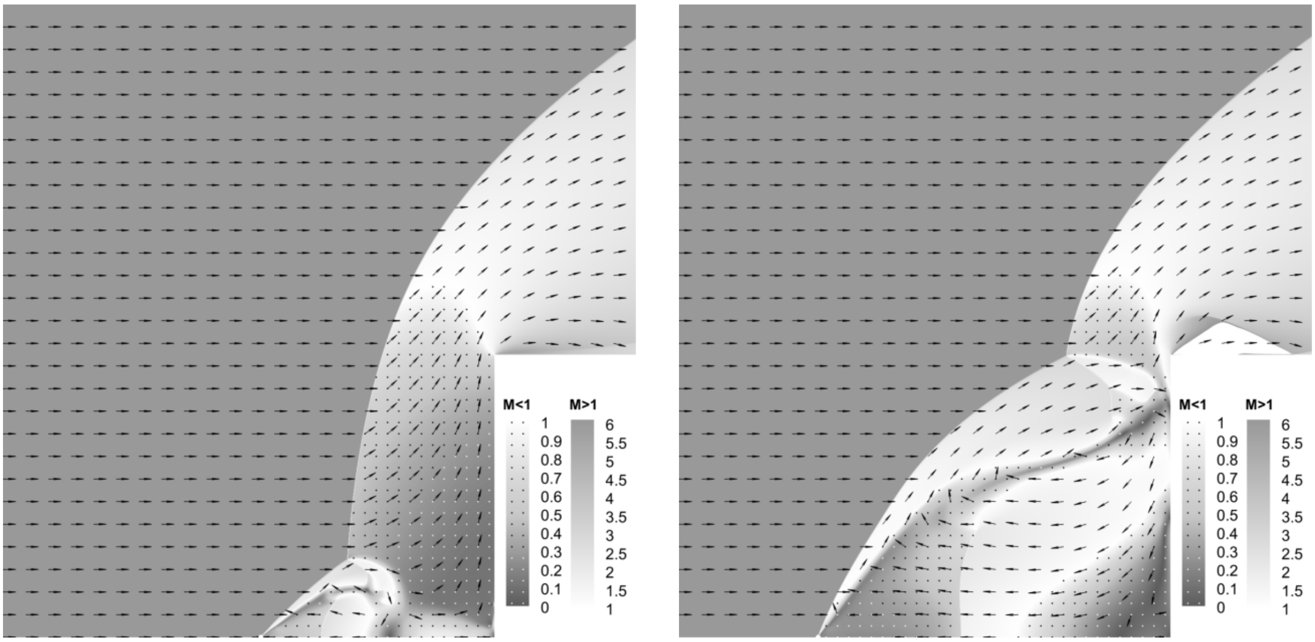


Рис. 4.15. Обтекание торца невязким потоком с частицей. Заключительная стадия: а – 0,856 мс, б – 0,898 мс, в – 1,024 мс, г – 1,08 мс, д – 1,123 мс, е – 1,45 мс.

Рассмотрим поля скоростей на различных стадиях процесса (рис. 4.16 – 4.18). Как и при обтекании сферически притупленного тела, определяющую роль играет взаимодействие набегающего сверхзвукового потока с тороидальным вихрем, формирующимся в сжатом слое вблизи оси симметрии. Однако, в данном случае тороидальных вихрь эволюционирует, последовательно чередуя стадии расширения и сжатия. На рис. 4.16а показана структура течения после пересечения частицей головной ударной волны. Частица сильно искажает течение газа, возникает отходящий от неё косой скачок уплотнения, который взаимодействуя с головной ударной волной, образует трёхволновую конфигурацию и небольшой тороидальный вихрь, расположенный за тройной точкой. Ударно-волновая конфигурация в этот момент напоминает обтекание тела с острой иглой [204, 54].

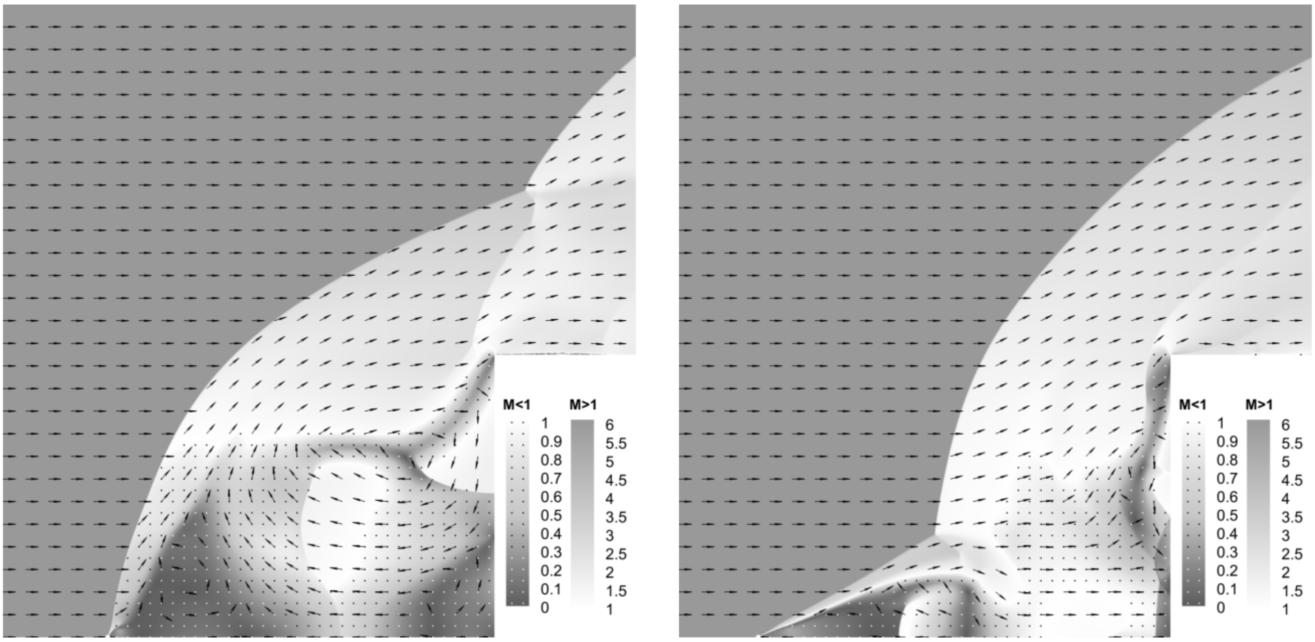


а б

Рис. 4.16. Поле числа Маха и направление течения газа в моменты времени:
а – 0,195 мс, б – 0,332 мс.

По мере удаления частицы от цилиндра область потока, возмущенная частицей, растёт (рис. 4.16б), тройная точка перемещается вверх, возрастает и размер вихревой области, тем самым увеличивая массу газа в зоне сжатия, вовлеченной в вихревое движение. Набегающий поток обтекает область вихря и преграду как единое целое с образованием общей ударной волны. Вихревая зона играет роль своеобразного сферического затупления для цилиндра.

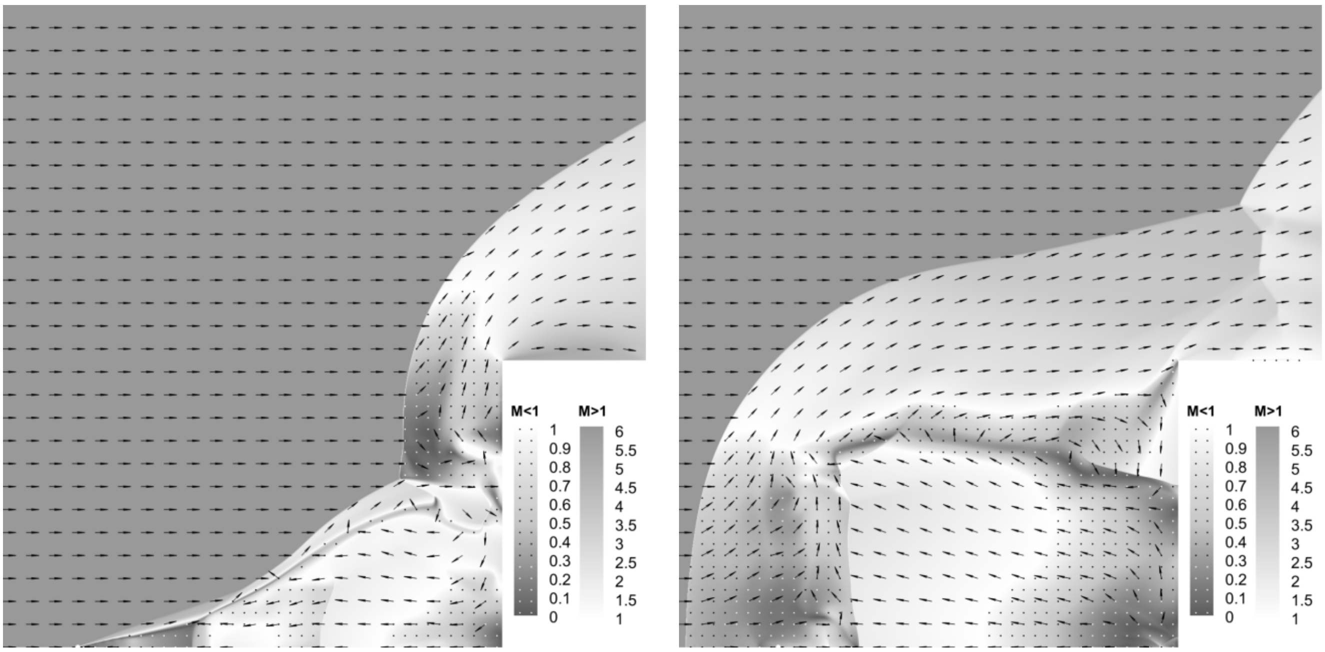
Когда размер вихревой области достигает размера радиуса цилиндра (рис. 4.17а), начинается частичное разрушение периферийной зоны вихря из-за взаимодействия с границей тела. Часть газа, участвующего в вихревом движении, вытекает из фронтальной области и уносится течением вдоль боковой стенки. Вследствие уноса массы газа из вихревой зоны через кромку цилиндра, размер вихря быстро уменьшается (рис. 4.17б) с образованием косой ударной волны от частицы, взаимодействующей с головной ударной волной перед торцевым диском.



а б

Рис. 4.17. Поле числа Маха и направление течения газа в моменты времени:
а – 0,395 мс, б – 0,477 мс.

После уменьшения размера вихря до половины радиуса диска (рис. 4.18а) значительная часть внешнего потока снова начинает вовлекаться в процесс вихреобразования, вихрь снова начинает расти и достигает размера радиуса цилиндра (рис. 4.18б). Процесс повторяется и при движении частицы к телу.



а б

Рис. 4.18. Поле числа Маха и направление течения газа в моменты времени:
а – 0,55 мс, б – 0,67 мс.

Здесь следует отметить, что основным моментом с точки зрения воздействия на структуру потока является выход отражённой от поверхности частицы за пределы ударного слоя на расстояние порядка размера тела. Вычислительные эксперименты показали, что если такая ситуация имеет место, то наблюдаемые картины потока существенно не меняются при изменении таких параметров, как размер частиц, коэффициент восстановления импульса и т.д.

4.3. Исследование осциллирующего течения, индуцированного газодинамическим взаимодействием крупной частицы с вязким ударным слоем

В предыдущем разделе работы исследование колебательных процессов проводилось в невязком приближении, использовалась модель, основанная на уравнениях Эйлера [117, 297, 298]. С точки зрения воздействия колебательного процесса на преграду отдельный интерес представляют колебания параметров самого газа, и, как следствие, значительные периодические изменения теплового потока от газа к обтекаемой поверхности, зафиксированные в стендовых испытаниях. Для их воспроизведения в расчётах разработана модель на основе системы уравнений Навье-Стокса течения вязкого теплопроводного газа.

В вычислительном эксперименте, схема которого показана на рис. 4.19, рассматривается сверхзвуковое обтекание цилиндра с плоским торцом, с поверхности которого навстречу набегающему потоку вдоль оси симметрии запускается частица.

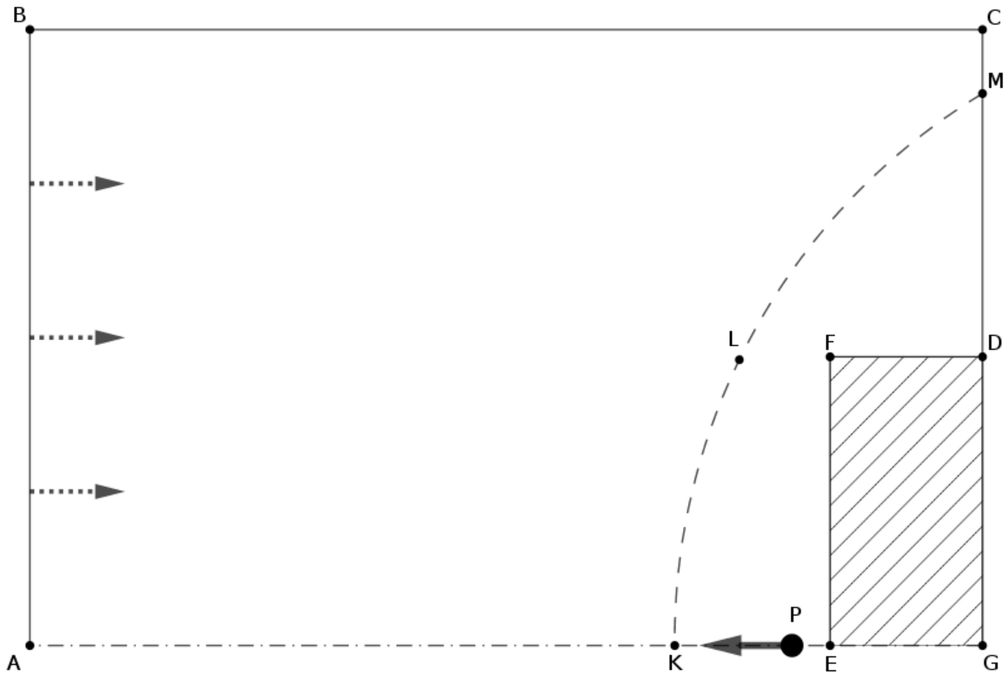


Рис. 4.19. Схема вычислительного эксперимента: AB – входная граница, CD – выходная граница, AG – ось симметрии, EFDG – цилиндр с плоским торцом, P – частица у тела, KLM – фронт ударной волны в начальный момент времени.

Осесимметричное течение вязкого сжимаемого газа описывается системой двумерных нестационарных уравнений Навье-Стокса в цилиндрической системе координат [85] в сочетании с уравнением состояния идеального газа:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial r}(\rho u_r)+\frac{\partial}{\partial z}(\rho u_z)+\frac{\rho u_r}{r}=0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_r)+\frac{\partial}{\partial r}(\rho u_r u_r + p-\tau_{rr})+\frac{\partial}{\partial z}(\rho u_z u_r-\tau_{zr})+\frac{1}{r}(\rho u_r u_r-\tau_{rr})=0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_z)+\frac{\partial}{\partial r}(\rho u_r u_z-\tau_{rz})+\frac{\partial}{\partial z}(\rho u_z u_z + p-\tau_{zz})+\frac{1}{r}(\rho u_r u_z-\tau_{rz})=0$$

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t}+\frac{\partial f_r}{\partial r}+\frac{\partial f_z}{\partial z}+\frac{f_r}{r}=0,$$

$$p=\rho RT,$$

$$e=\frac{p}{\rho(\gamma-1)}+\frac{1}{2}\left(u_r^2+u_z^2\right),$$

$$H=e+\frac{p}{\rho},$$

$$f_r=\rho u_r H+q_r-u_r\tau_{rr}-u_z\tau_{zr},$$

$$f_z = \rho u_z H + q_z - u_r \tau_{rz} - u_z \tau_{zz},$$

где t – время, ρ – плотность, p – давление газа, T – температура по шкале Кельвина, e – полная удельная энергия, H – полная энтальпия, u_r, u_z – компоненты скорости, z – координата вдоль оси симметрии, r – координата, ортогональная оси симметрии, γ – показатель адиабаты.

Компоненты тензора вязких напряжений:

$$\tau_{rr} = \frac{2}{3}\mu\left[2\frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r} - \frac{\partial u_z}{\partial z}\right],$$

$$\tau_{zz} = \frac{2}{3}\mu\left[-\frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r} + 2\frac{\partial u_z}{\partial z}\right],$$

$$\tau_{rz} = \tau_{zr} = \mu\left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z}\right).$$

Компоненты плотности теплового потока:

$$q_r = -\lambda\frac{\partial T}{\partial r},$$

$$q_z = -\lambda\frac{\partial T}{\partial z}.$$

Коэффициент вязкости вычисляется по формуле Сазерленда:

$$\mu = \mu^*\left(\frac{T}{T^*}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{T^* + C}{T + C},$$

где $T^* = 273{,}15\,\text{К}$, $C^* = 110{,}4\,\text{К}$, $\mu^* = 0{,}0000178\,\text{Па·с}$.

Коэффициент теплопроводности рассчитывается по коэффициенту вязкости исходя из постоянства числа Прандля $\text{Pr} = 0{,}72$:

$$\lambda = \frac{C_p \mu}{\text{Pr}},$$

где C_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении.

Граничные условия на входе в расчётную область:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{n}} = 0,\; u_z = u_\infty,\; u_r = 0,\; \frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} = 0,$$

где u_∞ – скорость набегающего потока, $\mathbf{n}$ – вектор внутренней нормали к границе.

Граничные условия на выходе из расчётной области:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{n}} = 0,\ \frac{\partial u_z}{\partial \mathbf{n}} = 0,\ \frac{\partial u_r}{\partial \mathbf{n}} = 0,\ \frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} = 0.$$

На поверхности обтекаемого газом тела задаются условия прилипания к изотермической стенке с температурой T_w:

$$u_z = 0,\ u_r = 0,\ T = T_w,\ \frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} = 0.$$

Дискретизация уравнений Навье-Стокса выполняется на прямоугольной адаптивной сетке. Для аппроксимации граничных условий используется метод погруженной границы с фиктивными ячейками. Расчёт конвективных потоков системы уравнений Навье-Стокса выполняется с использованием TVD-монотонизированной схемы второго порядка с ограничителем minmod в сочетании с методом AUSM+ (Advection Upstream Splitting Method Plus) [66, 213], детально представленная в следующем разделе работы.

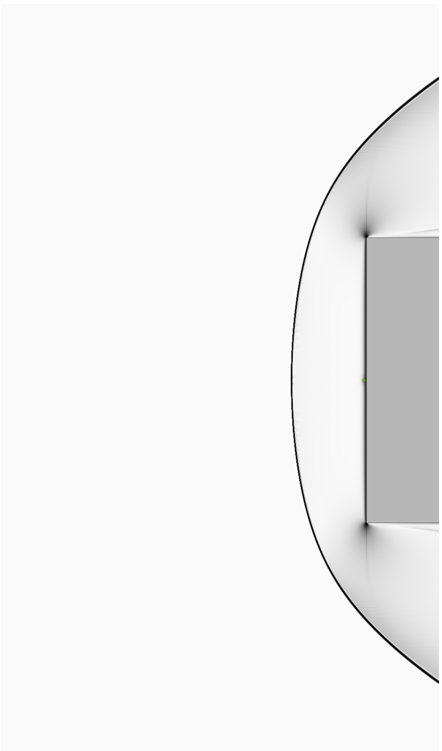
Рассматривается ламинарный режим течения. Вязкие потоки рассчитываются непосредственной аппроксимацией пространственных производных температуры и компонентов скорости с первым порядком точности.

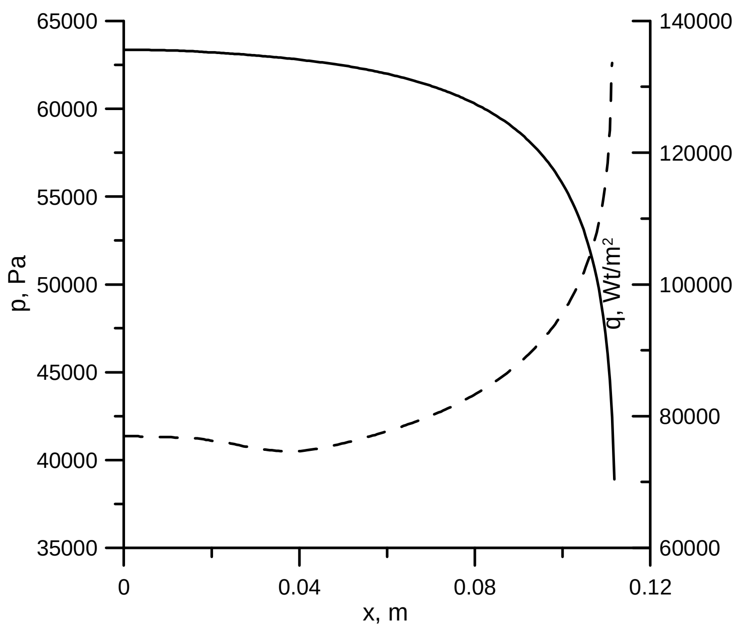
Интегрирование системы уравнений по времени выполняется явным методом Рунге-Кутты третьего порядка [100].

Определяющие параметры соответствуют параметрам стендового эксперимента [205]: диаметр цилиндра $D = 0,228$ м, скорость набегающего потока $u_\infty = 1248$ м/с, плотность газа $\rho_\infty = 0,0439$ кг/м^3, температура $T_\infty = 94,3$К. Число Маха набегающего потока $M_\infty = 6,41$, число Рейнольдса, рассчитанное по диаметру цилиндра $\mathrm{Re}_D = 1,84 \cdot 10^6$.

В начальный момент времени сферическая стальная частица диаметром $D_p = 800$ мкм стартует от поверхности преграды со скоростью $v_{p0} = 24,4$ м/с, направленной против набегающего потока (рис. 4.21б). Картина течения газа в этот момент соответствует стационарному режиму обтекания кругового цилиндра, которое рассчитывается заранее. Время установления стационарного течения составляло порядка 15 мс. В ходе вычислительного эксперимента наблюдалось, как частица проходит через ударный слой, пересекает головную ударную волну, достигает максимального расстояния от тела и возвращается к поверхности, увлеченная набегающим потоком.

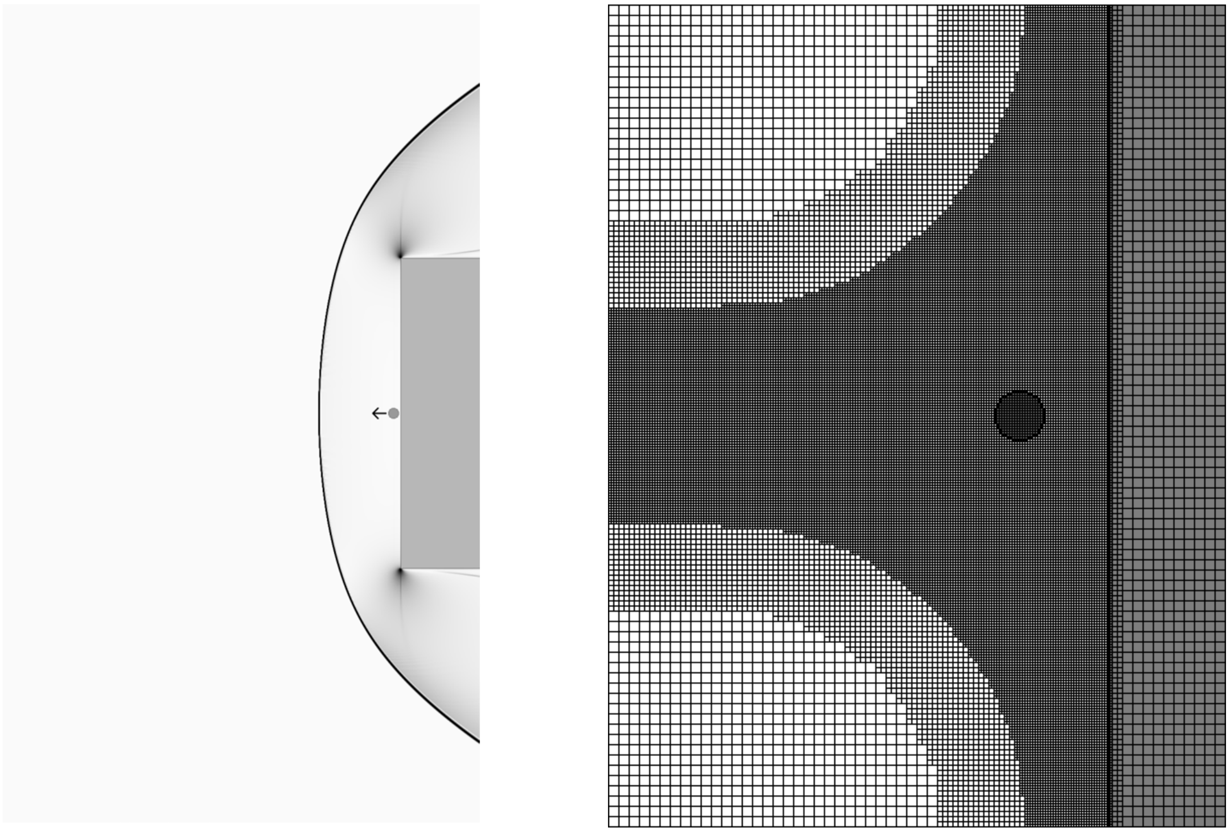
Теневая картина невозмущенного течения представлена на рис. 4.20а. Отчетливо видна отошедшая ударная волна, пересечение которой выпущенной с поверхности торца частицей, играет решающую роль в формировании структуры потока. На рис. 4.20б представлены продольные распределения давления и плотности теплового потока к обтекаемой поверхности. В дальнейшем колебания давления и теплового потока, индуцированные движением частицы, будут рассматриваться относительно этих кривых.





а б

Рис. 4.20. Невозмущенное обтекание торцевого цилиндра вязким газом: теневая картина (а), графики давления (сплошная кривая, левая шкала) и теплового потока (штриховая кривая, правая шкала) вдоль поверхности (б).



а б

Рис. 4.21. Картина течения в момент старта частицы (а)
и адаптивная прямоугольная расчётная сетка (б).

На движущуюся в газовой среде частицу оказывает действие сила аэродинамического сопротивления $\mathbf{f}_D$, которая рассчитывается по давлению газа в граничных ячейках на её поверхности:

$$\frac{d\mathbf{r}_p}{dt} = \mathbf{v}_p,$$

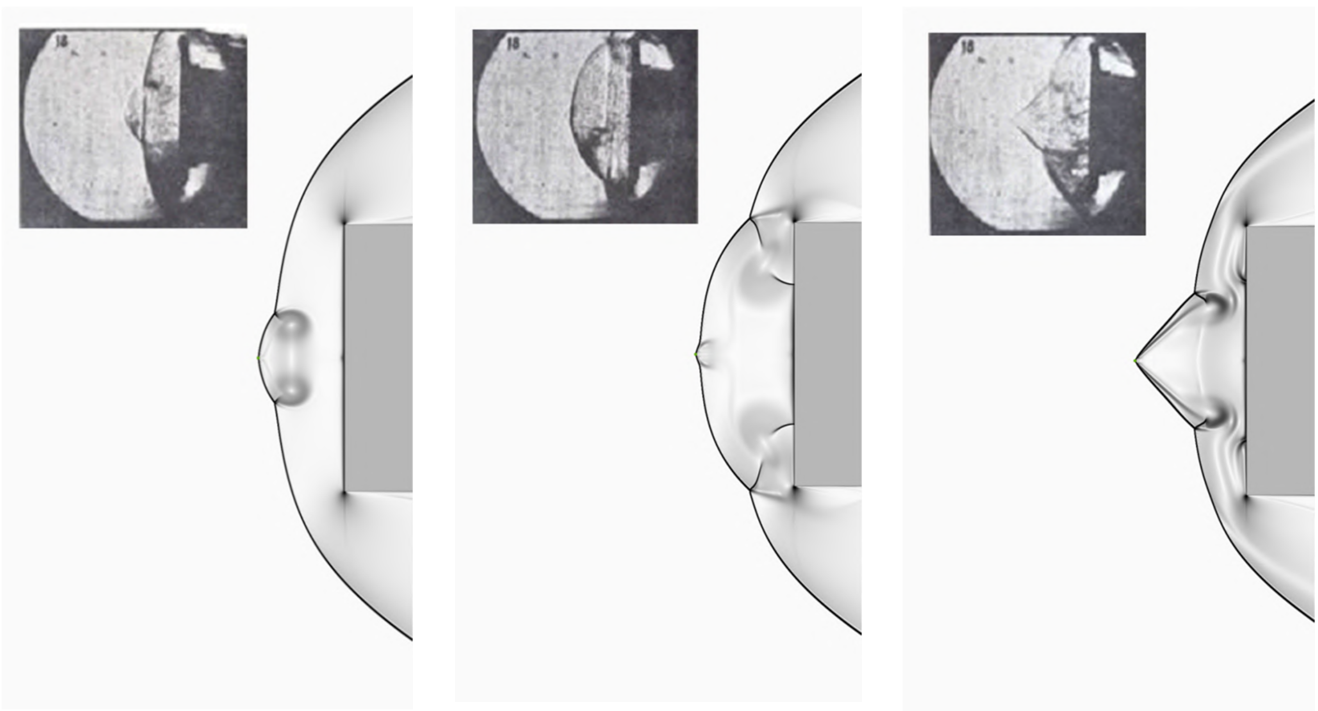
$$m_p \frac{d\mathbf{v}_p}{dt} = \mathbf{f}_D,$$

$$\mathbf{f}_\mathrm{D} = -\sum_{i \in S_p} p_i \mathbf{n}_i S_i$$

где $\mathrm{m_p}$, $\mathbf{r}_\mathrm{p}$, $\mathbf{v}_\mathrm{p}$ - масса, радиус-вектор, скорость частицы. Граничным вычислительным ячейкам i, пересекающим поверхность частицы S_p, соответствуют элементы площадью S_i с вектором внешней нормали $\mathbf{n}_i$ и давлением газа p_i. Вследствие начального положения частицы и осевой симметрии течения движение частицы ограничено горизонтальным направлением вдоль симметрии.

Как и при расчёте невязкого течения ввиду большого различия в размерах движущейся частицы и преграды сетка сгущалась вдоль оси симметрии, служащей траекторией движения частицы, а также вблизи поверхности цилиндра. Сетка включает квадратные ячейки семи характерных размеров со сторонами от $3.125 \cdot 10^{-6}$ м до $4.0 \cdot 10^{-4}$ м (рис. 4.21б). По мере продвижения частицы переключается тип ячейки: газовая фаза, граница частицы, внутренняя область частицы. Общее количество ячеек расчётной сетки приближалось к 12 миллионам. Шаг по времени составляет $8 \cdot 10^{-10}$ с и определяется критерием сходимости.

Теневые картины возмущённого течения (рис. 4.22 – 4.27) аналогичны наблюдаемым в расчётах для невязкого газа. На рис. 4.22 показаны шлирен изображения течения в моменты времени после пересечения выпущенной с поверхности торца частицы головной ударной волны.

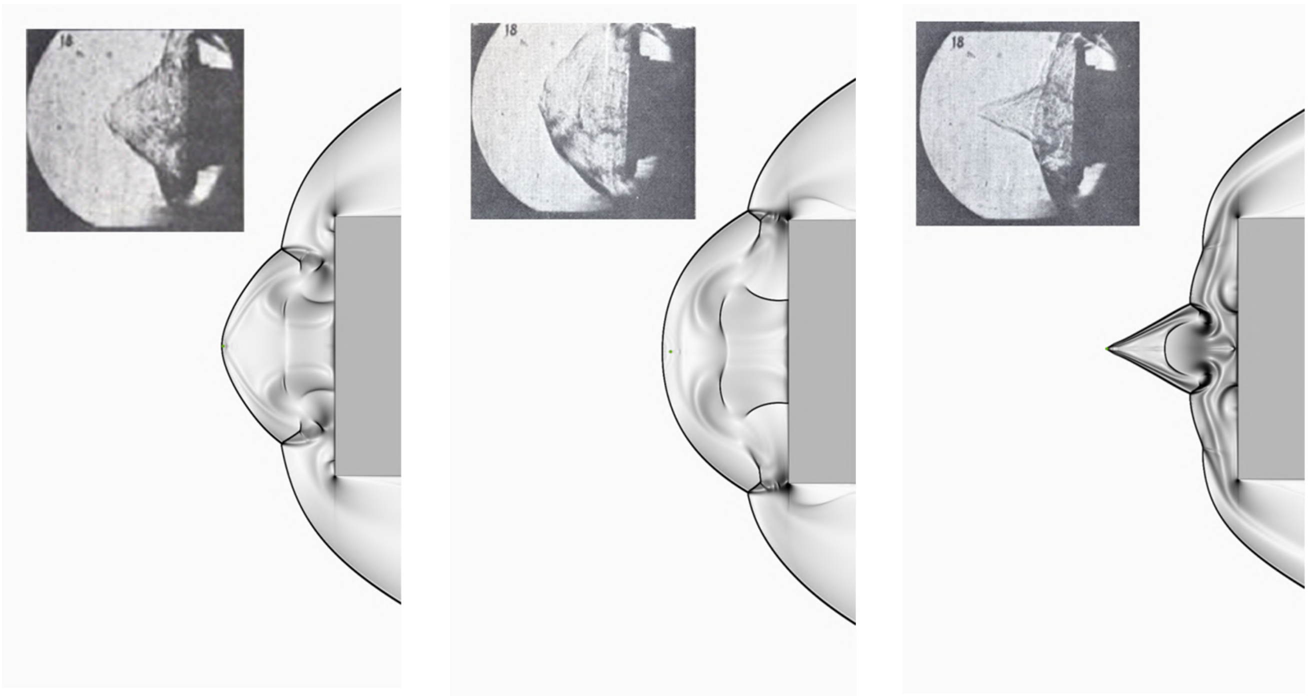


а б в

Рис. 4.22. Эволюция течения в ударном слое.
Начальный этап: а – 2,94 мс, б – 3,45 мс, в – 3,88 мс.
В верхнем левом углу – экспериментальные картины течения [205].

Область возмущения перед цилиндром значительно изменяется в размерах: она постепенно расширяется после того, как частица пересекает ударную волну (рис. 4.22а, 4.22б), а затем сжимается при дальнейшем удалении частицы от цилиндра (рис. 4.22в). Этот процесс циклически повторяется (рис. 4.23).

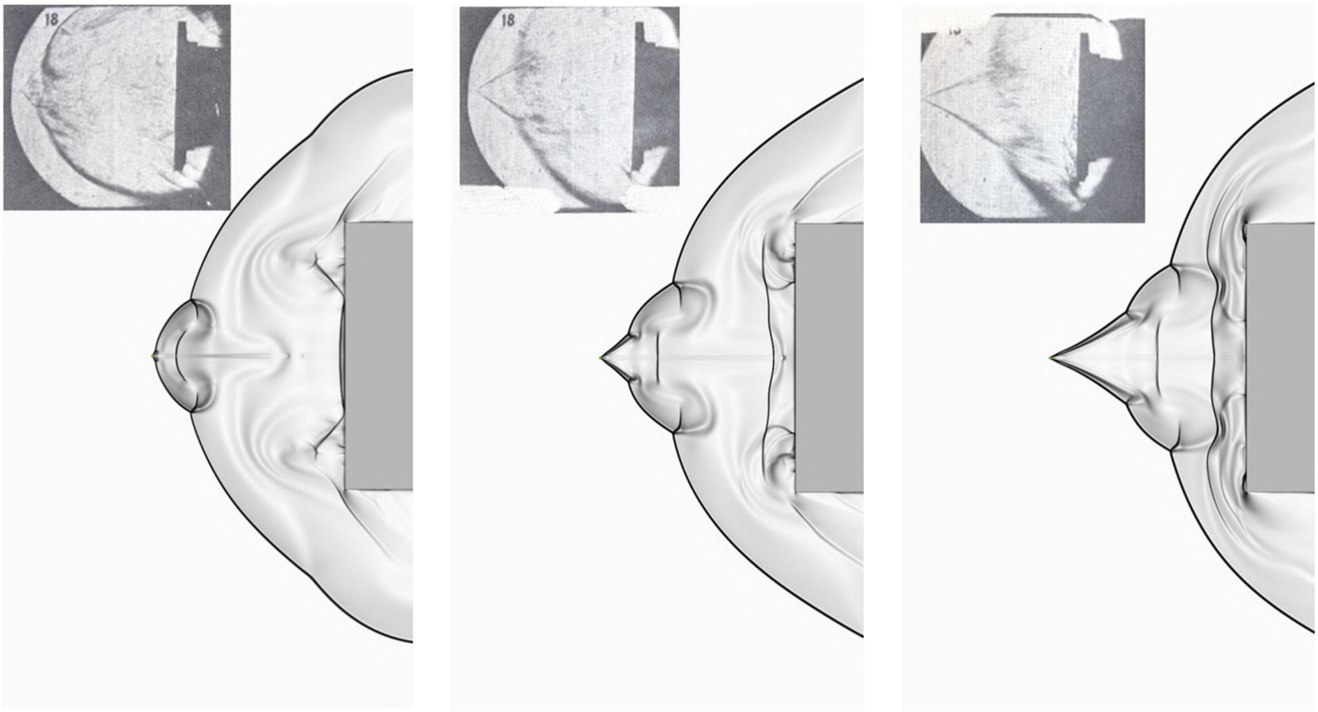
В верхней левой частях на рисунках 4.22 – 4.23 показаны экспериментальные снимки, взятые из работы [205]. Следует отметить, что экспериментальные и расчётные образцы, при одинаковом фронтальном размере имеют отличающиеся боковые части, тем не менее, наблюдаемые в эксперименте и расчётные картины течения довольно похожи.



а б в

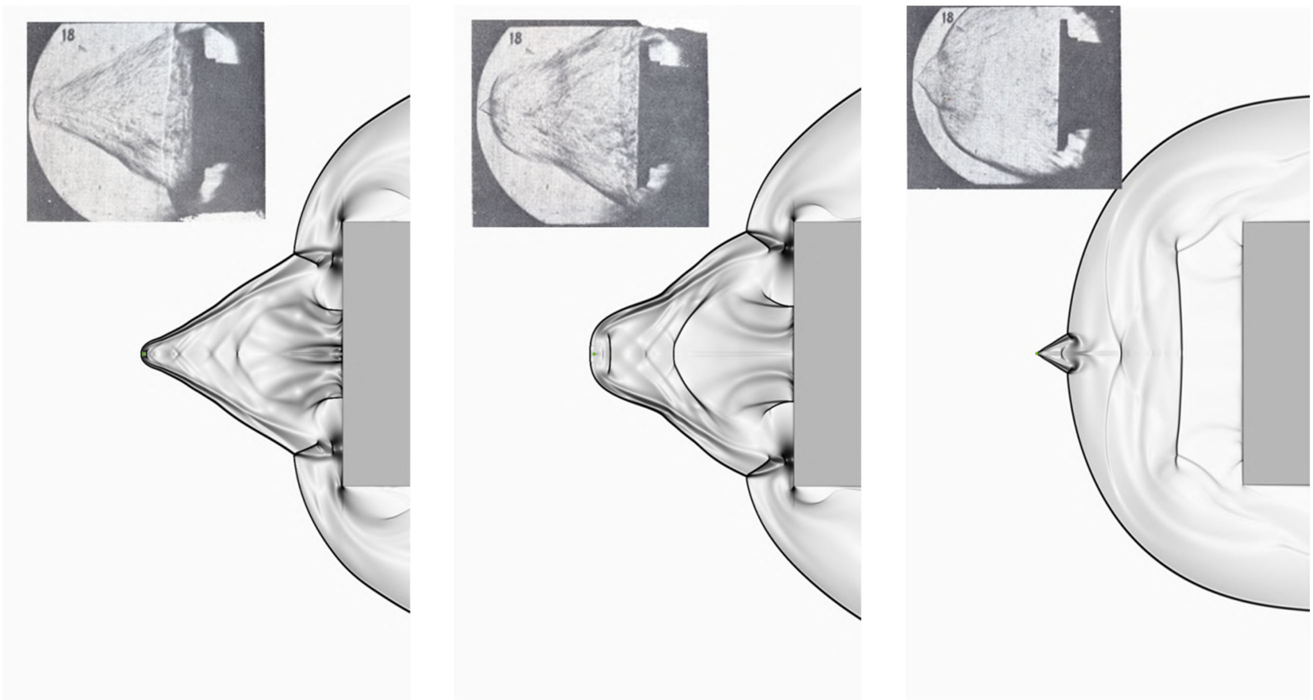
Рис. 4.23. Эволюция течения в ударном слое.
Начальный этап (продолжение): а – 4,05 мс, б – 4,2 мс, в – 4,8 мс.

Рисунки 4.24 – 4.25 иллюстрируют среднюю стадию процесса, когда частица удаляется от обтекаемой поверхности на максимальное расстояние. Здесь также можно отметить высокую степень соответствия расчётных картин с наблюдаемыми в эксперименте.



а б в

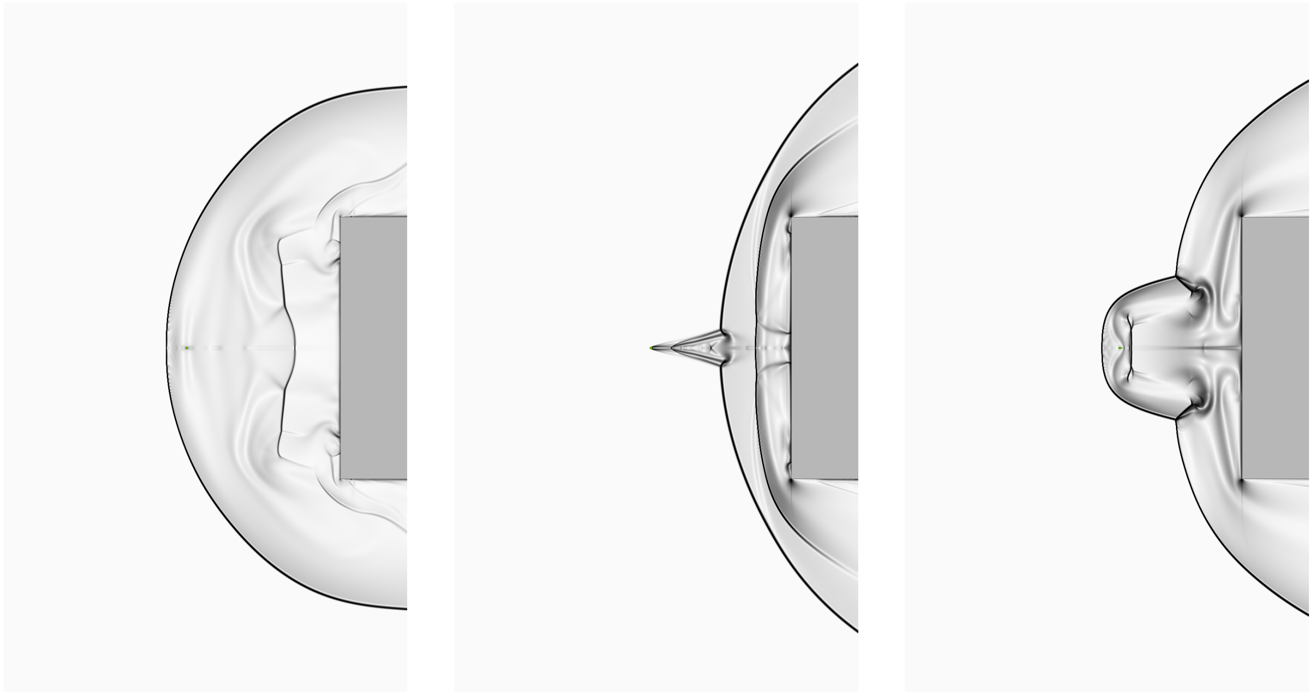
Рис. 4.24. Эволюция течения в ударном слое.
Средняя стадия: а – 7,46 мс, б – 7,55 мс, в – 7,63 мс,
В верхнем левом углу – экспериментальные картины течения [205].



а б в

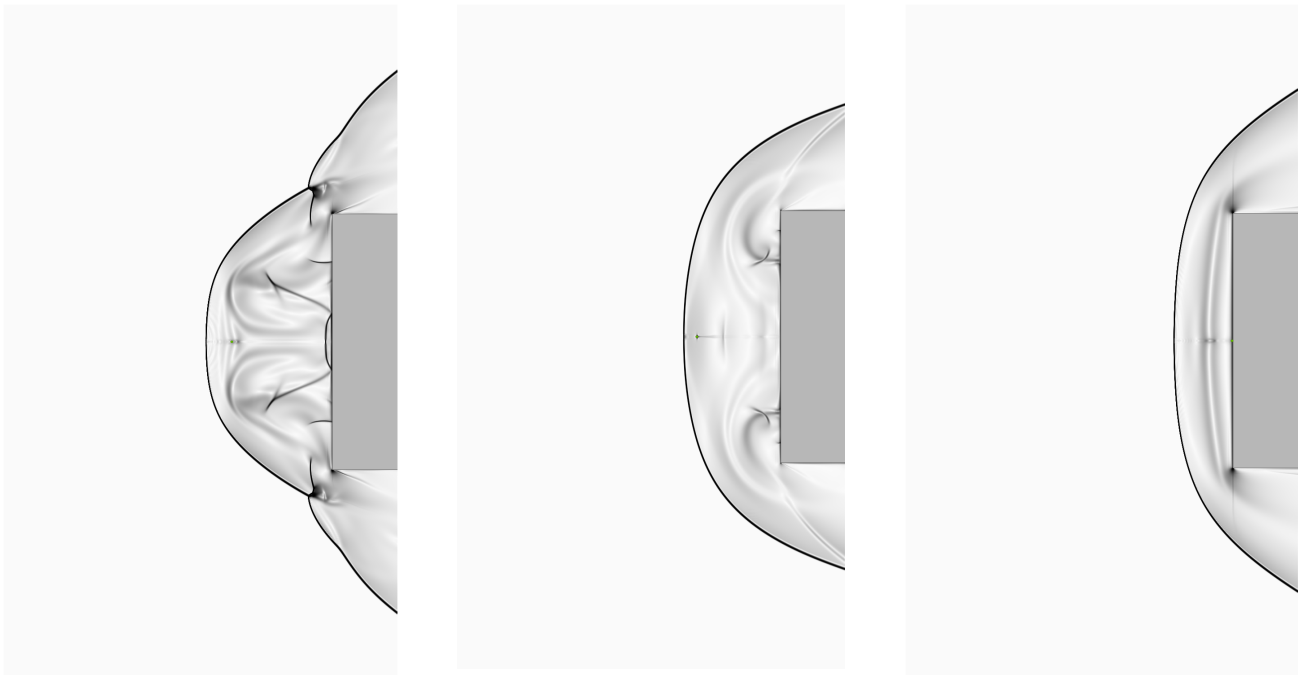
Рис. 4.25. Эволюция течения в ударном слое.
Средняя стадия (продолжение): а – 7,88 мс, б – 7,96 мс, в – 8,37 мс.

Завершающая стадия показана на рисунках 4.26 – 4.27. Частица вновь движется в сторону поверхности. Колебания продолжаются и на этой стадии. По мере приближения частицы к обтекаемому телу, картина течения стабилизируется и становится близкой к картине невозмущенного потока в начальный момент расчёта.



а б в

Рис. 4.26. Эволюция течения в ударном слое.
Заключительная стадия. а – 24,6 мс, б – 24,8 мс, в – 25,2 мс,



а б в

Рис. 4.27. Эволюция течения в ударном слое.
Заключительная стадия (продолжение): а – 25,5 мс, б – 25,75 мс, в – 27,0 мс.

Механика наблюдаемых процессов уже рассматривалась выше применительно к невязкому течению. Частица, пересекая головную ударную волну, сильно возмущает встречный сверхзвуковой поток. Возникает косая ударная волна с вершиной в частице. В результате её взаимодействия с головной ударной волной образуются трёхволновая λ–конфигурация и небольшой тороидального вихрь. По мере удаления частицы от торца область течения, возмущенного частицей, растёт, тройная точка движется вверх и размеры вихревой области также увеличиваются. В результате увеличивается масса газа в сжатой области, вовлеченная в вихревое движение. Набегающий поток обтекает область вихря и тело как единое целое, формируется общая отошедшая ударная волна. Вихревая зона играет роль своего рода сферического затупления для плохообтекаемого тела, которым является торец цилиндра.

