

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ»  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)» МАИ**

---

*На правах рукописи*



**Чан Куанг Дык**

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ТОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК  
ДВИЖЕНИЯ ПАССАЖИРСКОГО САМОЛЁТА С  
ИЗМЕРИТЕЛЬНО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫМ КОМПЛЕКСОМ  
БАРОИНЕРЦИАЛЬНОГО ТИПА В РЕЖИМЕ ПОСАДКИ**

Специальность 05.07.09

«Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов»

**Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата технических наук**

Научный руководитель  
доктор технических наук,  
профессор Костюков В.М.

Москва –2016

## ОГЛАВЛЕНИЕ

### ВВЕДЕНИЕ

### ГЛАВА 1- СТРУКТУРА, АЛГОРИТМЫ И ТОЧНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗМЕРИТЕЛЬНО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ КОМПЛЕКСОВ САМОЛЕТА.....14

1.1. Измерительно-вычислительные комплексы пассажирского самолета .....14

1.2. Структура исследуемой системы автоматической посадки самолета .....17

1.2.1. Система воздушных сигналов.....17

1.2.2. Погрешности системы воздушных сигналов.....19

1.2.3. Схема бесплатформенных инерциальных навигационных систем самолета.....21

1.2.4. Погрешности бесплатформенных инерциальных навигационных систем самолета.....23

1.3. Совместная работа СВС и БИНС.....25

1.4. Требования к автономной автоматической посадке самолета .....26

1.5. Техническая постановка задачи решаемой в диссертации.....28

1.6. Математическая постановка задачи.....28

### ГЛАВА 2- ВЫБОР И ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМТРОВ МОДЕЛИ

### ТУРБУЛЕНТНОСТИ ОБТЕКАНИЯ САМОЛЕТА .....30

2.1. Численные методы моделирования внешнего обтекания воздушным потоком самолета.....30

2.1.1. Система уравнений для моделирования обтекания самолета.....31

2.1.2. Начальные условия и граничные условия.....33

2.1.3. Конечно-разностная аппроксимации системы уравнений.....35

2.1.4. Математическая модель геометрии исследовавшегося самолета.....37

2.1.5. Построение расчетных сеток.....39

2.1.6. Расчет аэродинамических коэффициентов сил и моментов самолета.....	41
2.1.7. Модели турбулентности.....	42
2.1.8. Порядок проведения вычислений с помощью использованного программного комплекса.....	44
2.2. Оценка точности результатов численного эксперимента.....	45
2.2.1. Влияние количества итераций на сходимость результатов расчетов аэродинамических характеристик ЛА.....	45
2.2.2. Влияние размера расчетной области на сходимость результатов расчетов аэродинамических характеристик ЛА.....	46
2.3. Выбор модели турбулентности обтекания самолета.....	47
2.4. Влияние близости экрана на аэродинамические характеристики самолета.....	56
2.4.1. Расчетные параметры .....	57
2.4.2. Влияние близости экрана на обтекание и аэродинамические характеристики самолета.....	58
2.5. Выводы.....	66

<b>ГЛАВА 3- РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРИЕМНИКА ВОЗДУШНОГО ДАВЛЕНИЯ.....</b>	<b>68</b>
3.1. Обзор характеристик и параметров приемника воздушного давления.....	69
3.2. Проверка достоверности разработанной модели турбулентности для оценки внутреннего распределения давления в канале ПВД.....	70
3.3. Разработка статической модели приемника воздушного давления.....	75
3.3.1. Исследование влияния компоновки самолета на обтекание самолета в предполагаемой области размещения ПВД.....	75
3.3.2. Место установки ПВД.....	78

3.3.3. Анализ вариантов характеристик ПВД и место размещения ПВД на корпусе самолета.....	80
3.4. Разработка динамической модели изменения давления в каналах измерения $p_{ст}$ ПВД.....	86
3.5. Выводы.....	94

## **ГЛАВА 4- ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ДВИЖЕНИЯ САМОЛЁТА В РЕЖИМЕ ПОСАДКИ С ПОМОЩЬЮ ИВК БАРОИНЕРЦИАЛЬНОГО ТИПА.....**

4.1 Используемые системы координат.....	95
4.2. Математическая модель движения самолета.....	97
4.2.1. Динамика полета .....	97
4.2.2. Динамика рулевых приводов органов управления самолета.....	104
4.2.3. Режим балансировки.....	105
4.2.4. Оптимальное управления самолетом при посадке.....	107
4.2.5. Система управления движением самолета.....	111
4.3. Математическая модель атмосферы.....	111
4.4. Моделирование работы инерциального блока системы измерения и погрешности инерциальной системы.....	114
4.4.1. Алгоритм работы ГИБ.....	116
4.4.2. Алгоритм работы БЦВМ БИНС.....	119
4.4.3. Алгоритм работы СВС.....	125
4.4.4. Алгоритм комплексной обработки измерений для оценки высоты полета.....	128
4.5. Результаты моделирования .....	132
4.5.1 Описание режима посадки самолета.....	133
4.5.2. Оценка точности движении по высоте в режиме посадки.....	134
4.6. Выводы.....	146

Заключение.....	147
Список использованных источников.....	149

## СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

БИНС – Бесплатформенная инерциальная навигационная система

БЦВМ – Бортовая цифровая вычислительная машина

ВПП – Взлетно-посадочная полоса

ДАП – Датчик аэрометрических параметров

ДЛУ – Датчик линейных ускорений

ДУС – Датчик угловых скоростей

ДФК – Дискретный фильтр Калмана

ЗСК – Земная нормальная система координат

ИВК – Измерительно-вычислительный комплекс

ИСК – Инерциальная система координат

ЛА – Летательный аппарат

ММ – Математическая модель

ПВД – Приемник воздушного давления

ПО – Программное обеспечение

ПСК – Приборная система координат

ПФ – Передаточная функция

РВ – Радиовысотомер

САУ – Система автоматического управления

СВС – Система воздушных сигналов

СК – Системы координат

СНС – Спутниковая навигационная система

ССК – Связанная система координат

## Введение

Обеспечение точности выдерживания траектории самолета в момент посадки является важнейшей задачей решаемой проектировщиками самолета. Для решения данной задачи, особенно на этапе первоначального проектирования необходимы математические модели динамики самолета и измерительно-управляющих процессов на борту.

Для автоматизированного и автоматического управления летательными аппаратами обычно необходимо получение информации о высоте и воздушной скорости полета, которые рассчитываются на основе информации о полном и статическом давлении, а также температуре набегающего воздушного потока [1-8]. Оценки высоты, скорости полета относительно воздушной среды производится на основании восприятия давлений в ПВД.

Проектирование измерительных вычислительных комплексов производится одновременно с проектированием летательных аппаратов. Это обуславливает отсутствие полных характеристик летательного аппарата, что затрудняет проектирование, так как отсутствуют точные математические модели, необходимые для оценки точности движения летательного аппарата, и в частности точности в момент касания взлетно-посадочной полосы.

Вопросы обеспечения точности движения летательных аппаратов были, есть и будут всегда. В настоящее время математические модели элементов ИВК, необходимые для описания измерительных процессов в системе воздушных сигналов, являются наименее теоретически разработанными. До настоящего времени проектирование приемника воздушного давления на предприятии производится как правило не по теоретическим моделям, а на основе экспериментальных продувок в аэродинамической трубе ЦАГИ, что затрудняет оценку точности движения

летательного аппарата и оптимизацию измерительных процессов из-за ограниченных данных о точности работы приемника воздушного давления, полученных экспериментальным путем.

Современное состояние вычислительной техники позволяет перейти к разработке модели измерительных процессов в системе воздушных сигналов путем решения прямой задачи описания движения летательного аппарата в воздушной среде уравнением Навье-Стокса.

В работе рассмотрен вопрос построения всего комплекса математических моделей подсистем, определяющих точность движения самолета с акцентом на теоретические модели взаимодействия самолета с воздушной средой, оценки точности измерительных процессов в приемнике воздушного давления (ПВД) системы воздушных сигналов (СВС), что является актуальным дополнением и в чем-то альтернативой (благодаря достигнутой мощности ЭВМ) высокочувствительной экспериментальной оценки точностных характеристик ПВД и СВС в целом.

**Целью диссертационной работы** является разработка моделей контура управления самолетом и их применение для оценки точности движения самолета с измерительно-вычислительным комплексом (ИВК) бароинерциального типа. При разработке математических моделей основное внимание обращено на модели взаимодействия самолета с воздушной средой для этапа посадки и разработки алгоритма коррекции ошибок ИВК.

Исходя из этого, в диссертации необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Обоснование выбора достоверной математической модели обтекания самолета в режиме посадки на основе сопоставления полученных расчетным путем аэродинамических характеристик самолета с частично доступными на этапе проектирования экспериментальными данными.

2. Разработка статических и динамических моделей процессов измерения статического давления атмосферы в ПВД.
3. Проведение анализа влияния параметров ПВД на погрешности измерения давления в СВС.
4. Проведение оптимизации размещения ПВД на корпусе самолета из условия минимизации погрешности измерения статического давления.
5. Анализ влияния различных алгоритмов коррекции погрешности измерения давления в СВС на точность функционирования контура «САМОЛЕТ- СВС-БИНС» при стабилизации программной траектории посадки.
6. Моделирование движения самолета в режиме посадки с измерительно-вычислительным комплексов бароинерциального типа.

**Методами исследования** в работе являются численное моделирование движения самолета в неинерциальной системе координат, моделирование обтекания самолета потоком вязкого газа на основе решения уравнений Навье-Стокса с использованием метода контрольного объема, методы статистического анализа экспериментальных данных, методы идентификации характеристик динамических процессов, методы оптимизации.

**Достоверность полученных научных положений, результатов и выводов, приведенных в диссертации,** гарантируется последовательным использованием при построении математического модели обтекания самолета основных уравнений механики сплошных сред, корректностью сопоставления экспериментальных и численных оценок характеристик обтекания самолета, согласованием отдельных результатов вычислительного эксперимента с данными независимых экспериментов.

**Научная новизна** диссертационной работ состоит в следующем:

1. Реализована программная модель взаимосвязи точности движения проектируемого самолета в режиме посадки с характеристиками воздушного потока, параметрами приемного тракта измерения статического давления в ПВД СВС (ИВК), параметрами БИНС и алгоритмом совместной обработки сигналов в ИВК минимального состава (БИНС и СВС).
2. Обоснован выбор наиболее достоверной из существующих модели турбулентности и оптимизированы её параметры для описания обтекания самолета методом сравнения расчетных и частично известных аэродинамических характеристик самолета, позволяющей оценить распределение давления по поверхности самолета.
3. Оптимизировано размещение ПВД на фюзеляже самолета.
4. Проведено исследование влияния параметров ПВД на точностные характеристики измерения высоты в СВС.
5. Реализован алгоритм оценки искажения статического давления атмосферы в ПВД и построена модель погрешности оценки статического давления атмосферы в СВС, учитывающая не только искажения в статике измерения, но и динамическое искажение оценки давления, что позволяет расчетным путем исследовать точность оценки статического давления атмосферы и, следовательно, точность измерения высоты полета самолета.

**Практическая значимость диссертационной работы.**

Предложена схема компенсации в вычислителе СВС искажения оценки высоты полета исходя из реализованных автором моделей. Результаты исследований, вошедшие в диссертацию, используются в учебном процессе МАИ и для расчета точностных характеристик ИВК самолета в НИР МАИ.

**Результатом работы** является создание расчетного алгоритма и программы оценки взаимосвязи точностных характеристик движения самолета с точностными характеристиками датчиков ИВК и алгоритмов обработки, основанной на использовании комплекса разработанных математических моделей.

**Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Формирование математической модели воздушного потока обтекания самолета на основе выбора и оптимизации параметров в компьютерной реализации решения уравнений Навье-Стокса.
2. Реализация компьютерного метода идентификации статических и динамических моделей ошибок измерительной системы на основе построенных моделей измеряемых процессов.
3. Реализация алгоритмов исследования влияния параметров измерительной системы на точностные характеристики движения самолета по высоте.
4. Комплекс имитационного моделирования, реализующий все вышеуказанные алгоритмы на языке C++.
5. Анализ точности движения самолета в режиме посадки с различным составом автономной измерительной системы самолета.

**Апробация основных результатов работы.** Основные положения и результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на Международных конференциях «Авиация и космонавтика-2014» (г. Москва, 2014г.), «Инновации в авиации и космонавтике» (г. Москва, 2015г.).

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 7 научных работ. Основное содержание диссертационного исследования отражено в 5 опубликованных статьях (из них 5 в рекомендованных ВАК РФ изданиях) и 2 тезисах докладов.

**Внедрение и реализация.** Основные результаты диссертационной работы внедрены в учебный процесс на кафедре «Приборы и измерительно-вычислительные комплексы» МАИ, что подтверждается соответствующим актом о внедрении.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Объем диссертации составляет 156 страницы. Работа включает 67 рисунков, 7 таблиц.

# ГЛАВА 1. СТРУКТУРА, АЛГОРИТМЫ И ТОЧНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗМЕРИТЕЛЬНО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ КОМПЛЕКСОВ САМОЛЕТА

## 1.1. Измерительно – вычислительные комплексы пассажирского самолета

Измерительно-вычислительные комплексы самолета определяется как совокупность функционально связанных устройств, обеспечивающих измерение, сбор, вычислительную обработку и распределение измерительной информации в системах управления производственными процессами и объектами [4,5].

Бортовые измерительно-вычислительные комплексы [4] служат для контроля параметров полета, работы силовых установок, различных бортовых систем и агрегатов, а также состояния окружающей атмосферы. В соответствии с этим назначением выделяют следующие группы авиационных приборов и систем:

- Пилотажно-навигационные приборы и системы;
- Приборы контроля работы силовой установки;
- Приборы контроля работы отдельных бортовых систем и агрегатов;
- Приборы контроля параметров окружающей атмосферы.

Международная корпорация авиационных радиоинженеров разработала серию документов на цифровые системы ARINC-700, которые имеют рекомендательный характер и охватывают практически все бортовое оборудование гражданских самолетов [9]. Главной целью этих документов была стандартизация габаритных и присоединительных размеров, входных и выходных электрических сигналов и расписание их по соответствующим контактам штепсельных разъемов, реализуемых той или иной системой функций и условий их применения. Такая стандартизация позволила применять или заменять при отказе одноименные системы любой фирмы и

в любом аэропорту. Перечень таких документов постоянно пополняется, а сами документы совершенствуются [9].

Следует также упомянуть ряд документов ARINC других серий, непосредственно связанных с серией 700: ARINC-424; ARINC-429; ARINC-600; ARINC-601; ARINC-604; ARINC-615; ARINC-624; ARINC-628; ARINC-629; ARINC-631; ARINC-633; ARINC-649; ARINC-651. На рис.1.1.представлена общая схема расположения приборов на борту самолета.

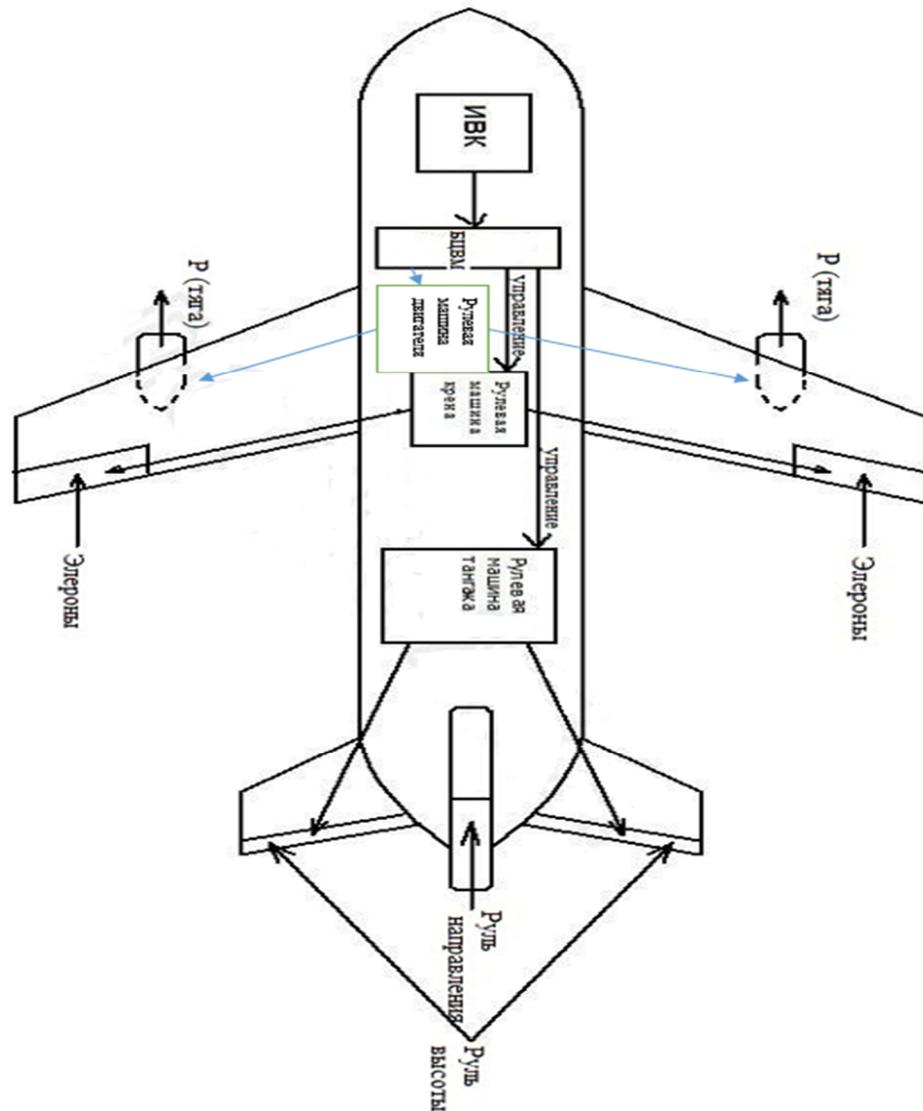


Рис.1.1. Схема расположения приборов системы управления на борту самолета

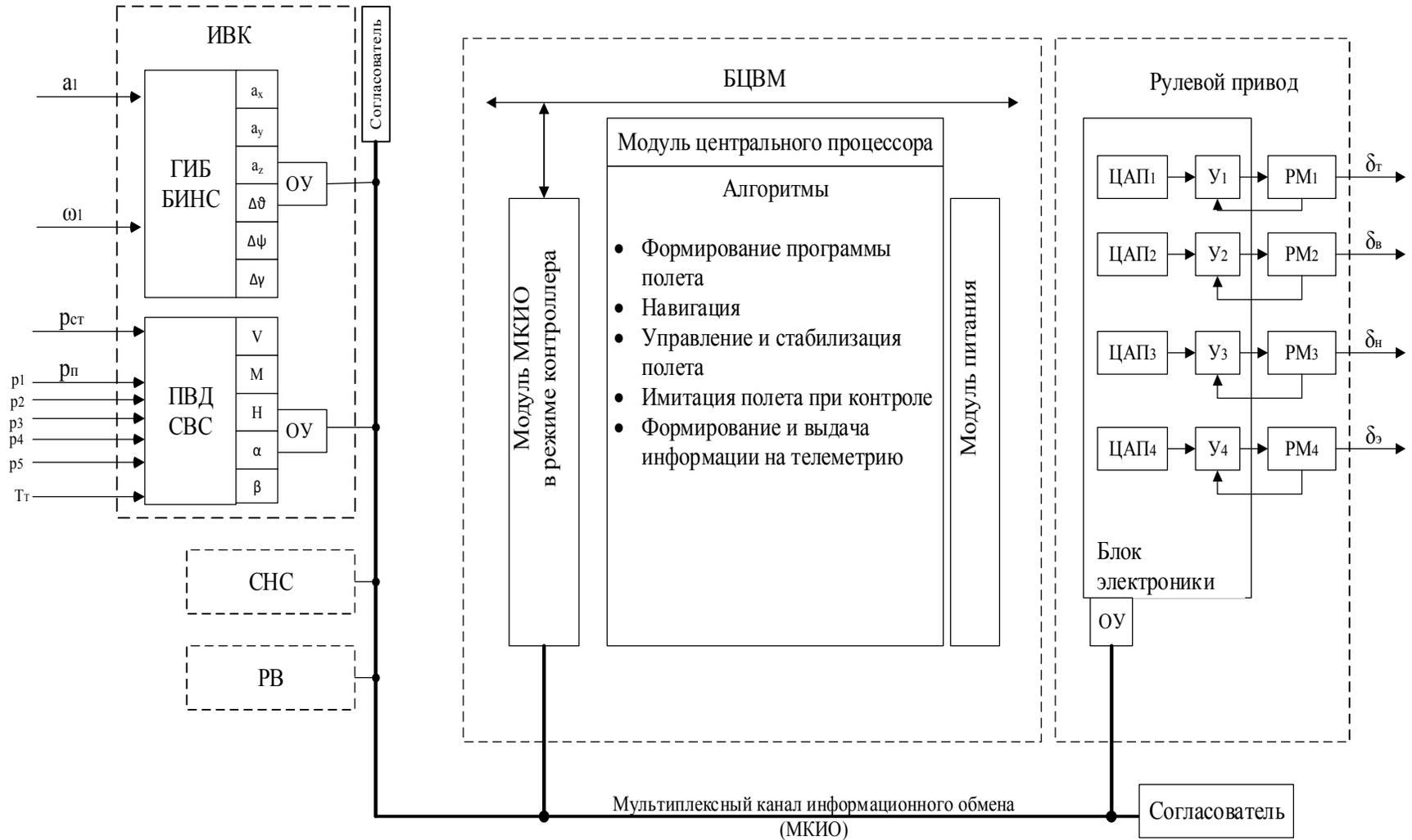


Рис.1.2. Базовый состав бортового оборудования самолета

где:  $a_1$  - вектор кажущегося ускорения самолета;  $\omega_1$  - вектор абсолютной угловой скорости самолета,  $p_{ст}$  - статическое давление,  $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5$  - давления в отверстиях сферической части носка ПВД для оценки в СВС  $\alpha, \beta$

## 1.2. Структура исследуемой системы автоматической посадки самолета

Реализация режима автоматической посадки будет допустима только в случае, когда система автоматической посадки удовлетворяет требуемому уровню точности.

Для обеспечения автоматической посадки обычно используют радиосистемы аэродрома, обеспечивающие движение по глиссаде (система посадки ILS или MLS [3]) и автономные системы самолета: бесплатформенную инерциальную навигационную систему, систему воздушных сигналов, радиовысотомер (РВ), и независимую от аэродрома спутниковую навигационную систему (СНС). В работе проведено исследование точностных характеристик движения самолета по условию постановки задачи имеющего только ИВК бароинерциального типа для целей возможного использования в автономной посадочной системе минимального состава ИВК (СВС+БИНС).

### 1.2.1. Система воздушных сигналов

Аэрометрический метод определения движения основан на измерениях определенных аэрометрических величин, построении уравнений связи определяемых параметров и измеряемых величин. Первичными измеряемыми величинами в СВС являются: статическое давление атмосферы  $p_{ст}$ , полное давление  $p_{п}$ , температура заторможенного потока воздуха  $T_T$  и углы потока  $\alpha$ ,  $\beta$ .

На рис.1.3 показана архитектура цифровой системы воздушных сигналов [2].

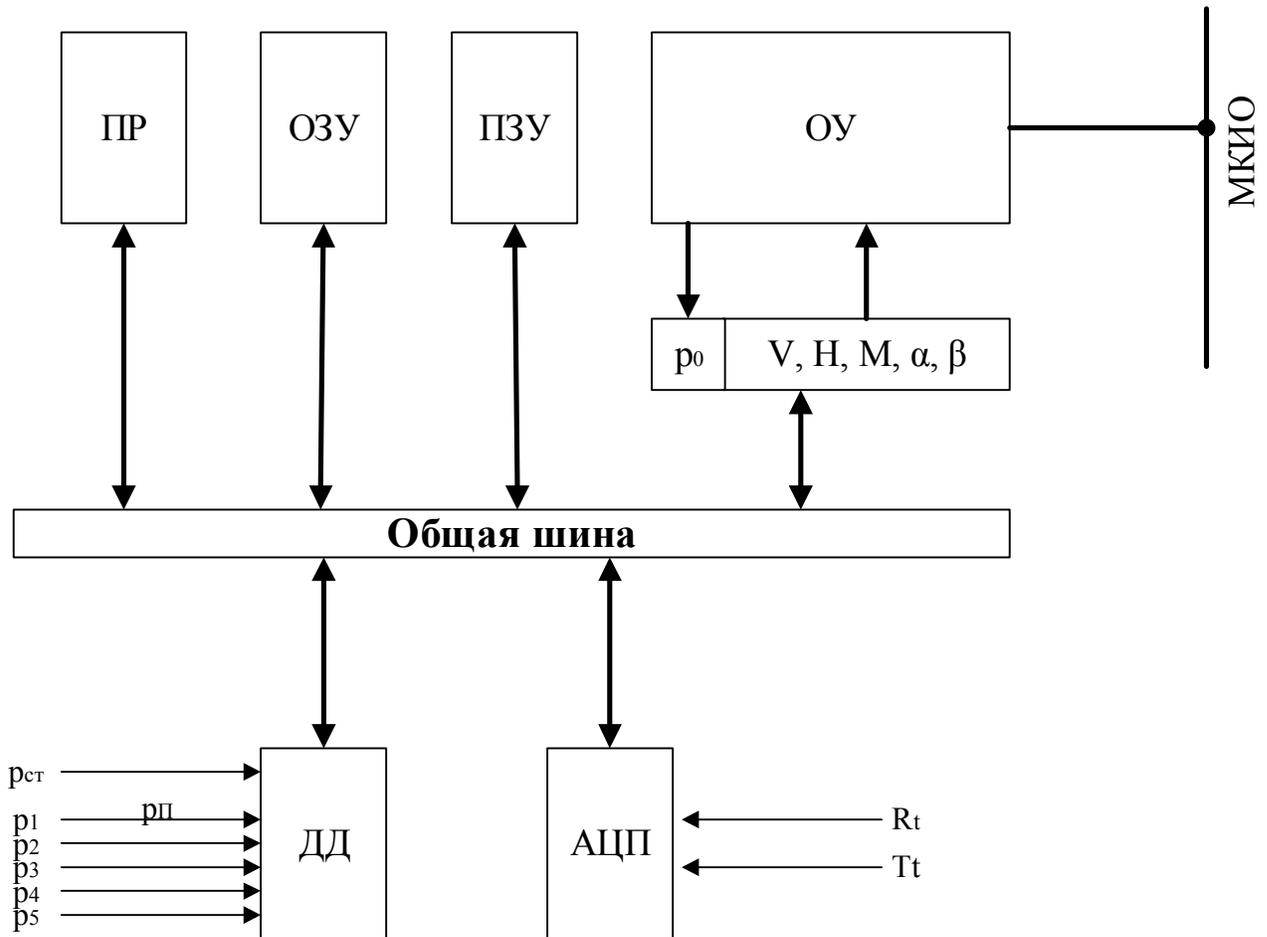


Рис 1.3. Архитектура цифровой системы воздушных сигналов [2]

ПР- процессор; ОЗУ- оперативное запоминающее устройство; ПЗУ- постоянное, запоминающее устройство; ОУ- окончное устройство; ДД-датчики давления; АЦП- аналого-цифровой преобразователь;  $p_{ст}$ - статическое давление атмосферы;  $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5$ - давления в отверстиях для измерения углов набегающего потока;  $T_t$  – температура торможения.

Для измерения углов набегающего потока все чаще используется приемник воздушного давления (ПВД) с некоторыми приемными отверстиями давления [10] (рис.1.4.а).

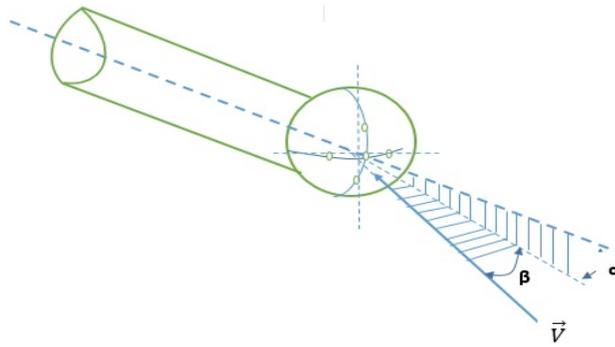


Рис.1.4.а. ПВД для измерения углов атаки и скольжения [10]

Приемник имеет сферическую воспринимающую часть и цилиндрическую часть: диаметр шара: 5 отверстий расположены под углом в  $45^{\circ}$ , диаметр отверстий  $d=5$  мм.

Давления  $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5$  в отверстиях сферического ПВД связаны с углом атаки  $\alpha$  и скольжения  $\beta$  зависимостями  $f(\alpha), f(\beta)$ . Результаты известного эксперимента [10] приведены на рисунке 1.4.б.

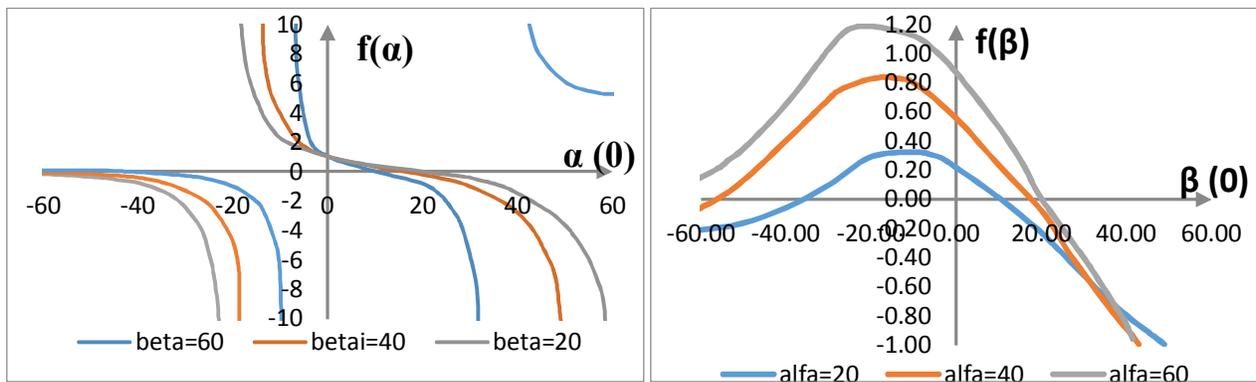


Рис.1.4.б. Зависимости  $f(\alpha) = \frac{p_1 - p_3}{p_1 - p_5}$ ,  $f(\beta) = \frac{p_1 - p_2}{p_1}$  [10]

### 1.2.2. Погрешности системы воздушных сигналов

Приемники воздушных давлений предназначены для восприятия текущих значений параметров воздушного потока, в частности статического и полного

давлений, и передачи информационных сигналов по пневмотрактам бортовым датчикам давлений [1,2,3, 11-23].

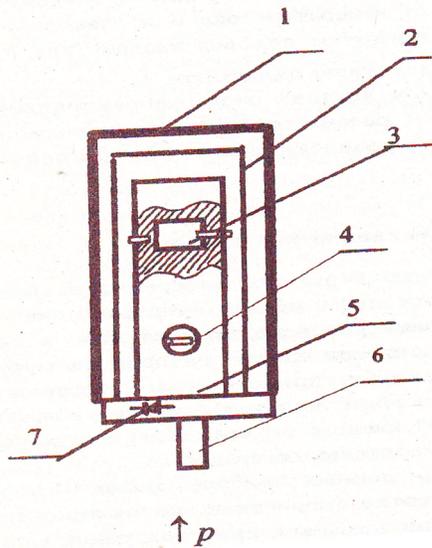
Метрологические характеристики ПВД определяются как геометрией собственно ПВД, так и местом размещения его на фюзеляже самолета.

В практике применяются пять типов датчиков давления [2]:

- с чувствительным элементом мембранного типа, выполненным из монокристаллического кремния, с тензометрическим преобразователем деформации чувствительного элемента в электрический сигнал (в СВС HG280-Honeywell, США).
- компенсационного типа с сильфонным чувствительным элементом и пьезопреобразователем механического усилия в электрический сигнал, типа 52 (применяется в системах воздушных сигналов тип 100 фирмы Crouzet, Франция).
- вибрационные датчики с чувствительным элементом типа тонкостенного цилиндра и электромагнитной системой возбуждения (российские датчики типа ДДГ, разработанные «Аэроприбор - Восход» и применяемые во всех типах цифровых систем воздушных сигналов; датчики подобного типа выпускаются в США, Германии, Китае).
- вибрационные датчики давления с тонкостенным цилиндром и магнитоэлектрической системой возбуждения колебаний (российские датчики давления типа БВБЧУ и ДДЧГ).
- вибрационные датчики давления с чувствительным элементом в виде тонкостенной вибрирующей мембраны (выпускается фирмой Sperry, США для применения в генераторах воздушных давлений).

В данной работе при анализе точностных характеристик СВС используется датчик типа ДДГ, так как датчики данного типа имеют высокую точность и стабильность характеристик, широко применяются во всех российских цифровых

системах измерения высотно-скоростных параметров. На рис.1.5 представлена схема модуля давления [2].



*Рис.1.5. Конструктивная схема модуля давления датчика ДДГ [2]*  
 1-корпус, 2-цилиндрический резонатор, 3-узел электромагнита, 4-полюсный наконечник электромагнита, 5- узел электромагнитной системы возбуждения и съема колебаний ЦР, 6- штуцер подачи измеряемого давления, 7- термочувствительный элемент

### **1.2.3. Схема бесплатформенных инерциальных навигационных систем самолета**

Моделирование движения самолета после отрыва от ВПП легче всего производить в абсолютном (инерциальном) пространстве, в котором наиболее просто описываются перемещения и взаимосвязи углового и линейного перемещения самолета с помощью уравнений связывающих ускорения (кажущиеся) и угловые скорости в связанной системе координат с координатами инерциальной (базовой системы координат) движущейся в абсолютном пространстве с линейной скоростью, обусловленной вращением Земли в точке отрыва от ВПП.

Навигационная задача в бесплатформенной системы [24-31] управления сводится к совместному решению в БЦВМ системы дифференциальных уравнений [27]:

$$\ddot{X} = C\ddot{X}_1;$$

$$\dot{C} = -C\Omega;$$

где  $\ddot{X}, \ddot{X}_1$  - матрицы-столбцы, составленные из проекций вектора кажущегося ускорения на оси инерциальной и связанной с объектом системы координат;  
 $\Omega$  - кососимметричная матрица, составленная из проекций вектора угловой скорости на оси ССК; С-матрица направляющих косинусов (МНК), характеризующая угловое положение связанной системы координат (ССК) относительно инерциальной (базовой системе координат - БСК).

Для навигации самолетов относительно поверхности земли уравнения должны описывать движение в неинерциальной навигационной системе координат. Общая схема работа БИНС в этом случае имеет вид рис.1.6 [32].



Рис.1.6. Общая схема работы БИНС[32]

## **Начальная выставка систем**

Для обеспечения правильного функционирования БИНС в режиме навигации система должна пройти этап подготовки, называемый этапом начальной выставки [27]. На этом этапе, наряду с определением правильности ее функционирования, решаются следующие две основные задачи: 1) определение начальных значений скорости и координат местоположения ЛА и 2) определение ориентации измерительных осей акселерометров и гироскопов, заключающееся в определении начального значения матрицы направляющих косинусов, характеризующей взаимную ориентацию координатного трехгранника, связанного с блоком измерительных элементов БИНС, и системы координат, принятой за базовую. Эта информация должна быть введена в БИНС в качестве начальных условий для решения основных уравнений инерциальной навигации и уравнений, определяющих алгоритм решения задачи пространственной ориентации.

### **1.2.4. Погрешности бесплатформенных инерциальных навигационных систем самолета**

Большинство современных высокоточных датчиков линейных ускорений и угловых скоростей имеет выходную информацию в интегральном виде, т.е. они фактически являются датчиками приращений линейной скорости и углов вращения ЛА [27].

В соответствии с принятым приборным составом БИНС основными инструментальными погрешностями являются [27]:

в ДЛУ: отклонение масштабных коэффициентов от их номинальных значений; дрейф нулевых сигналов; погрешности привязки осей чувствительности измерителей к базовым плоскостям объекта; погрешности квантования измерителей информации; нестабильность частоты источника питания;

в ДУС: уходы, не зависящие от ускорений; уходы, пропорциональные ускорениям; отклонения масштабных коэффициентов от их номинальных значений; погрешности привязки осей чувствительности измерителей к базовым плоскостям объекта.

в системе начального ориентирования: ошибки начальной выставки блока измерителей в плоскости местного горизонта; ошибки начальной выставки блока измерителей в азимуте.

В таблице 1.1 [27] представлены ориентировочные точностные характеристики отечественных гироскопических датчиков различных технологий, используемых в системах навигации, ориентации, стабилизации и управления самолетом.

*Таблица 1.1*

<b>Тип гироскопа</b>	<b>Точность, град/ч</b>	<b>Разработчик</b>
Гироскоп с шарикоподшипниковыми опорами	$10^{-1} \dots 10^2$	РПКБ, ОКБ «Темп-Авиа», НИИПМ, ЦНИИ «Дельфин»
Гироскоп с электростатическим подвесом	$10^{-6} \dots 10^{-4}$	ЦНИИ «Электроприбор», НИИКП
Гироскоп с магнитным подвесом	$10^{-4} \dots 10^{-3}$	ЦНИИ «Электроприбор», НИИАП
Поплавковый гироскоп	$5 \cdot 10^{-3} \dots 10^{-2}$	НИИПМ, РПКБ, МИЭА, ЦНИИ «Дельфин», НПО электромеханики
Гироскоп с воздушным подвесом оси прецессии	$10^{-3} \dots 10^{-1}$	НИИКП
Динамически настраиваемый гироскоп	$5 \cdot 10^{-3} \dots 10^{-1}$	РПКБ, НИИПМ, ЦНИИ «Дельфин»
Твердотельный волновой гироскоп	$5 \cdot 10^{-6} \dots 10^{-2}$	РПКБ
Кольцевой лазерный гироскоп	$10^{-3} \dots 10^{-1}$	НИИ «Полюс», НИИПМ, МИЭА, НТЦ «Навигатор»

Волоконно-оптический гироскоп	$10^{-3} \dots 10^2$	ПНППК, НПО «Корпус», НТК «Физоптика», НПК «Оптолинк»
Микромеханический гироскоп	$10^{-1} \dots 10^1$	ЗАО «Гирооптика», РПКБ

В рис.1.7 показана точность гироскопов, построенных на различных физических принципах.

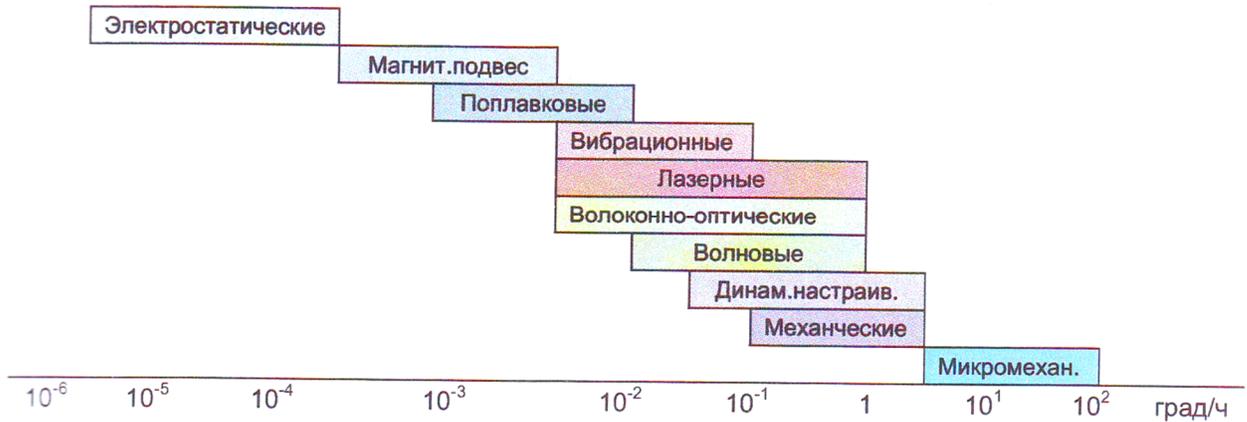


Рис.1.7.Точность гироскопов, построенных на различных физических принципах

В данной работе в БИНС предложено использовать гироскоп кольцевой лазерный (точность в интервале  $10^{-3} \dots 10^{-1}$  и акселерометр маятникового типа).

Параметры датчиков, исходные для моделирования модуля измерений, приведены в главе 4.

### 1.3. Совместная работа СВС и БИНС

Для обеспечения автоматической посадки самолета обычно используют радиосистемы аэродрома, обеспечивающие движение по глиссаде (система посадки ILS или MLS) и автономные системы самолета: бесплатформенную инерциальную навигационную систему, систему воздушных сигналов, радиовысотометр, и независимую от аэродрома спутниковую навигационную систему. В работе

проведено исследование точностных характеристик движения самолета с ИВК бароинерциального типа для целей возможного использования в автономной посадочной системе минимального состава ИВК (СВС - БИНС).

В работе проводится анализ точности движения самолета при совместной работе СВС и БИНС с алгоритмом, реализуемым в форме фильтра [33]:

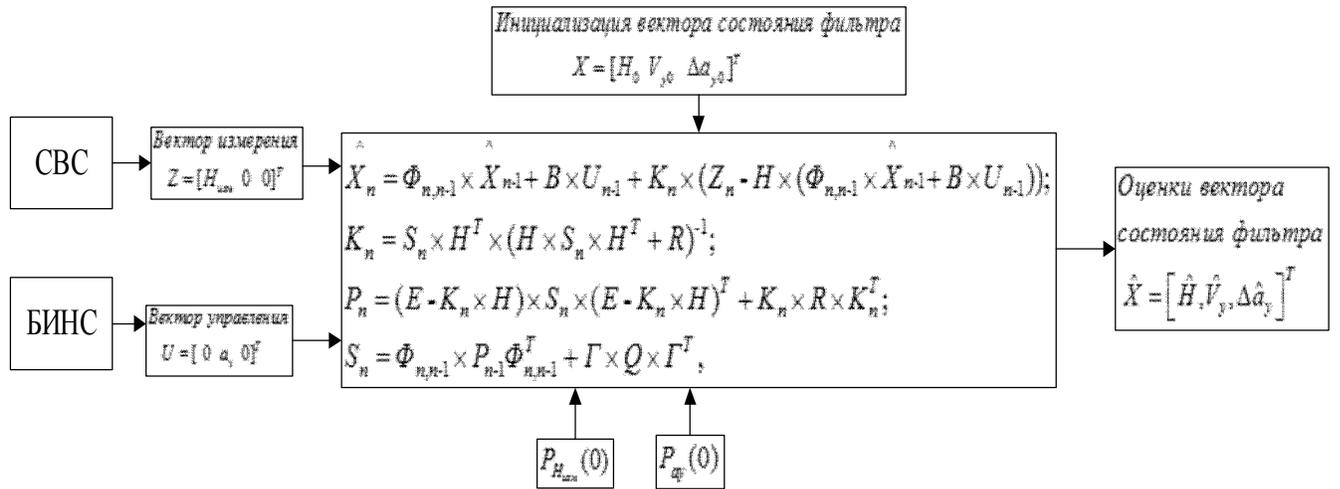


Рис.1.8. Функциональная схема рассмотренного бароинерциального ИВК

#### 1.4. Требования к автономной автоматической посадке самолета

Посадка является завершающим этапом полёта и представляет собой снижение с высоты маршрута, выравнивание, касание ВПП и до полной остановки.

В настоящее время к посадке предъявляются наиболее жесткие требования, обусловленные нарастанием интенсивности полетов, освоением пониженных минимумов, расширением сети аэродромов, включая высокогорные и с ограниченной длиной ВПП, возрастанием полетной массы самолета, воздействием факторов в неблагоприятном сочетании и т. д.

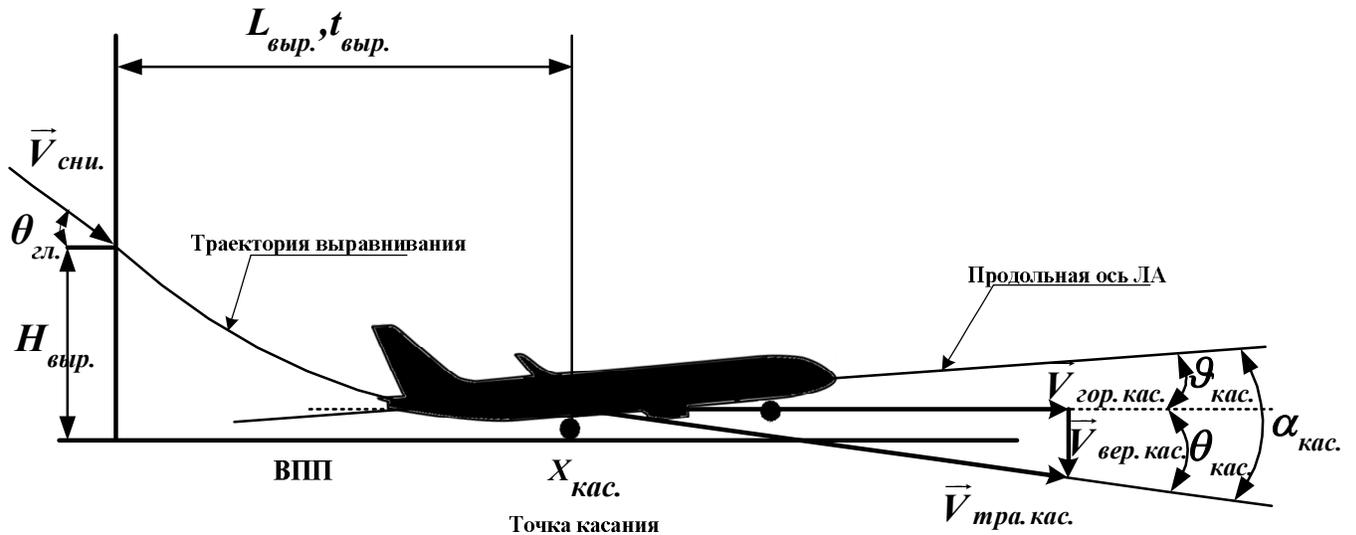


Рис.1.9. Касание ВПП самолетом

$X_{кас.}$  - точка касания;  $V_{вер.кас.}$  - скорость снижения при касании (вертикальная скорость);  $V_{тра.кас.}$  - траекторная скорость;  $V_{гор.кас.}$  - горизонтальная скорость;  $\vartheta_{кас.}$  - угол тангажа;  $\alpha_{кас.}$  - угол атаки;  $\theta_{кас.}$  - угол наклона траектории;  $H_{выр.}$  - высота начала выравнивания;  $\theta_{гл.}$  - углом наклона траектории на глиссаде;  $V_{сни.}$  - скорость по глиссаде;  $L_{выр.}$  - пролет в выравнивании;  $t_{выр.}$  - время выравнивания.

