

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ  
ИНСТИТУТ МАШИНОВЕДЕНИЯ ИМ. А.А. БЛАГОНРАВОГА РОССИЙСКОЙ  
АКАДЕМИИ НАУК

*На правах рукописи*



Малахов Андрей Викторович

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ С  
НЕОДНОРОДНОЙ СТРУКТУРОЙ АРМИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ  
КРИВОЛИНЕЙНЫХ ТРАЕКТОРИЙ ВОЛОКОН**

1.1.8. – Механика деформируемого твердого тела

**ДИССЕРТАЦИЯ**

на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Научный руководитель:  
Доктор технических наук, профессор  
Полилов Александр Николаевич

Москва 2022

**ОГЛАВЛЕНИЕ**

ВВЕДЕНИЕ .....	4
<b>1. СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И ИЗГОТОВЛЕНИЯ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ-КОНСТРУКЦИЙ С КРИВОЛИНЕЙНЫМ АРМИРОВАНИЕМ.....</b>	<b>12</b>
1.1. О НЕОБХОДИМОСТИ КРИВОЛИНЕЙНОГО АРМИРОВАНИЯ, СОГЛАСОВАННОГО С ПОЛЯМИ НАПРЯЖЕНИЙ.....	12
1.2. ОПЫТ ПРИРОДЫ ПО СОЗДАНИЮ ЖИВЫХ МАТЕРИАЛОВ .....	13
1.3. КОМПЬЮТЕРНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРУКТУР АРМИРОВАНИЯ.....	15
1.4. ТЕХНОЛОГИИ ИЗГОТОВЛЕНИЯ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ С КРИВОЛИНЕЙНЫМ АРМИРОВАНИЕМ.....	19
1.5. ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ .....	22
Выводы по главе 1.....	24
<b>2. ВЛИЯНИЕ ОРИЕНТАЦИИ И ОБЪЁМНОЙ ДОЛИ ВОЛОКОН НА УПРУГИЕ И ПРОЧНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОДНОНАПРАВЛЕННЫХ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ .....</b>	<b>25</b>
2.1. ОБОБЩЕННЫЙ ЗАКОН ГУКА.....	25
2.2. ВЛИЯНИЕ ОРИЕНТАЦИИ И ОБЪЁМНОЙ ДОЛИ ВОЛОКОН НА КОМПОНЕНТЫ МАТРИЦЫ ЖЁСТКОСТИ ОДНОНАПРАВЛЕННОГО КОМПОЗИТА .....	29
2.3. КРИТЕРИИ РАЗРУШЕНИЯ И СВОЙСТВА КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ .....	31
Выводы по главе 2.....	35
<b>3. МОДЕЛИРОВАНИЕ КОМПОЗИТНЫХ СТРУКТУР С КРИВОЛИНЕЙНЫМИ ВОЛОКНАМИ И АНАЛИЗ ИХ РАЗРУШЕНИЯ .....</b>	<b>36</b>
3.1. ОБЩАЯ СХЕМА МОДЕЛИРОВАНИЯ.....	36
3.2. МОДЕЛИРОВАНИЕ КРИВОЛИНЕЙНЫХ ТРАЕКТОРИЙ ВОЛОКОН.....	38
3.3. МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ КОМПОЗИТНОЙ СТРУКТУРЫ.....	44

3.4. ОСОБЕННОСТИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ НЕОДНОРОДНЫХ КОМПОЗИТНЫХ СТРУКТУР С КРИВОЛИНЕЙНЫМ АРМИРОВАНИЕМ .....	49
3.5. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОГРЕССИРУЮЩЕГО РАЗРУШЕНИЯ.....	54
Выводы по главе 3.....	57
4. АНАЛИЗ КОНЦЕНТРАЦИЙ НАПРЯЖЕНИЙ И ПРОГРЕССИРУЮЩЕГО РАЗРУШЕНИЯ В КОМПОЗИТНЫХ ПЛАСТИНАХ С РАЗЛИЧНЫМ АРМИРОВАНИЕМ.....	58
4.1. Пластины со свободным отверстием .....	58
4.2. Пластины с отверстием и выточками .....	70
4.3. Пластины с болтовым соединением.....	77
Выводы по главе 4.....	90
5. ТРЕХМЕРНАЯ ПЕЧАТЬ КОМПОЗИТНЫХ ПЛАСТИН С КРИВОЛИНЕЙНЫМ АРМИРОВАНИЕМ .....	91
5.1. Пластина с ненагруженным отверстием .....	91
5.1.1. Моделирование пластины .....	91
5.1.2. 3D печать пластины с отверстием .....	96
5.1.3. Анализ механического поведения композитных пластин с отверстием .....	100
5.2. Пластина с болтовым соединением .....	106
5.2.1. Моделирование и 3D печать пластины с отверстием под болтовое соединение .....	106
5.2.2. Механическое поведение пластин с болтовым соединением.....	112
Выводы по главе 5.....	115
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	116
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	117

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы исследования.** Полимерные композитные материалы (ПКМ), армированные непрерывными волокнами, широко и эффективно используются в различных отраслях промышленности благодаря своим высоким удельным характеристикам. Однако, поскольку жёсткость и прочность волокон значительно выше, чем у матрицы, для эффективного применения композитов волокна ориентируют в направлении наибольших напряжений. Для композитных конструктивных элементов со стандартной многослойной структурой, в которых поля напряжений однородны, такой подход является наиболее подходящим, так как каждый слой с однонаправленными волокнами можно направить в соответствии с действующими напряжениями. Таким образом, удастся оптимально перераспределить нагрузку по слоям внутри композитной структуры и обеспечить её высокую эффективность.

Совершенно по-другому приходится укладывать волокна в композитных конструкциях с концентраторами напряжений, в которых возникают неоднородные поля напряжений. Чтобы добиться высокой эффективности ПКМ, из-за градиентных полей напряжений уже недостаточно просто ориентировать слои с прямолинейными, однонаправленными волокнами вдоль наибольших напряжений, поскольку возле концентраторов неизбежно возникает всплеск напряжений, и сами поля напряжений в общем случае существенно неоднородны.

В этой связи предлагается принципиально иной подход к проектированию композитных материалов-конструкций, в которых криволинейные волокна будут укладываться по траекториям, согласованным с полем напряжений. Адаптация криволинейных волокон к неоднородным полям напряжений приведёт к значительному повышению эффективности ПКМ за счёт лучшего использования специальной структуры армирования композитов.

В Природе в ходе эволюции живых организмов были выработаны различные механизмы адаптации к окружающей среде, позволяющие эффективно применять биологические материалы. Эти механизмы включают в себя самосборку, самолечение, самодиагностику, гидратацию, адаптацию несущих структур к

внешним нагрузкам и другие механизмы, которые недоступны для искусственных однородных и квазиоднородных материалов. Кроме того, природные материалы синтезируются только из ограниченного набора компонентов при температуре окружающей среды  $\sim 20$  °С и низком давлении  $\sim 0.1$  МПа (1 атм). Но при этом возникают уникальные, сложные материалы с различными свойствами на разных масштабах структуры (нано-, микро- и макроуровень), что обеспечивает высокую экономию природных ресурсов. Для достижения многофункциональных свойств природных материалов могут быть использованы разнообразные структуры армирования (волокнистые, градиентные, ячеистые, трубчатые, слоистые и другие).

Одна из таких композитных структур, адаптированная к внешним нагрузкам, широко реализована в Природе, и в ней криволинейные волокна в окрестности концентратора согласуются с неоднородными полями напряжений. Этот механизм увеличения прочности природных структур можно наблюдать в древесине, а именно, в стволе дерева возле сучка. Данный механизм мог бы быть использован и в искусственных композитных материалах, в которых локальная жёсткость изменялась бы благодаря переменным ориентациям волокон и их объёмной доли, в зависимости от действующих полей напряжений.

Исходя из вышеизложенных соображений, актуальным представляется поиск и разработка качественно нового метода проектирования композитных структур с криволинейным армированием, позволяющим максимально реализовать потенциал ПКМ, а также использовать при моделировании и изготовлении перспективных материалов-конструкций непрерывные и криволинейно уложенные волокна.