После того, как размер вихревой области начинает превышать радиус цилиндра, начинается частичное разрушение периферийной зоны вихря из-за его взаимодействия с кромкой цилиндра. Часть газа, участвующего в вихревом движении, вытекает из торцевой области и вместе с газом внешнего потока участвует в обтекании боковой поверхности цилиндра. Вследствие потери массы из области вихря путём перетекания газа через угловую точку происходит быстрое уменьшение размеров вихря с образованием косой ударной волны от частицы, взаимодействующей с отошедшей головной волной перед торцом. После уменьшения размера вихря до величины, составляющей примерно половину радиуса цилиндра, значительная часть внешнего потока вновь начинает включаться в процесс вихреобразования, вихрь снова начинает расти и колебательный цикл повторяется.

Проведём анализ колебаний давления и теплового потока. На рисунке 4.28 показаны колебания давления в двух точках на поверхности плоского торца радиуса R. Рис. 4.28а соответствует расстоянию $0{,}1R$ от оси цилиндра, рис. 4.28б – расстоянию $0{,}9R$. Давление на обоих рисунках отнесено к соответствующим значениям для невозмущенного потока (рис. 4.20б). Наблюдаются значительные колебания давления, причем амплитуда колебаний достигает больших значений в более удаленной от оси области (рис. 4.28б).

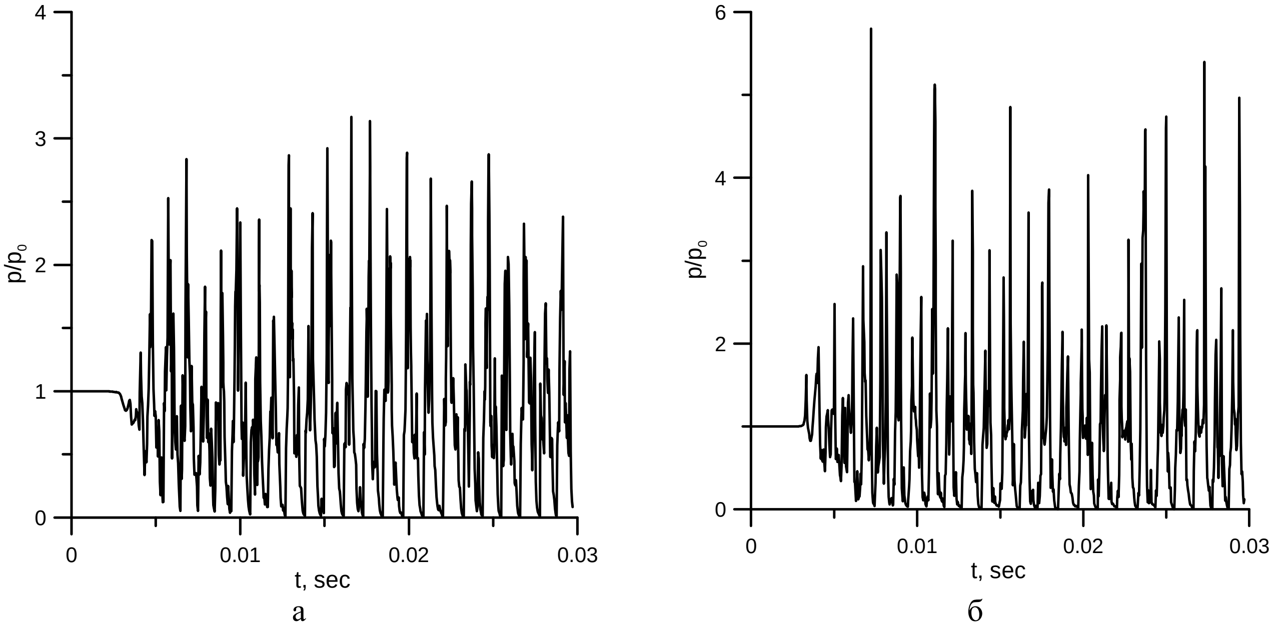
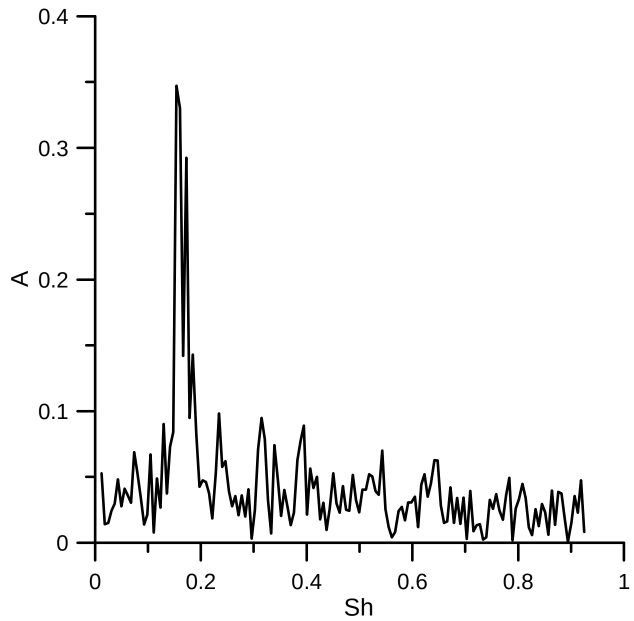


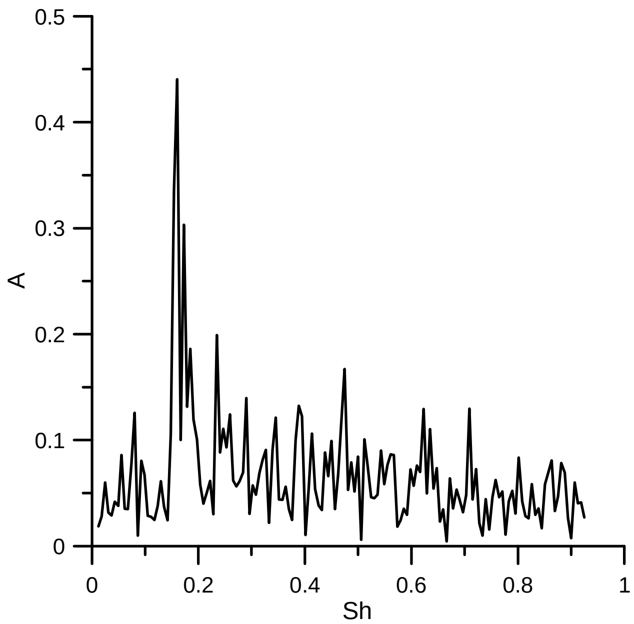
Рис. 4.28. Колебания давления на поверхности торцевой части.
Расстояние от оси симметрии: 0,1R (а), 0,9R (б).

В экспериментах [205] было получено, что безразмерная частота колебаний слабо зависит от числа Маха, размера и скорости частиц, а также размера модели. Число Струхаля $Sh = \dfrac{\nu D}{u_\infty}$, где ν - частота колебаний, D - диаметр модели, u_∞ - скорость набегающего потока, лежит в диапазоне $0{,}16 \le Sh \le 0{,}19$, что близко к значениям, наблюдаемым для тел с иглой.

На рисунке 4.29 приведены спектральные диаграммы для колебаний давления, представленных на рис. 4.28. Доминирующие частоты близки на обеих диаграммах. При этом результаты спектрального анализа хорошо согласуются с экспериментальными данными (рис. 4.30).



а



б

Рис. 4.29. Спектральные диаграммы колебаний давления.
Расстояние от оси симметрии: 0,1R (а), 0,9R (б).

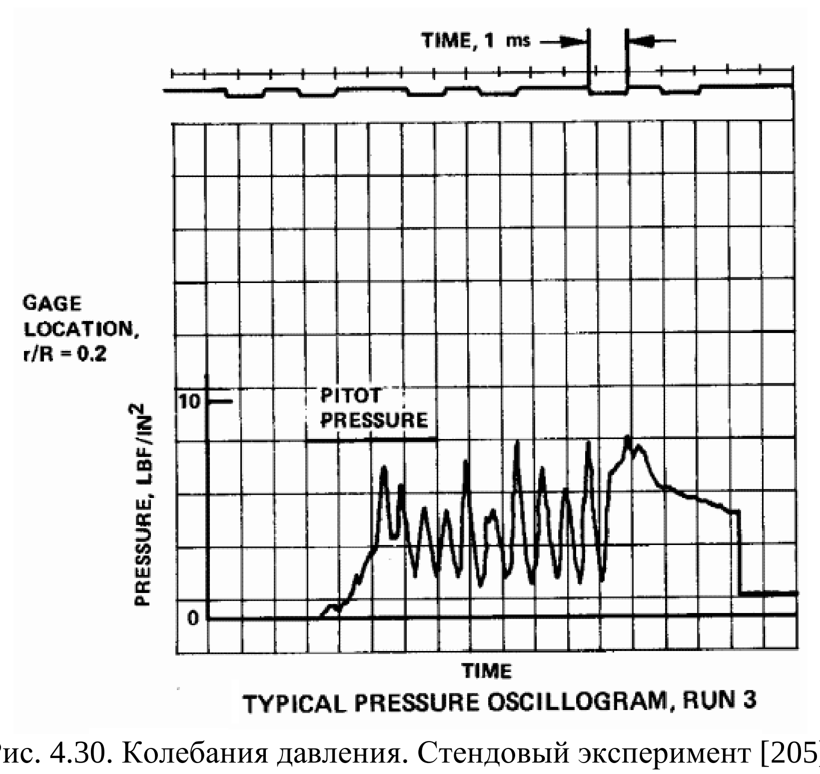
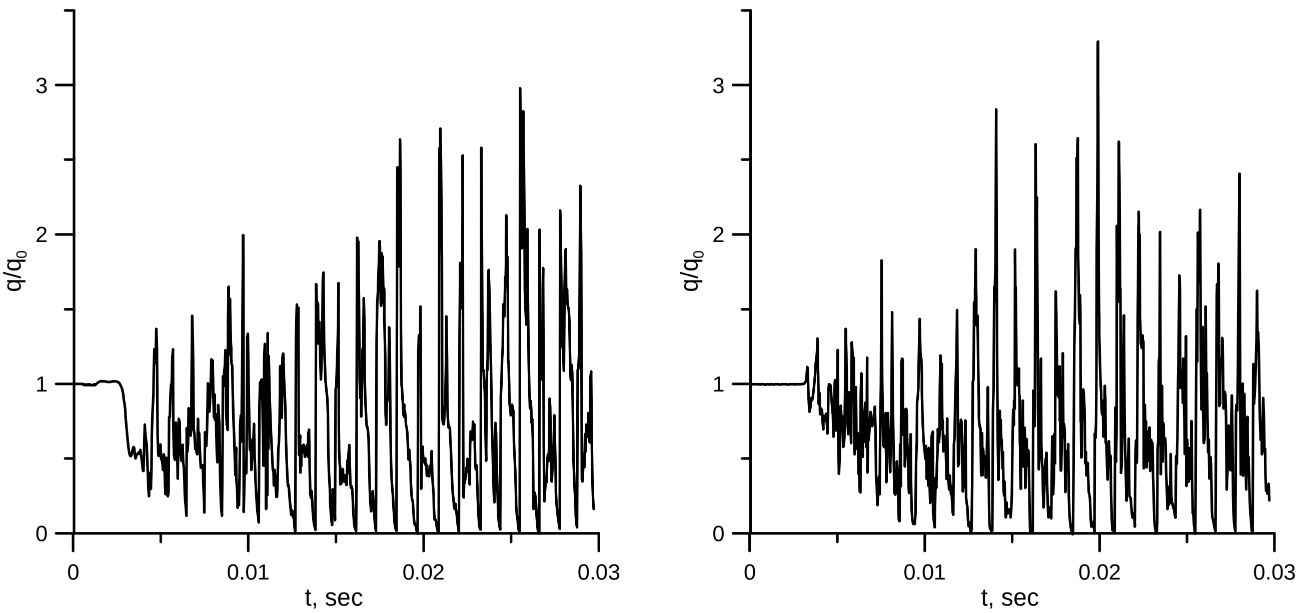


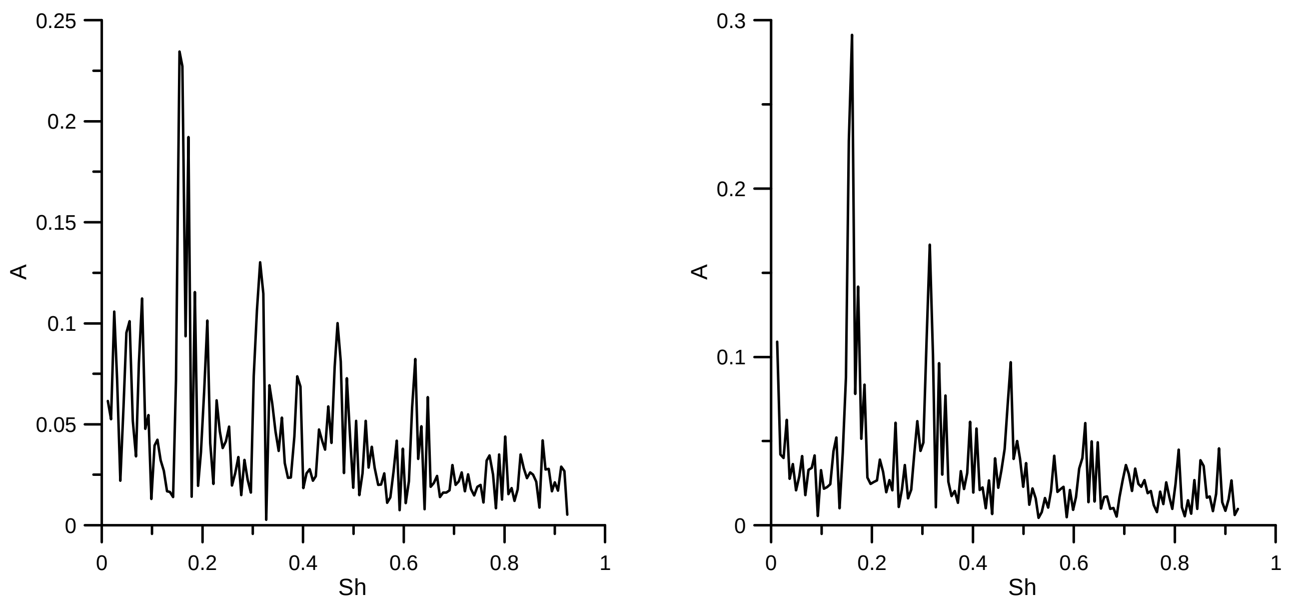
Рис. 4.30. Колебания давления. Стендовый эксперимент [205].

На рис. 4.31, 4.32 аналогичные результаты представлены для колебаний плотности теплового потока к обтекаемой поверхности в торцевой части. Видно, что локальный тепловой поток может достигать величины, кратно превосходящей значение в невозмущенном течении.



а б

Рис. 4.31. Колебания теплового потока к поверхности в торцевой части.
Расстояние от оси симметрии: 0,1R (а), 0,9R (б).



а б

Рис. 4.32. Спектральные диаграммы колебаний теплового потока.
Расстояние от оси симметрии: 0,1R (а), 0,9R (б).

Максимальное повышение теплового потока в ходе колебательного процесса в точке $0{,}1R$ согласуется с экспериментальными данными (рис. 4.33) [205], тогда как в точке $0{,}9R$ оно ниже зафиксированного в экспериментах. При этом моменты резкого возрастания теплового потока чередуются с моментами значительного падения. В результате воздействие одиночной частицы не дает интегрального по времени усиления теплового потока.

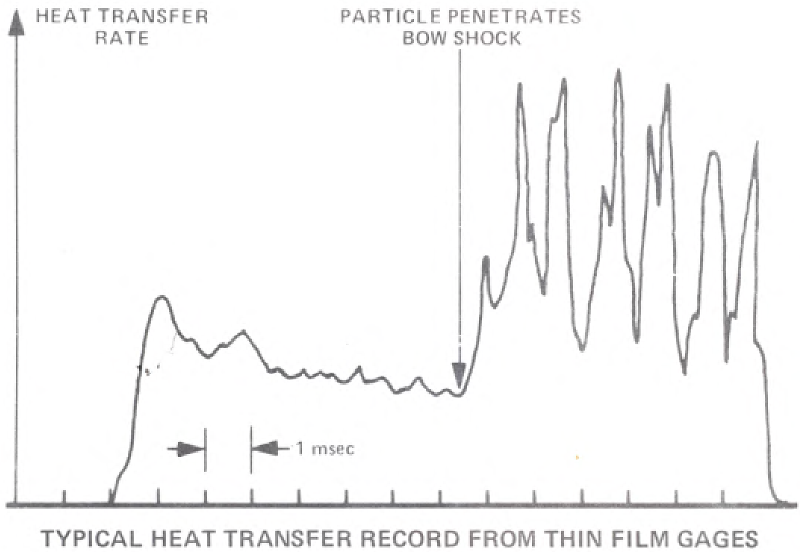


Рис. 4.33. Колебания теплового потока. Стендовый эксперимент [205].

Спектральные диаграммы колебаний теплового потока в целом подобны диаграммам колебаний давления. Основной частотный диапазон, обусловленный колебаниями ударного слоя, лежит в пределах $0{,}16 \le Sh \le 0{,}19$, что согласуется с экспериментальными данными. Прослеживаются также высокочастотные составляющие, связанные с прохождением локальных возмущений вдоль поверхности.

Выводы к главе 4

Построена вычислительная модель движения крупной частицы в ударном слое в осесимметричной постановке с использованием адаптивных декартовых сеток для дискретизации системы уравнений газовой динамики и моделирования перемещения частицы вдоль оси симметрии обтекаемого газом тела.

Проведены численные эксперименты по моделированию газодинамического взаимодействия с ударным слоем крупной частицы, движущейся вдоль оси симметрии сферы параллельно набегающему сверхзвуковому потоку невязкого газа. Показано, что по достижении отражённой от обтекаемой поверхности частицей ударной волны происходит существенная перестройка течения в ударном слое, разрушение стационарной ударно-волновой структуры и образование конусообразной возмущённой области с вершиной, движущейся вместе с частицей. Полученная в расчётах картина течения при этом хорошо соответствует наблюдаемой в стендовых испытаниях. Наблюдается формирование тороидального вихря, обтекание которого приводит к отрыву приосевого набегающего потока от оси симметрии и его дальнейшее взаимодействие с внешним потоком и поверхностью обтекаемого тела. Из приосевого течения и части внешнего потока образуется импактная кольцевая струя, направленная на поверхность обтекаемого тела и взаимодействующая с ней с образованием зоны повышенного давления, создавая тем самым условия для интенсификации конвективного теплообмена.

В результате выполнения численных экспериментов и анализа полученных данных исследованы колебательные режимы течения и теплообмена, индуцированные газодинамическим взаимодействием высокоинерционной частицы с вязким ударным слоем вблизи тела с плоским торцом. Полученные в расчётах ударно-волновые структуры течения, а также частоты и амплитуды колебаний давления и теплового потока хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Показано, что локальные величины давления и теплового потока в ходе колебательного процесса могут в несколько раз превышать значения для стационарного невозмущенного течения. При этом воздействия одиночной частицы оказывается недостаточно для интегрального по времени повышения теплового потока, так как периоды повышенного теплообмена сменяются периодами существенного снижения теплового потока.

ГЛАВА 5. РАСЧЁТ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КРУПНЫХ ЧАСТИЦ С ВЯЗКИМ УДАРНЫМ СЛОЕМ В ДВУМЕРНОЙ ПОСТАНОВКЕ МЕТОДОМ АДАПТИВНЫХ СКОЛЬЗЯЩИХ ДЕКАРТОВЫХ СЕТОК

Введение

В предыдущей главе рассматривалось газодинамическое взаимодействие одиночной частицы с ударным слоем при обтекании осесимметричного тела. Исследованы варианты обтекания цилиндра со сферическим затуплением и плоским торцом. Получены детальные пространственно-временные картины газодинамического взаимодействия возмущённой области в окрестности частицы с макроскопическим течением в ударном слое и головной ударной волной. Проведено исследование колебательных режимов течения и теплообмена, индуцированных газодинамическим взаимодействием высокоинерционной частицы с ударным слоем. При этом частица двигалась строго по оси симметрии, что позволяло решать задачу в двумерной осесимметричной постановке с использованием цилиндрической системы координат. Данный фактор имеет важное значение, поскольку для моделирования газодинамического взаимодействия, особенно в случае вязких течений, требуется высокое сеточное разрешение вблизи движущейся частицы и обтекаемой поверхности, потому даже в двумерном варианте решение задачи требует высоких вычислительных затрат.

Отход частицы от оси симметрии нарушает осесимметричную структуру течения и в общем случае требует трёхмерного моделирования. Ввиду того, что использование декартовых сеток для решения задачи в трёхмерной постановке требует значительных вычислительных ресурсов, на текущем этапе принято решение упростить задачу, рассматривая процесс в двумерной постановке, то есть плоское течение. Разумеется, при таком подходе сложно говорить о точном количественном согласовании результатов с экспериментальными данными, однако, качественные особенности группового взаимодействия частиц с ударным слоем, а также влияние на структуру течения и теплообмен перемещения частиц вдоль сложных пространственных траекторий проследить возможно.

Представленная вычислительная модель движения частиц в ударном слое в двумерной постановке основана на модели расчёта обтекания тела газом на адаптивных декартовых сетках, представленной в предыдущей главе работы, которая теперь применяется как по отношению к преграде, как и к каждой из крупных частиц в отдельности. Расчёт обтекания каждого тела производится отдельным экземпляром подпрограммы, обеспечивающим интегрирование системы уравнений газовой динамики. На каждом шаге расчёта производится обмен параметрами газа в граничных ячейках. Основой сопряжения подпрограмм является метод скользящих сеток.

Как правило, метод скользящих сеток используется для моделирования движения объектов вдоль заранее известных траекторий, таких как, вращение лопаток турбин, винтов вертолётов или пропеллеров самолётов [234, 252]. В задаче моделирования движения частиц в потоке газа траектория движения заранее не известна и определяется силами, действующими на частицу, а также её взаимодействием с другими телами, что потребовало модификации метода. В частности, при сближении частицы с поверхностью преграды, выполняется переключение типов ячеек, положение внешней границы скользящей сетки, привязанной к частице, не является статичным, а определяется взаимным геометрическим расположением тел и размером ячеек вычислительной сетки.

5.1. Метод адаптивных скользящих декартовых сеток

Для решения задачи моделирования движения частиц в ударном слое в двумерной постановке применяется модифицированный метод адаптивных скользящих декартовых сеток (рис. 5.1). Суть его в следующем. При моделировании движения частиц методом скользящих сеток наряду с основной системы координат, связанной с обтекаемым телом, вводятся локальные системы координат, привязанные к каждой из движущихся частиц. Расчёт обтекания газом каждого тела производится на отдельной «локальной» расчётной сетке в своей системе координат. Система координат, связанная с преградой, считается неподвижной, её расчётная сетка далее именуется «основной», условия на её входной границе определяются параметрами набегающего потока.

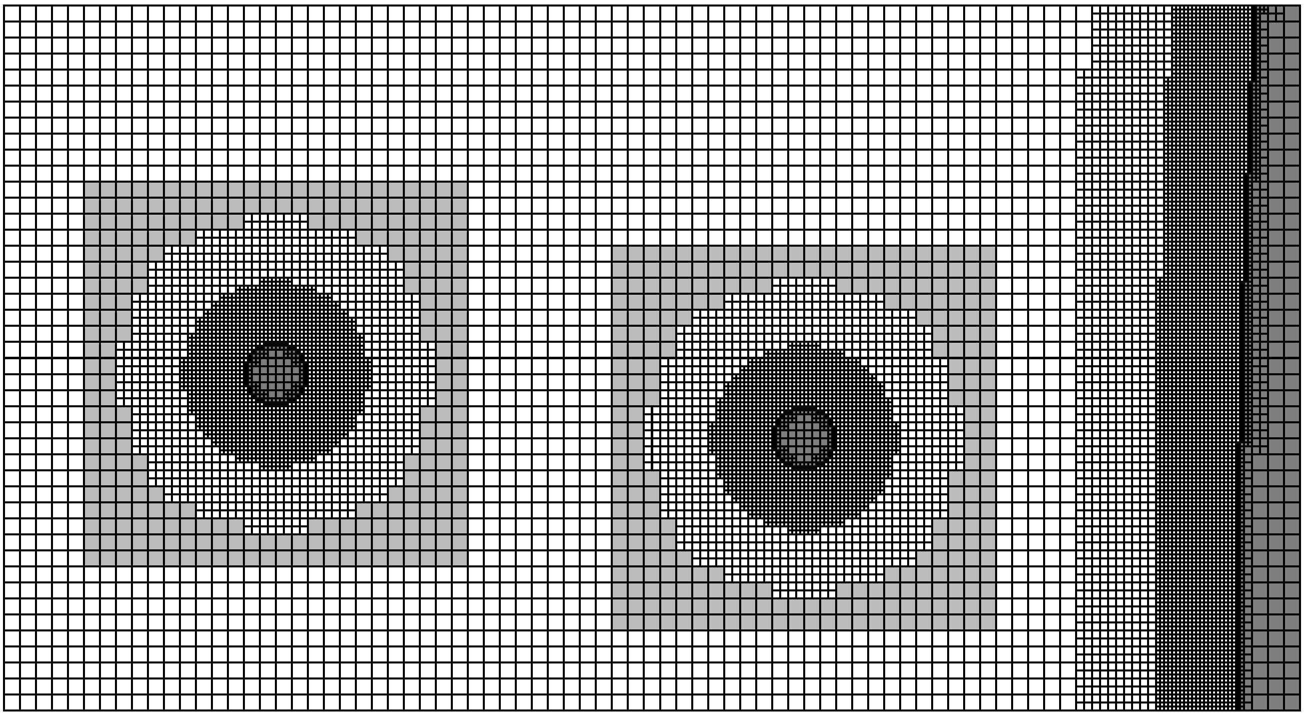


Рис. 5.1. Скользящие декартовы сетки.

Граничные условия для локальной сетки, привязанной к частице, определяются параметрами газа, полученными на основной сетке исходя из положения и скорости частицы. На каждом расчётном шаге основной сетки, время которого определяется согласно критерию Куранта, осуществляется расчёт состояния газа во внешних ячейках движущейся сетки с применением билинейной интерполяции, поскольку центры ячеек двух сеток, как правило, смещены друг относительно друга. Выполняется решение уравнений газовой динамики в локальной системе координат движущейся частицы, вычисляется её перемещение за шаг расчёта и полученные параметры газовой фазы из внутренней области переносятся на основную сетку с применением обратного преобразования. При перемещении частицы в областях с адаптированной основной сеткой, в частности, при отражении от границы тела, вычисление производится на сетке с большим пространственным разрешением, т.е. меньшим размером ячейки, при одинаковом разрешении предпочтение приоритет имеет основная сетка. На рис. 5.1 схематично показано положение локальной расчётной сетки относительно основной в различные моменты времени.

Рассматривается сверхзвуковое обтекание плоского затупленного тела сверхзвуковым вязким потоком с движущимися вдоль нелинейных траекторий частицами, обусловленных действием сил сопротивления (рис. 5.2). Течение предполагается ламинарным. От обтекаемой поверхности навстречу потоку последовательно выходят частицы (рис. 5.3).

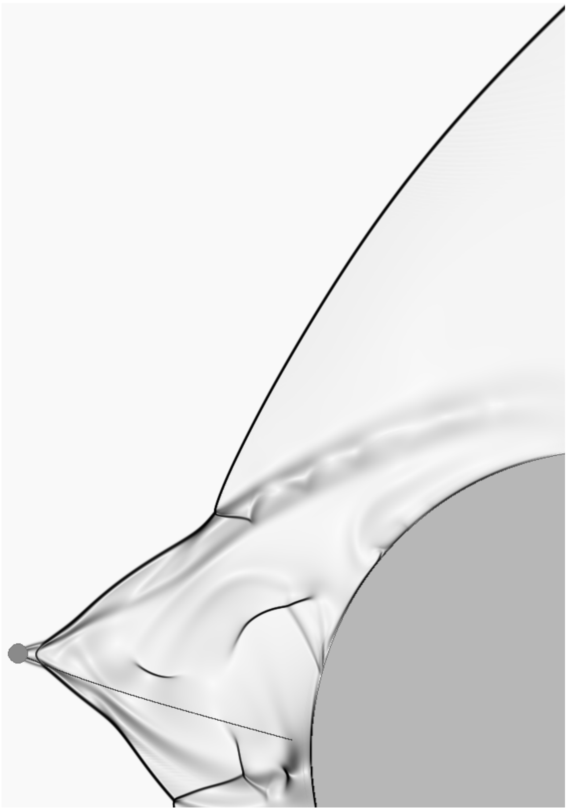


Рис. 5.2. Взаимодействие с ударным слоем крупной частицы, движущейся по нелинейной траектории под действием силы аэродинамического сопротивления.

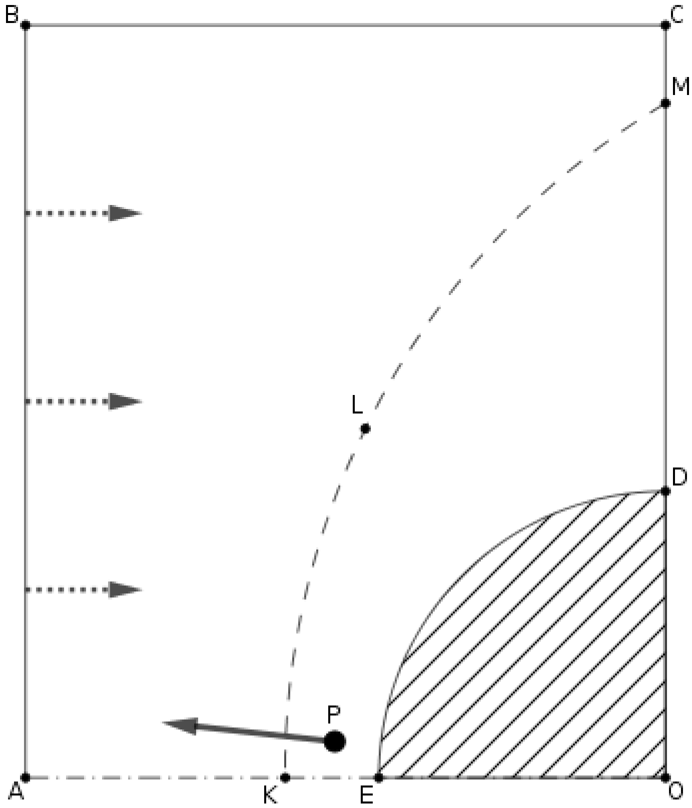


Рис. 5.3. Схема вычислительного эксперимента: AB – входная граница, BCD – выходная граница, ODE – круговой цилиндр, P – частица, KLM – невозмущенный фронт ударной волны.

Система нестационарных уравнений Навье-Стокса в консервативных переменных в совокупности с уравнением состояния идеального газа описывают течение вязкого газа в двумерной постановке [85]:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t}+\frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{q})}{\partial x}+\frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{q})}{\partial y}=\frac{\partial \mathbf{F}^{v}(\mathbf{q})}{\partial x}+\frac{\partial \mathbf{G}^{v}(\mathbf{q})}{\partial y},$$

$$\mathbf{q}=\begin{pmatrix}\rho\\ \rho u\\ \rho v\\ \rho e\end{pmatrix},\ \mathbf{F}=\begin{pmatrix}\rho u\\ \rho u^2+p\\ \rho uv\\ \rho uH\end{pmatrix},\ \mathbf{G}=\begin{pmatrix}\rho v\\ \rho uv\\ \rho v^2+p\\ \rho vH\end{pmatrix},$$

$$e=\frac{p}{\rho(\gamma-1)}+\frac{u^2+v^2}{2},\ H=e+\frac{p}{\rho},$$

$$p=\rho RT,$$

$$\mathbf{F}^v=\begin{pmatrix}0\\ \tau_{xx}\\ \tau_{xy}\\ \tau_{xx}u+\tau_{xy}v-q_x\end{pmatrix},\ \mathbf{G}^v=\begin{pmatrix}0\\ \tau_{yx}\\ \tau_{yy}\\ \tau_{yx}u+\tau_{yy}v-q_y\end{pmatrix},$$

где t – время, ρ – плотность, p – давление газа, T – температура по шкале Кельвина, e – полная удельная энергия, H – полная энтальпия, u, v – компоненты скорости газа вдоль осей x и y соответственно, γ – показатель адиабаты, R – газовая постоянная.

Компоненты тензора вязких напряжений:

$$\tau_{xx}=\frac{2}{3}\mu\left(2\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial v}{\partial y}\right),\ \tau_{yy}=\frac{2}{3}\mu\left(2\frac{\partial v}{\partial y}-\frac{\partial u}{\partial x}\right),\ \tau_{xy}=\tau_{yx}=\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right).$$

Компоненты плотности теплового потока:

$$q_x=-\lambda\frac{\partial T}{\partial x},\ q_y=-\lambda\frac{\partial T}{\partial y}.$$

Коэффициент теплопроводности рассчитывается исходя из постоянства значения числа Прандтля $\mathrm{Pr}=0,72$ по коэффициенту вязкости, который вычисляется по формуле Сазерленда [51], как и в предыдущих главах работы.

Задача решается с использованием TVD-монотонизированной схемы второго порядка в сочетании с методом AUSM+ (Advection Upstream Splitting Method Plus) [213] для вычисления потоков через грани вычислительной ячейки. Дискретизация уравнений Навье-Стокса выполняется на прямоугольной сетке.

Граничные условия аппроксимируются согласно методу погруженной границы с фиктивными ячейками [28, 30].

Реконструкция векторов консервативных переменных на гранях ячейки выполняется согласно выражениям

$$\mathbf{q}_L = \mathbf{q}_i + 0.5 \cdot \mathrm{limiter}\left(\Delta\mathbf{q}_{i+1}, \Delta\mathbf{q}_i\right),$$

$$\mathbf{q}_R = \mathbf{q}_{i+1} - 0.5 \cdot \mathrm{limiter}\left(\Delta\mathbf{q}_{i+2}, \Delta\mathbf{q}_{i+1}\right),$$

$$\Delta\mathbf{q}_i = \left(\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_{i-1}\right),$$

где в качестве ограничителя использовалась функция minmod:

$$\mathrm{limiter}(a,b) = \mathrm{minmod}(a,b) = \begin{cases} \mathrm{sign}(a)\cdot\min\left(|a|,|b|\right), & ab > 0 \\ 0, & ab \le 0 \end{cases}.$$

Расчёт конвективных потоков **F** и **G** вдоль осей x и y на гранях вычислительных ячеек согласно методу AUSM+ определяется выражениями [213]:

$$\mathbf{F}_{1/2} = \mathbf{\Phi}_{1/2}\Big|_{n_x=1,\, n_y=0},\ \mathbf{G}_{1/2} = \mathbf{\Phi}_{1/2}\Big|_{n_x=0,\, n_y=1},$$

$$\mathbf{\Phi}_{1/2} = \frac{\dot{m}+|\dot{m}|}{2}\mathbf{\Psi}_L + \frac{\dot{m}-|\dot{m}|}{2}\mathbf{\Psi}_R + \tilde{p}\mathbf{N},$$

$$\mathbf{\Psi}_{L,R} = \begin{pmatrix} 1 \\ u \\ v \\ H \end{pmatrix}_{L,R},\ \mathbf{N} = \begin{pmatrix} 0 \\ n_x \\ n_y \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$V_{L,R} = u_{L,R}n_x + v_{L,R}n_y,$$

$$c_{L,R}^{*2} = \frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1}H_{L,R},$$

$$c_{L,R} = \frac{c_{L,R}^{*2}}{\max\left(c_{L,R}^{*}, \left|V_{L,R}\right|\right)},$$

$$c_{1/2} = \min\left(c_L, c_R\right),\ M_{L,R} = \frac{V_{L,R}}{c_{1/2}},$$

$$f_{mL,R}^{\pm}\Big|_{\beta=\frac{1}{8}}=\begin{cases}\frac{1}{2}\left(M_{L,R}\pm\left|M_{L,R}\right|\right), & при\ \left|M_{L,R}\right|\ge 1\\ \pm\frac{1}{4}\left(M_{L,R}\pm 1\right)^2\pm\beta\left(M_{L,R}^2-1\right)^2, & при\ \left|M_{L,R}\right|<1\end{cases}$$

$$M_{1/2}=f_{mL}^{+}+f_{mR}^{-},$$

$$\dot{m}=c_{1/2}M_{1/2}\cdot\begin{cases}\rho_L, & if\ M_{1/2}>0\\ \rho_R, & otherwise\end{cases},$$

$$f_{pL,R}^{\pm}\Big|_{\alpha=\frac{3}{16}}=\begin{cases}\frac{1}{2}\left(1\pm sign(M_{L,R})\right), & при\ \left|M_{L,R}\right|\ge 1\\ \frac{1}{4}\left(M_{L,R}\pm 1\right)^2\left(2\mp M_{L,R}\right)\pm\alpha M_{L,R}\left(M_{L,R}^2-1\right)^2, & при\ \left|M_{L,R}\right|<1\end{cases},$$

$$\tilde{p}=f_{pL}^{+}\Big|_{\alpha}p_L+f_{pR}^{-}\Big|_{\alpha}p_R.$$

Для вычисления компонент тензора вязких напряжений и расчёта векторов вязких потоков применяется аппроксимация пространственных производных температуры и компонентов скорости методом конечных разностей с первым порядком точности.

Интегрирование системы дифференциальных уравнений по времени выполняется явным методом Рунге–Кутты третьего порядка [100].

Расчёт обтекания газом каждого твёрдого тела осуществляется в своей системе координат на отдельной вычислительной сетке. Обтекаемое сверхзвуковым потоком центральное затупленное тело считается неподвижным вместе со своей системой координат и вычислительной сеткой, которая далее именуется «основной», на её входной границе задаются параметры набегающего потока ($\mathbf{n}$ – вектор нормали к границе):

$$\rho=\rho_\infty,\ T=T_\infty,\ u=u_\infty,\ \frac{\partial\rho}{\partial\mathbf{n}}=0,\ v=0,\ \frac{\partial p}{\partial\mathbf{n}}=0,$$

где u_∞ – скорость, ρ_∞ – плотность, T_∞ – температура набегающего потока, $\mathbf{n}$ – вектор нормали к границе.

На выходе из основной области расчёта заданы граничные условия Неймана с нулевыми градиентами:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{n}} = 0\,,\ \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} = 0\,,\ \frac{\partial v}{\partial \mathbf{n}} = 0\,,\ \frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} = 0\,.$$

На поверхностях обтекаемых газом тел, к числу которых относятся как преграда, так и каждая их частиц, задаются условия прилипания к изотермической стенке с температурой T_w в связанной с телом системе координат:

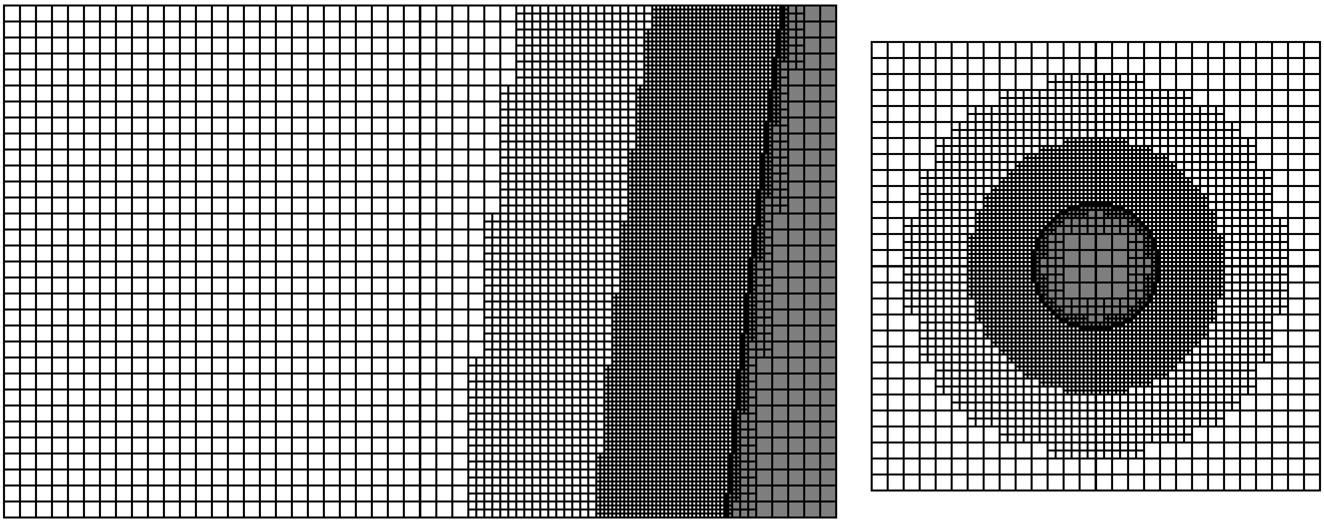
$$\frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} = 0\,,\ u = 0\,,\ v = 0\,,\ T = T_w\,.$$

Твёрдые сферические частицы движутся в потоке газа под действием силы аэродинамического сопротивления $\mathbf{f}_D$, которая в данной модели определяется давлением газа на поверхности, пренебрегая силой трения, данное допущение с определёнными оговорками может быть применимо для плохо обтекаемых тел, которыми являются сферические частицы:

$$\frac{d\mathbf{r}_{\mathrm{p}}}{dt} = \mathbf{v}_{\mathrm{p}}\,,\ m_{\mathrm{p}}\frac{d\mathbf{v}_{\mathrm{p}}}{dt} = \mathbf{f}_D\,,\ \mathbf{f}_{\mathrm{D}} = -\sum_{i \in S_p} p_i \mathbf{n}_i S_i\,,$$

где m_{p}– масса, $\mathbf{v}_{\mathrm{p}}$– скорость, $\mathbf{r}_{\mathrm{p}}$ – радиус-вектор частицы. Пересекающим поверхность частицы S_p вычислительным ячейкам i соответствуют площадки S_i с вектором внешней нормали $\mathbf{n}_i$ и давлением газа p_i в точках на границе.

Для дискретизации системы уравнений газовой динамики применяются адаптированные к геометрии области декартовы сетки. Разрешение течения вязкого газа внутри пограничного слоя требует многократного измельчения расчётной сетки вблизи обтекаемой поверхности. На каждом нижележащем уровне ячейка при необходимости разбивается на четыре одинаковые вдвое меньшего размера (рис. 5.4). В проведённых расчётах при численном интегрировании уравнений Навье-Стокса использовались вплоть до 9 уровней измельчения, т.е. линейный размер наименьших ячеек, расположенных на границе тела, в 2^8=256 раз меньше крупных, находящихся, как правило, у внешних границ расчётной области. Для разрешения течения у границы частиц также применяются адаптивные прямоугольные сетки (рис. 5.4б). Размер внешних ячеек локальных сеток движущихся частиц совпадал с размером крупных ячеек основной расчётной сетки.



а б

Рис. 5.4 Адаптивная декартова расчётная сетка:
основная вблизи поверхности преграды (а), локальная вокруг частицы (б).

Привязанная к частице локальная система координат движется поступательно вместе со своей расчётной сеткой относительно основной. Во внешней зоне локальной сетки задаются граничные условия первого рода, рассчитанные интерполяцией параметров газа из основной сетки в соответствующих точках пространства с учётом расположения частицы и трансформацией в локальную систему координат с учётом скорости частицы. Область пространства, соответствующая внутренней части локальной вычислительной решётки, привязанной к частице, исключается из расчёта на основной сетке и заполняется параметрами газа путём их преобразования в обратную сторону — от локальной решётки к основной (рис. 5.5, 5.6).

На каждом вычислительном шаге решения системы уравнений газовой динамики на основной сетке, время которого определяется согласно критерию Куранта, осуществляется расчёт состояния газа во внешних ячейках движущейся сетки путём интерполяции параметров газа из основной. После чего производится численное интегрирование системы уравнений газовой динамики в локальной системе координат движущейся частицы, вычисляется её перемещение за рассматриваемый временной интервал, соответствующий шагу расчёта основной сетки, и полученные параметры газовой фазы из внутренней зоны локальной сетки переносятся на основную сетку посредством интерполяции и обратного преобразования с учётом относительной скорости систем координат.

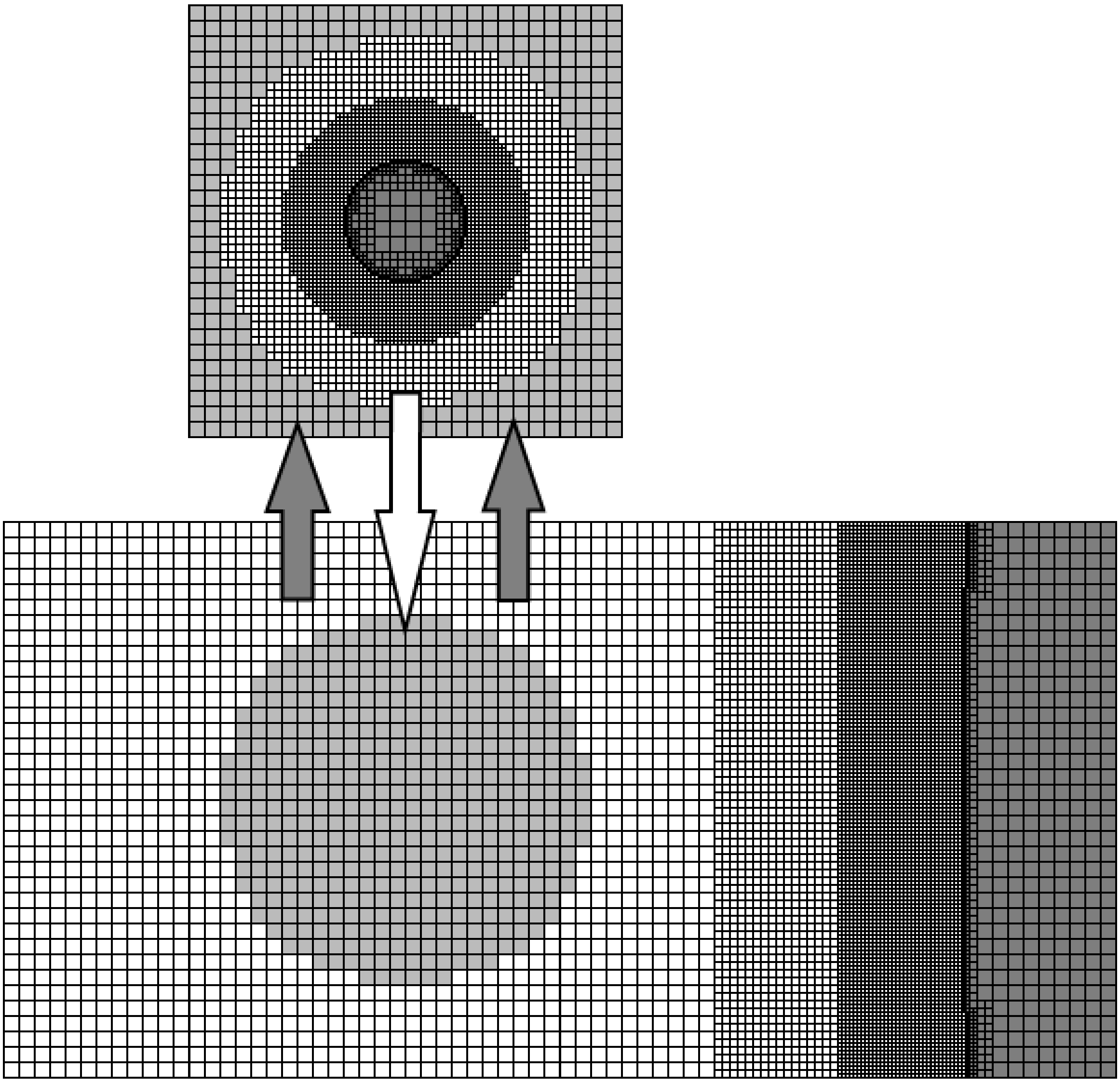


Рис. 5.5. Расчёт и обмен параметрами газа между основной и локальной сетками.