На процесс посадки накладываются достаточно жесткие ограничения, в особенности на его завершающий этап – касание ВПП.

В момент касания ВПП самолет не должен выходить за существующие ограничения по безопасности соприкосновения с полосой аэродрома. Ниже приведен пример таких ограничений:

1. Вертикальная скорость:  $-0.6 \text{ м/с} < V_{вер.кас.} < 0$  ;
2. Угол тангажа:  $0 < \vartheta_{кас.} < 12, \text{град}$  ;
3. Угол атаки:  $\alpha_{кас.} < 11, \text{град}$  ;

4. Положение руля высоты:  $-20 < \delta_g < +20$ , град.
5. Пролет над полосой:  $200 \text{ м} < X_{\text{кас.}} < 600 \text{ м}$

### **1.5. Техническая постановка задачи решаемой в диссертации**

Разработать и реализовать программную модель взаимосвязи точности движения проектируемого самолета в режиме посадки с характеристиками воздушного потока, параметрами приемного тракта измерения статического давления в ПВД СВС (ИВК), параметрами БИНС (средней точности) и алгоритмом совместной обработки сигналов в ИВК минимального состава (БИНС + СВС).

### **1.6. Математическая постановка задачи**

Для реализации поставленной технической задачи в данной работе решаются следующие математические задачи:

1. Разработка достоверной математической модели обтекания самолета в режиме посадки на основе сопоставления полученных расчетных аэродинамических характеристик самолета с частично доступными на этапе проектирования экспериментальными данными.

2. Разработка статических и динамических моделей процессов в ПВД.

3. Проведение анализа влияния параметров ПВД на его погрешности измерения давления.

4. Проведение оптимизации размещения ПВД на корпусе самолета.

5. Разработка алгоритма коррекции статических и динамических искажений ПВД СВС.

6. Анализ влияния различных алгоритмов коррекции измерения давления в СВС на точность функционирования контура стабилизации программной траектории: САМОЛЕТ- СВС-БИНС.

7. Моделирование движения самолета в режиме посадки с ИВК бароинерциального типа.

В соответствии с поставленными задачами в главе 2 изложен выбор модели турбулентности воздушным потоком пассажирского самолета с помощью программного комплекса ANSYS FLUENT (лицензия № 00632255) на основе сопоставления с доступными экспериментальными данными.

В главе 3 разработаны алгоритм и реализация численного решения задачи нахождения наиболее целесообразных областей размещения ПВД, расчета погрешностей в статическом режиме полета в зависимости от углов атаки и скольжения, скорости и т.д. А также разработана наиболее эффективная по точности модель динамики измерения статического давления  $p_{ст}$  в СВС.

В главе 4 рассмотрена задача оценки точности движения самолета по высоте в режиме посадки с высоты  $H=100\text{м}$  до касания ВПП по измерениям и алгоритму ИВК бароинерциального типа. Проведен анализ влияния параметров ПВД и алгоритмов коррекции на итоговую точность работы посадочного автономного контура управления. Решение данной задачи проведено на основе комплексного математического моделирования контура «САМОЛЕТ – СРЕДА - ИВК».

## **ГЛАВА 2. ВЫБОР И ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ОБТЕКАНИЯ САМОЛЕТА**

Целью данной главы является нахождение модели турбулентности обтекания воздушным потоком пассажирского самолета с помощью программного комплекса ANSYS FLUENT. Полученные результаты позволяют применить данную модель обтекания для оптимизации приемника воздушного давления.

### **2.1. Численные методы моделирования внешнего обтекания воздушным потоком самолета**

В настоящее время для выполнения расчетов параметров течения и аэродинамических характеристик самолета используется универсальная программа ANSYS FLUENT [34-38]. Программа ANSYS FLUENT позволяет вычислять аэродинамические силы и моменты, а также расчет распределения давления и скоростей по самолету. Однако практическое использование пакета FLUENT связано с целым рядом проблем: построение расчетной сетки, выбор численного метода, назначение краевых условий, выбор модели турбулентности и т. д.

Кроме того, программа ANSYS FLUENT имеет естественные ограничения при использовании [39,40]. Так, например, область применения моделей турбулентности ограничена, программа не позволяет моделировать обтекание в области ламинарно-турбулентного перехода и т.д. Анализ результатов тестирования моделей турбулентности [39] показал, что наиболее удачными как следствие и популярными являются всего 4-5 таких моделей [34,35]. Но даже для этих моделей, результаты расчетов имеют большой разброс, т.е. большие погрешности в оценках потока.

В этой главе рассмотрено обоснование модели структуры и параметров обтекания воздушным потоком пассажирского самолета с помощью программного комплекса ANSYS FLUENT (лицензия 00632255) на основе сопоставления расчетных по моделям и экспериментальных аэродинамических характеристик самолета.

### 2.1.1. Система уравнений для моделирования обтекания самолета.

Основные уравнения для описания обтекания самолета являются известными и развитыми. Однако решение задачи моделирования обтекания самолета невозможно аналитическим методом. В настоящее время большое внимание уделяется численным методам решения. Результатом численного решения являются значения аэродинамических коэффициентов и моментов, а также распределение давления, скорости и давления на поверхности самолета.

В работе предполагается, что обтекание самолета является турбулентным. Поэтому при решении уравнений, описывающих обтекание самолета, используется метод контрольных объемов [35], и для анализа параметров течения используются осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса [35].

Осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса [35]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \bar{Q} \cdot dV + \oint_S (\bar{F} - \bar{F}_v) \cdot \vec{n} \cdot dS = 0, \quad (2.1)$$

где:  $V$  – контрольный объем;  $S$  – площадь контрольного объема;

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{bmatrix}, \bar{F} = \begin{bmatrix} \rho \vec{V} \\ \rho u \vec{V} + p \vec{i} \\ \rho v \vec{V} + p \vec{j} \\ \rho w \vec{V} + p \vec{k} \\ \rho H \vec{V} \end{bmatrix}, \bar{F}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \vec{i} + \tau_{xy} \vec{j} + \tau_{xz} \vec{k} \\ \tau_{yx} \vec{i} + \tau_{yy} \vec{j} + \tau_{yz} \vec{k} \\ \tau_{zx} \vec{i} + \tau_{zy} \vec{j} + \tau_{zz} \vec{k} \\ f_1 \vec{i} + f_2 \vec{j} + f_3 \vec{k} \end{bmatrix}, \quad (2.2)$$

здесь:

$$\begin{aligned} f_1 &= u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} - q_x \\ f_2 &= u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} - q_y \\ f_3 &= u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\tau_{zz} - q_z \end{aligned}$$

В уравнении (2.2)  $\vec{V}$  – вектор скорости осредненного потока;  $u, v, w$  – составляющие вектора скорости  $\vec{V}$ ;  $u', v', w'$  – составляющие вектора пульсационной скорости;  $p$  – статическое давление;  $\rho$  – плотность воздуха;  $e$  – полная энергия;  $H$  – полная энтальпия;  $\tau_{ij}$  – тензор напряжений. Согласно гипотезы Стокса, выражения для напряжений:

$$\tau_{ij} = \mu \left( 2S_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) - \overline{\rho u'_i u'_j} \quad , \quad (2.3)$$

здесь  $\delta_{ij}, S_{ij}$ : оператор Кронекера и тензор скоростей деформаций

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{For } i = j \\ 0, & \text{For } i \neq j \end{cases} \quad , \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad . \quad (2.4)$$

$-\overline{\rho u'_i u'_j}$  – тензор напряжения Рейнольдса

$\mu$  – коэффициент динамической вязкости [19]:

$$\mu = \mu_0 \left( \frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \frac{T_0 + T_s}{T + T_s} \quad . \quad (2.5)$$

Для воздуха  $\mu_0 = 1.72 \times 10^{-5}$  Н.с/м<sup>2</sup>,  $T_s = 122$  К при  $T_0 = 273$  К.

Тепловой поток  $q_i$ :

$$q_i = -K \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (2.6)$$

Коэффициент теплопередачи:

$$K = \frac{C_p \cdot \mu}{Pr} \quad . \quad (2.7)$$

Уравнение состояния совершенного газа:

$$p = \rho RT \quad (2.8)$$

Полная энергия и энтальпия:

$$e = \frac{p}{(\gamma - 1)} + \frac{1}{2} \left( |\vec{V}|^2 \right), H = e + p / \rho \quad (2.9)$$

Выберем характерные параметры на бесконечности:  $\rho_\infty, T_\infty$ , размах крыла самолета  $L$  и другие характерные параметры:

$$U_\infty = \sqrt{\rho_\infty R T_\infty}, \quad p_\infty = \rho_\infty U_\infty^2, \quad t_\infty = L / U_\infty, \quad \mu_\infty = \mu(T_\infty).$$

Система уравнений (2.1) записана в безразмерном виде так:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \bar{Q} \cdot dV + \oint_S \left( \bar{F} - \frac{1}{\text{Re}_\infty} \bar{F}_v \right) \cdot \vec{n} \cdot dS = 0. \quad (2.10)$$

где:  $\text{Re}_\infty = \frac{\rho_\infty U_\infty L}{\mu_\infty}$  – число Рейнольдса.

Формула Сатерленда и уравнение состояния в безразмерном виде:

$$\mu = \frac{\mu_0}{\mu_\infty} \left( \frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \frac{T_0 + T_s}{T + T_s}, \quad (2.11)$$

$$\gamma p = \rho T \quad (2.12)$$

### 2.1.2. Начальные условия и граничные условия

В данной работе начальные параметры во всех точках плоскости  $t_0 = \text{const}$  принимаются значения параметров невозмущенного потока.

На границах расчетной области задаются следующие условия.

1. Условие на границе «вход».

В данной работе рассмотрено обтекания пассажирского самолета, поэтому поток является дозвуковым. Поток в границе «вход» является слабо возмущенным.

Параметры потока до этой границы (“in”) и за ней (“out”) на самой границе связаны соотношениями:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{\infty}^n - \frac{2a_{\infty}}{\gamma - 1} = v_{out}^n - \frac{2a_{out}}{\gamma - 1} \\ v_{in}^n + \frac{2a_{in}}{\gamma - 1} = v_{out}^n + \frac{2a_{out}}{\gamma - 1} \\ \frac{p_{out}}{(\rho_{out})^{\gamma}} = \frac{p_{\infty}}{(\rho_{\infty})^{\gamma}} \\ a_{out} = \sqrt{\gamma \frac{p_{out}}{\rho_{out}}} \end{array} \right. , \quad (2.13)$$

Составляющие скоростей потока и скорости звука в области за входной границей:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{out}^n = \frac{(v_{in}^n + v_{\infty}^n)}{2} - \frac{1}{\gamma - 1} (a_{\infty} - a_{in}) \\ a_{out} = \frac{\gamma - 1}{4} (v_{in}^n - v_{\infty}^n) + \frac{(a_{\infty} + a_{in})}{2} \end{array} \right. , \quad (2.14)$$

Давление и плотность в области за входной границей:

$$\left\{ \begin{array}{l} p_{out} = \rho_{out} \frac{(a_{out})^2}{\gamma} \\ \rho_{out} = \left[ p_{\infty} \frac{\gamma}{(a_{out})^2 (\rho_{\infty})^{\gamma}} \right]^{\frac{1}{1-\gamma}} \end{array} \right. . \quad (2.15)$$

Таким образом, в области за входной границей задают  $p_{out}, \rho_{out}, v_{out}^n$  для граничного условия. На границе «вход» задают полное давление, полную температуру и компоненты вектора скорости.

## 2. Условие на границе «выход»

Параметры потока на этой границе:

$$\begin{cases} p_{out} = p^* \\ v_{in}^n + \frac{2a_{in}}{\gamma-1} = v_{out}^n + \frac{2a_{out}}{\gamma-1} , \\ \frac{p_{out}}{(\rho_{out})^\gamma} = \frac{p_{in}}{(\rho_{in})^\gamma} \end{cases} \quad (2.16)$$

где:  $p^*$  - статическое давление на выходной границе.

Статическое давление  $p^*$  принимается одинаковым во всех ячейках, принадлежащих границе «выход».

$$\begin{cases} p_{out} = p^* \\ \rho_{out} = \rho_{in} \left( \frac{p^*}{\rho_{in}} \right)^{1/\gamma} \\ v_{out}^n = v_{in}^n + \frac{2a_{in}}{\gamma-1} \left[ 1 - \left( \frac{p^*}{\rho_{in}} \right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} \right] . \\ v_{out}^r = v_{in}^r \end{cases} \quad (2.17)$$

### 3. Условие на поверхности самолета

На поверхности тела задают условие прилипания: нормальная и касательная скорости на поверхности самолета равны нулю.

### 4. Условие на боковых границах расчетной области

На внешней «бесконечной» границе задают температуру, составляющие вектора скорости.

## 2.1.3. Конечно-разностная аппроксимация системы уравнений

Предположено, что течение контрольного объема однородное, перепишем систему уравнений (2.10) так:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{Q} \cdot V) + \sum_{k=1}^M \left( \bar{F} - \frac{1}{\text{Re}_\infty} \bar{F}_v \right)_k \cdot \bar{A}_k = 0 . \quad (2.18)$$

где:  $M$  - количество контрольных объемов;  $\left( \bar{F} - \frac{1}{\text{Re}_\infty} \bar{F}_v \right)_k$  - поток через поверхность;  $\bar{A}_k$  - вектор нормали к поверхности.

Выберем контрольный объем  $V$  и площадь  $S$ , например ячейку индексами  $i, j, k$  (рис. 2.1.).

Итерация по времени записана так:

$$\begin{cases} \bar{Q}_{i,j,k}^{n+1} = \bar{Q}_{i,j,k}^n + \frac{\Delta t}{V_{i,j,k}} H_{i,j,k}^n \\ H_{i,j,k}^n = (H_{i-1/2,j,k}^n - H_{i+1/2,j,k}^n) + (H_{i,j-1/2,k}^n - H_{i,j+1/2,k}^n) + (H_{i,j,k-1/2}^n - H_{i,j,k+1/2}^n) \end{cases}, \quad (2.19)$$

$$\text{где: } H_{i+1/2,j,k}^n = \left( \bar{F} - \frac{1}{\text{Re}_\infty} \bar{F}_v \right)_{i+1/2,j,k}^n \cdot \bar{A}_{i+1/2,j,k}^n .$$

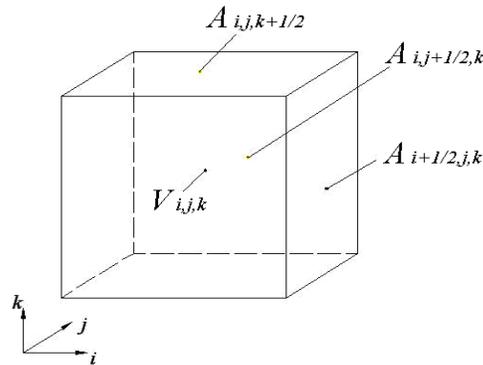


Рис.2.1. Ячейка контрольного объема

В центре каждой ячейки расчетной сетки сохраняются значения параметров воздуха. Для контрольного объема вычисляются параметры потока с помощью дискретных уравнений, построенных на основе использования явной наветренной схемы второго порядка точности.

Шаги решения системы уравнений (2.18):

1. Основываясь на текущем по времени решении, сначала обновлялось состояние среды. В начале счета обновление состояния среды производилось по исходным данным на границах счетной области.

2. Уравнения переноса количества движения решались в цикле. Для этого использовались текущие значения давления и массового расхода, найденные по обновленному полю скоростей.

3. После того, как на шаге 1 найдены компоненты вектора скорости, проверялось выполнение уравнения неразрывности. Коррекция величины давления осуществлялась с помощью решения уравнения Пуассона, полученного из уравнения неразрывности и линеаризованных уравнений моментов количества движения. Для того, чтобы это уравнение можно было решить, необходимо было скорректировать давление, поле скоростей и массовый расход так, чтобы удовлетворить уравнение неразрывности.

4. Чтобы использовать уравнения для таких скаляров, как турбулентность, энергия и т.д., предварительно обновлялись значения других переменных.

5. Затем проверялось, сошелся ли процесс решения, или нет.

#### **2.1.4. Математическая модель геометрии исследованного самолета**

В данной работе рассматривается обтекание двух объектов: модель фюзеляжа ЛЛ 6945 [41] и пассажирский самолет [42,43]. Аэродинамические характеристики объектов исследования рассчитаны при углах атаки  $\alpha = 0^{\circ} \dots 20^{\circ}$ , числах  $0,2 < M < 0,8$ , числах Рейнольдса  $7 \times 10^6 < Re < 28 \times 10^7$ . Течение в окрестности исследуемых моделей фюзеляжа ЛЛ 6945 и самолета предполагалось турбулентным.

Первый объект: фюзеляж ЛЛ 6945 (рис.2.2.). Модель фюзеляжа образована из двух частей, каждая из которых является телом вращения. Сопряжение обеих частей фюзеляжа произведено на расстоянии 63.4 % его длины от носа фюзеляжа

так, что оси вращения передней части и задней части фюзеляжа пересекаются под углом  $1.5^{\circ}$ . Переходная часть контура фюзеляжа от передней части к хвостовой образовалась плавными лекальными кривыми, проходящими через точки координат контура.

При совпадении осей вращения носовой и хвостовой частей их обводы плавно сопрягаются и образуют общий контур, подчиненный одной и той же математической зависимости, выраженной уравнением:

$$\bar{r} = [4\bar{x}(1 - \bar{x})]^m, \quad (2.20)$$

где  $\bar{r}$ - отношение текущей ординаты к максимальной

$\bar{x}$ - отношение текущей абсциссы к удвоенному расстоянию от носа до миделя.

$m$ - некоторая постоянная, для носовой части до миделя  $m=0.6$ , и для хвостовой  $m=0.9$

В миделе обе кривые с разными показателями сопрягаются так, что имеют общую касательную к контуру. В носике фюзеляжа вписан эллипсоид вращения, дающий радиус кривизны носика, равный 1% длины фюзеляжа. Модель фюзеляжа имела длину  $L= 2.09$  м и максимальный диаметр  $D_{\max} = 0.266$  м, так что отношение  $L/D=\lambda=7.87$ ; мидель фюзеляжа был расположен на 45% его длины. Площадь миделевого сечения фонаря на модели фюзеляжа была равна  $S_{\text{фон}}= 0.0062$  м<sup>2</sup>.

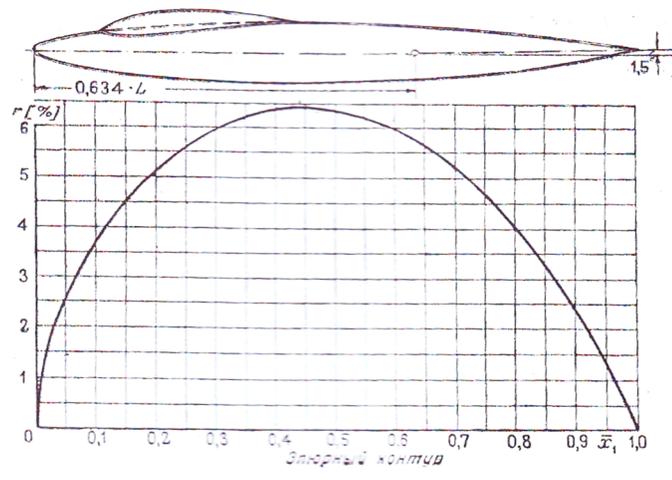
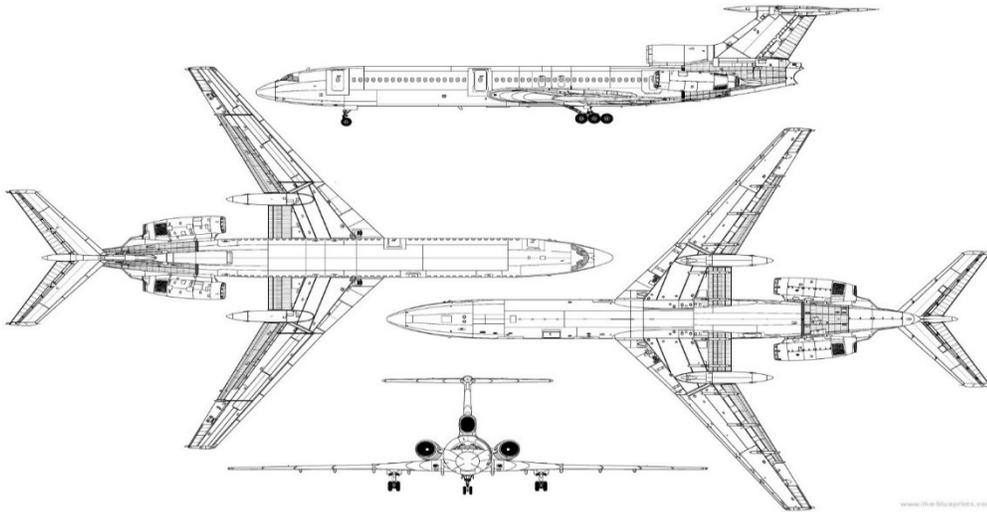


Рис.2.2. Модель фюзеляжа ЛЛ 6945 [41].

Второй объект: пассажирский самолет имел фюзеляж, крыло и оперение (рис. 2.3.). Ее основные параметры:  $L_{\text{ф}} = 42,33$  м,  $D_{\text{мак.ф}} = 3,8$  м,  $L_{\text{кр}} = 37,55$  м,  $S_{\text{кр}} = 201,45$  м<sup>2</sup>,  $L_{\text{оп}} = 13,4$  м; где  $L_{\text{ф}}$  – длина фюзеляжа,  $D_{\text{мак.ф}}$  - максимальный диаметр фюзеляжа,  $L_{\text{кр}}$  - размах крыла, -  $S_{\text{кр}}$  площадь крыла с наплывом,  $L_{\text{оп}}$  -размах оперения.



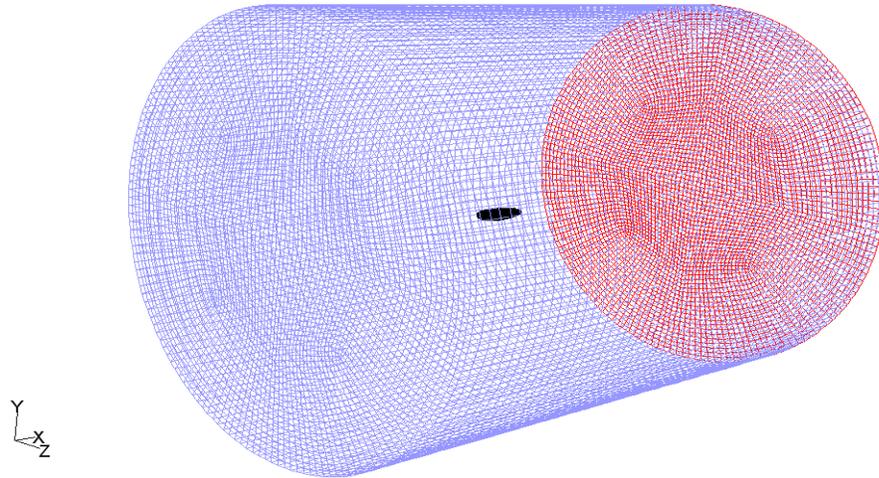
*Рис.2.3. Исследуемый самолет [42]*

### **2.1.5. Построение расчетных сеток**

При расчете аэродинамических характеристик самолета определение непрерывных точных функций распределения физических величин невозможно. Можно лишь определить значения этих величин в точках расчетной сетки. Поэтому построение расчетных сеток является очень важным процессом.

В данной работе расчетные сетки были построены с использованием адаптированного к задаче промышленного программного комплекса Meshing. Расчетные сетки были структурированными. В окрестности самолета значения физических величин изменяются очень быстро, поэтому сетки в этой области

имеют сгущения. На рис.2.4 показан пример расчетных сеток при обтекании модели самолета.



Сетка расчетной области, внутри – показанная черным цветом модель

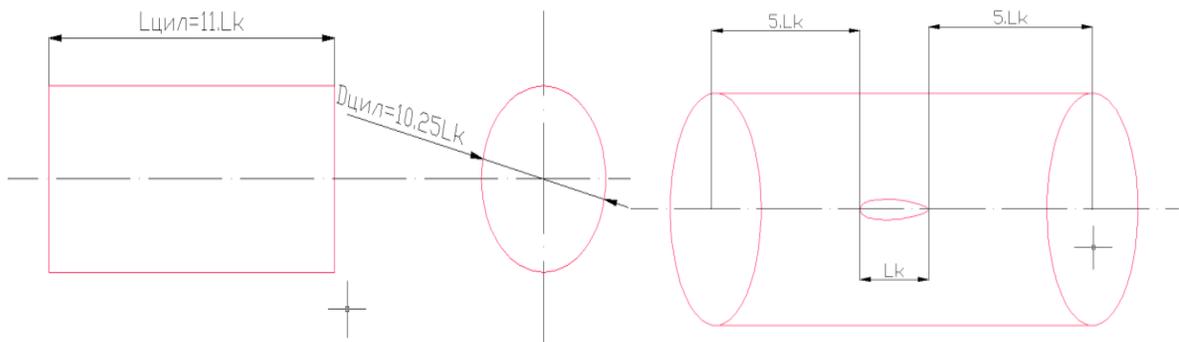
*Рис.2.4. Пример расчетной сетки*

Счетная область представляет собой цилиндр (рис.2.5.). Параметры расчетной области таковы:

Длина цилиндра  $L_{\text{цил}} = 11L_k$  ( $L_k$  – характерный размер модели).

Диаметр цилиндра  $D_{\text{цил}} = 10.25D$  ( $D$ - максимальный диаметр модели).

Входная граница счетной области была расположена на расстоянии  $R1=5 L_k$  от носка рассматриваемой модели самолета. Выходная граница отстояла от кормовой точки модели тоже на расстоянии  $R2=5 L_k$ .



*Рис.2.5. Пример счетной области*

На поверхности счетной области ставилось следующее граничное условие: скорости во всех точках границы счетной области одинаковы и равны заданной постоянной скорости на входе в счетную область.

### 2.1.6. Расчет аэродинамических коэффициентов сил и моментов самолета

В каждой точке поверхности  $S$  обтекаемого самолета вычисляются значения давления и сил трения. Интегрирование в этих точках определяет аэродинамические силы и моменты, которые действуют на самолет [45,46,47]:

$$\begin{aligned}\vec{R}_{\Delta S} &= (p\vec{n}^0 + \vec{\tau})\Delta S \\ \vec{M}_{\Delta S} &= -\left[\vec{r} \times (p\vec{n}^0 + \vec{\tau})\right]\Delta S\end{aligned}\quad (2.21)$$

где:  $\vec{r}$  - радиус-вектор элемента поверхности  $\Delta S$ ;  $\vec{\tau}$  - вектор напряжения трения;  $\vec{n}^0$  - орт внешней нормали к поверхности  $\Delta S$ .

Главный вектор аэродинамических сил и главный момент:

$$\begin{aligned}\vec{R} &= \iint_S (p\vec{n}^0 + \vec{\tau})\Delta S \\ \vec{M} &= -\iint_S \left[\vec{r} \times (p\vec{n}^0 + \vec{\tau})\right]\Delta S\end{aligned}\quad (2.22)$$

Для самолета коэффициенты аэродинамических сил и моментов вычисляются по формулам:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_x = \frac{R_x}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} v_{\infty}^2 S}, \quad m_x = \frac{M_x}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} v_{\infty}^2 S l} \\ C_y = \frac{R_y}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} v_{\infty}^2 S}, \quad m_y = \frac{M_y}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} v_{\infty}^2 S l} \\ C_z = \frac{R_z}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} v_{\infty}^2 S}, \quad m_z = \frac{M_z}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} v_{\infty}^2 S l} \end{array} \right. \quad (2.23)$$

где  $S$  – площадь крыла самолета;  $l$  – размах крыла самолета  $\rho_{\infty}, v_{\infty}$  – плотность и скорость невозмущенного потока,  $R_x$  – продольная сила,  $R_y$  – нормальная сила,  $R_z$  – поперечная сила;  $M_x$  – момент крена,  $M_y$  – момент рыскания,  $M_z$  – момент тангажа.

$$\text{Коэффициент давления} \quad C_p = \frac{P - P_{\infty}}{\frac{\rho_{\infty} v_{\infty}^2}{2}}$$

### 2.1.7. Модели турбулентности

Для того, чтобы система уравнений Рейнольдса (2.10) стала замкнутой, используются различные модели турбулентности [40], которые связывают напряжения турбулентного трения с параметрами осредненного течения.

Строгой теории для описания этой связи нет, и нестационарное решение точных уравнений Навье-Стокса для сложных потоков с большим числом Рейнольдса на данный момент является невозможным. Существует два альтернативных способа представления уравнений Навье-Стокса, в которых не учитываются мелкомасштабные турбулентные пульсации: «метод осреднения по

Рейнольдсу» и «метод фильтрации». Обе методики требуют дополнительных условий (дополнительных уравнений) для замыкания полной системы уравнений.

Метод осреднения по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса (в английской аббревиатуре RANS (Reynolds-averaged Navier-Stokes)) и предполагает запись уравнений переноса осредненного потока (по времени), со всеми предполагаемыми масштабами турбулентности. Такой подход значительно уменьшает потребность в вычислительных ресурсах, необходимых для численного решения задачи. В том случае, если осредненный поток является стационарным, основные уравнения не содержат производных по времени, и установившееся решение получается более экономичным. Вычислительное преимущество наблюдается даже для случая переходных режимов, т.к. шаг по времени определяется глобальной неустойчивостью осредненного потока, а не турбулентностью. Метод осреднения уравнений Навье-Стокса используется совместно с такими моделями турбулентности, как: «k- $\epsilon$ », «k- $\omega$ » и их разновидностями, и другими моделями.

Модель больших вихревых структур имеет английскую аббревиатуру LES (Large Eddy Simulations) и использует альтернативный подход, в котором большие вихри определяются в нестационарной постановке с использованием системы так называемых «фильтрующих» уравнений. Набор «фильтрующих» уравнений служит для исключения из расчета подсеточных вихрей, т.е. вихрей, размер которых меньше ячеек расчетной сетки. Как и в случае осреднения по Рейнольдсу, процесс фильтрации требует добавления специальных уравнений для замыкания системы уравнений движения. Статистические величины осредненного потока, которые в основном и имеют практический интерес, представляются в зависимости от времени. Основное преимущество LES - модели состоит в том, что она более точна по сравнению с другими моделями для расчета турбулентных течений при сравнительно небольших числах Рейнольдса. Однако использование этой модели турбулентности требует больших вычислительных ресурсов [40].

### 2.1.8. Порядок проведения вычислений с помощью использованного программного комплекса

После выбора сетки и параметров расчета (таких как: модель турбулентности, входных и выходных граничных условий, характерных параметров) приступим к расчету аэродинамических характеристик во Fluent. Для проведения расчета необходимо проделать следующие шаги:

- Импортируем файл сетки в программу Fluent.
- Определяем расчетную модель (подключаем «решатель», подключаем модель турбулентности).
- Выбираем параметры рабочей среды (параметры воздуха), в которые входят: плотность среды (выбираем, используя параметры стандартной атмосферы) и коэффициент динамической вязкости (этот параметр выбираем из базы данных программы).
- Выставляем опорное давление ( $P_{ref}=0$ , в точке с координатами (0,0,0)).
- Устанавливаем ранее выбранные, входные и выходные граничные условия.
- Выставляем коэффициенты для решаемых уравнений и методы их решения.
- Выставляем характерные параметры задачи.
- Инициализируем поле скоростей и давлений в расчетной области для нулевой итерации.
- Выставляем параметры мониторов для отслеживания процесса решения уравнений и контроля результатов на каждой итерации.

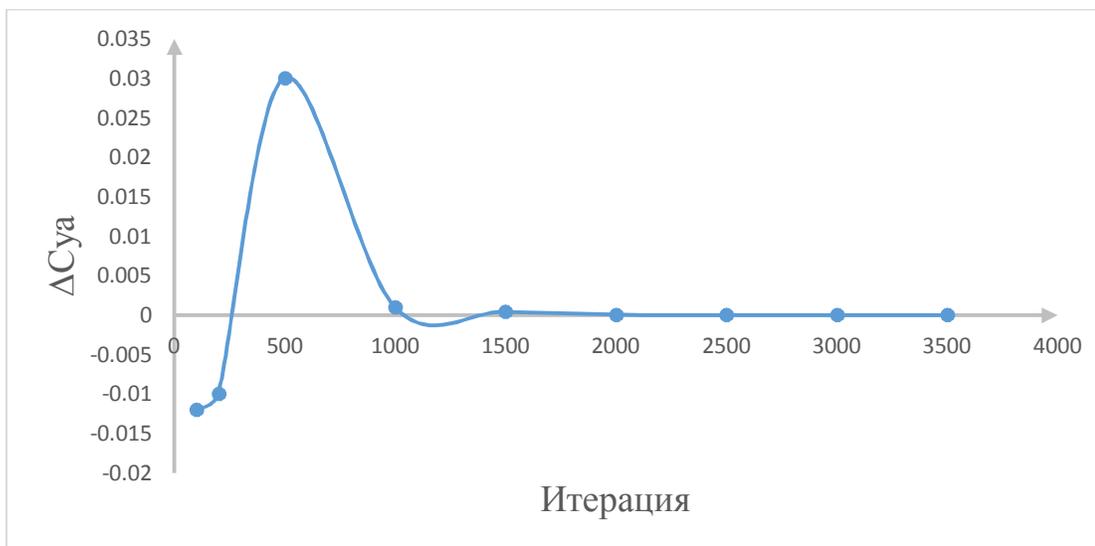
Выбираем количество итераций для расчета и запускаем расчет.

## 2.2. Оценка точности результатов численного эксперимента

### 2.2.1. Влияние количества итераций на сходимость результатов расчетов аэродинамических характеристики ЛА

Пример зависимости результатов расчетов от изменения числа итераций для случая обтекания фюзеляжа ЛЛ 6945 при числе  $M=0.6$  и  $\alpha=0$  показан на рис. 2.6. Видно, что достаточно было примерно 2500...3000 итераций, чтобы решение установилось. Тем не менее, в данной работе в серийных расчетах было принято, что сходимость имела место при 3000 итераций в случае малых и умеренных углов атаки модели самолета ( $\alpha= 0; 2^0; 4^0; 6^0$ ) и 5000 итераций для остальных углов атаки.

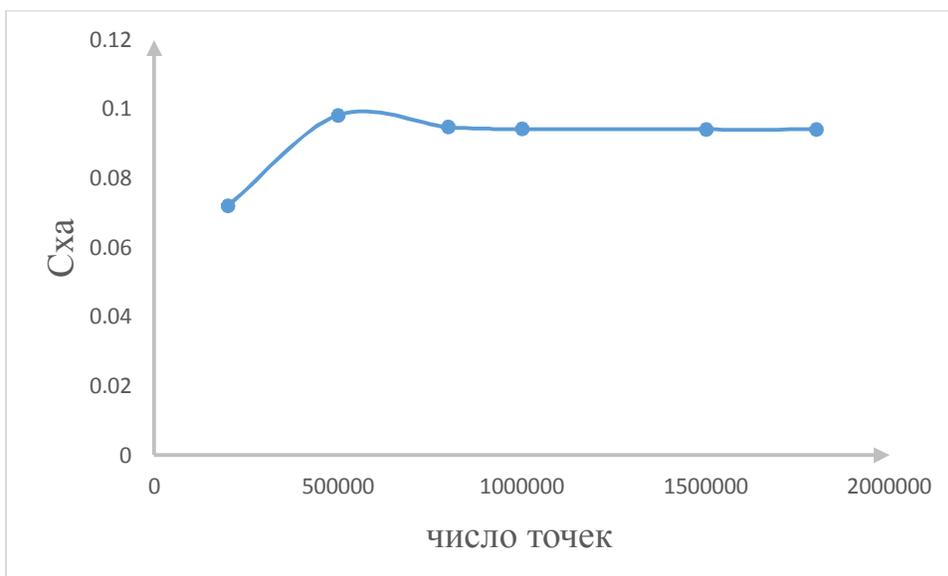


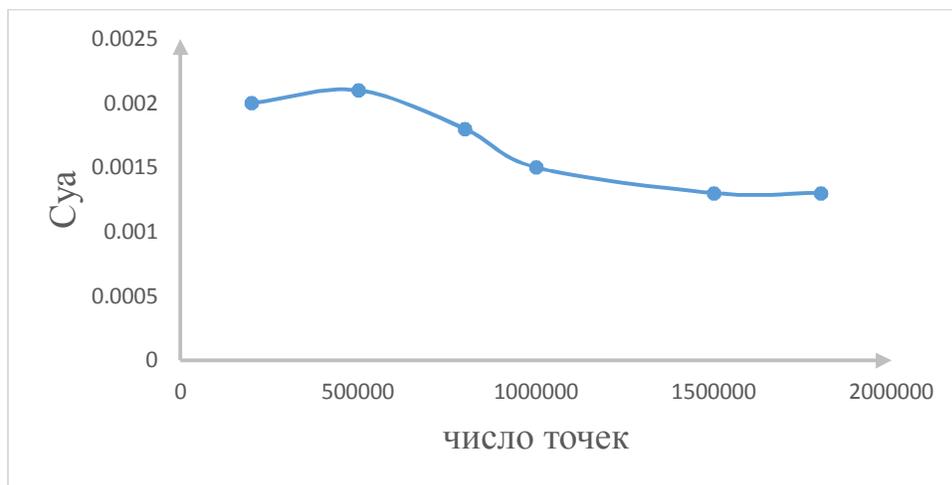


*Рис.2.6. Пример изменения результатов расчетов в зависимости от изменения числа итераций*

### 2.2.2. Влияние размера расчетной области на сходимость результатов расчетов аэродинамических характеристики ЛА

Чтобы проверить достоверность численных расчетов, были проведены расчеты влияния размера расчетной области на сходимость аэродинамических характеристик самолета при числе  $M=0.6$  и  $\alpha=0$ .





*Рис.2.7. Пример изменения результатов расчетов в зависимости от размера расчетной области.*

Видно, что для обеспечения достоверности и сходимости расчетов минимальный размер расчетной области составляет примерно 1,5 миллиона расчетных точек.

### **2.3. Выбор модели турбулентности обтекания самолета**

Как выше указано (см. п 2.1.7), при моделировании обтекания самолета необходимо подобрать модель турбулентности. В этом разделе проведено обоснование модели турбулентности для моделирования обтекания самолета.

Расчет параметров обтекания и аэродинамических характеристик выполнен с использованием 3 следующих моделей турбулентности: модели Спаларта-Аллмараса, «SST  $k-\omega$ », « $k-\epsilon$ ». Проведено сопоставление полученных с помощью ANSYS FLUENT результатов расчета характеристик самолета с экспериментальными данными. В результате получены зависимости аэродинамических коэффициентов  $C_{xa}$ ,  $C_{ya}$ ,  $mz$  модели.

Испытаниями определены аэродинамические коэффициенты  $C_{xa}$ ,  $C_{ya}$ ,  $mz$  фюзеляжа ЛЛ 6945 [41] с фонарем кабины летчика в диапазоне чисел  $M= 0.2 \div 0.8$

и чисел  $Re=7.10^6 \div 42. 10^6$  при углах атаки от  $\alpha= 0^0$  до  $10^0$ . На рис.2.8.представлены зависимости коэффициентов подъемной силы и момента тангажа фюзеляжа от угла атаки при числе Маха  $M=0.8$  с различными моделями турбулентности. В этом рисунке, кривая №5 – модель «SST k-  $\omega$ » с подобранными константами  $\sigma_k=10$ ,  $\sigma_\omega=251$  (оптимизированными на совпадение с данными эксперимента [40]).

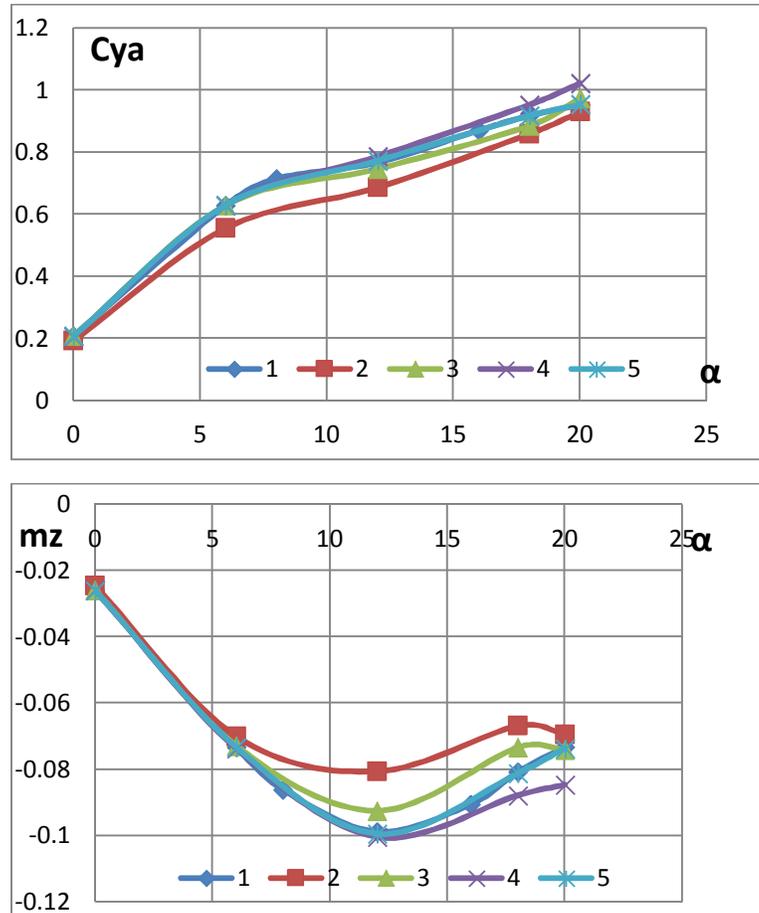


Рис.2.8. Кривые  $C_y$ ,  $m_z = f(\alpha)$  фюзеляжа при числе  $M=0,8$

1- эксперименты[40]; 2- Спаларта -Аллмараса; 3- модель «SST k-  $\omega$ »; 4- модель «k-epsilon»; 5-модель «SST k-  $\omega$ » с подобранными константами.

Видно, что по сравнению с другими моделями турбулентности расчеты с помощью модели «SST k-  $\omega$ » наилучшим образом совпадают с данными эксперимента и описывают изменение аэродинамических коэффициентов по углу

атаки. В модели турбулентности «SST  $k$ - $\omega$ » используется два транспортных уравнения для кинетической энергии турбулентных пульсаций  $k$  и удельной скорости диссипации турбулентной энергии  $\omega$ :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - \overline{\rho u_i' u_j'} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho \beta^* k \omega$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] - a \frac{\omega}{k} \overline{\rho u_i' u_j'} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho \beta \omega^2 + F \rho \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}$$

Где:  $u_i, u_j$  – декартовы составляющие осредненной скорости в направлении соответствующих осей;  $u_i', u_j'$  – декартовы составляющие пульсационной скорости;  $\mu_t$  – турбулентная вязкость,  $\mu_t = a^* \frac{\rho k}{\omega}$ ;  $k$ - кинетическая энергия турбулентных пульсаций,  $\omega$  – удельная скорость диссипации турбулентной энергии. В ней используются константы  $\beta^* = 9/100$ ;  $\beta = 3/40$ ;  $\alpha = 5/9$ ;  $\sigma^* = 1/2$ ;  $\sigma = 1/2$ ., а  $\sigma_k, \sigma_\omega$  - источники, определяемые пользователем.

Но эта более точная модель чем другие (со стандартными константами:  $\sigma_k=1, \sigma_\omega=1$ ) дает результаты с большой погрешностью ( $\sim 10\%$ ). Оптимизацией в работе найдены константы модели «SST  $k$ -  $\omega$ »  $\sigma_k=10, \sigma_\omega=251$ , дающие лучшую сходимость расчетных и экспериментальных данных (погрешность меньше 3%).

Подобранные константы модели «SST  $k$ -  $\omega$ » подходят в случае обтекания с другими числами Маха. На рис. 2.9 и 2.10 представлены кривые  $C_{xa}, C_{ya}, m_z = f(M)$  фюзеляжа при различных углах атаки.