**Цель и задачи исследования.** Цель работы состоит в том, чтобы разработать такой метод проектирования композитных структур, который позволил бы обеспечить эффективный переход от стандартного прямолинейного (однонаправленного) армирования к криволинейному, адаптируя непрерывные траектории волокон, как к геометрии конструкции, так и к действующим полям напряжений.

В соответствии с поставленной целью основными задачами работы являются:

1. Разработка метода построения рациональных, криволинейных траекторий волокон;
2. Разработка метода моделирования неоднородного композитного материала с учётом криволинейных траекторий волокон;
3. Анализ полей напряжений в композитных пластинах, имеющих смоделированную, криволинейную структуру армирования;
4. Разработка метода моделирования прогрессирующего разрушения, учитывающего локальную неоднородность свойств материала, для анализа прочности композитных пластин с различным армированием.
5. Применение современных аддитивных технологий для создания опытных образцов и проведение экспериментов по определению несущей способности композитных структур с криволинейным армированием, а также сравнение их со стандартными прямолинейными структурами.

**Объект исследования.** Объектом исследования являются композитные пластины с различными концентраторами напряжений, в которых в схеме армирования присутствуют как прямолинейные, однонаправленные, так и криволинейные волокна.

**Методы исследования.** В работе использовался метод конечных элементов (МКЭ), с помощью которого описывалась неоднородная композитная структура с криволинейным армированием, а также моделировалось прогрессирующее разрушение. Моделирование и анализ полученных структур проводился в программном комплексе ANSYS, для чего потребовалось написать нестандартные алгоритмы на языке программирования APDL (ANSYS Parametric Design Language). Для изготовления композитных образцов с различным армированием были использованы следующие 3D принтеры, выполненные по технологии FDM (Fused Deposition Modeling [технология послойного наплавления]): COMBOT-I и Bonsai Lab, а испытания пластин на растяжение были проведены на

сертифицированной электрогидравлической машине Shimadzu с контроллером 4830, позволяющей достигать максимальной нагрузки в 50 кН.

**Степень разработанности проблемы.** Исследования в области механики деформируемого твердого тела, посвященные моделированию и оптимизации композитных материалов с криволинейным армированием, были опубликованы в научных работах ряда отечественных и зарубежных авторов (Б.Д. Аннин, Н.В. Баничук, А.А. Барсук, Г.И. Брызгалин, С.А. Лурье, Ю.В. Немировский, А.А. Сафонов, А.Н. Федоренко, Б.Н. Федулов, М.М. Abdalla, J.H.S. Almeida Jr., I.A. Ashcroft, R.F. Charette, H. Cho, A. Crosky, E. Demir, A.N. Dickson, D.P. Dowling, G. Duvaut, R.T.L. Ferreira, R.R. Fernandes, Z. Gürdal, R.T. Haftka, S. Honda, M.W. Hyer, K. Katagiri, D.W. Kelly, S. Khan, H. Li, N. Li, R. Matsuzaki, V.S. Papapetrou, L. Parnas, P. Pedersen, R. Rowlands, S. Setoodeh, T. Shafighfard, A. Spickenheuer, X. Tian, M.W. Tosh, T. Wang, Y. Yamanaka, D. Yang, H. Zhang, S. Zhao, Y. Zhu и другие). Стоит отметить, что в качестве основного метода в известных исследованиях использовалось только варьирование ориентации волокон при моделировании материала с неоднородной структурой армирования и крайне мало работ, в которых учитывалось бы влияние, как ориентации волокон, так и расстояния между их траекториями.

**Информационная база исследования.** В качестве информационной базы диссертационной работы использованы отечественные и зарубежные научные монографии и статьи.

**Научная новизна диссертации** состоит в том, что:

1. Разработан новый метод построения криволинейных траекторий волокон, ориентированных вдоль направлений максимальных главных напряжений.
2. Разработана новая методика моделирования композитных структур с криволинейным армированием, позволяющая учитывать как направление волокон, так и изменение расстояния между ними.
3. Впервые проведён численный анализ напряженно-деформированного состояния (НДС) в новых композитных структурах с криволинейными волокнами и с неоднородными свойствами.