Перенос параметров несущей среды между системами координат выполняется с применением процедуры билинейной интерполяции, поскольку центры ячеек двух сеток в общем случае смещены друг относительно друга. Компоненты вектора $\mathbf{q}$, представляющие собой параметры газовой среды в консервативных переменных, в точке с координатами (x, y) вычисляются по значениям в четырёх ближайших ячейках сетки, имеющих координаты (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3) и (x_4, y_4) соответственно:

$$\mathbf{q}^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} 1 & x & y & xy \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1 y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2 y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & x_3 y_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & x_4 y_4 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{q}_1^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{q}_2^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{q}_3^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{q}_4^{\mathrm{T}} \end{pmatrix}.$$

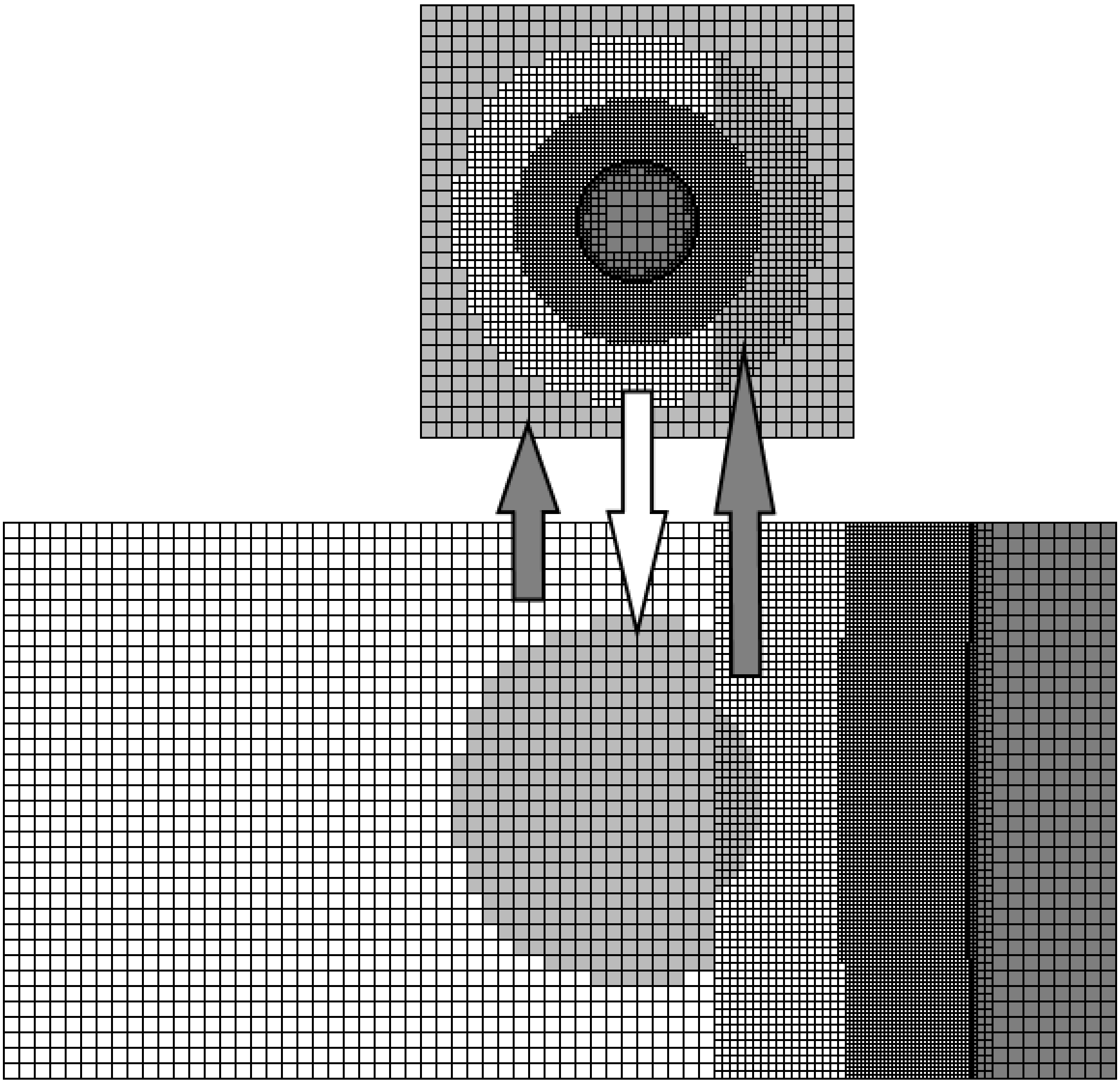


Рис. 5.6. Расчёт и обмен параметрами газа между основной и локальной сетками при приближении к границе тела.

При трансформации вектора консервативных переменных $\mathbf{q}$ из основной системы координат в локальную, движущуюся со скоростью частицы $\mathbf{v}_{\mathrm{p}}$, и обратно необходимо учесть скорость их относительного движения:

$$\mathbf{q}' = \begin{pmatrix} \rho' \\ \rho' u' \\ \rho' v' \\ \rho' e' \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} \rho' = \rho \\ p' = p \\ u' = u - v_{\text{px}} \\ v' = v - v_{\text{py}} \end{matrix}, \quad e' = \frac{p'}{\rho'(\gamma - 1)} + \frac{u'^2 + v'^2}{2}, \quad \begin{matrix} \rho = \rho' \\ p = p' \\ u = u' + v_{\text{px}} \\ v = v' + v_{\text{py}} \end{matrix}.$$

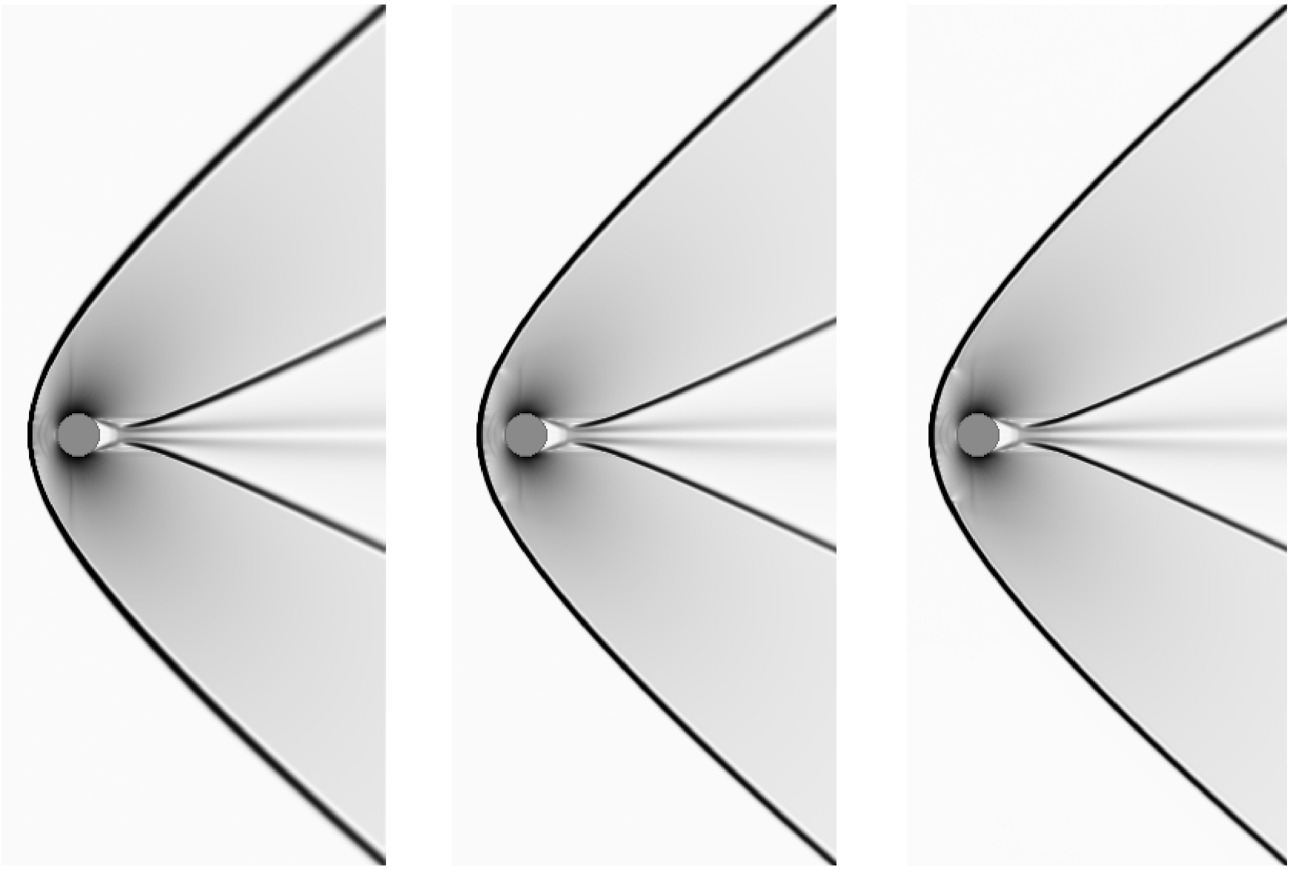
При движении частицы в области с адаптированной основной сеткой, в частности, при приближении к границе преграды, решение системы уравнений газовой динамики производятся на сетке с большим пространственным разрешением, и, соответственно, меньшим размером ячейки. При одинаковом разрешении приоритет отдаётся основной сетке (рис. 5.6). Таким образом, осуществляется переключение режима расчёта ячеек, а внешняя граница области вычислений на локальных сетках является динамической. На рис. 5.1 схематично показано перемещение локальной расчётной сетки поверх основной.

5.2. Верификация метода скользящих адаптивных декартовых сеток

В целях верификации представленных алгоритмов проведена серия вычислительных испытаний, в которой рассчитывалось обтекание кругового цилиндра в следующих режимах при сохранении постоянства скорости газа на бесконечности относительно объекта [287]:

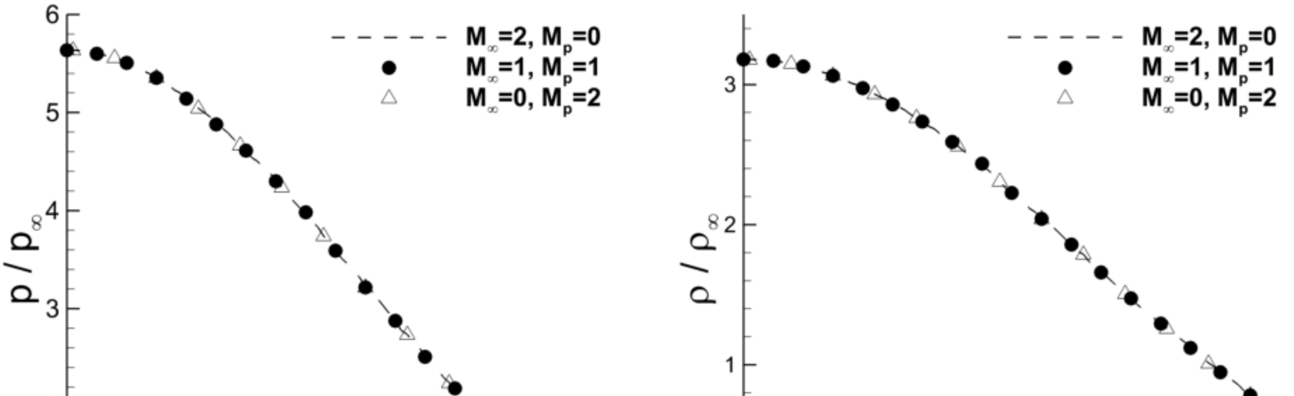
- тело покоится $\mathrm{M}_{\text{p}} = 0$, число Маха набегающего потока $\mathrm{M}_\infty = 2$;
- тело движется поступательно против набегающего потока $\mathrm{M}_\infty = 1$, скорость движения тела соответствует скорости газа с числом Маха $\mathrm{M}_{\text{p}} = 1$;
- газ неподвижен $\mathrm{M}_\infty = 0$, тело движется поступательно, скорость движения тела соответствует скорости газа с числом Маха $\mathrm{M}_{\text{p}} = 2$.

Число Рейнольдса $\mathrm{Re} = \dfrac{\rho U L}{\mu} = 10^5$, здесь $\mathrm{L} = D$ – диаметр цилиндра, U – скорость газа относительно тела. Теневые картины течения газа (рис. 5.7), а также параметры на поверхности цилиндра – давление и плотность – (рис. 5.8) во всех трёх режимах оказываются практически идентичными, что свидетельствует в пользу работоспособности построенной модели.



а б в

Рис. 5.7. Теневая картина плоского обтекания кругового цилиндра:
M_p=0, M_∞=2 (а); M_p=M_∞=1 (б); M_p=2, M_∞=0 (в).



а б

Рис. 5.8. Распределение давления (а) и плотности (б) газа на поверхности кругового цилиндра

5.3. Применение параллельных вычислений на графических процессорах в программной реализации метода скользящих декартовых сеток

Декартовы вычислительные сетки с квадратными ячейками обладают преимуществом по сравнению с неструктурированными сетками в первую очередь благодаря относительной простоте программной реализации и в то же время предъявляют высокие требования к вычислительным ресурсам. Особенно остро данный вопрос встаёт при расчёте вязких течений, где требуется с высокой точностью разрешить течение в тонком пограничном слое у поверхности тела, для чего приходится выбирать квадратные ячейки малого размера, число которых быстро возрастает. В проведённых ранее вычислительных экспериментах, рассмотренных в первых главах работы, суммарное число ячеек вычислительной сетки могло достигать десятков миллионов.

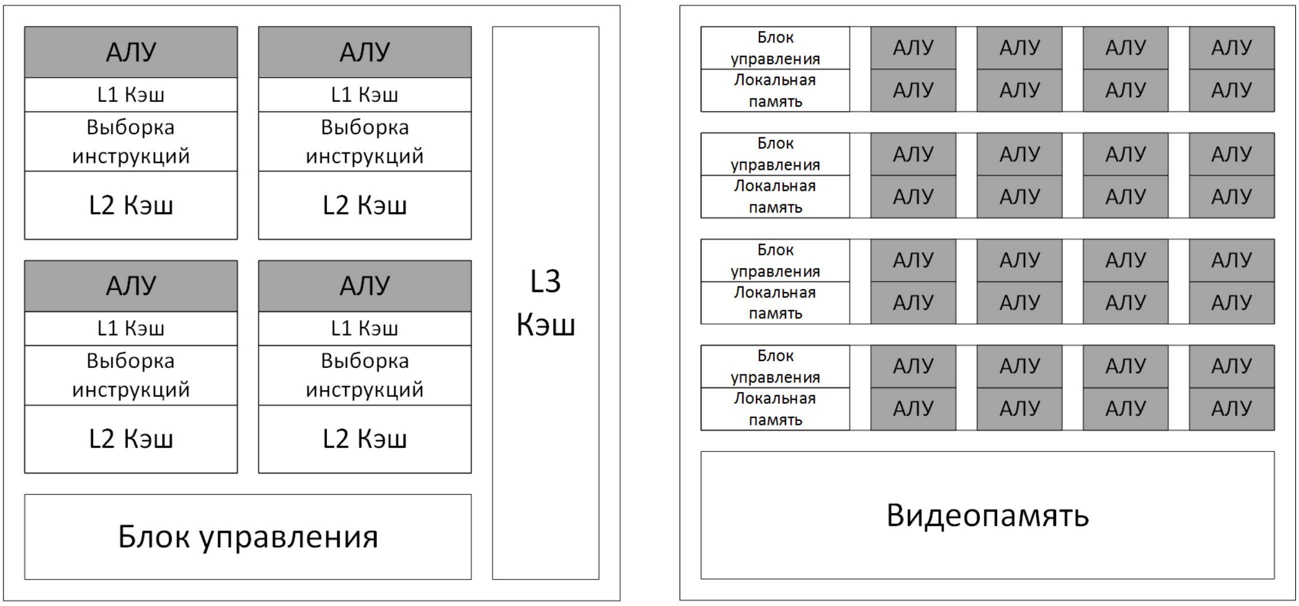
Реализация явного метода численного решения системы уравнений газовой динамики обладает высоким потенциалом для распараллеливания вычислений по данным. Применение графических процессоров (GPU) требует определённых трудозатрат по оптимизации распределения данных в памяти и адаптации алгоритмов и структур данных к особенностям работы GPU [90], зато в результате способно в десятки раз сократить время проведения вычислительных экспериментов [89, 116, 124].

Наиболее популярной технологией реализации вычислений общего назначения на графических процессорах можно смело считать Compute Unified Device Architecture (CUDA) от компании nVidia [14, 122], однако, она является проприетарной и ограничена только графическими устройствами упомянутого производителя. В настоящей работе используется её открытая альтернатива — стандарт Open Computing Language (OpenCL) [5], реализации которого доступны как в графических картах и ускорителях профессионального класса от компаний nVidia и AMD, так и в библиотеках для работы на центральных процессорах различных производителей и архитектур.

Алгоритмы решения уравнений газовой динамики на скользящих декартовых стеках реализованы в едином программном коде, который после сборки с соответствующими библиотеками от производителей аппаратного обеспечения, единообразно работает как на центральном процессоре от компании Intel, так и на видеокартах, выпускаемых nVidia и AMD, в операционных системах семейств Linux и Windows.

Рассмотрим предназначение и особенности архитектуры центрального и графического процессоров.

Центральный процессор (CPU) предназначен для обработки различных данных несколькими потоками команд MIMD (Multiple Instruction Multiple Data) и включает одно или несколько арифметико-логических устройств (АЛУ) (рис. 5.9а), способных независимо выполнять набор последовательных инструкций общего назначения с максимально возможной производительностью, для достижения которой применяются переупорядочивание команд, векторизация данных, выполнение нескольких инструкций за один такт процессора и иные многочисленные оптимизации. Центральный процессор ориентируется в общем случае на произвольный доступ к адресам памяти с блоками данных и команд, для оптимизации которого используется кэш память большого объема, занимающая львиную часть площади кристалла процессора.



а б

Рис. 5.9. Архитектура центрального CPU (а) и графического GPU (б) процессоров.

Графические процессоры (GPU) (рис. 5.9б) изначально проектировались ради выполнения большого количества операций над множеством полигонов для получения массива пикселей. Обработка полигонов производится независимо один от другого и может выполняться параллельно, для чего графические процессоры оснащаются тысячами исполнительных блоков, но существенно меньшим по сравнению с CPU объемом кэш памяти, поскольку ориентируются на обработку соседних элементов данных с целью формирования изображения. Так, если центральный процессор нацелен на снижение времени доступа к памяти (латентности), то для графического более приоритетным является повышение обрабатываемого объема (пропускной способности). Все современные GPU для расширения полосы пропускания оснащаются несколькими контроллерами памяти. Проблема задержек доступа к памяти преодолевается благодаря одновременному исполнению множества потоков, пока один поток ожидает поступления данных из памяти, ядро занимается исполнением кода другого потока. Графический процессор способен за один такт работы выполнить переключение группы потоков, в то время как на центральном переключение одного потока выполнения на другой требует сотни тактов процессора [90].

В центральном процессоре большую часть от огромного числа транзисторов составляют кэш память, буферы команд и блоки предсказания ветвления, целью работы которых является повышение скорости выполнения немногочисленного числа потоков команд. В графическом же процессоре транзисторы составляют, в первую очередь, массивы арифметико-логических устройств, затем, блоки управления потоками, контроллеры памяти, а также относительно небольшой объем разделяемой (локальной) памяти и кэш. При этом графический процессор не является самостоятельным устройством, способным функционировать автономно, инструкции для исполнения, а также исходные данные для обработки определяются управляющей хост-программой, работающей на центральном процессоре.

Основой эффективного применения графических процессоров при решении научных задач и в иных целях, отличных от обработки изображений, является возможность распараллеливания алгоритма решения задачи для одновременной обработки блоков данных тысячами независимых потоков, выполняющих одни и те же математические операции над независимыми блоками данных. Как показывает практика, многократное ускорение вычислений относительно легко достигается в задачах молекулярного моделирования, астрофизики, матричных преобразованиях, решения уравнений гидрогазодинамики, искусственного интеллекта, кодирования видео и ряда других [90, 124].

Остановимся подробнее на активно используемой в настоящей работе технологии гетерогенных параллельных вычислений OpenCL, представляющей собой открытый стандарт параллельного программирования разнородных платформ, позволяющий разрабатывать переносимый код для исполнения на центральных процессорах (CPU), графических процессорах (GPU), программируемых вентильных матрицах (FPGA) и других многоядерных вычислительных системах. Первоначально стандарт разработан компанией Apple, в настоящий момент развивается открытым консорциумом Khronos Group, участниками которого являются более сотни ведущих компаний-производителей аппаратного и программного обеспечения [5].

Спецификация стандарта OpenCL использует унифицированное представление для разнородных платформ, выделяя хост-систему (host) и связанные с ней одно или несколько устройств (device). Устройства обладают вычислительными модулями (compute units), состоящими из обрабатывающих элементов (processing elements). Приложение на OpenCL состоит из хост-программы, работающей, как правило, на CPU, и программного кода, содержащего одно или несколько ядер (kernel) и предназначенного для выполнения на устройствах (device). Хост-программа посредством управляющих команд OpenCL занимается организацией вычислений. В зависимости от характеристик аппаратного обеспечения обрабатывающие элементы работают в режиме SIMT (Single Instruction Multiple Threads) на графических процессорах или в режиме SPMD (Single Program Multiple Data) на центральном процессоре со своим счётчиком команд для каждого потока. Режим SIMT во многом подобен SIMD (Single Instruction Multiple Data), но отличается тем, что группа потоков (work_group), аналогичная понятию warp в терминах CUDA, одновременно выполняет одну и ту же инструкцию. Каждый экземпляр ядра, который в терминологии OpenCL носит название work-item, выполняет общий код, но работает со своими данными и обладает уникальным глобальным идентификатором global_id, а также локальным идентификатором local_id внутри рабочей группы work_group. Экземпляры ядра, образующие группу, согласно стандарту, выполняются на одном вычислительном модуле, имеют доступ к области локальной памяти группы (local memory) и могут синхронизировать своё исполнение посредством барьеров (barrier). Тем самым реализуется модель параллелизма по данным.

Хост-программа создаёт контекст исполнения ядер (context), в рамках которого определяются устройства исполнения, выделяются объекты памяти и работают очереди команд (command queue). В очередь помещаются команды управления памятью и исполнения ядер. Управляющая программа контролирует состояние очередей, может дождаться окончания выполнения ядер и скопировать результаты их работы в основную память системы. Предоставляя возможность одновременного исполнения нескольких очередей, стандарт OpenCL реализует модель функционального параллелизма, который позволяет обеспечить одновременное выполнение кода нескольких различных ядер над разными блоками данных.

В стандарте OpenCL память, имеющаяся на разнородных вычислительных устройствах, сведена к четырём категориям:

- Глобальная память (global memory), доступная для чтения и записи всем исполняемым элементам. Может заполняться и считываться хост-программой посредством соответствующих команд.
- Константная память (constant memory), доступная всем исполняемым элементам только для чтения. Заполняется управляющей хост-программой.
- Локальная память (local memory), доступная для чтения и записи элементам одной рабочей группы. Недоступна для хост-программы.
- Приватная память (private memory), доступная для чтения и записи только одному экземпляру ядра, не видна остальным экземплярам, а также хост-

программе. Как правило, используется для локальный переменных и стека вызываемых функций на устройстве (device).

Разработка кода ядер, непосредственно исполняющихся на устройствах, ведётся на языке OpenCL C, в основе которого лежит спецификация C99 языка C с дополнительными расширениями и рядом ограничений. Код ядер универсален для различных исполнительных устройств и не зависит от их природы. При этом производители устройств зачастую реализуют дополнительные специфические функции в рамках собственной реализации библиотеки OpenCL. Разработка хост-программ доступна для различных языков программирования и операционных систем посредством соответствующего программного интерфейса (API) и набора подключаемых библиотек.

В отличие от технологии CUDA, где предназначенный для исполнения на графических ускорителях программный код проходит предварительную компиляцию и поставляется пользователю в бинарном виде, код ядер на языке OpenCL C должен быть доступен хост-программе в исходном виде на этапе запуска и передаётся в текстовом виде функции clCreateProgramWithSource из состава API. Он может содержаться в отдельном файле, входящем в состав комплекта программного обеспечения, содержаться в массиве строковых переменных внутри исходного кода управляющей программы или формироваться динамически в зависимости от решаемой задачи. После передачи API исходного кода следует вызвать функцию clBuildProgram, выполняющую компиляцию кода ядер для целевого устройства, помимо самого исходного кода, есть возможность передать флаги компиляции, в том числе, доступно определение макропеременных, что делает инструментарий ещё более гибким, позволяя выполнять дополнительные оптимизации под актуальное аппаратное обеспечение и условия конкретной задачи.

Рассмотрим использование гетерогенных вычислительных систем в практической разработке программы численного решения уравнений газовой динамики.

Применение OpenCL API для языка C на практике сопряжено с необходимостью ручного управления памятью как на стороне управления, так и на устройстве исполнения посредством вызова функций clCreateBuffer, clEnqueueWriteBuffer, clEnqueueReadBuffer, clReleaseMemObject и требует вызова clSetKernelArg для передачи каждого аргумента ядра перед его запуском методом clEnqueueNDRangeKernel, вследствие чего программисту приходится писать существенно больший объем кода, чем при решения аналогичной задачи на CUDA. Разработка ядер со сложной логикой, таких как, например, расчёт векторов невязких потоков, в виде строк текста без возможности проверки кода на этапе написания кода и компиляции проекта также весьма неудобна и подвержена ошибкам.

Разработка программы моделирования движения крупных частиц в сверхзвуковом ударном слое производилась на языке программирования C++, что обеспечило возможность использовать OpenCL API для языка C++ [194], существенно упрощающий практическое применение технологии OpenCL. На основе класса cl::Buffer, предоставляющего функции работы с блоком памяти исполнимых устройств, автором диссертационной работы был разработан шаблон класса av9::MYCLVector для строго типизированного обращения с данными, подобный шаблону std::vector из стандартной библиотеки. Экземпляр класса av9::MYCLVector<T> обладает внутренним флагом состояния, сигнализирующем о том, используется блок данных хостом или устройством. В шаблон av9::MYCLVector добавлен оператор приведения типа к cl::Buffer&, который вызывается при передаче объекта ядру в качестве аргумента и автоматически копирующим содержимое на устройство, если копирование не было выполнено предварительно и данные всё ещё находятся на хосте. Запуск ядра на выполнение вместе с передачей ему аргументов благодаря OpenCL C++ API становится подобным вызову обычной функции благодаря использованию функциональных объектов, создаваемых шаблонным методом cl::make_kernel, что исключает необходимость передачи каждого аргумента отдельным вызовом.

Актуальный программный код основан на версии 1.2 стандарта OpenCL [195], поскольку именно её реализацией вплоть до недавнего времени ограничивалась компания nVidia в библиотеках для своих графических устройств, входящих в пакет разработки CUDA SDK, в то время как другие производители аппаратного обеспечения, такие как Intel и AMD, существенно продвинулись в воплощении новых возможностей стандарта OpenCL, отвечающих версиям 2.x. Лишь в последних версиях драйверов видеокарт компании nVidia был реализован стандарт OpenCL 3.0, который, однако, лишь опционально поддерживает возможности, определённые версией 2.x. Кроме того, возможности нового стандарта поддерживаются начиная с архитектуры графических чипов Maxwell и более поздних выпусков, обладающих искусственно ограниченной производительностью при вычислениях двойной точности в устройствах потребительского класса.

Стандарт OpenCL версии 1.2 не позволяет использовать классы C++ в коде непосредственно выполняющихся на устройстве ядер. Данные можно объединять в структуры языка C с открытыми полями. Примером такой структуры может служить вектор состояния газа в консервативных переменных. Однако чтение из глобальной памяти составной структуры как единого объекта на стороне устройства является неэффективным, лучшую производительность показывает чтение составляющих её полей из отдельных массивов. В целях оптимизации обращения к памяти на графическом процессоре массивы составных объектов (Array Of Structures) при записи на устройство преобразовывались в набор массивов (Structure Of Arrays). Для каждого открытого поля класса создавался массив с числом элементов, равным длине списка объектов, в который записывалось содержимое только данного поля из всех объектов списка. Удобство разработки обеспечивалось иерархией шаблонных классов, которые позволяли на стороне хост-программы работать с наборами данных как с векторами целостных объектов, а при записи на устройство производили их разбиение по полям. Встраиваемые функции на стороне устройства при необходимости позволяют, прочитав из глобальной памяти, вновь объединить компоненты структуры, находящейся в регистровой памяти устройства.

Следствием применения декартовых сеток, в том числе адаптивных, является фиксированное расположение соседних ячеек с заданным относительным расстоянием между ними. Эта особенность позволяет управляющей программе отнести каждую вычислительную ячейку к одной из относительно немногочисленных групп с одинаковой конфигурацией, характеризующейся размером и взаимным положением соседних ячеек. Для каждой такой группы однократно вычисляются на хосте и передаются на устройство коэффициенты линейных комбинаций для расчёта векторов вязких и невязких потоков, что упрощает код ядер и сокращает время работы программы.

В целях повышения удобства разработки автор пошёл на определённые ухищрения, включив файл с исходным кодом ядер непосредственно в общий проект на C++ в среде разработки Qt Creator. Специфические для OpenCL ключевые слова и функции, такие как __kernel, __global, barrier и др. исключались из кода посредством макросов. При сборке проекта утилитой qmake файл с исходным кодом ядер и необходимыми для их исполнения заголовочными файлами копируется в дистрибутив программы. В процессе работы хост программа загружает исходный код ядер, определяет макросы компиляции исходя из условий задачи и аппаратного обеспечения, выполняет компиляцию для целевых устройств и запускает ядра на исполнение. Этот подход позволил вести разработку всего кода проекта в единой интегрированной среде, существенно ускорив процесс написания кода и снизив число потенциальных ошибок, поскольку сама среда разработки рассматривала код ядер как часть обычного кода на C++, обеспечивая соответствующие проверки и подсказки.

В вычислительных экспериментах в данной главе работы использовался компьютер на базе процессора Intel 4770K с 32 Гб оперативной памяти. В качестве вычислительных устройств для исполнения кода ядер применялись:

- Центральный процессор Intel 4770 K (4 ядра, 8 потоков Hyper-Threading).

- Графический процессор nVidia GeForce GTX Titan Black 6 Gb GDDR5 (1882 TFLOPS FP64).
- Графический процессор AMD Radeon VII 16 Gb HBM2 (3360 TFLOPS FP64).

В целях оценки эффективности применения технологии OpenCL на указанном оборудовании решалась эталонная задача обтекания затупленного тела сверхзвуковым вязким потоком при числе Маха M_∞=6 в отсутствие частиц, поскольку расчёт движения частиц и перемещения сеток выполняется на центральном процессоре, что привносит дополнительные накладные расходы и может повлиять на качество оценки. Среднее время одного шага расчёта на Intel 4770 K составило 259 мс, на nVidia GeForce GTX Titan Black составило 19 мс, а на AMD Radeon VII – 11 мс. Ускорение решения эталонной на графическом процессоре nVidia GeForce GTX Titan Black относительно CPU Intel 4770K составило 13,6 раз. Время её решения на AMD Radeon VII сократилось ещё в 1,73 раза относительно GTX Titan Black, что близко к заявленным производителем отношениям пиковой производительности для вычислений с двойной точностью (1,78 раз). Решение системы уравнений Навье-Стокса сжимаемого газа на видеокарте AMD Radeon VII выполняется в 23,5 раза быстрее, чем на упомянутом центральном процессоре при утилизации всех его восьми потоков.

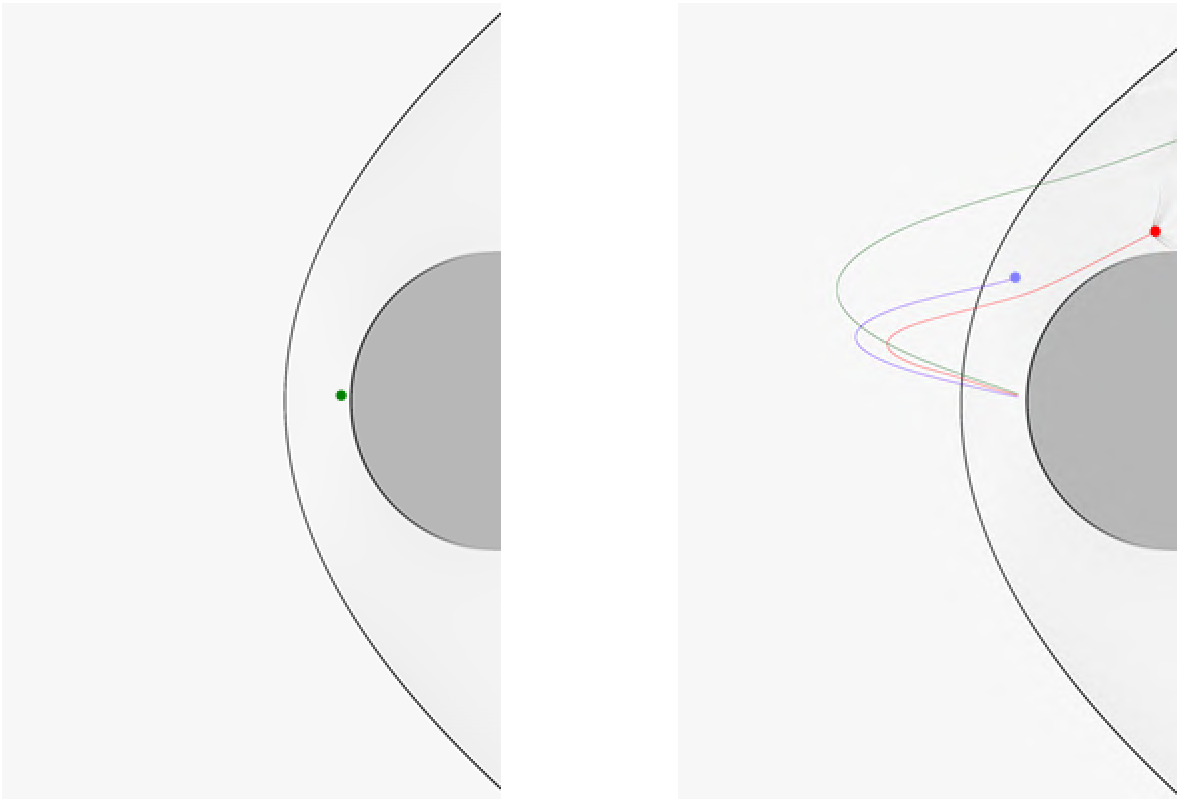
На текущий момент времени новые графические ускорители потребительского класса характеризуются искусственно ограниченной производительностью для расчётов с двойной точностью FP64, являющихся необходимостью при численном решении уравнений газовой динамики. Так, самая мощная на сегодняшний день видеокарта nVidia GeForce RTX 3090 Ti 2022-го модельного года обладает производительностью всего лишь 625 TFLOPS FP64, что втрое ниже производительности устаревающей видеокарты GTX Titan Black 2014 модельного года, составляющей 1882 TFLOPS FP64. Весь потенциал производительности вычислений с двойной точностью FP64, составляющий половину производительности с одинарной точностью FP32, в настоящее время доступен только на новых устройствах профессионального класса, таких как nVidia Tesla, AMD Radeon Pro и AMD Instinct, цена которых кратно, а порой и на порядок, превышает цену потребительских устройств, использующих идентичную аппаратную архитектуру.

5.4. Моделирование газодинамического взаимодействия нескольких частиц с ударным слоем в двумерной постановке

В вычислительных экспериментах моделируется поперечное обтекание кругового цилиндра сверхзвуковым воздушным потоком. Диаметр цилиндра $D = 0,075$ м. Число Маха набегающего потока $M_\infty = 6$, плотность газа $\rho_\infty = 0,094$ кг/м^3, скорость $u_\infty = 1150$ м/с, температура $T_\infty = 89,3$ К, показатель адиабаты $\gamma = 1,4$, число Рейнольдса $\mathrm{Re}\big|_{L=D} = 1,09 \cdot 10^6$.

Сферические частицы диаметром $d_p = 200$ мкм из диоксида кремния $\mathrm{SiO_2}$ плотностью $\rho_p = 2170$ кг/м^3 выходят с поверхности преграды навстречу потоку скоростями $v_{p0} \approx 130 - 140$ м/с, что соответствует отражению от поверхности частицы, которая первоначально двигалась в набегающем потоке с горизонтальной скоростью $v_{p\infty} = 880$ м/с, и отразилась от поверхности с коэффициентом восстановления нормальной компоненты скорости $e_N = 0.15$, касательная компонента скорости частицы при отражении остаётся неизменной. Величина скорости варьируются в зависимости от начального смещения частицы по вертикали относительно оси критической точки и, как следствие, угла отражения от поверхности. Каждая частица проходит ударный слой, выходит за пределы головной ударной волны, где тормозится набегающим потоком, разворачивается и продолжает движение по направлению к модели.

На рис. 5.10а показано начальное, невозмущенное, состояние, когда частицы еще не оказывают влияние на ударный слой. На приведенной шлирен-картине отчетливо видна отошедшая головная ударная волна. На рис. 5.10б показано конечное состояние, когда частицы (цветными линиями показаны траектории частиц для варианта с тремя частицами) вернулись в ударный слой, и, несмотря на наличие локальных возмущений в их окрестностях, также практически не влияют на течение. Предметом изучения является период между этими состояниями.

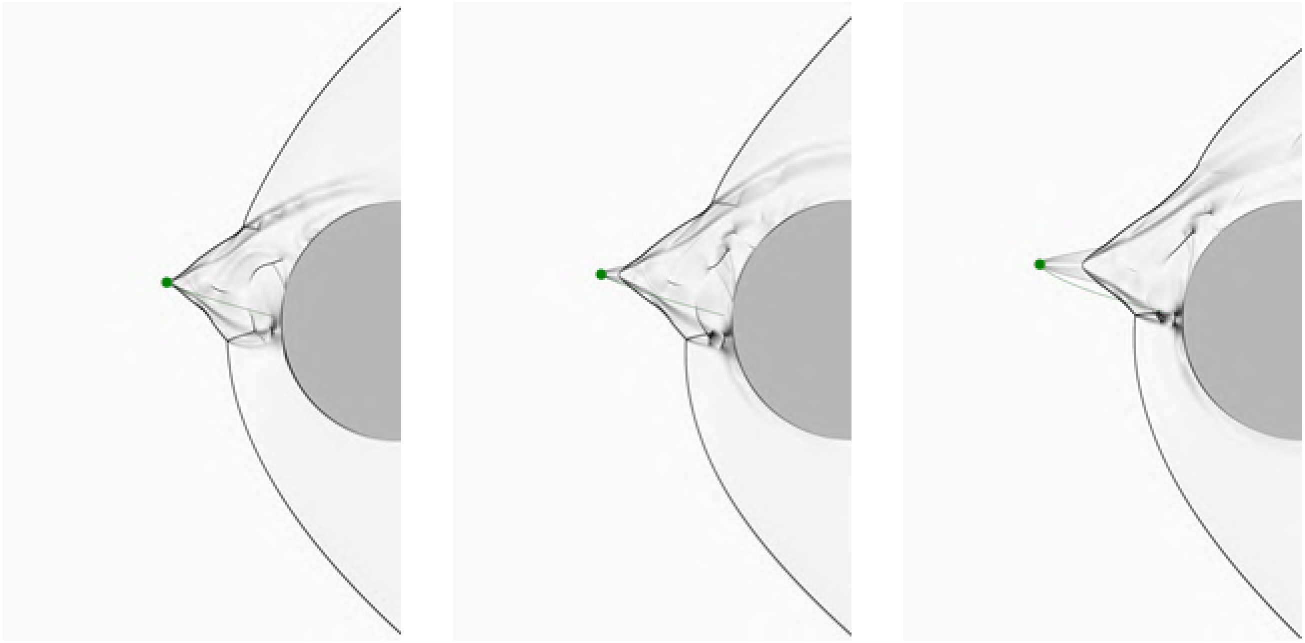


а б

Рис. 5.10. Теневые картины течения в начальный (а) и конечный моменты времени (б).

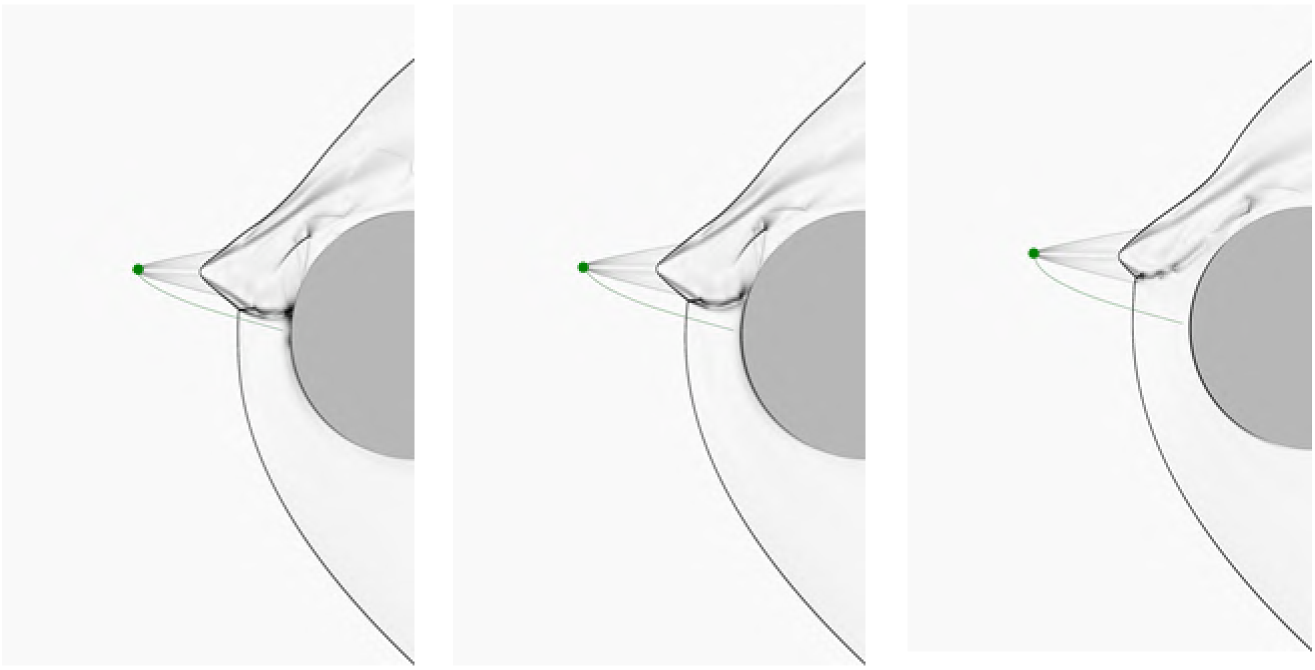
Время полного решения задачи численного моделирования движения трёх частиц вплоть до их выхода из расчётной области и установления стационарной картины течения на вычислительной системе с одним графическим ускорителем nVidia GeForce GTX Titan Black составило 54 часа при выполнении 1,8 млн шагов расчёта.

Сначала рассмотрим вариант прохождения головной ударной волны одиночной частицей. На временной развертке (рис. 5.11 – 5.12) показана эволюция ударного слоя. Видно, что при пересечении частицей ударной волны происходит разрушение стационарной ударно-волновой структуры и образование конусообразной возмущённой области с вершиной, движущейся вместе с частицей. Формирование сложной ударно-волновой и вихревой структуры течения детально проанализировано в предыдущей главе.



а б в

Рис. 5.11. Эволюция течения в присутствии одной частицы.
Моменты времени: а – 0,3 мс, б – 0,4 мс, в – 0,46 мс.

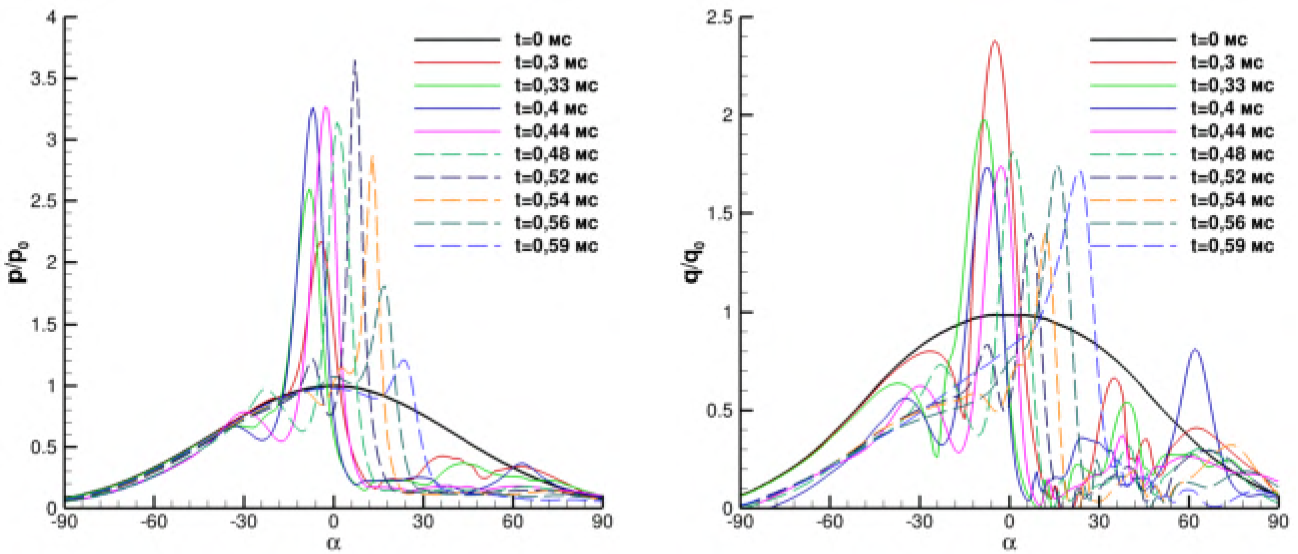


а б в

Рис. 5.12. Эволюция течения в присутствии одной частицы (продолжение).
Моменты времени: а – 0,53 мс, б – 0,56 мс, в – 0,63 мс.

С точки зрения воздействия потока на обтекаемое тело принципиальным моментом является образование импактной струи, направленной к поверхности. На рис. 5.11 (а–в) отчетливо видно, как в зоне нижней λ–конфигурации происходит образование такой струи. В зоне действия импактной струи на поверхности образуется область повышенного давления. Это отражается на интенсивности теплообмена.