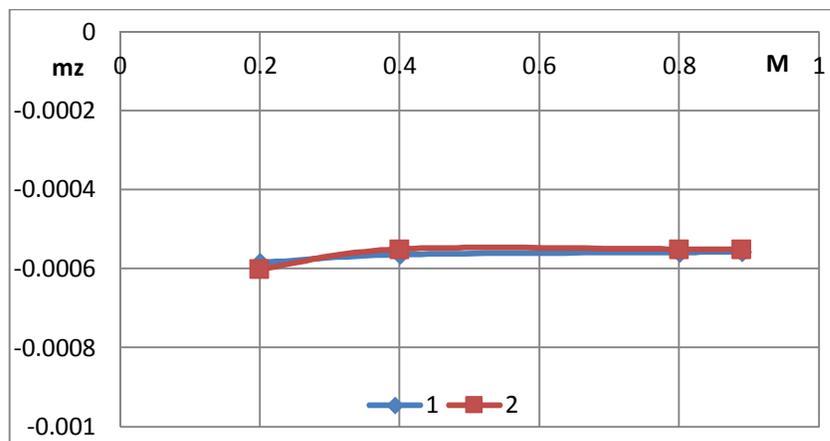
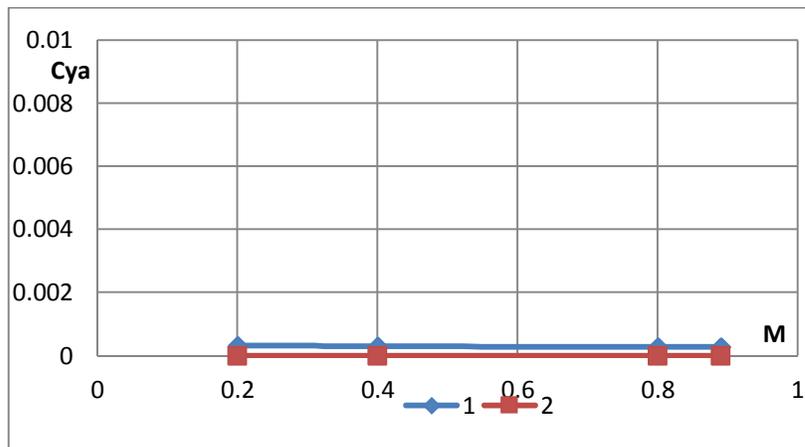
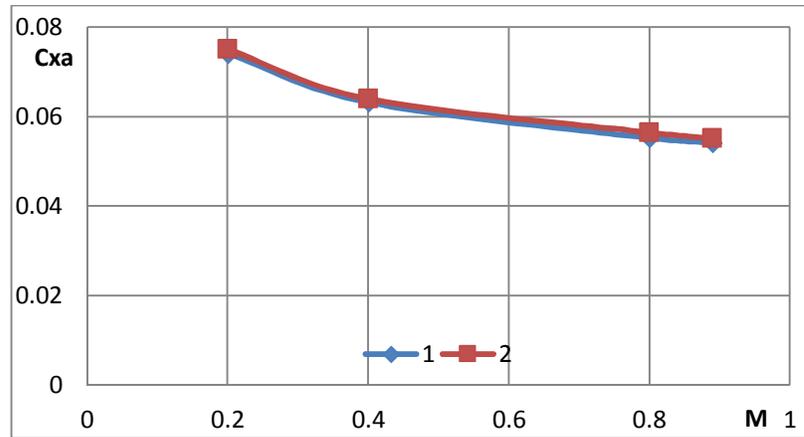


Рис.2.9. Кривые  $C_{xa}$ ,  $C_{y\alpha}$ ,  $m_z = f(M)$  фюзеляжа при угле атаки  $\alpha=0^\circ$

1- модель «SST k- $\omega$ » с  $\sigma_k=10$ ,  $\sigma_\omega=251$ ; 2- эксперименты[40].

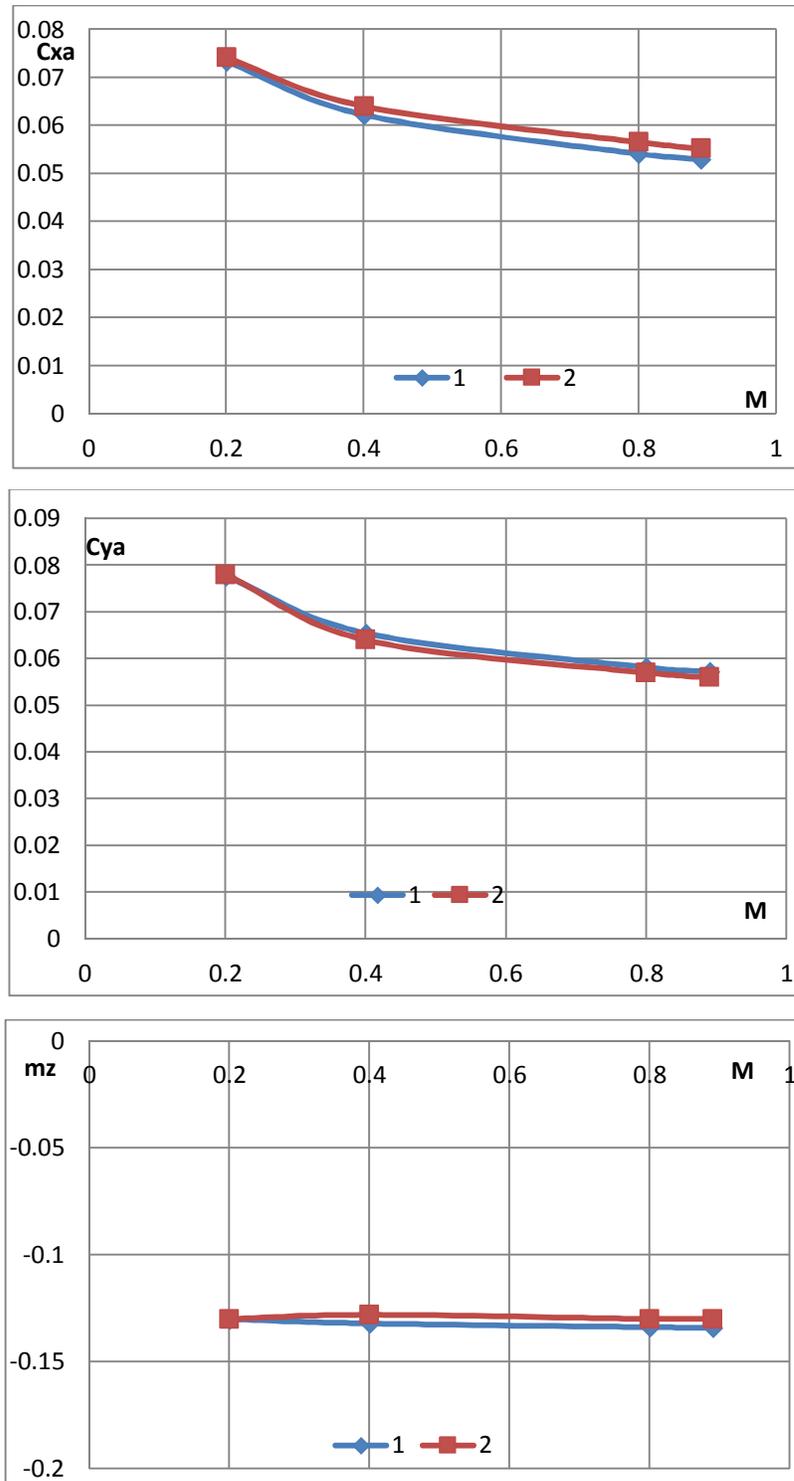


Рис.2.10. Кривые  $C_{xa}$ ,  $C_{ya}$ ,  $m_z = f(M)$  фюзеляжа при угле атаки  $\alpha=8^\circ$

1- модель «SST k- $\omega$ » с  $\sigma_k=10$ ,  $\sigma_\omega=251$ ; 2- эксперименты[40]

В работе рассчитано и проведено сравнение характеристик обтекания известного самолета с экспериментальными данными [41]. На рис.2.11

представлены зависимости аэродинамических коэффициентов самолета от угла атаки при числе  $M=0.6$ .

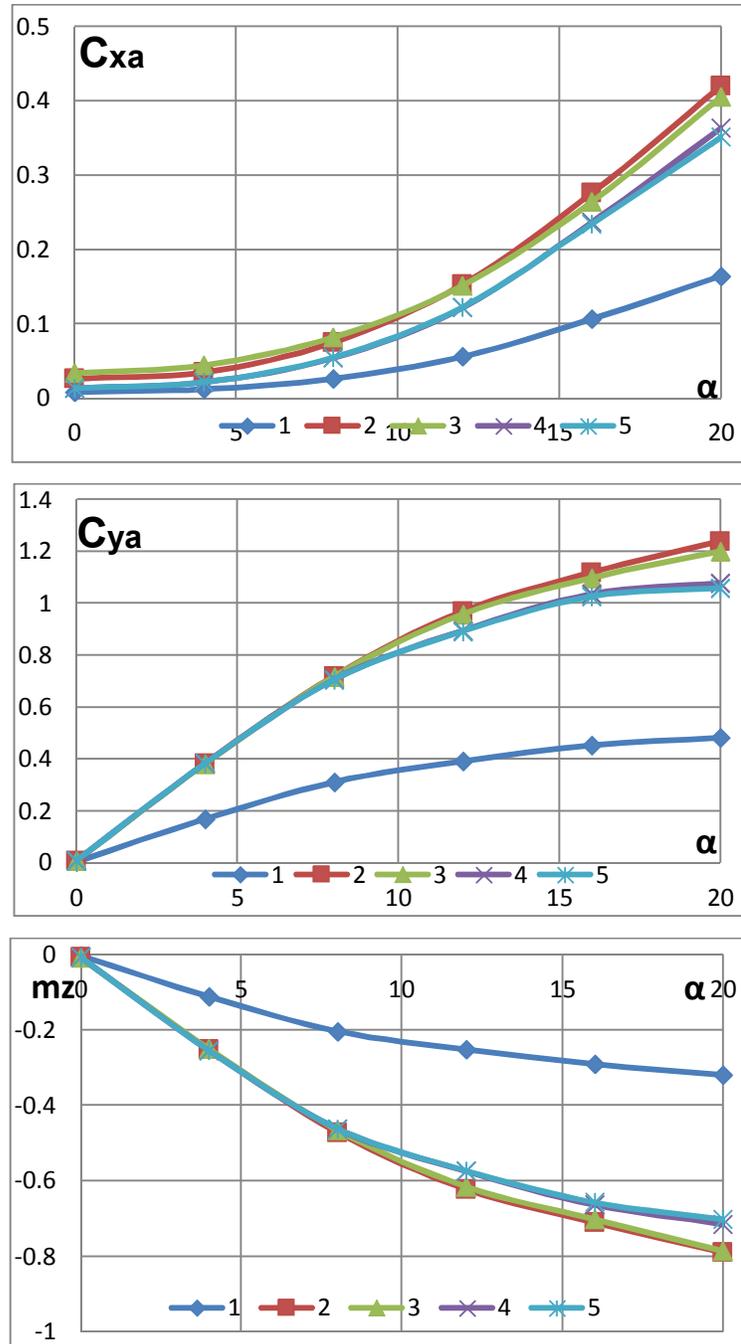
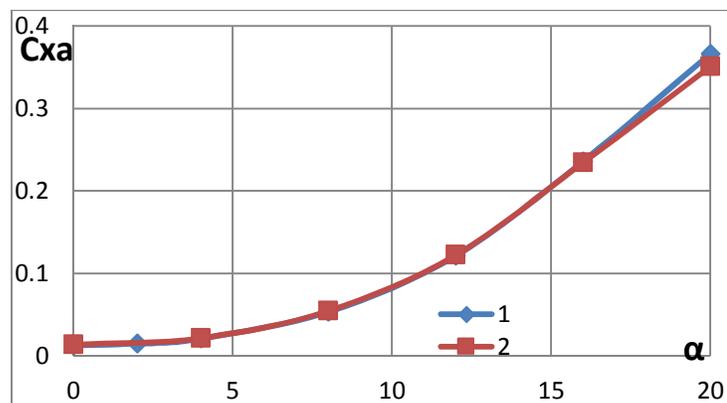


Рис.2.11. Аэродинамические характеристики самолета при  $M=0,6$   
 1- модель Спаларта-Аллараса; 2- модель  $k$ -epsilon; 3- модель «SST  $k$ -  $\omega$ » по умолчанию; 4- модель «SST  $k$ -  $\omega$ » с  $\sigma_k=5$ ,  $\sigma_\omega=123$ ; 5- эксперименты[41].

Из графиков, видно, что модель Спаларта- Аллмарасса дает правильное поведение по углу атаки коэффициентов, но разница между расчетными и экспериментом значительно велика. Другие модели турбулентности, модель k-epsilon и модель «SST k-  $\omega$ » со стандартными константами дают хорошие результаты по сравнению с моделью Спаларта- Аллмарасса (с погрешностью меньше 10%), но для целей применения в оптимизации приемника воздушного давления нужна модель турбулентности с меньшей погрешностью. Подобранные константы модели «SST k-  $\omega$ » (оптимизированные на совпадение с данными эксперимента), а именно значения констант:  $\sigma_k=5$ ,  $\sigma_\omega=123$ , позволяют улучшить совпадение расчетных значений и данных эксперимента. Расчеты с помощью этой модели дают результаты с погрешностью меньше 3% при углах атаки больше  $15^\circ$ , а при углах атаки меньше  $15^\circ$  разницы нет.

С этой моделью турбулентности, в работе также рассмотрено обтекание самолета при числе  $M=0.8$  и  $M=0.9$ . Показано на рис.2.12 и рис.2.13, что модель с подобранными константами дает лучшую сходимость расчетных и экспериментальных данных.



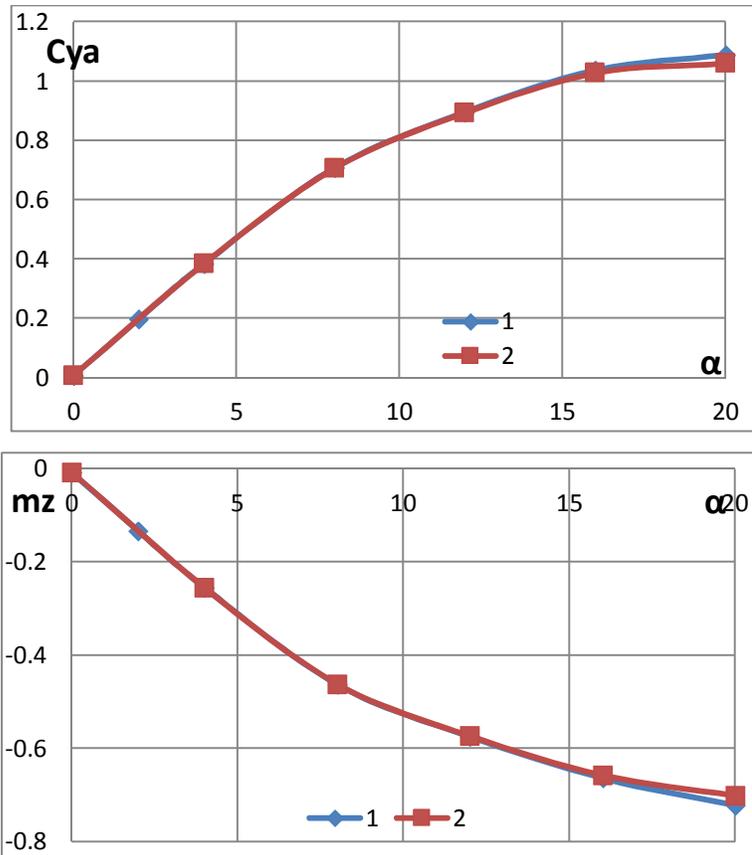
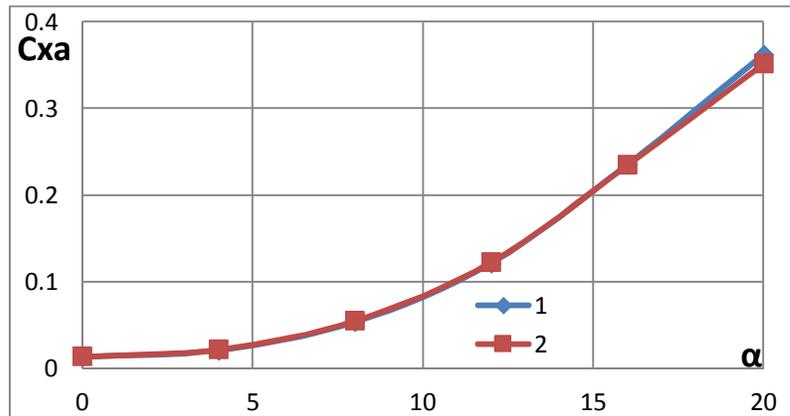


Рис.2.12. Аэродинамические характеристики самолета при  $M=0,8$   
 1- модель «SST k-  $\omega$ » с  $\sigma_k=5$ ,  $\sigma_\omega=123$ ; 2- эксперименты[41]



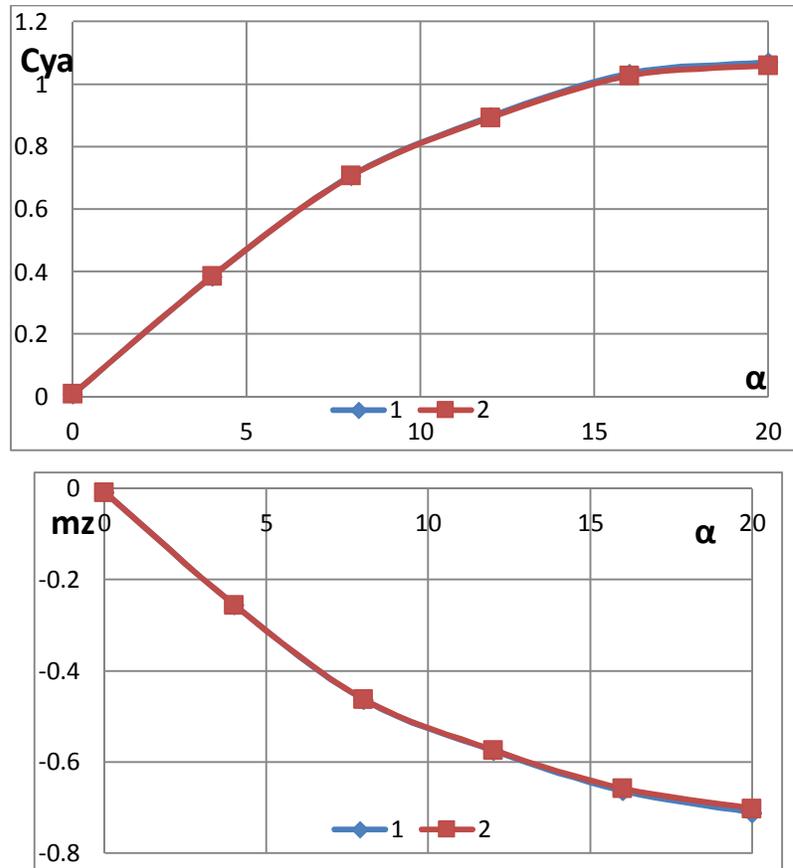


Рис.2.13. Аэродинамические характеристики самолета при  $M=0,9$   
 1- модель «SST k-  $\omega$ » с  $\sigma_k=5$ ,  $\sigma_\omega=123$ ; 2- эксперименты[41]

Важную роль играют аэродинамические характеристики самолета на крейсерском режиме, поэтому в работе проведены сравнения аэродинамических характеристик самолета расчетных и экспериментальных в этом режиме (соответствует число  $M$  от 0.6 до 0.9). Для обоснования применимости разработанной модели в режиме посадки до высот учета экранного эффекта в работе проведено сравнение расчетной и экспериментальной поляры. Результаты показаны на рис.2.14.

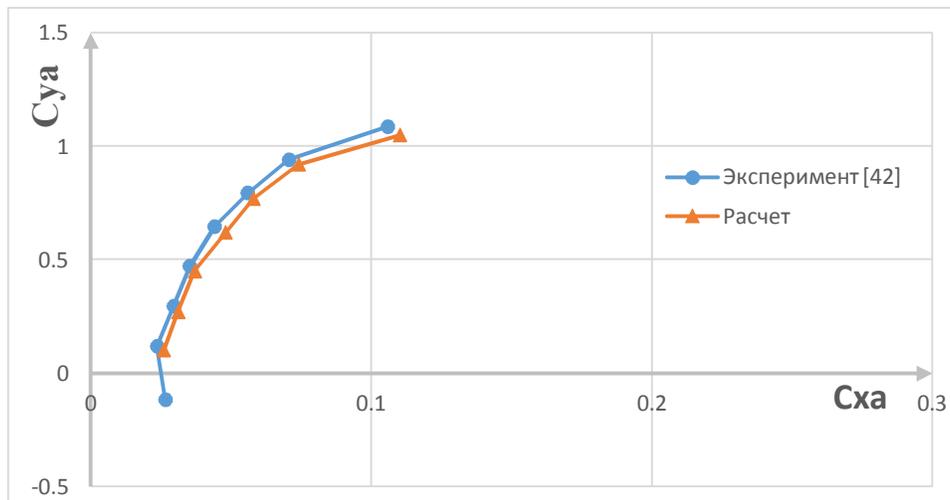


Рис 2.14. Аэродинамические характеристики самолета (экспериментальная и расчетная поляра).

Из сравнения поляры для посадочной конфигурации самолета, можно сказать что разработанная модель турбулентности также дает лучшую сходимость расчетных и экспериментальных аэродинамических характеристик (поляры) в режиме посадки по отношению к иным моделям турбулентности.

#### 2.4. Влияние близости экрана на аэродинамические характеристики самолета

В данный разделе изложены результаты численного моделирования обтекания и расчета аэродинамических характеристик самолета вблизи экрана за счет приближения к поверхности ВПП.

На высоте меньше размаха крыла на самолета действует экранный эффект. При этом происходит:

- Скосы потока вниз ограничиваются экраном, зона разрежения над самолетом уменьшается, но при этом возрастает давление под самолетом за счет запирания потока воздуха между крылом и экраном (торможение потока). Уменьшение скоса потока и возрастание давления под самолета приведут к увеличению подъемной силы и уменьшению индуктивного сопротивления самолёта.

-Из-за увеличения подъемной силы, самолет замедлит или прекратит снижение. А уменьшение сопротивления приведет к замедлению темпа гашения скорости на посадке, что может выразиться в «перелёте» [48].

- Если перед входом в зону влияния экрана земли самолёт находился на углах атаки близких к критическим, то эффект экрана может привести к развитию срыва потока с крыла.

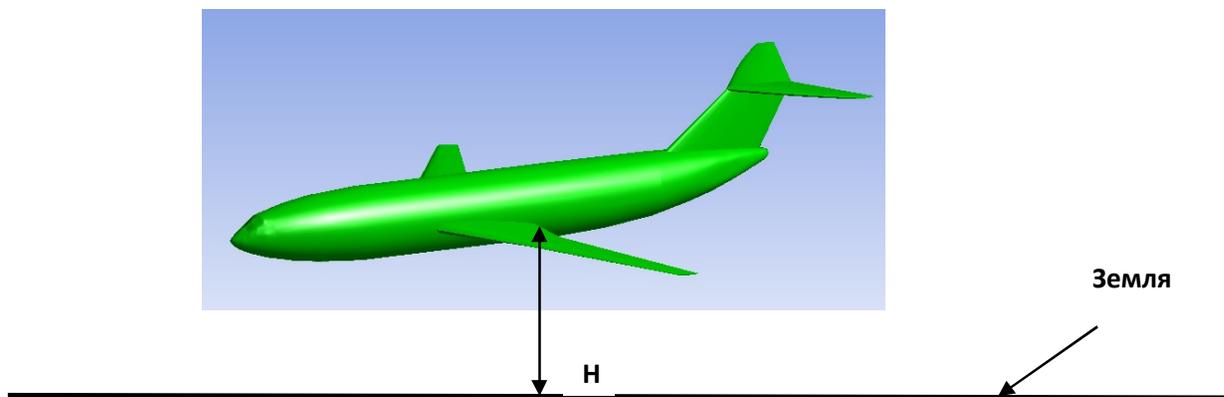
- Уменьшение скоса потока увеличивает местный угол атаки стабилизатора. Аэродинамическая сила на стабилизаторе (направленная вниз) уменьшается и возникает пикирующий момент.

- Из-за экранного эффекта земли местное давление в районе приёмников статического давления, как правило, повышается, что приводит к занижению показаний приборной скорости и барометрической высоты [48].

Таким образом, нахождение (расчет) достоверных моделей обтекания и аэродинамических характеристик самолета, при движении вблизи экрана является важнейшей задачей рассмотренной в работе.

#### 2.4.1. Расчетные параметры

Численные исследования обтекания проведены при угле атаки самолета  $\alpha = 0, 5^0, 12^0$  углах, расстояниях конца средней САХ крыла над экраном  $H = 5\text{м}; 10\text{м}; 18\text{м}; 40\text{м}$ . Число Рейнольдса самолета  $Re = 2,7 \times 10^7$ , скорость возмущенного потока  $V_\infty = 72 \text{ м/с}$ , значения плотности и динамической вязкости  $\rho = 1,225 \text{ кг/м}^3$ ,  $\mu = 1,789 \times 10^{-5} \text{ кг/мс}$ . Расчет по предложенной модели сделаны для таких параметров поскольку имеются экспериментальные данные [49] для настройки рассматриваемых моделей.

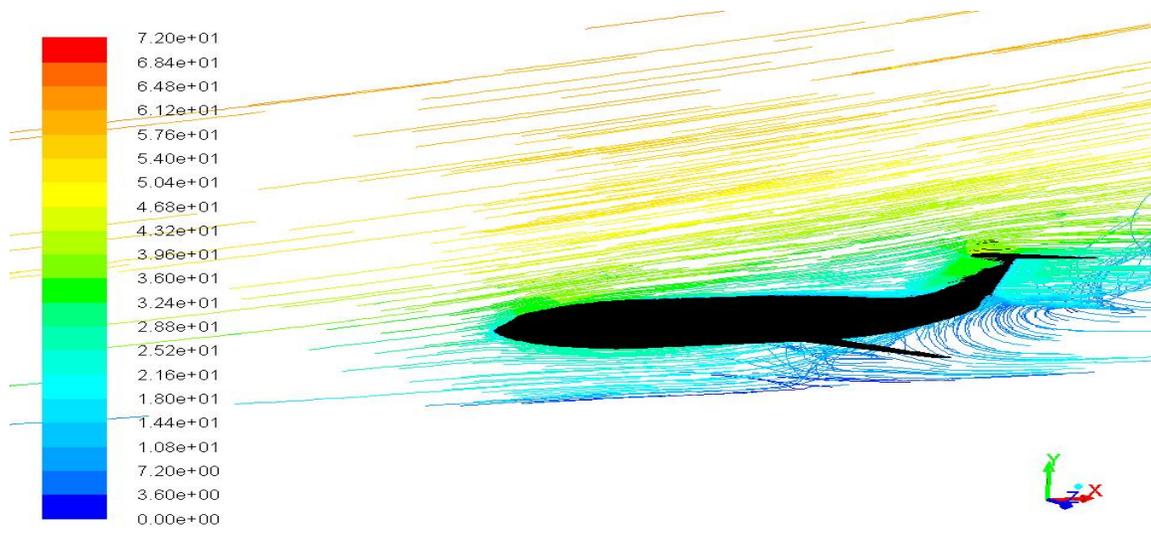


*Рис.2.15. Движение самолета вблизи земной поверхности.*

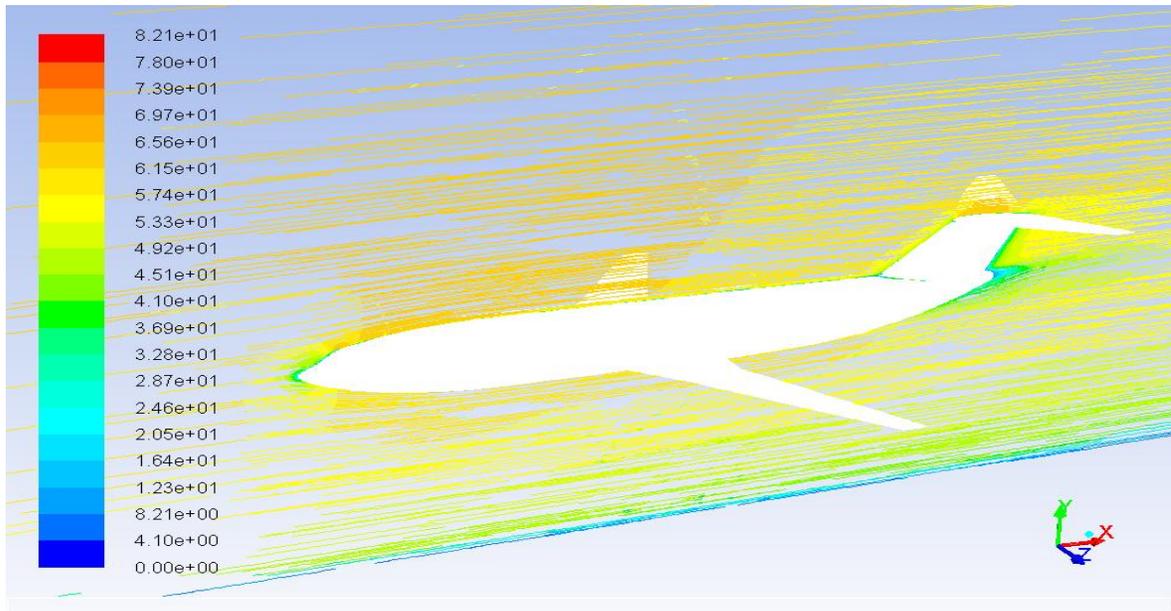
## 2.4.2. Влияние близости экрана на обтекание и аэродинамические характеристики самолета

### 2.4.2.1. Особенности обтекания и аэродинамических характеристик самолета вблизи экрана

На рис.2.16 приведены примеры картин линий тока в базовой плоскости в окрестности самолета рассчитанные по предлагаемой модели.



a)



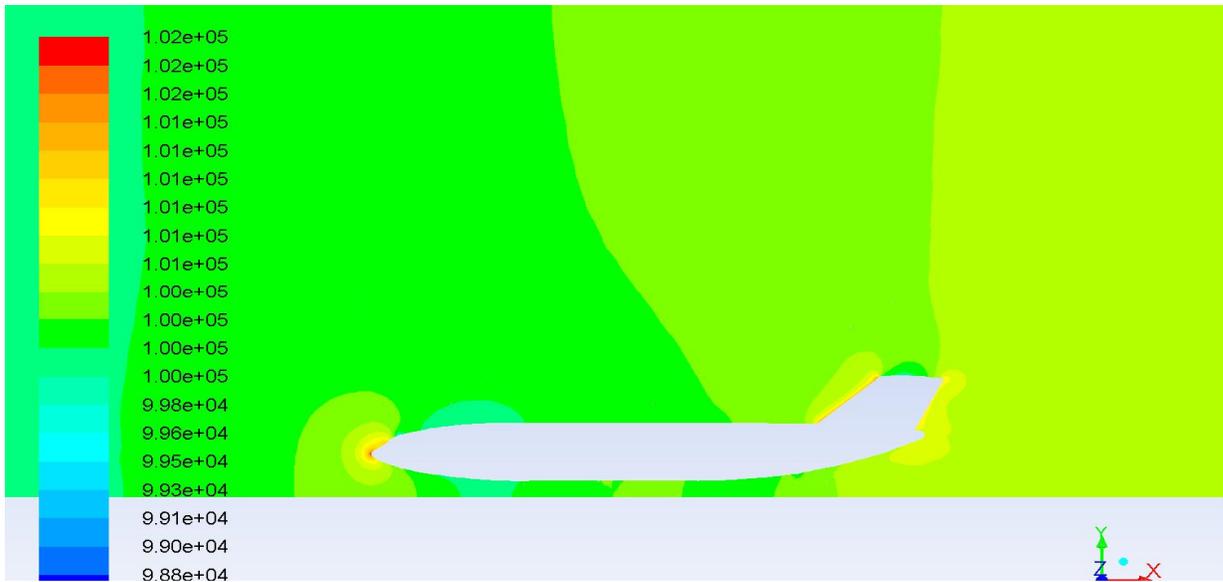
б)

Рис. 2.16. Пример картин линий тока в окрестности самолета вблизи экрана при  $V_\infty = 72$  м/с,  $\alpha = 12^\circ$ : а)  $H = 5$  м; б)  $H = 10$  м

Видно, что обтекания потока под самолетом изменяется и зависит от высоты полета самолета. Под самолетом поток тормозится наличием экрана. Отметим, что формирование циркуляционных зон как вблизи носовой части самолета, так и в окрестности крыла самолета.

#### 2.4.2.2. Распределение давления по поверхности самолета

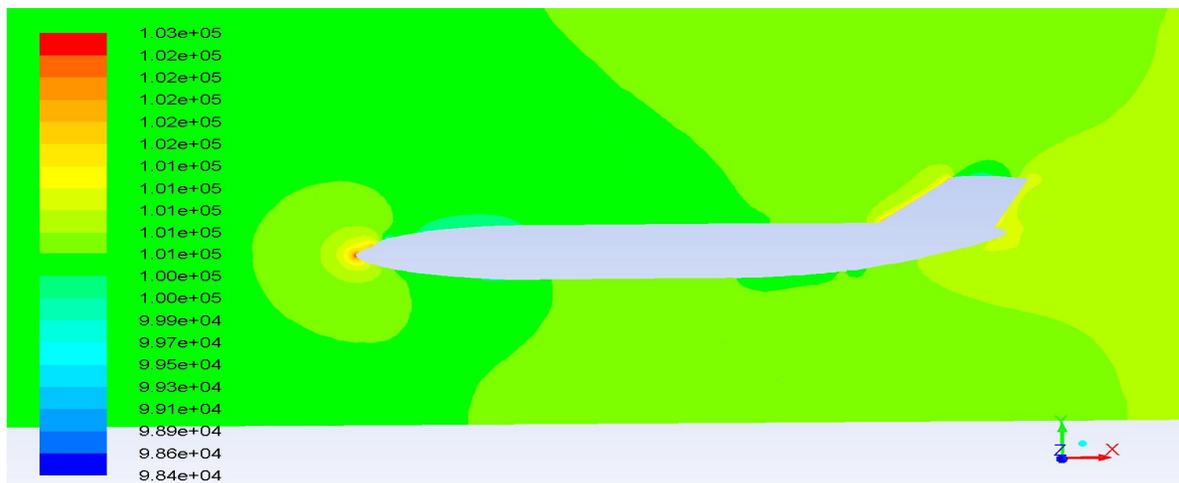
На рис.2.17 представлено распределение давления по поверхности самолета на различных высотах над экраном.



a)



b)



B)

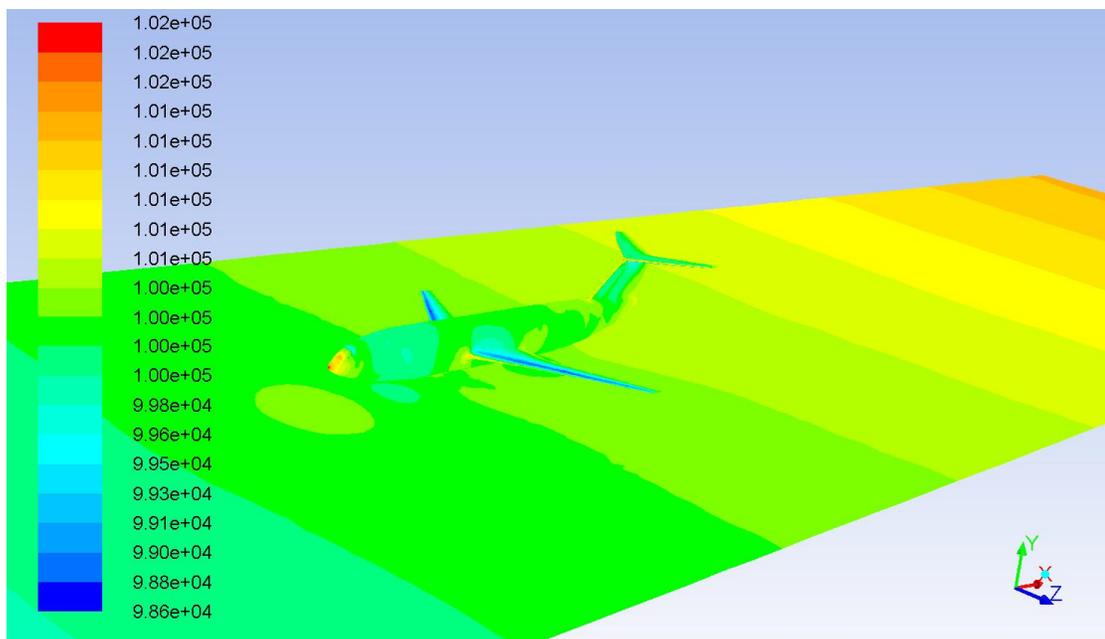


г)

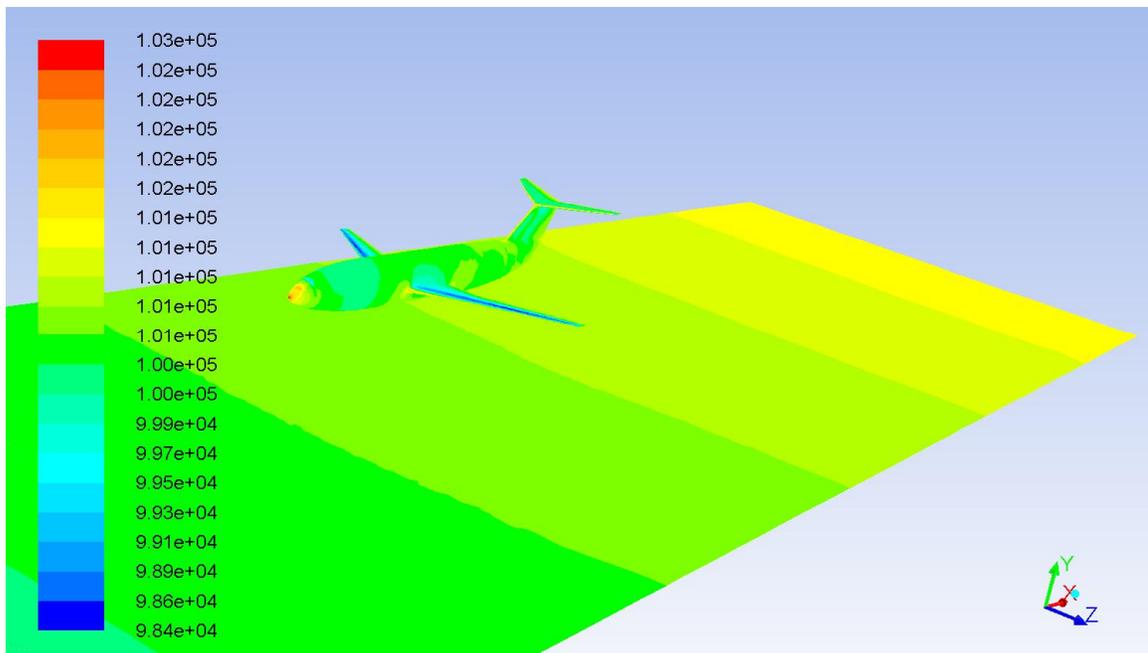
Рис. 2.17. Распределение давления в базовой плоскости при  $V_\infty = 72$  м/с,  $\alpha = 0^\circ$ :

а)  $H = 5$  м; б)  $H = 10$  м; в)  $H = 18$  м; г)  $H = 40$  м

На рис.2.18 представлено изменение распределения давления по поверхности самолета.



а)



б)

Рис. 2.18. Примеры распределения давления по поверхности самолета при  $V_\infty = 72$  м/с,  $\alpha = 5^\circ$  : а)  $H = 5$  м; б)  $H = 10$  м

Видно, что распределение давления на различных высотах полета оказывается по своему характеру очень сложным, и сильно зависит от высоты самолета до экрана  $H$ , угла атаки. Чем ближе экран, тем большими оказываются максимальные значения давления, которые достигаются вблизи вершины самолета. Наличие зоны повышения давления вызывает появление пикирующего момента, действующего на самолета вблизи экрана.

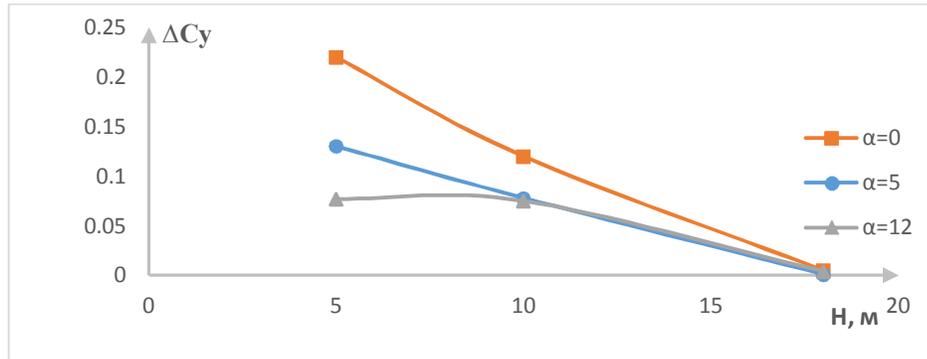
С увеличением высоты  $H$  самолета от экрана происходит перестроение течения и перераспределение давления по поверхности самолета.

#### 2.4.2.3. Расчеты приращения аэродинамических коэффициентов самолета вблизи экрана

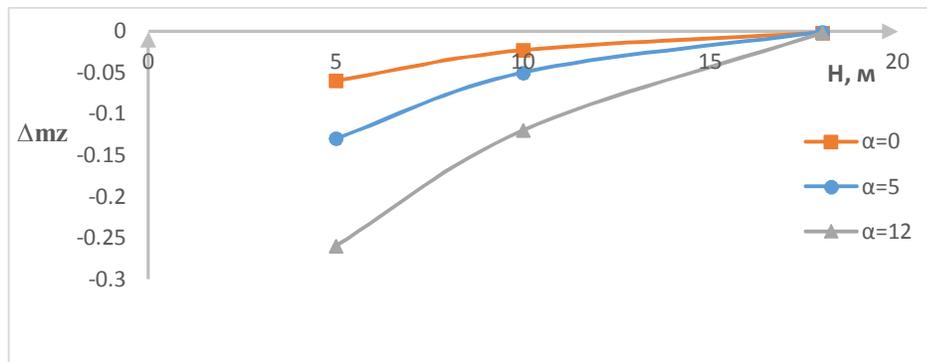
Аэродинамические коэффициенты самолета с учетом экрана представляют в виде сумм аэродинамических коэффициентов самолета вдали от экрана и добавок, обусловленных влиянием экранного эффекта.

$$C_y = C_{y_\infty} + \Delta C_y; C_x = C_{x_\infty} + \Delta C_x; m_z = m_{z_\infty} + \Delta m_z;$$

Отметит, что основное влияние на характер изменения траектории самолета оказывают добавки к коэффициентам  $C_y$  и  $m_z$ . Изменение коэффициента  $C_y$  и  $m_z$  в зависимости от высоты самолета над экраном, показано на рис. 2.19.



а)



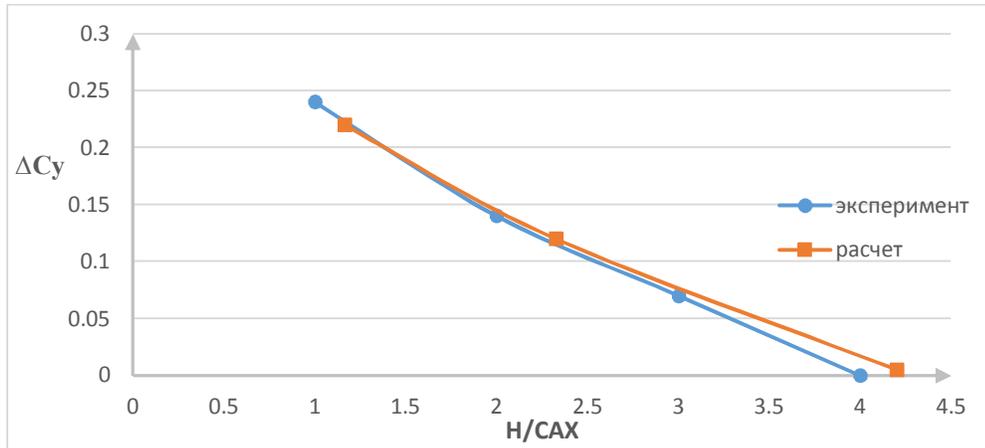
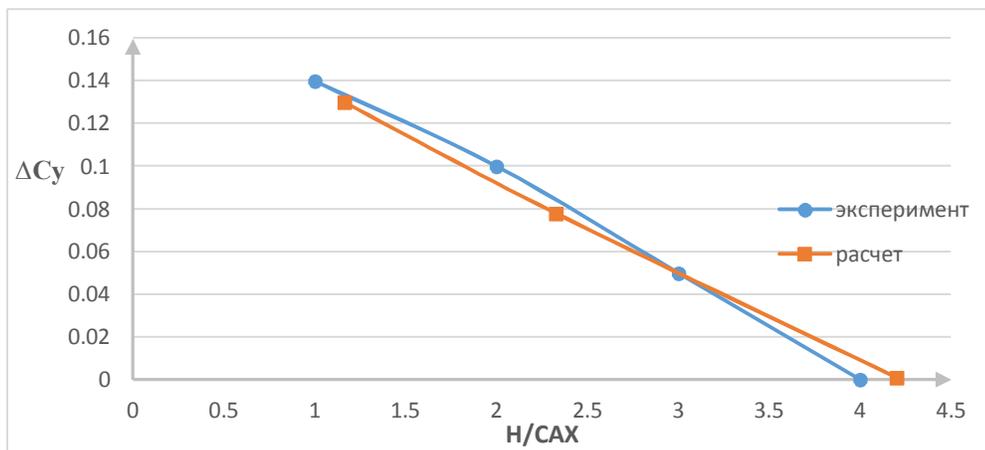
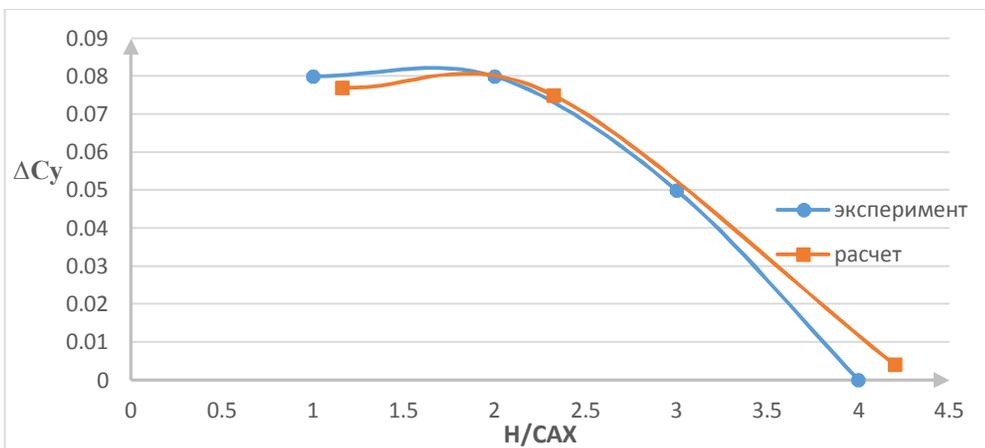
б)

Рис.2.19. Приращения коэффициентов  $\Delta C_y$  и  $\Delta m_z$  от высоты полета над экраном

Видно, что коэффициент  $C_y$  быстро растет с уменьшением высоты полета до экрана  $H$  и с уменьшением угла атаки обтекания самолета. Наоборот, коэффициента  $m_z$  уменьшается с уменьшением высоты полета до экрана  $H$  и с уменьшением угла атаки обтекания самолета.