4. Впервые метод деградации свойств материала применён для моделирования прогрессирующего разрушения композитов с неоднородной криволинейной структурой армирования. На основе метода деградации свойств выполнен анализ накопления повреждений в композитных пластинах с различными структурами армирования.

5. Проведены первые испытания на растяжение композитных пластин с разными концентраторами напряжений, армированных специально уложенными криволинейными волокнами. Исследованные пластины были изготовлены по недавно разработанной технологии 3D печати при международной кооперации с научными группами из Китая и Японии.

**Степень достоверности полученных результатов.** Достоверность результатов обеспечивается строгим решением задач неоднородной анизотропной упругости (с помощью МКЭ в программном комплексе ANSYS) для пластин из композитных материалов, а также сравнением теоретических, численных и экспериментальных результатов.

**Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Научная гипотеза о существенном повышении несущей способности композитных конструкций за счёт изменения структуры армирования, а именно, перехода от однонаправленных волокон к криволинейным.
2. Методика моделирования композитных пластин с неоднородными свойствами на основе криволинейных траекторий укладки волокон.
3. Метод моделирования прогрессирующего разрушения применительно к композитным пластинам с криволинейным армированием.
4. Результаты расчётов прочности различных композитных пластин, в которых моделировалось как однонаправленное, так и криволинейное армирование.
5. Экспериментальные результаты по прочности композитных пластин, напечатанных на 3D принтере и имеющих разные криволинейные структуры армирования.

**Теоретическая и практическая значимость работы.** Разработана методика моделирования композитных неоднородных структур с криволинейной системой

армирования. Показаны преимущества применения таких структур по сравнению со стандартными прямолинейными структурами армирования. Использование разработанной методики проектирования в конструкциях из ПКМ позволит существенно повысить их эффективность. Применение непрерывных траекторий волокон при моделировании композитных пластин с криволинейным армированием позволяет изготавливать их по существующим технологиям. Один из таких перспективных способов производства посредством технологии 3D печати продемонстрирован в настоящей работе.

Значимость данной работы подтверждается вниманием к ней со стороны отечественного и мирового научного сообщества, поскольку устные доклады по этой теме были приняты на различных семинарах, конференциях и съездах, а статьи по материалам этого исследования были опубликованы в ведущих научных рецензируемых журналах. Помимо этого, исследования по представленной работе были поддержаны грантами РФФИ:

1. №12-08-31323 мол\_а «Экспериментально-расчетное исследование механических свойств биокompозитов с криволинейной анизотропией»;
2. №15-08-01472 А «Технологическая структурная биомеханика композитных материалов с криволинейными траекториями волокон»;
3. №18-08-00372 А «Новые фундаментальные подходы к проектированию узлов крепления и к оценке опасности дефектов в композитных конструкциях»;
4. №18-58-53020 ГФЕН\_а «Функционально адаптированное проектирование и изготовление композитов, армированных непрерывными волокнами, с помощью трехмерной печати».

В одном из них Малахов А.В. был руководителем проекта (№12-08-31323 мол\_а), а в остальных – ответственным исполнителем.

**Апробация результатов.** Основные положения и результаты исследований докладывались и обсуждались на следующих отечественных и международных семинарах, съездах и конференциях:

- на международных инновационных конференциях молодых ученых и студентов по проблемам машиноведения «МИКМУС» (Россия, Москва, 2009 – 2013 и 2018 – 2021 гг.);
- на Московских ежемесячных семинарах молодых ученых и студентов (МЕСМУС) по проблемам машиноведения имени Ю.Н. Работнова (Россия, Москва, 2011, 2014 и 2017 – 2019 гг.);
- на конференции «Наследственная механика деформирования и разрушения твердых тел – научное наследие Ю.Н. Работнова» (Россия, Москва, 2014 г.);
- на The 16th European Conference on Composite Materials (ECCM16) (Испания, Севилья, 2014 г.);
- на X и XI Всероссийских съездах по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Россия, Нижний Новгород, 2011 г. и Россия, Казань, 2015 г.);
- на Всероссийской молодёжной научно-практической конференции «Орбита молодёжи» и перспективы развития российской космонавтики» (Россия, Самара, 2016 г.);
- на XII международной конференции «Механика, ресурс и диагностика материалов и конструкций» (Россия, Екатеринбург, 2018 г.);
- на 26th Annual International Conference on Composites/Nano Engineering (ICCE-26) (Франция, Париж, 2018 г.);
- на II Международной онлайн-конференции «Композитные материалы и конструкции» (Россия, Москва, 2021 г.)