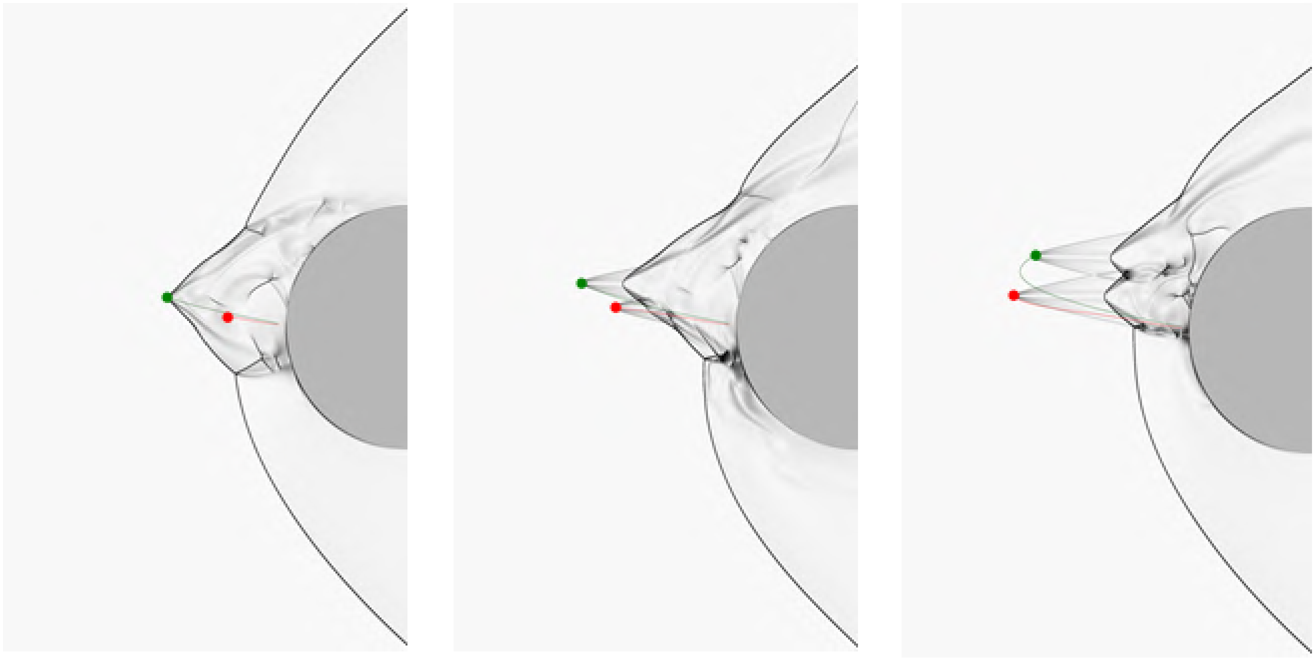
Распределения теплового потока вдоль поверхности в последовательные моменты времени представлены на рис. 5.13. Здесь все величины отнесены к значению теплового потока в критической точке для невозмущенного течения Начальное распределение теплового потока представлено кривой t=0. Видно возникновение в окрестности критической точки области повышенного теплообмена, где тепловой поток в два с половиной раза превышает значение в чистом газе. Со временем область повышенного давления и теплообмена сдвигается вниз по потоку (рис. 5.12 (а, б), рис. 5.13, кривые 3, 4). Как следствие, периоды повышенного теплообмена в определенных точках поверхности сменяются периодами существенного снижения теплового потока. В результате воздействие одиночной частицы не приводит к повышению интегрального (по времени) теплового потока.



а б

Рис. 5.13. Распределение давления (а) и теплового потока (б) вдоль поверхности в последовательные моменты времени для варианта с одной частицей.

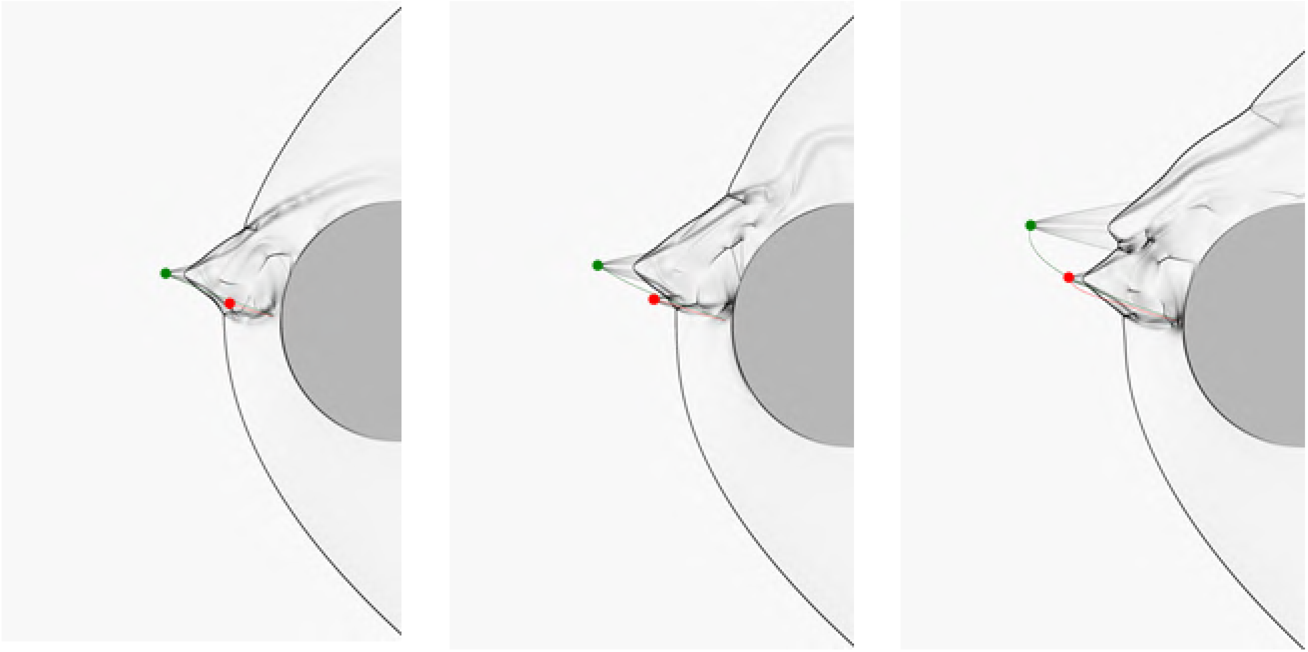
Рассмотрим вариант двух последовательно выходящих с поверхности частиц. Частицы выходят из различных, но близких, точек на поверхности. На рис. 5.14 показан вариант, когда начальное угловое (относительно горизонтальной оси) положение частиц равно 1° и 1.5°. На рис. 5.14а первая частица (зелёная траектория) пересекла ударную волну, образовав возмущенную область, тогда как вторая частица (красная траектория) движется в её следе и пока не оказывает влияния на общую структуру течения. На рис. 5.14б вторая частица пересекает ударную волну и образует свою возмущенную область. Здесь в зоне нижней λ– конфигурации отчетливо видна сверхзвуковая струя, направленная на поверхность. Рис. 5.14б и 5.14в иллюстрируют совместное гидродинамическое влияние частиц на ударно-волновую структуру течения. Характерно, что зона воздействия импактной струи на поверхность остается довольно стабильной в течение рассматриваемого временного интервала.



а б в

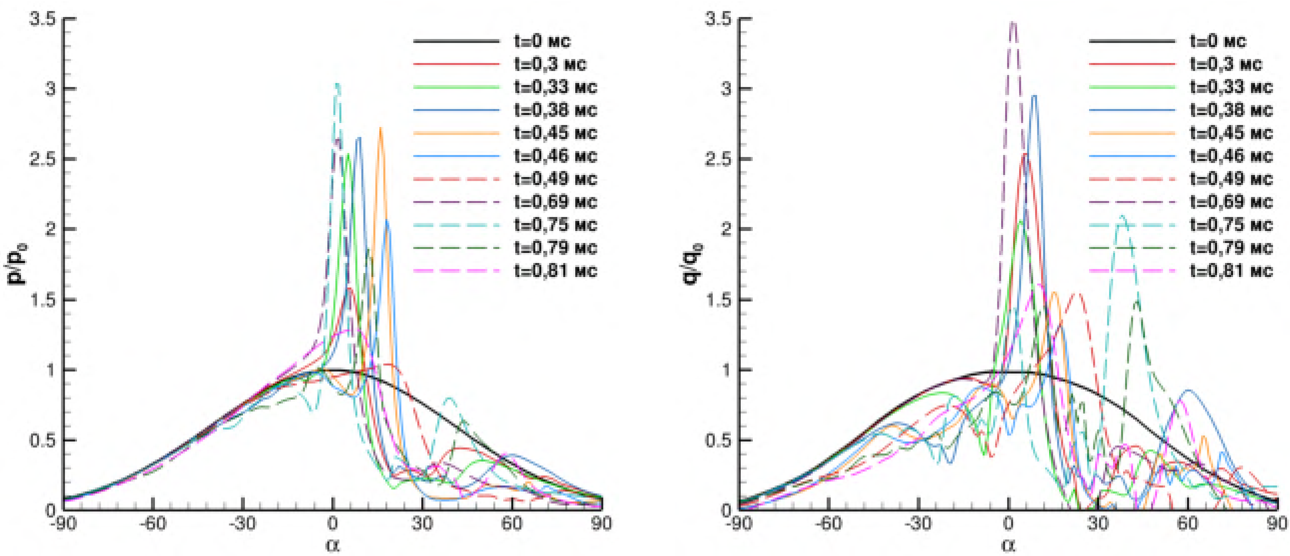
Рис. 5.14. Эволюция течения в присутствии двух частиц. Вариант 1.
Моменты времени: а – 0,3 мс, б – 0,47 мс, в – 0,87 мс.

Аналогичная картина наблюдается и для другого варианта с двумя частицами, начальное угловое положение которых сдвинуто на 1° (2° и 2.5°). Этот вариант показан на рис. 5.15. Здесь вторая частица движется в области интенсивного волнового воздействия первой частицы, и как следствие, её выход за пределы ударной волны менее выражен, чем выход первой частицы. Это отличает данный вариант от рассмотренного на рис. 5.14. Однако и здесь, как и в первом варианте, наблюдается стабильная зона воздействия импактной струи на обтекаемую поверхность, что проявляется в наличии относительно устойчивой зоны повышенного теплообмена в окрестности критической точки. Это отчётливо видно на графиках распределения теплового потока вдоль поверхности (рис. 5.16). Отметим, что интенсификация теплообмена в случае двух частиц более выражена по сравнению с вариантом одиночной частицы. Видно, что тепловой поток повышается более, чем в три раза.



а б в

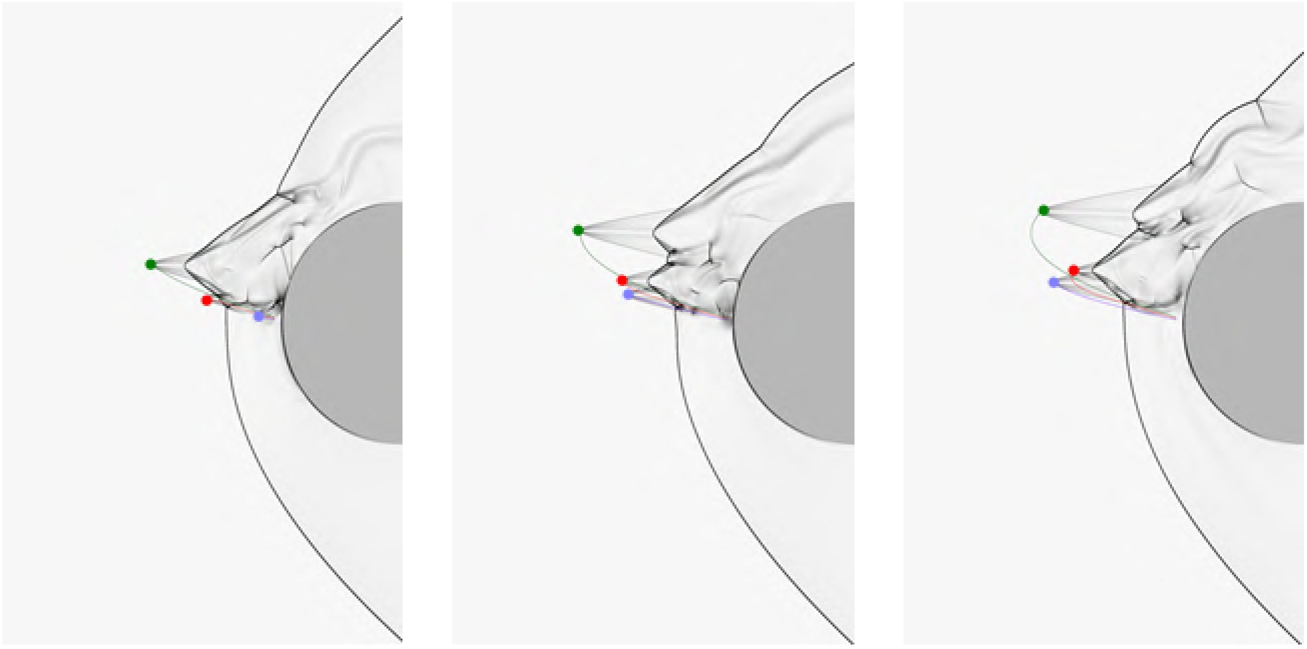
Рис. 5.15. Эволюция течения в присутствии двух частиц. Вариант 2. Моменты времени: а – 0,3 мс, б – 0,38 мс, в – 0,69 мс.



а б

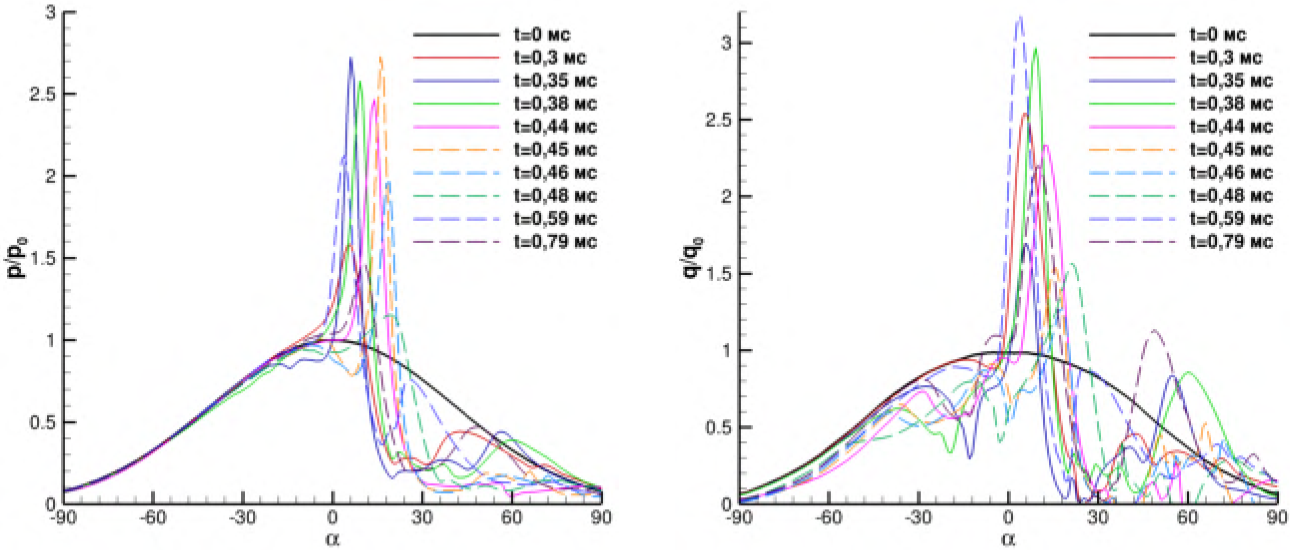
Рис. 5.16. Распределение давления (а) и теплового потока (б) вдоль поверхности в последовательные моменты времени для варианта 2 с двумя частицами.

На рис. 5.17 показан вариант с тремя последовательно выходящими с поверхности частицами. Рис. 5.17а соответствует времени, когда две первые частицы вышли за пределы ударного слоя, тогда как третья находится еще в пределах ударного слоя и практически не оказывает воздействия на структуру течения. Картина течения практически идентична наблюдаемой в варианте двух частиц (рис. 5.15б). На рис. 5.17б и 5.17в картина газодинамического взаимодействия с тремя частицами уже более сложная, однако тенденция к образованию стабильной области воздействия импактной струи и зоны повышенного теплообмена на поверхности сохранятся (рис. 5.18).



а б в

Рис. 5.17. Эволюция течения в присутствии трёх частиц.
Моменты времени: а – 0,38 мс, б – 0,63 мс, в – 0,79 мс.



а б

Рис. 5.18. Распределение давления (а) и теплового потока (б) вдоль поверхности в последовательные моменты времени для варианта с тремя частицами.

Выводы к главе 5

Разработана вычислительная модель газодинамического взаимодействия крупных частиц с ударным слоем у поверхности обтекаемого сверхзвуковым потоком вязкого газа в двумерной постановке. В её основе лежит метод адаптивных скользящих декартовых сеток дискретизации системы уравнений газовой динамики в задачах с подвижными границами. Программная реализация представленных алгоритмов базируется на технологии гетерогенных параллельных вычислений OpenCL.

Двумерный характер модели обусловлен в первую очередь применением декартовых сеток, что приводит к формированию большого числа вычислительных ячеек в пограничном слое, и не носит принципиальный характер. Использование при разработке программы технологии OpenCL позволило задействовать вычислительную мощность современных графических процессоров, существенно ускорить проведение расчётов и в значительной мере нивелировать особенность, связанную с количеством вычислительных узлов. При этом реализация двумерной модели позволила расширить круг решаемых задач по сравнению с моделью в осесимметричной постановке. Появилась возможность, пусть и с определёнными оговорками, на качественном уровне исследовать движение частиц вдоль сложных траекторий, а также одновременное присутствие в ударном слое группы моделирующих частиц.

Проведена серия вычислительных экспериментов по выявлению характерных ударно-волновых структур, образующихся при прохождении отраженных от поверхности частиц через головную ударную волну. Значения давления и теплового потока, полученные в расчётах, значительно выше, чем в чистых невозмущенных потоках. Показано, что ключевую роль в интенсификации теплообмена играет формирование импактной струи, натекающей на поверхность и формирующей область повышенного давления. При движении нескольких частиц, имеющих геометрически близкие, но разнесённые по времени точки старта, данный эффект сохраняется во времени, создавая относительно долгоживущую зону интенсивного воздействия струй газа на поверхность, величина конвективного теплового потока в которой кратно превышает тепловой поток от невозмущенного газа.

Проведённые вычислительные эксперименты по моделированию движения одной и нескольких частиц в ударном слое при поперечном обтекании цилиндра продемонстрировали существенное влияние присутствия даже одиночных крупных частиц на картину течения и параметры теплообмена поверхности преграды с газом, а также газодинамическое взаимодействие нескольких частиц, вызывающее проявление коллективных эффектов. Полученные на качественном уровне результаты показывают актуальность задачи построения модели движения крупных частиц в ударном слое в полноценной трёхмерной постановке.

ГЛАВА 6. МОДЕЛИРОВАНИЕ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КРУПНЫХ ЧАСТИЦ С УДАРНЫМ СЛОЕМ БЕССЕТОЧНЫМ МЕТОДОМ В ТРЁХМЕРНОЙ ПОСТАНОВКЕ

Введение

Продолжение изучения течения газа с крупными частицами, а именно, расчёт движения частицы вдоль сложной пространственной траектории, а также исследование газодинамического взаимодействия нескольких частиц потребовали реализации полномасштабной трёхмерной модели движения частицы в ударном слое, которая не ограничивается лишь плоскими и осесимметричными течениями.

Развитый в предыдущей главе подход к моделированию газодинамического взаимодействия крупных частиц с ударным слоем, использующий декартовы сетки для решения системы уравнений газовой динамики, предъявляет высокие требования к вычислительным ресурсам. Вызвано это применением квадратных ячеек с одной стороны и необходимостью детального разрешения течения вязкого газа в пограничном слое – с другой. Как следствие, даже в двумерной постановке число ячеек расчётной сетки измерялось миллионами, а проведение масштабных вычислительных экспериментов потребовало реализации программного кода на графических процессорах. Потому для решения задачи в трёхмерном пространстве потребовался иной подход, который за счёт анизотропного распределения сократил бы количество расчётных узлов и позволил решить задачу при приемлемых вычислительных затратах.

Среди различных подходов к решению задачи моделирования обтекания газом движущихся объектов выделим следующие:

- методы, использующие адаптивные структурированные [73] и неструктурированные сетки;
- метод скользящих сеток;
- методы, использующие перекрывающиеся сетки типа Химера.

Каждый из подходов обладает своими сильными сторонами.

Широко распространёнными подходами к решению задачи численного решения систем уравнений газовой динамики в областях со сложной геометрией являются методы конечных элементов и конечных объёмов на неструктурированных, в частности, треугольных сетках. При этом задача построения расчётной сетки сама по себе является достаточно сложной и вычислительно затратной, что является важным фактором в задачах моделирования движущихся частиц. Использование стандартных сеточных генераторов оказалось затруднительным ввиду большой разницы в масштабах исследуемых объектов – линейные размеры обтекаемой преграды и движущихся, даже относительно крупных, частиц различаются на несколько порядков.

Концепция скользящих сеток в вычислительной гидродинамике, основанная на интерполяции параметров течения газа, полученных расчётом на одной сетке, для их переноса на другую, движущуюся относительно первой, в перекрывающихся областях, получила своё развитие в моделировании вращающихся лопаток турбин, винтов вертолётов и решении других задач с заранее известной траекторией движения объектов [234, 252]. Как показано в предыдущей главе, она может использоваться и при расчёте движения объекта по сложной траектории, однако её применение вызывает трудности в задачах моделирования взаимодействия нескольких объектов, например, при воспроизведении соударений между частицами или их отражения от поверхности.

Технология перекрывающихся сеток типа Химера [251, 229, 46], использующая методы конечных объёмов или конечных разностей для интегрирования системы уравнений газовой динамики, основана на объединении в единую расчётную сетку нескольких высококачественных, зачастую структурированных, сеток, относящихся к каждому из движущихся объектов и адаптированных к его геометрии. Подход широко применяется для решения задач аэродинамики и реализован, например, в пакете Логос [65].

В отличие от традиционных методов вычислительной гидродинамики, использующих разбиение расчётной области на множество вычислительных ячеек [39, 40, 2], бессеточные методы основаны на дискретизации частных пространственных производных в конечном множестве расположенных в пространстве точек – расчётных узлов [211, 155]. Вычисление пространственных производных в каждом узле использует значения функции в ближайших узлах – соседях. Бессеточные методы используются для решения систем уравнений газовой динамики в областях со сложной геометрией, а также при моделировании движущихся и взаимодействующих между собой объектов. Следует отметить, что бессеточные методы могут не являться строго консервативными и при этом успешно применяться на практике для решения задач обтекания в областях с подвижной геометрией.

Ввиду отсутствия широкой отечественной практики использования бессеточных методов для решения задач многомасштабной аэродинамики в областях с подвижной геометрией, разработка вычислительной модели движения крупных частиц в ударном слое и её реализация в виде программного обеспечения осуществлялись поэтапно с верификацией каждого из этапов. Результатом первого этапа стало решение системы уравнений Эйлера течения невязкого газа применительно к задаче обтекания затупленного тела сверхзвуковым воздушным потоком. На втором этапе аналогичная задача решалась с учётом вязкости газа, отдельное внимание уделялось корректному разрешению течения в пограничном слое вблизи обтекаемой поверхности и измерению конвективного теплового потока от газа к телу. На третьем этапе решалась задача расчёта движения частицы в ударном слое, разработаны два подхода – с использованием скользящих доменов узлов, аналогичного методу скользящих сеток, и метод эволюции единого облака узлов, подобный методам Химера. Четвёртый этап, на котором программных комплекс дополнялся реализацией алгоритмов решения систем уравнений газовой динамики бессеточным методом на основе технологии OpenCL [5], хоть и является скорее техническим, потребовал немало усилий, зато позволил кратно сократить время проведения вычислительных экспериментов.

6.1. Расчёт сверхзвуковых течений невязкого газа на основе бессеточного алгоритма

Система нестационарных уравнений Эйлера в консервативных переменных в сочетании с уравнением состояния идеального газа описывают течение невязкого газа в трёхмерной декартовой системе координат [85]:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t}+\frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{q})}{\partial x}+\frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{q})}{\partial y}+\frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{q})}{\partial z}=0,$$

$$p=\rho RT,$$

$$\mathbf{q}=\begin{pmatrix}\rho\\ \rho u\\ \rho v\\ \rho w\\ \rho e\end{pmatrix},\ \mathbf{F}=\begin{pmatrix}\rho u\\ \rho u^2+p\\ \rho uv\\ \rho uw\\ \rho uH\end{pmatrix},\ \mathbf{G}=\begin{pmatrix}\rho v\\ \rho uv\\ \rho v^2+p\\ \rho vw\\ \rho vH\end{pmatrix},\ \mathbf{H}=\begin{pmatrix}\rho w\\ \rho uw\\ \rho vw\\ \rho w^2+p\\ \rho wH\end{pmatrix},$$

$$e=\frac{p}{\rho(\gamma-1)}+\frac{1}{2}\left(u^2+v^2+w^2\right),\ H=e+\frac{p}{\rho},$$

где t – время, ρ – плотность, p – давление, T – температура, u, v, w – компоненты вектора скорости газа $\mathbf{v}$ по осям координат x, y и z соответственно, R – газовая постоянная, γ – показатель адиабаты, H – полная энтальпия газа, $\mathbf{F}$, $\mathbf{G}$, $\mathbf{H}$ – вектора невязких потоков вдоль координатных осей.

Для дискретизации системы уравнений газовой динамики в области расчёта исходя из геометрии области и априорно известных особенностях течения формируется конечное множество статических точек – вычислительных узлов, в которых и производится расчёт параметров газа (рис. 6.1). Для каждого расчётного узла i определяется конечный набор, так называемое, облако C_i, окружающих его узлов – соседей $j \in C_i$ (рис. 6.2). В основе используемого в настоящей работе варианта бессеточного метода, именуемого в иностранной литературе TLS (Taylor Least Squares), лежит аппроксимация пространственных производных газодинамических величин и образованных ими функций в форме линейной комбинации разности значений функции между соседним $j \in C_i$ и центральным узлами i, основанная на разложении функции в ряд Тейлора в окрестности расчётного узла i с первым порядком точности. Метод наименьших квадратов применяется для нахождения коэффициентов линейной комбинации. Известны альтернативные подходы реализации бессеточного метода на основе радиально-базисных функций [223, 133, 274], однако при моделировании сверхзвуковых течений предпочтение отдаётся методу наименьших квадратов.

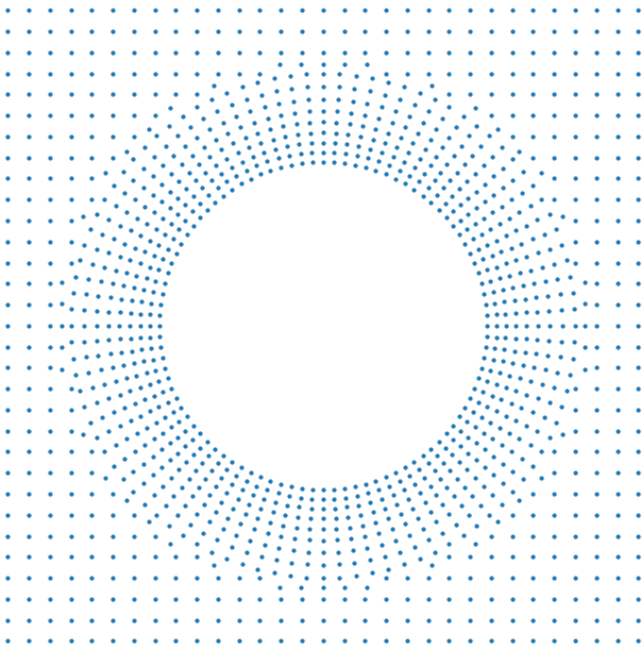


Рис. 6.1. Распределение расчётных узлов в сечении расчётной области.

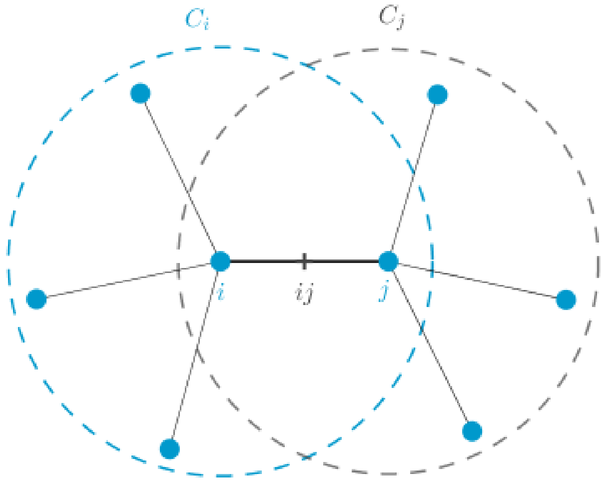


Рис. 6.2. Облака соседних расчётных узлов.

В каждом из узлов–соседей $j \in C_i$ расчётного узла i поле скалярной величины $\varphi = \varphi(x, y, z)$ представляется в виде [199]:

$$\varphi_j = \varphi_i + \Delta x_{ij} \left.\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right|_i + \Delta y_{ij} \left.\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right|_i + \Delta z_{ij} \left.\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right|_i + O\left(h^2\right),$$

$$\Delta x_{ij} = x_j - x_i,\ \Delta y_{ij} = y_j - y_i,\ \Delta z_{ij} = z_j - z_i,\ \Delta \varphi_{ij} = \varphi_j - \varphi_i.$$

Согласно методу наименьших квадратов [100] оптимальное приближение неизвестных частных пространственных производных $\left.\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right|_i$, $\left.\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right|_i$, $\left.\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right|_i$ достигается минимизацией функционала

$$\sum_{j \in C_i} \omega_{ij} \left(\Delta \varphi_{ij} - \Delta x_{ij} \left.\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right|_i - \Delta y_{ij} \left.\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right|_i - \Delta z_{ij} \left.\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right|_i \right)^2 \to \min,$$

используемый весовой коэффициент ω_{ij} обратно пропорционален расстоянию d_{ij} между узлами, а для подавления осцилляций решения вводится множитель [247]:

$$\omega_{ij} = \frac{1}{d_{ij}} \cdot \frac{e^{-\left(\frac{d_{ij}}{d_{i\max}}\right)^2} - e^{-k^2}}{1 - e^{-k^2}},$$

$$d_{ij} = \sqrt{\Delta x_{ij}^2 + \Delta y_{ij}^2 + \Delta z_{ij}^2}\,,\; d_{i\max} = \max_{j \in C_i} d_{ij}\,,\; k = 4\,.$$

Коэффициенты линейной комбинации α_{ij}, β_{ij}, γ_{ij} для вычисления частных производных функции φ по пространственным координатам определяются геометрическим расположением соседних узлов $j \in C_i$ относительно центрального узла i и могут быть получены решением системы линейных уравнений [246]:

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right|_i = \sum_{j \in C_i} \alpha_{ij} \Delta\varphi_{ij}\,,\; \left.\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right|_i = \sum_{j \in C_i} \beta_{ij} \Delta\varphi_{ij}\,,\; \left.\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right|_i = \sum_{j \in C_i} \gamma_{ij} \Delta\varphi_{ij}\,,$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_{ij} \\ \beta_{ij} \\ \gamma_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum\limits_{k \in C_i} \omega_{ik} \Delta x_{ik}^2 & \sum\limits_{k \in C_i} \omega_{ik} \Delta x_{ik} \Delta y_{ik} & \sum\limits_{k \in C_i} \omega_{ik} \Delta x_{ik} \Delta z_{ik} \\ \sum\limits_{k \in C_i} \omega_{ik} \Delta x_{ik} \Delta y_{ik} & \sum\limits_{k \in C_i} \omega_{ik} \Delta y_{ik}^2 & \sum\limits_{k \in C_i} \omega_{ik} \Delta y_{ik} \Delta z_{ik} \\ \sum\limits_{k \in C_i} \omega_{ik} \Delta x_{ik} \Delta z_{ik} & \sum\limits_{k \in C_i} \omega_{ik} \Delta y_{ik} \Delta z_{ik} & \sum\limits_{k \in C_i} \omega_{ik} \Delta z_{ik}^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \omega_{ij} \Delta x_{ij} \\ \omega_{ij} \Delta y_{ij} \\ \omega_{ij} \Delta z_{ij} \end{bmatrix}.$$

В роли скалярной функции φ могут выступать газодинамические переменные, такие как, плотность, давление, температура, компоненты вектора скорости и векторов потоков системы уравнений газовой динамики, а также их комбинации.

В каждом внутреннем узле расчётной области система уравнений Эйлера записывается в полу-дискретной форме [164]:

$$\frac{\partial \mathbf{q}_i}{\partial t} + 2 \sum_{j \in C_i} \left[\alpha_{ij} \left(\mathbf{F}_{ij} - \mathbf{F}_i \right) + \beta_{ij} \left(\mathbf{G}_{ij} - \mathbf{G}_i \right) + \gamma_{ij} \left(\mathbf{H}_{ij} - \mathbf{H}_i \right) \right] = 0\,,$$

где $\mathbf{F}_i = \mathbf{F}(\mathbf{q}_i)$, $\mathbf{G}_i = \mathbf{G}(\mathbf{q}_i)$, $\mathbf{H}_i = \mathbf{H}(\mathbf{q}_i)$, а вектора конвективных потоков $\mathbf{F}_{ij}$, $\mathbf{G}_{ij}$, $\mathbf{H}_{ij}$ в середине M_{ij} отрезка, соединяющего узлы i и j, рассчитываются согласно модификации схемы Хартена-Лакса-ван Лира HLLC (Harten-Lax-van Leer-Contact) [226, 259], которая применяется к векторам консервативных переменных $\mathbf{q}^- = \mathbf{q}\left(\mathbf{\Psi}_{ij}^-\right)$ и $\mathbf{q}^+ = \mathbf{q}\left(\mathbf{\Psi}_{ij}^+\right)$, полученным покомпонентной MUSCL-реконструкцией векторов физических переменных с ограничителем van Albada 2 [284]:

$$\mathbf{\Psi} = (\rho, u, v, w, p)^T,$$

$$\psi_{ij}^+ = \psi_i + \frac{s_i}{4}\left[(1-ks_i)\Delta_{ij}^- + (1+ks_i)\left(\psi_j - \psi_i\right)\right],\ \Delta_{ij}^- = 2\Delta\mathbf{r}_{ij} \bullet \nabla\psi_i - \left(\psi_j - \psi_i\right),$$

$$\psi_{ij}^- = \psi_j - \frac{s_j}{4}\left[\left(1-ks_j\right)\Delta_{ij}^+ + \left(1+ks_j\right)\left(\psi_j - \psi_i\right)\right],\ \Delta_{ij}^+ = 2\Delta\mathbf{r}_{ij} \bullet \nabla\psi_j - \left(\psi_j - \psi_i\right),$$

$$s_i = \max\left(0, \frac{2\Delta_{ij}^-\left(\psi_j - \psi_i\right) + \varepsilon}{\Delta_{ij}^{-2} + \left(\psi_j - \psi_i\right)^2 + \varepsilon}\right),\ s_j = \max\left(0, \frac{2\Delta_{ij}^+\left(\psi_j - \psi_i\right) + \varepsilon}{\Delta_{ij}^{+2} + \left(\psi_j - \psi_i\right)^2 + \varepsilon}\right),$$

$$\mathbf{r}_{ij} = \begin{pmatrix} x_j - x_i \\ y_j - y_i \\ z_j - z_i \end{pmatrix},\ \nabla\psi_n = \begin{pmatrix} \left.\dfrac{\partial\psi}{\partial x}\right|_n \\ \left.\dfrac{\partial\psi}{\partial y}\right|_n \\ \left.\dfrac{\partial\psi}{\partial z}\right|_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum\limits_{m\in C_n} \alpha_{mn}(\psi_m - \psi_n) \\ \sum\limits_{m\in C_n} \beta_{mn}(\psi_m - \psi_n) \\ \sum\limits_{m\in C_n} \gamma_{mn}(\psi_m - \psi_n) \end{pmatrix}.$$

В расчётах использовались значения коэффициентов $\varepsilon = 10^{-13}$ и $k = \frac{1}{3}$, который определяет порядок аппроксимации схемы: при $k = \frac{1}{3}$ – третий порядок, при $k = 0$ и $k = \pm 1$ – второй.

Вектора $\boldsymbol{\eta}$ и $\mathbf{N}$, зависящие от направления оси вектора потока, вводятся для обобщения записи схемы HLLC расчёта конвективных потоков $\mathbf{F}_{ij}$, $\mathbf{G}_{ij}$ и $\mathbf{H}_{ij}$:

$$\mathbf{N}_\alpha = \begin{pmatrix} 0 & \eta_x & \eta_y & \eta_z & \alpha \end{pmatrix}^T,$$

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{cases} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T & \textit{для} \quad \mathbf{F}_{ij} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^T & \textit{для} \quad \mathbf{G}_{ij} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T & \textit{для} \quad \mathbf{H}_{ij} \end{cases},$$

$$\vartheta = \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\eta},$$

здесь ϑ – нормальная проекция вектора скорости.

Рассмотрим детально расчёт согласно схеме HLLC вектора конвективного потока $\mathbf{F}_{ij}$ вдоль направления оси x, которой соответствует равенство нормальной проекции скорости $\vartheta = u$.

Вектора $\mathbf{q}_L$ и $\mathbf{q}_R$ выбираются в зависимости от направления x – компоненты вектора $\mathbf{r}_{ij}$ между центральным узлом i и его соседом $j \in C_i$:

$$\mathbf{q}_L = \begin{cases} \mathbf{q}^+, x_i \le x_j \\ \mathbf{q}^-, x_i > x_j \end{cases},$$

$$\mathbf{q}_R = \begin{cases} \mathbf{q}^-, x_i \le x_j \\ \mathbf{q}^+, x_i > x_j \end{cases}.$$

Вычисляются скорости:

$$\lambda_L = \min\left(\vartheta_L - c_L, \hat{\vartheta} - \hat{c}\right),$$

$$\lambda_R = \max\left(\vartheta_R + c_R, \hat{\vartheta} + \hat{c}\right),$$

$$\lambda_M = \frac{p_R - p_L + \vartheta_L \rho_L (\lambda_L - \vartheta_L) - \vartheta_R \rho_R (\lambda_R - \vartheta_R)}{\rho_L (\lambda_L - \vartheta_L) - \rho_R (\lambda_R - \vartheta_R)},$$

здесь $c = \sqrt{\gamma \dfrac{p}{\rho}}$ – локальная скорость звука, а $\hat{\vartheta} = \hat{u}$ определяется Roe-осреднением из компонент векторов $\boldsymbol{\Psi}^+$ и $\boldsymbol{\Psi}^-$[243]:

$$\hat{\rho} = \sqrt{\rho^- \rho^+},\ \hat{H} = \frac{H^- \sqrt{\rho^-} + H^+ \sqrt{\rho^+}}{\sqrt{\rho^-} + \sqrt{\rho^+}},\ \hat{c} = \sqrt{(\gamma - 1)\left\{\hat{H} - \frac{\hat{u}^2 + \hat{v}^2 + \hat{w}^2}{2}\right\}},$$

$$\hat{u} = \frac{u^- \sqrt{\rho^-} + u^+ \sqrt{\rho^+}}{\sqrt{\rho^-} + \sqrt{\rho^+}}, \ \hat{v} = \frac{v^- \sqrt{\rho^-} + v^+ \sqrt{\rho^+}}{\sqrt{\rho^-} + \sqrt{\rho^+}}, \ \hat{w} = \frac{w^- \sqrt{\rho^-} + w^+ \sqrt{\rho^+}}{\sqrt{\rho^-} + \sqrt{\rho^+}}.$$

Расчёт конвективного потока согласно HLLC схеме:

$$\mathbf{F}_{ij} = \begin{cases} \mathbf{F}(\mathbf{q}_L) & , \quad 0 \le \lambda_L \\ \mathbf{F}(\mathbf{q}_L) + \lambda_L \left(\mathbf{q}_L^* - \mathbf{q}_L\right) & , \quad \lambda_L \le 0 \le \lambda_M \\ \mathbf{F}(\mathbf{q}_R) + \lambda_R \left(\mathbf{q}_R^* - \mathbf{q}_R\right) & , \quad \lambda_M \le 0 \le \lambda_R \\ \mathbf{F}(\mathbf{q}_R) & , \quad \lambda_R \le 0 \end{cases},$$

$$p_L^* = \rho_L (\lambda_L - \vartheta_L)(\lambda_M - \vartheta_L) + p_L,$$

$$p_R^* = \rho_R (\lambda_R - \vartheta_R)(\lambda_M - \vartheta_R) + p_R,$$

$$\mathbf{q}_L^* = \frac{(\lambda_L - \vartheta_L)\mathbf{q}_L + \left(p_L^* \mathbf{N}_{\lambda_M} - p_L \mathbf{N}_{\vartheta_L}\right)}{\lambda_M - \lambda_L},$$

$$\mathbf{q}_R^* = \frac{(\lambda_R - \vartheta_R)\mathbf{q}_R + \left(p_R^* \mathbf{N}_{\lambda_M} - p_R \mathbf{N}_{\vartheta_R}\right)}{\lambda_M - \lambda_R}.$$

Аналогично вычисляются конвективные потоки $\mathbf{G}_{ij}$ и $\mathbf{H}_{ij}$ вдоль осей координат y и z с учётом выбора направления вектора $\boldsymbol{\eta}$ вдоль координатной оси и определения нормальной скорости $\vartheta = v$ и $\vartheta = w$ соответственно.

При решении задачи обтекания поверхность преграды рассматривается как твёрдая непроницаемая стенка:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{n}} = 0, \ \frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} = \frac{\rho v_\tau^2}{R_s}, \ \frac{\partial v_\tau}{\partial \mathbf{n}} = 0, \ v_n = 0,$$

где v_n и v_τ – нормальная и касательная компоненты скорости газа у поверхности соответственно, R_s – радиус закругления поверхности в граничном узле.

В основе реализации граничных условий Неймана $\dfrac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{n}}$ также лежит аппроксимация пространственных производных методом наименьших квадратов [199]:

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial\mathbf{n}}\right|_i = \mathbf{n}\cdot\nabla\varphi = n_x\sum_{j\in\tilde{C}_i}\alpha_{ij}\left(\varphi_j-\varphi_i\right)+n_y\sum_{j\in\tilde{C}_i}\beta_{ij}\left(\varphi_j-\varphi_i\right)+n_z\sum_{j\in\tilde{C}_i}\gamma_{ij}\left(\varphi_j-\varphi_i\right),$$

$$\eta_{ij}=\alpha_{ij}n_x+\beta_{ij}n_y+\gamma_{ij}n_z,$$

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial\mathbf{n}}\right|_i=\sum_{j\in\tilde{C}_i}\eta_{ij}\left(\varphi_j-\varphi_i\right)=\sum_{j\in\tilde{C}_i}\eta_{ij}\varphi_j-\varphi_i\sum_{j\in\tilde{C}_i}\eta_{ij},$$

$$\varphi_i=\frac{\sum\limits_{j\in\tilde{C}_i}\eta_{ij}\varphi_j-\left.\dfrac{\partial\varphi}{\partial\mathbf{n}}\right|_i}{\sum\limits_{j\in\tilde{C}_i}\eta_{ij}},$$

где n_x, n_y, n_z – компоненты вектора внешней нормали $\mathbf{n}$ в узле i на границе поверхности, $\tilde{C}_i$ – облако его соседних узлов, не принадлежащих границе (рис. 6.3).

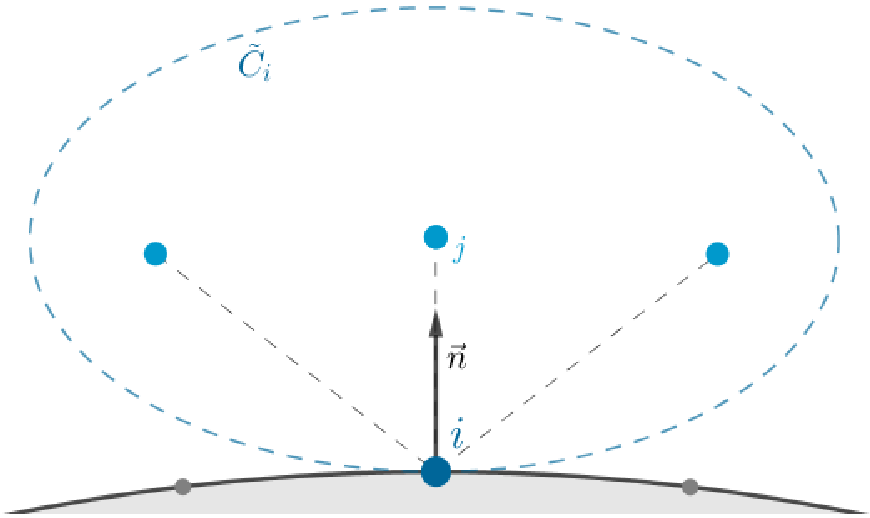


Рис. 6.3. Реализация граничных условий на поверхности преграды.

При решении задач обтекания преграды сверхзвуковым потоком на входной границе расчётной области, как правило, ставились условия первого рода с заданными параметрами набегающего потока $\mathbf{q}=\mathbf{q}_\infty$. На выходной границе – однородные условия Неймана $\dfrac{\partial q}{\partial\mathbf{n}}=0$.

Интегрирование системы уравнений Эйлера по времени выполняется явным методом Рунге-Кутты третьего порядка [284]:

$$\frac{\partial \mathbf{q}_i}{\partial t} + \mathrm{R}\left(\mathbf{q}_i\right) = 0,$$

$$\mathrm{R}\left(\mathbf{q}_i\right) = 2\sum_{j\in C_i}\left[\alpha_{ij}\left(\mathbf{F}_{ij} - \mathbf{F}_i\right) + \beta_{ij}\left(\mathbf{G}_{ij} - \mathbf{G}_i\right) + \gamma_{ij}\left(\mathbf{H}_{ij} - \mathbf{H}_i\right)\right],$$

$$\mathbf{q}_i^{(1)} = \mathbf{q}_i^n - \Delta t\,\mathrm{R}\left(\mathbf{q}_i^n\right),$$

$$\mathbf{q}_i^{(2)} = \frac{3}{4}\mathbf{q}_i^n + \frac{1}{4}\mathbf{q}_i^{(1)} - \frac{1}{4}\Delta t\,\mathrm{R}\left(\mathbf{q}_i^{(1)}\right),$$

$$\mathbf{q}_i^{n+1} = \frac{1}{3}\mathbf{q}_i^n + \frac{2}{3}\mathbf{q}_i^{(2)} - \frac{2}{3}\Delta t\,\mathrm{R}\left(\mathbf{q}_i^{(2)}\right).$$

Шаг по времени при явном интегрировании определяется согласно критерию Куранта [246]:

$$\Delta t = \frac{\mathrm{CFL}}{\max\limits_i \left|\lambda_i\right|},\ \mathrm{CFL} = 0{,}5,$$

$$\lambda_i = \sum_{j\in C_i}\left(\alpha_{ij}\hat{u}_{ij} + \beta_{ij}\hat{v}_{ij} + \gamma_{ij}\hat{w}_{ij} + \hat{c}_{ij}\sqrt{\alpha_{ij}^2 + \beta_{ij}^2 + \gamma_{ij}^2}\right).$$

Представленный подход может быть легко адаптирован для численного решения уравнений Эйлера в двумерной постановке, в этом случае параметры газа по оси z принимаются тождественно равными нулю:

$$w = 0,\ \gamma_{ij} = 0,\ \left.\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right|_i = 0,$$

а метод наименьших квадратов применятся для аппроксимации производных функции φ по координатам x и y:

$$\begin{bmatrix}\alpha_{ij}\\ \beta_{ij}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\sum\limits_{j\in C_i}\omega_{ij}\Delta x_{ij}^2 & \sum\limits_{j\in C_i}\omega_{ij}\Delta x_{ij}\Delta y_{ij}\\ \sum\limits_{j\in C_i}\omega_{ij}\Delta x_{ij}\Delta y_{ij} & \sum\limits_{j\in C_i}\omega_{ij}\Delta y_{ij}^2\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\sum\limits_{j\in C_i}\omega_{ij}\Delta x_{ij}\\ \sum\limits_{j\in C_i}\omega_{ij}\Delta y_{ij}\end{bmatrix}.$$

Решение осесимметричной задачи может быть выполнено в цилиндрической системе координат, в этом случае система уравнений Эйлера записывается в виде [85]:

$$\frac{\partial \mathbf{q}_{2D}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_{2D}(\mathbf{q})}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}_{2D}(\mathbf{q})}{\partial y} + \frac{\mathbf{R}_C}{r} = 0,$$

$$\mathbf{q}_{2D} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e \end{pmatrix}, \ \mathbf{F}_{2D} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uH \end{pmatrix}, \ \mathbf{G}_{2D} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vH \end{pmatrix}, \ \mathbf{R}_C = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 \\ \rho vH \end{pmatrix},$$

здесь ось x служит осью симметрии, ось y ей ортогональна, r – расстояние от точки до оси симметрии x.

Программная реализация бессеточного метода решения системы уравнений Эйлера была выполнена на языке программирования С++ с использованием технологии OpenMP распараллеливания вычислений на центральном процессоре [4, 72, 74].