На минимальной высоте полета  $H=5$  м, приращения коэффициентов составляет до 20% значения коэффициентов.

Сравнение изменений коэффициентов  $\Delta C_y$  и  $\Delta m_z$  расчетов с экспериментальными данными [49] показало сходимость расчетных и экспериментальных данных (погрешность меньше 5%).

а)  $\alpha=0^\circ$ б)  $\alpha=5^\circ$ в)  $\alpha=12^\circ$

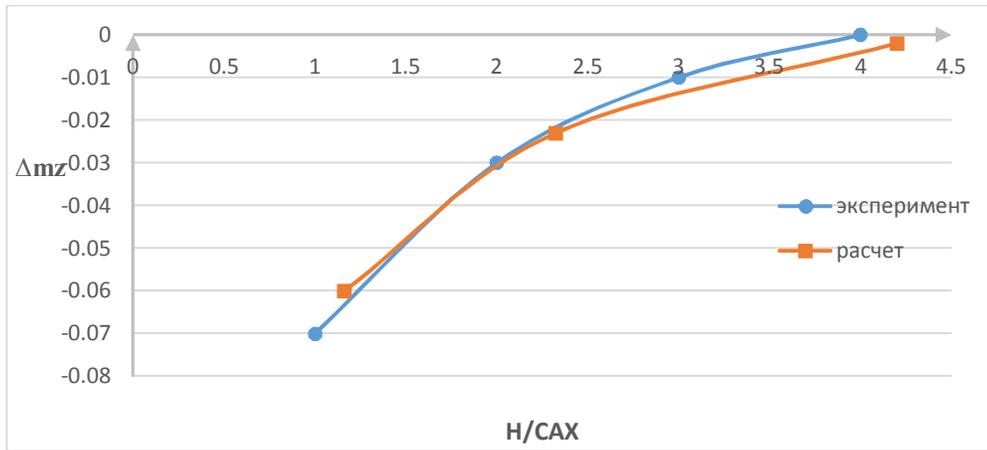
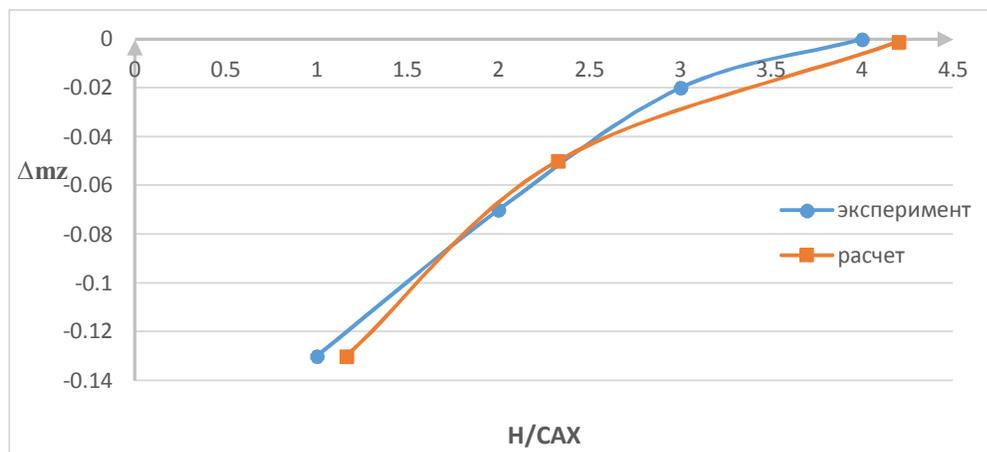
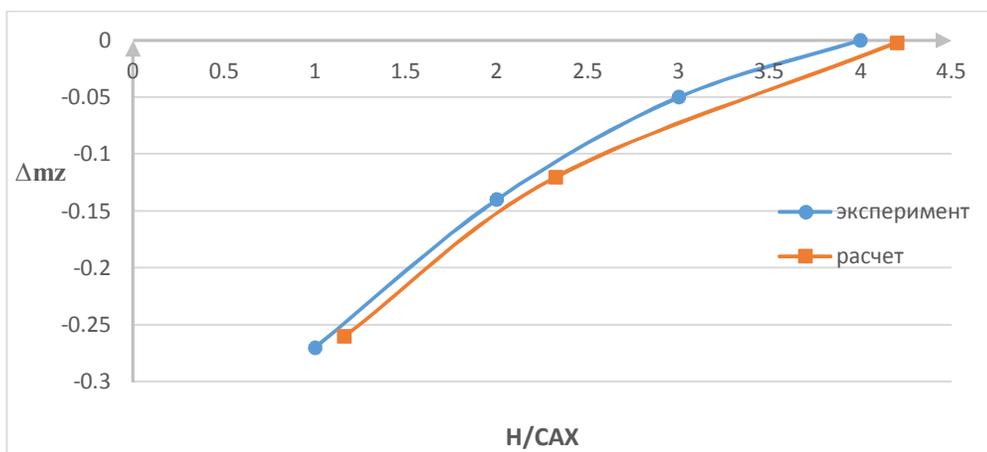
а)  $\alpha=0^\circ$ б)  $\alpha=5^\circ$ в)  $\alpha=12^\circ$ 

Рис. 2.20. Приращения коэффициентов  $\Delta C_y$  и  $\Delta m_z$  от относительной высоты к САХ крыла.

При полете самолета на высоте, меньшей размаха крыла (при выравнивании), значительные погрешности измерения высоты полета вносит аэродинамическое влияние экрана на поле скоростей и давлений вблизи самолета, и в частности где крепится ПВД. Погрешность измерения ПВД зависит от высоты полета, конфигурации самолета, параметров потока обтекания и составляет  $\Delta p_{\text{ст}} = 13 \dots 95$  Па.

$$p_{\text{ст}} = p_{\text{ст}\infty} + \Delta p_{\text{ст}}; p_{\text{ст}\infty} - \text{статическое давления без учета экрана.}$$

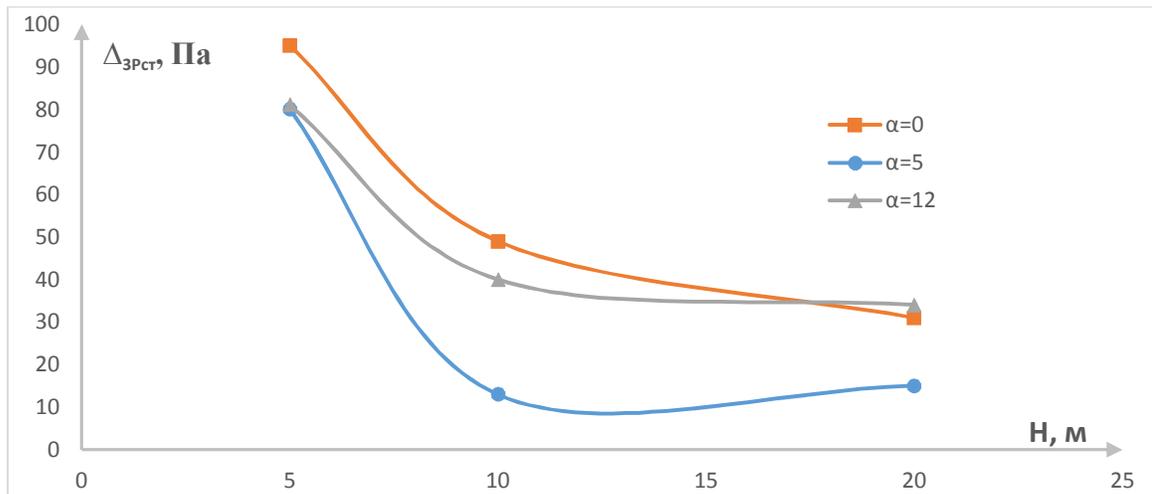
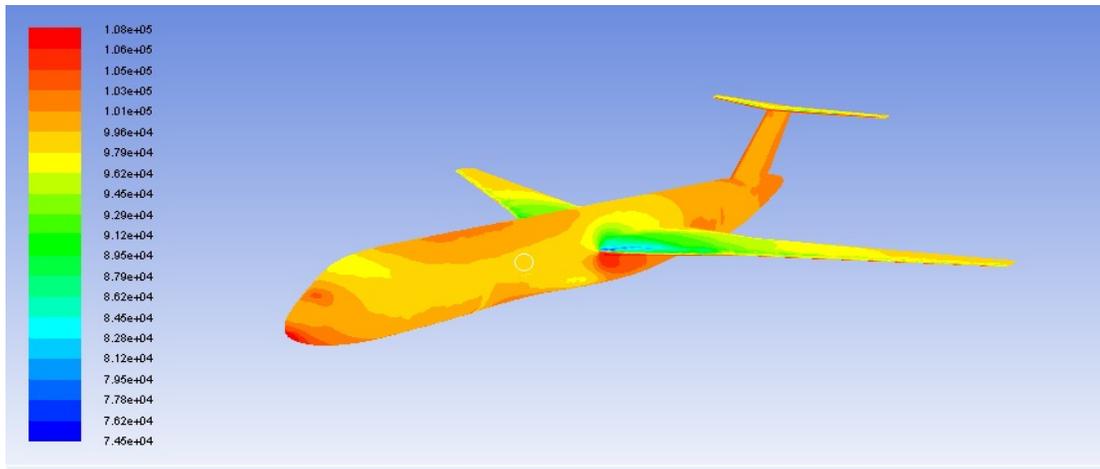


Рис.2.21. Изменения статического давления от высоты полета над экраном

## 2.5. Выводы

Из выше указанного следует, что по сравнению с другими моделями турбулентности результаты расчетов с помощью модели «SST k- $\omega$ » наилучшим образом совпадают с данными эксперимента и описывают поведение аэродинамических коэффициентов по углу атаки.

Полученные результаты позволяют построить модель распределения давления на поверхности ЛА (рис.2.22). Модель распределения давления позволяет производить оптимизацию приемника воздушного давления.



*Рис.2.22. Распределение давления на поверхности самолета при числе  $M=0.6$  и при угле атаки  $\alpha=8^\circ$*

### ГЛАВА 3. РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРИЕМНИКА ВОЗДУШНОГО ДАВЛЕНИЯ

В данной главе на основании найденной модели турбулентного обтекания самолета построены процессы, описывающие изменения давлений от точки соответствующей атмосферному давлению до давления в приемном отверстии приемника воздушных сигналов и далее до давления в точке расположения чувствительного элемента датчика давления. Разработанная математическая модель обтекания самолета позволяют в наиболее полной форме решать задачи компенсации статического и динамического искажения при измерении  $p_{ст}$ , которое является наиболее трудно измеряемым давлением и в то же время требующим наиболее точного измерения. В бортовой цифровой вычислительной машине (БЦВМ) СВС эти компенсации по найденным моделям реализуются программными средствами.

Работа СВС самолета предполагает использование измерений статического и динамического давления атмосферы, воздействующего на самолет. Вид конструкции ПВД и место установки на самолет в настоящее время как указанные раньше во многом решается с помощью экспериментальных исследований в аэродинамической трубе [11,12].

С развитием вычислительной техники появилась возможность спрогнозировать распределение давления на поверхности самолета в зависимости от конструкции самолета, условий полета и вектора состояния самолета. Нахождение распределения давления на поверхности самолета с помощью современных компьютерных программ позволяет продвинуться в математическом проектировании СВС и существенно сократить объем экспериментальных исследований, обеспечивая высокую точность измерения за счет более детализированных моделей процесса измерения.

Рассчитав распределения давления по корпусу самолета с учетом изменения обусловленного изменениями углов атаки и скольжения, скорости, числа Рейнольдса, и т.д., можно оптимизировать точку установки ПВД и дать теоретический расчет погрешностей тракта измеряемого давления, что далее позволяет программно компенсировать их в БЦВМ СВС.

### **3.1. Обзор характеристик и параметров ПВД**

Совмещенные (или комбинированные) приемники предназначены для одновременного восприятия в полете ряда давлений, в том числе полного и статического давлений. Обычно в единой конструкции совмещены функции восприятия давления в нескольких точках обтекаемого тела [11,12].

Практика проведения аэродинамических исследований позволяет сформулировать следующие общие требования к приемникам давления, устанавливаемым в газовый поток [11,12].

1. Приемники должны быть малогабаритными.
2. Измеряемое давление должно восприниматься с минимальными погрешностями.
3. При измерении средних значений давлений приемники должны правильно осреднять во времени переменные характеристики потока. При исследовании нестационарных режимов приемники давлений не должны вносить недопустимых искажений в измерение амплитуд и частот исследуемых процессов.
4. Возможности приемников должны соответствовать исследуемым диапазонам скоростей. Кроме того, в большинстве случаев приемники должны быть нечувствительными к скасам потока.
5. Приемники должны обладать достаточной механической прочностью.

6. Требования механической прочности должны дополняться требованием жаропрочности.

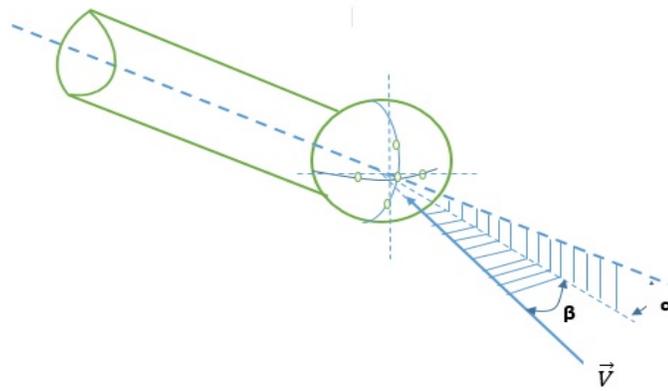
7. Монтаж и демонтаж приемники должны производиться без разборки объекта испытаний.

8. Приемники должны надежно работать при наличии механических вибраций, пульсаций потока и резких изменений температурных режимов.

9. Приемники должны быть просты по конструкции и взаимозаменяемы, а узлы крепления унифицированы.

### **3.2. Проверка достоверности разработанной модели турбулентности для оценки внутреннего распределения давления в канале ПВД**

Целью исследований в данном параграфе является проверка используемой модели турбулентности для внутреннего течения с точки зрения точности получаемых результатов. Проведено сравнение зависимости давлений полученных расчетным путем из разрабатываемой модели с экспериментальными данными [10]. Также оценивается погрешность математического моделирования при различных скоростях и углах скоса набегающего потока. Данная оценка погрешности математического моделирования позволяет выявить случайную и систематическую составляющие погрешности и прогнозировать погрешность математического моделирования аналогичных ПВД. Схема макета ПВД приведено ниже на рисунке 3.1.



*Рис.3.1. Конструкция ПВД [10]*

Приемник имеет сферическую воспринимающую часть и цилиндрическую часть: 5 отверстий расположены под углом в  $45^{\circ}$ , диаметр отверстий  $d=5$  мм.

Расчеты выполнены с помощью программы Ansys Fluent [35], которая использована и для внешнего течения. Исходными данными для моделирования являются скорость потока, угол между направлением потока и продольной осью ПВД, а также плотность воздуха в соответствии с проведенными экспериментами [10]. Использована тетраэдральная сетка с призматическим слоем близи поверхности приемника для учета пограничного слоя. В целом параметр  $y^+$  не превышал 1, что является показателем правильного описания процессов в пограничном слое.

Для проверки достоверности разработанной модели турбулентности  $k$ -Omega SST (см. главе 1) для внутреннего, проводилось сравнение результатов моделирования с данными, полученными после эксперимента [10]. Результаты эксперимента и моделирования приемника при скорости набегающего потока 30м/с приведены в таблицах 3.1, 3.2 и на рисунках 3.2, 3.3 (здесь сплошные линии – эксперимент, отмеченные точки – расчеты).

$\alpha, \beta$ – углы атаки и скольжения потока [град],

$V$ –скорость [м/с],

$p_1, p_2, p_3, p_4, p_5$ , – соответствующие давления в отверстиях [Па].

По показаниям давления в отверстиях 1,2,3,4,5 вычисляются значения функции:

$$f(\alpha) = \frac{p_1 - p_3}{p_1 - p_5}, f(\beta) = \frac{p_1 - p_2}{p_1}. \quad (3.1)$$

Таблица 3.1- Экспериментальные данные

$\beta = 60^\circ$		$\beta = 40^\circ$		$\beta = 20^\circ$	
$\alpha$ (о)	$f(\alpha)$	$\alpha$ (о)	$f(\alpha)$	$\alpha$ (о)	$f(\alpha)$
-6.72	10.53	-13.5	10.5	-18.49	10.48
0.29	1.00	0.3	1.0	-9.65	2.19
4.43	0.52	10.4	0.3	10.42	0.38
10.22	-0.01	29.9	-1.0	39.58	-1.40
19.74	-0.80	40.0	-2.8	58.56	-10.42
23.27	-1.46	49.3	-10.4	-59.79	-0.18
29.96	-5.62	-54.21	-0.11	-50.07	-0.36
-64.97	0.07	-30.00	-1.30	-44.48	-0.55
-50.07	0.09	-18.62	-7.26	-30.62	-2.23
-43.86	0.03	-64.97	-0.07	-26.69	-3.91
-30.41	-0.26	-54.21	-0.11	-25.24	-5.34
-20.07	-0.99	-49.03	-0.18	-24.21	-6.64
-10.14	-6.40	-42.83	-0.32	-23.38	-8.48
-9.93	-8.34	-20.07	-4.70	-22.97	-10.00

$\alpha = 60^\circ$		$\alpha = 40^\circ$		$\alpha = 20^\circ$	
$\beta$ (о)	$f(\beta)$	$\beta$ (о)	$f(\beta)$	$\beta$ (о)	$f(\beta)$
-59.83	-0.21	-65.0	-0.1	-64.99	0.07
-50.45	-0.17	-60.2	-0.1	-55.80	0.21
-40.01	-0.06	-50.0	0.1	-49.73	0.35
-29.78	0.10	-31.8	0.6	-40.09	0.65

-20.16	0.29	-28.0	0.7	-25.41	1.16
-9.73	0.32	-21.9	0.8	-19.78	1.18
-5.57	0.30	-17.1	0.8	-9.79	1.12
10.00	0.01	-9.6	0.8	0.99	0.83
19.33	-0.21	0.1	0.8	10.30	0.48
25.34	-0.38	10.5	0.6	19.79	0.01
35.08	-0.67	20.6	0.2	30.13	-0.41
40.05	-0.80	26.8	-0.1	34.26	-0.59
45.45	-0.92	35.9	-0.4	39.42	-0.83
48.97	-1.00	40.9	-0.7	41.48	-0.96

Таблица 3.2 – Расчетные данные

$\beta = 60^\circ$		$\beta = 40^\circ$		$\beta = 20^\circ$	
$\alpha$	$f(\alpha)$	$\alpha$	$f(\alpha)$	$\alpha$	$f(\alpha)$
0	1	30	-0.62664	10	0.454834
10.00	0.00	-30.00	-2.00	40.00	-1.40
20.00	-0.50	40.00	-2.20	50.00	-3.60
30.00	-5.60	-10.00	4.00		
60.0	4.6	-20.0	-3.6		
-15.0	-1.7				
-5	5				

$\alpha = 60^\circ$		$\alpha = 40^\circ$		$\alpha = 20^\circ$	
$\beta$	$f(\beta)$	$\beta$	$f(\beta)$	$\beta$	$f(\beta)$
0.00	0.23	30	-0.61	10.00	0.52
10.00	0.00	-30	0.61	40.00	-0.89
20.00	-0.24	40	-0.81	50.00	-1.30
30.00	-0.61	-10	0.80		
60.00	-1.20	-20.0	0.82		
-15.00	0.30				

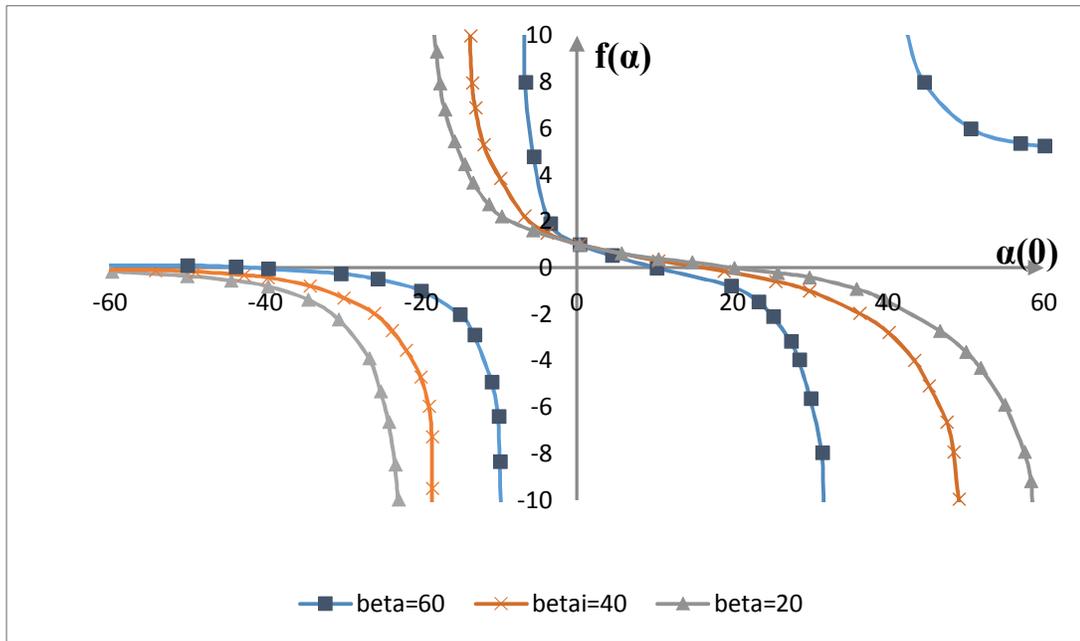


Рис.3.2. Зависимость  $f(\alpha) = \frac{p_1 - p_3}{p_1 - p_5}$ , скорость потока  $V=30$  м/с

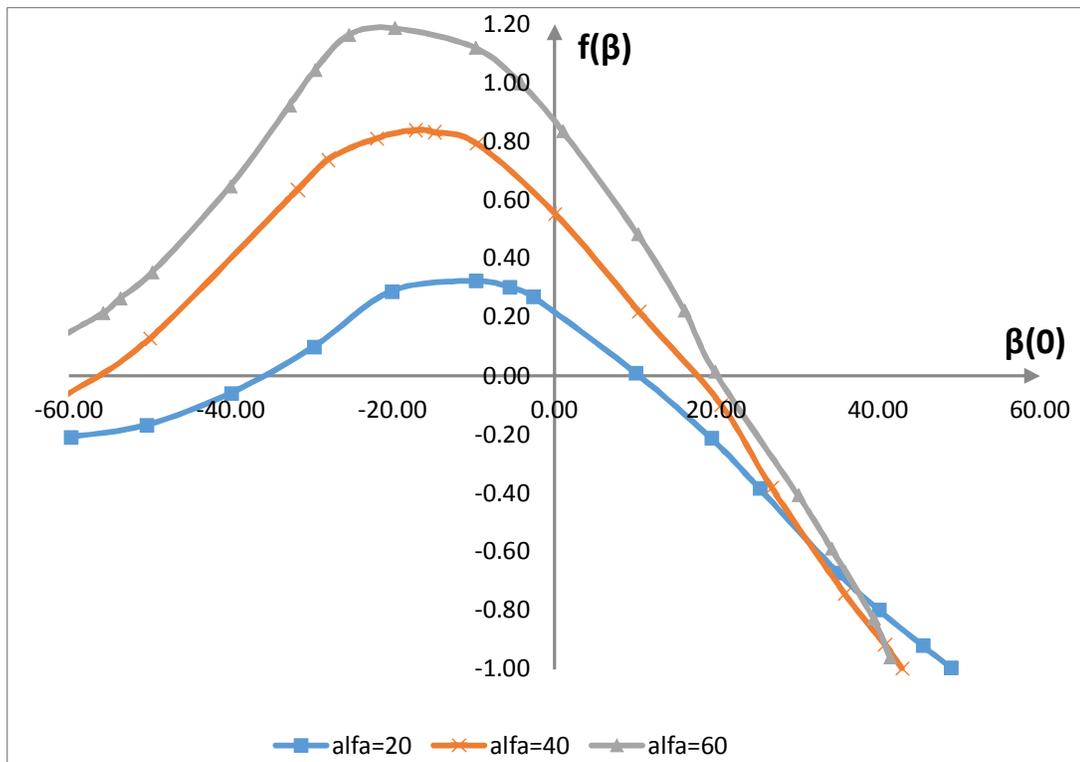


Рис.3.3. Зависимость  $f(\beta) = \frac{p_1 - p_2}{p_1}$ , скорость потока  $V=30$  м/с

Отсюда следует, что математическое моделирование внутреннего обтекания ПВД с помощью разработанной модели турбулентности дает результаты, совпадающие с данными эксперимента [10].

Анализируя результаты определена погрешность определения углов  $\alpha$  и  $\beta$ :

+ при  $-20^0 \leq \alpha, \beta \leq 20^0$  абсолютная погрешность составляет менее 0.1%.

+ при  $-60^0 \leq \alpha, \beta \leq -20^0$  и  $20^0 \leq \alpha, \beta \leq 60^0$  абсолютная погрешность составляет более 1%.

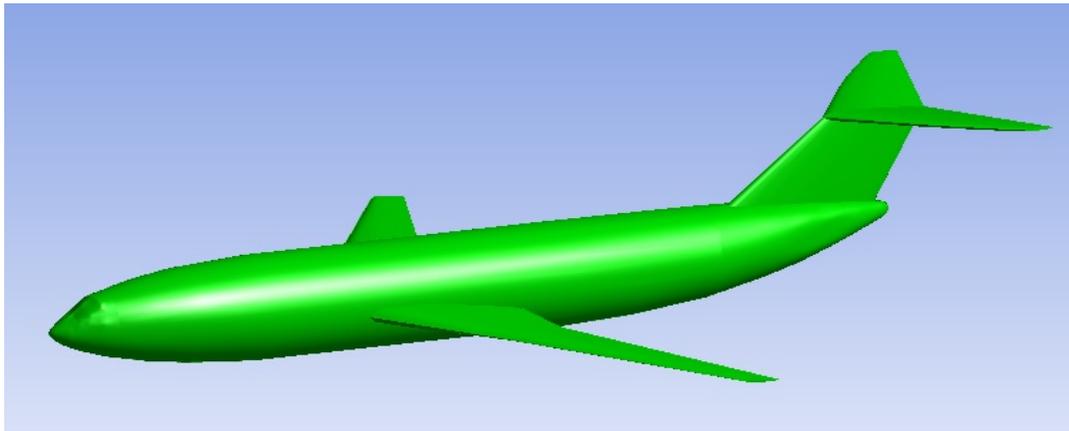
Большая погрешность измерения углов обтекания объясняется тем, что при обтекании тела с большим углом скоса потока за сферической части возникает зоны силы вихрей и давления от этих вихрей добавляются на приемные отверстия. Для избежать из этой недостатка в настоящее время сделан ПВД с полусферической части и цилиндрической части (диаметры сферы и цилиндра равны). Так как объект исследования в работе – самолет в режиме посадки, следует что абсолютное значения углов скоса потока не более  $20^0$  и можно примерить данный ПВД для определения углов скоса потока с погрешности малой (менее 0.1%).

### **3.3.Разработка статической модели приемника воздушного давления**

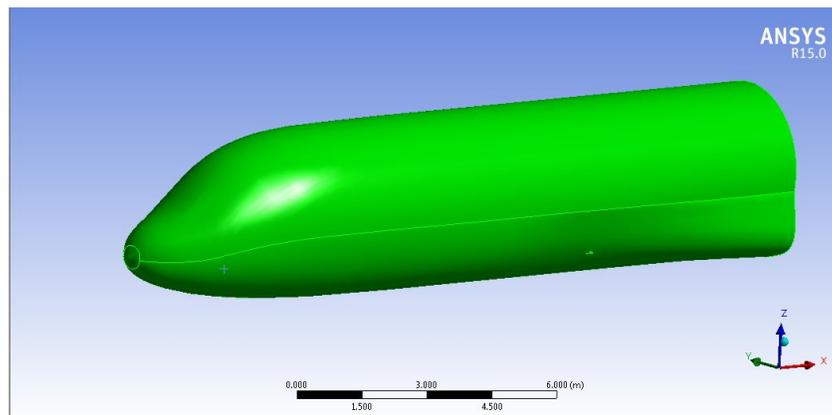
#### **3.3.1. Исследование влияния компоновки самолета на обтекание самолета в предполагаемой области размещения ПВД.**

С помощью разработанной модели турбулентности [38] на основе сравнения расчетных характеристик самолета в комплексной программе Ansys Fluent (лицензия 00632255) и экспериментальных данных по этому самолету [41,42] проведены расчеты внешнего обтекания известного самолета (фюзеляж+крыло+оперение) и обтекания носовой части фюзеляжа (где предположительно размещается область установки ПВД).

На рис.3.4. представлена геометрия полной компоновки и носовой части фюзеляжа самолета.



Полная компоновка самолета ( $L_{\phi} = 42,33 \text{ м}$ ,  $D_{\text{макс.}\phi} = 3,8 \text{ м}$ ,  $L_{\text{кр}} = 37,55 \text{ м}$ )



Носовая часть фюзеляжа ( $L_{\text{носсовая часть}} = 18 \text{ м}$ )

*Рис.3.4. Геометрия самолета и его носовой части фюзеляжа.*

Рассчитано обтекание целой конструкции самолета и его части с числом  $M=0.6$  с углами  $\alpha=0^{\circ}...20^{\circ}$  на высоте  $H=10 \text{ км}$ . В работе рассмотрено распределение давления по контуру по поперечным сечениям фюзеляжа (на расстоянии от носа фюзеляжа  $X=1, 5, 10, 15 \text{ м}$ ).

На рис.3.5.представлены распределения давления по контуру по поперечным сечениям фюзеляжа при обтекании с числом Маха  $M=0.6$  с различными углами атаки.

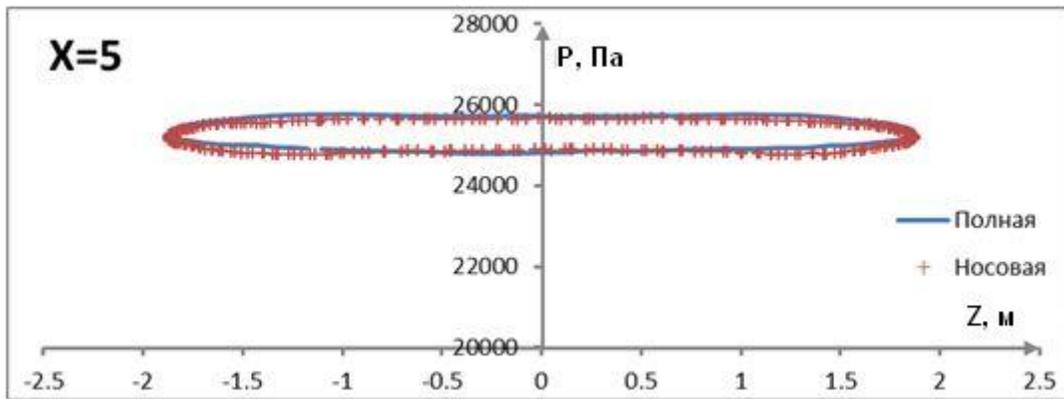
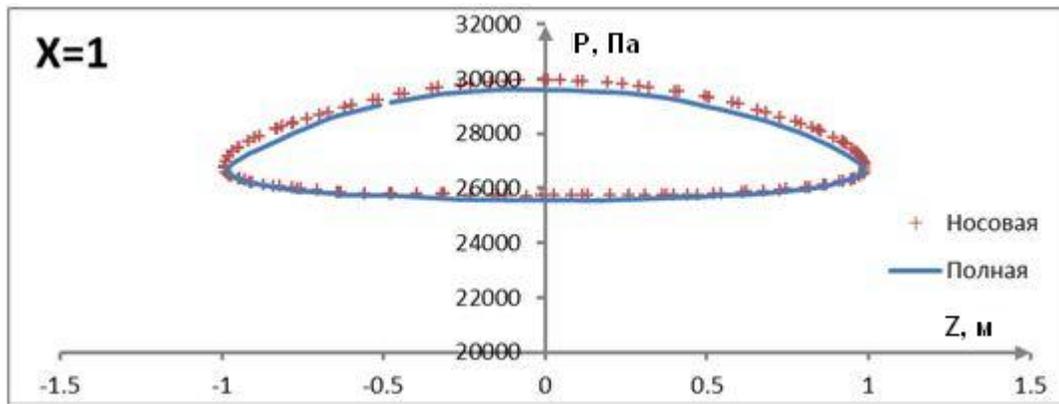
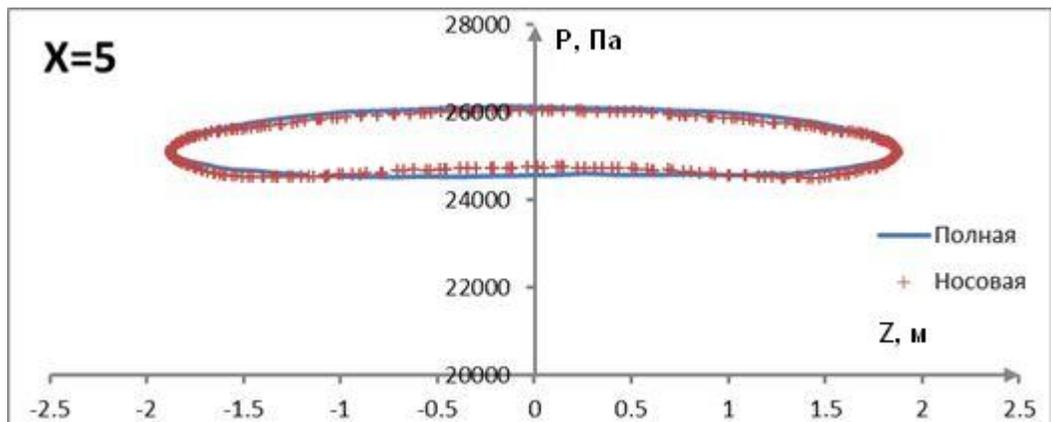


Рис.3.5. Обтекание с числом Маха  $M=0.6$  с углом атаки  $\alpha=0^\circ$



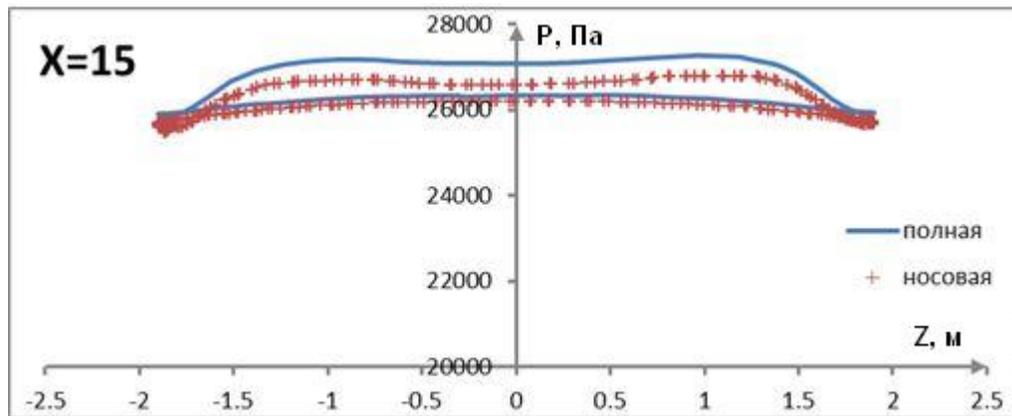


Рис.3.6. Обтекание с числом Маха  $M=0.6$  с углом атаки  $\alpha=8^\circ$

Разница расчетных характеристиках между обтеканиями полной компоновки и носовой части фюзеляжа не превышает 1% для  $X \leq 12$  м, и только для  $X=15$  м несовпадение около 6%. Вследствие этого, можно сказать что распределение давления по носовой части самолета не зависит от наличия других задних частей по потоку.

В следствии выше указанного при определении мест размещения приемников воздушного давления использовалась упрощенная геометрия самолета, содержащая носовую часть фюзеляжа, и расчетная область была уменьшена до минимально возможных размеров и расчетная сетка построена с хорошим разрешением у фюзеляжа самолета (область погранслоя). Такая постановка задачи позволила существенно сократить объем вычислительных работ, связанных с непосредственным расчетом обтекания самолета при различных углах атаки и скольжения и при различных числах Маха.

### 3.3.2. Место установки ПВД

Наиболее сложно измеряемым параметром на борту самолета является статическое давление  $p_{ст}$  воздуха, поэтому в работе основное внимание удалено процессам измерения статического давления. При определении мест размещения приемников воздушного давления, оценивалось расположение областей

статического давления воздуха у фюзеляжа самолета, в которых статическое давление равно или близко к статическому давлению атмосферы.

На рис.3.7 представлены рассчитанные поля статических давлений воздуха на фюзеляже самолета, при его обтекании потоком воздуха с числом Маха  $M=0.4$  и с углами атаки и скольжения  $\alpha = 0^\circ$ ;  $\beta = 0^\circ$ .

На рис.3.8 представлены поля статических давлений воздуха на фюзеляже самолета, при его обтекании потоком воздуха с числом Маха  $M=0.4$  и с углами атаки и скольжения  $\alpha = 5^\circ$ ;  $\beta = 0^\circ$ .

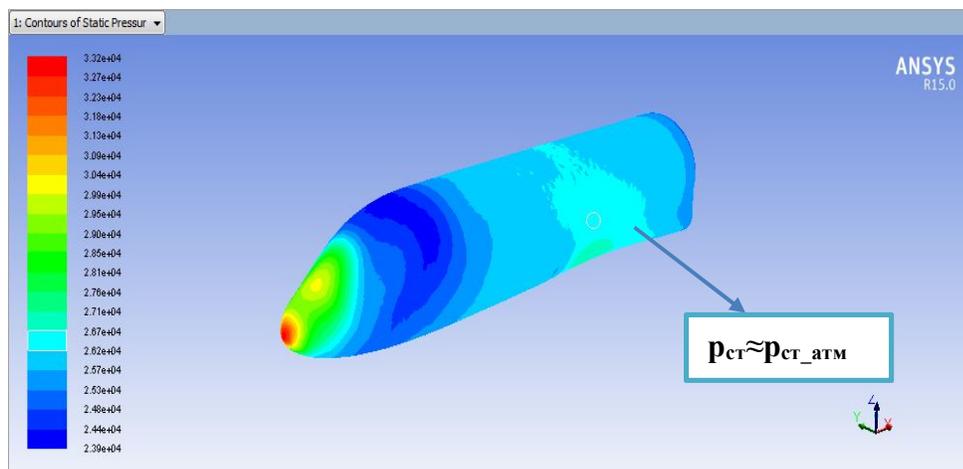


Рис.3.7. Картина распределения давления на поверхности фюзеляжа самолет при угле атаки  $\alpha = 0^\circ$

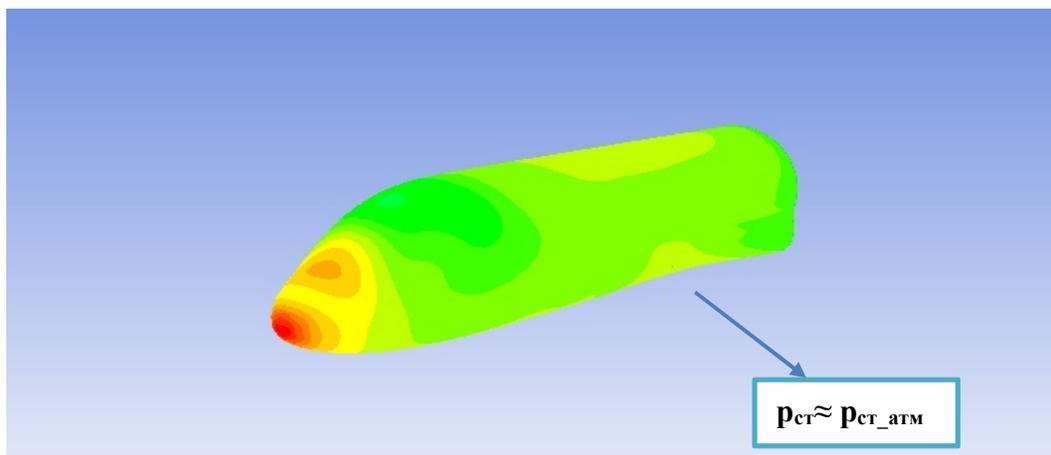


Рис.3.8. Картина распределения давления на поверхности фюзеляжа самолет при угле атаки  $\alpha = 5^\circ$

С целью локализации областей, где давление близко к статическому в невозмущенном потоке, найденная область на фюзеляже ограничена координатой:  $8.0 \leq X \leq 12.5$  м. При обтекании с различными углами атаки и скольжения эта область меняется.

### **3.3.3. Анализ вариантов характеристик ПВД и место размещения ПВД на корпусе самолета**

С целью оптимизации места размещения ПВД на корпусе самолета в данной работе используется многофункциональный приемник воздушного давления классической схемой [13,14]. Технические решения, реализованные в ПВД, защищены патентами РФ 2157980, US 6 588 285, EP 0963556, Японии 3444425, Канады CA 2 279 246, Китая ZL 99 8 06570.6, Грузии P 2731 и Украины 34521. Этот приемник обеспечивает определение полного и статического давлений и угла атаки. ПВД имеет внешне традиционную форму и состоит из удлиненного осесимметричного тела с обивальной носовой частью и стойки, но при этом его аэродинамический облик существенно отличается от известных аналогов. Принципиальное отличие ПВД заключается в том, что отверстия для измерения углов атаки и скольжения расположены не на осесимметричном теле (как на приемниках фирмы Goodrich), а на сферической части. Стойка ПВД имеет специально разработанный аэродинамический профиль, который, во-первых, характеризуется расширенным диапазоном безотрывного обтекания и высокой чувствительностью давлений на носке профиля к изменению угла атаки и, во-вторых, обладает минимальным волновым сопротивлением при больших дозвуковых скоростях полета. Угол стреловидности стойки выбран так, чтобы ее обтекание оставалось докритическим до числа Маха  $M=0.9$ , что обеспечивает минимальное волновое сопротивление на крейсерских режимах полета. Высота стойки определена из условия выноса измерительных отверстий за пределы

пограничного слоя на фюзеляже самолета на режимах полета с минимальной скоростью  $V=180$  км/ч (взлет, посадка) при размещении. Приемник воздушных давлений ПВД с положительным результатом прошел все виды испытаний, включая испытания на устойчивость к воздействию условий обледенения.

На рис.3.9 представлена геометрия приемника воздушного давления.