**Публикации.** Основные результаты исследований по теме диссертации опубликованы в 15 научных работах, из которых 2 [1,2] и 13 [1-7] - статьи в журналах, входящих в перечень ВАК и Scopus/Web of Science, соответственно.

**Структура и объём диссертации.** Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, и списка литературы. Общий объём диссертации 132 страницы, в которые входят 14 таблиц и 78 рисунков, а список литературы включает 151 источник.

В **первой главе** приводится обзор различных природных композитных материалов, позволяющих за счёт неоднородности их структуры, создавать эффективные конструкции. Основной упор делается на описание способов и методов моделирования и оптимизации криволинейных волокон в композитных материалах, в которых локальная переменная жёсткость достигается с помощью варьирования ориентации и объёмной доли волокон. Кроме того, рассматриваются разные способы изготовления композитных материалов с непрерывными и криволинейными волокнами, что обеспечит переход к новым перспективным неоднородным структурам, адаптированным к градиентным полям напряжений.

Во **второй главе** рассматриваются использованные методы теории анизотропной упругости, в частности, влияние ориентации и объёмной доли волокон на упругие и прочностные характеристики композитных материалов в рамках механики деформируемого твердого тела. Проанализированы различные критерии прочности композитов для описания начала их разрушения.

В **третьей главе** излагается метод моделирования криволинейных траекторий волокон, расположенных вдоль локального направления максимального главного напряжения, а также приводится способ формирования композитной структуры с неоднородными свойствами материала на основе полученных траекторий. Для анализа прочности ПКМ представлен метод деградации свойств материала, позволяющий учитывать неоднородность структуры армирования.

В **четвёртой главе** исследуется механическое поведение композитных пластин с разными концентраторами напряжений, армированных как однонаправленными, так и криволинейными волокнами. Проводится анализ влияния переменной жёсткости и непрерывности волокон на несущую способность рассмотренных пластин.

В **пятой главе** приводится описание процесса 3D печати, который был использован для изготовления композитных пластин с разными структурами армирования. Представлен анализ исследованных пластин, напечатанных на 3D принтере, а также приведены результаты их испытаний на растяжение.

# **1. СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И ИЗГОТОВЛЕНИЯ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ-КОНСТРУКЦИЙ С КРИВОЛИНЕЙНЫМ АРМИРОВАНИЕМ**

В данной главе излагаются основные принципы создания биологических материалов, благодаря которым становится возможным достичь наилучших характеристик в природных структурах. На основе этих принципов проводится проектирование, моделирование и оптимизация неоднородных синтетических композитных материалов с криволинейной структурой армирования, реализация которой обеспечивается за счёт локального изменения ориентации и объёмной доли волокон. Приводится обзор различных подходов и методов моделирования, а также способов изготовления композитных структур переменной жёсткости.

## **1.1. О необходимости криволинейного армирования, согласованного с полями напряжений**

Композитные материалы, армированные непрерывными волокнами, получили широкое распространение в наукоёмких отраслях промышленности благодаря своим высоким удельным характеристикам. Однако из-за низких свойств полимерного связующего реализовать весь потенциал волокон при однонаправленном армировании удастся далеко не всегда, поскольку ПКМ обладают ярко выраженными ортотропными или анизотропными свойствами, зависящими от многих факторов. Для эффективного применения ПКМ приходится ориентировать основное армирование однонаправленными волокнами вдоль направлений максимальных напряжений. Для композитных конструкций, находящихся под действием однородных полей напряжений, не представляет никакой сложности подобрать семейства слоёв с нужными направлениями волокон, чтобы создать в многослойной структуре равномерное напряжённое состояние с равнонагруженными волокнами. Совершенно по-другому обстоит дело, когда в композитных конструкциях присутствуют концентраторы напряжений и/или прикладывается неоднородная нагрузка. В этом случае в конструкциях неизбежно возникает неоднородность, концентрация напряжений, что приводит к снижению надежности, безопасности композитных конструкций и,