6.2. Верификация бессеточного алгоритма расчёта сверхзвуковых течений невязкого газа

В целях верификации алгоритмов и их программной реализации был выполнен ряд вычислительных экспериментов. В том числе решалась модельная задача обтекания сферы радиусом $R_s = 55$ сверхзвуковым воздушным потоком с числом Маха $\mathrm{M}_\infty = 3$. На периферии расчётной области расположение вычислительных узлов представляет собой равномерную прямоугольную декартову сетку. Вблизи обтекаемого тела узлы размещаются на поверхностях концентрических сфер, центр которых совпадает с центром обтекаемой сферы, а расстояние между ними линейно нарастает по мере удаления от обтекаемой поверхности пропорционально расстоянию от центра. Применяется алгоритм условно равномерного распределения N узлов на поверхности каждой из концентрических сфер радиуса R_k [173] (рис. 6.4):

1. Вычисляются площадь одного элемента $a = \dfrac{4\pi}{N}$, количество окружностей $M_\theta = \left[\dfrac{\pi}{\sqrt{a}} \right]$ и угловой шаг $d_\theta = \dfrac{\pi}{M_\theta}$ между окружностями по широте;

2. Для каждой окружности с широтой угла $\theta_m = \dfrac{\pi\left(m+\dfrac{1}{2}\right)}{M_\theta}$ при $0 \le m \le M_\theta - 1$ определяется количество лежащих на ней узлов:

$$M_{\varphi m} = \left[\frac{2\pi d_\theta \sin\theta_m}{a}\right];$$

3. Декартовы координаты расположения узла относительно центра сферы определяются выражениями:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{mn} = \begin{pmatrix} \sin\theta_m \cos\varphi_{mn} \\ \sin\theta_m \sin\varphi_{mn} \\ \cos\theta_m \end{pmatrix} R_k,\ \varphi_{mn} = \frac{2\pi n}{M_{\varphi m}},\ 0 \le n \le M_{\varphi m} - 1.$$

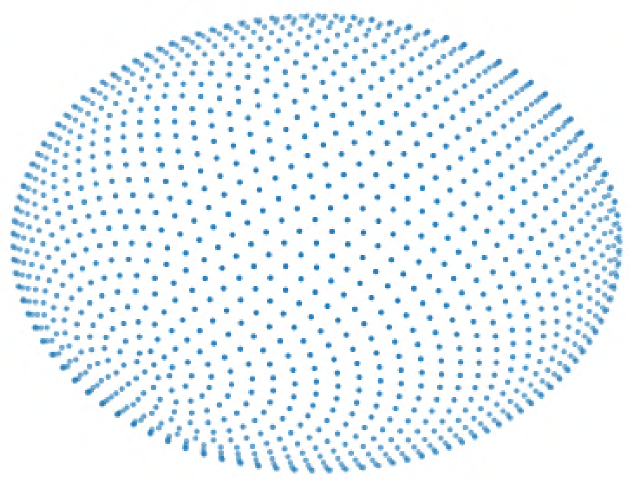


Рис. 6.4. Приближённо равномерное распределение узлов на поверхности сферы.

В зоне стыковки сеток выполняется корректировка положения узлов внешней области при слабой обусловленности матрицы аппроксимации частных производных, вызванной слишком близким расположением соседних узлов.

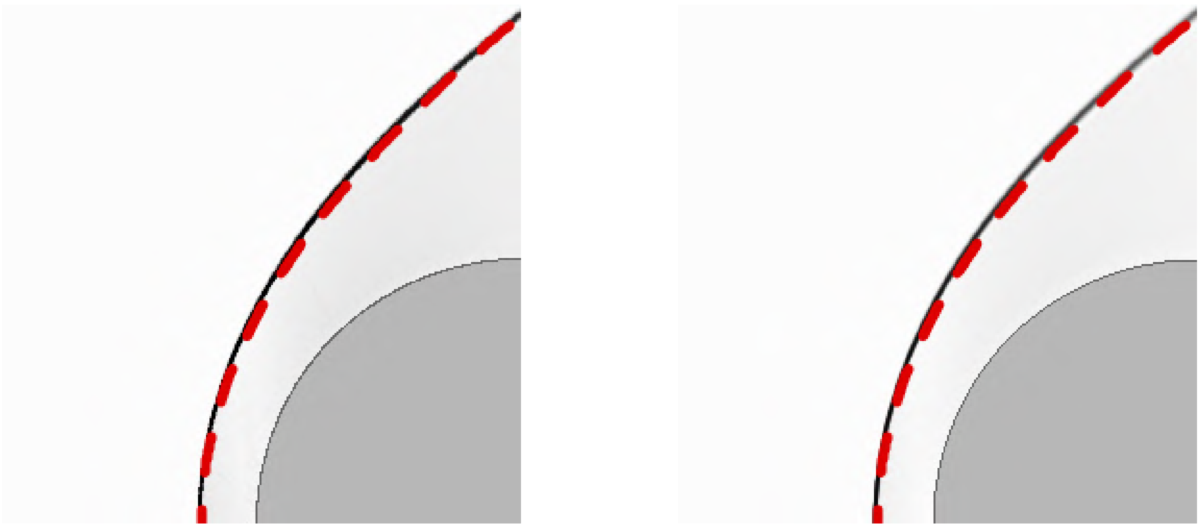
Результаты численного моделирования обтекания сферы бессеточным методом сравниваются с результатами решения аналогичной задачи в осесимметричной постановке реализованным ранее методом конечных объёмов на адаптивных декартовых сетках в сочетании с методом погруженной границы с фиктивными ячейками.

На рис. 6.5. представлены полученные в расчётах теневые картины течения газа [13]. Штриховой кривой обозначено положение головной ударной волны согласно известному приближённо аналитическому выражению [157]:

$$x(y) = -R_S - \Delta + R_C\left(M_\infty^2 - 1\right)\left(\sqrt{1 + \frac{y^2}{R_C^2\left(M_\infty^2 - 1\right)}} - 1\right),$$

$$R_C = 1.143 \cdot R_S \cdot \exp\left(\frac{0.54}{\left(M_\infty - 1\right)^{1.2}}\right),$$

$$\Delta = 0.143 \cdot R_S \cdot \exp\left(\frac{3.24}{M_\infty^2}\right).$$

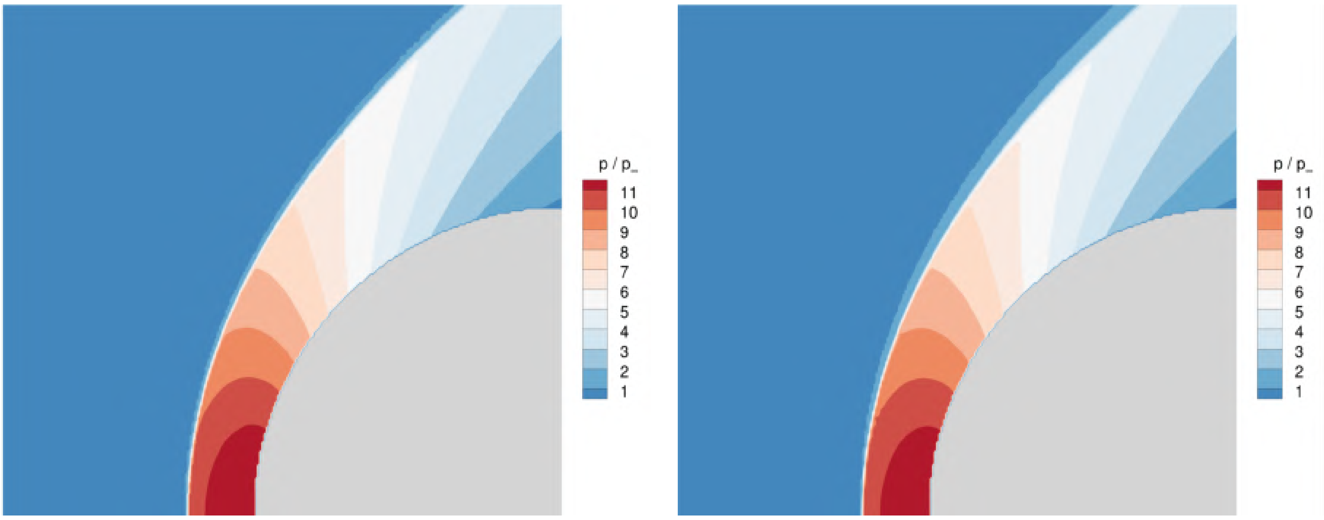


а б

Рис. 6.5 Теневая картина обтекания сферы и фронт головной ударной волны: бессеточный метод (а), метод конечных объемов на адаптивных декартовых сетках (б).

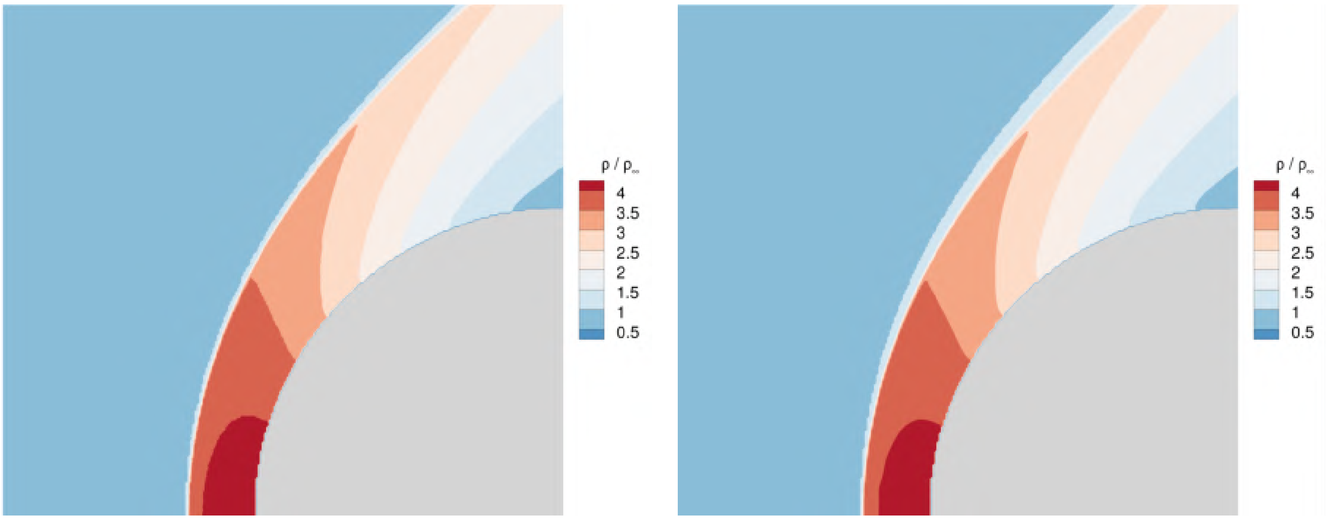
Следует отметить идентичность картин течения, полученных разными вычислительными алгоритмами, а также высокую степень соответствия положения головного скачка уплотнения аналитической кривой.

На рис. 6.6 – 6.8 представлены поля давления, плотности и чисел Маха в ударном слое у поверхности сферы, полученные в расчётах двумя различными методами.



а б

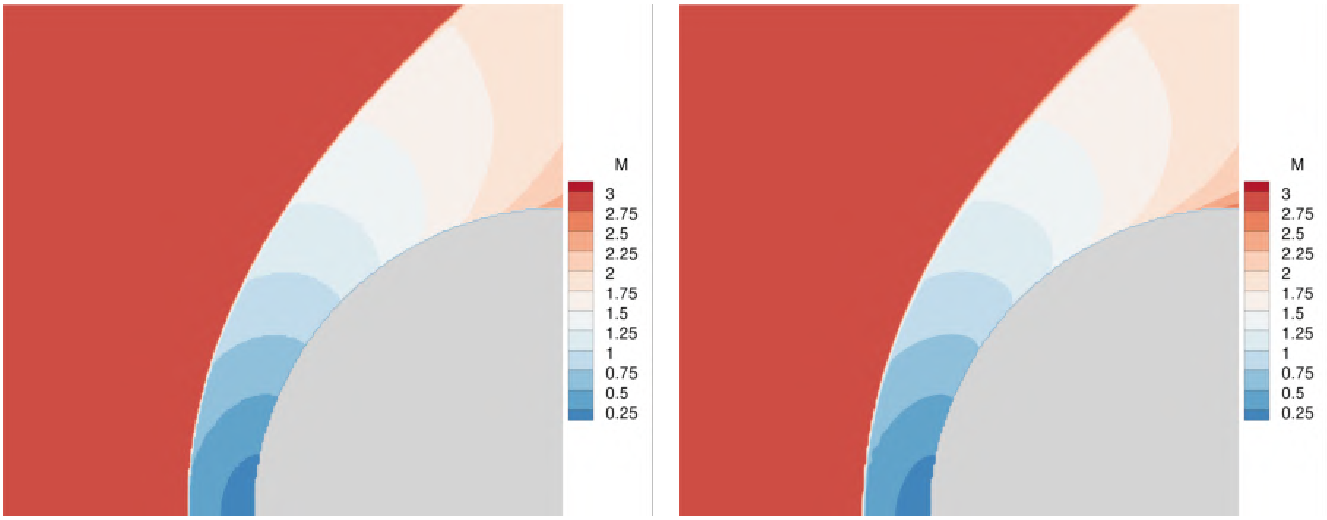
Рис. 6.6 Поле давления газа в ударном слое при обтекании сферы с $M_{\infty}=3$: бессеточный метод (а), метод конечных объёмов на адаптивных декартовых сетках (б).



а б

Рис. 6.7 Поле плотности газа в ударном слое при обтекании сферы с $M_{\infty}=3$: бессеточный метод (а), метод конечных объёмов на адаптивных декартовых сетках (б).

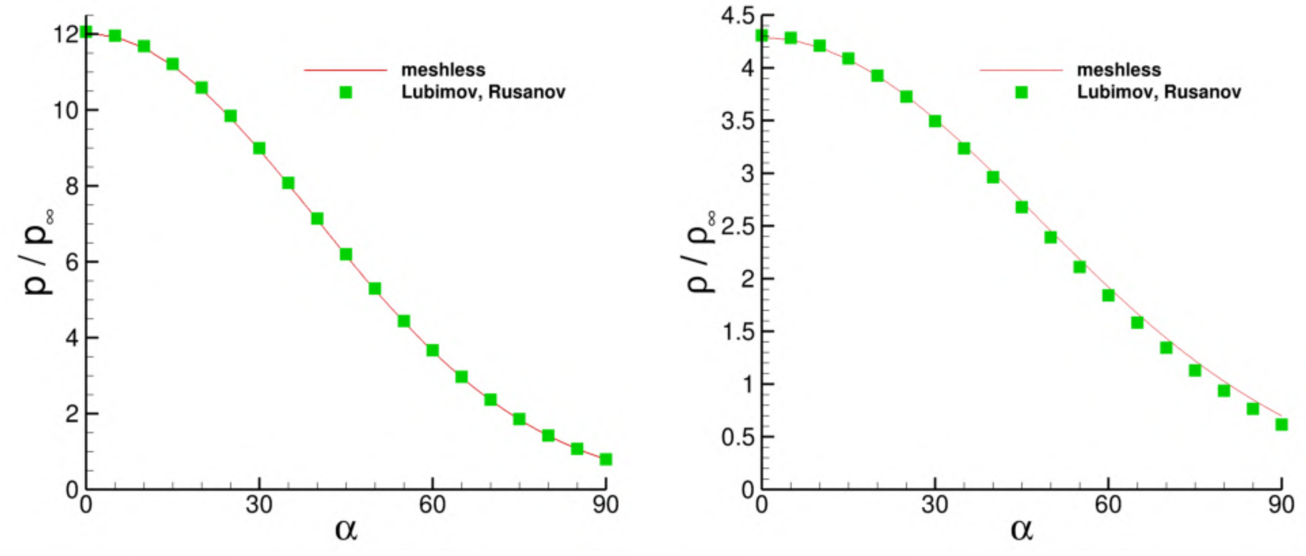
Полученные картины распределения очень близки, можно отметить несколько большую диссипацию параметров вблизи головной ударной волны в решении, использующем дискретизацию уравнений на декартовых сетках.



а б

Рис. 6.8 Поле чисел Маха при обтекании сферы с M_{∞}=3:
бессеточный метод (а), метод конечных объёмов на адаптивных декартовых сетках (б).

На рис. 6.9 приведены графики плотности и давления газа у поверхности сферы, полученные бессеточным методом, и эталонные из известного атласа обтекания газом затупленных тел [71].



а б

Рис. 6.9 Распределение давления (а) и плотности (б) газа у поверхности сферы.

Получено хорошее согласование результатов решения задачи обтекания затупленного тела невязким сверхзвуковым потоком с эталонными данными, приближённо-аналитическими зависимостями, а также результатами решения задачи методом конечных объёмов на декартовых сетках, что свидетельствует в пользу применимости бессеточных алгоритмов к решению рассматриваемого круга задач.

6.3. Применение бессеточного алгоритма к расчёту сверхзвуковых течений вязкого теплопроводного газа

Следующим этапом развития вычислительной модели явилось применение бессеточного метода для решения системы нестационарных уравнений Навье-Стокса в консервативных переменных в трёхмерной декартовой системе координат [203, 85]:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t}+\frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{q})}{\partial x}+\frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{q})}{\partial y}+\frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{q})}{\partial z}=\frac{\partial \mathbf{F}^{v}(\mathbf{q})}{\partial x}+\frac{\partial \mathbf{G}^{v}(\mathbf{q})}{\partial y}+\frac{\partial \mathbf{H}^{v}(\mathbf{q})}{\partial z},$$

$$p=\rho RT,$$

$$\mathbf{q}=\begin{pmatrix}\rho\\ \rho u\\ \rho v\\ \rho w\\ \rho e\end{pmatrix},\ \mathbf{F}=\begin{pmatrix}\rho u\\ \rho u^2+p\\ \rho uv\\ \rho uw\\ \rho uH\end{pmatrix},\ \mathbf{G}=\begin{pmatrix}\rho v\\ \rho uv\\ \rho v^2+p\\ \rho vw\\ \rho vH\end{pmatrix},\ \mathbf{H}=\begin{pmatrix}\rho w\\ \rho uw\\ \rho vw\\ \rho w^2+p\\ \rho wH\end{pmatrix},$$

$$\mathbf{F}^{v}=\begin{pmatrix}0\\ \tau_{xx}\\ \tau_{xy}\\ \tau_{xz}\\ \tau_{xx}u+\tau_{xy}v+\tau_{xz}w-q_x\end{pmatrix},\ \mathbf{G}^{v}=\begin{pmatrix}0\\ \tau_{yx}\\ \tau_{yy}\\ \tau_{yz}\\ \tau_{yx}u+\tau_{yy}v+\tau_{yz}w-q_y\end{pmatrix},$$

$$\mathbf{H}^{v}=\begin{pmatrix}0\\ \tau_{zx}\\ \tau_{zy}\\ \tau_{zz}\\ \tau_{zx}u+\tau_{zy}v+\tau_{zz}w-q_z\end{pmatrix},$$

$$H=e+\frac{p}{\rho},\ e=\frac{p}{\rho(\gamma-1)}+\frac{1}{2}\left(u^2+v^2+w^2\right),$$

где t – время, ρ – плотность, p – давление, T – температура, u, v, w – компоненты вектора скорости газа $\mathbf{v}$ по осям координат x, y и z соответственно, R – газовая постоянная, γ – показатель адиабаты, H – полная энтальпия газа, $\mathbf{F}$,

$\mathbf{G}$, $\mathbf{H}$ – вектора невязких, а $\mathbf{F}^v$, $\mathbf{G}^v$, $\mathbf{H}^v$ – вязких потоков вдоль координатных осей.

Компоненты тензора вязких напряжений:

$$\tau_{xx} = \frac{2}{3}\mu\left(2\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z}\right),\ \tau_{yy} = \frac{2}{3}\mu\left(2\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial z}\right),\ \tau_{zz} = \frac{2}{3}\mu\left(2\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}\right),$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right),\ \tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right),\ \tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right).$$

Компоненты вектора плотности теплового потока:

$$q_x = -\lambda\frac{\partial T}{\partial x},\ q_y = -\lambda\frac{\partial T}{\partial y},\ q_z = -\lambda\frac{\partial T}{\partial z}.$$

Величина коэффициента динамической вязкости определяется известной формулой Сазерленда:

$$\mu = \mu^*\left(\frac{T}{T^*}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{T^* + C^*}{T + C^*},$$

при $T^* = 273{,}15\,K$, $C^* = 110{,}4\,K$, $\mu^* = 0{,}0000178\,Па \cdot с$.

Коэффициент теплопроводности определяется исходя из постоянства значения числа Прандтля:

$$\lambda = \frac{C_p\mu}{\mathrm{Pr}},$$

где C_p– удельная теплоёмкость газа при постоянном давлении, константа $\mathrm{Pr} = 0{,}72$ – число Прандтля для воздуха.

При расчёте течений вязкого газа производится сгущение распределения расчётных узлов вблизи обтекаемой поверхности вдоль направления нормали для детального разрешения пограничного слоя и корректного определения теплового потока от газа к поверхности (рис. 6.10).

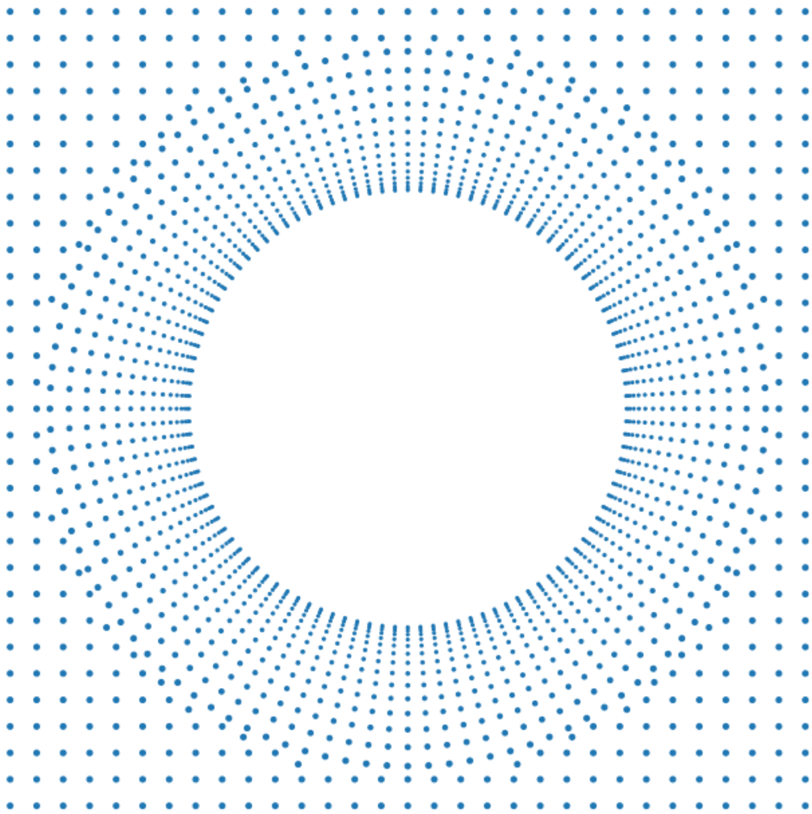


Рис. 6.10 Сгущение расположения расчётных узлов по нормали к поверхности.

Расчёт коэффициентов линейной комбинации α_{ij}, β_{ij}, γ_{ij} для вычисления частных пространственных производных выполняется методом наименьших квадратов, как и при интегрировании системы уравнений Эйлера [284]. С их использованием система уравнений Навье-Стокса записывается в полу-дискретной форме [164]:

$$\frac{\partial \mathbf{q}_i}{\partial t} + 2\sum_{j\in C_i}\left[\alpha_{ij}\left(\mathbf{F}_{ij}-\mathbf{F}_i\right)+\beta_{ij}\left(\mathbf{G}_{ij}-\mathbf{G}_i\right)+\gamma_{ij}\left(\mathbf{H}_{ij}-\mathbf{H}_i\right)\right]=$$

$$=2\sum_{j\in C_i}\left[\alpha_{ij}\left(\mathbf{F}^{v}_{ij}-\mathbf{F}^{v}_i\right)+\beta_{ij}\left(\mathbf{G}^{v}_{ij}-\mathbf{G}^{v}_i\right)+\gamma_{ij}\left(\mathbf{H}^{v}_{ij}-\mathbf{H}^{v}_i\right)\right],$$

где $\mathbf{F}_i=\mathbf{F}(\mathbf{q}_i)$, $\mathbf{G}_i=\mathbf{G}(\mathbf{q}_i)$, $\mathbf{H}_i=\mathbf{H}(\mathbf{q}_i)$, $\mathbf{F}^{v}_i=\mathbf{F}^{v}(\mathbf{q}_i)$, $\mathbf{G}^{v}_i=\mathbf{G}^{v}(\mathbf{q}_i)$, $\mathbf{H}^{v}_i=\mathbf{H}^{v}(\mathbf{q}_i)$.

В ходе разработки вычислительной модели решения системы уравнений Навье-Стокса на основе бессеточного алгоритма и её программной реализации был опробован ряд известных модификаций схем расчёта конвективных потоков $\mathbf{F}_{ij}$, $\mathbf{G}_{ij}$, $\mathbf{H}_{ij}$ семейств Хартена-Лакса-ван Лира HLL (Harten-Lax-van Leer) [250] и AUSM (Advection Upstream Splitting Method) [284]. Наилучшее соответствие результатов численного моделирования эталонным данным было получено при использовании схемы AUSMPW+ [212]. Её реализация потребовала дополнительного прохода по всему набору расчётных узлов на каждом расчётном шаге.

Рассмотрим расчёт векторов невязких потоков бессеточным методом с использованием схемы AUSMPW+.

На первом проходе выполняется покомпонентная MUSCL-реконструкция векторов консервативных переменных $\mathbf{q}^- = \mathbf{q}\left(\mathbf{\Psi}_{ij}^-\right)$, $\mathbf{q}^+ = \mathbf{q}\left(\mathbf{\Psi}_{ij}^+\right)$ с использованием ограничителем van Albada 2 применительно к компонентам вектора физических переменных $\mathbf{\Psi} = \left(\rho, u, v, w, p\right)^T$, как и при решении системы уравнений Эйлера.

Для каждой пары соседних узлов i и j вычисляются минимальное значение давления $p_{\min}$ и коэффициент f_p среди всех интерфейсов между узлами i и j и их непосредственными соседями:

$$p_{\min} = \min_{k \in \{i, j\}, m \in C_k} \left(\min\left(p_{km}^-, p_{km}^+\right)\right),$$

$$f_p = \min_{k \in \{i, j\}, m \in C_k} \left(\min\left(\frac{p_{km}^+}{p_{km}^-}, \frac{p_{km}^-}{p_{km}^+}\right)\right),$$

здесь p^-, p^+ – давление, соответствующее векторам состояния $\mathbf{q}^-$ и $\mathbf{q}^+$.

На следующем этапе коэффициенты $p_{\min}$, f_p и вектора состояния $\mathbf{q}^+$ и $\mathbf{q}^-$ применяются для расчёта векторов конвективных потоков между парой соседних узлов i и j.

В целях унификации записи алгоритма вводятся вектора $\boldsymbol{\eta}$ и $\mathbf{N}$, зависящие от направления оси вектора потока:

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} 0 & \eta_x & \eta_y & \eta_z & 0 \end{pmatrix}^T,$$

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{cases} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T & \textit{для} \quad \mathbf{F}_{ij} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^T & \textit{для} \quad \mathbf{G}_{ij} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T & \textit{для} \quad \mathbf{H}_{ij} \end{cases}.$$

Тогда проекция вектора скорости газа $\mathbf{v}$ в направлении потока определяется скалярным произведением:

$$\vartheta = \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\eta}.$$

Рассмотрим порядок расчёта вектора конвективного потока $\mathbf{F}_{ij}$ по оси x, для которого $\vartheta = u$.

В зависимости от знака проекции вектора $\mathbf{r}_{ij}$ на ось координат определяются вектора $\mathbf{q}_L$ и $\mathbf{q}_R$:

$$\mathbf{q}_L = \begin{cases} \mathbf{q}^+, x_i \le x_j \\ \mathbf{q}^-, x_i > x_j \end{cases},$$

$$\mathbf{q}_R = \begin{cases} \mathbf{q}^-, x_i \le x_j \\ \mathbf{q}^+, x_i > x_j \end{cases}.$$

Вычисляются энтальпия, скорость звука и числа Маха:

$$H_{normal} = \frac{1}{2}\left(H_L - \frac{|\mathbf{v}_{\tau L}|^2}{2} + H_R - \frac{|\mathbf{v}_{\tau R}|^2}{2} \right),$$

$$c_s = \sqrt{2\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} H_{normal}},$$

$$c_{1/2} = \begin{cases} \dfrac{c_s^2}{\max\left(|\vartheta_L|, c_s\right)} & , \quad \vartheta_L + \vartheta_R \ge 0 \\ \dfrac{c_s^2}{\max\left(|\vartheta_R|, c_s\right)} & , \quad \vartheta_L + \vartheta_R < 0 \end{cases},$$

$$M_L = \frac{\vartheta_L}{c_{1/2}}, \; M_R = \frac{\vartheta_R}{c_{1/2}},$$

здесь $H = e + \dfrac{p}{\rho}$ – полная энтальпия, $\mathbf{v}_\tau = \mathbf{v} - \vartheta\boldsymbol{\eta}$ – касательная компонента скорости.

Вычисляются следующие коэффициенты:

$$M_L^+ = \begin{cases} \dfrac{(M_L+1)^2}{4} &, \quad |M_L| \le 1 \\ \dfrac{M_L + |M_L|}{2} &, \quad |M_L| > 1 \end{cases},$$

$$M_R^- = \begin{cases} -\dfrac{(M_R-1)^2}{4} &, \quad |M_R| \le 1 \\ \dfrac{M_R - |M_R|}{2} &, \quad |M_R| > 1 \end{cases},$$

$$m_{1/2} = M_L^+ + M_R^-,$$

$$P_L^+\Big|_{\alpha=\frac{3}{16}} = \begin{cases} \dfrac{1}{4}(M_L+1)^2(2-M_L) + \alpha M_L\left(M_L^2-1\right)^2 &, \quad |M_L| \le 1 \\ \dfrac{1}{2}\left(1+sign(M_L)\right) &, \quad |M_L| > 1 \end{cases},$$

$$P_R^-\Big|_{\alpha=\frac{3}{16}} = \begin{cases} \dfrac{1}{4}(M_R-1)^2(2+M_R) - \alpha M_R\left(M_R^2-1\right)^2 &, \quad |M_R| \le 1 \\ \dfrac{1}{2}\left(1-sign(M_R)\right) &, \quad |M_R| > 1 \end{cases},$$

$$p_s = P_L^+ p_L + P_R^- p_R,$$

$$f_L = \begin{cases} 0 &, \quad p_s = 0 \\ \left(\dfrac{p_L}{p_s} - 1\right)\min\left(1, \dfrac{p_{\min}}{\min(p_L, p_R)}\right)^2 &, \quad p_s \ne 0 \end{cases},$$

$$f_R = \begin{cases} 0 &, \quad p_s = 0 \\ \left(\dfrac{p_R}{p_s} - 1\right)\min\left(1, \dfrac{p_{\min}}{\min(p_L, p_R)}\right)^2 &, \quad p_s \ne 0 \end{cases},$$

$$\omega = 1 - f_p^3.$$

$$
\bar{M}_L^+ = \begin{cases} M_L^+ + M_R^- \cdot \left[(1-\omega)(1+f_R) - f_L\right] & , \quad m_{1/2} \ge 0 \\ M_L^+ \cdot \omega \cdot (1+f_L) & , \quad m_{1/2} < 0 \end{cases},
$$

$$
\bar{M}_R^- = \begin{cases} M_R^- \cdot \omega \cdot (1+f_R) & , \quad m_{1/2} \ge 0 \\ M_R^- + M_L^+ \cdot \left[(1-\omega)(1+f_L) - f_R\right] & , \quad m_{1/2} < 0 \end{cases}.
$$

Вектор конвективного потока $\mathbf{F}_{ij}$ вдоль оси координат x согласно схеме AUSMPW+ определяется выражением:

$$
\mathbf{F}_{ij} = \bar{M}_L^+ \cdot c_{1/2} \cdot \mathbf{\Phi}_L + \bar{M}_R^- \cdot c_{1/2} \cdot \mathbf{\Phi}_R + p_s \cdot \mathbf{N},
$$

$$
\mathbf{\Phi}_L = \begin{pmatrix} \rho_L \\ \rho_L u_L \\ \rho_L v_L \\ \rho_L w_L \\ \rho_L H_L \end{pmatrix}, \; \mathbf{\Phi}_R = \begin{pmatrix} \rho_R \\ \rho_R u_R \\ \rho_R v_R \\ \rho_R w_R \\ \rho_R H_R \end{pmatrix}.
$$

Алгоритмы расчёта векторов конвективных потоков $\mathbf{G}_{ij}$, $\mathbf{H}_{ij}$ вдоль осей координат y и z аналогичны приведённому с учётом выбора вектора $\boldsymbol{\eta}$ и проекций скоростей $\vartheta = v$ и $\vartheta = w$ соответственно.

С использованием коэффициентов α_{ij}, β_{ij}, γ_{ij} вычисляются частные пространственные производные температуры и компонентов вектора скорости, необходимые для получения компонентов тензора вязких напряжений и вектора теплового потока:

$$
\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_i = \sum_{j \in C_i} \alpha_{ij}\left(u_j - u_i\right), \; \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_i = \sum_{j \in C_i} \beta_{ij}\left(u_j - u_i\right), \; \dots, \; \left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_i = \sum_{j \in C_i} \gamma_{ij}\left(T_j - T_i\right),
$$

$$
\left.\tau_{xx}\right|_i = \frac{2}{3}\mu_i\left(2\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_i - \left.\frac{\partial v}{\partial y}\right|_i - \left.\frac{\partial w}{\partial z}\right|_i\right), \; \dots, \; \left.\tau_{xy}\right|_i = \mu_i\left(\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_i + \left.\frac{\partial v}{\partial x}\right|_i\right), \; \dots,
$$

$$
\left.q_z\right|_i = -\lambda_i \left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_i.
$$

Полученные величины применяются для расчёта компонентов векторов вязких потоков $\mathbf{F}_i^v = \mathbf{F}^v(\mathbf{q}_i)$, $\mathbf{G}_i^v = \mathbf{G}^v(\mathbf{q}_i)$, $\mathbf{H}_i^v = \mathbf{H}^v(\mathbf{q}_i)$ в узле i согласно приведённым выше соотношениям.

Реконструкция векторов градиента физических переменных u, v, w, T, необходимых для расчёта векторов вязких потоков $\mathbf{F}_{ij}^v, \mathbf{G}_{ij}^v$, $\mathbf{H}_{ij}^v$ в середине M_{ij} отрезка, соединяющего узлы i и j, выполняется согласно [199]:

$$\nabla\varphi\big|_{ij} = \overline{\nabla\varphi\big|_{ij}} - \left(\overline{\nabla\varphi\big|_{ij}} \bullet \frac{\mathbf{r}_{ij}}{\left|\mathbf{r}_{ij}\right|} - \frac{\varphi_j - \varphi_i}{\left|\mathbf{r}_{ij}\right|}\right)\frac{\mathbf{r}_{ij}}{\left|\mathbf{r}_{ij}\right|},$$

$$\overline{\nabla\varphi\big|_{ij}} = \frac{\nabla\varphi\big|_i + \nabla\varphi\big|_j}{2},$$

где φ – соответствующая физическая переменная.

Рассмотрим вычисление компоненты тензора вязких напряжений $\tau_{xy}\big|_{ij}$:

$$\tau_{xy}\big|_{ij} = \mu_{ij}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\bigg|_{ij} + \frac{\partial v}{\partial x}\bigg|_{ij}\right),$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}\bigg|_{ij} = \overline{\frac{\partial u}{\partial y}\bigg|_{ij}} - \left(\overline{\frac{\partial u}{\partial x}\bigg|_{ij}}\left(x_j - x_i\right) + \overline{\frac{\partial u}{\partial y}\bigg|_{ij}}\left(y_j - y_i\right) + \overline{\frac{\partial u}{\partial z}\bigg|_{ij}}\left(z_j - z_i\right) - \frac{u_j - u_i}{\left|\mathbf{r}_{ij}\right|}\right)\frac{y_j - y_i}{\left|\mathbf{r}_{ij}\right|},$$

$$\overline{\frac{\partial u}{\partial x}\bigg|_{ij}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\bigg|_i + \frac{\partial u}{\partial x}\bigg|_j\right), \overline{\frac{\partial u}{\partial y}\bigg|_{ij}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\bigg|_i + \frac{\partial u}{\partial y}\bigg|_j\right), \overline{\frac{\partial u}{\partial z}\bigg|_{ij}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z}\bigg|_i + \frac{\partial u}{\partial z}\bigg|_j\right),$$

$$\frac{\partial v}{\partial x}\bigg|_{ij} = \overline{\frac{\partial v}{\partial x}\bigg|_{ij}} - \left(\overline{\frac{\partial v}{\partial x}\bigg|_{ij}}\left(x_j - x_i\right) + \overline{\frac{\partial v}{\partial y}\bigg|_{ij}}\left(y_j - y_i\right) + \overline{\frac{\partial v}{\partial z}\bigg|_{ij}}\left(z_j - z_i\right) - \frac{v_j - v_i}{\left|\mathbf{r}_{ij}\right|}\right)\frac{x_j - x_i}{\left|\mathbf{r}_{ij}\right|},$$

$$\overline{\frac{\partial v}{\partial x}\bigg|_{ij}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x}\bigg|_i + \frac{\partial v}{\partial x}\bigg|_j\right), \overline{\frac{\partial v}{\partial y}\bigg|_{ij}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial y}\bigg|_i + \frac{\partial v}{\partial y}\bigg|_j\right), \overline{\frac{\partial v}{\partial z}\bigg|_{ij}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z}\bigg|_i + \frac{\partial v}{\partial z}\bigg|_j\right).$$

Вязкость определяется средним значения в узлах i и j:

$$\mu_{ij} = \frac{\mu_i + \mu_j}{2}.$$

Расчёт остальных компонентов тензора вязких напряжений $\tau|_{ij}$ производится аналогичным образом.

На границе обтекаемых вязким потоком поверхностей ставятся краевые условия прилипания газа $\mathbf{v}=0$ к изотермической стенке с заданной температурой $T=T_w$, дополненные условием постоянства давления в направлении нормали в пограничном слое $\frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}}=0$:

$$T_i = T_w,\ p_i = \frac{\sum\limits_{j\in \tilde{C}_i} \eta_{ij} p_j}{\sum\limits_{j\in \tilde{C}_i} \eta_{ij}},\ \rho_i = \frac{p_i}{RT_i},$$

$$u_i = v_i = w_i = 0,\ e_i = \frac{p_i}{\rho_i(\gamma-1)}.$$

При интегрировании системы уравнений Навье-Стокса по времени используется явная схема Рунге-Кутты третьего порядка по аналогии с решением системы уравнений Эйлера. Шаг по времени при явном интегрировании определяется согласно критерию Куранта по Roe-осреднению вектора состояния физических переменных с учётом вязкости [199]:

$$\Delta t = \min\left(\frac{\mathrm{CFL}}{\max\limits_i |\lambda_i|}, \frac{VNN}{\max\limits_i |\lambda_i^v|}\right),$$

$$\mathrm{CFL}=0{,}5,\ \mathrm{VNN}=0{,}4,$$

$$\lambda_i = \sum_{j\in C_i}\left(\alpha_{ij}\hat{u}_{ij} + \beta_{ij}\hat{v}_{ij} + \gamma_{ij}\hat{w}_{ij} + \hat{c}_{ij}\sqrt{\alpha_{ij}^2 + \beta_{ij}^2 + \gamma_{ij}^2}\right),$$

$$\lambda_i^v = \max\left(\frac{4}{3}, \frac{\gamma^{\frac{3}{2}}}{\mathrm{Pr}}\right)\sum_{j\in C_i}\frac{2\mu_{ij}\left(\alpha_{ij}^2 + \beta_{ij}^2 + \gamma_{ij}^2\right)}{\rho_i + \rho_j}.$$

Аналогично расчёту невязких течений бессеточный метод может применяться и для моделирования течений вязкого газа в осесимметричной постановке, при этом система уравнений Навье-Стокса в цилиндрических координатах принимает вид [85]:

$$\frac{\partial \mathbf{q}_{2D}}{\partial t}+\frac{\partial \mathbf{F}_{2D}(\mathbf{q}_{2D})}{\partial x}+\frac{\partial \mathbf{G}_{2D}(\mathbf{q}_{2D})}{\partial y}+\frac{\mathbf{R}_C}{r}=\frac{\partial \mathbf{F}^{v}_{2D}(\mathbf{q}_{2D})}{\partial x}+\frac{\partial \mathbf{G}^{v}_{2D}(\mathbf{q}_{2D})}{\partial y}+\frac{\mathbf{R}^{v}_C}{r},$$

$$\mathbf{q}_{2D}=\begin{pmatrix}\rho\\ \rho u\\ \rho v\\ \rho e\end{pmatrix},\ \mathbf{F}_{2D}=\begin{pmatrix}\rho u\\ \rho u^2+p\\ \rho uv\\ \rho uH\end{pmatrix},\ \mathbf{G}_{2D}=\begin{pmatrix}\rho v\\ \rho uv\\ \rho v^2+p\\ \rho vH\end{pmatrix},\ \mathbf{R}_C=\begin{pmatrix}\rho v\\ \rho uv\\ \rho v^2\\ \rho vH\end{pmatrix},$$

$$\mathbf{F}^{v}_{2D}=\begin{pmatrix}0\\ \tau_{xx}\\ \tau_{xy}\\ \tau_{xx}u+\tau_{xy}v-q_x\end{pmatrix},\ \mathbf{G}^{v}_{2D}=\begin{pmatrix}0\\ \tau_{yx}\\ \tau_{yy}\\ \tau_{xy}u+\tau_{yy}v-q_y\end{pmatrix},\ \mathbf{R}^{v}_C=\begin{pmatrix}0\\ \tau_{xy}\\ \tau_{yy}-\tau_{\theta\theta}\\ \tau_{xy}u+\tau_{yy}v-q_y\end{pmatrix},$$

$$\tau_{xx}=\frac{2}{3}\mu\left(2\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial v}{\partial y}-\frac{v}{r}\right),\ \tau_{yy}=\frac{2}{3}\mu\left(2\frac{\partial v}{\partial y}-\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{v}{r}\right),\ \tau_{\theta\theta}=\frac{2}{3}\mu\left(2\frac{v}{r}-\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial v}{\partial y}\right),$$

здесь x – ось симметрии, ось y ей ортогональна, r – расстояние до оси симметрии x.

Программная реализация бессеточного алгоритма расчёта течений вязкого газа была выполнена на языке программирования C++ с применением технологии распараллеливания OpenMP [4] и предназначалась для проведения расчётов на центральном процессоре семейства x64 под управлением операционных систем Linux и Windows.

6.4. Верификация бессеточного алгоритма расчёта сверхзвуковых течений вязкого газа

С целью проверки работоспособности представленных алгоритмов и реализующего их программного обеспечения решалась модельная задача сверхзвукового обтекания сферы радиусом $R_S = 55$ мм воздушным потоком. На входной границе расчётной области задаётся граничное условие первого рода, формирующее невозмущённый сверхзвуковой поток с числом Маха $\mathrm{M}_{\infty}=3$ и температурой $T_\infty = 300\,\text{K}$. Число Рейнольдса набегающего потока, вычисленное по диаметру сферы $D_S = 2R_S$, составляет $\text{Re}_\infty = \dfrac{\rho_\infty u_\infty D_S}{\mu} = 10^5$. На выходе из области расчёта определены однородные условия Неймана $\dfrac{\partial q}{\partial \mathbf{n}} = 0$. Поверхность сферы рассматривается как твёрдая изотермическая стенка с температурой $T_W = 500\,\text{K}$.

На рис. 6.11 представлена полученная в численным расчётом теневая картина течения газа. Положение головного скачка уплотнения с высокой точностью соответствует упомянутой ранее приближённо–аналитической зависимости, отмеченной штриховой кривой [157].

Расчётное распределение коэффициента давления вдоль поверхности сферы, практически совпадает с эталонным распределением из атласа [71] (рис. 6.12). Коэффициент давления может быть вычислен по формулам:

$$c_p = 2\frac{p - p_\infty}{\rho_\infty |\mathbf{v}_\infty|^2} = \frac{2}{\gamma M_\infty^2}\left(\frac{p}{p_\infty} - 1\right),$$

где p_∞, ρ_∞, $\mathbf{v}_\infty$, M_∞ – давление, плотность, скорость и число Маха набегающего потока соответственно.

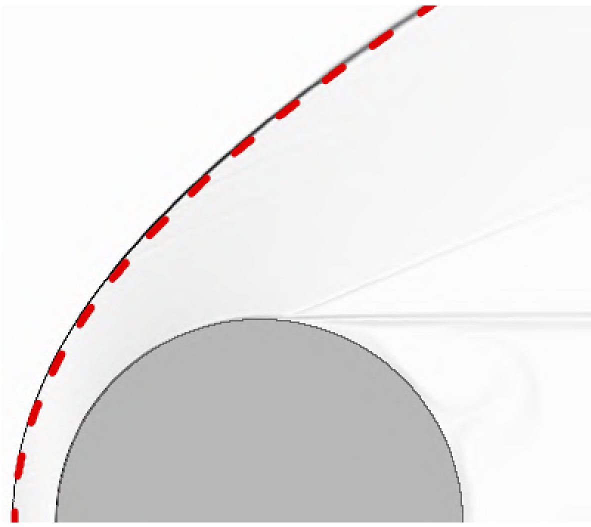


Рис. 6.11. Теневая картина обтекания сферы и головной скачок уплотнения.

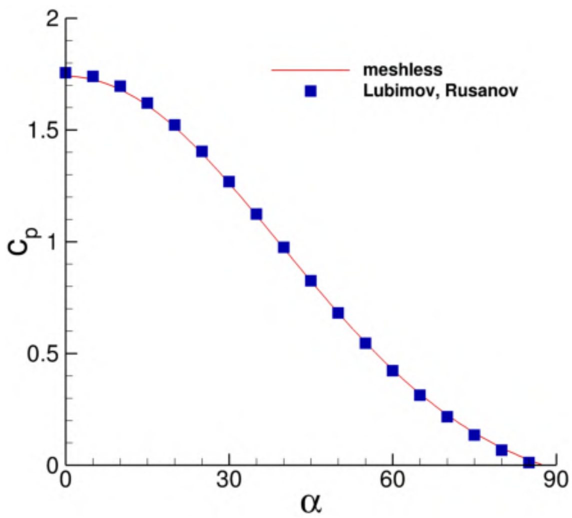


Рис. 6.12. Сопоставление расчётного коэффициента давления на поверхности сферы с данными из атласа.

На рис. 6.13 – 6.14 представлены полученные бессеточным методом расчёта поля распределения давления и чисел Маха в ударном слое у поверхности сферы, обтекаемой вязким сверхзвуковым воздушным потоком.

Рис. 6.13. Поле давления в ударном слое при обтекании сферы.

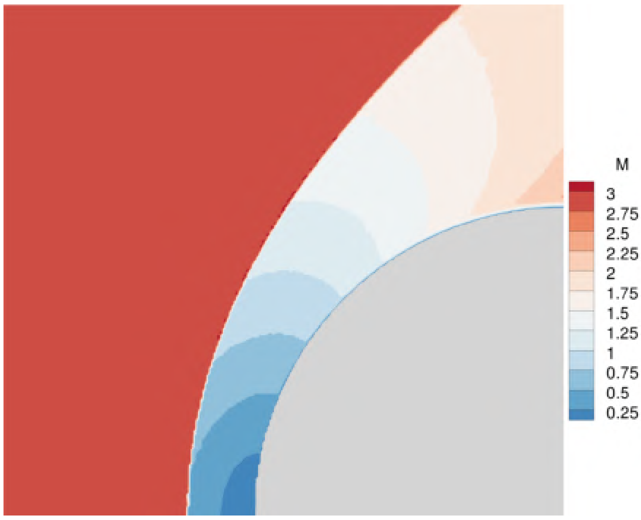


Рис. 6.14. Поле чисел Маха в ударном слое при обтекании сферы.