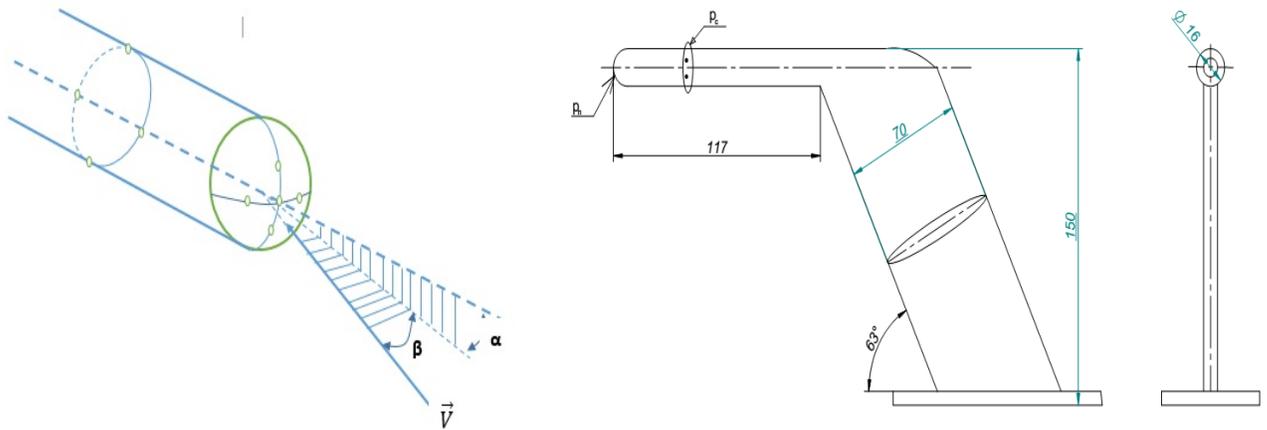


Рис.3.9. Геометрия ПВД

Длина трубопровода от отверстия  $p_{ст}$  до чувствительного элемента датчика давления –  $l_{првд}$  см. Внутренний диаметр трубопровода- $d_{првд}$  см.

В работе рассмотрены некоторые варианты:  $l_{првд}= 30, 40, 60, 150$  см,  $d_{првд}= 0.1, 0.4, 0.6, 0.8$  см.

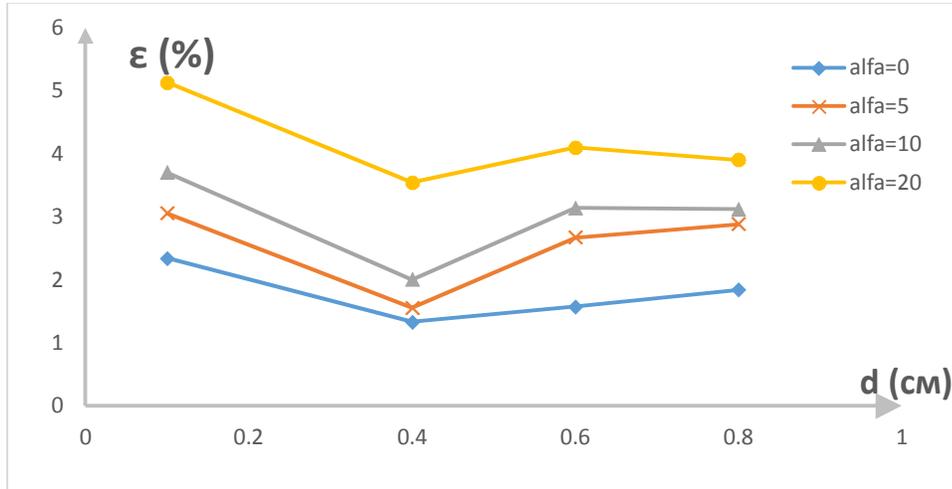
Погрешности измерения определяется по формуле:  $\varepsilon = \frac{p_{ст}-p_{изм}}{p_{ст}}$  (%).

В таблицах 3.3, 3.4 представлены расхождения между статическим давлением в атмосфере и давлением (в установившемся режиме полета) в области чувствительного элемента датчика в различных местах с различными углами атаки и скольжения.

Таблица 3.3

$l_{првд} = 30$ см	$\alpha$	$0^0$	$5^0$	$10^0$	$20^0$
$d_{првд} = 0.1$ см	$\varepsilon(P_{ст})$ %	2.34	3.05	3.7	5.13
$d_{првд} = 0.4$ см	$\varepsilon(P_{ст})$ %	1.33	1.55	2	3.54

$d_{\text{првд}}=0.6 \text{ см}$	$\varepsilon(P_{\text{ст}}) \%$	1.57	2.67	3.14	4.1
$d_{\text{првд}}=0.8 \text{ см}$	$\varepsilon(P_{\text{ст}}) \%$	1.84	2.88	3.12	3.9

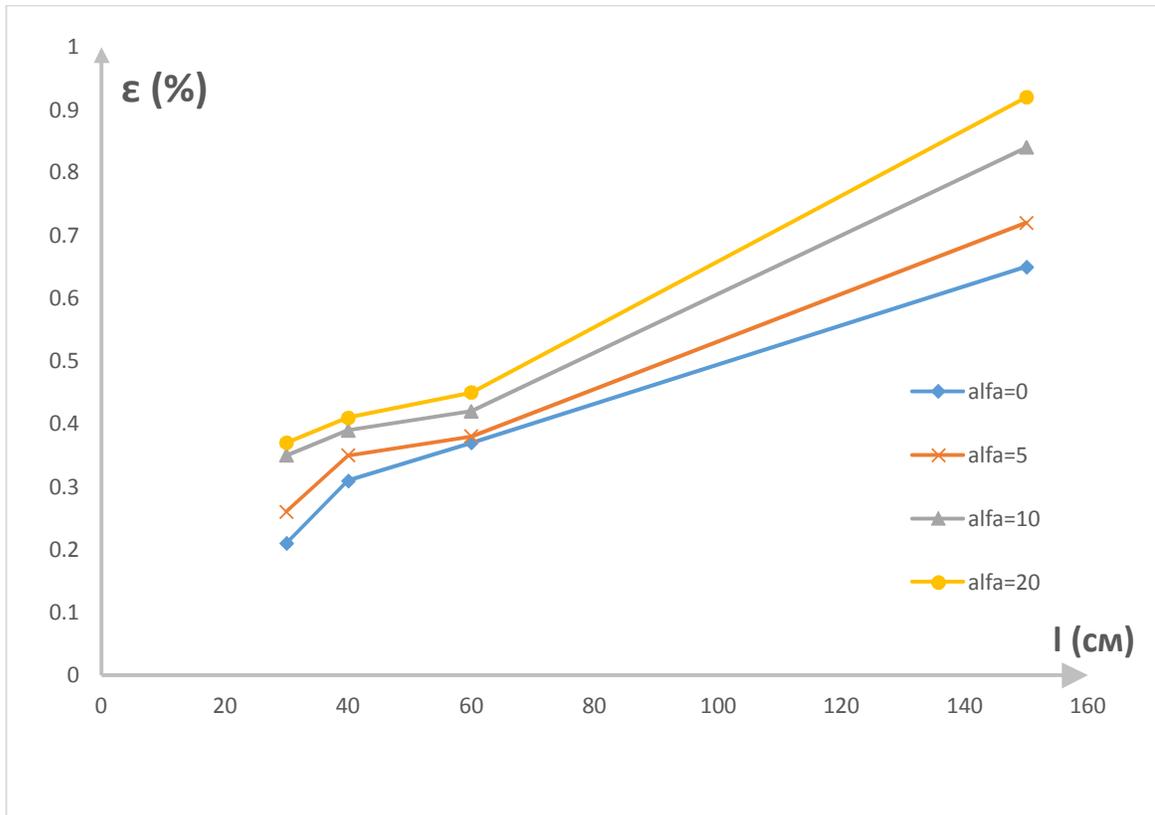


*Рис.3.10. Зависимость погрешности измерения статического давления от диаметра отверстия ПВД при различных углах атаки*

Результаты полученные расчетом согласованы с результатом экспериментальным путем полученным в работе Петунина А.Н [9,10]. Это объясняется тем, что при малом диаметре отверстия ( $d_{\text{првд}}=0.1 \text{ см}$ ) измерительная система имеет сильное запаздывание из-за дросселирующего эффекта отверстия. А при большом диаметре отверстия ( $d_{\text{првд}}=0.6 \text{ см}$  и  $0.8 \text{ см}$ ) в трубопроводе возникают вихри вблизи отверстия, при этом погрешность измерения большая. Оптимальный диаметр приемного отверстия статического давления выбран далее равен  $0.4 \text{ см}$ .

*Таблица 3.4*

$d_{\text{првд}} = 0.4 \text{ см}$	$\alpha$	$0^{\circ}$	$5^{\circ}$	$10^{\circ}$	$20^{\circ}$
$l_{\text{првд}}=30 \text{ см}$	$\varepsilon(P_{\text{ст}}) \%$	0.21	0.26	0.35	0.37
$l_{\text{првд}}=40 \text{ см}$	$\varepsilon(P_{\text{ст}}) \%$	0.31	0.35	0.39	0.41
$l_{\text{првд}}=60 \text{ см}$	$\varepsilon(P_{\text{ст}}) \%$	0.37	0.38	0.42	0.45
$l_{\text{првд}}=150 \text{ см}$	$\varepsilon(P_{\text{ст}}) \%$	0.65	0.72	0.84	0.92



*Рис.3.11. Зависимость погрешности измерения статического давления от длины трубопровода ПВД при различных углах атаки*

Погрешность измерения зависит от запаздывания измерения, а запаздывание линейно как видно из расчета зависит от длины трубопровода ПВД. В итоге здесь взята минимальная длина трубопровода 30 см.

В работе рассмотрены 3 места размещения ПВД:  $L=8, 10, 12.5$  м, где  $L$ -расстояние от носа фюзеляжа до места размещения ПВД (по продольной оси). В таблицах 3.4, 3.6 представлены расхождения между статическим давлением в атмосфере и давлением (в установившемся режиме полета) в области чувствительного элемента датчика в различных местах с различными углами атаки и скольжения.

Таблица 3.5

	$\alpha$	$0^0$	$5^0$	$10^0$	$20^0$
L=8 м	$\varepsilon(P_{ст}) \%$	0.531	0.770	0.849	1.226
L=10 м	$\varepsilon(P_{ст}) \%$	0.561	0.870	0.852	1.247
L=12.5 м	$\varepsilon(P_{ст}) \%$	0.185	0.375	0.305	1.235

Таблица 3.6

	$\beta$	$0^0$	$5^0$	$10^0$	$20^0$
L=8 м	$\varepsilon(P_{ст}) \%$	0.566	0.609	1.056	0.566
L=10 м	$\varepsilon(P_{ст}) \%$	0.949	0.513	1.145	0.949
L=12.5 м	$\varepsilon(P_{ст}) \%$	0.182	0.609	0.397	0.182

Проведен анализ влияния  $\frac{\partial P}{\partial \alpha}$  на измерение статического давления в местах размещения ПВД L= 8, 10, 12.5 м. Результаты показаны на рис.3.12.

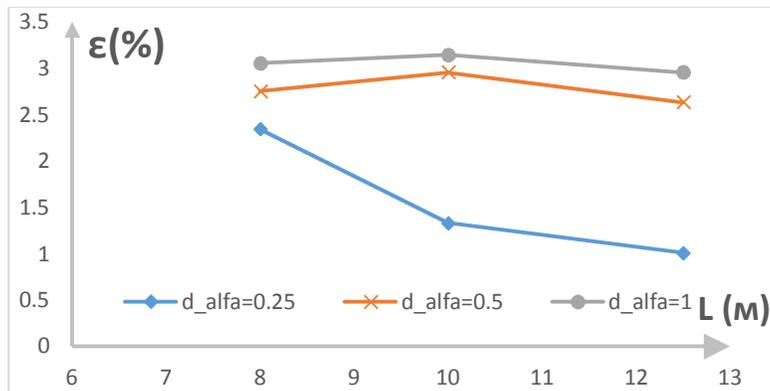


Рис.3.12. Зависимость погрешности измерения статического давления от места размещения ПВД при различных значениях  $\frac{\partial P}{\partial \alpha}$

Для анализа оптимального размещения ПВД на фюзеляже использован критерий выбора места на корпусе, где минимальное отличие статического давления от атмосферного и минимальная чувствительность к изменению направления потока ( $P_{ст} \rightarrow P_{атм}; \frac{\partial P}{\partial \alpha}, \frac{\partial P}{\partial \beta} \rightarrow 0$ ).

Одним из мест размещения ПВД является точка на поверхности носовой части, имеющая координаты:  $X \approx 12.5$  м,  $Y \approx -1.3$  м (следовательно:  $Z \approx 1.5$  м).

1)  $P_{ст} \rightarrow P_{атм}$  с погрешностью до 1%; 2)  $\frac{\partial P}{\partial \alpha}, \frac{\partial P}{\partial \beta} \rightarrow 0$  с погрешностью до 3%

Отметим что, ПВД должен быть размещен на фюзеляже таким образом, чтобы его плоскость симметрии была перпендикулярна плоскости поперечного сечения фюзеляжа в месте установки (плоскости шпангоута).

Из-за ненулевых углов атаки скольжения происходит дополнительный наддув трубки приемника  $p_{ст}$ , что приводит к изменениям в давления поступающего из ПВД в датчик СВС. Что и указано в виде:  $\Delta_{1P_{ст}}$  на приведенном графике рис.3.13.

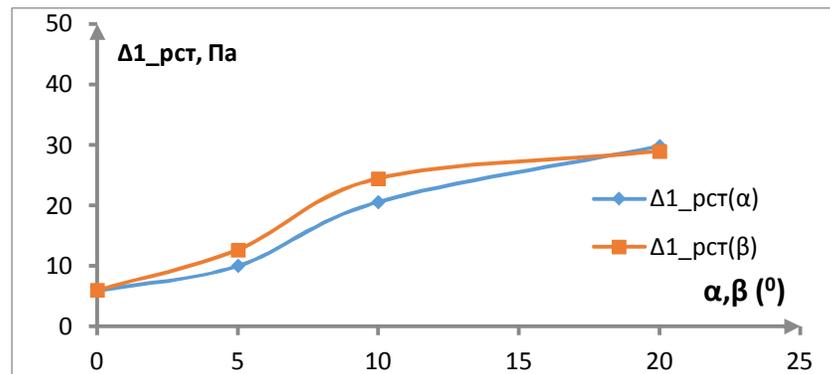


Рис.3.13. Зависимость дополнительного давления в датчике от угла атаки и скольжения

Также учитывается искажение давления ( $\Delta_{2P_{ст}}$ ) из-за смещения статического давления на корпусе ПВД, хотя и на небольшую величину, но всетаки отличающуюся от статического давления на корпусе самолета (которое в свою очередь ведет к изменению  $\Delta_{2P_{ст}} \sim 15$ Па).

При полете самолета на высоте, меньшей размаха крыла (при выравнивании), значительные погрешности измерения высоты полета вносит аэродинамическое влияние экрана на поле скоростей и давлений вблизи самолета, и в частности где крепится ПВД. Погрешность измерения ПВД зависит от высоты полета,

конфигурации самолета, параметров потока обтекания и составляет  $\Delta_{зрст}=13\dots95$  Па.

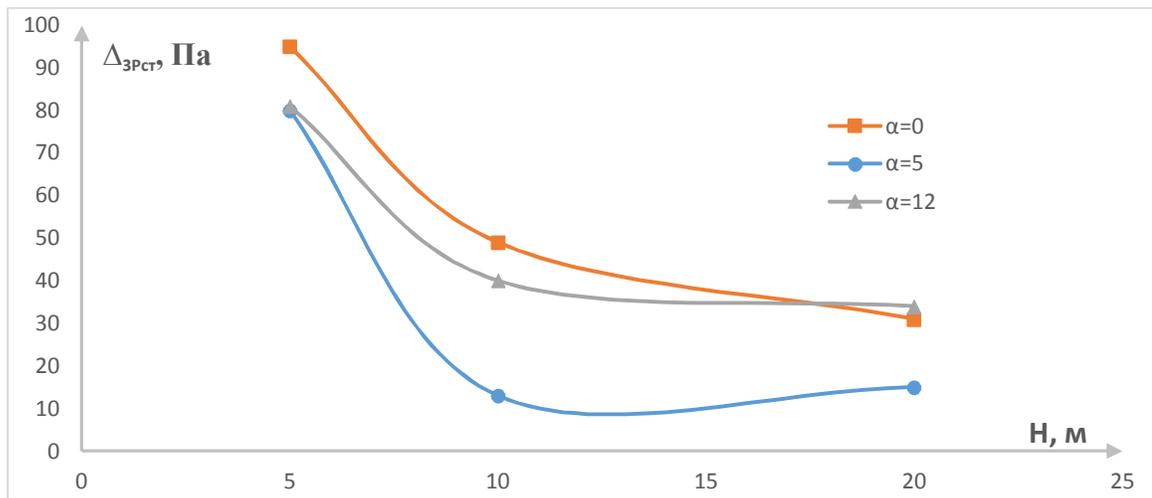


Рис.3.14.Изменения статического давления от высоты полета над экраном

### 3.4. Разработка динамической модели изменения давления в каналах измерения $p_{ст}$ ПВД

В работе было проведено построение модели динамики измерения давления в каналах  $p_{ст}$  ПВД в форме дискретного разностного уравнения. Для этого в программе задавалось изменение статического давления атмосферы воспринимаемого через соответствующее отверстие ПВД, в виде заданных функций времени. Это давление рассматривалось как входной сигнал на динамический объект: канал  $p_{ст}$  (это не давление в отверстии  $p_{ст}$  ПВД, а давление невозмущенной атмосферы). В качестве выходного сигнала рассматривалась величина давления в конце канала ПВД, непосредственно действующего на чувствительный элемент (датчика давления генераторного типа).

Поскольку обработка процессов в БЦВМ производится дискретно, то целесообразным является описание систем и сигналов на основе z-преобразования

[50-61]. При этом непрерывные процессы и отклик системы дискретизируются с тактовым шагом по времени  $T_0=0.0001$ с. Переход к дискретному времени  $k=t/T_0$  позволяет описывать поведение линейной системы с помощью разностного уравнения.

Разностное уравнение в общем виде:

$$x(k) + a_1x(k-1) + a_2x(k-2) + \dots + a_mx(k-m) = b_1u(k-d-1) + b_2u(k-d-2) + \dots + b_mu(k-d-m).$$

где измерения входного и выходного процессов  $u(k)$  и  $x(k)$  в дискретные моменты времени  $k$ :

$$u(0), u(1), \dots, u(k-1);$$

$$x(d+1), x(d+2), \dots, x(d+k);$$

Обозначая:

$$\varphi^T(k) = [-x(k-1), -x(k-2), \dots, -x(k-m), u(k-d-1), \dots, u(k-d-m)];$$

$$\theta^T(k) = [\hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_m, \hat{b}_1, \hat{b}_2, \dots, \hat{b}_m].$$

$\Phi(m+d+N)$

$$= \begin{bmatrix} -x(m+d-1), -x(m+d-2), \dots, -x(m+d-m), u(m-1), \dots, u(0) \\ -x(m+d), -x(m+d-1), \dots, -x(m+d-m+1), u(m), \dots, u(1) \\ \dots \\ -x(m+d+N-1), -x(m+d+N-2), \dots, -x(m+d), u(m+N-1), \dots, u(N) \end{bmatrix};$$

Вводя:  $G(k) = [P(k)]^{1/2}$ , где  $P(k) = [\Phi^T(k)\Phi(k)]^{-1}$ .

Рекуррентный алгоритм идентификации

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + \gamma(k)[x(k+1) - \varphi^T(k+1)\hat{\theta}(k)],$$

где  $\hat{\theta}(k)$  и  $\hat{\theta}(k+1)$ -оценки на шагах  $k$  и  $(k+1)$  соответственно

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + \gamma(k)[x(k+1) - \varphi^T(k+1)\hat{\theta}(k)],$$

$$\text{где } \gamma(k) = \frac{G^T(k)H(k)}{H^T(k)H(k) + \lambda};$$

$$H(k)=G(k)\varphi(k+1);$$

$$G(k+1)=\frac{1}{\sqrt{\lambda}}\left(I-\frac{H(k)H^T(k)}{H^T(k)H(k)+\lambda}\right)^{1/2}G(k); \quad (*)$$

$$G(0)=c^2I, c \rightarrow \infty;$$

$I$ -единичная матрица.

Вычисление квадратного корня в (\*) производится по формуле Хелеского: если

$$N=V^T V, \text{ то}$$

$$v_{ii}=\sqrt{n_{ii}-\sum_{k=1}^{i-1}v_{ik}^2}-\text{для диагональных элементов};$$

$$v_{ij}=\frac{1}{v_{ii}}\left(n_{ij}-\sum_{k=1}^{i-1}v_{ki}v_{kj}\right)-\text{для недиагональных элементов};$$

Тестовые сигналы для построения динамических моделей должны отвечать требованию возбуждения системы в возможно большом диапазоне частот, поэтому модель рассчитана численно для скачка давления  $p_{ст}$  прямоугольной формы. Если использовать реальные изменения давления как в эксперименте за счет движения самолета, т.е. не столь энергичные, то это приводит к менее точным моделям. Модель изменения давления в форме скачка приводит к модели прогнозирующей плавные изменения давления с высокой точностью, что и модель, построенная по сигналам с менее энергичным изменением давления (соответствующим реальным скоростям изменения давления при эволюции самолета). Наоборот перенос моделей, построенных на мало энергичных входных сигналах на более энергичные входы, недопустим, что показывает на эффективность использования численных методов, применяемых в работе, поскольку в реальном полете сделать энергичны маневры по давлению (высоте) нельзя, а в численном эксперименте Ansys Fluent можно.

На рис.3.15 представлены графики изменения входного и выходного сигналов канала  $p_{ст}$  ПВД, полученные из решения задачи моделирования обтекания самолета с ПВД воздушным потоком с помощью программы Ansys Fluent. Время моделирования равно 0.12 с, результаты выданы с шагом  $\Delta\tau=0.001$ с. Для идентификации параметров модели ПВД выбран шаг дискретизации  $T_0$  равным шагу выдачи результатов  $\Delta\tau$ .

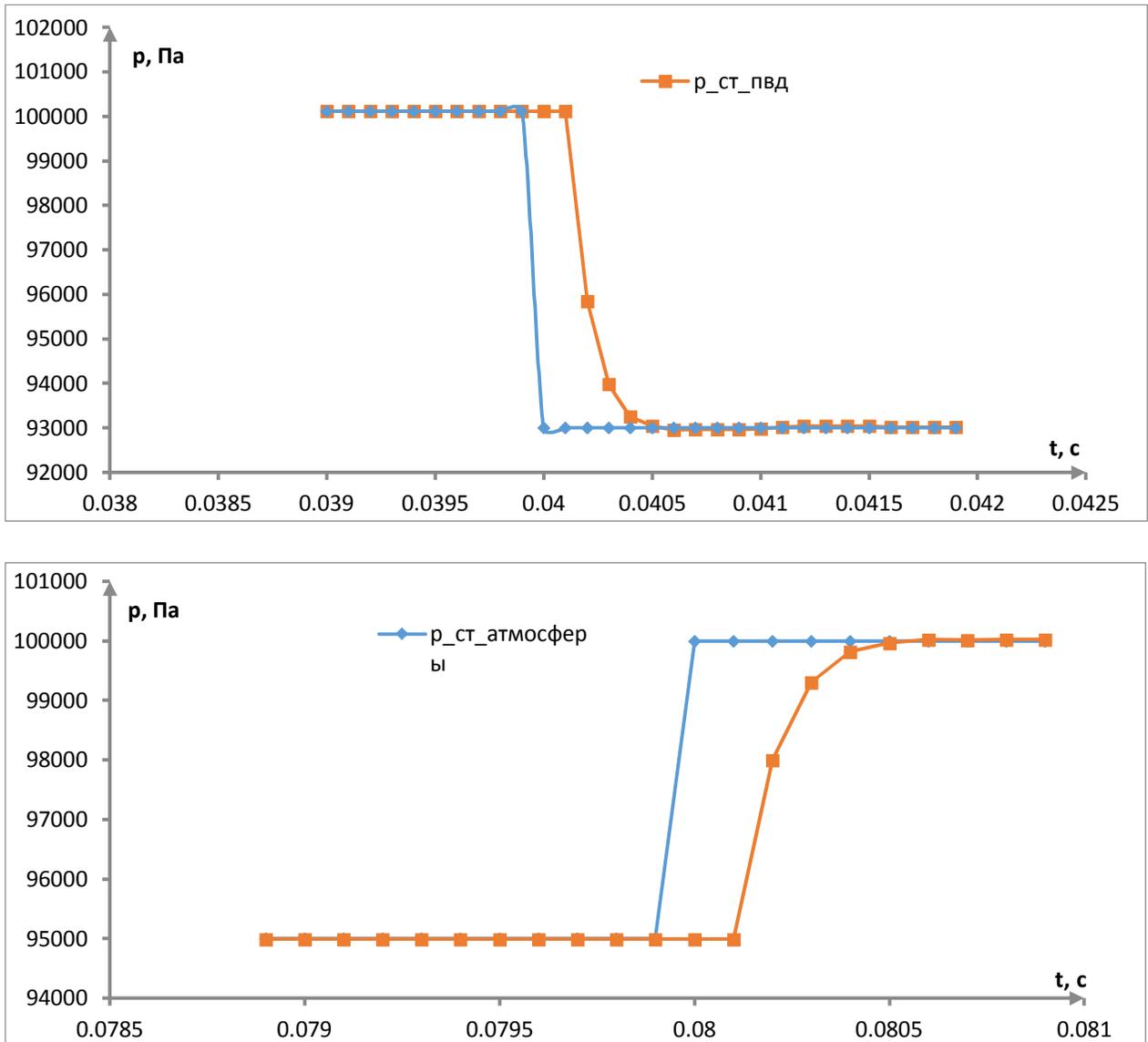


Рис.3.15. Графики изменения по времени входного и выходного сигналов канала  $P_{ст}$  ПВД

Судя по этим графикам можно сразу сказать, что чистое запаздывания  $d$  дискретной модели канала  $p_{ст}$  ПВД не должно превышать 2 шага.

По сравнению с классическим алгоритмом идентификации по методу наименьших квадратов модифицированный алгоритм идентификации по методу квадратного корня обладает большей устойчивостью благодаря меньшей вычислительной погрешности: он обеспечивает такую же точность, как классический алгоритм идентификации, при использовании ЭВМ с вдвое меньшей разностью центрального процесса.

Ниже представлены результаты идентификации параметров модели канала  $p_{ст}$  ПВД, полученные от программы, реализующей алгоритм идентификации, основанный на методе наименьших квадратов [56], с чистом запаздыванием на 1 шаг (0.0001с). Подробный алгоритм идентификации по методу квадратного корня изложен в [56].

Разностное уравнение (для случая длины трубопровода  $l_{првд} = 30$  см):

$$p_{стд,д}(k) - 0,464 p_{стд,д}(k - 1) = 0,538 p_{ст}(k - d - 1) \\ k = 1 \div 120; d = 1;$$

Разностное уравнение (для случая длины трубопровода  $l_{првд} = 150$  см):

$$p_{стд,д}(k) - 1,248 p_{стд,д}(k - 1) + 0,393 p_{стд,д}(k - 2) \\ = 0,295 p_{ст}(k - d - 1) - 0,151 p_{ст}(k - d - 2) \\ k = 1 \div 120; d = 2;$$

где:  $T_0 = 0.0001$  - тактовый шаг по времени;  $k = t/T_0$  - дискретное время;  $d = \tau/T_0$  - величина чистого запаздывания.

На рис.3.16 представлены результаты идентификации параметров модели канала  $p_{ст}$  ПВД, полученные от программы, реализующей алгоритм идентификации, с чистом запаздыванием на 1 шаг (0.0001с) (для случая длины трубопровода  $l_{првд} = 30$  см).

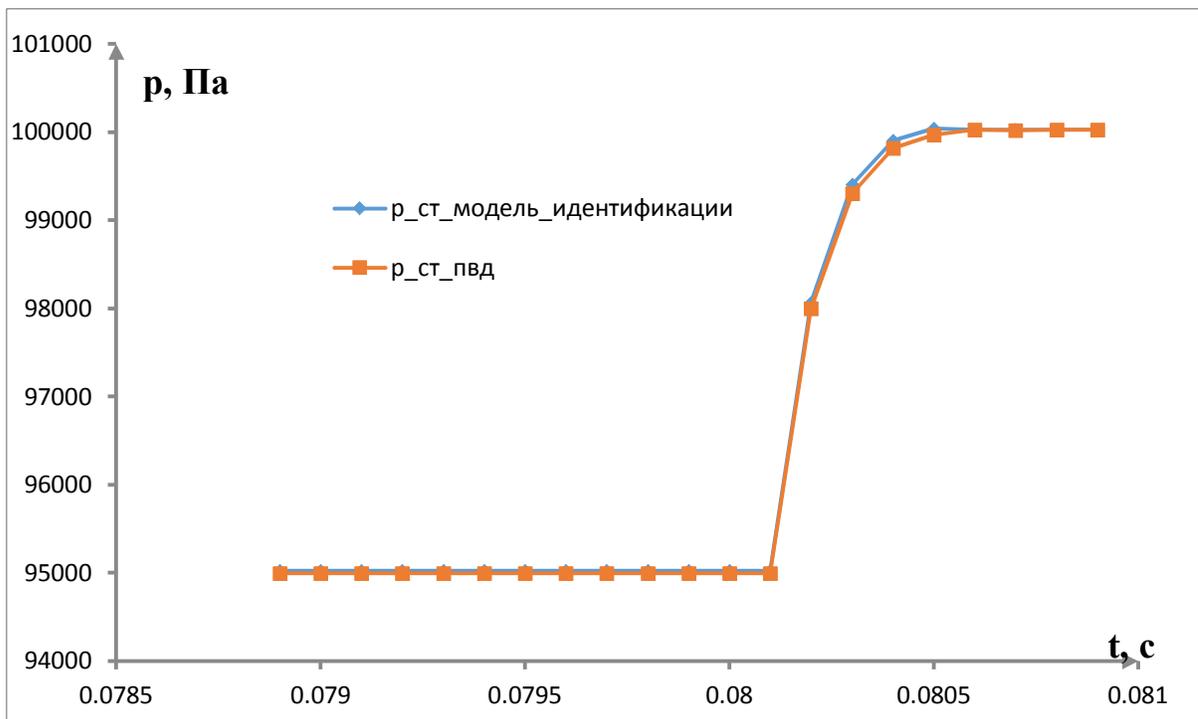
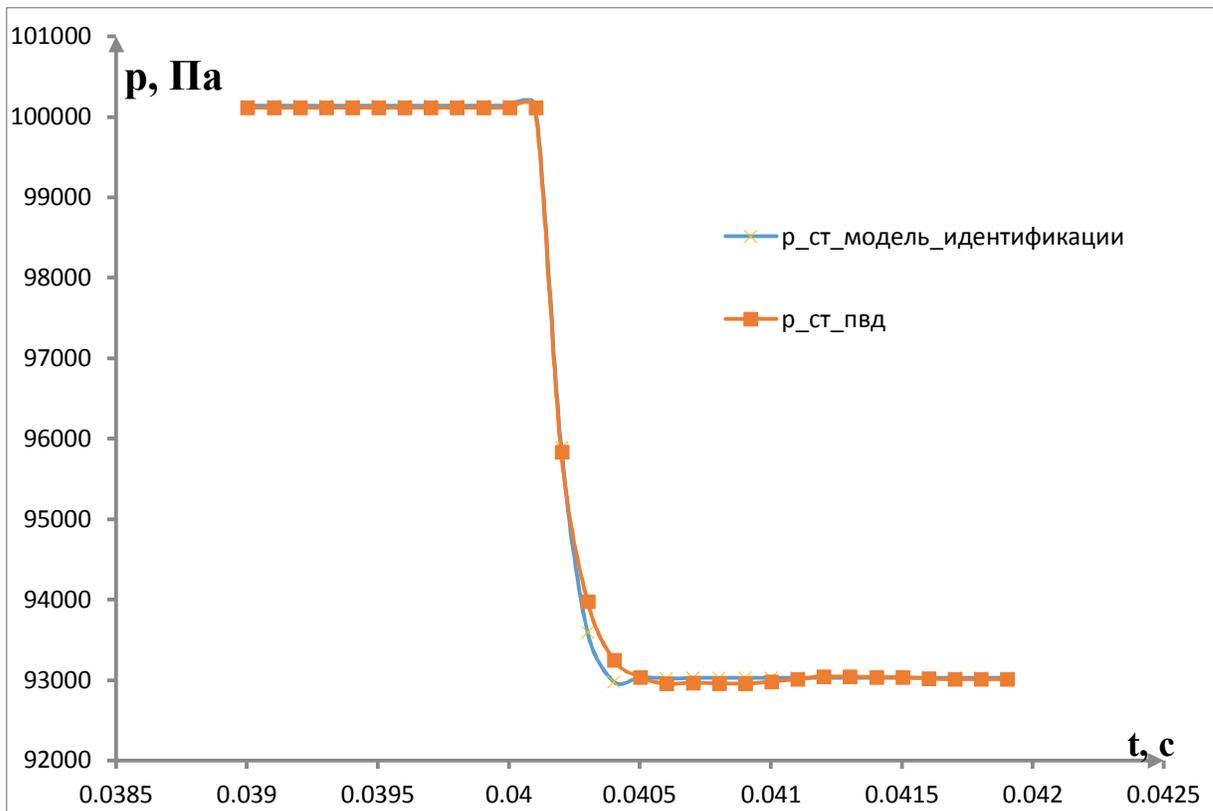
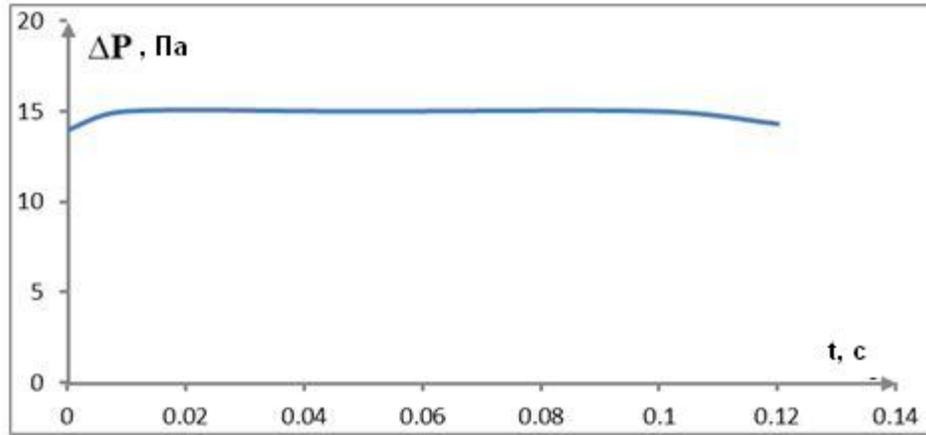


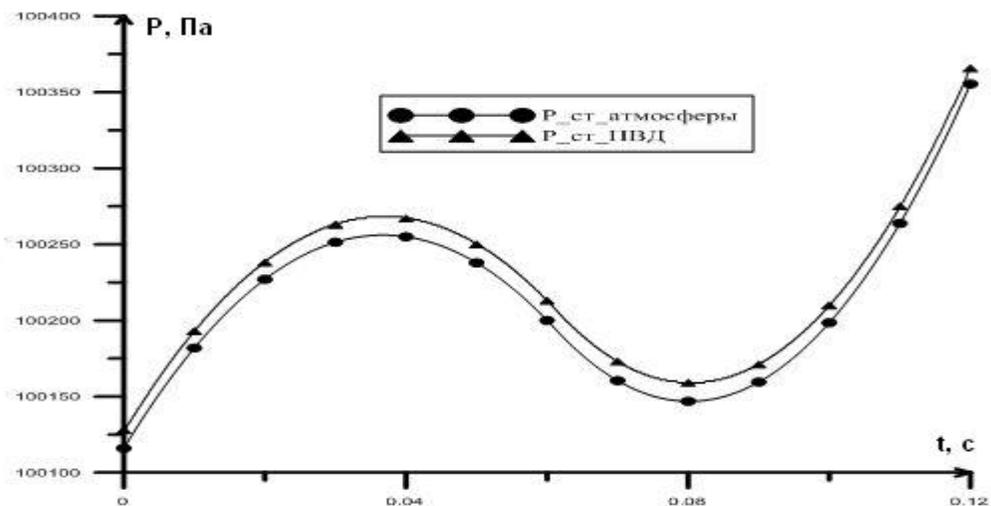
Рис.3.16. Графики  $P_{ст}$  выходного сигнала и найденной из идентификации модели  $p_{ст}$  ПВД

На рис.3.17.представлены искажения  $\Delta P$  выходного сигнала ПВД и результатов прогноза на основе найденной из идентификации модели канала  $p_{ст}$  ПВД от времени.



*Рис.3.17. Искажения давления выходного сигнала и найденной из идентификации модели  $p_{ст}$  ПВД.*

В работе также проведен расчет динамической модели канала  $p_{ст}(t)$  при доступном для самолета воздействии со стороны органов управления. На рис.3.18.представлены графики изменения входного и выходного сигналов канала  $p_{ст}$  ПВД.



*Рис.3.18. Графики изменения входного и выходного сигналов канала  $p_{ст}$  ПВД*

На рис.3.19 представлены результаты идентификации параметров модели канала  $p_{ст}$  ПВД, полученные от программы, реализующей алгоритм идентификации. В итоге разностное уравнение модели №2 имеет вид:

$$p_{ст\_ПВД}(k) + 0,183526p_{ст\_ПВД}(k - 1) = 1,18384p_{ст}(k - d - 1); k = 1 \div 120; d = 1;$$

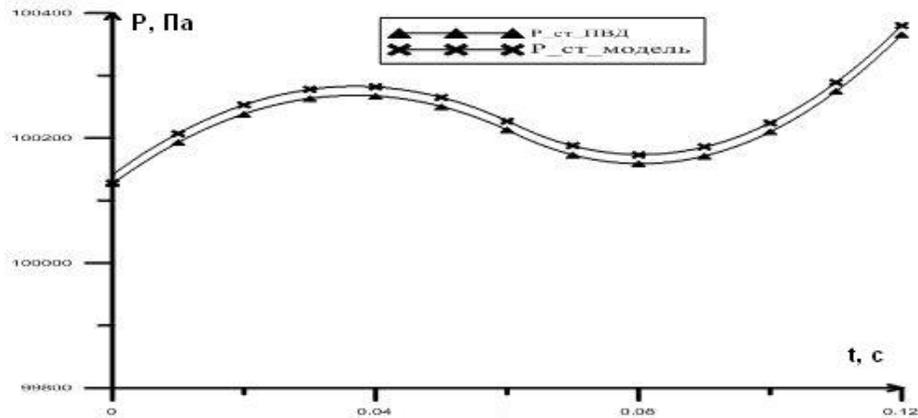


Рис.3.19. Графики  $p_{ст}$  выходного сигнала и найденного из идентификации модели  $p_{ст}$  ПВД

На рис.3.20.представлены искажения  $\Delta p$  выходного сигнала ПВД и результатов прогноза на основе найденной из идентификации параметров модели канала  $p_{ст}$  ПВД от времени.

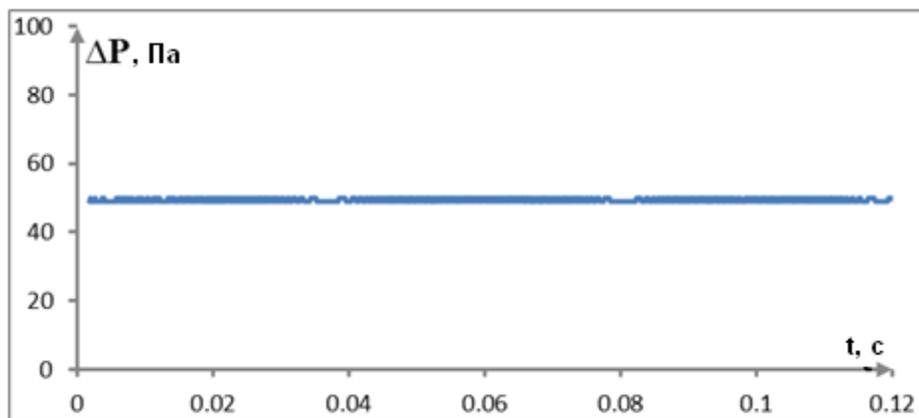


Рис.3.20. Искажения давления выходного сигнала и найденного из идентификации модели  $p_{ст}$  ПВД.

Найденная модель №2 решает задачу прогнозирования  $P_{ст}(t)$  с точностью 4%, в отличие от модели №1, у которой прогнозирование обеспечивает ошибку 1%. Если использовать модель №1 для расчетов изменения давления при движении самолета с доступными воздействиями от органов управления самолетом, то ошибка равна 2%.

### 3.5. Выводы

Разработан алгоритм и реализация численного решения задачи нахождения наиболее целесообразных областей размещения ПВД, расчета погрешностей в статическом режиме полета в зависимости от углов атаки и скольжения, скорости и т.д.

Разработана наиболее эффективная по точности модель динамики измерения  $p_{ст}$  в СВС.

При сравнении моделей динамики измерений видно преимущество короткого трубопровода, т.е модели №1, где получается чистое запаздывание на 1 шаг (0.0001с). Разностное уравнение:

$$p_{ст\_пвд}(k) - 0,4641116 p_{ст\_пвд}(k - 1) = 0,5383 p_{ст}(k - d - 1)$$

Рассчитанные значения погрешностей  $\Delta_{1P_{ст}}$ ,  $\Delta_{2P_{ст}}$ ,  $\Delta_{3P_{ст}}$  и динамических искажений позволяют спрогнозировать итоговые погрешности канала  $p_{ст}$  ПВД в СВС и, при недостаточной точности, программно в БЦВМ СВС реализовать компенсацию погрешности и искажений.

## ГЛАВА 4. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ДВИЖЕНИИ САМОЛЁТА В РЕЖИМЕ ПОСАДКИ С ПОМОЩЬЮ ИВК БАРОИНЕРЦИАЛЬНОГО ТИПА

В этой главе рассмотрена задача оценки точности реализации траектории самолета с помощью ИВК бароинерциального типа. Решение данной задачи предлагается на основе применения комплексного математического моделирования систем летательного аппарата. Проведено моделирование движения самолета в режиме посадки по глиссаде и получены оценки ошибки реализации траектории самолета с разными алгоритмами оценки высоты.

Алгоритм реализует моделирование движения самолета в неинерциальной (нормальной Земной) системе координат (СК) в соответствии с полетным заданием, состоянием среды движения (с вариациями атмосферы), используя общие нелинейные модели характеристик самолета, систему управления, алгоритм стабилизации и балансировки самолета, ИВК на базе СВС-БИНС.

Особенностью результатов исследования является то, что СВС моделируется с максимальной точностью в плане описания работы аэрометрической части ИВК с помощью использования разработанных математических моделей обтекания самолета и течения воздушных потоков в трубопроводах СВС на основе компьютерных решений уравнений Навье-Стокса.

### 4.1 Используемые системы координат

Для описания движения ЛА в атмосфере используются следующие системы координат [32]:

- Земная географическая система координат (ЗСК):  $Ox_G Y_G Z_G$

$O$  – центр масс самолета. Ось  $OY_G$  направлена по местной вертикали. Ось  $OY_G$  направлена с запада на восток параллельно касательной к географической параллели. Ось  $OZ_G$  расположена параллельно касательной к меридиану в направлении с севера на юг. Плоскость  $OX_GZ_G$  совпадает с местной горизонтальной плоскостью.

- *Земная фиксирования система (ФСК):  $O_E X_E Y_E Z_E$*

$O_E$  - центр Земли. Ось  $O_E X_E$  направлена вдоль полярной оси Земли к северному полюсу. Плоскость  $O_E X_E Z_E$  совпадает с плоскостью Гринвичского меридиана. Плоскость  $O_E X_E Y_E$  - совпадает с плоскостью экватора.

- *Инерциальная система координат (ИСК):  $O_I X_I Y_I Z_I$*

$O_I$  - центр Земли. Ось  $O_I X_I$  направлена вдоль полярной оси Земли к северному полюсу. Оси  $O_I Y_I$  и  $O_I Z_I$  находятся в плоскости экватора и не участвуют в собственном суточном вращении Земли.

- *Траекторная система координат (ТСК):  $O X_k Y_k Z_k$*

Ось  $O X_k$  направлена вперед по вектору земной скорости самолета. Ось  $O Y_k$  лежит в вертикальной плоскости и направлена вверх от поверхности Земли. Ось  $O Z_k$  образует правую систему координат. По отношению к ЗСК траекторная система повернута на углы  $\vartheta_k$  и  $\psi_k$

Угол пути  $\psi_k$  – угол между проекцией вектора скорости  $V$  на местную горизонтальную плоскость и направлением  $X_G$ .

Угол наклона траектории  $\vartheta_k$  – угол между вектором  $V$  и местной горизонтальной плоскостью.

Положение самолета относительно вектора земной скорости определяется углом  $\gamma_c$ .

- Связанная система (ССК)  $OX_1Y_1Z_1$

$O$  – центр масс самолета. Ось  $OX_1$  совпадает с продольной (строительной) осью самолета и направлена к носу. Ось  $OY_1$  перпендикулярна к строительной оси и направлена вверх. Ось  $OZ_1$  совпадает с поперечной осью самолета и направлена в сторону правого крыла. ССК отличается от ЗСК тремя углами: углом курса  $\psi$ , углом тангажа  $\vartheta$  и углом крена  $\gamma$ .

- Полусвязанная система координат (ПСК):  $OX_sY_sZ_s$

Ось  $OX_s$  совпадает с проекцией вектора скорости на плоскости симметрии самолета. Ось  $OY_s$  помещается в плоскости симметрии самолета и перпендикулярна оси  $OX_s$ . Ось  $OZ_s$  образует правую систему координат.

По отношению к ССК полусвязанная система повернута на угол  $\alpha$ . Положение вектора скорости в ПСК задано углом  $\beta$ .