соответственно, к ограничению их ресурса. Таким образом, появляется потребность в создании новых методов проектирования и производства, которые должны повысить эффективность и расширить сферу применения композитных материалов.

В ранних работах, чтобы увеличить несущую способность композитных конструкций с концентраторами напряжений, оптимизировалась форма (геометрия) самого концентратора [8], а также использовалось дополнительное армирование в окрестности концентраторов напряжений [9-11]. Тем не менее, добиться существенного роста эффективности этих методов не удалось из-за применения только стандартного армирования ПКМ в виде однонаправленных волокон, поскольку жёсткость в слоях по-прежнему оставалась постоянной, а это, в свою очередь, ограничивало набор переменных проектирования и не позволяло раскрыть весь потенциал прочности композитных материалов. Отсюда можно сделать вывод, что наиболее перспективным способом улучшить характеристики композитных конструкций мог бы быть переход на другой вид армирования, структура которого путём изменения локальной жёсткости адаптирована к неоднородным полям напряжений.

## **1.2. Опыт Природы по созданию живых материалов**

За миллионы лет эволюции в живых организмах были выработаны различные механизмы, позволяющие наилучшим образом приспосабливаться к окружающей среде. Эти механизмы включают самосборку, самолечение, самодиагностику, гидратацию, неоднородность структуры, адаптированную к внешним нагрузкам, а также другие механизмы, которые невозможно реализовать в однородных материалах и пока не удаётся – в композитах [12-15].

Кроме того, синтез природных материалов происходит при минимальных затратах энергии, поскольку они создаются при температуре окружающей среды  $\sim 20$  °C и низком давлении  $\sim 0.1$  МПа (1 атм), при этом свойства материалов на разных масштабных уровнях (нано-, микро- и макроуровень) отличаются друг от друга. Для реализации таких многофункциональных свойств природных материалов применяются волокнистые, градиентные, ячеистые, трубчатые,

слоистые и другие структуры, часть которых уже были получены при 3D печати [16-21].

Неоднородность природных материалов связана в основном с изменениями двух видов ингредиентов: химических составов/компонентов и структурных характеристик, включающих в себя расположение, распределение, размеры и ориентацию структурных строительных единиц. Помимо этого, границы раздела также играют существенную роль в поддержании структурной целостности и некоторых функций биологических материалов [22,23]. Например, в перламутре, который встречается в раковинах моллюсков, структура материала состоит из микроскопических минеральных пластинок, расположенных между собой параллельными слоями, а связь между ними обеспечивается органическим связующим. Способность пластинок скользить друг относительно друга приводит к возможности рассеивания большого количества энергии, что позволяет существенно повысить ударную вязкость. Показано, что такая структура перламутра по сравнению с минералом, из которого он сделан, обладает в 3000 раз большей ударной вязкостью [24]. В другой природной геликоидальной структуре используются однонаправленные слои, которые поворачиваются друг за другом вокруг оси на небольшой угол и, таким образом, создаются практически изотропные свойства материала в поперечном направлении к этой оси. Такая структура материала (хитин) встречается у членистоногих (омары, крабы, пауки, жуки и т.д.). В экспериментальной работе [25] было продемонстрировано, что геликоидальная структура по сравнению с квазиизотропной обладает намного лучшими механическими свойствами материала.