Качественное воспроизведение параметров течения газа внутри пограничного слоя вблизи обтекаемой поверхности является ключевым условием использования бессеточного метода для оценки влияния присутствия крупных частиц в ударном слое на конвективный тепловой поток от газа к телу. В роли эталонных данных выступают параметры обтекания сферы невязким газом, полученные путём численного решения системы уравнений Эйлера, в совокупности с последующим решением системы уравнений пограничного слоя, для чего использовалось разработанное специалистами кафедры вычислительной математики и программирования МАИ программное обеспечение [113]. Получено хорошее согласование профиля температуры в радиальных сечениях пограничного слоя с результатами расчётов бессеточным методом (рис. 6.15).

Распределение конвективного теплового потока $Q = \lambda \dfrac{\partial T}{\partial \mathbf{n}}$ вдоль поверхности сферы (рис. 6.16) сравнивается с известной относительно простой приближённо-аналитической кривой распределения теплового потока для высокоскоростного обтекания сферы [104], показывающей приемлемую для инженерных расчётов точность:

$$Q(\alpha) = Q_{FR}(0.55 + 0.45\cos 2\alpha).$$

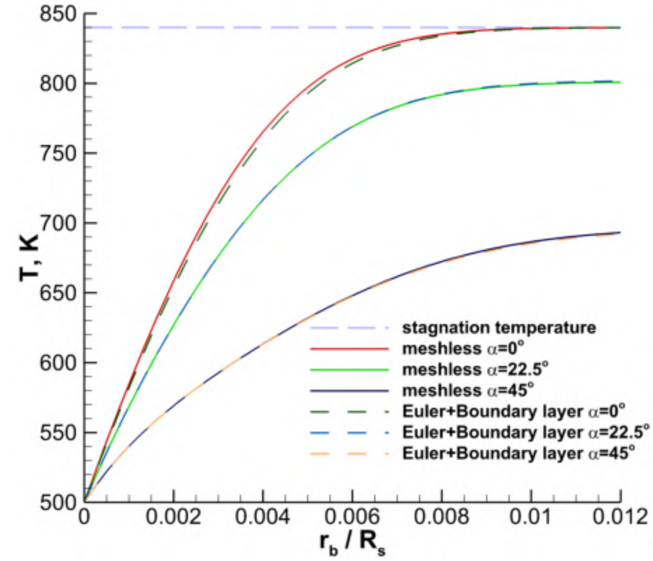


Рис. 6.15. Сравнение профиля температуры газа в сечениях пограничного слоя.

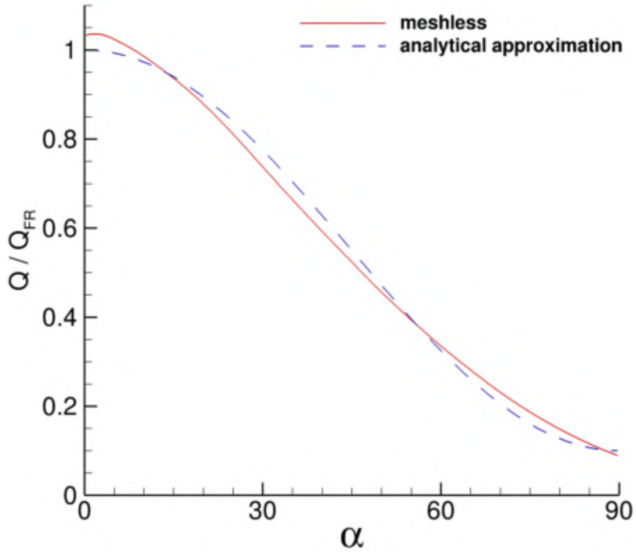


Рис. 6.16. Сравнение распределения конвективного теплового потока от газа к поверхности сферы.

В критической точке на поверхности сферы величина конвективного теплового потока Q_{FR} вычисляется согласно известной приближённо-аналитической зависимости Фэя-Ридделла [189]:

$$Q_{FR} = 0.763\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{f} \mathrm{Pr}^{-0.6}(\rho_0\mu_0)^{0.4}(\rho_w\mu_w)^{0.1}(H_0 - H_w)\sqrt{\left(\frac{dv}{dy}\right)_0},$$

$$T_0 = T_\infty + \frac{|\mathbf{v}_\infty|^2}{2C_p},$$

$$p_0 = p_\infty\left(\frac{(\gamma+1)\mathrm{M}_\infty^2}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}\left(\frac{\gamma+1}{2\gamma\mathrm{M}_\infty^2 - \gamma + 1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}},$$

$$\rho_0 = \frac{p_0}{RT_0},\ p_w = p_0,\ \rho_w = \frac{p_w}{RT_w},$$

здесь: параметр $f = 1$ соответствует плоскому течению, а $f = 0$ – осесимметричному, энтальпия $H = C_p T$, C_p – теплоемкость газа при постоянном давлении, нижние индексы 0 соответствуют параметрам газа в точке торможения, w – на стенке, ∞ – набегающему невозмущенному потоку. Градиент скорости в критической точке вычисляется согласно выражению:

$$\left(\frac{dv}{dy}\right)_0 = \frac{1}{R_S}\sqrt{\frac{2\left(p_0 - p_\infty\right)}{\rho_0}}\,.$$

Отметим качественное совпадение расчётной кривой распределения конвективного теплового потока с приближённо-аналитической, а относительные количественные расхождения в проведённых расчётах не превышали величины 5%.

Представленная вычислительная модель обтекания тела сверхзвуковым вязким потоком показывает хорошее согласование с эталонными данными и может быть использована для оценки воздействия внешних факторов на течение в пограничном слое и тепловой поток от газа к поверхности.

6.5. Моделирование обтекания газом движущихся объектов на основе бессеточного алгоритма

Разработанный на предыдущих этапах бессеточный алгоритм расчёта течений вязкого газа служит основой для моделирования газодинамического взаимодействия крупных частиц с ударным слоем. Расчёт обтекания газом каждого тела производится посредством решения системы уравнений газовой динамики в отдельной системе координат на выделенном множестве расчётных узлов, принадлежащих домену, закреплённому за телом.

Вводится основная система координат, в которой обтекаемая газовым потоком преграда считается неподвижной вместе с набором вычислительных узлов, принадлежащих её домену, который также именуется основным. На входной границе основной области расчёта определены параметры набегающего потока:

$$\rho = \rho_\infty\,,\; T = T_\infty\,,\; \mathbf{v} = \mathbf{v}_\infty\,,\; \frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{n}} = 0\,,\; \frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} = 0\,,$$

здесь $\mathbf{n}$ – вектор внешней нормали к границе.

На выходе из основной области расчёта заданы граничные условия второго рода с нулевыми градиентами:

$$\frac{\partial\rho}{\partial\mathbf{n}}=0\,,\ \frac{\partial\mathbf{v}}{\partial\mathbf{n}}=0\,,\ \frac{\partial p}{\partial\mathbf{n}}=0\,.$$

Движущаяся в пространстве частица сферической формы испытывает действие силы аэродинамического сопротивления $\mathbf{f}_\mathrm{D}$, которая определяется вязким трением и давлением газа в вычислительных узлах на её поверхности:

$$\frac{d\mathbf{r}_\mathrm{p}}{dt}=\mathbf{v}_\mathrm{p}\,,\ \mathrm{m}_\mathrm{p}\frac{d\mathbf{v}_\mathrm{p}}{dt}=\mathbf{f}_\mathrm{D}\,,\ \mathbf{f}_\mathrm{D}=\sum_{i\in S_p}\left(-p_i\mathbf{n}_i+\mu_i\left.\frac{\partial\mathbf{v}_\tau}{\partial\mathbf{n}}\right|_i\right)S_i\,,$$

где m_p – масса, $\mathbf{v}_\mathrm{p}$ – вектор скорости, $\mathbf{r}_\mathrm{p}$ – радиус–вектор частицы в основной системе координат. Граничным вычислительным узлам i, принадлежащим поверхности частицы S_p, соответствуют элементы площадью S_i с вектором внешней нормали $\mathbf{n}_i$ и давлением газа p_i, $\mathbf{v}_\tau$ – касательная компонента скорости газа вблизи поверхности.

Вокруг каждой частицы формируется локальное облако перемещающихся вместе с ней расчётных узлов, принадлежащих её домену. В собственной локальной системе координат частица считается неподвижной, а на её поверхности заданы граничные условия прилипания газа к изотермической стенке, аналогичные условиям на поверхности основной преграды. Разработаны два подхода к расчёту взаимодействия узлов, принадлежащим движущимся один относительно другого доменам.

Метод скользящих облаков аналогичен представленному в предыдущей главе работы методу скользящих адаптивных декартовых сеток, который применялся для моделирования перемещения частиц в ударном слое в двумерной постановке. На каждом вычислительном шаге во внешних узлах локального облака определяются граничные условия первого рода, определяемые путем интерполяции параметров газа из узлов основного домена в точках с координатами узлов локального домена частицы с учётом её расположения и скорости перемещения. Узлы основного домена, расположенные в области пространства, соответствующей внутренней части локального домена, привязанного к частице, исключаются из расчёта. Состояние газа в них рассчитывается путём интерполяции параметров газа в узлах локального домена для точек с координатами узлов основной системы по окончании шага расчёта. Для определения параметров газа в точке пространства ближайший к ней расчётный узел должен быть активен вместе со своими соседями и не исключается из расчёта, в результате возникает зона наложения узлов, относящихся к различным доменам (рис. 6.17).

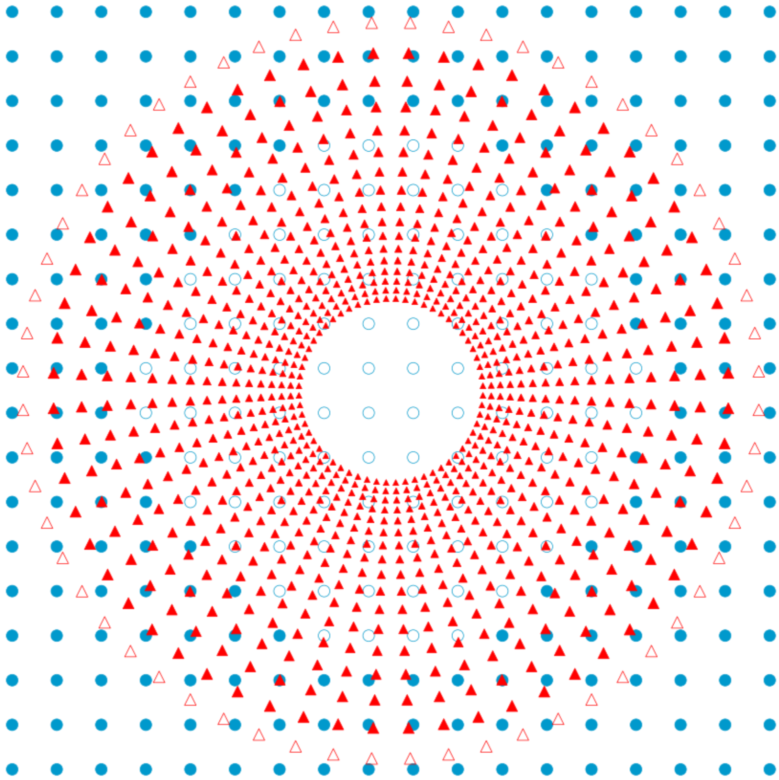


Рис. 6.17. Наложение узлов основного домена и домена частицы в методе скользящих облаков. Исключённые из расчёта узлы отмечены полыми маркерами.

Вектор состояния газа $\mathbf{q}_\mathrm{A}$ в точке A определяется вектором состояния газа $\mathbf{q}_i$ в ближайшем расчётном узле i и градиентом $\nabla\mathbf{q}\big|_i$:

$$\mathbf{q}_\mathrm{A} = \mathbf{q}_i + \nabla\mathbf{q}\big|_i \cdot (\mathbf{r}_\mathrm{A} - \mathbf{r}_i),$$

где $\mathbf{r}_\mathrm{A}$ – радиус–вектор точки A, $\mathbf{r}_i$ – радиус–вектор узла i в одной системе координат.

При трансформации компонентов вектора консервативных переменных $\mathbf{q} \to \mathbf{q}'$ из основной системы координат в локальную, движущуюся со скоростью частицы $\mathbf{v}_\mathrm{p}$, и обратно учитывается скорость их относительного движения:

$$\mathbf{q}'=\begin{pmatrix}\rho'\\ \rho'u'\\ \rho'v'\\ \rho'w'\\ \rho'e'\end{pmatrix},\quad \begin{matrix}\rho'=\rho\\ p'=p\\ u'=u-v_{\text{px}}\\ v'=v-v_{\text{py}}\\ w'=w-v_{\text{pz}}\end{matrix},\quad e'=\frac{p'}{\rho'(\gamma-1)}+\frac{|\mathbf{v}'|^2}{2},\quad \begin{matrix}\rho=\rho'\\ p=p'\\ u=u'+v_{\text{px}}\\ v=v'+v_{\text{py}}\\ w=w'+v_{\text{pz}}\end{matrix}.$$

Второй разработанный подход основан на формировании единого облака из узлов, относящихся к разным доменам. Внешние узлы локального домена связываются с ближайшими соседями из основного и наоборот, а узлы основного домена, оказавшиеся внутри локального, исключаются из расчёта (рис. 6.18). Расчёт векторов конвективных и вязких потоков между узлами при их принадлежности к разным доменам выполняется посредством трансформации векторов состояния $\mathbf{q}$ в единую систему координат с учётом скорости относительного движения доменов. Производится и трансформация векторов состояния в соседних узлах, что необходимо для вычисления градиентов вектора состояния $\nabla\mathbf{q}$.

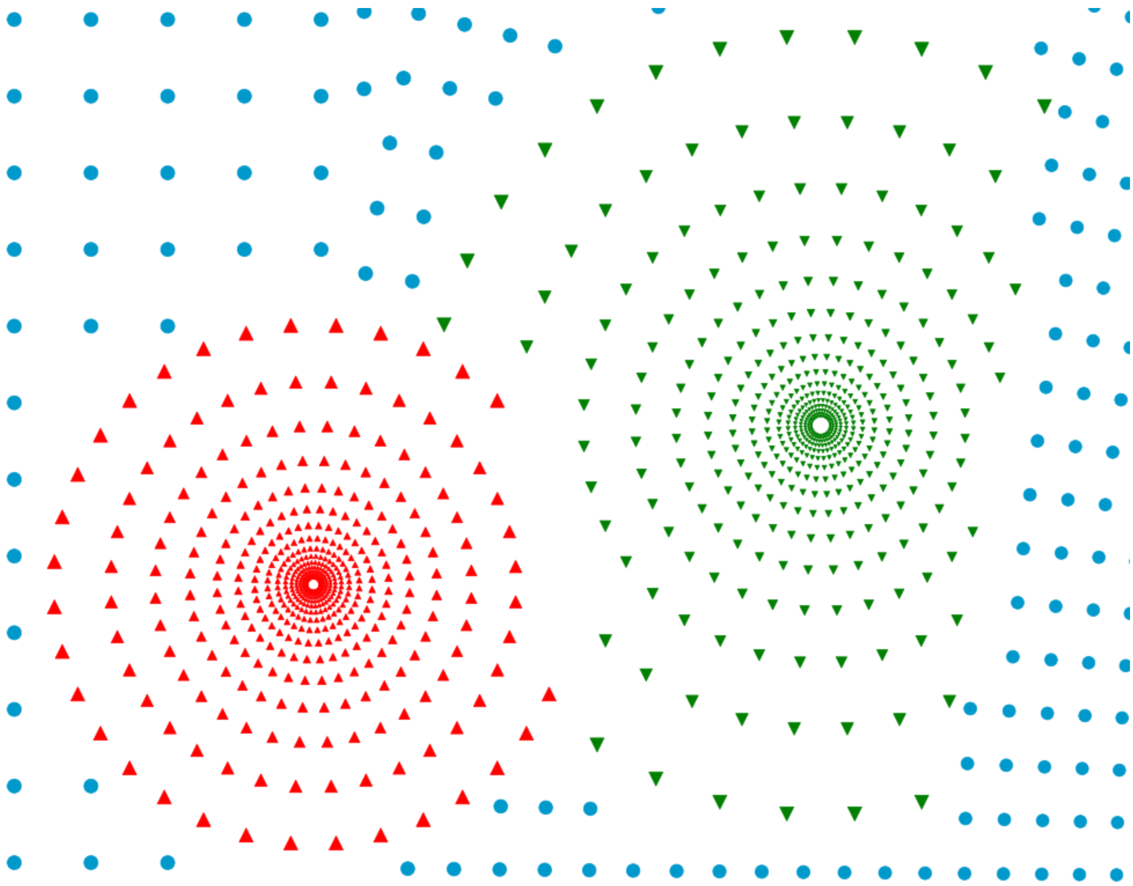


Рис. 6.18. Формирование единого облака из узлов, принадлежащих разным доменам.

Проведена серия вычислительных экспериментов с целью проверки работы представленных вычислительных моделей обтекания газом неподвижных и движущихся объектов. Решалась задача обтекания сферы с числом Рейнольдса $\mathrm{Re} = \dfrac{\rho U D_S}{\mu} = 10^5$, здесь D_S – диаметр сферы, U – скорость потока на бесконечности относительно тела, в следующих режимах:

- объект покоится $\mathrm{M_p} = 0$, число Маха набегающего потока $\mathrm{M}_\infty = 2$;
- объект движется поступательно против набегающего потока $\mathrm{M}_\infty = 1$, скорость движения соответствует скорости газа с числом Маха $\mathrm{M_p} = 1$;
- газ неподвижен $\mathrm{M}_\infty = 0$, объект движется поступательно, скорость движения соответствует скорости газа с числом Маха $\mathrm{M_p} = 2$.

Получены практически идентичные теневые картины течения газа (рис. 6.19, 6.20), а также графики распределения давления вдоль поверхности сферы (рис. 6.21) во всех трёх режимах расчёта, что свидетельствует в пользу работоспособности разработанных моделей.

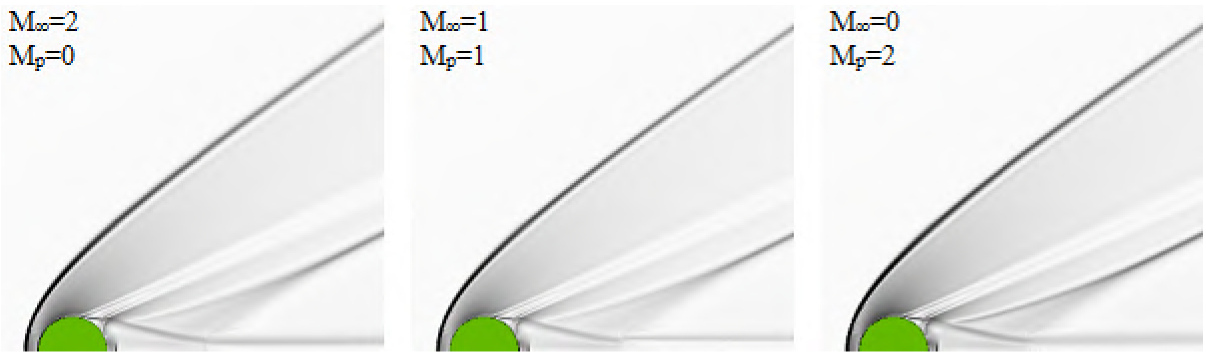


Рис. 6.19. Теневая картина обтекания сферы (метод скользящих облаков).

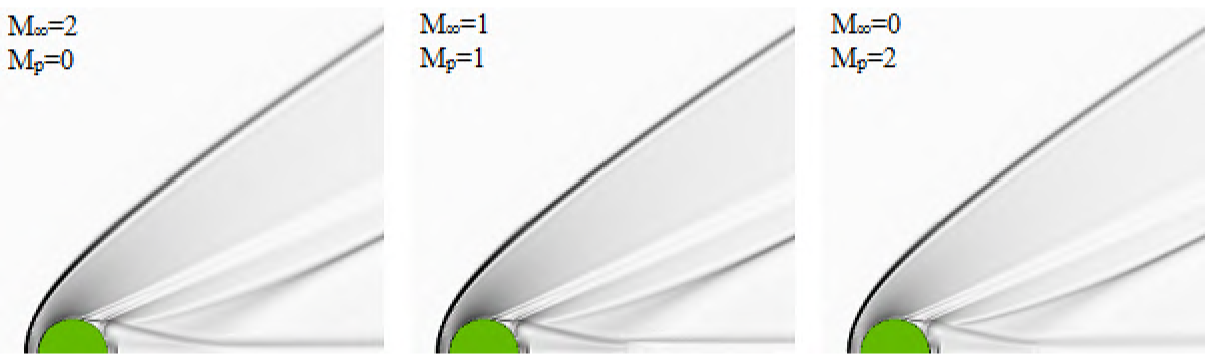
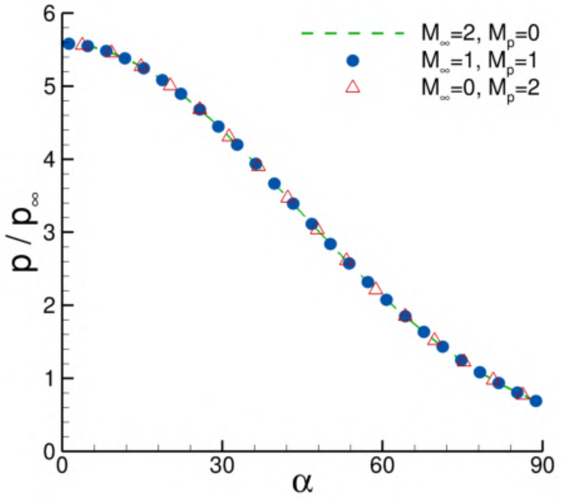
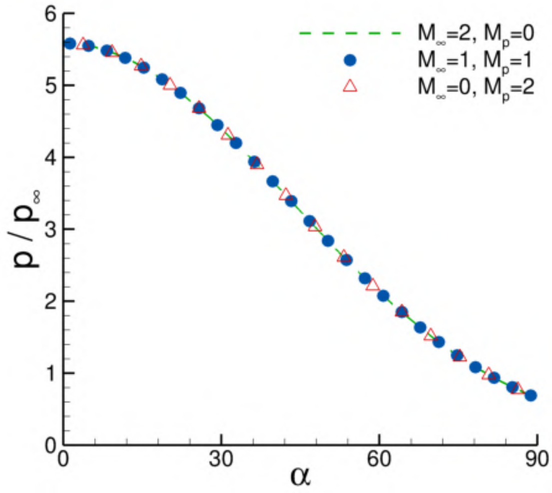


Рис. 6.20. Теневая картина обтекания сферы (единое облако узлов).



а



б

Рис. 6.21. Распределение давления газа вдоль поверхности сферы: метод скользящих облаков (а), единое облако узлов (б).

В качестве преимущества модели единого расчётного облака узлов можно отметить унифицированный подход к взаимодействию различных тел, что позволяет моделировать сближение, соударения и газодинамическое взаимодействие не только частицы с преградой, но и нескольких частиц между собой. В этом случае узлы перекрывающихся зон локальных доменов временно исключаются из расчёта симметричным образом (рис. 6.22).

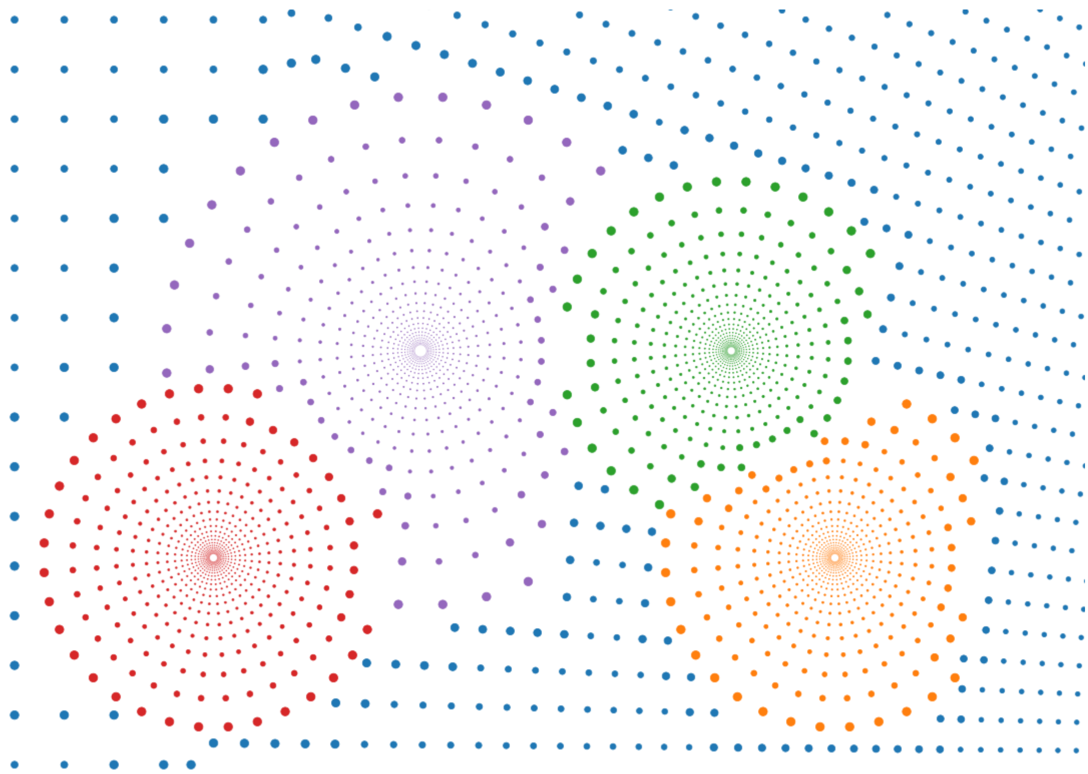


Рис. 6.22. Формирование единого облака из узлов различных доменов при сближении нескольких частиц.

6.6. Применение бессеточного алгоритма для моделирования газодинамического взаимодействия крупных движущихся частиц со сверхзвуковым ударным слоем

Разработанная вычислительная модель обтекания газом движущихся объектов на базе бессеточного подхода обладает всеми необходимыми составляющими для моделирования эволюции течения газа в ударном слое под воздействием крупных дисперсных частиц. Препятствием является различие в масштабах обтекаемых газом объектов – линейные размеры преграды и частиц отличаются на несколько порядков. Требуется обеспечить высокую детализацию течения в пограничном слое у поверхности преграды, а также качественную стыковку наборов узлов различных доменов во всей расчётной области в трёхмерной постановке. Удовлетворение всех этих условий на практике приводит к необходимости генерации десятков миллионов вычислительных узлов. Использование явных схем интегрирования с малым временным интервалом в свою очередь требует миллионов вычислительных шагов по времени для типовой задачи расчёта движения частицы в потоке, её отражения от поверхности и уноса за границы расчётной области. Как следствие, использование одного или нескольких центральных процессоров, даже с утилизацией мощности всех их ядер на основе технологии OpenMP [4], не позволяет решить практически значимую задачу менее, чем за несколько недель расчёта. Практика решения аналогичных задач на декартовых сетках показала, что использование графических процессоров потенциально способно сократить время решения задачи в десятки раз. Использование технологии OpenCL [5] позволило разработать универсальный программный код, способный выполняться как на центральных процессорах, что упрощает отладку, так и на графических процессорах для ускорения расчётов, не привязываясь при этом, в отличие от технологии CUDA [14], к оборудованию одного производителя. Код ядер OpenCL обеспечивает получение градиентов параметров газа, вычисление вязких и невязких потоков в каждом из узлов, реализует краевые условия на поверхности тел и границах области расчёта, интегрирование уравнений по времени и ряд других операций, пригодных для массивного параллельного исполнения. Управляющий код разработан на языке программирования C++, он обеспечивает распределение вычислительных узлов в пространстве, поиск соседних узлов, расчёт движения частиц и актуализацию связей между перемещающимися узлами. При численном решении задач газовой динамики в областях с фиксированной геометрией бессеточным алгоритмом поиск соседних узлов с получением коэффициентов аппроксимации частных производных α_{ij}, β_{ij}, γ_{ij} производится однократно и требует порядка $\mathrm{O}(N \log N)$ вычислительных операций, где N – число расчётных узлов. Решение системы уравнений газовой динамики в дальнейшем требует порядка $\mathrm{O}(N)$ вычислительных операций на каждом временном шаге. При моделировании движения частиц эволюция геометрии расчётной области требует порядка $\mathrm{O}\left(N^{2/3} \log N\right)$ операций для актуализации связей с соседними узлами на внешних границах доменов частиц. Актуализация может выполняться не на каждом расчётном шаге явного метода, поскольку временной интервал довольно мал и обусловлен разрешением течения газа в пограничном слое, а при преодолении частицей порогового расстояния Δr от точки предыдущей актуализации состояния.

Программа поддерживает использование графических ускорителей, произведённых компаниями nVidia и AMD, а также интегрированной графики в процессорах Intel и предназначена для работы под управлением операционных систем семейств Linux и Windows.

Полномасштабное численное моделирование движения ансамбля частиц в ударном слое с использованием миллионов вычислительных узлов занимает десятки гигабайт оперативной памяти. Память каждого графического процессора, как правило, кратно меньше общей оперативной памяти компьютера, при этом один сервер может быть оборудован несколькими графическими процессорами. Именно под такое аппаратное обеспечение, оснащённое одновременно четырьмя графическими ускорителями профессионального класса nVidia Tesla A100, доступное в период разработки в лаборатории Московского авиационного института, и был оптимизирован программный код. Вычислительные узлы распределяются между несколькими графическими процессорами и статически закрепляются за ними. На каждом графическом ускорителе выделяется буфер для хранения векторов параметров газа соседних узлов, закреплённых за другими графическим ускорителями, это необходимо для расчёта потоков между узлами. Синхронизация состояния узлов производится на каждом временном шаге расчёта и требует относительно небольшого объема передачи данных между графическими процессорами. По мере перемещения частиц в пространстве связи между соседними узлами разных доменов эволюционируют, что влечёт обновление коэффициентов расчёта градиентов и индексов соседних узлов.

В проведённых вычислительных экспериментах по моделированию движения ансамбля частиц объем используемой в одном расчёте основной памяти достигал 350 Гб, суммарной задействованной памяти графических процессоров – 70 Гб, время расчёта составило примерно 160 часов при использовании двух графических ускорителей nVidia Tesla A100 40 Gb и одного центрального процессора AMD Ryzen Threadripper Pro 3995WX.

Проведена серия расчётов, в которых моделировалось движения крупных лёгких частиц сферической формы диаметром $d_p = 5\cdot 10^{-4}$ м в ударном слое у поверхности сферы диаметром $D = 0{,}075$ м, обтекаемой воздушным потоком с числами Маха $\mathrm{M}_\infty = 6$ и Рейнольдса $\mathrm{Re}\big|_{L=D} = 10^6$ при $\mathrm{T}_\infty = 90$ K, температурой поверхности сферы $\mathrm{T_w} = 500$ K.

На рис. 6.23 показаны изменения картины течения в ударном слое в последовательные моменты времени под воздействием одиночной частицы, движущейся навстречу набегающему потоку с начальной скоростью $u_{p0} = 75\, м/с$ вдоль оси симметрии сферы. На рис. 6.24 – соответствующие этим моментам времени графики распределения давления и конвективного теплового потока от газа к поверхности сферы. Величина конвективного теплового потока от газа к поверхности $\mathrm{Q}{=}\lambda\dfrac{\partial T}{\partial \mathbf{n}}$ нормирована значением $\mathrm{Q_{FR}}$ в критической точке на поверхности сферы, вычисленным согласно известной приближённо–аналитической зависимости Фэя-Ридделла [189].

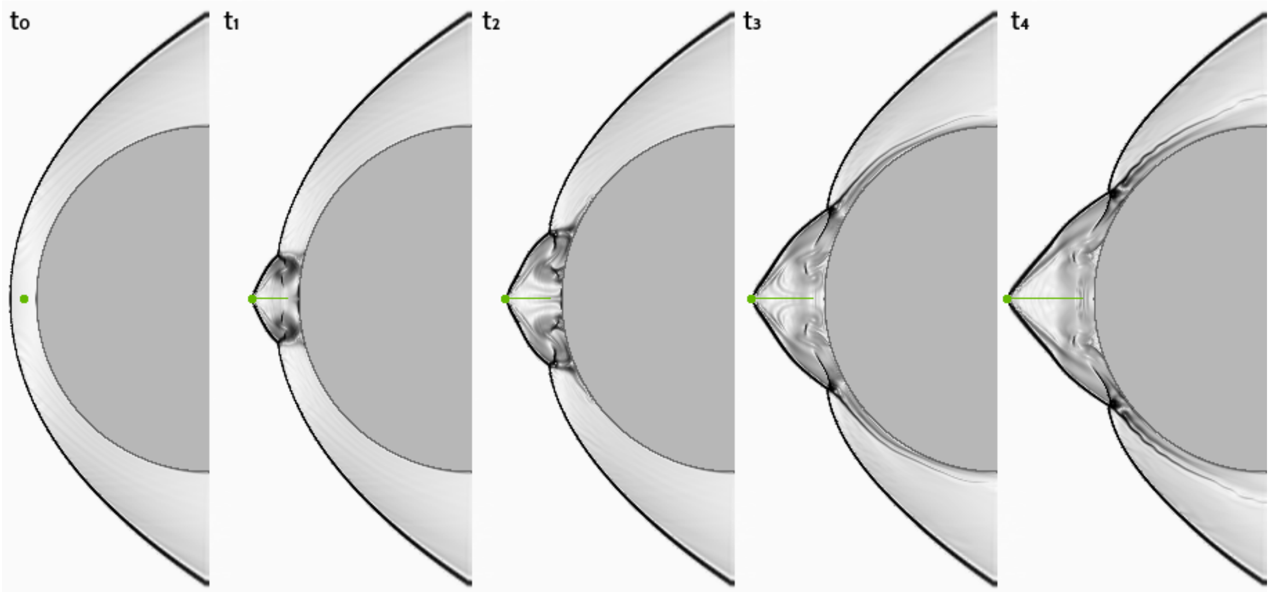
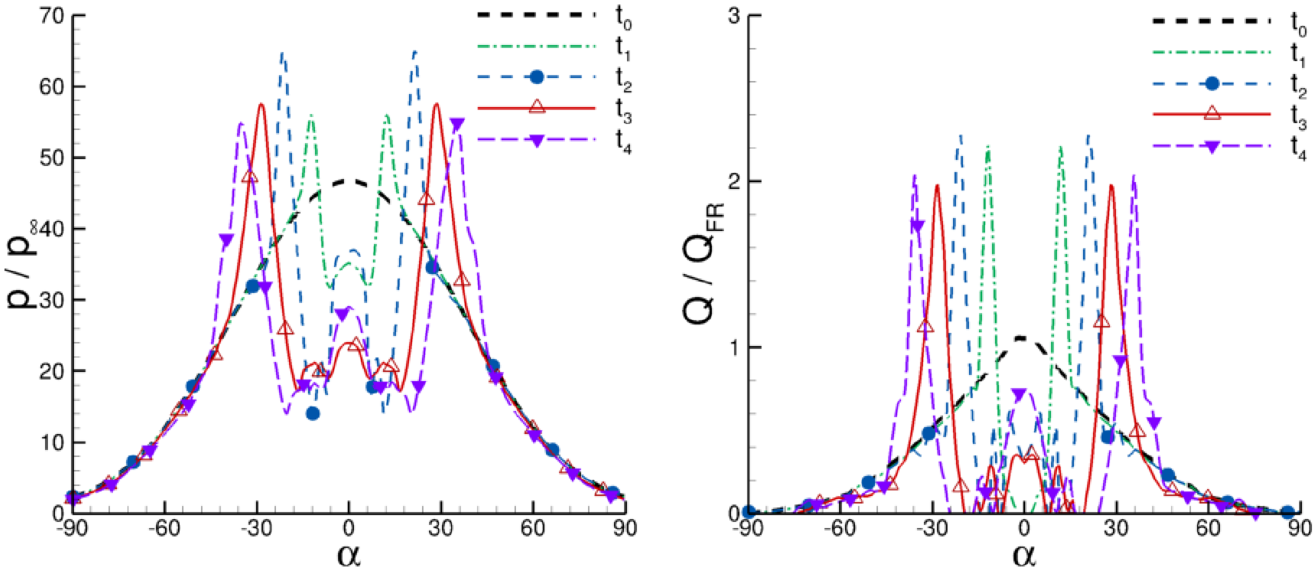


Рис. 6.23. Теневая картина эволюции течения в ударном слое при движении одиночной частицы вдоль оси симметрии сферы.



а б

Рис. 6.24. Колебания давления (а) и конвективного теплового потока (б) на поверхности сферы, индуцированные газодинамическим взаимодействием с ударным слоем движущейся вдоль оси симметрии течения частицей.

Как показал детальный анализ наблюдаемых процессов, представленный в предыдущей главе работы, при взаимодействии ударной волны от частицы с головной ударной волной формируется направленная к поверхности струя газа, вызывающая рост давления и теплового потока в локальной зоне, которая смещается к периферии по мере удаления частицы от поверхности.

На рис. 6.25 показаны теневые картины изменения течения газа в ударном слое в плоскости движения частицы в последовательные моменты времени под влиянием одиночной частицы, стартовавшей навстречу набегающему потоку под углом 35° к оси симметрии сферы.

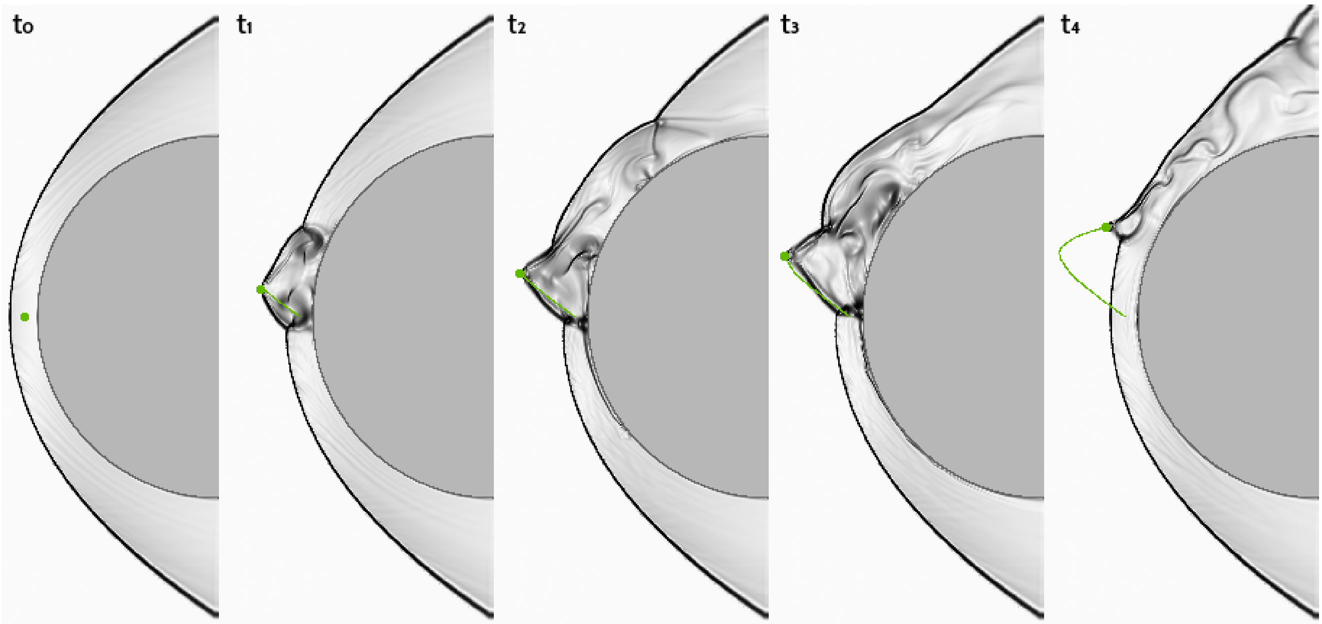
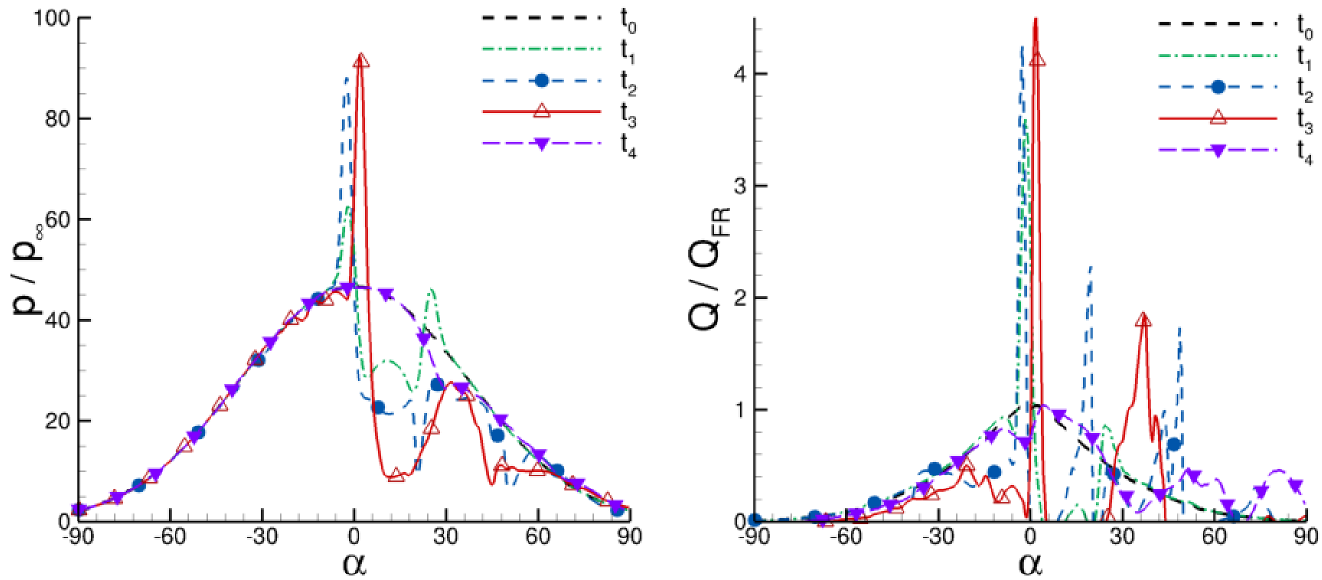


Рис. 6.25. Теневая картина эволюции течения в ударном слое под влиянием одиночной частицы, стартовавшей под углом 35° к оси симметрии сферы.



а б

Рис. 6.26. Колебания давления (а) и конвективного теплового потока (б) на поверхности сферы, индуцированные газодинамическим взаимодействием с ударным слоем стартовавшей под углом 35° к оси симметрии сферы частицей.

В данной конфигурации наблюдается ярко выраженная и относительно продолжительное время существующая импактная струя газа, направленная в область критической точки. Действие струи вызывает двукратный рост давления газа у поверхности и четырёхкратное локальное усиление конвективного теплового потока (рис. 6.26).

На рис. 6.27 показаны теневые картины течения при последовательном запуске под углом 35° к оси симметрии сферы двух одинаковых частиц.

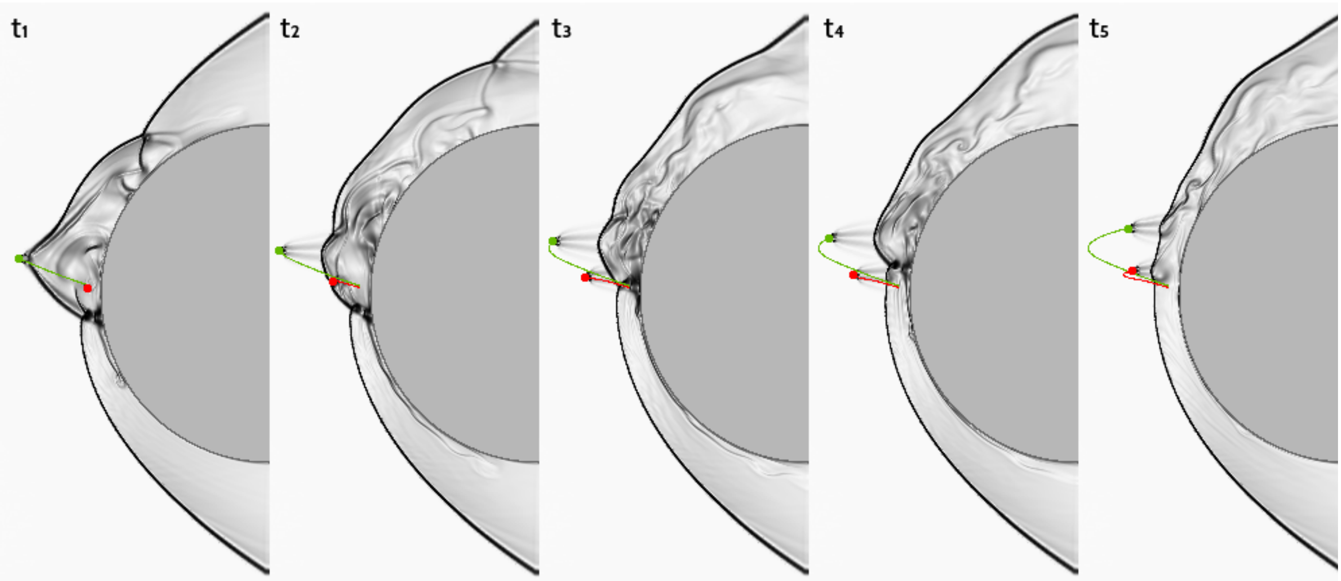
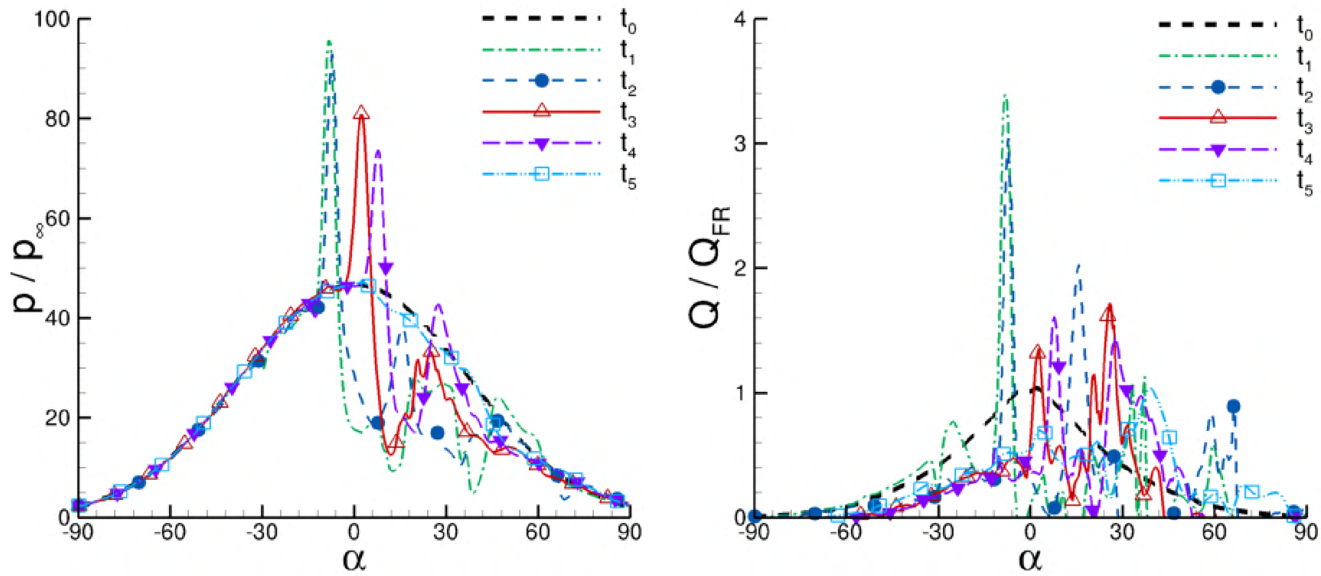


Рис. 6.27. Теневая картина эволюции течения в ударном слое под влиянием пары частиц.