## 4.2. Математическая модель движения самолета

### 4.2.1. Динамика полета

Поскольку нас интересует информация о полете относительно Земли, движение самолета будет рассмотрено в земной системе координат. Уравнения

движения самолета [62-72] с учетом неинерциальности СК, обусловленной суточным вращением Земли, выражаются следующими формулами:

$$\begin{aligned} m \frac{d\mathbf{V}}{dt} &= \mathbf{F}_{\text{вн}} + \mathbf{P} + \mathbf{F}_n + \mathbf{F}_k; \\ \frac{d\mathbf{K}}{dt} &= \mathbf{M}_{\text{вн}} + \mathbf{M}_P + \mathbf{M}_n + \mathbf{M}_k, \end{aligned} \quad (4.1)$$

где  $\mathbf{V}$  - вектор земной скорости самолета;

$\mathbf{K}$  - вектор момента количества движения самолета относительно его центра масс;

$\mathbf{F}_{\text{вн}}, \mathbf{M}_{\text{вн}}$  – главный вектор и главный момент внешних сил, не связанных с работой двигателей;

$\mathbf{P}, \mathbf{M}_P$  – тяга двигателей и момент тяги двигателей относительно центра масс самолета;

$\mathbf{F}_n, \mathbf{M}_n$  – переносная сила и момент, обусловленный силой  $\mathbf{F}_n$ ;

$\mathbf{F}_k, \mathbf{M}_k$  – кориолисова сила и момент, обусловленный силой  $\mathbf{F}_k$ .

Чтобы получить систему уравнения движения самолета в скалярном виде, что необходимо для компьютерного моделирования, необходимо спроектировать систему (4.1.) на оси разных СК. На рис. 4.1 и 4.2 показана полная математическая модель движения самолета [32]. Все используемые в данных рисунках обозначения указаны в табл. 4.1.

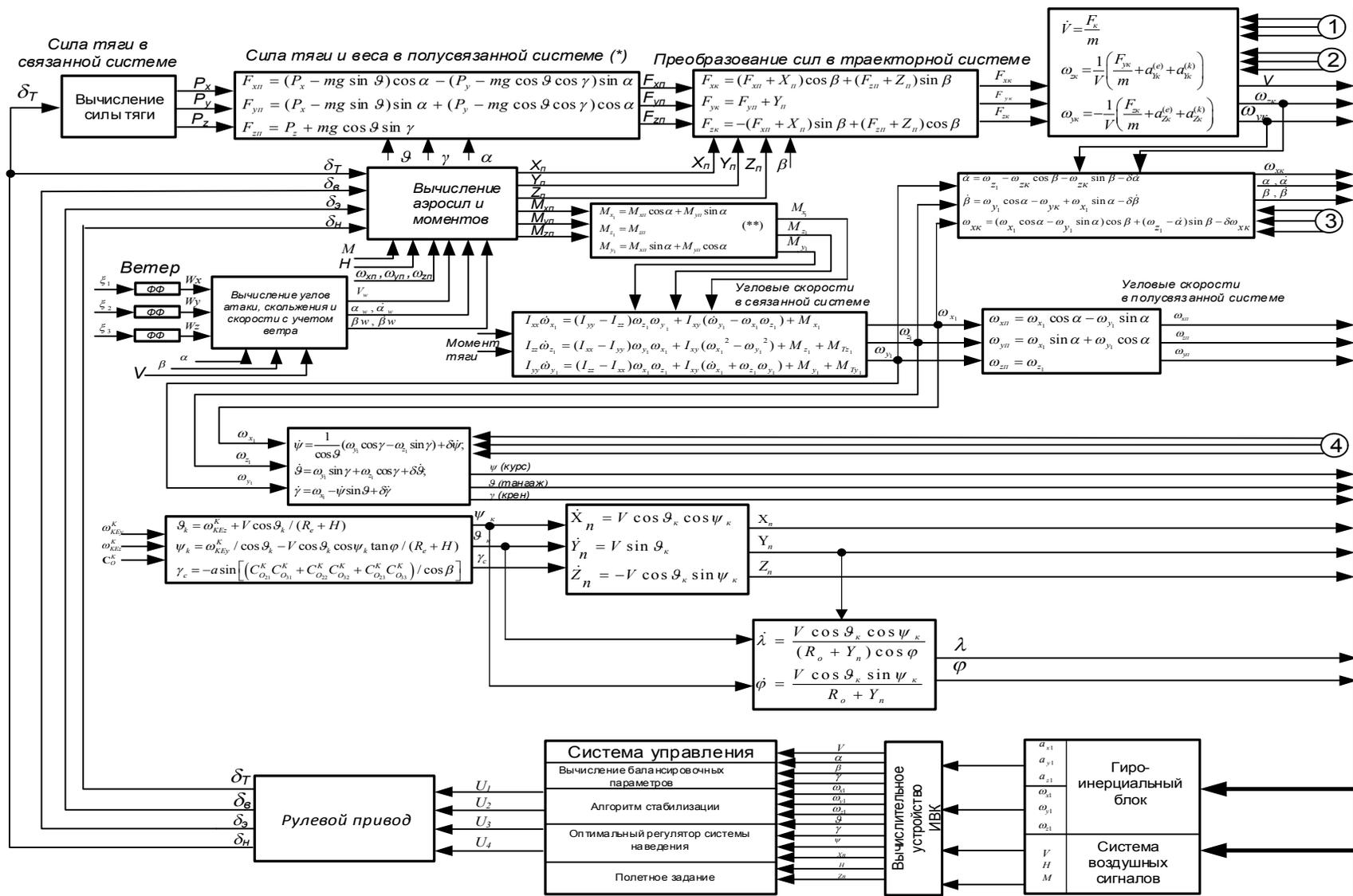
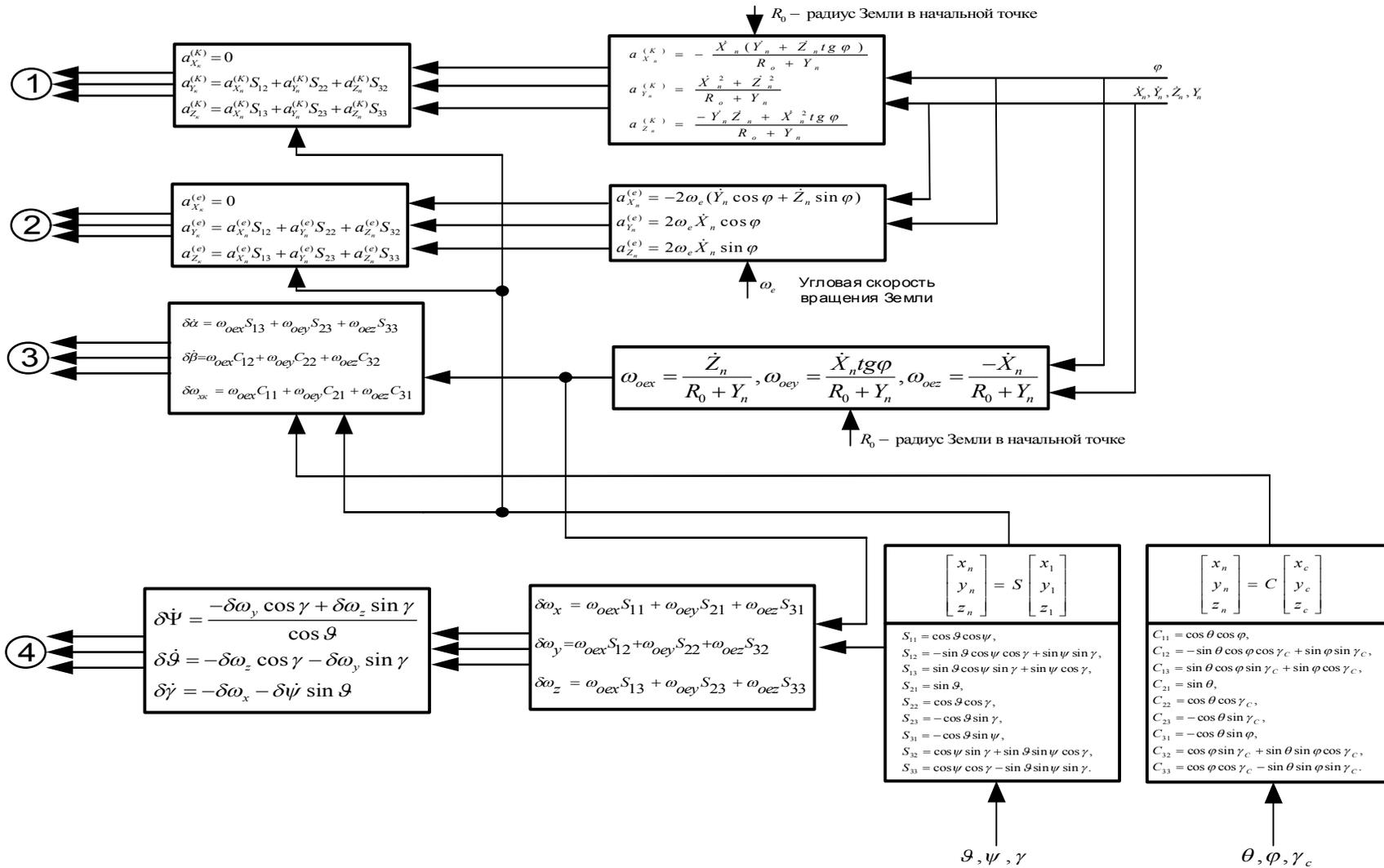


Рис.4.1. Математическая модель движения самолета в атмосфере в неинерциальной системе координат связанной с Землей.



Формула Гельмерта-Кассиниса для гравитационного ускорения:

$$g \approx g_0 \left(1 - \frac{2H}{R}\right), \quad g_0 = g_s (1 + k_1 \sin^2 \varphi - k_2 \sin^2 2\varphi), \quad g_s = g_s(R, \varphi_0, \lambda_0), \quad k_1, k_2 - \text{const}$$

Рис.4.2. (продолжение рис.4.1)

Аэродинамические и массо-инерционные характеристики самолета, используемого как объекта управления в данной работе, указаны в [32].

*Таблица 4.1. Список обозначений, используемых в математической модели движения самолета.*

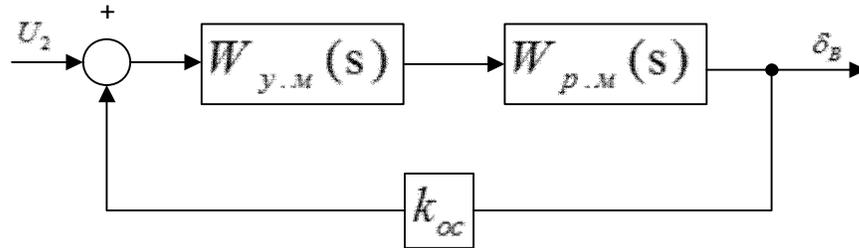
<i>Обозначение</i>	<i>Описание</i>
$P_x, P_y, P_z$	Компоненты вектора силы тяги двигателя в проекциях на оси связанной СК
$F_{x\Pi}, F_{y\Pi}, F_{z\Pi}$	Компоненты вектора суммарной силы тяги и веса самолета в проекциях на оси полусвязанной СК
$F_{xк}, F_{yк}, F_{zк}$	Компоненты вектора результирующей силы в проекциях на оси траекторной СК
$X_{\Pi}, Y_{\Pi}, Z_{\Pi}$	Аэродинамические силы в проекциях на оси полусвязанной СК
$M_{x\Pi}, M_{y\Pi}, M_{z\Pi}$	Аэродинамические моменты в проекциях на оси полусвязанной СК
$M_{x1}, M_{y1}, M_{z1}$	Компоненты аэродинамических моментов в проекциях на оси в связанной СК
$M_{Tz_1}, M_{Ty_1}$	Компоненты момента силы тяги в проекциях на оси в связанной СК
$I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}, I_{xy}$	Моменты инерции самолета
$m$	Масса самолета
$X_n, Y_n, Z_n$	Координаты самолета в навигационной СК
$H$	Высота полета самолета

$\dot{X}_n, \dot{Y}_n, \dot{Z}_n$	Компоненты вектора скорости самолета в навигационной СК
$V, V_w$	Скорость самолета и скорость ветра
$\omega_{xII}, \omega_{yII}, \omega_{zII}$	Составляющие угловой скорости самолета в полусвязанной СК
$\omega_{xк}, \omega_{yк}, \omega_{zк}$	Составляющие угловой скорости самолета в траекторной СК
$\omega_{x1}, \omega_{y1}, \omega_{z1}$	Составляющие угловой скорости самолета в связанной СК
$\delta\omega_x, \delta\omega_y, \delta\omega_z$	Приращения угловых скоростей самолета в связанной СК за счет вращения Земли
$\delta\omega_{xк}$	Приращение скорости крена в траекторной СК за счет вращения Земли
$\vartheta, \gamma, \psi$	Углы тангажа, крена и курса
$\vartheta_k, \gamma_c, \psi_k$	Углы тангажа, крена и курса в траекторной СК
$\dot{\vartheta}, \dot{\gamma}, \dot{\psi}$	Производные углов $\vartheta, \gamma, \psi$
$\dot{\vartheta}_k, \dot{\gamma}_c, \dot{\psi}_k$	Производные углов в $\vartheta_k, \gamma_c, \psi_k$
$\delta\dot{\vartheta}, \delta\dot{\gamma}, \delta\dot{\psi}$	Приращения углов за счет вращения Земли
$\lambda, \varphi$	Широта и долгота самолета
$\lambda_0, \varphi_0$	Широта и долгота начальной точки
$\dot{\lambda}, \dot{\varphi}$	Производные параметров $\lambda, \varphi$
$\alpha, \alpha_w, \beta, \beta_w$	Углы атаки, скольжения в скоростной и ветровой СК
$\dot{\alpha}, \dot{\alpha}_w, \dot{\beta}, \dot{\beta}_w$	Производные углов $\alpha, \alpha_w, \beta, \beta_w$

$\delta\dot{\alpha}, \delta\dot{\beta}$	Приращения угла атаки и угла скольжения за счет вращения Земли
$S, C$	Матрица перехода от связанной в навигационную СК и матрица перехода от навигационной в скоростную СК
$\omega_{oex}, \omega_{oey}, \omega_{oex}$	Компоненты скорости нормальной сопровождающей СК относительно Земли в проекциях
$a_{Xn}^{(K)}, a_{Yn}^{(K)}, a_{Zn}^{(K)}$	Компоненты кориолисовых ускорений самолета в проекциях на оси навигационной СК
$a_{Xc}^{(K)}, a_{Yc}^{(K)}, a_{Zc}^{(K)}$	Компоненты кориолисовых ускорений самолета в проекциях на оси скоростной СК
$a_{Xn}^{(e)}, a_{Yn}^{(e)}, a_{Zn}^{(e)}$	Компоненты переносных ускорений самолета в навигационной СК
$a_{Xc}^{(e)}, a_{Yc}^{(e)}, a_{Zc}^{(e)}$	Компоненты переносных ускорений самолета в скоростной СК
$M$	Число Маха
$R_0, \omega_e$	Радиус Земли в начальной точке и скорость вращения Земли
$\delta_T, \delta_B, \delta_\gamma, \delta_H$	Отклонения сектора газа, руля высоты, элерона и руля направления
$\xi_1, \xi_2, \xi_3$	Генерированные случайные числа используемые для моделирования ветра
$W_x, W_y, W_z$	Компоненты вектора скорости ветра

### 4.2.2. Динамика рулевых приводов органов управления самолета

Руль высоты:



$U_2$  – сигнал управления рулем высоты.

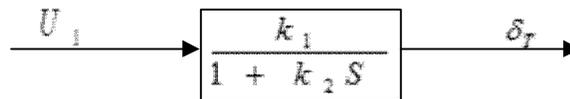
Передаточная функция усилителя мощности:  $W_{y.m}(s) = \frac{k_1}{s + k_2}$ ;

Передаточная функция рулевой машины:  $W_{p.m}(s) = \frac{k_3}{s}$ ;

Передаточная функция рулевого привода:  $W_{p.n}(s) = \frac{W_{y.m} \cdot W_{p.m}}{1 + k_{oc} \cdot W_{y.m} \cdot W_{p.m}} = \frac{a_0}{s^2 + a_1 s + a_2}$ ;

где:  $a_0 = 2.083$ ;  $a_1 = 0.06$ ;  $a_2 = 8.33$ .

Сектор газа двигателя:



$U_1$  – сигнал управления сектором газа двигателя.

где:  $k_1 = k_2 = \frac{1}{\tau} = 0.4$ .

### 4.2.3. Режим балансировки

Балансировочные значения параметров самолета позволяют обеспечить выдерживание заданного режима полета при отсутствии возмущающих воздействий со стороны внешней среды. Эти значения определяют установившийся режим полета, когда силы и моменты, действующие на самолет, уравновешивают друг друга и обеспечивается его равномерное движение.

Отсюда следует, что балансировочные значения параметров самолета могут быть определены исходя из уравнений динамики, если приравнять в них нулю выражения, определяющие действующие на самолет ускорения.

Рассмотрим установившийся режим снижения самолета при заходе на посадку. Для этого случая характерны следующие значения его координат:

$$V = \sqrt{V_{x1}^2 + V_{y1}^2} = const;$$

$$V_{z1} = 0;$$

$$\omega_{x1} = \omega_{y1} = \omega_{z1} = 0;$$

$$\gamma = 0;$$

$$\vartheta = \alpha_{\phi} + \theta;$$

$$\theta = -\theta_{\Gamma},$$

где  $\theta$  – угол наклона траектории;  $\theta_{\Gamma}$  – угол наклона глиссады;

$\alpha_{\phi}$  – угол атаки фюзеляжа.

Уравнения, описывающие движение самолета, в этом случае имеют вид:

$$\dot{V}_{x1} = \frac{1}{m} (P \cos \varphi_P - X_1) + \omega_{z1} V_{y1} - g \sin \vartheta;$$

$$\dot{V}_{y1} = \frac{1}{m} (P \sin \varphi_P + Y_1) - \omega_{z1} V_{x1} - g \cos \vartheta;$$

$$\omega_z = \frac{M_{z1}}{I_{z1}}.$$

Установившееся движение характеризуется тем, что:

$$\dot{V}_{x1} = \dot{V}_{y1} = \dot{\omega}_{z1} = 0.$$

В этом случае уравнения для определения балансировочных значений параметров самолета можно записать в виде:

$$R_1 = \frac{1}{m} [P \cos \varphi_P - F(C_x \cos \alpha_\phi - C_y \sin \alpha_\phi)] - g \sin(\alpha_\phi + \theta) = 0;$$

$$R_2 = \frac{1}{m} [P \sin \varphi_P + F(C_x \sin \alpha_\phi + C_y \cos \alpha_\phi)] - g \cos(\alpha_\phi + \theta) = 0;$$

$$R_3 = m_z = 0.$$

В приведенных уравнениях

$$F = \frac{1}{2} \rho V^2 S g;$$

$$C_y = C_{y0} + C_y^\alpha \alpha + C_y^{\delta_B} \delta_B + C_y^\varphi \varphi;$$

$$C_x = C_{x0} + A C_y + B C_y^2;$$

$$m_z = m_{z0} + m_z^\alpha \alpha + m_z^{\delta_B} \delta_B + m_z^\varphi \varphi + C_y (\bar{x}_T - 25) 0,01;$$

$$\alpha = \alpha_\phi + \alpha_{кр},$$

где  $\alpha_{кр}$  – угол установки крыла относительно продольной оси фюзеляжа;

$\alpha$  – угол атаки.

Система трех нелинейных алгебраических уравнений содержит три неизвестных параметра, которыми являются тяга двигателей, отклонение руля высоты и значение угла атаки. Решением этой системы являются балансировочные значения этих параметров, которые обеспечивают установившееся движение самолета.

Решение задачи сводилось к минимизации по искомым параметрами  $\alpha, \delta_B, P_T$  функции:

$$f = \sum_{i=1}^3 R_i^2.$$

Минимизация этой функции осуществляется методом вращающихся координат [78]. В результате решения данной задачи для данного самолета в посадочной конфигурации для движения по глиссаде с  $\theta=2.5^\circ$ ,  $V=70$  м/с (высота  $H=100$  м):  $\alpha = 8.9^\circ$ ,  $\delta_B = -9.9^\circ$ ,  $P_T = 0.67 \cdot 10^5$  Н.

#### 4.2.4 Оптимальное управление самолетом при посадке

Основная задача при оптимизации [73-81] процесса выравнивания сводится к выбору составляющих критерия оптимального управления (взвешенных ошибок), желаемой траектории и подбору весовых коэффициентов в критерии.

Объект задан системой дифференциальных уравнений (4.2):

$$\begin{aligned} \underline{X}'(t) &= f(\underline{X}(t), \underline{U}(t), t) \\ \underline{X}(t_0) &= \underline{X}_0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

Критерии оптимизации:

$$e = \int_{t_0}^{t_f} H(\underline{X}(t), \underline{U}(t), t) dt \rightarrow \min U(t). \quad (4.3)$$

Необходимые условия экстремума функционала  $e$  (4.3):

$$H_{c\dot{x}}^* - \frac{d}{dt} H_{c\dot{x}}^* = 0 \quad (\text{это дифференциальное уравнение для } n\text{-множителей Лагранжа}) \quad (4.4.1)$$

$$H_{c\lambda}^* = 0 \quad (\text{уравнения дифференциальные объекта}) \quad (4.4.2)$$

$$H_{cU}^* = 0 \quad (\text{уравнение алгебраическое управления}) \quad (4.4.3)$$

$$\left[ \tilde{X}^T H_{c\dot{x}}^* \right]_{t_0}^{t_f} = 0 \quad (\text{условие трансверсальности: связь вариаций с переменными Лагранжа}) \quad (4.4.4)$$

Для интегрирования системы дифференциальных уравнений объекта у нас есть начальные условия:  $X(t_0) = X_0$

В качестве начальных условий выступают балансировочные значения векторов состояния и управления летательного аппарата на высоте 30 метров, полученные в процессе моделирования.

#### **Алгоритм нахождения оптимального управления:**

Решение двухточечной граничной задачи соответствующей системе (4.4) методом градиентного поиска имеет вид [81-85]:

а) Задают начальное приближение для  $u(t)$

б) Интегрируют уравнения (4.4.2) от  $t_0$  до  $t_f$  при заданном управлении. Запоминают  $x(t), u(t)$ .

в) Определяют  $n$ -мерный вектор  $p(t)$  путем интегрирования от  $t_f$  до  $t_0$  уравнений для  $p(t)$ . Для определения граничных условий используют значение  $x(t_f)$ , полученное на шаге б):

$$\dot{p} = - \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)^T p - \left( \frac{\partial H}{\partial x} \right)^T \quad p_i(t_f) = \left( \frac{\partial \Theta}{\partial x_i} \right)_{t=t_f}$$

г) Вычисляют интеграл (предсказываемое по линейной теории изменение критерия):

$$I_{JJ} = \int_{t_0}^{t_f} \left( p^T \frac{\partial f}{\partial u} + \frac{\partial H}{\partial u} \right) W^{-1} \left( p^T \frac{\partial f}{\partial u} + \frac{\partial H}{\partial u} \right)^T dt$$

д) Если  $|I_{jj}| \leq EPS$  вычисления заканчиваются, переходом на

е)  $U_{\text{нов}}(t) = U_{\text{стар}}(t) + \delta U(t)$ , где

$$\delta u = -W^{-1} \left( p^T \frac{\partial f}{\partial u} + \frac{\partial H}{\partial u} \right)^T$$

з) переходим к шагу б).

ж)  $J = \Theta[x(t_f)] + \int_{t_0}^{t_f} H[x, u, t] dt$  – фактическое значение критерия

здесь:  $I_{JJ}$  – градиент критерия  $J$

Выход из программы при условии:

2.  $\Delta J = J_{i+1} - J_i \rightarrow 0$  действительное изменение критерия

(т.е. не существует  $\delta U$ , улучшающего критерий или уменьшающий невязку).

Оптимальное управление рассмотрено в работе только для этапа выравнивания.

К процессу посадки будем предъявлять следующие требования:

Желаемая высота полета в каждый момент времени определяется следующим выражением:  $H_{\text{ТР}}(t) = 30 \cdot e^{\left(\frac{-t}{5}\right)}$

Данная зависимость имеет экспоненциальный характер и обеспечивает снижение в процессе выравнивания с высоты 30 метров до высоты касания за 20 с (рис.4.3а).

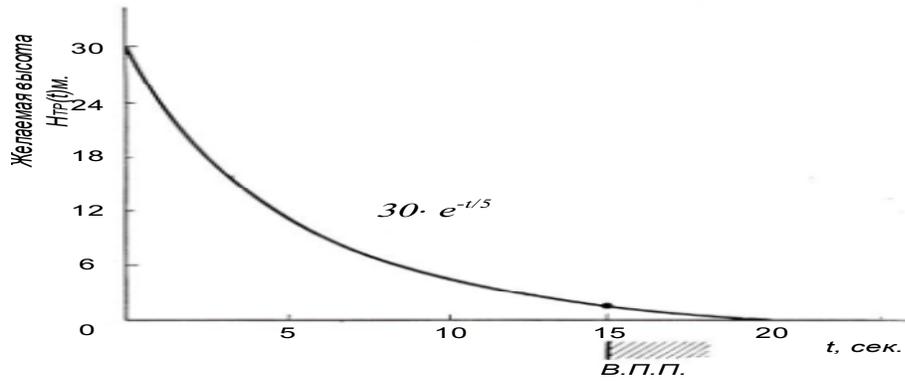


Рис.4.3а. Желаемая зависимость высоты от времени.

Критерий оптимального управления для режима выравнивания имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \Phi(x_f) = 3.0H(t_f)^2 + 0.2V_y(t_f)^2 + 1.0\left(\frac{\alpha(t_f)}{15}\right)^2 + 0.01\left(\frac{\vartheta(t_f)}{10}\right)^2; \\ L(x, u, t) = \int_0^{t_f} \left\{ 2.0\left(\frac{\delta_B}{20}\right)^2 + 0.1\left(\frac{V_y}{4}\right)^2 \right\} dt, \end{cases}$$

Результат оптимального управления для режима выравнивания представлен на рис.4.3б ( — :желаемая траектория; ..... :фактическая траектория ).



Рис. 4.3б. Зависимости высоты  $H$ (м) от времени (с)

### 4.2.5. Система управления движением самолета

Вектор управления вычисляется по формуле:

$$U_i = \Delta U_i + U_{\text{ГР}} ; i=1 \div 4.$$

$U_{\text{ГР}}$  - программный сигнал из решения задачи балансировки (при движении по глиссаде) и задачи оптимального управления (при выравнивании).

Для управления движением самолета здесь использована следующая модель стабилизации:

$$\Delta U_1 = k_{pV}(V - V_{\text{ГР}}) + k_{pH}(H - H_{\text{ГР}});$$

$$\Delta U_2 = k_{\theta}(\theta - \theta_{\text{ГР}}) + k_{\dot{\theta}}(\dot{\theta} - \dot{\theta}_{\text{ГР}}) + k_H(H - H_{\text{ГР}}) + k_{\gamma_1}(\gamma - \gamma_{\text{ГР}});$$

$$\Delta U_3 = k_{\gamma_2}(\gamma - \gamma_{\text{ГР}}) + k_{\dot{\gamma}}(\dot{\gamma} - \dot{\gamma}_{\text{ГР}}) + k_{\psi_1}(\psi - \psi_{\text{ГР}});$$

$$\Delta U_4 = k_{\psi_2}(\psi - \psi_{\text{ГР}}) + k_{\dot{\psi}}(\dot{\psi} - \dot{\psi}_{\text{ГР}}) + k_{\gamma_3}(\gamma - \gamma_{\text{ГР}}).$$

Где:  $k_{pV} = -0.005; k_{pH} = 10.5; k_{\theta} = 0.8; k_{\dot{\theta}} = 1.05; k_H = 0.015; k_{\gamma_1} = 0.005;$

$k_{\gamma_2} = -0.35; k_{\dot{\gamma}} = -0.025; k_{\psi_1} = -0.75; k_{\psi_2} = -1.55; k_{\dot{\psi}} = -1.0; k_{\gamma_3} = -0.3$

$$U_i = \Delta U_i + U_{\text{ГР}} ; i=1 \div 4.$$

$U_{\text{ГР}}$  - программный сигнал из решения задачи балансировки (при движении по глиссаде) и задачи оптимального управления (при выравнивании).

$V_{\text{ГР}}, H_{\text{ГР}}, \theta_{\text{ГР}}, \gamma_{\text{ГР}}, \psi_{\text{ГР}}$  - требуемое значение, полученное из решения задачи балансировки и оптимального выравнивания.

### 4.3. Математическая модель атмосферы

В БЦВМ для измерения параметров движения самолета относительно воздушной среды предполагается измерение следующих параметров: статического давления, полного давления, температуры торможения воздуха. В работе при разработке модели окружающей среды были учтены следующие основные

факторы: состояние атмосферы на текущей высоте полета, ветер, плотность, температура, и т.д.

При разработке комплекса моделирования под окружающей средой понималась вся совокупность факторов, окружающих ЛА. При разработке модели окружающей среды были учтены следующие основные факторы:

- Состояние атмосферы на текущей высоте полета;
- Ветер;

Под моделированием состояния атмосферы понимается расчет величин температуры воздуха, атмосферного давления и плотности воздуха на текущей высоте полета. Расчет температуры воздуха на текущей высоте проводится с использованием общепринятой стандартной атмосферы (СА). Зависимость температуры воздуха от высоты выражается следующим образом:

$$T_H = T_0 - \tau \cdot H,$$

где:  $T_H$  - температура воздуха на текущей высоте полета;  $T_0 = 28815$  - температура воздуха на нулевой высоте;  $\tau = 0.0065$  -градиент изменения температуры в зависимости от значения высоты;  $H$  - текущая высота полета.

Расчет атмосферного давления на текущей высоте полета проводится аналогично с применением СА. Соотношение атмосферного давления и текущей высоты полета имеет вид:

$$P_H = P_0 \cdot \left(\frac{T_H}{T_0}\right)^{\frac{1}{\tau \cdot R}},$$

где:  $P_H$  - атмосферное давление на текущей высоте полета;  $P_0 = 760$ мм.рт.с.- атмосферное давление на нулевой высоте;  $R$  - универсальная газовая постоянная,

$$R = 29.27078 \frac{K}{m}.$$

Расчет плотности воздуха на текущей высоте полета проводится с использованием определенных ранее значений температуры воздуха и атмосферного давления. Зависимость плотности воздуха от этих параметров имеет следующую форму:

$$R_H = 0.00343 \cdot \frac{P_H}{T_H},$$

где:  $R_H$  -плотность воздуха на текущей высоте полета.

Поскольку значения температуры и статического давления на нулевой высоте на разных широтах, в разное время года и дня, при разных погодных условиях могут отличаться от предложенных стандартной атмосферы (СА) и, тем более, не быть постоянными, в модели атмосферы учитывается случайный характер изменения этих параметров. Были учтены при моделировании следующие отклонения:

- Отклонение значения плотности от значения согласно СА;
- Отклонение значения температуры воздуха от значения согласно СА;
- Отклонение значения атмосферного давления от значения согласно СА;

При разработке модели окружающей среды была учтена стандартная атмосфера с вариациями состояния атмосферы на текущей высоте полета: вариация давления и плотности. При моделировании отклонений было принято, что форма отклонения есть коррелированный случайный процесс, для моделирования которого использован следующий формирующий фильтр второго порядка:

$$\frac{d^2X}{dh^2} + a_{1X}(h) \frac{dX}{dh} + a_{0X}(h)X = b_X(h)\xi(h).$$

где  $X$  – отклонение (давления, плотности);  $h$ - высота

Значения коэффициентов  $a_{1X}$ ,  $a_{0X}$ ,  $b_X$  представлены в методике [68] (на рис.3.7, стр.162).

Модель воздействия ветра на параметры состояния ЛА: используется модель Друдена с корреляционными функциями по осям нормальной системы координат (НСК) следующего вида:

$$\left. \begin{aligned} R_x(\tau) &= \sigma_x^2 \cdot e^{-|\tau| \cdot \frac{V}{2 \cdot L_x}}, \\ R_y(\tau) &= \sigma_y^2 \cdot e^{-|\tau| \cdot \frac{V}{2 \cdot L_y}} \cdot \left(1 - |\tau| \cdot \frac{V}{2 \cdot L_y}\right), \\ R_z(\tau) &= \sigma_z^2 \cdot e^{-|\tau| \cdot \frac{V}{2 \cdot L_z}} \cdot \left(1 - |\tau| \cdot \frac{V}{2 \cdot L_z}\right), \end{aligned} \right\}$$

где:  $\sigma_{x,y,z}$  - СКО турбулентности соответственно направлениям осей НСК;  $L_{x,y,z}$  - масштабы турбулентности соответственно направлениям осей НСК;  $\tau$  - текущий момент времени;  $V$  - средняя скорость движения ЛА на участке маршрута.

#### 4.4. Моделирование бесплатформенной инерциальной навигационной системы

Алгоритм работы БИНС [24,25,26] основан на обработке измеряемых данных, поступающих от giro-инерциального блока, для вычисления оценок навигационных параметров и параметров ориентации самолета относительно Земли. Измерению подвергаются компоненты абсолютной угловой скорости и кажущегося ускорения самолета в проекциях на оси ССК. На рис.4.4 представлена общая схема работы БИНС.

В данной работе в качестве навигационной СК (НСК) используется географическая системы координат (ЗСК).

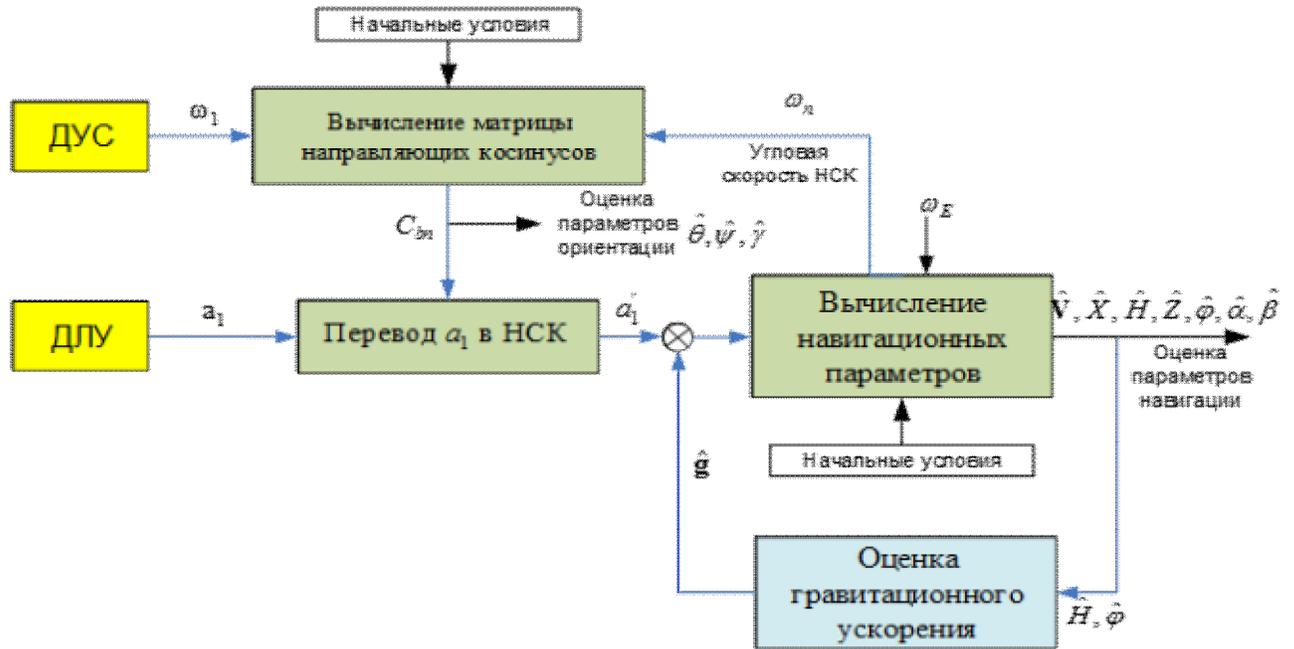


Рис.4.4. Принципиальная схема работы БИНС [32]

где:  $C_{bn}$  - матрица перехода от ССК в НСК;

$a_1$  - абсолютное ускорение самолета, записанное в ССК;

$a'_1$  - абсолютное ускорение самолета, записанное в НСК;

$\omega_1$  - абсолютная угловая скорость самолета, записанная в ССК;

$\omega_n$  - абсолютная угловая скорость самолета, записанная в НСК;

$\omega_E$  - угловая скорость вращения Земли.

В состав БИНС входят гиро-инерциальный блок и БЦВМ. Элементами гиро-инерциального блока (ГИБ) являются три датчика линейных ускорений (ДЛУ) и три датчика угловых скоростей (ДУС). Типовая блок-схема алгоритма моделирования работы БИНС представлена на рис.4.5.

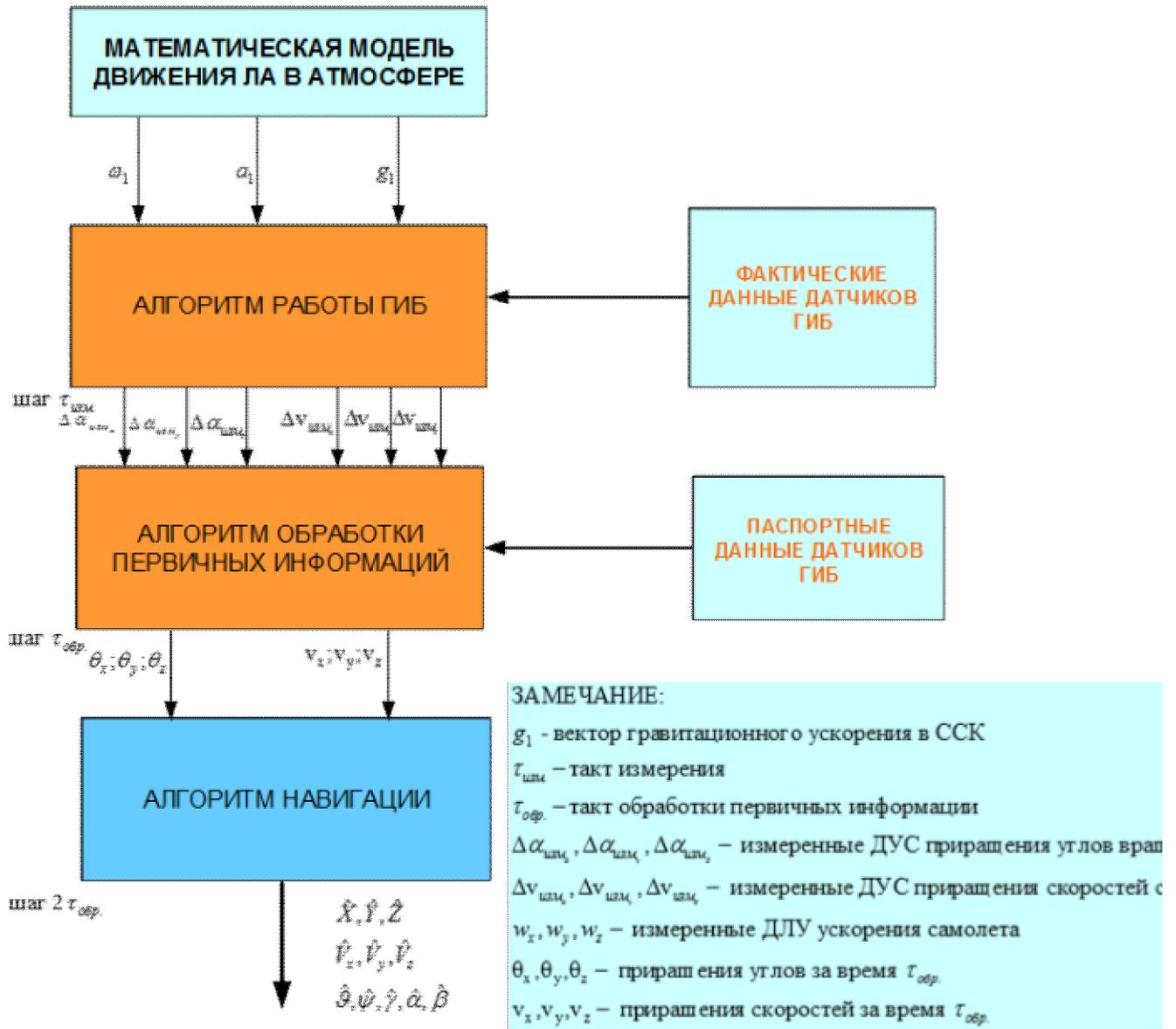


Рис.4.5.Блок-схема алгоритма моделирования работы БИНС[32].

Алгоритм работы ГИБ рассмотрен ниже в разделе 4.4.1, а алгоритм инерциальной навигации, реализуемый в БЦВМ БИНС, рассмотрен в разделе 4.4.2.

#### 4.4.1. Алгоритм работы ГИБ

Так как ГИБ предназначен для измерения кажущегося ускорения и угловой скорости самолета в ССК, входными сигналами ГИБ являются проекции угловой

скорости  $(\omega_{x1} \ \omega_{y1} \ \omega_{z1})^T$  и кажущегося ускорения  $(a_{x1} \ a_{y1} \ a_{z1})^T$  на оси ССК, полученные из моделирования движения самолета.

Из-за несовершенства техники установки ГИБ в корпус самолета ГИБ и связанная с ним приборная система координат отклонены на некоторые малые углы относительно ССК. Вследствие этого измеряемые линейные ускорения и угловые скорости отличаются от их фактических значений следующим образом:

$$\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \varphi_{az} & -\varphi_{ay} \\ -\varphi_{az} & 1 & \varphi_{ax} \\ \varphi_{ay} & -\varphi_{ax} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{x1} \\ a_{y1} \\ a_{z1} \end{pmatrix} \quad ; \quad \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \varphi_{\omega z} & -\varphi_{\omega y} \\ -\varphi_{\omega z} & 1 & \varphi_{\omega x} \\ \varphi_{\omega y} & -\varphi_{\omega x} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_{x1} \\ \omega_{y1} \\ \omega_{z1} \end{pmatrix},$$

где  $a_x, a_y, a_z$  – компоненты измеряемого ускорения в ПСК;  $\varphi_{ax}, \varphi_{ay}, \varphi_{az}, \varphi_{\omega x}, \varphi_{\omega y}, \varphi_{\omega z}$  – элементы матриц перехода от ПСК в ССК;  $a_{x1}, a_{y1}, a_{z1}$  – проекции кажущегося ускорения самолета на оси ССК;  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  – компоненты вектора абсолютной угловой скорости в ПСК;  $\omega_{x1}, \omega_{y1}, \omega_{z1}$  – проекции вектора абсолютной угловой скорости самолета на оси ССК

На точность измерения ГИБ кажущегося ускорения и абсолютной угловой скорости самолета влияет множество факторов, таких как дрейфа нуля, погрешность масштабного коэффициента, температурного дрейфа, нелинейности, нестабильности нуля, асимметрии и т.д. В данной работе в модели ошибок ГИБ учтены только первые три фактора, перечисленные выше, с учетом которых измеряемые данные полученные на выходе акселерометров ГИБ определяются следующими выражениями [32]:

$$\begin{cases} \Delta v_{изм_x} = \frac{1}{K_{ax}} (1 + k_{ax}^M) (a_x + a_{x0} + k_{ax}^T \Delta T + \delta a_{xrand}) \cdot \tau_{изм}; \\ \Delta v_{изм_y} = \frac{1}{K_{ay}} (1 + k_{ay}^M) (a_y + a_{y0} + k_{ay}^T \Delta T + \delta a_{yrand}) \cdot \tau_{изм}; \\ \Delta v_{изм_z} = \frac{1}{K_{az}} (1 + k_{az}^M) (a_z + a_{z0} + k_{az}^T \Delta T + \delta a_{zrand}) \cdot \tau_{изм}, \end{cases}$$

где  $K_{ax}, K_{ay}, K_{az}$  – коэффициент преобразования;  $k_{ax}^T, k_{ay}^T, k_{az}^T$  – температурный коэффициент изменения смещения нуля;  $a_{x0}, a_{y0}, a_{z0}$  – смещения нуля;  $k_{ax}^M, k_{ay}^M, k_{az}^M$  – отклонение масштабных коэффициентов;  $\Delta T$  – отклонение текущей температуры акселерометра от температуры его калибровки,  $\tau_{изм}$  – период съема информации ДЛУ;  $\delta a_{x,y,z rand}$  – случайные составляющие погрешности измерения ДЛУ.

а измеряемые приращения углов вращения – выражениями:

$$\begin{cases} \Delta \alpha_{изм_x} = \frac{1}{K_{\omega x}} (1 + k_{\omega x}^M) (\omega_x + \omega_{x0} + k_{\omega x0} t + k_{\omega x}^T \Delta T + \delta \omega_{xrand}) \cdot \tau_{изм}; \\ \Delta \alpha_{изм_y} = \frac{1}{K_{\omega y}} (1 + k_{\omega y}^M) (\omega_y + \omega_{y0} + k_{\omega y0} t + k_{\omega y}^T \Delta T + \delta \omega_{yrand}) \cdot \tau_{изм}; \\ \Delta \alpha_{изм_z} = \frac{1}{K_{\omega z}} (1 + k_{\omega z}^M) (\omega_z + \omega_{z0} + k_{\omega z0} t + k_{\omega z}^T \Delta T + \delta \omega_{zrand}) \cdot \tau_{изм}, \end{cases}$$

где  $K_{\omega x}, K_{\omega y}, K_{\omega z}$  – коэффициент преобразования;  $k_{\omega x}^M, k_{\omega y}^M, k_{\omega z}^M$  – отклонение масштабного коэффициента от своего среднеквадратического значения;  $k_{\omega x}^T, k_{\omega y}^T, k_{\omega z}^T$  – температурный коэффициент изменения;  $\omega_{x0}, \omega_{y0}, \omega_{z0}$  – смещения нуля;  $k_{\omega x0}, k_{\omega y0}, k_{\omega z0}$  – коэффициент линейной составляющей смещения нуля;  $\Delta T$  – отклонение текущей температуры гироскопа от температуры его калибровки;  $t$  – время работы;  $\delta \omega_{x,y,z rand}$  – случайные составляющие погрешности измерения ДУС.