Наиболее ценными в композитном проектировании представляются попытки перенять опыт Природы, используемый при создании древесины, и реализовать его при проектировании перспективных, синтетических волокнистых композитных материалов. Структура материала в древесине изменяется не только на разных масштабных уровнях, но и в зависимости от местоположения в стволе дерева. Так, жёсткость пальмы неоднородна как по высоте, так и в радиальном направлении ствола [26,27], причем модуль упругости во внешнем слое ствола оказывается в 1.5-

2 раза выше, чем в центре (сердцевине) [28]. Наличие максимальной объёмной доли волокон во внешнем слое ствола позволяет обеспечить в этой зоне наибольшую жесткость и, таким образом, ствол пальмы способен лучше сопротивляться изгибу. Другой вид градиентной ориентации волокон наблюдается у хвойной древесины (ели), где волокна у начала ствола закручиваются вокруг него  $\sim 40^\circ$ , а в верхней его части, в ветках становятся почти параллельными [29-32]. Это позволяет сделать ветви более податливыми, что снижает ветровую нагрузку на ствол ели. Однако наиболее многообещающим выглядит переход от однонаправленных волокон к криволинейным, которые можно укладывать в соответствии с градиентными полями напряжений. Такой метод армирования наблюдается в стволе древесины, где при отсутствии сучков волокна в стволе имеют примерно однонаправленное распределение, а возле сучков изгибаются вокруг них, сохраняя свою целостность. При таком переходе происходит локальное изменение жёсткости структуры за счёт переменных ориентаций и объёмной доли волокон. Структурой сучка Природа подсказывает направление, которое может стать наиболее перспективным при проектировании волокнистых композитных материалов и позволит перейти на качественно новый уровень создания композитных структур.

Новый подход к проектированию ПКМ с криволинейной структурой армирования при сохранении непрерывности волокон позволит обеспечить перераспределение локальных свойств материала в зависимости от возникающего напряженного состояния. Для этого необходимо использовать изменение структуры армирования ПКМ: углов ориентации и локальной объёмной доли волокон. В перспективе рациональная структура криволинейного армирования сделает ещё более эффективным использование ПКМ в конструкциях, для которых необходимо минимизировать вес.

### **1.3. Компьютерное проектирование структур армирования**

Композитные материалы, армированные криволинейными волокнами, также известные в зарубежной литературе как композиты переменной жёсткости, главным образом моделируются и оптимизируются с помощью МКЭ, где каждому конечному элементу назначаются переменные проектирования, такие как

ориентация волокна, объёмная доля волокон, толщина пластины или их комбинация в зависимости от выбранного метода оптимизации. В работах [33,34] была предложена схема армирования, в которой имитируется обтекание препятствия (опоры моста и т.д.) потоком жидкости, то есть углы ориентации волокон направлены вдоль линий тока жидкости. Также для изменения структуры армирования композитных материалов может использоваться способ расположения волокон, при котором они будут уложены вдоль максимальных главных напряжений [35-40]. Помимо этого ориентировать волокна можно в направлении траекторий нагрузки [41-44], для которых значения силы одинаковы. Так как данными методами удастся построить непрерывные траектории волокон, полученные криволинейные траектории могут быть использованы для изготовления композитов переменной жёсткости. Однако, оптимизация композитных материалов с криволинейным армированием без учёта непрерывности волокон остается самым распространённым методом [45-51], где параметры проектирования оптимизируются независимо друг от друга, поэтому изготовление таких композитных структур не всегда возможно.

В существующих методах проектирования композитных структур с криволинейным армированием, где оптимизируются ориентации волокон, в основном, идёт поиск минимума максимального значения коэффициента концентрации напряжений [52]. Для пластины со свободным отверстием, находящейся под действием растягивающей нагрузки, было показано, что варьируя ориентации волокон возможно снизить концентрацию напряжений с 7 до 1.5. В другой работе рассматривалась многослойная композитная структура, в которой один из слоев был с криволинейным армированием (обозначен, как C0). В данном случае подбирались углы ориентации волокна в слое C0 таким образом, чтобы максимизировать несущую способность пластины [53]. Для определения несущей способности использовался критерий прочности Цая-Ву (Tsai–Wu). В результате оптимизации углов ориентации прочность пластины с армированием [C0/+45/-45]<sub>s</sub> увеличилась на 88% по сравнению со стандартным прямолинейным распределением волокон в слоях многослойной структуры [0/+45/-45]<sub>s</sub>. В ряде