В рассматриваемой конфигурации вторая частица оказывается под воздействием сверхзвуковой струи в следе первой частицы, быстрее теряет направленную против потока составляющую скорости и, как следствие, отходит на заметно меньшее удаление от сферы в направлении против набегающего потока, прежде чем развернуться и начать движение по потоку на периферию течения.

На рис 6.28 показаны графики давления и конвективного теплового потока от газа к поверхности в моменты времени, соответствующие картинам течения на рис. 6.27.



а б

Рис. 6.28. Колебания давления (а) и конвективного теплового потока (б) на поверхности сферы, индуцированные газодинамическим взаимодействием двух частиц с ударным слоем.

Наблюдается примерно двукратное превышение давления и практически четырёхкратное усиление теплового потока в локальной области вблизи критической точки. Существенные возмущения параметров газа вблизи поверхности, приводящие к возникновению областей кратного усиления конвективного теплообмена газа с поверхностью тела, сопровождают частицы при их движении по потоку на периферию течения за пределами фронта головной ударной волны.

Выводы к главе 6

Разработаны вычислительные модели обтекания сверхзвуковым потоком затупленного тела на основе бессеточного алгоритма решения систем уравнений Эйлера и Навье-Стокса для невязкого и вязкого газа соответственно, в основе которого лежит аппроксимация пространственных производных газодинамических величин по направлению методом наименьших квадратов. Выполнена программная реализация представленных алгоритмов. Проведена верификация методов, алгоритмов и моделей посредством сравнения результатов расчётов обтекания затупленного тела с эталонными данными, приближённо-аналитическими зависимостями, а также результатами решения задач методом конечных объёмов на декартовых сетках.

Предложены и апробированы два подхода к моделированию движения крупных частиц, учитывающие газодинамическое взаимодействие объектов с несущей средой: метод скользящих облаков и метод формирования единого облака расчётных узлов в рамках бессеточного метода решения систем уравнений газовой динамики.

На основе представленных бессеточных алгоритмов построена вычислительная модель газодинамического взаимодействия крупных частиц с ударным слоем, течение газа в котором описывается системой нестационарных уравнений Навье-Стокса в трёхмерной постановке.

В основе программной реализации модели лежит технология гетерогенных параллельных вычислений OpenCL, особенностью кроссплатформенной реализации является возможность одновременного использования нескольких графических процессоров для ускорения вычислений при решении одной задачи.

Выполнены расчёты обтекания сферы сверхзвуковым потоком с движущейся вдоль оси симметрии крупной частицей. Показана эволюция картины течения в ударном слое и изменение параметров газа у поверхности сферы, в том числе, локализованы области интенсификации теплового воздействия на преграду.

Моделировалось движение как одной, так и нескольких крупных частиц в ударном слое у поверхности сферы по асимметричным траекториям в трёхмерном пространстве под действием силы аэродинамического сопротивления, обусловленной давлением на поверхности частицы и трением о вязкий газ.

В случае одиночной частицы вблизи критической точки наблюдалось возникновение локальной зоны кратной интенсификации конвективного теплового потока, которая смещалась на периферию по мере перемещения частицы.

Рассматривалось газодинамическое взаимодействие пары частиц, вследствие попадания частицы в область сверхзвукового следа предыдущей, она меняла траекторию своего движения, а зона интенсификации воздействия газа на поверхность, вызванная импактной струёй, представляла собой интерференцию взаимодействия каждой из частиц с ударным слоем.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные положения диссертационной работы, выносимые на защиту:

1. Комплексная математическая модель многофакторного воздействия сверхзвукового запыленного потока на обтекаемое тело, включающая модель столкновительной динамики дисперсной фазы, модель газовой динамики ударного слоя, модель тепломассообмена в подверженном эрозионному разрушению обтекаемом теле, а также модель распространения теплового излучения в запылённом потоке. Такой подход позволяет учитывать взаимное влияние различных факторов: воздействие дисперсной фазы на картину течения и на обтекаемую поверхность, теплоперенос и теплоэрозионное разрушение теплозащитного материала, изменение формы обтекаемого тела вследствие уноса массы, радиационный теплообмен между дисперсной фазой и обтекаемой поверхностью.
2. Эффективные вычислительные алгоритмы реализации комплексной математической модели. В качестве общей основы для сопряжения алгоритмов решения задач внешней аэродинамики, распространения теплового излучения в запылённом потоке, а также теплообмена в разрушающейся преграде выступает метод погруженной границы аппроксимации краевых условий на криволинейных подвижных границах, позволяющий использовать стационарные декартовы сетки.
3. Алгоритмы прямого численного моделирования динамики дисперсной фазы, и построенная на их основе квазитрёхмерная вычислительная модель, позволяющая рассчитывать все соударения между частицами в потоке, а также столкновения частиц с преградой. Метод частиц-представителей прямого численного моделирования столкновительной динамики дисперсной фазы в трёхмерной постановке, позволяющий существенно снизить вычислительные затраты и расширить спектр решаемых задач, в частности, моделировать движение примеси полидисперсного состава, а также рассчитывать обтекание тел запылённым потоком в трёхмерной постановке.

4. Вычислительная модель газодинамического взаимодействия высокоинерционной частицы с ударным слоем в двумерной постановке. Отличительными чертами разработанной методики являются использование адаптивных декартовых сеток повышенного разрешения, применение метода погруженной границы с фиктивными ячейками для реализации условий на криволинейных подвижных границах, распараллеливание вычислений на графических процессорах. Реализованы два варианта построения сетки. В первом варианте расчёт проводится на единой сетке, а поверхность частицы рассматривается как движущаяся криволинейная граница. Во втором варианте используются скользящие сетки, т.е. вокруг частицы строится своя локальная сетка, которая движется вместе с частицей по стационарной глобальной сетке. Такой подход позволяет рассчитывать движение частицы по произвольной траектории, а также моделировать воздействие нескольких частиц на ударный слой.
5. Вычислительная модель газодинамического взаимодействия высокоинерционной частицы с ударным слоем в трёхмерной постановке на основе бессеточного алгоритма решения систем уравнений динамики Эйлера и Навье-Стокса. Уравнения газовой динамики представляются в полу-дискретной форме на множестве распределённых в пространстве расчётных узлов, основой служит аппроксимация частных пространственных величин газодинамических параметров методом наименьших квадратов. Используется анизотропное распределение узлов в пространстве, что позволяет обеспечить детальное разрешение течения газа в пограничном слове вблизи обтекаемой поверхности при существенно меньших вычислительных затратах по сравнению с прямоугольными декартовыми сетками. Каждая частица окружена своим облаком расчётных узлов. Разработаны модель скользящих облаков, аналогичная модели скользящих сеток, и модель единого облака расчётных узлов, предназначенные для расчёта движения крупных частиц по сложным пространственным траекториям с учётом газодинамического взаимодействия с преградой и нескольких частиц между собой.

6. Программные коды, реализующие перечисленные выше вычислительные модели и алгоритмы и активно использующие параллельные вычисления, в том числе, на графических процессорах. Программная реализация комплексной модели двухфазного ударного слоя предназначена для работы на многопроцессорных вычислительных системах и посредством технологии OpenMP использует параллельные вычисления как на этапе решения уравнений газодинамики и тепломассопереноса, так и при решении уравнений движения частиц и моделирования столкновений между ними. Технология гетерогенных параллельных вычислений OpenCL является основой реализации моделей движения крупных частиц в ударном слое как на декартовых сетках, так и с использованием бессеточного метода.
7. Результаты численного исследования теплового и динамического воздействия двухфазного потока на преграду в случае поперечного обтекания цилиндра. Выявлена роль столкновений между частицами и обратного влияния частиц на газовую фазу. Показано, что с точки зрения воздействия примеси на преграду основным фактором является столкновительный характер примеси. Взаимодействие частиц в потоке приводит к существенному изменению картины распределения примеси в пространстве, размывая границу области повышенной концентрации у поверхности. Уже при малой концентрации примеси возникает экранирующий эффект, проявляющийся в снижении теплового воздействия дисперсной фазы на поверхность тела. Обратное влияние дисперсной примеси на несущую фазу проявляется в сокращении толщины ударного слоя в случае средне- и мелкодисперсной примеси, увеличении конвективного теплового потока от газа к обтекаемой поверхности, а также к интенсификации непосредственного динамического и теплового воздействия дисперсной фазы на преграду.
8. Результаты вычислительных экспериментов по моделированию поперечного обтекания цилиндра сверхзвуковым потоком с полидисперсной, в том числе, бидисперсной, примесью твёрдых частиц. Показано, что наличие в потоке

частиц существенно различных размеров значительно меняет характер протекающих процессов по сравнению со случаем монодисперсной примеси. Возникает эффект перераспределения вкладов частиц различных фракций в суммарный поток энергии дисперсной фазы к обтекаемой поверхности, в результате энергетическое воздействие смещается в пользу частиц меньшего размера. Показано, что ударное энергетическое воздействие на обтекаемую поверхность полидисперсной примеси в случае, когда размеры частиц подчиняются широко распространенному на практике гамма-распределению, эквивалентно воздействию монодисперсной примеси с размером частиц, однозначно определяемым параметрами распределения.

9. Результаты сравнительного анализа точного и статистического подходов к моделированию столкновительной примеси. Показано, что применение метода Монте-Карло в задаче обтекания преграды гетерогенным потоком позволяет достаточно точно рассчитывать интегральные показатели энергетического воздействия примеси на обтекаемую поверхность, при этом, однако, может наблюдаться недооценка динамического воздействия.

10. Вычислительная модель эрозионного разрушения преграды в гетерогенном потоке, основанная на концепции эффективной энтальпии эрозионного разрушения и аппроксимации обтекаемой поверхности деформируемым многогранником. Результаты численного исследования эрозионного разрушения затупленного тела, обтекаемого сверхзвуковым запылённым потоком. Проанализирована роль учёта обратного влияния изменения формы тела на параметры двухфазного ударного слоя. Показано, что пренебрежение данным эффектом приводит к более интенсивному разрушению лобовой части тела и менее интенсивному разрушению периферии. При этом учёт рассматриваемого фактора сравнительно слабо влияет на общую массу унесенного материала.

11. Результаты численного моделирования радиационного теплообмена между поверхностью обтекаемого тела и дисперсной фазой. Рассмотрены варианты «холодной» и «горячей» поверхности, а также вариант сопряженного

теплообмена. Показано, что при фиксированной массовой концентрации частиц поток излучения к «холодной» поверхности существенно увеличивается при уменьшении размера частиц. Учёт столкновений между частицами приводит к повышению концентрации и средней температуры дисперсной фазы в приповерхностном слое, что способствует возрастанию потока излучения дисперсной фазы к поверхности, кроме того, наблюдается увеличение потока теплового излучения в тыловой зоне преграды. В условиях нагретой поверхности частицы могут блокировать собственное излучение поверхности, что существенно повышает её равновесную температуру. Полученные результаты свидетельствуют о важности учёта столкновений между частицами при моделировании радиационного теплообмена. Показано, что в случае полидисперсного состава примеси с гамма-распределением частиц по размерам радиационный теплообмен может быть достаточно точно рассчитан с использованием модели монодисперсной примеси. При этом эффективный размер частиц монодисперсной примеси различен для вариантов «холодной» и «горячей» поверхности.

12. Результаты численных экспериментов по моделированию газодинамического взаимодействия высокоинерционной частицы с ударным слоем. Показано, что по достижении отраженной от обтекаемой поверхности частицей ударной волны происходит существенная перестройка течения в ударном слое, разрушение стационарной ударно-волновой структуры и образование конусообразной возмущённой области с вершиной, движущейся вместе с частицей. Показано формирование импактной кольцевой струи, направленной на поверхность обтекаемого тела и взаимодействующей с ней с образованием зоны повышенного давления и конвективного теплообмена.
13. Результаты численного исследования взаимодействия высокоинерционной частицы с ударным слоем вблизи тела с плоским торцом. Показано возникновение колебательных режимов течения, при этом локальные величины давления и теплового потока в ходе колебательного процесса могут в несколько раз превышать значения для стационарного невозмущенного

течения. Полученные в расчётах ударно-волновые структуры течения, а также частоты и амплитуды колебаний давления и теплового потока хорошо согласуются с экспериментальными данными.

14. Результаты численного моделирования газодинамического взаимодействия ансамбля крупнодисперсных частиц, движущихся в ударном слое. Наблюдается появление характерных ударно-волновых структур, образующихся при прохождении отраженных от поверхности частиц через головную ударную волну. Значения давления и теплового потока, полученные в расчётах, значительно выше, чем в чистых невозмущенных потоках, что хорошо согласуется с экспериментальными данными. Показано, что ключевую роль в интенсификации теплообмена играет формирование импактной струи, натекающей на поверхность и формирующей область повышенного давления. При движении нескольких частиц, имеющих геометрически близкие, но разнесённые по времени точки старта, данный эффект сохраняется во времени, создавая относительно долгоживущую зону интенсивного воздействия струй газа на поверхность, величина конвективного теплового потока в которой кратно превышает тепловой поток от невозмущенного газа.
15. Результаты моделирования движения крупных частиц в сверхзвуковом ударном слое в трёхмерной постановке по сложной пространственной траектории под действием силы аэродинамического сопротивления, обусловленной давлением на поверхности частицы и трением о вязкий газ. Показана эволюция картины течения в ударном слое и изменение параметров газа у поверхности сферы, в том числе, локализованы области интенсификации теплового воздействия на преграду, перемещающиеся по поверхности тела по мере движения частицы в пространстве. Показано изменение траектории движения одной частицы вследствие газодинамического взаимодействия со сверхзвуковым следом от другой, вышедшей за фронт ударной волны. Показана интерференция воздействия нескольких крупных частиц на картину течения в ударном слое и параметры

газа вблизи преграды. Показано возникновение зоны кратного усиления конвективного теплового потока вблизи критической точки сферы, обтекаемой сверхзвуковым потоком, существование которой может поддерживаться во времени при движении цепочки частиц.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алхимов А.П., Клинков С.В., Косарев В.Ф., Фомин В.М. Холодное газодинамическое напыление. Теория и практика. — М.: Физматлит. — 2010. — 536 с.
2. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. В 2-х т. − М.: Мир. — 1990.
3. Антонов А. Н., Елизарова Т.Г., Павлов А.Н., Четверушкин Б.Н. Математическое моделирование колебательных режимов течения при обтекании тела с иглой // Математическое моделирование. — 1989. — Т. 1, № 1. — С. 14–23.
4. Антонов А. С. Параллельное программирование с использованием технологии OpenMP: Учебное пособие. — М.: Изд-во МГУ. — 2009. — 79 с.
5. Антонюк В. А. OpenCL. Открытый язык для параллельных программ. — М.: Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова. — 2017. — 88 с.
6. Бабарыкин К. В., Кузьмина В. Е. Исследование особенностей автоколебательных режимов обтекания тела с иглой в случае больших чисел Маха // Сборник Аэродинамика под. ред. Р.Н. Мирошина. СПб. — 2005. — С. 61–83.
7. Бабуха Л. Г., Шрайбер А. А. Взаимодействие частиц полидисперсного вещества в двухфазных потоках. — Киев: Наукова думка. — 1972. − 176 с.
8. Бакум Б. И. Особенности рабочего потока гиперзвуковых аэродинамических труб при наличии примеси твёрдых частиц. // Инженерно-физический журнал. — 1970. — Т. 19, № 4. — С. 688–704.
9. Бакум Б. И., Комарова Г. С. Влияние запыленности рабочего потока гиперзвуковых аэродинамических труб на результаты измерений теплопередачи // Инженерно-физический журнал. — 1971. — Т. 21, № 5. — С. 811–814.
10. Бакум Б. И., Шестаков Ю. Н., Шманенков В. Н. О природе аномального обтекания затупленных тел запыленным потоком гиперзвуковых

аэродинамических труб. // Инженерно-физический журнал. — 1970. — Т. 19, № 5. — С. 925−928.

11. Башкин В. А., Егоров И. В. Численное исследование задач внешней и внутренней аэродинамики. — М.: Физматлит. — 2013. — 331 с.
12. Белоцерковский О. М., Хлопков Ю. И. Методы Монте–Карло в механике жидкости и газа. — М.: ООО «Азбука–2000». — 2008. — 330 с.
13. Бодрышев В. В., Абашев В. М., Тарасенко О. С., Миролюбова Т. И. Интенсивность изображения, как количественная характеристика параметров газового потока // Труды МАИ. — 2016. — № 88. — 13 с.
14. Боресков А. В., Харламов А. А. Основы работы с технологией CUDA. — М.: ДМК Пресс. — 2010. — 232 с.
15. Борисов В. М., Иванков А. А. Применение P_1- и P_2-приближений метода сферических гармоник к расчету лучистого теплообмена с учётом сильного вдува с поверхности тел при движении в атмосфере Юпитера // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 2006. — Т. 46, № 9. — С. 1692–1703.
16. Василевский Э. Б., Домбровский Л. А., Михатулин Д. С., Полежаев Ю. В. Теплообмен в окрестности точки торможения при сверхзвуковом обтекании тел гетерогенным потоком со скольжением фаз // Теплофизика высоких температур. — 2001. — Т. 39, № 6. — С. 925–938.
17. Василевский Э. Б., Осипцов А. Н., Чирихин А. В., Яковлева Л. В. Теплообмен на лобовой поверхности затупленного тела в высокоскоростном потоке, содержащем малоинерционные частицы // Инженерно-физический журнал. — 2001. — Т. 74, № 6. — С. 34–42.
18. Вараксин А. Ю. Турбулентные течения газа с твёрдыми частицами. − М.: Физматлит. — 2003. − 192 с.
19. Вараксин А. Ю. Столкновения в потоках газа с твердыми частицами. — М.: Физматлит. — 2008. — 312 с.

20. Вараксин А. Ю. Кластеризация частиц в турбулентных и вихревых двухфазных потоках // Теплофизика высоких температур. — 2014. — Т.52, №5. — С. 777–796.
21. Вараксин А. Ю. Влияние частиц на турбулентность несущего потока газа // Теплофизика высоких температур. — 2015. — Т. 53, № 3. — С. 441–466.
22. Вараксин А. Ю. Воздушные и огненные концентрированные вихри: физическое моделирование (обзор) // Теплофизика высоких температур. — 2016. — Т. 54, № 3. — С. 430–452.
23. Вараксин А. Ю. Воздушные торнадоподобные вихри: математическое моделирование // Теплофизика высоких температур. — 2017. — Т. 55, № 2. — С. 291–316.
24. Вараксин А. Ю. Обтекание тел дисперсными газовыми потоками // Теплофизика высоких температур. — 2018. — Т. 56, № 2. — С. 282–305.
25. Вараксин А. Ю., Зайчик Л. И. Влияние мелкодисперсной примеси на интенсивность турбулентности несущего потока в трубе // Теплофизика высоких температур. — 1998. — Т. 36, №6. — С. 1004–1007.
26. Вараксин А. Ю., Полежаев Ю. В., Поляков А. Ф. Уравнения пульсационного движения и пульсационного теплообмена нестоксовых частиц в турбулентных потоках // Теплофизика высоких температур. — 1998. — Т. 36, № 1. — С. 154–157.
27. Винников В. В., Поликша И. В., Ревизников Д. Л. Применение метода погруженной границы к решению задач теплообмена с подвижным фронтом фазового перехода // Труды IV Российской национальной конференции по теплообмену. — М.: Изд. МЭИ. — 2006. — Т. 7. — С. 183–186.
28. Винников В. В., Ревизников Д. Л. Применение декартовых сеток для решения уравнений Навье-Стокса в областях с криволинейными границами // Математическое Моделирование. — 2005. Т. 17, № 8. — С. 15–30.
29. Винников В. В., Ревизников Д. Л. Метод погруженной границы для расчета сверхзвукового обтекания затупленных тел на прямоугольных сетках // Труды МАИ. — 2007. — № 27. — 13 с.

30. Винников В. В., Ревизников Д. Л., Метод погруженной границы в задачах вычислительной газовой динамики // Труды XVII Школы–семинара молодых ученых и специалистов под руководством академика А. И. Леонтьева «Проблемы газодинамики и тепломассообмена в аэрокосмических технологиях». — М.: Изд. МЭИ. — 2009. — Т. 1. — С. 56–59.
31. Виттэл Б. В., Табаков В. Р. Обтекание двухфазным потоком бесконечного цилиндра // Аэрокосмическая техника. — 1987. — № 12. — С. 50–57.
32. Владимиров А. С., Ершов И. В., Макаревич Г. А., Ходцев А. В. Экспериментальное исследование процессов взаимодействия гетерогенных потоков с летящими телами // Теплофизика высоких температур. — 2008. — Т. 46, № 4. — С. 563–569.
33. Волков А. Н., Циркунов Ю. М. О применении метода прямого статистического моделирования в задачах динамики газовзвеси при неупругих столкновениях твердых частиц примеси между собой // Труды XIII сессии международной школы по моделям механики сплошной среды, 27 июня − 3 июля 1995г., С.-Петербург. — СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та. — 1996. — С. 133−140.
34. Волков А. Н., Циркунов Ю. М. Кинетическая модель столкновительной примеси в запылённом газе и её применение к расчёту обтекания тел // Известия РАН. Механика жидкости и газа. — 2000. — № 3. — С. 81−97.
35. Волков А. Н., Циркунов Ю. М., Семёнов В. В., Влияние моно- и полидисперсной примеси на течение и теплообмен при сверхзвуковом обтекании затупленного тела потоком газовзвеси // Математическое моделирование. — 2004. — Т. 16, № 7. — С. 6–12.
36. Волков А. Н., Циркунов Ю. М. Влияние дисперсной примеси на течение и теплообмен при поперечном обтекании цилиндра сверхзвуковым потоком запыленного газа // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. — 2005. — № 4. — С. 68–85.
37. Гилинский М. М., Стасенко А. Л. Сверхзвуковые газодисперсные струи. — М.: Машиностроение. — 1990. — 176 с.

38. Гильманов А. Н. Методы адаптивных сеток в задачах газовой динамики. — М.: ФИЗМАТЛИТ. — 2000. − 248 с.
39. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. — М.: Наука. — 1976. — 400 с.
40. Годунов С. К., Прокопов Г. П. Об использовании подвижных сеток в газодинамических расчётах // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 1972. — Т. 12, № 2. — С. 429–440.
41. Головачев Ю. В., Шмидт А. А. Обтекание затупленного тела сверхзвуковым потоком запыленного газа // Известия Академии Наук СССР. Механика жидкости и газа. — 1982. — №3. — С. 73–77.
42. Губанов Е. И. Особенности теплоэрозионного разрушения углеродных материалов //Космонавтика и ракетостроение. — 2004. — № 3(36) — С. 97–105.
43. Губанов Е. И. Расчёт теплообмена в запылённом сверхзвуковом потоке // Космонавтика и ракетостроение. — 2017. — Т. 95, № 2. — С. 78–86.
44. Губанов Е. И., Шебеко В. Н. Теплоэрозионное разрушение стали при воздействии высокоскоростного запыленного потока // Материалы XX школы-семинара «Аэродинамика летательных аппаратов». — ЦАГИ. — 2009. — С. 52.
45. Данбар Л. Е., Котни Дж. Ф., Макмиллен Л. Д. Возрастание тепловых нагрузок в условиях обтекания тел запыленными гиперзвуковыми потоками // Ракетная техника и космонавтика. — 1975. — Т. 13, № 7. — С. 83–99.
46. Дерюгин Ю. Н., Саразов А. В., Жучков Р. Н. Особенности построения методики расчёта на сетках типа Химера для неструктурированных сеток // Математическое Моделирование. — 2017. — Т. 29, №2. — С. 106–118.
47. Джайчибеков Н. Ж., Матвеев С. К. Расчёт обтекания сферы газовзвесью на основе трёхкомпонентной модели двухфазной среды // Вестник Ленинградского гос. ун-та. Серия Математика, механика, астрономия. — 1985. — № 22. — С. 57−62.

48. Домбровский Л. А. Инерционное осаждение частиц из газодисперсного потока в окрестности точки торможения // Теплофизика высоких температур. — 1986. — Т. 24, №3. — С. 558−563.
49. Домбровский Л. А. К оценке точности P_1-приближения при расчетах переноса излучения в оптически неоднородных средах // Теплофизика высоких температур. — 1997. — Т. 35, № 4. — С. 684–687.
50. Домбровский Л. А., Ревизников Д. Л. Перенос тепла излучением при обтекании затупленного тела сверхзвуковым потоком с взвешенными частицами: сравнительный анализ вычислительных моделей // Тепловые процессы в технике. — 2014. — Т. 6, № 7. — С. 294–300.
51. Егоров И. В., Новиков А. В., Фёдоров А. В. Прямое численное моделирование ламинарно-турбулентного перехода при гиперзвуковых скоростях потока на Супер-ЭВМ // Журнал Вычислительной Математики и Математической Физики. — 2017. — Т. 57, № 8. — С. 1347–1373.
52. Жарова И. К., Кузнецов Г. В., Маслов Е. А. Течение и тепломассообмен при взаимодействии высокотемпературного двухфазного потока с пластиной // Тепловые процессы в технике. — 2011. — Т. 3, № 10. — С. 461–470.
53. Зайчик Л. И., Вараксин А. Ю. Влияние следа за крупными частицами на интенсивность турбулентности несущего потока // Теплофизика высоких температур. — 1999. — Т. 37, № 4. — С. 683–687.
54. Запрягаев В. И., Кавун И. Н. Экспериментальное исследование возвратного течения в передней отрывной области при пульсационном режиме обтекания тела с иглой // Прикладная механика и техническая физика. — 2007. — Т. 48, № 4. — С. 30–39.
55. Зелепугин С. А. Численное моделирование высокоскоростного взаимодействия тел с учётом модели разрушения эрозионного типа // Труды Международной конференции RDAMM–2001. — 2001. — Т. 6, Ч. 2. — С. 163–167.
56. Зельдович Я. Б., Мышкис А. Д. Элементы математической физики. Среда из невзаимодействующих частиц. — М.: Наука. — 1973. — 351 с.

57. Зуев Ю. В., Лепешинский И. А., Гузенко А. А. Влияние инерционности частиц на кинематические характеристики двухфазной струи // Известия Высших Учебных Заведений. Авиационная техника. — 2015. — № 2. — С. 70–74.
58. Иванов М. С., Рогазинский С. В. Сравнительный анализ алгоритмов метода прямого моделирования статистического моделирования в динамике разреженного газа // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 1988. — Т. 28, №7. — С. 1058–1070.
59. Исаев С. А., Леонтьев А. И., Корнев Н. В., Хассель Э., Чудновский Я. П. Интенсификация теплообмена при ламинарном и турбулентном течении в узком канале с однорядными овальными лунками // Теплофизика высоких температур. — 2015. — Т. 53, № 3. — 390–402.
60. Кашеваров А. В., Стасенко А. Л. Взаимодействие частиц различной формы с несущим континуальным потоком газа (обзор) // Учёные записки ЦАГИ. — 2014. — Т. 45, № 5. — С. 1−17.
61. Киселёв В. П., Киселёв С. П., Фомин В. М. Взаимодействие ударной волны с облаком частиц конечных размеров // Прикладная механика и техническая физика. — 1994. — № 2. — С. 26−37.
62. Киселёв С. П., Фомин В. М. Континуально-дискретная модель смеси газ-твёрдые частицы при малой объёмной концентрации частиц // Прикладная механика и техническая физика. — 1986. — № 2. — С. 93−100.
63. Киселёв С. П., Фомин В. М. Исследование каустик в двухфазной среде газ-частицы // Прикладная механика и техническая физика. — 1987. — № 4. — С. 164−170.
64. Ковалев П. И. Влияние ударного разрушения твёрдых и жидких частиц на обтекание твёрдых тел сверхзвуковым двухфазным потоком // Журнал технической физики. — 2008. — Т. 78, № 1. — С. 40–46.
65. Козелков А. С., Дерюгин Ю. Н., Зеленский Д. К., Полищук С. Н., Лашкин С. В., Жучков Р. Н., Глазунов В. А., Яцевич С. В., Курулин В. В. Многофункциональный пакет программ ЛОГОС: физико-математические

модели расчета задач аэро-, гидродинамики и тепломассопереноса. — Саров: РФЯЦ–ВНИИЭФ. — 2013. — препринт №111. — 67 с.

66. Котов Д. В., Суржиков С. Т. Расчет течений вязкого и невязкого газа на неструктурированных сетках с использованием схемы AUSM // Вычислительная механика сплошных сред. — 2011. — Т. 4, № 1. — С. 36–54.
67. Крайко А. Н. Газовая динамика. Избранное. В 2-х т. — М.: ФИЗМАТЛИТ. — 2005. — 720 с. и 752 с.
68. Крайко А. Н., Стернин И. Е. К теории течений двухскоростной сплошной среды с твёрдыми или жидкими частицами // Прикладная математика и механика. — 1965. — Т. 29, № 3. — С. 418−429.
69. Куликовский А. Г., Погорелов Н. В., Семенов А. Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. — М.: ФИЗМАТЛИТ. — 2001. — 608 с.
70. Лашков В. А. Об экспериментальном определении коэффициентов восстановления скорости частиц потока газовзвеси при ударе о поверхность // Инженерно-физический журнал. — 1991. — Т. 60, № 2. — С. 197−203.
71. Любимов А. Н., Русанов В. В. Течение газа около тупых тел. — М.: Наука. — 1970.
72. Малявко А. А. Параллельное программирование на основе технологий OpenMP, CUDA, OpenCL, MPI: Учебное пособие для ВУЗов. — М.: Изд-во Юрайт. — 2021. — 135 с.
73. Мартыненко С. И. Совершенствование вычислительных алгоритмов для решения уравнений Навье-Стокса на структурированных сетках // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Серия Естественные Науки. — 2008. — Т. 29, № 2. С. 78−95.
74. Мартыненко С. И. Параллельное программное обеспечение для универсальной многосеточной технологии. — М.: Изд-во Триумф. — 2021. — 150 с.
75. Матвеев С. К. Математическое описание обтекания тел потоком газовзвеси с учётом влияния отражённых частиц // Движение сжимаемой жидкости и

неоднородных сред. — Л.: Изд-во Ленинградского ун-та. — 1982. — С. 189−201. (Газодинамика и теплообмен. Вып. 7).

76. Матвеев С. К. Модель газа из твёрдых частиц с учётом неупругих соударений // Известия Академии Наук СССР. Механика жидкости и газа. — 1983. — № 6. — С. 12−16.

77. Матвеев С. К. Динамика газа не полностью упругих частиц // Динамика неоднородных и сжимаемых сред. — Л.: Изд-во Ленинградского ун-та. — 1984. — С. 3−11. (Газодинамика и теплообмен. Вып. 8).

78. Матвеев С. К., Полянский А. Ф., Скурин Л. И. Обтекание тел газом с твердыми частицами с учётом отраженных и хаотически движущихся частиц // Математическое моделирование. — 2003. — Т. 15, № 7. — С. 123−128.

79. Машиностроение. Энциклопедия в 40 т. Т. 1−2 Теоретическая механика, термодинамика, теплообмен. Под ред. Колесникова К. С., Леонтьева А. И. — М.: Машиностроение, 1999. — 600 с.

80. Михатулин Д. С. Гетерогенные режущие устройства: Возможности глубокой перфорации // Теплофизика и аэромеханика. — 2002. — № 2. — С. 259–272.

81. Михатулин Д. С., Полежаев Ю. В., Ревизников Д. Л. Исследование разрушения стеклопластика при полете в запыленной атмосфере // Теплофизика высоких температур. — 2001. — Т. 39, № 4. — С. 640–648.

82. Михатулин Д. С., Полежаев Ю. В., Ревизников Д. Л. Исследование разрушения углеродного теплозащитного материала при полете в запыленной атмосфере // Теплофизика высоких температур. — 2003. — Т. 41, № 1. — С. 98–105.

83. Михатулин Д. С., Полежаев Ю. В., Ревизников Д. Л. Теплообмен и разрушение тел в сверхзвуковом гетерогенном потоке. — М.: ЯНУС–К. — 2007. — 392 с.

84. Михатулин Д. С., Полежаев Ю. В., Ревизников Д. Л. Тепломассообмен. Термохимическое и термоэрозионное разрушение тепловой защиты. — М.: ЯНУС–К. — 2011. — 520 с.

85. Молчанов А. М. Математическое моделирование задач газодинамики и тепломассообмена. — М.: Изд-во МАИ. — 2013. — 206 с.
86. Моллесон Г. В., Стасенко А. Л., Трехмерное взаимодействие с преградами сверхзвуковой газокапельной струи с учётом фазовых переходов // Теплофизика высоких температур. — 2003. — Т. 41, №6. — С. 914–919.
87. Моллесон Г. В., Стасенко А. Л. Кинетически-тепловое воздействие газодисперсной сверхзвуковой струи на осесимметричное тело // Теплофизика высоких температур. — 2014. — Т. 52, № 6. — С. 907–915.
88. Моллесон Г. В., Стасенко А. Л. Газодинамическое ускорение микрочастиц и их взаимодействие с твердым телом // Теплофизика высоких температур. — 2017. — Т. 55, № 6. — С. 742–749.
89. Морозов А. Ю., Ревизников Д. Л. Моделирование динамических систем с интервальными параметрами на графических процессорах // Программная инженерия. — 2019. — Т. 10, № 2. — С. 69–76.
90. Некрасов К. А., Поташников С. И., Боярченков А. С., Купряжкин А. Я. Параллельные вычисления общего назначения на графических процессорах. — Екатеринбург: Изд-во Уральского университета. — 2016. — 104 с.
91. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. — М.: Наука, 1978. — 336 с.
92. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. В 2-х частях. — М.: Наука. — 1987. — 464 с. и 360 с.
93. Никитин П. В. Гетерогенные потоки в инновационных технологиях. — М.: ЯНУС–К. — 2010. — 244 с.
94. Никитин П. В. Некоторые аспекты теплофизической модели формирования защитных покрытий сверхзвуковым гетерогенным потоком // Тепловые процессы в технике. — 2010. — Т. 2, № 7. — С. 308–319.
95. Осипцов А. Н. О структуре ламинарного пограничного слоя дисперсной примеси на плоской пластине // Известия Академии Наук СССР. Механика жидкости и газа. — 1980. — № 4. — С. 48−54.

96. Осипцов А. Н. Исследование зон неограниченного роста концентрации частиц в дисперсных потоках // Известия Академии Наук СССР. Механика жидкости и газа. — 1984. — № 3. — С. 46−52.
97. Панфилов С. В., Циркунов Ю. М. Рассеяние несферических частиц примеси при отскоке от гладкой и шероховатой поверхностей в высокоскоростном потоке газовзвеси // Прикладная механика и техническая физика. — 2008. — Т. 49, № 2. — С. 79–88.
98. Панфилов С. В., Циркунов Ю. М. Модель отскока и рассеяния несферических частиц при высокоскоростном взаимодействии с обтекаемой поверхностью // Журнал технической физики. — 2022. — Т. 92, № 5. — С. 665–675.
99. Пахомов М. А., Терехов В. И. Распространение твердых частиц в газодисперсном ограниченном закрученном потоке. Эйлерово и лагранжево описания // Теплофизика и аэромеханика. — 2017. — Т. 24, № 3. — С. 335–348.
100. Пирумов У. Г., Формалев В. Ф., Гидаспов В. Ю., Иванов И. Э., Ревизников Д. Л., Стрельцов В. Ю. Численные методы. Учебник и практикум. — М.: Юрайт. — 2019. — 421 с.
101. Полежаев Ю. В. Процесс установления эрозионного разрушения материала преграды при многократном соударении с частицами // Инженерно-физический журнал. — 1979. — Т. 37, №3. — С. 389−394.
102. Полежаев Ю. В. Теплогазодинамическая отработка ЛА. — М.: Изд-во МАИ. — 1986. – 69 с.
103. Полежаев Ю. В., Репин И. В., Михатулин Д. С. Теплообмен в сверхзвуковом гетерогенном потоке. // Теплофизика высоких температур. — 1992. — Т. 30, № 6. — С. 1147-1153.
104. Полежаев Ю. В., Юревич Ф. Б. Тепловая защита. — М.: Энергия. — 1976. — 391 с.
105. Поляков А. Ф., Ревизников Д. Л. Численное моделирование сопряженного тепломассообмена при проникающем пористом охлаждении цилиндрической

передней кромки // Теплофизика высоких температур. — 1998. — Т. 36, № 4. — С. 617–623.

106. Поляков А. Ф., Ревизников Д. Л. Численное моделирование сопряженного тепломассообмена при конвективно-завесном охлаждении // Теплофизика высоких температур. — 1999. — Т. 37, № 3. — С. 420–426.
107. Прис К. Эрозия. − М.: Мир. — 1982. − 464 с.
108. Протодьяконов И. О., Цибаров В. А., Чесноков Ю. Г. Кинетическая теория газовзвесей. — Л.: Изд-во Ленинградского ун-та. — 1985. − 200 с.
109. Рамм М. С., Шмидт А. А. Влияние частиц, отражённых от поверхности, на картину сверхзвукового обтекания затупленного тела потоком газовзвеси // Численные методы в механике сплошной среды. — 1986. — Т. 17, № 6. — С. 108−113.
110. Рамм М. С., Шмидт А. А. Обтекание затупленного тела потоком газовзвеси. I. Учёт отражения дисперсных частиц от обтекаемой поверхности, оценка вклада столкновений между частицами. — Л., 1987. — 24 с. (Препр. АН СССР. ФТИ. № 1097).
111. Рамм М. С., Шмидт А. А. Влияние механизма эрозионного разрушения на обтекание затупленного тела потоком газовзвеси. — Л., 1987. − 24 с. (Препр. АН СССР. ФТИ. № 1045).
112. Раф А. У., Видерхорн С. М. Эрозия при ударе твёрдых частиц // Эрозия. под ред. К. Прис. — М.: Мир, 1982. — С. 80–139.
113. Ревизников Д. Л. Коэффициенты неизотермичности в задаче нестационарного сопряженного теплообмена на поверхности затупленных тел // Теплофизика высоких температур. — 1995. — Т. 33, № 2. — С. 261–267.
114. Ревизников Д. Л. Комплекс программ для численного моделирования сопряженного тепломассообмена тел в газодинамических потоках // X Международная конференция Вычислительная механика и современные прикладные программные системы. Тезисы докладов. Переславль–Залесский. — 1999. — С. 113–114.

115. Ревизников Д. Л. Сопряженный тепломассообмен при обтекании неоднородных тел // Математическое моделирование. — 2000. —№ 7. — С. 51–57.
116. Ревизников Д. Л., Семенов С. А. Особенности молекулярно-динамического моделирования наносистем на графических процессорах // Программная инженерия. — 2013. — № 2. — С. 31–35.
117. Ревизников Д. Л., Сухарев Т. Ю. Гиперзвуковое обтекание затупленных тел в условиях атмосферы Земли и Марса. Сравнительный анализ математических моделей // Тепловые процессы в технике. — 2018. — Т.10, № 1–2. — С. 5–15.
118. Романюк Д. А., Циркунов Ю. М. Нестационарные двухфазные течения газа с частицами в решетках профилей // Известия РАН. Механика жидкости и газа. — 2020. — № 5. — С. 33–45.
119. Садин Д. В. Приложение гибридного метода крупных частиц к расчету взаимодействия ударной волны со слоем газовзвеси // Компьютерные исследования и моделирование. — 2020. — Т. 12, № 6. — С. 1323–1338.
120. Салтанов Г. А. Сверхзвуковые двухфазные течения. — Минск: Вышейшая школа. — 1972. — 480 с.
121. Салтанов Г. А. Неравновесные и нестационарные процессы в газодинамике однофазных и двухфазных сред. — М.: Наука. — 1979. — 286 с.
122. Сандерс Дж., Кэндрот Э. Технология CUDA в примерах. Введение в программирование графических процессов. — М.: ДМК Пресс. — 2011. — 232 с. Пер. с англ. Слинкина А. А.
123. Седов Л. И. Механика сплошной среды. В 2-х т. — М.: Наука. — 1973. — 492 с. и 584 с.
124. Семенов С. А., Ревизников Д. Л. Эффективное использование программируемых графических процессоров в задачах молекулярно-динамического моделирования // Системы и средства информатики. — 2017. — Т. 27, № 4. — С. 109–121.
125. Стасенко А.Л. Физическая механика многофазных потоков. — М.: Изд-во МФТИ. — 2004. — 136 с.

126. Стасенко А. Л. Физические аспекты многофазных течений в аэродинамике, летательной технике и авиационной экологии (Обзор) //Труды МФТИ. — Т. 3, № 4(12). — 2011. — С. 108–126.
127. Стернин Л. Е., Маслов Б. Н., Шрайбер А. А., Подвысоцкий А. М. Двухфазные моно- и полидисперсные течения газа с частицами. — М.: Машиностроение, 1980. — 172 с.
128. Стернин Л. Е., Шрайбер А. А. Многофазные течения газа с частицами. − М.: Машиностроение. — 1994. — 320 с.
129. Спокойный Ф. Е., Горбис З. Р. Особенности осаждения тонко диспергированных частиц из охлаждаемого газового потока на поперечно обтекаемой поверхности теплообмена // Теплофизика высоких температур. — 1981. — Т. 19, № 1. — С. 182–199.
130. Суржиков С. Т. Радиационная газовая динамика спускаемых космических аппаратов больших размеров // Теплофизика высоких температур. — 2010. — Т. 48, № 6. — С. 956–965.
131. Суур У. К. О влиянии температуры на механизм изнашивания металлов в струе абразива. // Труды ТПИ. Серия А. — 1966. — № 237. — С. 63–76.
132. Тимошенко В. И., Зубкова Е. Ю. К оценке теплового и эрозионного воздействия сверхзвукового запыленного потока на затупленный конус // Инженерно-физический журнал. — 1991. — Т. 61, № 4. — С. 564–569.
133. Толстых А. И., Широбоков Д. А. Бессеточный метод на основе радиальных базисных функций // Журнал вычислительной математики и математической физики — 2005. — Т. 45, № 8. — С. 1498–1505.
134. Тукмаков Д. А. Численное моделирование ударно–волновых течений в газовзвеси с неоднородной концентрацией дисперсной фазы // Известия Высших Учебных Заведений. Авиационная техника. — 2019. — № 1. — С. 54–59.
135. Тукмаков Д. А. Численное исследование интенсивных ударных волн в запыленных средах с однородной и двухкомпонентной несущей фазой //

Компьютерные исследования и моделирование. — 2020. — Т. 12, № 1. — С. 141–154.

136. Фукс Н. А. Испарение и рост капель в газообразной среде. — М.: Изд-во академии наук СССР. — 1958. — 92 с.

137. Цибаров В. А. Кинетическая модель взвеси и её обоснование. I. Газ // Вестник Ленинградского ун-та. Сер. 1. — 1992. — Вып. 2. — № 8. — С. 88−92.

138. Цибаров В. А. Кинетическая модель взвеси и её обоснование. II. Частицы // Вестник С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. — 1992. — Вып. 3. — № 15. — С. 65−69.

139. Цибаров В. А. Кинетическая модель взвеси и её обоснование. III. Обоснование // Вестник С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. — 1993. — Вып. 1. — № 1. — С. 92−97.

140. Цибаров В. А. Кинетический метод в теории газовзвесей. — СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та. — 1997. — 192 с.

141. Циркунов Ю. М. Моделирование течений примеси в задачах двухфазной аэродинамики. Эффекты пограничного слоя // Моделирование в механике. — 1993. — Т. 7, № 2. — С. 151−193.

142. Циркунов Ю. М., Панфилов С. В., Клычников М. Б. Полуэмпирическая модель ударного воздействия дисперсной частицы примеси с поверхностью, обтекаемой потоком газовзвеси // Инженерно-физический журнал. — 1994. — Т. 67, № 5–6. — С. 379–386.

143. Циркунов Ю. М., Панфилов С. В., Лисун С. В. Рассеяние дисперсных частиц примеси при отражении от поверхности тела, обтекаемого двухфазным потоком // Вторые Поляховские чтения: Избранные труды. — СПб.: Изд-во НИИ Химии С.-Петербург. ун-та. — 2000. — С. 208−226.

144. Циркунов Ю. М., Тарасова Н. В. Влияние температуры Преграды на осаждение тонкодисперсной примеси из сверхзвукового потока газовзвеси, Теплофизика высоких температур. — 1992. — Т. 30, № 6. — С. 1154–1162.

145. Циркунов Ю. М., Тарасова Н. В. Исследование течения в пограничном слое на горячей поверхности затупленного тела, обтекаемого потоком

слабоконцентрированной газовзвеси // Труды Второй Российской нац. конф. по теплообмену. — М.: Изд-во МЭИ. — 1998. — Т. 5. — С. 303−306.

146. Шебеко В. Н. Вероятностная модель оценки эрозии материалов при воздействии запыленных потоков // Гагаринские научные чтения по космонавтике и авиации (1982 г.). — М.: Наука. — 1984. — С. 118–120.

147. Шелдон Г. Л. Сходства и различия в эрозионном поведении материалов // Теоретические основы инженерных расчетов. Серия Д. — 1970. — Т. 92, № 3. — С. 209–214.

148. Шелдон Г. Л., Финни И. Механизм снятия хрупкого материала при эрозионном резании. // Конструирование и технология машиностроения. Серия В. — 1966. — Т. 88, № 4. — С. 58–68.

149. Шрайбер А. А., Гавин Л. Б., Наумов В. А., Яценко В. П. Турбулентные течения газовзвеси. — Киев: Наукова думка. — 1987. — 240 с.

150. Шрайбер А. А., Милютин В. Н., Яценко В. П. Гидромеханика двухкомпонентных потоков с твёрдым полидисперсным веществом. — Киев: Наукова думка. — 1980. — 252 с.

151. Эванс А. Г. Механика разрушения при ударе твёрдых частиц // Эрозия. под ред. К. Прис. — М.: Мир, 1982. — С. 11–79.

152. Яненко Н. Н., Солоухин Р. И., Папырин А. Н., Фомин В. М. Сверхзвуковые двухфазные течения в условиях скоростной неравновестности частиц. — Новосибирск: Наука. — 1980. — 160 с.

153. Andrienko D. A., Surzhikov S. T. P_1 approximation applied to the radiative heating of descent spacecraft // Journal of Spacecraft and Rockets. — 2012. — Vol. 49, No. 6. — P. 1088–1098.

154. Barkla H. M., Auchterlonie L. J. The Magnus or Robins effect on rotating spheres // Journal of Fluid Mechanics. — 1971. — Vol. 47. — P. 437−447.

155. Belytschko T., Krongauz Y., Organ D., Fleming M., Krysl P. Meshless methods: An overview and recent developments // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. — 1996. — Vol. 139, Issues 1–4. — P. 3–47.

156. Ben Salem M., Oesterle B. A shear flow around a spinning sphere: numerical study at moderate numbers // International Journal of Multiphase Flow. — 1998. — Vol. 24, No. 4. — P. 563−585.
157. Billig F. S. Shock–wave shapes around spherical–and cylindrical–nosed bodies // Journal of Spacecraft and Rockets. — 1967. — Vol. 4, No. 6. — P. 822–823.
158. Bird G. A. Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows — New York, Oxford, Claredon Press. — 1994.
159. Bird G. A. Sophisticated DSMC // Notes from a short course held at the DSMC07 Conference, Santa Fe, USA, 2007. URL: https://www.aeromech.usyd.edu.au/dsmc_gab/Resources/DSMC07notes.pdf.
160. Bitter J. A study of erosion phenomena // Wear. Part I. — 1963. — Vol. 6. — P. 5–21. Wear Part II. — 1963. — Vol. 6. — P. 169–190.
161. Blokh A. G. Heat Transfer in Steam Boiler Furnaces. — Hemisphere, New York. — 1988. — 283 p.
162. Bohren C. F., Huffman D. R. Absorption and Scattering of Light by Small Particles — Wiley, New York. — 1983.
163. Cadle R. D. Particles in the Atmosphere and Space. — Reinhold, New York. — 1966.
164. Cai X. W., Tan J. J., Ma X. J. Application of hybrid Cartesian grid and gridless approach to moving boundary flow problems // International Journal for Numerical Methods in Fluids. — 2013. — No. 72. — P. 994–1013.
165. Carrier G. F. Shock waves in a dusty gas // Journal of Fluid Mechanics. — 1958. — Vol. 4. — P. 376−382.
166. Crowe C. T. Review: Numerical models for dilute gas−particle flows // Journal of Fluid Engineering. — 1982. — Vol. 104. — P. 297−303.
167. Crowe C. T., Pratt D. T. Two Dimensional Gas−Particle Flow // Proceedings of Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute. Stanford University Press. — 1972.
168. Crowe C. T., Schwarzkopf J. D., Sommerfeld, M., Tsuji Y. Multiphase Flows with Droplets and Particles. Second edition. — New York: CRC Press. — 2011. — 494 p.