Случайные составляющие погрешности измерения ДЛУ, ДУС в данной работе рассматриваются как случайные процессы, характеризующиеся следующей корреляционной функцией:

$$R_a(\tau) = \sigma_a e^{-\frac{\tau}{\tau_a}}; \quad R_\omega(\tau) = \sigma_\omega e^{-\frac{\tau}{\tau_\omega}}.$$

где:  $\sigma_a, \sigma_\omega$  - СКО процессов;  $\tau_a, \tau_\omega$  - время корреляции.

Данные процессы могут быть промоделированы интегрированием следующих дифференциальных уравнений:

$$\frac{d}{dt} \delta a_{rand} = -\frac{\delta a_{rand}}{\tau} + \xi_a \delta a \sqrt{\frac{2}{\tau_a}};$$

$$\frac{d}{dt} \delta \omega_{rand} = -\frac{\delta \omega_{rand}}{\tau} + \xi_\omega \delta \omega \sqrt{\frac{2}{\tau_\omega}}.$$

где:  $\xi_a, \xi_\omega$  - белые шумы единичной интенсивности.

Значения характеристик датчиков, используемые для моделирования работы ГИБ в данной работе приведены в разделе [4.5.2.1].

#### 4.4.2. Алгоритм работы БЦВМ БИНС

В БЦВМ БИНС реализуются задача компенсации погрешностей измерения датчиков ГИБ и использования их для оценки параметров навигации и ориентации самолета. Рассмотрим сначала алгоритм компенсации погрешности измерения ГИБ.

##### 4.4.2.1. Алгоритм обработки данных с ГИБ

Измеренные кажущиеся ускорения  $(a_{x_{изм}} \ a_{y_{изм}} \ a_{z_{изм}})^T$  и угловые скорости  $(\omega_{x_{изм}} \ \omega_{y_{изм}} \ \omega_{z_{изм}})^T$  самолета, полученные от ДЛУ и ДУС, обрабатываются в алгоритме инерциальной навигации по формулам:

$$\begin{cases} \Delta v'_x = K_{ax} \Delta v_{uzM_x} (1+k_{ax}^M)^{-1} - (a_{x0} + k_{ax}^T \Delta T) \cdot \tau_{uzM}; \\ \Delta v'_y = K_{ay} \Delta v_{uzM_y} (1+k_{ay}^M)^{-1} - (a_{y0} + k_{ay}^T \Delta T) \cdot \tau_{uzM}; \\ \Delta v'_z = K_{az} \Delta v_{uzM_z} (1+k_{az}^M)^{-1} - (a_{z0} + k_{az}^T \Delta T) \cdot \tau_{uzM}; \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} \Delta v'_{x1} \\ \Delta v'_{y1} \\ \Delta v'_{z1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \varphi_{az} & -\varphi_{ay} \\ -\varphi_{az} & 1 & \varphi_{ax} \\ \varphi_{ay} & -\varphi_{ax} & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \Delta v'_x \\ \Delta v'_y \\ \Delta v'_z \end{pmatrix},$$

и

$$\begin{cases} \Delta \alpha'_x = K_{\omega x} (1+k_{\omega x}^M)^{-1} \Delta \alpha_{uzM_x} - (\omega_{x0} + k_{\omega x}^T t + k_{\omega x}^T \Delta T) \cdot \tau_{uzM}; \\ \Delta \alpha'_y = K_{\omega y} (1+k_{\omega y}^M)^{-1} \Delta \alpha_{uzM_y} - (\omega_{y0} + k_{\omega y}^T t + k_{\omega y}^T \Delta T) \cdot \tau_{uzM}; \\ \Delta \alpha'_z = K_{\omega z} (1+k_{\omega z}^M)^{-1} \Delta \alpha_{uzM_z} - (\omega_{z0} + k_{\omega z}^T t + k_{\omega z}^T \Delta T) \cdot \tau_{uzM}; \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} \Delta \alpha'_{x1} \\ \Delta \alpha'_{y1} \\ \Delta \alpha'_{z1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \varphi_{\omega z} & -\varphi_{\omega y} \\ -\varphi_{\omega z} & 1 & \varphi_{\omega x} \\ \varphi_{\omega y} & -\varphi_{\omega x} & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \Delta \alpha'_x \\ \Delta \alpha'_y \\ \Delta \alpha'_z \end{pmatrix},$$

где  $(\Delta v'_{x1} \ \Delta v'_{y1} \ \Delta v'_{z1})^T$ ,  $(\Delta \alpha'_{x1} \ \Delta \alpha'_{y1} \ \Delta \alpha'_{z1})^T$  - используемые в алгоритме навигации векторы приращений скорости и приращений углов вращения самолета в связанной СК.

В данной работе принято по постановке задачи, что температура ГИБ стабилизируется и остается постоянной. С учетом этого в формулах обработки измеренных данных слагаемыми, связанными с измерением температуры ГИБ относительно температуры, при которой проведена калибровка датчиков ГИБ, пренебрегаем.

#### 4.4.2.2. Алгоритм решения задач навигации и ориентации самолета

##### *А. Общий алгоритм инерциальной навигации*

В алгоритме инерциальной навигации БИНС решаются задача навигации и задача ориентации самолета в НСК. В задаче навигации оценены скорости и координаты самолета, а в задаче ориентации - углы ориентации самолета относительно Земли.

В работе рассмотрен полный базовый бортовой вычислительный алгоритм БИНС соответствующий схеме рис.4.6, которая является наиболее распространённой в задачах навигации [32]:

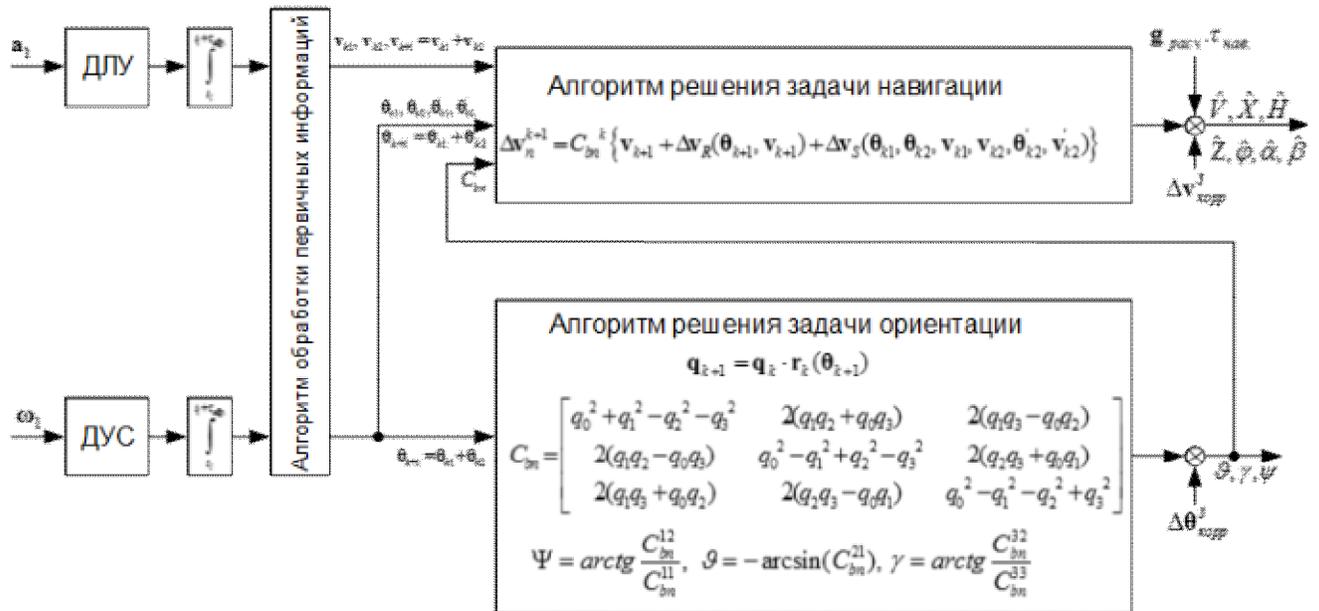


Рис.4.6. Блок-схема алгоритма решения задач ориентации и навигации самолета.

где  $\mathbf{a}_i, \boldsymbol{\omega}_i$  - векторы кажущегося ускорения и абсолютной угловой скорости самолета в ССК;  $\Delta \mathbf{v}_{корр}^3$  - вектор коррекций приращения скорости по вращению Земли;  $\Delta \theta_{корр}^3$  - вектор коррекций приращения углов по вращению Земли;

$\mathbf{v}_i, \boldsymbol{\theta}_i$  - приращения вектора кажущейся скорости и углов за интервал времени

$\tau_{нав}$ ;  $\mathbf{g}_{расч}$  - расчетный вектор ускорения силы тяготения.

Вычислительные аспекты данного алгоритма рассмотрены ниже.

### *Б. Алгоритм решения задачи ориентации*

Задача ориентации самолета заключается в определении углов ориентации самолета относительно НСК, то есть угла курса, угла тангажа и угла крена.

Эти углы могут быть оценены при известной матрице перехода от ССК в НСК  $C_{bn}$ , которая определяются решением уравнения Пуассона:

$$\dot{C}_{bn} = C_{bn}(\omega_1 x) - (\omega_n x)C_{bn},$$

$$\text{где: } (\omega_1 x) = \begin{bmatrix} 0 & \omega_{zb} & -\omega_{yb} \\ -\omega_{zb} & 0 & \omega_{xb} \\ \omega_{yb} & -\omega_{xb} & \omega_1 \end{bmatrix} \text{ — кососимметрическая матрица, составлена}$$

*из проекций абсолютной угловой скорости  $\omega_b$  на оси ССК;*

$$(\omega_n x) = \begin{bmatrix} 0 & \omega_{zn} & -\omega_{yn} \\ -\omega_{zn} & 0 & \omega_{xn} \\ \omega_{yn} & -\omega_{xn} & \omega_1 \end{bmatrix} \text{ — кососимметрическая матрица, составлена}$$

*из проекций абсолютной угловой скорости  $\omega_n$  на оси НСК;*

Вместо матрицы направляющих косинусов для описания поворота самолета использованы кватернионы, которые определяются как вектор

$$\mathbf{q} = q_0 + q_1 \mathbf{i} + q_2 \mathbf{j} + q_3 \mathbf{k}.$$

где:  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  – единичные векторы.

Преимущество использования кватернионов перед матрицей перехода заключается в следующих [32]:

- Отсутствию сингулярности при вычислении углов ориентации, когда угол тангажа стремится к 90.
- Уменьшению числа дифференциальных уравнений Пуассона.

Уравнение Пуассона по кватернионам:

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \mathbf{q} \boldsymbol{\omega}. \quad (1)$$

Во время работы БИНС уравнение (1) интегрируется по следующей форме:

$$\mathbf{q}_{k+1} = e^{\Sigma/2} \mathbf{q}_k, \quad (2)$$

где  $\Sigma = \begin{bmatrix} 0 & -\theta_{\Sigma x} & -\theta_{\Sigma y} & -\theta_{\Sigma z} \\ \theta_{\Sigma x} & 0 & \theta_{\Sigma z} & -\theta_{\Sigma y} \\ \theta_{\Sigma y} & -\theta_{\Sigma z} & 0 & \theta_{\Sigma x} \\ \theta_{\Sigma z} & \theta_{\Sigma y} & -\theta_{\Sigma x} & 0 \end{bmatrix}$ ;  $\mathbf{q}_k, \mathbf{q}_{k+1}$  – кватернион поворота самолета в момент

времени  $t_k$  и  $t_{k+1}$ ;  $\theta_{\Sigma x} = \sum_n \theta_x$ ,  $\theta_{\Sigma y} = \sum_n \theta_y$ ,  $\theta_{\Sigma z} = \sum_n \theta_z$  – приращение углов за  $\tau_{нав}$ ;

$\tau_{нав} = t_{k+1} - t_k$  – такт работы алгоритма навигации,  $\theta_x = \sum_m \Delta \alpha_x$ ,  $\theta_y = \sum_m \Delta \alpha_y$ ,  $\theta_z = \sum_m \Delta \alpha_z$  –

приращение углов за  $\tau_{обр}$ ,  $n = \frac{\tau_{нав}}{\tau_{обр}}$ ,  $m = \frac{\tau_{обр}}{\tau_{изм}}$ . В данной работе принято, что

$$\tau_{нав} = 2\tau_{обр}, \tau_{обр} = 3\tau_{изм}.$$

При реализации алгоритма (2) на БЦВМ с целью повышения частоты обработки информации используем следующую приближенную формулу [26]:

$$\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{q}_k \cdot \mathbf{r}_k,$$

где:

$$\mathbf{r}_k = \begin{bmatrix} a_c \\ a_s \theta_{\Sigma x} \\ a_s \theta_{\Sigma y} \\ a_s \theta_{\Sigma z} \end{bmatrix}; a_c = \cos \frac{\sigma}{2} \approx 1 - \frac{(0.5\sigma)^2}{2!}; a_s = \frac{\sin(\sigma/2)}{\sigma} \approx 0.5 \left( 1 - \frac{(0.5\sigma)^2}{3!} \right); \sigma = \sqrt{\theta_x^2 + \theta_y^2 + \theta_z^2}.$$

Переход от кватерниона в матрицу направляющих, переводящую ССК в НСК, реализуется по следующей формуле:

$$C_{bn} = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 + q_0q_3) & 2(q_1q_3 - q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 - q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 + q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 + q_0q_2) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}.$$

Углы ориентации самолета относительно Земли определяются соотношениями:

$$\psi = \arctg\left(\frac{q_1q_3 - q_0q_2}{q_0^2 + q_1^2 - 0.5}\right); \quad \vartheta = -\arcsin(2q_1q_2 + 2q_0q_3); \quad \gamma = \arctg\left(\frac{q_2q_3 - q_0q_1}{q_0^2 + q_2^2 - 0.5}\right).$$

или: 
$$\psi = \arctg \frac{C_{bn}^{12}}{C_{bn}^{11}}; \quad \vartheta = -\arcsin(C_{bn}^{21}); \quad \gamma = \arctg \frac{C_{bn}^{32}}{C_{bn}^{33}}.$$

### *В. Алгоритм решения задачи навигации*

За интервал времени от  $t_k$  до  $t_{k+1}$  приращения вектора земной скорости самолета в НСК вычислены по формуле:

$$\Delta \mathbf{v}_n = C_{bn}^k \int_{t_k}^{t_{k+1}} (\mathbf{a} + \boldsymbol{\theta} \times \mathbf{a}) dt = C_{bn}^k \left( \mathbf{v}_{k+1} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\theta}_{k+1} \times \mathbf{v}_{k+1} + \frac{1}{2} \int_{t_k}^{t_{k+1}} (\boldsymbol{\theta} \times \mathbf{a} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}) dt \right), \quad (3)$$

где  $\mathbf{a}$  – вектор измеренных линейных ускорений самолета в ССК (после компенсации погрешностей);  $\boldsymbol{\omega}$  – вектор измеренных угловых скоростей самолета в ССК (после компенсации погрешностей);  $\mathbf{v} = \int_{t_k}^t \mathbf{a} dt$  – вектор кажущегося приращения скорости в ССК;

$\boldsymbol{\theta} = \int_{t_k}^t \boldsymbol{\omega} dt$  – вектор кажущегося поворота самолета в ССК;

$\mathbf{v}_{k+1} = \mathbf{v} \Big|_{t=t_{k+1}} = \mathbf{v}_\Sigma$ ,  $\boldsymbol{\theta}_{k+1} = \boldsymbol{\theta} \Big|_{t=t_{k+1}} = \boldsymbol{\theta}_\Sigma$  – приращения вектора скоростей и вектора угла поворота самолета за интервал времени  $\tau_{наб}$ ;  $C_{bn}^k$  – матрица перехода в момент  $t_k$ .

Интегральный член в (3) может быть определен по численному алгоритму, предлагаемому в [32]. При этом конечная формула нахождения приращения вектора скорости самолета в НСК за интервал времени  $\tau_{наб}$  имеет вид:

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{v}_n^k &= C_{bn}^k (\mathbf{v}_{k+1} + \Delta \mathbf{v}_R + \Delta \mathbf{v}_S); \\ \Delta \mathbf{v}_R &= \left( \frac{1}{2!} - \frac{1}{4!} \boldsymbol{\theta}_{k+1}^2 \right) \boldsymbol{\theta}_{k+1} \times \mathbf{v}_{k+1} + \left( \frac{1}{3!} - \frac{1}{5!} \boldsymbol{\theta}_{k+1}^2 \right) \boldsymbol{\theta}_{k+1} \times (\boldsymbol{\theta}_{k+1} \times \mathbf{v}_{k+1}); \\ \Delta \mathbf{v}_S &= \frac{7}{12} (\boldsymbol{\theta}_{k1} \times \mathbf{v}_{k2} - \boldsymbol{\theta}_{k2} \times \mathbf{v}_{k1}) + \frac{1}{12} (\boldsymbol{\theta}'_{k2} \times \mathbf{v}_{k1} - \boldsymbol{\theta}_{k1} \times \mathbf{v}'_{k2}),\end{aligned}$$

где  $\boldsymbol{\theta}_{k1}, \boldsymbol{\theta}_{k2}$  - вектор кажущегося поворота за первую и вторую половину интервала  $\tau_{нав}$ ;  $\mathbf{v}_{k1}, \mathbf{v}_{k2}$  - вектор кажущегося приращения скорости за первую и вторую половину интервала  $\tau_{нав}$ ;  $\boldsymbol{\theta}'_{k2}, \mathbf{v}'_{k2}$  - вектор кажущегося поворота и вектор кажущегося приращения скорости за вторую половину интервала предыдущего шага.

Координаты самолета определяются интегрированием полученных приращений вектора скорости:

$$\mathbf{X}_n^{k+1} = \mathbf{X}_n^k + \int_{t_k}^{t_{k+1}} (\Delta \mathbf{v}_n^k + \mathbf{g}_{расч.} \tau_{нав.} + \Delta \mathbf{v}_{корр}^3) dt.$$

В работе рассмотрен типовой набор характеристик параметров ошибок гиросинерциального блока средней точности и типовой набор погрешностей. Для сопоставления получаемой точности рассмотрена нулевая погрешность начальной выставки.

Результаты моделирования работы БИНС указаны в [4.5.2.1].

#### 4.4.3. Алгоритм работы СВС

Для сопоставления точностей работы подсистем ИВК погрешность оценки давления и температуры у Земли нулевая. При необходимости учета фактических погрешностей алгоритмических проблем нет.

В работе рассмотрен алгоритм вычисления в СВС аэрометрических параметров, соответствующий схеме рис.4.7:

**Алгоритм аэрометрического метода измерения высотно-скоростных параметров:**

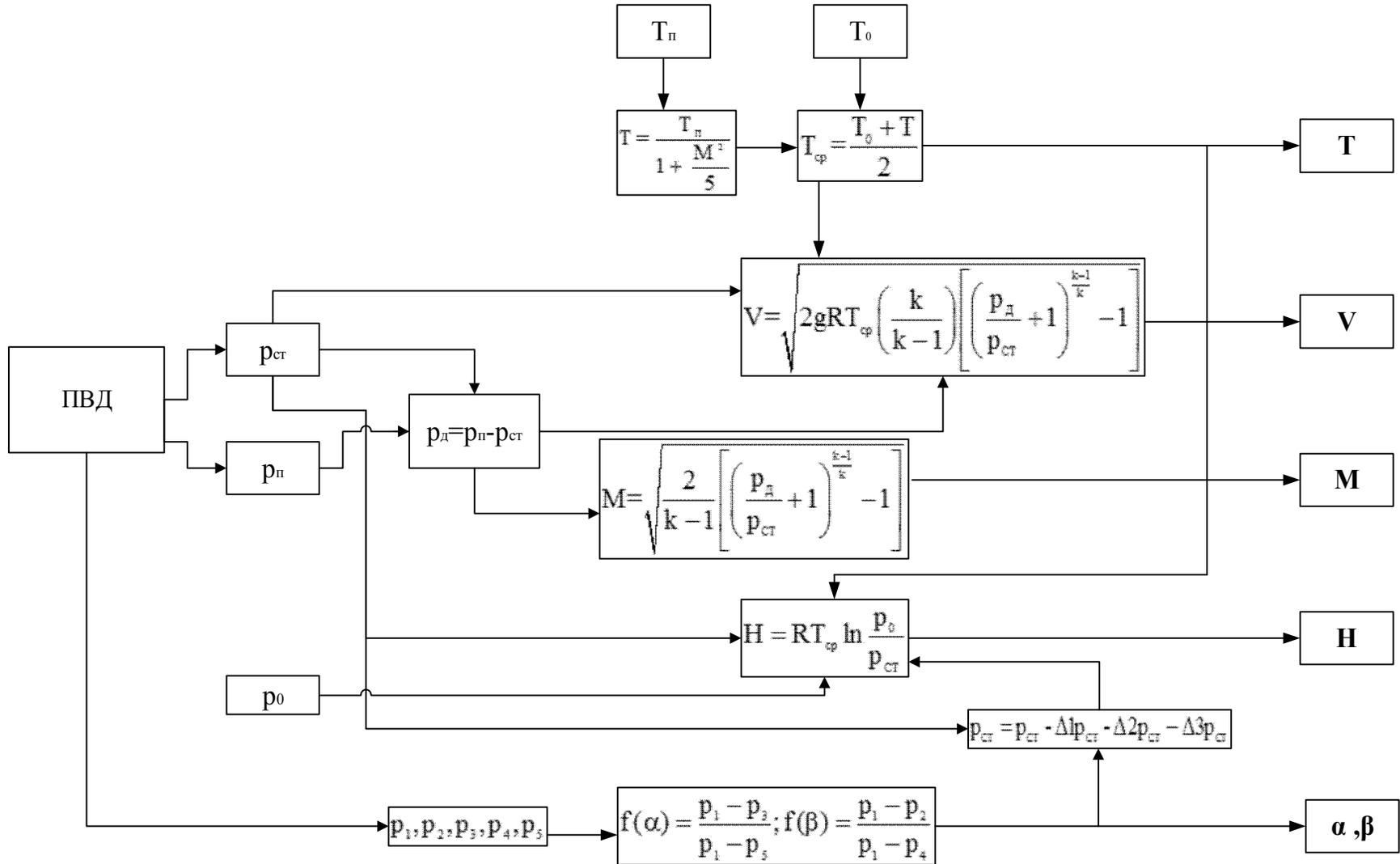


Рис.4.7. Схема алгоритма СВС

При измерении давления имеют место следующие источники погрешностей:

- погрешность преобразования выходного сигнала датчика давления в виде периода следования импульсов в двоичный код в вычислительную машину;
- нестабильность градуировочной характеристик датчиков;
- погрешность алгоритма вычисления высотно-скоростных параметров;

Кроме выше указанных, погрешность измерения статического давления зависит еще от места установки ПВД, диаметра и длины проводки ПВД, а также от запаздывания давления в проводке статического давления.

На рис.4.8 представлена геометрия ПВД.

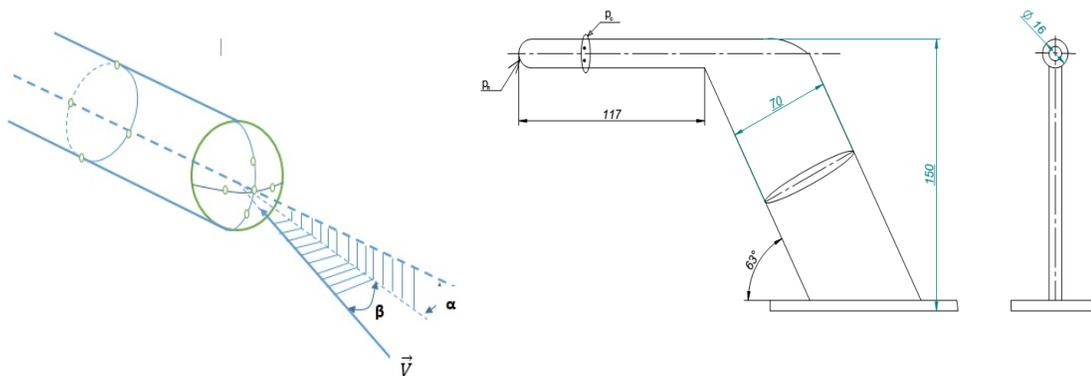


Рис.4.7. Многофункциональный ПВД

Длина трубопровода от отверстия  $r_{ст}$  до чувствительного элемента датчика давления равно 30 см (датчик давления генераторного типа находится сразу под обшивкой корпуса самолета). Внутренний диаметр трубопровода 0.4 см.

В раннее главе 3 при моделировании ПВД также была разработана динамическая модель изменения давления в каналах измерения  $r_{ст}$  ПВД. Для учета динамики измерительных процессов в ПВД (и СВС в целом) в работе проведено

построение модели искажений  $p_{ст}(t)$  в форме дискретного разностного уравнения. Разностное уравнение (для случая длины трубопровода  $l_{првд} = 30$  см):

$$p_{ст_{пвд}}(k) - 0,464 p_{ст_{пвд}}(k - 1) = 0,538 p_{ст}(k - d - 1)$$

$$k = 1 \div 120; d = 1;$$

Разностное уравнение (для случая длины трубопровода  $l_{првд} = 150$  см):

$$p_{ст_{пвд}}(k) - 1,248 p_{ст_{пвд}}(k - 1) + 0,393 p_{ст_{пвд}}(k - 2)$$

$$= 0,295 p_{ст}(k - d - 1) - 0,151 p_{ст}(k - d - 2)$$

$$k = 1 \div 120; d = 2;$$

где:  $T_0$  - тактовый шаг по времени;  $k=t/T_0$  - дискретное время;  $d=\tau/T_0$  - величина чистого запаздывания.

Расчетные значения погрешностей  $\Delta_{1Pст}$ ,  $\Delta_{2Pст}$  и динамических искажений позволяют спрогнозировать погрешности  $p_{ст}$  в СВС.

В реальных ситуациях учет ненулевых начальных погрешностей выставки давления, температуры и БИНС не вызывает затруднений.

#### 4.4.4. Алгоритм комплексной обработки измерений для оценки высоты полета

Так как определение высоты полета  $H$  и вертикальной составляющей скорости  $V_y$  по показаниям инерциальной системы является неустойчивым вычислительным процессом на относительно длительных интервалах времени (больших 10 минут [33]), для обеспечения точности управления движением самолета используем способ, основанный на совместной обработке измерений инерциальной системы  $a_y$  и СВС  $H_{СВС}$  - алгоритм бароинерциального фильтра. Алгоритм реализуем как дискретный фильтр Калмана (ДФК) (подобно [33]):

$$\begin{cases} \hat{X}_n = \Phi_{n,n-1} \times \hat{X}_{n-1} + B \times U_{n-1} + K_n \times (Z_n - H \times (\Phi_{n,n-1} \times \hat{X}_{n-1} + B \times U_{n-1})); \\ K_n = S_n \times H^T \times (H \times S_n \times H^T + R)^{-1}; \\ P_n = (E - K_n \times H) \times S_n \times (E - K_n \times H)^T + K_n \times R \times K_n^T; \\ S_n = \Phi_{n,n-1} \times P_{n-1} \times \Phi_{n,n-1}^T + \Gamma \times Q \times \Gamma^T, \end{cases}$$

где  $\hat{X}_n$  – оценка вектора состояния фильтра  $X$  на  $n$ -ом интервале времени;  $U_{n-1}$  – значение вектора управления  $U$  на  $(n-1)$ -ом интервале времени;  $Z_n$  – значение вектора измерений  $Z$  на  $n$ -ом интервале времени;  $\Phi_{n,n-1}$  – значение переходной матрицы состояния  $\Phi$  на  $n$ -ом интервале времени;  $B$  – матрица коэффициентов управления;  $H$  – матрица наблюдения;  $\Gamma$  – матрица весовых коэффициентов для формирующих шумов;  $R$  – матрица интенсивностей измерительных шумов;  $Q$  – матрица интенсивностей формирующих шумов;  $P_n, P_{n-1}$  – априорная ковариационная матрица на  $n$ -ом и  $(n-1)$ -ом интервале времени;  $S_n$  – апостериорная ковариационная матрица на  $n$ -ом интервале времени;  $K_n$  – коэффициент усиления фильтра на  $n$ -ом интервале времени.

Для комплексирования СВС и БИНС в данной работе считаем, что вектор состояния фильтра имеет вид:  $x = [H_{СВС} \quad V_y \quad \Delta a_y]^T$ ,

$H_{СВС}$  - измеренная высота от СВС;

где:  $\Delta a_y$  - вертикальное ускорение от БИНС;

$V_y$  - вертикальная скорость ;

В работе проводится анализ точности движения самолета с ИВК при совместной работе СВС и БИНС с алгоритмом, реализуемым в форме фильтра (рис.4.9):

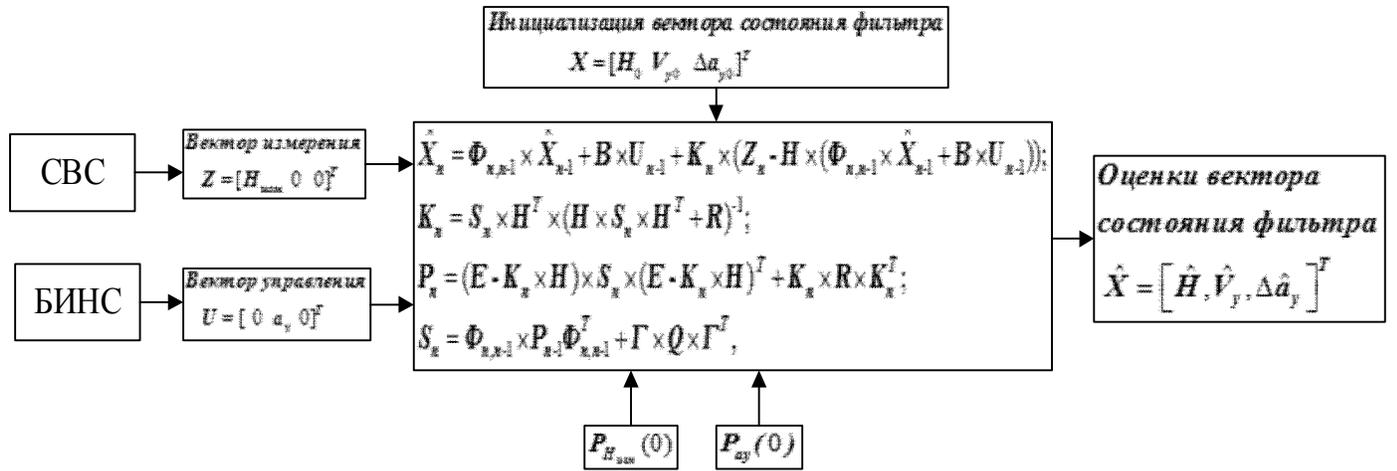


Рис.4.9. Функциональная схема измерения высоты в бароинерциальном ИВК

- $H_{изм}$  - измеренная высота от СВС;  
 $a_y$  - оценка вертикального ускорения от БИНС;  
 $\hat{H}$  - оценка высоты по фильтру;  
 где:  $\hat{V}_y$  - оценка вертикальной скорости по фильтру;  
 $\Delta \hat{a}_y$  - оценка ошибки измерения вертикального ускорения;  
 $P_{H_{изм}}(0)$  - дисперсия шумов измерения высоты СВС;  
 $P_{a_y}(0)$  - дисперсия погрешности оценки вертикального ускорения БИНС;

Для выбранного вектора состояния фильтра, модель процесса и модель измерения в непрерывном виде описываются следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{a} \cdot \mathbf{X} &= \mathbf{U} + \xi_x; \\ \mathbf{Z} &= \mathbf{H} \cdot \mathbf{X} + \xi_z, \end{aligned}$$

где  $\xi_x$  - вектор шумов входных воздействий;  $\xi_z$  - вектор шумов измерений;

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \text{матрица состояния системы.}$$

При синтезе алгоритма фильтра было принято, что шумы входных воздействий  $\xi_x$  и шумы измерений  $\xi_z$  являются независимыми центрированными гауссовыми дискретными белыми шумами.

Дискретные модели процесса и измерения представляются следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_i &= \mathbf{\Phi} \cdot \mathbf{X}_{i-1} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{U}_{i-1} + \mathbf{\Gamma} \cdot \xi_x^{i-1}; \\ \mathbf{Z}_i &= \mathbf{H} \cdot \mathbf{X}_i + \xi_z^i. \end{aligned}$$

Вектор управляющих воздействий в структуре ДФК в данном случае имеет вид [76]:  $\mathbf{U} = [0 \quad a_y \quad 0]^T$ ,

где  $a_y$  - сигнал вертикального ускорения из БИНС, содержащий шум  $\xi_x$ .  
Модель измерений строится на основе сигналов СВС:

$$\mathbf{Z} = [(H_{СВС} \quad 0 \quad 0)]^T,$$

где  $H_{СВС}$  - выходной сигнал СВС (высота), содержащий шум  $\xi_H$

Матрица наблюдения имеет вид:  $\mathbf{H} = [1 \quad 0 \quad 0]^T$ .

Переходная матрица состояния в данном случае имеет следующий вид:

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} 1 & -\tau & -\frac{\tau^2}{2} \\ 0 & 1 & -\tau \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где  $\tau$  - шаг дискретизации (счета) фильтра,  $\tau = \tau_{нав}$ .

Матрицы весовых коэффициентов управления имеет вид:

$$\mathbf{B} = \text{diag} \left[ \frac{\tau^2}{2}, \tau, 0 \right].$$

Матрица весовых коэффициентов формирующих шумов имеет следующий вид:

$$\mathbf{\Gamma} = \text{diag} \left[ -\frac{\tau^2}{2}, -\tau, 0 \right].$$

Начальное значение априорной ковариационной матрицы зависит от СКО вертикальных навигационных параметров:  $P_0 = \text{diag}(\sigma_H^2 \quad \sigma_{ay}^2 \quad 0)$

В работе получена из моделирования процессов в СВС и БИНС на участке посадки СКО  $\sigma_{H_{изм}} = 2.62$ ,  $\sigma_{ay} = 0.003$ . Влияние исходных характеристик случайных процессов  $\sigma_{H_{изм}}$  на время установления минимальной ошибки  $\sigma_{H_{изм}} = 2.62$  показано на рис.4.10.

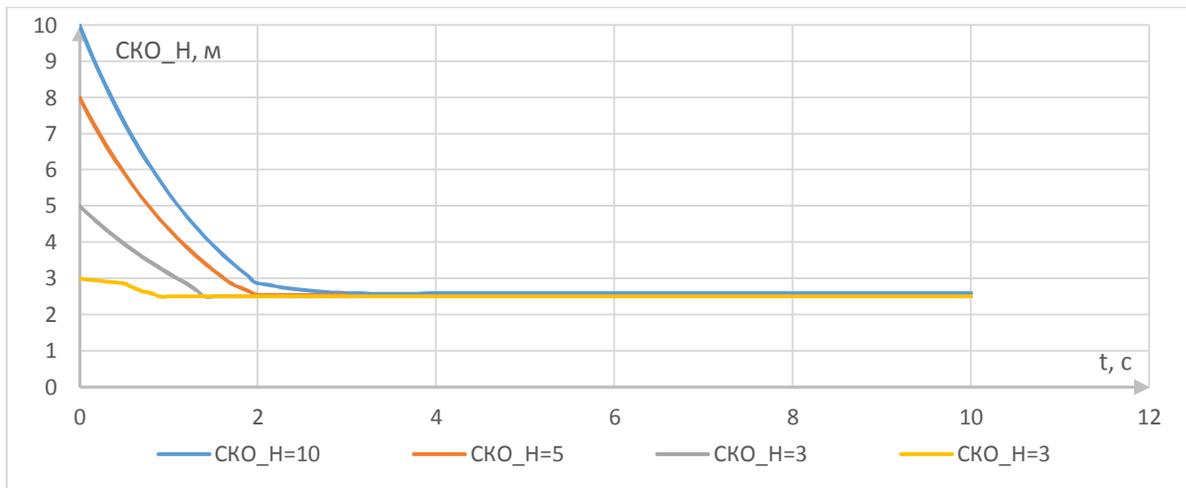


Рис.4.10. Зависимость СКО по высоте (м) от времени (с)

#### 4.5. Результаты моделирования

В данном разделе проведена оценка точности движения самолета бароинерциальной системой в процессе снижения по глиссаде и выравнивании.

#### 4.5.1. Описание режима посадки самолета

Угол наклона глиссады по отношению к горизонту невелик и для различных аэродромов лежит в пределах  $\theta = 2^\circ \div 10^\circ$

Выравнивание самолета начинается на высоте примерно 30 м, что совпадает с началом ВПП. Далее начинается парирование сноса самолета и приземление, но в задаче моделирования боковым движением пренебрегаем, так как оно призвано только скомпенсировать стохастическое воздействие среды. Гораздо больший интерес представляет процесс продольного движения самолета. На рис.4.11 представлены этапы приземления самолета.

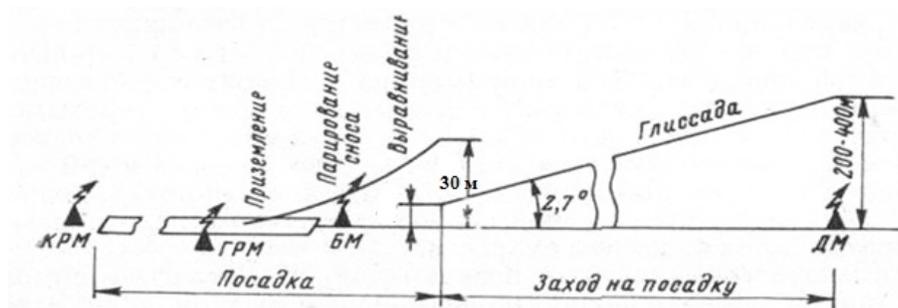


Рис.4.11. Этапы приземления самолета.

На процесс посадки накладываются достаточно жесткие ограничения, в особенности на его завершающий этап – касание взлетно-посадочной полосы. Это связано с тем, что чрезмерные перегрузки и отклонения по углам недопустимо и больше отклоняются от точки касания ВПП.

Требования к параметрам самолета на всем протяжении посадки:

Вертикальная скорость – не более 4 метров в секунду.

Угол атаки – не более  $15^\circ$

Отклонения рулей высоты - не более  $\pm 20^\circ$

Требования к параметрам самолета в момент касания:

Вертикальная скорость – не более 0,6м/с.

Время до касания ВПП – не более 60 секунд (с высоты 100м).

Угол тангажа – от 0° до 10°

Отклонения рулей высоты - не более  $\pm 20^\circ$

#### 4.5.2. Оценка точности движения по высоте в режиме посадки

В данном разделе приведены результаты моделирования движения самолета в контуре управления с использованием бароинерциального ИВК.

Посадка характеризуется следующими параметрами:

-Высотой начала снижения – 100 метров.

-Углом наклона глиссады – 2.5 градуса.

-Высотой начала выравнивания – 30 метров.

Точка касания ВПП находится в диапазоне от 2800м до 3400м.

#### Начальное состояние самолета

Траекторная скорость  $V = 70.0$  м./с.

Угол атаки  $\alpha = 8.8$  град.

Угол скольжения  $\beta = 0.0$  град.

Угловая скорость по оси x  $\omega_x = 0.0$  град./с.

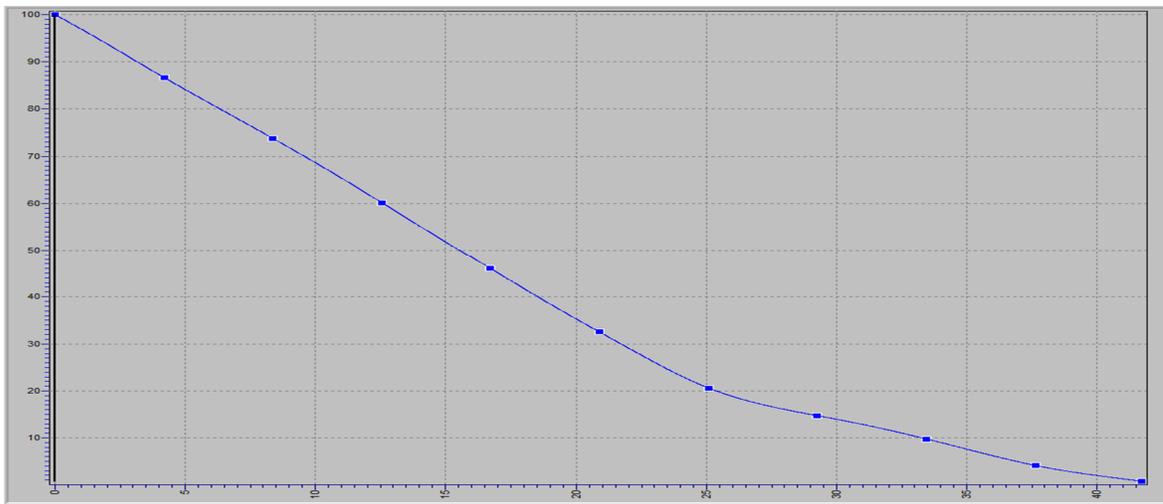
Угловая скорость по оси y  $\omega_y = 0.0$  град./с.

Угловая скорость по оси z  $\omega_z = 0.0$  град./с.

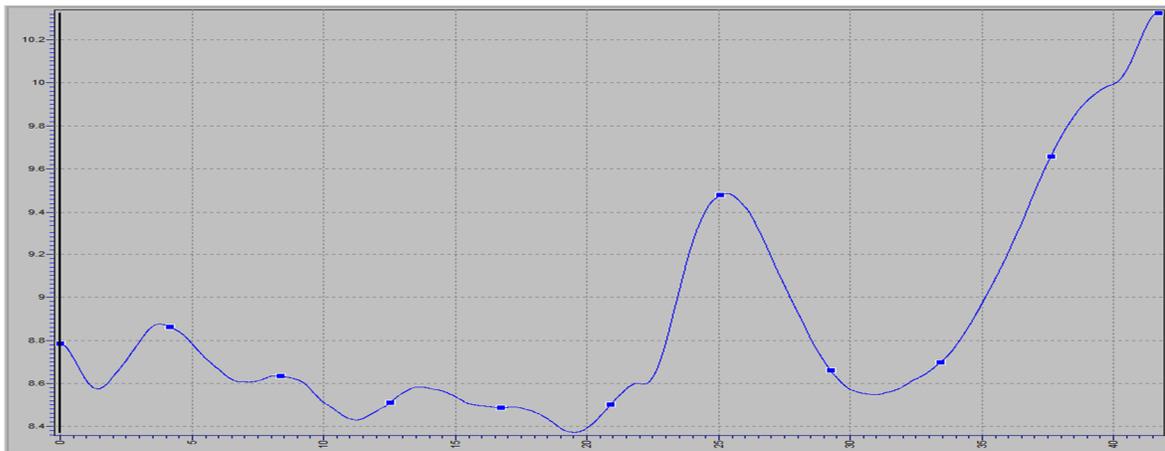
Угол крена  $\gamma = 0.0$  град .

Угол курса	$\psi = 0.0$ град .
Координата по оси x	$X_g = 0.0$ м.
Координата по оси y	$Y_g = 100$ м.
Координата по оси z	$Z_g = 0.0$ м.

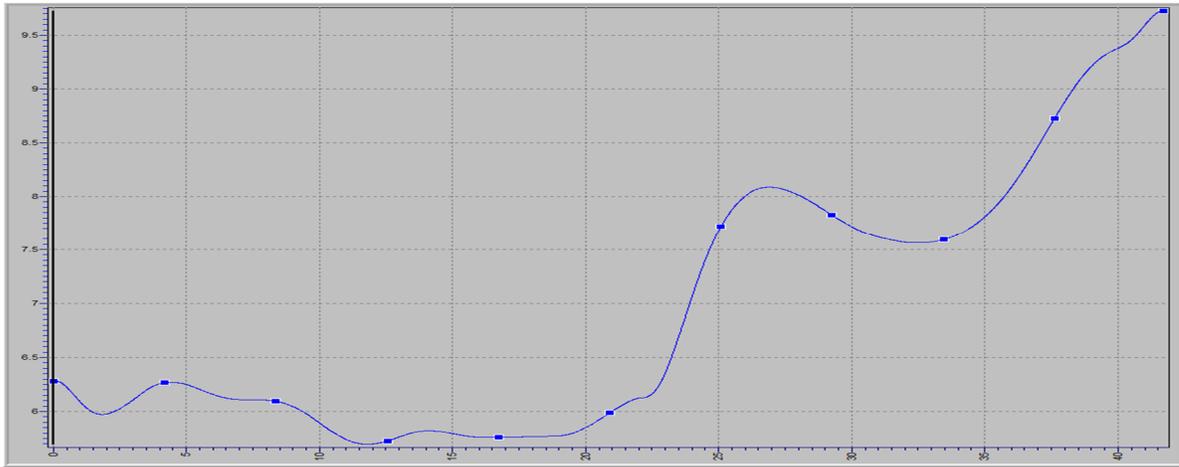
Требуемая траектория и программное управление посадкой (снижения и выравнивания), полученные от решения задачи балансировки и оптимального выравнивания, показана на рис. 4.12.



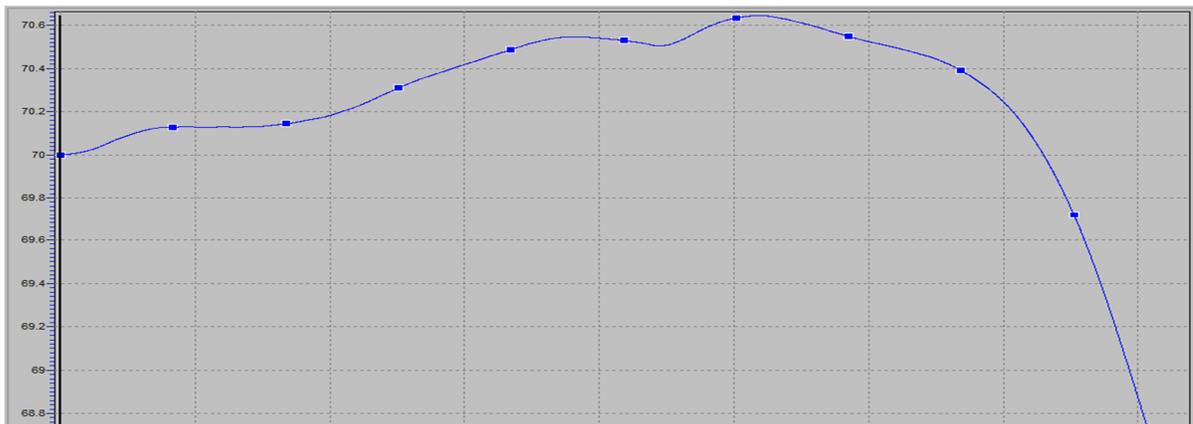
*а) Зависимость высоты (м.) от времени (с.).*



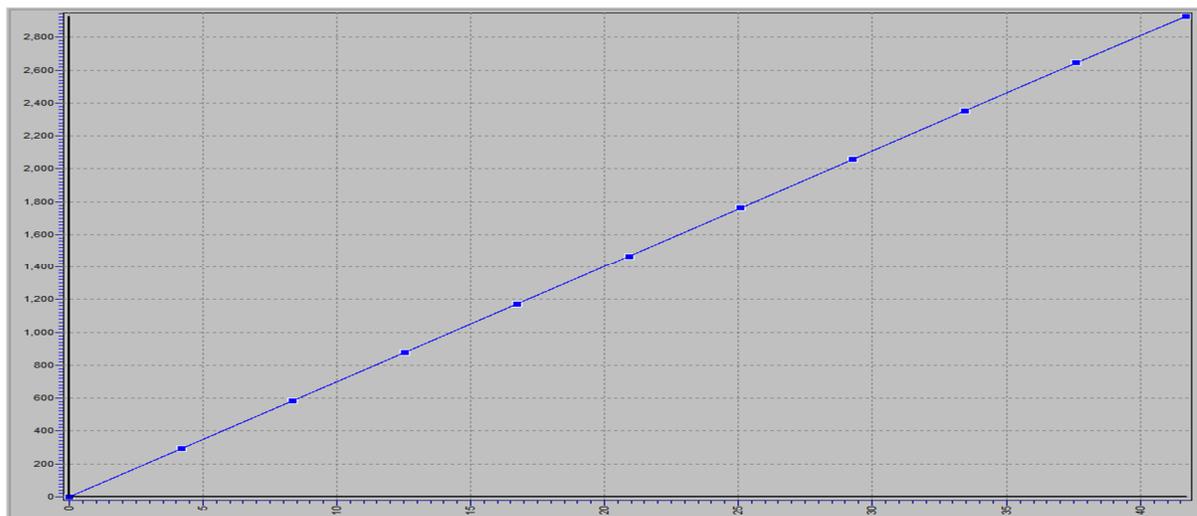
*б) Зависимость угла атаки (град.) от времени (с.).*



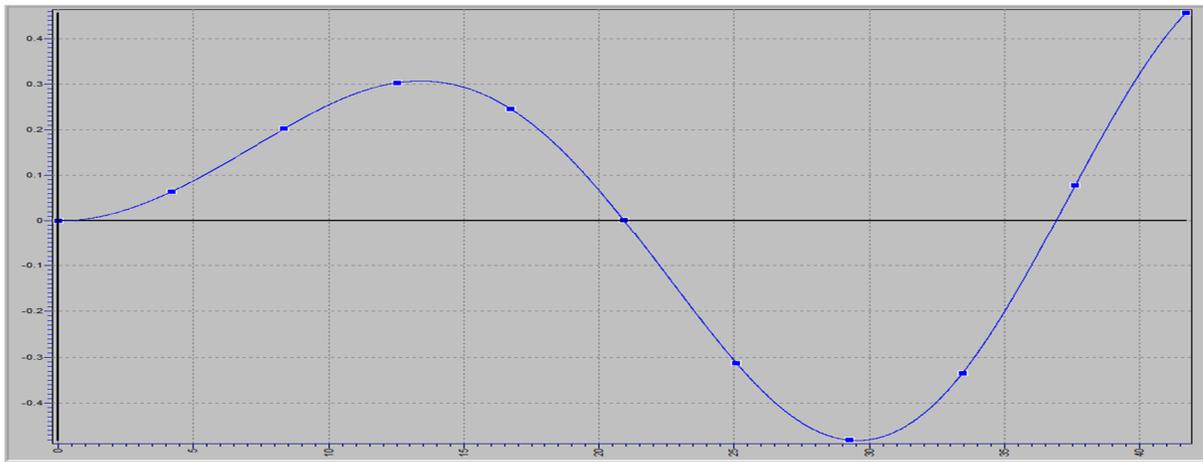
в) Зависимость угла тангажа (град.) от времени (с.).



г) Зависимость скорости (м./с.) от времени (с.).



д) Зависимость проделанного пути (м.) от времени (с.).



г) Зависимость бокового смещения (м.) от времени (с.).

Рис.4.12. Требуемая траектория и программное управление посадкой

#### 4.5.2.1. Результаты моделирования БИНС

Для моделирования используем следующие параметры датчиков ГИБ:

ГИБ	Параметры	Паспортные значения	Фактические значения
ДУС	Смещения нуля (град/ч)	1	0,95
	Масштабный коэффициент (%)	1	0,94
	Неортогональность датчиков (рад)	0,0001	0,000098
ДЛУ	Смещения нуля ( $10^{-3}g$ )	1	0,96
	Масштабный коэффициент (%)	1	0,97
	Неортогональность датчиков(рад)	0,0001	0,000093

Шумы измерения датчиков БИНС: ДЛУ - СКО =  $0.005\text{м/с}^2$ , ДУС - СКО =  $0.2$  град/час

Период съема информации ДЛУ и ДУС  $\tau_{\text{изм}} = 3\text{мс}$ ;  $\tau_{\text{обр.}} = 9\text{мс}$ ;  $\tau_{\text{нав}} = 18$ .

На рис.4.13 представлено движение самолета по глиссаде и выравниванию с БИНС с различными погрешностями.

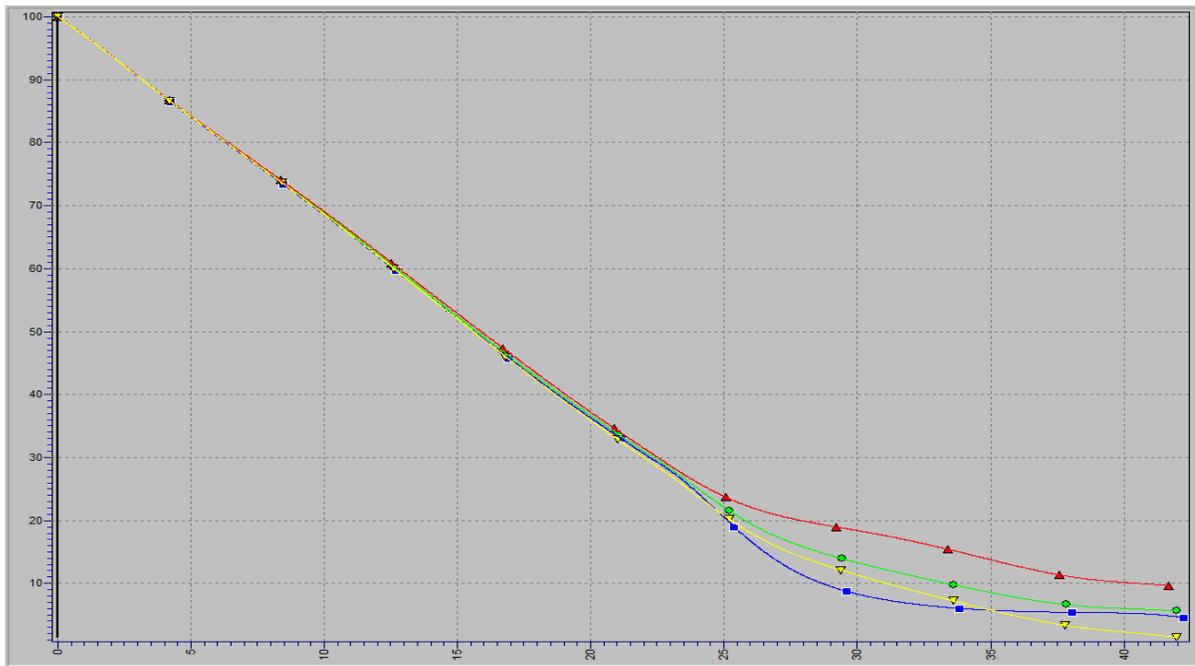
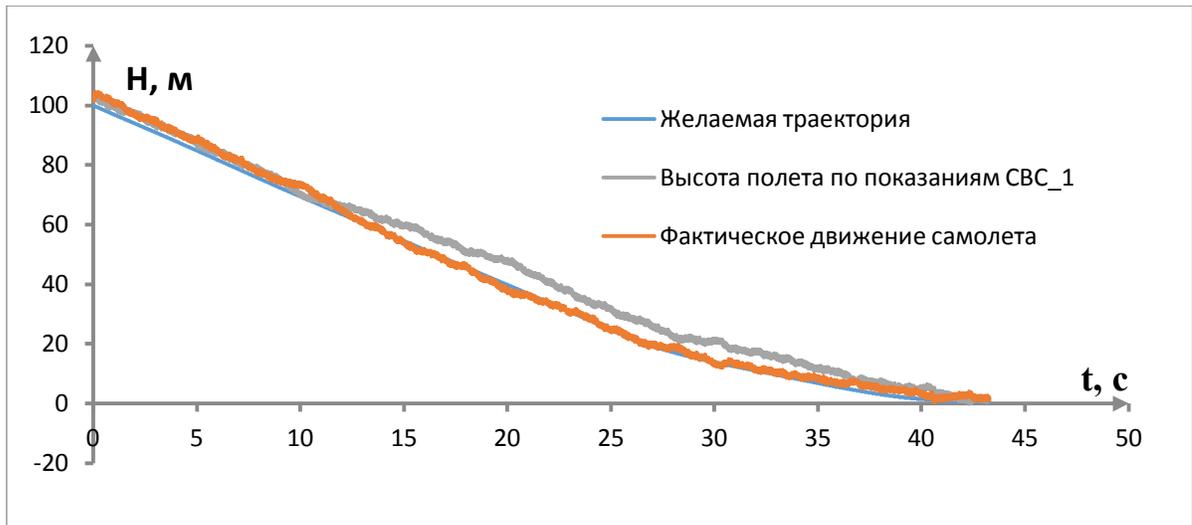


Рис.4.13. Зависимость высоты от времени при различных коэффициентах калибровки БИНС

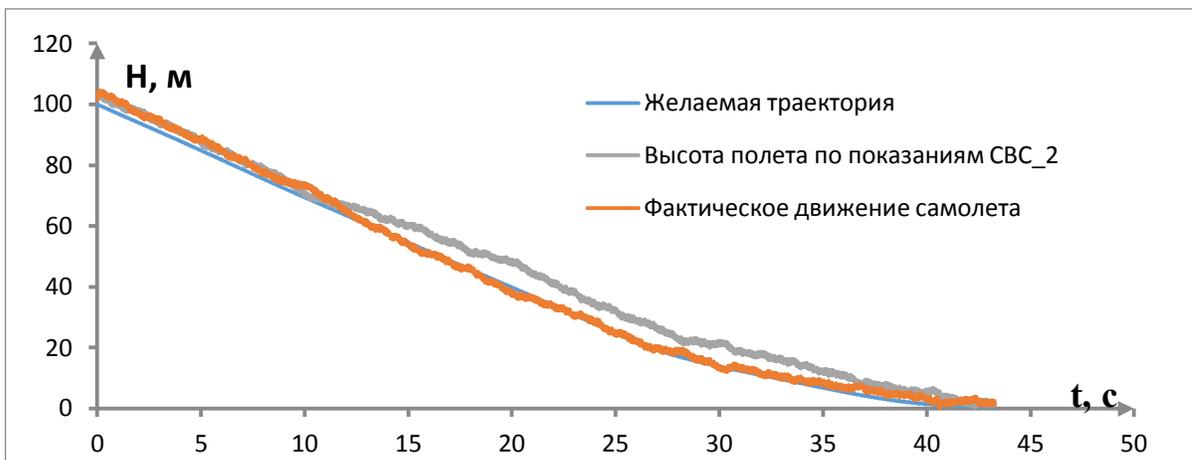
- |                                 |                                |
|---------------------------------|--------------------------------|
| ■ - Коэффициента калибровки 1%  | ● - Коэффициента калибровки 5% |
| ▲ - Коэффициента калибровки 10% | ▼ - Коэффициента калибровки 0% |

#### 4.5.2.2. Результаты моделирования СВС

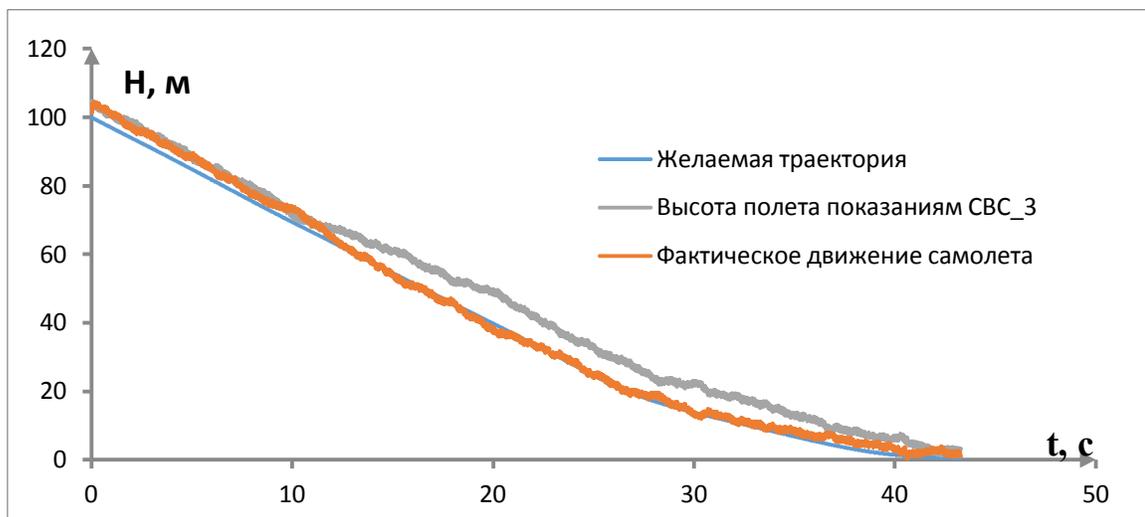
На рис.4.14 представлено движение самолета по глиссаде и выравниванию с различными алгоритмами СВС.



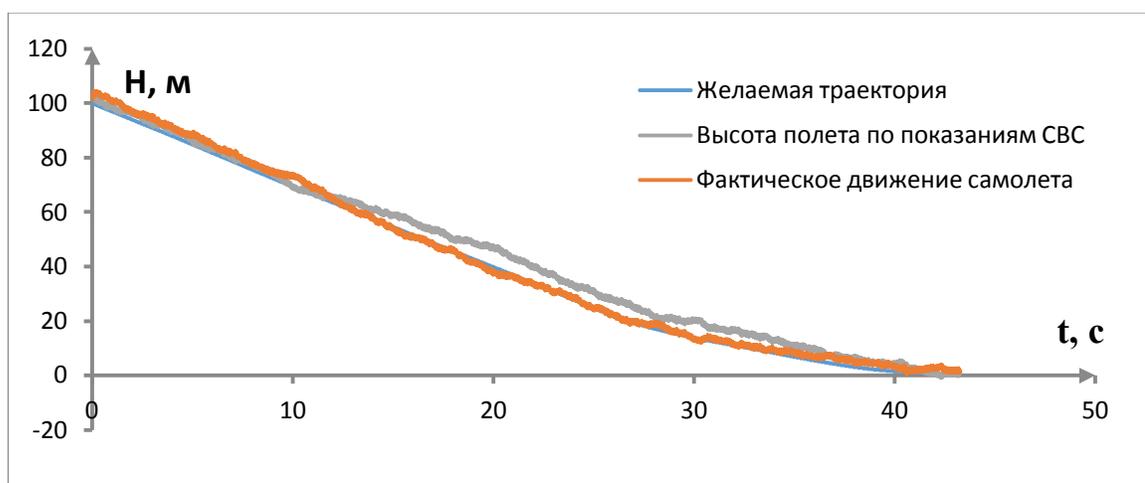
а)



б)



в)



г)

Рис.4.14. Движение самолета с СВС

на рис 4.14.а: СВС\_1 - измеренная высота по показаниям фактического давления в датчике СВС с коррекцией по углу обтекания ПВД (статическое давление определено в канале статического давления ПВД с компенсацией искажений давления из-за ненулевых углов обтекания ПВД ( $\Delta_{1\text{PCT}}$ ));

на рис 4.14.б: СВС\_2 -измеренная высота по показаниям фактического давления в датчике СВС с коррекцией экранного эффекта (статическое давление определено в канале статического давления ПВД с компенсацией искажений давления из-за влияния экрана ( $\Delta_{3\text{PCT}}$ ));

на рис 4.14.в: СВС\_3 - измеренная высота по показаниям фактического давления в датчике СВС (статическое давление определено в канале статического давления ПВД при наличии динамических искажений);

на рис 4.14.г: СВС – измеренная высота по показаниям давления в датчике СВС с компенсацией искажений (статическое давление определено в канале статического давления ПВД с учетом суммарной компенсации искажений).

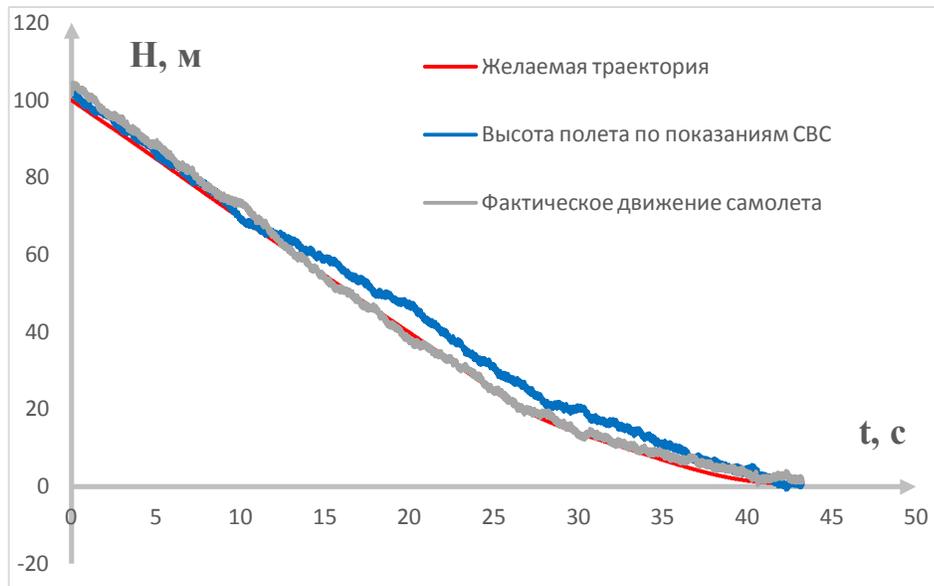
Максимальная погрешность измерения высоты полета СВС (с учетом сделанных допущений):

- + ИВК на основе СВС\_1: 8.35м;
- + ИВК на основе СВС\_2: 9.61м;
- + ИВК на основе СВС\_3: 10.45м;
- + ИВК на основе СВС: 7.86м.

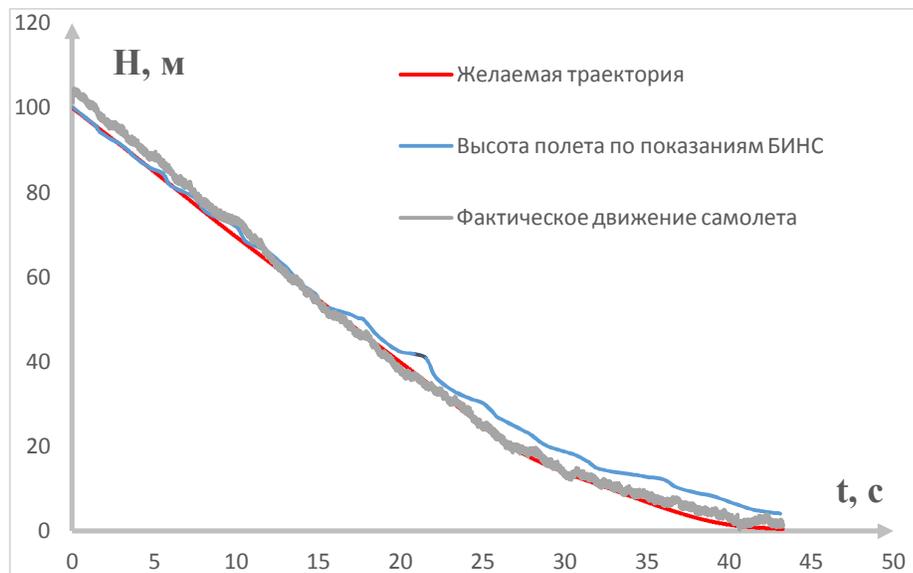
Большой разброс между фактической высотой полета и высотой определенной с помощью ПВД в основном из-за не нулевого угла обтекания самолета, экранного эффекта места установки ПВД, диаметра отверстия на корпусе ПВД и длины проводки канала статического давления.

### 4.5.2.3. Результаты моделирования бароинерциального ИВК

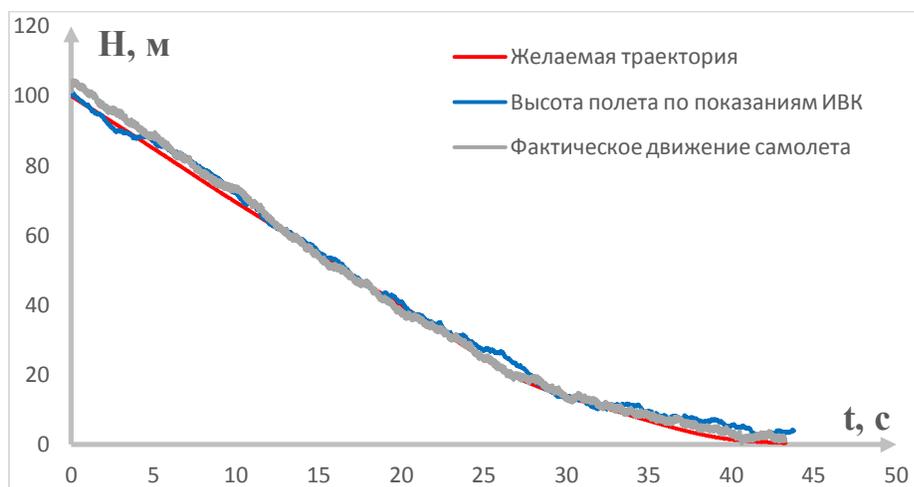
Комплексное моделирование работы всего контура управления с ИВК разной комплектации производится на языке C++ и наиболее характерные графики реализации работы системы автоматической посадки по высоте представлены на нижеприведенном рис.4.15.



а)



б)



в)

*Рис.4.15. Графики траекторий посадки по высоте где: с ИВК (только на основе СВС)-рис 14.а с ИВК (только на основе БИНС) – рис 14.б с ИВК (на основе комплексирования измерения БИНС и СВС в ДФК)- рис 14.в*

Максимальная погрешность измерения высоты полета самолета (с учетом сделанных допущений):

- + ИВК на основе БИНС: 4.14 м
- + ИВК на основе СВС 7.86 м
- + ИВК на основе (БИНС-СВС): 2.45 м

Параметры самолета на момент касания ВПП:

Момент времени касания (сек.) с глиссады.....	43.3
Траекторная скорость (м./сек.).....	68.157
Вертикальная скорость (м./сек.)	
(знак указывает направление).....	- 0.0041
Угол атаки (град.).....	10.32
Угол тангажа (град.).....	9.727
Угол отклонения руля высоты (град.).....	-10.858
Угловая скорость по оси Z (рад./сек.).....	0.208

Пройденный путь (м.) рассчитанный от начала глиссады .....	2926
Пролет начала ВПП (м.).....	126

В настоящее время практически используются три различных приема оценки погрешности измерений:

- указание максимальной погрешности, встретившейся в произвольно ограниченном ряду измерений. Это значение является очень неопределенной характеристикой точности измерения.
- указание среднеквадратической погрешности ряда измерений или ее удвоенного или утроенного значения. Это значение в отличие от максимального значения является уже более устойчивой величиной.
- указание доверительной погрешности (доверительный интервал), соответствующей определенному значению доверительной вероятности. Это значение является достоверной характеристикой погрешности измерений.

В работе проведен многократное моделирование (100 экспериментов) для оценки точности движения самолета в точке касания ВПП. Различные варианты моделирования имели различные варианты калибровки БИНС (СКО ДЛУ от 0 до 0.005м/с<sup>2</sup>, СКО ДУС от 0 до 0.2 град/час), интенсивности ветра (от 0 до 5 м/с) и вариации давления атмосферы (СКО от 0 до 13 мм.рт.ст). На рис.4.16 приведено распределение вероятностей оценки точности движения самолета в точке касания ВПП. Более чем 100 экспериментов не влияет на значение вероятности.

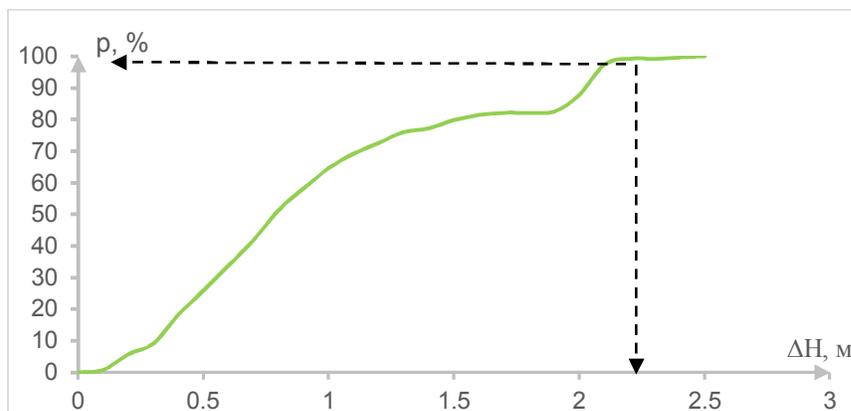


Рис.4.16. Распределение вероятностей оценки точности движения самолета в точке касания ВПП

где  $\Delta H$  = отклонение фактической высоты полета от оценки высоты на основе ИВК в точке касания ВПП.

Из графика видно, что доверительный интервал погрешности в точке касания ВПП равен  $\pm 2.45$  м, соответствующий значению доверительной вероятности 0.99.

Таким образом, совместная работа измерений высоты СВС и БИНС обеспечивает погрешность измерения высоты меньше допустимой погрешности, и следовательно в перспективе обеспечивает автоматическую посадку самолета в автономном режиме с ИВК (БИНС-СВС).

#### 4.6. Выводы

Разработанные модели контура управления позволяют оценивать точность движения самолета на этапе посадки при движении в автоматическом режиме с ИВК (БИНС+СВС).

Разработанная математическая модель турбулентности с параметрами изложенными в главе 2 позволяет обосновано моделировать обтекание самолета и распределения давления в трубопроводах ПВД и датчике давления в СВС.

Полученные в данной работе результаты позволяют оценивать влияние параметров характеристик СВС с ПВД на точность движения самолета. Показано, что динамическое искажение, влияние экрана и искажение по углу обтекания существенно влияют на погрешности измерения высоты полета самолета и как следствие на точность движения самолета. И для повышения точности движения самолета целесообразно использовать приведенный алгоритм совместной обработки измерений по оценке высоты в ИВК (БИНС+СВС).

Применение разработанной модели позволило решить задачу нахождения места установки ПВД, оптимизации характеристик ПВД, а также расчет погрешностей измерения высоты в СВС. Расчетные значения погрешностей  $\Delta_{1рст}$ ,  $\Delta_{2рст}$ ,  $\Delta_{3рст}$  и динамических искажений позволяют спрогнозировать погрешности оценки  $p_{ст}$  в СВС программно в БЦВМ СВС и реализовать их компенсацию.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенных исследований получены следующие основные выводы и результаты:

1. Реализована программная модель взаимосвязи точности движения проектируемого самолета в режиме посадки с характеристиками воздушного потока, параметрами приемного тракта измерения статического давления в ПВД СВС (ИВК), параметрами БИНС и алгоритмом совместной обработки сигналов в ИВК минимального состава (БИНС и СВС).
2. Найдена наилучшая модель турбулентности для моделирования обтекания самолета на основе сопоставления рассчитанных по построенным моделям аэродинамических характеристик и доступных экспериментальных аэродинамических характеристик (погрешность менее 6%).
3. Реализована проверка применимости модели турбулентности для описания распределения давления во внутренних каналах ПВД СВС. Результаты сопоставления показали, что принятая модель турбулентности дает сходимость расчетных и экспериментальных характеристик распределения давления не только для случая внешнего обтекания самолета, но и установления давления в трубопроводе ПВД СВС.
4. Полученные математические модели позволяют исследовать влияния параметров ПВД на точности измерения статического давления в ПВД СВС. В следствие этого, можно формализовать этапы процесса разработки ПВД с требуемыми точностными характеристиками измерений на первоначальном этапе разработки самолета (ИВК).
5. Разработан алгоритм и реализовано численное решение задачи нахождения наиболее целесообразных областей размещения ПВД, на основе расчета погрешностей в статическом режиме полета в зависимости от углов атаки и скольжения, скорости и т.д.

- Получена расчетным путем модель динамики измерения  $p_{ст}$  в СВС.
- Рассчитанные значения статических погрешностей  $\Delta_{1рст}$ ,  $\Delta_{2рст}$ ,  $\Delta_{3рст}$  и модели динамических искажений позволяют спрогнозировать итоговые погрешности канала  $P_{ст}$  ПВД в СВС и, при недостаточной точности, программно в БЦВМ реализовать компенсацию статической погрешности и искажений.

6. Количественные оценки полученной из моделей влияния на погрешности измерения высоты показывают что:

- динамическое искажение, влияние экрана и искажение по углу обтекания существенно влияют на погрешности измерения высоты полета самолета (максимальная погрешность  $\Delta H \approx 8.54\text{м}$ ).
- для обеспечения точности движения самолета целесообразно использовать приведенный алгоритм совместной обработки измерений БИНС и СВС.
- совместная работа на основе ДФК с СВС и БИНС обеспечивает определение высоты полета в режиме посадки, в этапе выравнивания и касания с ВПП (в условиях принятых допущений).

7. Предложена методика расчета распределения давления по корпусу ЛА и параметров ПВД отличающаяся от существующих:

- Использованием комплекса расчетным путем получаемых математических моделей, адекватность которых подтверждена сравнением результатов моделирования и частично доступных результатов аэродинамических испытаний;
- Выбором модели турбулентности «k- $\omega$  SST» при использовании пакетов программ трехмерного моделирования течений жидкости и газа, где определены константы модели турбулентности;
- Выбором геометрических параметров ПВД на основе проведенных исследований, основанных на результатах математического моделирования по найденным математическим моделям.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Павлов Н.В., Джурасович П.Д. Инерциальные навигационные системы: современное состояние и перспективы применения. ФГУП «ГосНИИАС», 2010, 135с.
2. Алексеев Н.В. Бортовые средства измерения высотно-скоростных параметров ЛА. Изд-во МАИ, 2003, 47с.
3. Кандауров А.П., Милевский В.И., Поляков И.Н. Пилотажно-навигационные комплексы и цифровые системы управления ЛА. Изд-во МАИ, 1989, 65с.
4. Воробьев В. Г., Глухов В. В., Кадышев И. К., Авиационные приборы, информационно-измерительные системы и комплексы. –М.: Транспорт, 1992, 342с.
5. Шивринский В.Н. Бортовые вычислительные комплексы навигации и самолетовождения. Издательство: УлГТУ, 2010, 185с.
6. О' Доннел К. Ф. Инерциальная навигация. Анализ и проектирование. Изд-во «Наука», М., 1969, 592с.
7. Андреев В. Д. Теория инерциальной навигации. Автономные системы. М., 1966г, 580 с.
8. А.Д. Александров, В.П. Андреев, В.М. Кейн и др. Системы цифрового управления самолетом. М.: Машиностроение, 1983, 223с.
9. Sutcliffe P. Lessons Learned in the Development of the 757/767 Flight Management System Equipment 5<sup>th</sup> AIAA/IEEE Digital Avionics System Conference, 1983
10. Klaus Rettig. Высшая техническая школа Дармштат. Конспект лекции по курсу «Экспериментальная аэродинамика», зимний семестр, 1980, 98с.
11. Петунин А.Н. Методы и техника измерений параметров газового потока. – М.: Машиностроение, 1996, 380 с.
12. Петунин А.Н. Методы и приборы для измерения давления и определения скорости газовых потоков. – М.: МАИ, 1980, 79 с.

13. Ледяев В.В. Научно-технический отчет, АО «Аэроприбор - Восход», 2014, с 23-29.
14. Ледяев В.В. Проверочный расчет обтекания БПЛА воздухом, АО «Аэроприбор - Восход», 2013, с 16-27.
15. Чан К.Д., Костюков В.М. Исследование статических и динамических характеристик процесса измерения давления атмосферы в приемнике воздушного давления. Вестник Московского Авиационного Института, т22, №2.
16. Попов С.Г. Измерение воздушных потоков. – М.: Гостехиздат, 1977, 226с.
17. Пенкхерст Р. и Холдер Д. Техника эксперимента в аэродинамических трубах. – М.: 1955, 667с.
18. Дубов Б.С., Маскаев В.К. Метрологическое обеспечение средств измерения давления в аэродинамических трубах // Труды ЦАГИ, 1983. Вып. 2207.
19. Дубов Б.С. Основы обеспечения качества испытаний в аэродинамических трубах. – М.: Изд-во ЦАГИ, 2003.
20. Радциг А.Н. Экспериментальная гидроаэромеханика: Учебник. – М.: Изд-во МАИ, 2004, 296 с.
21. Прикладная аэродинамика / Н.Ф. Краснов, В.Н. Кошевой, А.Н. Данилов и др. – М.: Высшая школа, 1974, 731с.
22. Горлин С.М., Слезингер И.Н. Аэромеханические измерения. –М.: Наука, 1964, 720с.
23. Моисеев В.Н. Диссертация «Разработка и исследование датчиков аэрометрических параметров с повышенными точностными», 2014 г, 210с.
24. Алешина Б.С., Веремеенко К.К., Черноморского А.И. Ориентация и навигация подвижных объектов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006, 424 с.
25. Savage P.G. Strapdown Analytics, Strapdown Associates. Inc., Maple Plain, Minnesota, 2000, 646с.

26. Изерман Р. Цифровые систем управления: Пер. с англ. –М.: Мир, 1984, 541с.
27. Гурский Б.Г., Лющанов М.А., Спирин Э.П., и др. Основы теории систем управления высокоточных ракетных комплексов Сухопутных войск. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2001, 328с.
28. Богуславский И.А. Методы навигации и управления по неполной статистической информации. – М.: Машиностроение, 1970, 256с.
29. Красовский А. А., Белоглазов И. Н., Чигин Г. П. Теория корреляционно-экстремальных навигационных систем. М.: Наука, 1979, 448с.
30. Бромберг П. В. Теория инерциальных систем навигации. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979, 296с.
31. Бранец В. Н., Шмыглевский И. П. Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем. – М.: Наука. Гл. ред. Физ, 1983, 336с.
32. Костюков В.М., Нгуен Н.М. Компьютерное исследование точности движения тяжелого беспилотного самолета с измерительно-вычислительным комплексом (ИВК) на основе бароинерциальной системы. Вестник Московского Авиационного Института, т.19, №1, стр.102-114.
33. Костюков В.М., Меркульев А.М. Сравнительный анализ эффективности применения алгоритмов комплексной обработки измерений в системе управления летательного аппарата // Вестник МАИ, т.17, №1, с. 140-148, 2010г.
34. Юн А.А. Теория и практика моделирования турбулентных течений. - М.: Книжный дом "ЛИБРОКОМ", 2009, 272 с.
35. ANSYS FLUENT 15.0 User's Guide – Parent Directory  
[/http://www.orange.engr.ucdavis.edu/Documentation15.0/120/flug.pdf](http://www.orange.engr.ucdavis.edu/Documentation15.0/120/flug.pdf)
36. Чан К.Д, Семенчиков Н.В., Ле К.Д, Яковлевский О.В. «Численное исследование влияния двигателей на аэродинамические характеристики дирижабля». Электронный журнал «Труды МАИ», выпуск № 52 ([www.mai.ru/science/trudy/](http://www.mai.ru/science/trudy/))

37. Чан К.Д., Семенчиков Н.В., Ле К.Д., Яковлевский О.В. «Влияние струй от винтов на аэродинамические характеристики дирижабля вблизи экрана.». Электронный журнал «Труды МАИ», выпуск № 52 ([www.mai.ru/science/trudy/](http://www.mai.ru/science/trudy/))
38. Костюков В.М., Чан К.Д. Обоснование модели турбулентности для расчета параметров обтекания и аэродинамических характеристик пассажирского самолета. Вестник Московского Авиационного Института, т22, №1, стр.14-20.
39. V. Voloshin, Y.K. Chen, R. Calay. A comparison of turbulence models in airship steady-state CFD simulations. Journal of Cornell University, 10 Oct 2012.
40. Белов И.А., Исаев С.А. Моделирование турбулентных течений: Учебное пособие. СПб.: Балт. гос. техн. ун-т, 2001. 143 с.
41. Захарова Н.С., Шарохин Н.И. «Результаты испытаний модели фюзеляжа ЛЛ (6945) в аэродинамической трубе Т-106 ЦАГИ». -Технические отчеты ЦАГИ, 1948.
42. Лигум Т.И., Скрипниченко С.Ю., Чульский Л.А., Шишмарев А.В., Юровский С.И. Аэродинамика самолета Ту-154. - М.: Изд-во Транспорт, 1972, 368 с.
43. Лигум Т.И., Скрипниченко С.Ю., Чульский Л.А., Шишмарев А.В., Юровский С.И. Аэродинамика самолета Ту-154. - М.: Изд-во Транспорт, 1977, 382 с..
44. Кейн В.М. Оптимизация систем управления по минимаксному критерию. М.: Наука, 1985, 248с.
45. Абрамович Г.Н. Теория турбулентных струй. – М.: Физматлит, 1960, 715 с.
46. Бондарев Е.Н., Дубасов В.Т., Рыжов Ю.А. и др. Аэрогидромеханика. – М.: Машиностроение, 1993. 603 с.
47. Аэродинамика. Под ред. В.Т. Калугина. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. 687 с.
48. Пушков С.Г., Захаров В.Г., Пашковская Ю.В. Способ определения аэродинамических погрешностей приемников воздушных давлений в летных испытаниях самолета (патент RU 2177624).

49. Святодух В.К., Лопаницын Д.Е., Сверканов П.Л., Уткина Е.Е. Экранный эффект в задаче управления магистральным самолетом при выравнивании. Научный вестник МГТУ ГА, № 154, 2010.
50. Костюков В. М., Брусанов В. В. Идентификация характеристик сложных динамических объектов с помощью квазирекуррентного алгоритма оценивания // Изв. вузов. Приборостроение. 1989. Т. XXXII. № 10.
51. Запорожец А.В., Костюков В.М. Проектирование систем отображения информации. –М.: Машиностроение, 1992, 336с.
52. Льюнг Л. Идентификация системы. Теория для пользователя: Пер. с англ. / Под ред. Я. З. Цыпкина. –М.: Наука, 1991. 432с.
53. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления: Пер. с англ. –М.: Мир, 1975.
54. Дженкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения /Пер. с англ. - М.: Мир, 1971. Т. 1. -316с.
55. Lennart Ljung, Torsten Soderstrom. Theory and practice of recursive identification. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, London.
56. Кулифеев Ю.Б. Дискретно-непрерывный метод идентификации непрерывных систем. ДАН СССР. Механика твердого тела. 1981. №5. с. 47-55.
57. Жданюк Б.Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений. -М.: Радио и связь, 1978. -384с.
58. Isermann R., Baur U., Bamberger W., Kneppo P., Siebert H. Comparison of six online identification and parameter estimation methods. IFAC-Automation, 10, 81-103 (1974).
59. Baur U., Isermann R. On-line identification of a heat exchanger with a process computer, IFAC-Automation, 13 (1977).

60. Soderstrom T., Ljung L., Gustavsson I. A comparative study of recursive identification methods, Dept. of Automat. Control, Lund Inst. Of Technology, Report, 7427 (1974).
61. Трухин А.В. Структурно-параметрическая идентификация процессов ручного управления в задачах оптимизации систем электронной индикации самолета. Диссертация, МАИ, 1998.
62. Остославский И. В., Стражева И. В. Динамика полета. Траектории летательных аппаратов. Учебник для вузов. М.: Машиностроение. 1969г. 430 стр.
63. The Dynamics of Flight, The Equations: Jean-Luc Boiffier, Onera-Cert (Centre d'Etudes et de Recherche de Toulouse).
64. В.В. Андреевский. Аэромеханика самолета. Учебник для авиационных вузов. М.: Машиностроение, 1977, 416с.
65. Чан К.Д. Оценка точности определения траектории самолета в режиме посадки с помощью информационно-вычислительного комплекса бароинерциального типа. Труды МАИ, № 82, 2015г.
66. Малышев, В. В. Вероятностный анализ и управление: Учебное пособие для вузов по специальности "Динамика полета и управление движением летательных аппаратов" направления подготовки дипломированных специалистов "Гидроаэродинамика и динамика полета" / В. В. Малышев, К. А. Карп, Моск. гос. авиацион. ин-т (техн. ун-т) . – М. : МАИ, 2003 . – 344 с. - ISBN 5-7035-1347-2.
67. Лазарев Ю. Н. Управление траекториями аэрокосмических аппаратов. – Самара: Самар. науч. Центр РАН, 2007. – 274 с.
68. Лебедев А.А., Красильщиков М.Н., Малышев В.В. Оптимальное управление движением космических летательных аппаратов. -М.: Машиностроение, 1974, 199с.
69. Бехтина Н.Б., Кубланов М.С., Чернигин К.О. Реализация системы управления безопасностью полетов с помощью математического моделирования. Научный

- вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. 2012. № 179. С. 46 – 50.
70. Кубланов М.С. Математическое моделирование. Методология и методы разработки математических моделей механических систем и процессов. Часть 1. Моделирование систем и процессов. — Изд. 3-е, перераб. и доп. — Учеб. пособие. — М.: МГТУ ГА, 2004. — 108 с.: ил.
71. Кубланов М.С. Проверка адекватности математических моделей. Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. 2015. № 211. С. 29 – 36.
72. Кубланов М.С. Об одной из причин получения неустойчивых решений при применении вычислительных методов в механике. Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. 2016. № 223. С. 28 – 36
73. Батищев Д.И. Поискные методы оптимального проектирования. М: Сов. радио, 1975. 216 с.]
74. Мерриэм К.У. Теория оптимизации и расчет систем управления с обратной связью. М.: Мир, 1967.
75. Лебедев А. А., Бобронников В. Т., Красильщиков М. Н., Малышев В. В. Статистическая динамика и оптимизация управления летательных аппаратов— М.: Машиностроение, 1985, 240 с.
76. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г, Гамкрплидзе Р.В., Мищенко Е.В. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Физматлит, 1976.
77. Малышев В.В., Красильщиков М.Н., Карлов В.И. Оптимизация наблюдения и управления летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1989.
78. В. Н. Брандин, Г. Н. Разоренов. Определение траекторий космических аппаратов. Москва: Машиностроение, 1978. - 215с.
79. Разоренов Г.Н. и др. Системы управления летательными аппаратами (баллистическими ракетами и их головными частями). М.: Машиностроение, 2003. 584с
80. Разоренов Г.Н. Введение в теорию оптимального управления динамическими системами. М: МО СССР, 1991,-279 с.
81. Брайсон А., Хо Юши. Прикладная теория оптимального управления. М.: Мир,1972.

82. Киселевич В.Г., Кубланов М.С., Ципенко В.Г. Моделирование захода на посадку и посадки самолета Ил-76 с различными посадочными массами и при отказе двигателей. Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. 2013. № 188. С. 7 – 9.
83. Дорф Р. Современные системы управления. Пер. с англ. Б. И. Копылова. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2004. – 832 с.: илл.
84. Джамай В.В., Дроздов Ю.Н., Самойлов Е.А. и др. Прикладная механика: учебник для вузов М.: Дрофа, 2004. – 414, [2] с.: ил.
85. Д.В. Васильев, В.Г. Чуич. Системы автоматического управления (примеры расчета). «Высшая школа», 1967., стр. 1-419.