169. Crowe C. T., Sommerfeld M., Tsuji Y. Multiphase flows with droplets and particles. — CRC Press LLC. — 1998. — 471 p.
170. Crowe C. T., Troutt T. R., Chung J. N. Numerical models for two-phase turbulent flows // Annual Review of Fluid Mechanics. — 1996. — Vol. 28. — P. 11−43.
171. Dennis S. C. R., Singh S. N., Ingham D. B. The steady flow due to a rotating sphere at low and moderate Reynolds numbers // Journal of Fluid Mechanics. — 1981. — Vol. 101, No. 2. — P. 257–280.
172. Derby J. J., Brandon S., Salinger A. G. The diffusion and P_1 approximations for modeling buoyant flow of an optically thick fluid // International Journal of Heat and Mass Transfer. — 1998. — Vol. 41, No. 11. — P. 1405–1415.
173. Deserno M. How to Generate Equidistributed Points on the Surface of a Sphere // 2004. — URL: https://www.cmu.edu/biolphys/deserno/pdf/sphere_equi.pdf.
174. Dombrovsky L. A. Radiation of isothermal polydisperse layer // High Temperature. — 1976. — Vol. 14, No. 4. — P. 733–737.
175. Dombrovsky L. A. Inertial deposition of particles from gas–disperse flow in the vicinity of stagnation point // High Temperature. — 1986. — Vol. 24, No. 3. — P. 429–434.
176. Dombrovsky L. A. Radiation Heat Transfer in Disperse Systems. — Begell House, New York. — 1996.
177. Dombrovsky L. A. A theoretical investigation of heat transfer by radiation under conditions of two–phase flow in a supersonic nozzle // High Temperature. — 1996. — Vol. 34, No. 2. — P. 255–262.
178. Dombrovsky L. A. Approximate methods for calculating radiation heat transfer in dispersed systems // Thermal Engineering. — 1996. — Vol. 43, No. 3. — P. 235–243.
179. Dombrovsky L. A. Large–cell model of radiation heat transfer in multiphase flows typical for fuel–coolant interaction // International Journal of Heat and Mass Transfer. — 2007. — Vol. 50, No. 17–18 — P. 3401–3410.

180. Dombrovsky L. A. Thermal radiation modeling in multiphase flows of melt–coolant interaction // Advances in Multiphase Flow and Heat Transfer. — 2009. — Vol. 1, Ch. 4. — P. 114–157.
181. Dombrovsky L. A. The use of transport approximation and diffusion–based models in radiative transfer calculations // Computational Thermal Sciences. — 2012. — Vol. 4, No. 4. — P. 297–315.
182. Dombrovsky L. A., Baillis D. Thermal Radiation in Disperse Systems: An Engineering Approach. — New York: Begell House. — 2010. — 689 p.
183. Dombrovsky L. A., Davydov M. V., Kudinov P. Thermal radiation modeling in numerical simulation of melt–coolant interaction // Computational Thermal Sciences. — 2009. — Vol. 1, No. 1. — P. 1–35.
184. Dombrovsky L. A., Ignatiev M. B. An estimate of the temperature of semitransparent oxide particles in thermal spraying // Heat Transfer Engineering. — 2003. — Vol. 24, No. 2. — P. 60–68.
185. Dombrovsky L., Lipinski W. A combined P_1 and Monte Carlo model for multi–dimensional radiative transfer problems in scattering media // Computational Thermal Sciences. — 2010. — Vol. 2, No. 6. — P. 549–560.
186. Dombrovsky L. A., Lipinski W., Steinfeld A. A diffusion–based approximate model for radiation heat transfer in a solar thermochemical reactor // Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer. — 2007. — Vol. 103, No. 3. — P. 601–610.
187. Dombrovsky L. A., Reviznikov D. L. Radiative heat transfer modeling in supersonic gas flow with suspended particles to a blunt body // Proceedings of the 15th International Heat Transfer Conference, 10–15 August 2014, Kyoto, Japan, 2014. — Paper 8214.
188. Dombrovsky L. A., Yukina E. P. Critical conditions for inertial particle deposition from a gas flow near the stagnation point // High Temperature. — 1983. — Vol. 21, No. 3. — P. 402–408.
189. Fay J. A., Riddell F. R. Theory of stagnation point heat transfer in dissociated air // Journal of the Aeronautical Sciences. — 1958. — Vol. 25, No. 2. — P. 73–85.

190. Feldick A., Modest M. F. An improved wavelength selection scheme for Monte Carlo solvers applied to hypersonic plasmas // Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer. — 2011. — Vol. 112, No. 8. — P. 1394–1401.
191. Feldick A., Modest M. F. A spectrally accurate two–dimensional axisymmetric, tightly coupled photon Monte Carlo radiative transfer equation solver for hypersonic entry flows // ASME Journal of Heat Transfer. — 2012. — Vol. 134, No. 12. — Paper 122701.
192. Fleener W. A., Watson R. H. Convective Heating in Dust–Laden Hypersonic Flows // AIAA Paper. — 1973. — No. 73. — 761.
193. Fox T. W., Rackett C. W., Nicholls J. A. Shock wave ignition of magnesium powders // Proceedings of the 11th International Shock tubes and waves Symposium. — Seattle, 1978. — P. 262.
194. Gaster B., Howes L. The OpenCL C++ Wrapper API. Version: 1.2 // Khronos OpenCL Working Group. — 2012. — 83 p.
195. Gaster B., Howes L., Kaeli D., Mistry P., Schaa D. Heterogeneous Computing with OpenCL. Revised OpenCL 1.2 Edition. — Morgan Kaufmann. — 2012. — 308 p.
196. Haider A., Levenspiel O. Drag coefficient and terminal velocity of spherical nonspherical particles // Powder Technology. — 1989. — Vol. 58. — P. 63−70.
197. Harten A., Lax P. D, van Leer B. On Upstream Differencing and Godunov–type Schemes for Hyperbolic Conservation Laws // SIAM Review 25. — 1983. — No 1. – P. 35–61.
198. Hartung L. C., Hassan H. A. Radiation transport around axisymmetric blunt body vehicles using a modified differential approximation // AIAA Journal of Thermophysics and Heat Transfer. — 1993. — Vol. 7, No. 2. — P. 220–227.
199. Hashemi M. Y., Jahangirian A. Implicit fully mesh–less method for compressible viscous flow calculations // Journal of Computational and Applied Mathematics. — 2011. — No. 235. — P. 4687–4700.
200. Head W. J., Harr M. E. The development of a model to predict the erosion of materials by natural contaminants // Wear. — 1975. — Vol. 5. — P. 1–46.

201. Healy D. P., Young J. B. Full Lagrangian methods for calculating particle concentration fields in dilute gas−particle flows // Proceedings of the Royal Society. Series A. — 2005. — Vol. 461. — P. 2197−2225.
202. Henderson C. B. Drag coefficients of spheres in continuum and. rarefied flows // AIAA Journal. — June 1976. — Vol. 14, No. 6. — P. 707–708.
203. Hirsch C. Numerical computation of internal and external flows. Vol. 1 and 2. — John Wiley & Sons. — 1988.
204. Holden M. S. Experimental Studies of Separated Flows at Hypersonic Speeds. Pt. I. Separated Flows Over Axisymmetric Spiked Bodies // AIAA Journal. — 1966. — Vol. 4, No. 4. — P. 591.
205. Holden M. S., Gustafson G. Q., Duryea G. R., Hudack L. T. An Experimental Study of Particle–Induced Convective Heating Augmentation // AIAA Paper. — 1976. — No. 76. — 320.
206. Hove D. T., Shih W. C. L. Reentry vehicle stagnation region heat–transfer in particle environments // AIAA Journal. — 1977 — Vol. 15, No. 7. — Paper 77–93.
207. Hove D. T., Taylor E. Stagnation Region Heat Transfer in Hypersonic Environment // AIAA Journal. — 1976. — Vol. 14, No 5. — P. 1486.
208. Howell J. R., Siegel R., Menguc M. P. Thermal Radiation Heat Transfer. — CRC Press, New York. — 2010.
209. Isaev S. A., Popov I. A., Mikheev N. I., Guvernyuk S. V., Nikushchenko D. V., Sudakov A. G. Heat transfer enhancement by surface vortex generators. New basic mechanisms and industrial technologies // Journal of Physics: Conference Series. — 2020. — 1683(2), 022084.
210. Ishii R., Umeda Y., Yuhi M. Numerical analysis of gas−particle two-phase flows // Journal of Fluid Mechanics. — 1989. — Vol. 203. — P. 475−516.
211. Jameson A., Baker T. J., Weatherill N. P. Calculation of inviscid transonic flow over a complete aircraft // AIAA paper 1986–0103. — AIAA 24th Aerospace Sciences Meeting, Reno, NV, January 1986.

212. Kim K. H., Kim C., Rho O. H. Methods for the accurate computations of hypersonic flows: I. AUSMPW+ Scheme // Journal of Computational Physics. — 2001. — Vol. 174. —P. 38–80.
213. Kitamura K., Eiji S. Towards shock–stable and accurate hypersonic heating computations: A new pressure flux for AUSM–family schemes // Journal of Computation Physics. — 2013. — Vol. 245. — P. 62–83.
214. Kitron A., Elperin T., Tamir A. Monte Carlo analysis of wall erosion and direct contact heat transfer by impinging two-phase jets // Journal of Thermophysics and Heat Transfer. — 1989. — Vol. 3, No. 2. — P. 112−122.
215. Kokhanovsky, A. A. Optics of Light Scattering Media: Problems and Solutions. Third edition. — Praxis, Chichester, UK. — 2004.
216. Kurose R., Komori S. Drag and lift forces on a rotating sphere in a linear shear flow // Journal of Fluid Mechanics. — 1999. — Vol. 384. — P. 183−206.
217. Laderman A. J., Lewis C. H., Byron S. R. Two-phase impingement effects // AIAA Journal. — 1970. — Vol. 8, No. 10. — P 1831–1839.
218. Lamet J. M., Riviere P., Perrin M. Y., Soufiani A. Narrow–band model for nonequilibrium air plasma radiation // Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer. — 2010. — Vol. 111, No. 1. — P. 87–104.
219. Lebedeva N. A., Osiptsov A. N. Flows near stagnation points in non-orthogonally colliding disperse viscous flows // Fluid Dynamics. — 2007. — Vol. 42, No. 5. — P. 754−765.
220. Lebedeva N. A., Osiptsov A. N. Accumulation zones of the inertial admixture in the tornado-like flow // Fluid Dynamics. — 2009. — Vol. 44, No. 1. — P. 68−79.
221. Lebedeva N. A., Osiptsov A. N., Sazhin S. S. A Combined Fully Lagrangian Approach to Mesh-Free Modelling of Transient Two-Phase Flows // Atomization and Sprays. — 2013. — Vol. 23, No. 1. — P. 47–69.
222. Lewis C. H., Laderman A. J. Effect of debris shielding on energy partition // Journal spacecraft and rocket. — 1969. — Vol. 6, No. 12. — P. 1470–1472.

223. Li J., Hon Y. Domain Decomposition for Radial Basis Meshless Methods // Numerical Methods for Partial Differential Equations. — 2004. — Vol. 20, No. 3. — P. 450–462.
224. Li G., Modest M. F. A method to accelerate convergence and to preserve radiative energy balance in solving the P_1 equation by iterative methods // ASME Journal of Heat Transfer. — 2002. — Vol. 124, No. 3. — P. 580–582.
225. Lorenz G. C. Simulating of the erosive effects of multiple impacts in hypersonic flow // Journal spacecraft and rocket. — 1970. — Vol. 7, No. 2. — P. 119–125.
226. Ma Z. H., Wang H., Pu S. H. GPU computing of compressible flow problems by a meshless method with space-filling curves // Journal of Computational Physics. — 2014. — Vol. 263. — P. 113–135.
227. Mazzoni C. M., Lentini D., D'Ammando G., Votta R. Evaluation of radiative heat transfer for interplanetary re–entry under vibrational nonequlibrium conditions // Aerospace Science and Technology. — 2013. — Vol. 28, No. 1. — P. 191–197.
228. McNamara S., Falcon E. Simulations of vibrated granular medium with impact–velocity–dependent restitution coefficient // Physical Review E 71. — 2005. — 031302.
229. Meakin R. L. Composite Overset Structured Grids. — CRC Press. — 1999.
230. Mikhatulin D. S., Reviznikov D. L. Modeling heat–erosion destruction of HAC elements during flight in a dusty atmosphere // Heat Transfer Research. — 2007. — Vol. 38, No. 2. — P. 107–122.
231. Mironov A., Isaev S., Skrypnik A., Popov I. Numerical and physical simulation of heat transfer enhancement using oval dimple vortex generators — Review and recommendations // Energies. — 2020. — Vol. 13, No. 20. — no. 5243.
232. Mishchenko M. I., Travis L. D., Lacis A. A. Multiple Scattering of Light by Particles: Radiative Transfer and Coherent Backscattering. — Cambridge Univ. Press, New York. — 2006.
233. Modest M. F. Radiative Heat Transfer, 2nd ed. — New York: Academic Press. — 2003. — 822 p.

234. Nam H. J., Park Y., Kwon O. J. Simulation of Unsteady Rotor–Fuselage Aerodynamic Interaction Using Unstructured Adaptive Meshes // Journal of the American Helicopter Society. — 2006. — Vol. 51, No. 2. — P. 141–149.
235. Neilson J. H., Gilchrist A. Erosion by a stream of solid particle // Wear. — 1968. — Vol. 11, No. 2. — P. 111−122.
236. Oesterle B., Bui Dinh T. Experiments on the lift of a spinning sphere in a range of intermediate Reynolds numbers // Experiments in Fluids. — June 1998. — Vol. 25, No. 1. — P. 16–22.
237. Oesterle B., Volkov A. N., Tsirkunov Yu. M. Numerical Investigation of Two–Phase Flow Structure and Heat Transfer in a Supersonic Dusty Gas Flow over a Blunt Body // Progress in Flight Physics. — 2013. — Vol. 5. — P. 441–456.
238. Osiptsov A. N. Mathematical modeling of dusty-gas boundary layers // Applied Mechanics Reviews. — 1997. — Vol. 50, No. 6. — P. 357−370.
239. Osiptsov A. N. Modified Lagrangian method for calculating the particle concentration in dusty-gas flows with intersecting particle trajectories // Proceedings Third International Conference in Multiphase Flow, 8−12 June 1998, Lyon, France. — CD-ROM Proceedings ICMF'98. — 1998. — Paper No. 236. — 8 p.
240. Osiptsov A. N. Lagrangian modelling of dust admixture in gas flows // Astrophysics Space Science. — 2000. — Vol. 274. — P. 377−386.
241. Osiptsov A. N., Egorova L. A., Sakharov V. I., Wang B. Heat transfer in supersonic dusty–gas flow past a blunt body with inertial particle deposition effect // Progress in Natural Science. — 2002. — Vol. 12, No. 12. — P. 887–892.
242. Richter A., Nikrityuk P. A. Drag forces and heat transfer coefficients for spherical, cuboidal and ellipsoidal particles in cross flow at sub-critical Reynolds numbers // International Journal of Heat and Mass Transfer. — 2012. — Vol. 55. — P. 1343−1354.
243. Roe P. L. Approximate Riemann solvers, parameter vector and difference schemes // Journal of Computational Physics. — 1981. — Vol. 43, No. 2. — P. 357−372.

244. Rubinow S. I., Keller J. B. The transverse force on a spinning sphere moving in viscous fluid // Journal of Fluid Mechanics. — 1961. — Vol. 11, Pt. 3. — P. 447–459.
245. Saffman P. G. The lift of small sphere in a slow shear flow // Journal of Fluid Mechanics. — 1965. — Vol. 22, No. 2. — P. 385–400.
246. Sattarzadeh S., Jahangirian A. 3D implicit mesh–less method for compressible flow calculations // Scientia Iranica. — 2012. — Vol. 19, No. 3. — P. 503–512.
247. Sattarzadeh S., Jahangirian A., Hashemi M. Y. Unsteady Compressible Flow Calculations with Least–Square Mesh–less Method // Journal of Applied Fluid Mechanics. — Jan. 2016 — Vol. 9, No. 1. — P. 233–241.
248. Shang J. S., Andrienko D. A., Huang P. G., Surzhikov S. T. A computational approach for hypersonic nonequilibrium radiation utilizing space partitions algorithm and Gauss quadrature // Journal of Computational Physics. — 2014. — Vol. 266. — P. 1–21.
249. Shang J. S., Surzhikov S. T. Nonequilibrium radiative hypersonic flow simulation // Progress in Aerospace Sciences. — 2012. — Vol. 53. — P. 46–65.
250. Simon S., Mandal J. C. A simple cure for numerical shock instability in HLLC Riemann solver // Journal of Computational Physics. — 2019. — Vol. 378. — P. 477–496.
251. Steger J. L., Dougherty F. C., Benek J. A. A Chimera Grid Scheme. Advances in Grid Generation // ASME FED. — 1983. — Vol. 5. — P. 59–69.
252. Steijl R., Barakos G. Computational Investigation of Rotor–Fuselage Interactional Aerodynamics using Sliding–Plane CFD Method // AIAA Journal. — 2009. — Vol. 47. — P. 2143–2157.
253. Tanaka T., Tsuji Y. Numerical simulation of gas-solid two-phase flow in a vertical pipe: on the effect of inter-particle collision. (Eds. D.E. Stock, Y. Tsuji, J.T. Jurewicz, M.W. Reeks, M. Gautam.) // Gas-solid Flows. FED-Vol. 121. — New York: ASME. — 1991. — P. 123−128.
254. Tarasova N. V., Tsirkunov Yu. M. Full Lagrangian approach for numerical modelling of collisionless particle-phase flow field in the non-isothermal two-

phase boundary layer // Proceedings 4th Summer Conf. "Numerical Modeling in Continuum Mechanics", 31 July − 3 August 2000, Prague, Gzech Republic. — Prague: Matfyzpress. — 2001. — P. 283−294.

255. Tien C. L., Drolen B. L. Thermal radiation in particulate media with dependent and independent scattering // Annual Review of Numerical Fluid Mechanics and Heat Transfer. — 1987. — Vol. 1. — P. 1–32.
256. Tien C. L., Lee S. C. Flame radiation // Progress in Energy and Combustion Science. — 1982. — Vol. 8, No. 1. — P. 41–59.
257. Tilly G. P., Sage W. The interaction of particle and material behavior in erosion processes. // Wear. — 1972. — Vol. 21. — P. 195–209.
258. Toro E. F. Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics. — Springer. — 1999. — 640 p.
259. Toro E. F., Spruce M., Speares W. Restoration of the contact surface in the HLL–Riemann Solver // Shock Waves. — 1994. — No. 4. — P. 25–34.
260. Tsibarov V. A. A kinetic model of gas-solid suspension with vaporizing particles // Proceedings of the Bulgarian Academy of Science. Theoretical and Applied Mechanics. — 1988. — Vol. 19, No. 3. — P. 94−98.
261. Tsirkunov Yu. M. Gas–particle flows around bodies – key problems, modeling and numerical analysis // Proceedings Fourth International Conference on Multiphase Flow (Ed.: E. Michaelides), May 27 – June 1, 2001, New Orleans, LA, USA. — CD ROM Proceedings ICMF’2001. Paper No. 607. — 31 p.
262. Tsirkunov Yu. M., Panfilov S. V., Klychnikov M. B. Semiempirical model of impact interaction of a disperse impurity particle with a surface in a gas suspension flow // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. — 1994. — Vol. 67, Issue 5–6. P. 1018–1025.
263. Tsirkunov Yu. M., Romanyuk D. A., Panfilov S. V. Effects of particle mixing and scattering in the dusty gas flow through moving and stationary cascades of airfoils // Progress in Propulsion Physics. — 2011. — Vol. 2. — P. 459–474.
264. Tsirkunov Yu. M., Romanyuk D. A., Panfilov S. V. Modeling and simulation of dusty gas flow in aerodynamics // Proceedings of ICAS 2021. 32 Congress of the

International Council of the Aeronautical Sciences September 6–10, 2021, Shanghai, China.
265. Tsirkunov Yu. M., Volkov A. N., Tarasova N. V. Full Lagrangian approach to the calculation of dilute dispersed phase flows: advantages and applications // Proceedings of ASME FEDSM'02 ASME 2002 Fluids Engineering Division Summer Meeting Montreal, Quebec, Canada, July 14–18, 2002. — FEDSM2002–31224. — 14 p.
266. Tsuji Y., Morikawa Y., Mizuno O. Experimental measurements of the Magnus force on a rotating sphere at a low Reynolds numbers // Transactions of the ASME. Journal of Fluids Engineering. — 1985. — Vol. 107. — P. 484−488.
267. Van de Hulst H. C. Light Scattering by Small Particles. — Dover Publ., New York. — 1981.
268. Van der Vorst H. A. Krylov subspace iteration // Computing in Science and Engineering. — 2000. — Vol. 2, No. 1. — P. 32–37.
269. Varaksin A. Yu., Ivanov T. F. Effect of the particles concentration on their velocity distributions for heterogeneous flow near blunted body // Proceedings Fourth International Conference on Multiphase Flow (ICMF'01), New Orleans, USA, 2001, P793. — P. 1–9. — CD-ROM.
270. Varaksin A. Yu. Turbulent Particle–Laden Multiphase Flows. — Berlin: Springer. — 2010.
271. Vasilevsky E. B., Dombrovsky L. A., Mikhatulin D. S., Polezhaev Yu. V. Heat transfer in a heterogeneous super–sonic flow // Heat Transfer 2002. — Proceedings of 12th Int. Heat Trans. Conf. (IHTC–12), 3, P. 177–182, Grenoble, France, 2002.
272. Vasilevskii E. B., Osiptsov A. N. Experimental and numerical study of heat transfer on a blunt body in dusty hypersonic flow // AIAA Paper. — 1999. — No. 99–3563. — P. 1–11.
273. Vasilevsky E. B., Osiptsov A. N., Chirikhin A. V., Yakovleva L. V. Heat exchange on the front surface of a blunt body in a high–speed flow containing low–inertia particles // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. — 2001. — Vol. 74, No. 6. — P. 1399–1411.

274. Vasilyev A. N., Kolbin I. S., Reviznikov D. L. Meshfree computational algorithms based on normalized radial basis functions // In: Cheng L., Liu Q., Ronzhin A. (eds) Advances in Neural Networks – ISNN 2016. — Lecture Notes in Computer Science. — 2016. — Vol. 9719. — Cham: Springer, 2016. — P. 583–591.
275. Viskanta R. Radiative Transfer in Combustion Systems: Fundamentals and Applications. — New York: Begell House. — 2005.
276. Volkov A., Tsirkunov Yu. Direct simulation Monte−Carlo modelling if two-phase gas-solid flow with inelastic particle−particle collisions // Proceedings of the Third ECCOMAS Computational Fluid Dynamics Conference, 9−13 September 1996, Paris, France. − Chichester: Whiley. — 1996. — P. 662−668.
277. Volkov A. N., Tsirkunov Yu. M. Monte–Carlo modelling of dusty gas flows over bodies // Proceedings Fourth Europian Computational Fluid Dynamics Conference (Eds.: K. D. Papailiou, D. Tsahalis, J. Periaux, Ch. Hirsch, M. Pandolfi), 7−11 September 1998, Athens, Greece. Vol. 1, part I. — Chichester: Wiley. — 1998. — P. 169−174.
278. Volkov A. N., Tsirkunov Yu. M. Computational simulation of viscous two–phase flows of a dense gas–particle mixture over bodies // CD–Rom Proceedings European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, Barcelona, 2000. — Barcelona: CIMNE. — 2000. — Paper No. 309. — 20 p.
279. Volkov A. N., Tsirkunov Yu. M. CFD/Monte Carlo simulation of collision–dominated gas–particle flows over bodies // Proceedings of ASME 2002 Fluids Engineering Division Summer Meeting, Montreal, Quebec, Canada, July 14–18, 2002. — 2002. — Paper 31222. — 14 p.
280. Volkov A. N., Tsirkunov Yu. M. Aerodynamic interference of two cylinders in the flow at a moderate free stream Reynolds number // Proceedings Fifth world congress on computational mechanics, Vienna, 2002. — 2002. — 12 p.
281. Volkov A. N., Tsirkunov Yu. M., Effect of a dispersed admixture on the flow pat–tern and heat transfer in a supersonic dusty–gas flow around a cylinder // Fluid Dynamics. — 2005. — Vol. 40, No. 4. — P. 561–574.

282. Volkov A. N., Tsirkunov Yu. M., Oesterle B. Numerical simulation of a supersonic gas–solid flow over a blunt body: The role of inter-particle collisions and two–way coupling effects // International Journal of Multiphase Flow. — 2005. — Vol. 31. — P. 1244–1275.
283. Wakeman T., Tabakoff W. Erosion behavior in a simulated jet engine environment // Journal of aircraft. — 1979. — Vol. 16, No. 6. — P. 828–833.
284. Wang Y., Cai X., Zhang M., Ma X., Ren D., Tan J. The study of the three–Dimensional meshless solver based on AUSM+–up and MUSCL scheme // Proceedings of the 2015 International Conference on Electromechanical Control Technology and Transportation. — URL: https://dx.doi.org/10.2991/icectt–15.2015.52.
285. Yatsenko V. P., Alexandrov V. V. Measurements of the magnus force in the range of moderate Reynolds numbers // Proceedings of 9th Workshop on Two-Phase Flow Predictions, Merseburg, Germany. — 1999. — P. 292–299.
286. Yee H. C., Harten A. Implicit TVD schemes for hyperbolic conservation laws in curvilinear coordinates // AIAA Journal. — 1987. — Vol. 25, No. 2. — P. 266−274.
287. Zhang J., Ren D., Ma X., Tan J., Cai X. A Meshless Solution Method for Unsteady Flow with Moving Boundary // Advances in Mechanical Engineering. — Vol. 2014. — Article ID 209575. — 8 P. URL: http://dx.doi.org/10.1155/2014/209575.

Статьи автора диссертации в рецензируемых изданиях, входящих в перечень ВАК при Минобрнауки РФ либо индексируемых в Web of Science и Scopus

288. **Способин А. В.** Бессеточный алгоритм расчета взаимодействия крупных частиц с ударным слоем в сверхзвуковых гетерогенных потоках // Компьютерные исследования и моделирование. — 2022. — Т. 14, № 5. — С. 1007–1027.
289. **Способин А. В.** Расчет взаимодействия крупных частиц со сверхзвуковым ударным слоем с использованием бессеточного алгоритма // Труды МАИ. — 2022. — № 125. — 36 с.

290. **Способин А. В.** Распараллеливание вычислений на графических процессорах в задаче моделирования газодинамического взаимодействия частицы со сверхзвуковым ударным слоем // Тепловые процессы в технике. — 2022. — Т. 14, № 6. — С. 276–288.
291. **Способин А. В.** Метод скользящих адаптивных декартовых сеток расчета газодинамического взаимодействия частиц с ударным слоем в сверхзвуковом потоке // Тепловые процессы в технике. — 2022. — Т. 14, № 4. — С. 178–185.
292. **Способин А. В.** Бессеточный алгоритм расчёта сверхзвуковых течений вязкого теплопроводного газа // Труды МАИ. — 2021. — № 121. — 25 с.
293. **Sposobin A. V.**, Reviznikov D. L. Impact of High Inertia Particles on the Shock Layer and Heat Transfer in a Heterogeneous Supersonic Flow around a Blunt Body // Fluids. — 2021. — Vol. 6, No. 11. — no. 406.
294. **Способин А. В.** Бессеточный алгоритм расчёта сверхзвуковых течений невязкого газа // Труды МАИ. — 2021. — № 119. — 22 с.
295. Ревизников Д. Л., **Способин А. В.**, Иванов И. Э. Сравнительный анализ расчетных и экспериментальных данных об осциллирующем течении, индуцированном газодинамическим взаимодействием частицы с ударным слоем // Теплофизика высоких температур. — 2020. — Т. 58, № 6. — С. 901–908.
296. **Способин А. В.**, Ревизников Д. Л., Иванов И. Э., Крюков И. А. Колебания давления и теплового потока, индуцированные газодинамическим взаимодействием высокоинерционной частицы с ударным слоем // Известия вузов. Авиационная техника. — 2020. — № 4. — С. 108–115.
297. Reviznikov D. L., **Sposobin A. V.**, Ivanov I. E. Oscillatory Flow Regimes Resulting from the Shock Layer–Particle Interaction // High Temperature. — 2020. — Vol. 58, No. 2. — P. 278–283.
298. Ревизников Д. Л., **Способин А. В.**, Иванов И. Э. Изменение структуры течения под воздействием высокоинерционной частицы при обтекании тела сверхзвуковым гетерогенным потоком // Теплофизика высоких температур. — 2018. — Т. 56, № 6. — С. 908–913.

299. Ревизников Д. Л., **Способин А. В.**, Сухарев Т. Ю. Численное моделирование обтекания затупленного тела сверхзвуковым полидисперсным потоком // Теплофизика высоких температур. — 2017. — Т. 55, №3. — С. 418–425.
300. Dombrovsky L. A., Reviznikov D. L., **Sposobin A. V.** Radiative Heat Transfer from Supersonic Flow with Suspended Particles to a Blunt Body // International Journal of Heat and Mass Transfer. — 2016. — Vol. 93. — P. 853–861.
301. Reviznikov D. L., **Sposobin A. V.**, Dombrovsky L. A. Radiative Heat Transfer from Supersonic Flow with Suspended Polydisperse Particles to a Blunt Body: Effect of Collisions between Particles // Computational Thermal Sciences. — 2015. — Vol. 7, No. 4. — P. 313–325.
302. Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Расчет обтекания тел сверхзвуковым потоком с примесью частиц полидисперсного состава // Вестник Московского авиационного института. — 2013. — Т. 20, № 3. — С. 205–211.
303. Ревизников Д. Л., **Способин А. В.**, Ершова Т. В. Численное исследование теплообмена сверхзвукового полидисперсного потока с преградой // Тепловые процессы в технике. — 2013. — Т. 5, № 9. — С. 411 – 416.
304. Винников В. В., Домбровский Л. А., Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Моделирование переноса тепла излучением при обтекании преграды сверхзвуковым потоком газа со взвешенными частицами // Тепловые процессы в технике. — 2012. — № 7. — С. 312–318.
305. Винников В. В., Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Использование частиц–представителей при прямом численном моделировании обтекания преграды запыленным потоком // Труды МАИ. — 2011. — № 46. — 7 с.
306. Ershova T. V., Mikhatulin D. S., Reviznikov D. L., **Sposobin A. V.**, Vinnikov V. V. Numerical Simulation of Heat and Mass Transfer between Heterogeneous Flow and an Obstacle // Computational Thermal Sciences. — 2011. — Vol. 3, No. 1. — P. 15–30.
307. Винников В. В., Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Применение точного и статистического подходов к численному моделированию динамики частиц

примеси в гетерогенных потоках // Вестник Московского авиационного института. — 2010. — Т. 17, № 6. — С. 13–19.

308. Винников В. В., Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Двухфазный ударный слой при обтекании тел сверхзвуковым запыленным потоком // Математическое моделирование. — 2009. — Т. 21, № 12. — С. 89–102.
309. Винников В. В., Ершова Т. В., Михатулин Д. С., Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Численное моделирование тепломассообмена гетерогенного потока с преградой // Тепловые процессы в технике. — 2009. — Т. 1, № 11. — С. 463–472.
310. Винников В. В., Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Численное моделирование теплоэрозионного разрушения тел в сверхзвуковом запыленном потоке // Вестник Московского авиационного института. — 2008. — Т. 15, № 5. — С. 101–108.
311. Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Численное моделирование воздействия дисперсной фазы на поверхность затупленного тела в сверхзвуковом запыленном потоке // Математическое моделирование. — 2007. — Т. 19, № 11. — С. 101–111.
312. Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Алгоритмы прямого численного моделирования динамики дисперсной фазы при обтекании тела запыленным потоком // Труды МАИ. — 2007. — № 26. — 13 с.

Публикации автора в сборниках трудов тематических конференций, форумов и семинаров

313. Д. Л. Ревизников, **А. В. Способин** Применение бессеточного метода для численного моделирования газодинамического взаимодействия частиц с ударным слоем // Материалы Восьмой Российской национальной конференции по теплообмену (РНКТ-8), 17–22 октября 2022 г., Москва, в 2 т. — М.: Изд-во МЭИ. — 2022. — Т. 2. С. 20-21.
314. **Способин А. В.** Бессеточный метод расчета структуры течения в ударном слое при движении крупных дисперсных частиц // Материалы XIV

Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (AMMAI’2022), 4–13 сентября 2022 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ. — 2022. — С. 93–94.

315. **Способин А. В.** Применение бессеточного алгоритма для расчёта движения крупных частиц в сверхзвуковом ударном слое // Материалы XXVI Всероссийского семинара с международным участием по струйным, отрывным и нестационарным течениям, 27 июня – 1 июля 2022 г., Санкт–Петербург. — Санкт–Петербург. Изд-во БГТУ «ВОЕНМЕХ». — 2022. — С. 173–174.

316. **Способин А. В.** Применение бессеточного метода для численного моделирования сверхзвукового обтекания затупленных тел // Тезисы 20–ой Международной конференции Авиация и Космонавтика, 22–26 ноября 2021 г., Москва. — М.: Изд-во Перо. — 2021. — С. 463–464.

317. **Способин А. В.** Применение бессеточных методов для численного моделирования обтекания тел сверхзвуковым потоком невязкого газа // Материалы XXII международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2021), 04–13 сентября 2021 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ. — 2021. — С. 461–463.

318. **Способин А. В.**, Ревизников Д. Л. Учёт газодинамического взаимодействия частиц с ударным слоем в задаче сверхзвукового обтекания тел гетерогенными потоками // Материалы XXII международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2021), 4–13 сентября 2021 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ. — 2021. — С. 463–465.

319. **Способин А. В.**, Ревизников Д. Л. Алгоритмы численного моделирования газодинамического взаимодействия частицы с ударным слоем // Тезисы 19–ой Международной конференции Авиация и Космонавтика, 23–27 ноября 2020 года, Москва. — М.: Изд-во Перо. — 2020. — С. 610–611.

320. Ревизников Д. Л., **Способин А. В.**, Иванов И. Э. Численное исследование осциллирующего течения, индуцированного газодинамическим

взаимодействием частицы с ударным слоем // Материалы XIII Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (AMMAI'2020), 6–13 сентября 2020 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ. — 2020. — С. 176–178.

321. Reviznikov D. L., **Sposobin A. V.** Numerical simulation of supersonic gas flow with binary particle admixture over a blunt body // AIP Conference Proceedings 2181. 21st International Conference on Computational Mechanics and Modern Applied Software Systems, CMMASS 2019. May 24–31, 2019, Crimea. Paper 020032 (2019).

322. Ревизников Д. Л., **Способин А. В.**, Иванов И. Э. Компьютерное моделирование газодинамического взаимодействия высокоинерционной частицы с ударным слоем // Материалы XXI Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам ВМСППС'2019, 24–31 мая 2019 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ. — 2019. — С. 536–538.

323. Ревизников Д. Л., **Способин А. В.**, Иванов И. Э. Взаимодействие высокоинерционной частицы с ударным слоем при сверхзвуковом обтекании тел гетерогенным потоком // Труды Седьмой Российской национальной конференции по теплообмену: в 3 томах (22–26 октября 2018 г., Москва). — Т. 2. — М.: Издательский дом МЭИ. — 2018. — С. 267–270.

324. Reviznikov D. L., **Sposobin A. V.**, Ivanov I. E. Modification of Shock Layer Structure under the Impact of a High Inertia Particle in a Supersonic Flow around Blunt Body // Proceedings of the 16th International Heat Transfer Conference IHTC–16, August 10–15, 2018, Beijing, China. Paper 16–23830. P. 6831–6836.

325. Ревизников Д. Л., **Способин А. В.**, Иванов И. Э. Колебательные режимы течения при газодинамическом взаимодействии высокоинерционной частицы с ударным слоем // Материалы XII Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях. NPNJ'2018, 24–31 мая, Алушта, 2018. — М.: Изд-во МАИ. — 2018. — С. 215–218.

326. Ревизников Д. Л., **Способин А. В.**, Иванов И. Э. Численное моделирование воздействия отраженной от поверхности частицы на структуру ударного слоя при сверхзвуковом обтекании тела гетерогенным потоком // Материалы XX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам ВМСППС'2017, 24–31 мая 2017 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ. — 2017. — С. 533–536.
327. Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Применение метода Монте–Карло к моделированию стокновительной динамики частиц при обтекании тел сверхзвуковыми полидисперсными потоками // Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях. NPNJ'2016, 25–31 мая 2016 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ. — 2016. — С. 109–110.
328. Reviznikov D. L., **Sposobin A. V.**, Dombrovsky L. A., Computational Analysis of Radiative Heat Transfer from Supersonic Flow with Suspended Polydisperse Particles to a Blunt Body // Proceedings ICHMT 15–th International Symposium on Advances in Computational Heat Transfer (CHT–15), May 25–29, 2015, Rutgers Univ., Piscataway, USA, paper CHT15–020.
329. Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Численное моделирование сверхзвукового обтекания тел полидисперсными потоками // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам ВМСППС' 2015, 24–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ. — 2015. — С. 516–517.
330. Журавлев А. А., Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Численное моделирование эрозионного воздействия гетерогенного потока на преграду // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам ВМСППС'2015, 24–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ. — 2015. — С. 448–449.
331. Ревизников Д. Л., Бикбулатов Р. В., Макаров Н. А., Сластушенский Ю. В., **Способин А. В.** Многомасштабное моделирование теплоэрозионного воздействия гетерогенного потока на преграду // Материалы X

Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях NPNJ’2014, 25–31 мая 2014 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ. — 2014. — С. 106–107.

332. Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Теплообмен дисперсной фазы с поверхностью при обтекании сферически затупленных конусов сверхзвуковым гетерогенным потоком // Труды VI Российской национальной конференции по теплообмену, 27–31 октября 2014 г., Москва. — М.: Издательский дом МЭИ. — 2014. — Т. 2. — С. 269–270.

333. Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Моделирование взаимодействия сверхзвукового гетерогенного потока с преградой с учётом полидисперсного состава примеси // Материалы XVIII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС’2013), 22–31 мая 2013г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ. — 2013. — С. 657–660.

334. Винников В. В., Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Расчёт динамики дисперсной примеси в задачах обтекания преграды сверхзвуковым потоком газа // XXIII семинар по струйным, отрывным и нестационарным течениям: сборник трудов под ред. Г.В. Кузнецова и др. Томский политехнический университет. — Томск: Изд-во Томского политехнического университета. — 2012. — С. 81–86.

335. Винников В. В., Ершова Т. В., Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Влияние формы обтекаемого тела на интенсивность теплоэрозионного воздействия сверхзвукового гетерогенного потока // Материалы IX Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ’2012), Алушта. — М.: Изд-во МАИ. — 2012. — С. 77–78.

336. Vinnikov V. V., Reviznikov D. L., **Sposobin A. V.** Particle Dynamics Simulation for Supersonic Heterogeneous Flows around an Obstacle // Proceedings of XL Summer School–Conference APM 2012 Advanced Problems in Mechanics, Russia, St. Petersburg July 2 – 8, 2012. — St. Petersburg, Polytechnic University Publishing House. — 2012. — P. 412–418.

337. Винников В. В., Домбровский Л.А., Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Комбинированный метод расчёта переноса тепла излучением в задачах обтекания преграды сверхзвуковым гетерогенным потоком // Проблемы газодинамики и тепломассообмена в энергетических технологиях. Тезисы докладов Международной научной школы. — 2011. — М.: Издательский дом МЭИ. — С. 99–101.
338. Винников В. В., Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Повышение эффективности прямого численного моделирования столкновительной динамики частиц в гетерогенных потоках // Материалы XVII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС’2011), 25–31 мая 2011г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ–ПРИНТ. — 2011. — С. 499–501.
339. Винников В. В., Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Методы моделирования столкновительной динамики частиц в гетерогенных потоках // Проблемы газодинамики и тепломассобмена в новых энергетических технологиях: Тезисы докладов XVIII Школы–семинара молодых учёных и специалистов под руководством акад. РАН А.И. Леонтьева (23–27 мая 2011 г., Звенигород). — М.: Издательский дом МЭИ. — 2011. — С. 121–122.
340. Vinnikov V. V., Reviznikov D. L., **Sposobin A. V.** Performance Optimization in Direct Numerical Simulation of Collisional Particle Dynamics in Heterogeneous Flows // Proceedings of the XXXIX Summer School–Conference Advanced problems in mechanics apm2011, St. Petersburg (Repino), July 1–5, 2011. — St. Petersburg, IPME RAS. — 2011. — P. 508–512.
341. Винников В. В., Ершова Т. В., Михатулин Д. С., Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Интенсификация теплообмена вследствие взаимодействия дисперсной фазы с преградой в сверхзвуковом гетерогенном потоке // Труды пятой Российской национальной конференции по теплообмену, 25–29 октября 2010 г., Москва. — М.: Издательский дом МЭИ. — 2010. — Т. 5. — С. 149–152.
342. Винников В. В., Домбровский Л. А., Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Моделирование радиационного теплопереноса в задаче обтекания преграды

сверхзвуковым гетерогенным потоком // Труды пятой Российской национальной конференции по теплообмену, 25–29 октября 2010 г., Москва. — М.: Издательский дом МЭИ. — 2010. — Т.6. — С. 198–201.

343. Винников В. В., Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Сравнение точного и статистического подходов к численному моделированию столкновительной динамики дисперсной фазы в гетерогенных потоках // Материалы VIII Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях NPNJ2010, 25–31 мая 2010 г., Алушта. — М: Изд-во МАИ–ПРИНТ. — 2010. — С. 102–105.

344. Винников В. В., Домбровский Л. А., Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Расчет радиационного теплового потока к поверхности преграды, обтекаемой гетерогенной струей // Материалы VIII Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях NPNJ2010, 25–31 мая 2010 г., Алушта. — М: Изд-во МАИ–ПРИНТ. — 2010. — С. 98–101.

345. Ershova T. V., Mikhatulin D. S., Reviznikov D. L., **Sposobin A. V.**, Vinnikov V. V. Numerical Simulation of Heterogenous Flows and Heat–Mass Transfer in Complex Domains on Rectangular Grids // Proceedings of 14th International Heat Transfer Conference (IHTC–14), August 8–13, 2010, Washington DC, USA, paper 22380.

346. Винников В. В., Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Программно-алгоритмический комплекс для моделирования гетерогенных течений в сложных областях // Материалы XVI международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам, ВМСППС' 2009, Алушта. — М: Изд-во МАИ–ПРИНТ. — 2009. — С. 174 – 177.

347. Ershova T. V., Mikhatulin D. S., Reviznikov D. L., **Sposobin A. V.**, Vinnikov V. V. Numerical simulation of interaction of a dusty flow with an obstacle // Proceedings of International Symposium on Convective Heat and Mass Transfer in Sustainable Energy, April 26 – May 1, 2009, Tunisia. — Begell House, Inc. Redding, CT, USA. — 2009. — CD-ROM (ISBN: 987–1–56700–261–4).

348. Винников В. В., Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Численное моделирование теплоэрозионного воздействия сверхзвукового запыленного потока на обтекаемое тело // Материалы VII Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2008), 24–31 мая 2008 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ. — 2008. — С. 110–111.

349. Ershova T. V., Mikhatulin D. S., Reviznikov D. L., **Sposobin A. V.**, Vinnikov V. V. Numerical Simulation of Heat Transfer and Thermo–Erosion Destruction of a Blunt Body in a Supersonic Dusty Flow // Proceedings of CHT–08 ICHMT International Symposium on Advances in Computational Heat Transfer, May 11–16, 2008, Marrakech, Morocco, CHT–08–222, 16 p.

350. Винников В. В., Ершова Т. В., Михатулин Д. С., Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Численное моделирование процессов тепломассообмена при обтекании тел сверхзвуковым запыленным потоком // VI Минский международный форум по тепло– и массообмену. 19–23 мая 2008 г. Минск.: ГНУ «ИТМО им. А.В.Лыкова» НАНБ. — 2008. — CD-ROM (ISBN 978-985-6456-60-5) — 11 с.

351. **Способин А. В.** Комплекс программ для моделирования двухфазных течений на основе дискретно–элементного подхода // Материалы XV международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС 2007), 25–31 мая, Алушта. — М.: Вузовская книга. — 2007. — С.464–466.

352. Винников В. В., Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Применение метода погруженной границы с фиктивными ячейками для численного моделирования двухфазных течений // Материалы XV международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС 2007), 25–31 мая, Алушта. — М.: Вузовская книга. — 2007. — С. 119–120.

353. Михатулин Д. С., Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Численное моделирование воздействия полидисперсной примеси на поверхность цилиндра при поперечном обтекании сверхзвуковым гетерогенным потоком // Труды XVI Школы–семинара молодых ученых и специалистов под

руководством академика РАН А.И. Леонтьева «Проблемы газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках», 21–25 мая 2007 г., Санкт-Петербург. В 2-х томах. — М.: Издательский дом МЭИ. — 2007. — Т. 1. — С. 230–232.

354. Винников В. В., Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Метод погруженной границы для моделирования течений и тепломассообмена в сложных геометрических областях // Труды XVI Школы–семинара молодых ученых и специалистов под руководством академика РАН А.И. Леонтьева «Проблемы газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках», 21–25 мая 2007 г., Санкт–Петербург. В 2-х томах. — М.: Издательский дом МЭИ. — 2007. — Т. 2. — С. 94–97.

355. Ershova T. V., Mikhatulin D. S., Reviznikov D. L., **Sposobin A. V.** Modeling of Thermo–Erosion Destruction of Materials in Supersonic Heterogeneous Flows // Proceedings of 13–th International Heat Transfer Conference. Sydney, Australia. August 13–18, 2006. — 11 p. — On CD.

356. Михатулин Д. С., Ревизников Д. Л., **Способин А. В.**, Шехтер Ю. Л. Особенности теплоэрозионного разрушения материалов в сверхзвуковом полидисперсном потоке // Материалы IV Российской национальной конференции по теплообмену. Москва, Россия, 23–27 октября 2006 г. — М.: Издательский дом МЭИ. — 2006. — Т. 6. — С. 87–90.

357. Михатулин Д. С., Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Разрушение теплозащитных материалов в сверхзвуковых гетерогенных потоках // Тезисы докладов на V международном аэрокосмическом конгрессе IAC’06 – Москва, Россия. – 27–31 августа 2006 г. — С. 49.

358. Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Моделирование воздействия дисперсной фазы на обтекаемое тело в сверхзвуковом запыленном потоке // Материалы VI международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ–2006) – Санкт–Петербург, Россия, 26 июня – 1 июля 2006 г. — М.: Вузовская книга. — 2006. — С. 277–278.

359. Михатулин Д. С., Ревизников Д. Л., **Способин А. В.** Математическое моделирование разрушения материалов в сверхзвуковых полидисперсных потоках // Материалы XIV Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС–2005) – Алушта, Крым, 25–31 мая 2005 г. — М.: Вузовская книга. — 2005. — С. 329–330.

Зарегистрированные объекты интеллектуальной собственности. Программы для ЭВМ

360. **Способин А. В.** Программа расчёта сверхзвукового обтекания затупленных тел на основе бессеточного алгоритма // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № RU 2022661629. — Роспатент. — 2022.
361. **Способин А. В.** Программа численного моделирования движения крупных частиц в сверхзвуковом ударном слое методом скользящих декартовых сеток // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № RU 2021669807. — Роспатент. — 2021.