статей [54-57] предлагалось варьировать схему армирования композитной структуры по различным параметрам, сводя задачу к минимизации энергии деформации. В качестве параметров варьирования использованы углы ориентации волокон и толщина пластины, а также их комбинация. Показано влияние безразмерных параметров материала и отношения двух главных деформаций на оптимальную структуру, при этом проводится поиск локальных и глобальных минимумов и максимумов энергии деформации. В [58] был разработан метод оптимального проектирования слоистых композитных структур с криволинейными волокнами. Цель этой оптимизации заключалась в минимизации веса, где в качестве критерия прочности был выбран критерий Цая-Хилла (Tsai-Hill). Для представления толщины пластины была построена бикубическая поверхность Безье, а для углов ориентации волокон были созданы бикубические кривые Безье.

В [59] рассматривалась пластина с круговым отверстием, находящаяся под действием сжимающих нагрузок. Для повышения несущей способности в этой пластине применялась криволинейная структура армирования. Показано, что переход от прямолинейной структуры армирования к криволинейной обеспечивает существенное увеличение критической (максимальной) нагрузки и тем самым повышает сопротивление пластины потере устойчивости. Похожая работа была проведена для прямоугольных композитных пластин [60]. Данные пластины были разбиты на треугольные элементы, в которых варьировался угол ориентации волокон. Целевой функцией оптимизации была максимальная критическая нагрузка при потере устойчивости. В результате после оптимизации углов ориентации волокон при действии на пластину сжимающей нагрузки удалось повысить несущую способность на 70%.

В работах [61,62] проводилась оптимизация с одновременным варьированием как ориентации волокна, так и толщины пластины. Было продемонстрировано в эксперименте, что для пластин с отверстием, к которым прикладывалась растягивающая нагрузка, удалось существенно увеличить несущую способность, поскольку возле отверстия не только искривлялись волокна,

но также была увеличена толщина пластины. В дополнение к вышеописанным методам для минимизации веса композитных структур могут использоваться топологические методы оптимизации [63-68], а также гибридные структуры с решетками [69]. Помимо применения МКЭ для формирования оптимальной структуры армирования может применяться клеточный автомат (cellular automata). Примеры эффективной реализации этого метода для различных композитных конструкций приведены в [70-72]. Суть метода заключается в том, что структура разбивается на большое число клеток, образуя тем самым регулярную решетку, где клетки взаимодействуют только с соседними клетками. Преимущество такого метода – возможность реализации параллельного вычисления, что, в свою очередь, приводит к уменьшению времени расчета.

Таким образом, разработанные методы проектирования композитных материалов с неоднородным армированием показывают значительное увеличение эффективности композитов переменной жёсткости по сравнению с традиционными композитами, армированными однонаправленными волокнами.

В данной работе моделирование криволинейной структуры армирования композитных материалах проводится путём построения траекторий волокон, которые направлены вдоль максимального главного напряжения. Такой подход был выбран из-за двух его преимуществ: 1) из-за назначенной ориентации волокон фактически происходит минимизация касательных напряжений и основная нагрузка направлена вдоль волокон, 2) удаётся построить непрерывные траектории волокон, что позволяет в дальнейшем использовать смоделированную структуру траекторий при изготовлении композитных элементов конструкций. Хотя ранее подобная схема армирования уже применялась при моделировании ПКМ в работах [35-40], в них не учитывалось изменение расстояния между траекториями волокон, что применено в данной диссертационной работе. Очевидно, что уменьшение или увеличение расстояния между волокнами приводит к локальному изменению жёсткости ПКМ, а это, в свою очередь, оказывает влияние на перераспределение напряжений и траекторий волокон. Чтобы более точно моделировать реальную композитную структуру с криволинейным армированием, было предложено

учитывать изменение расстояния между траекториями волокон неоднородностью объёмной доли волокон, в чём и заключается основная новизна работы. Кроме того, разработанный метод может получить дальнейшее развитие в виде топологической оптимизации, поскольку данным методом удаётся установить зоны с низкой объёмной долей волокон, которые могут быть удалены для минимизации веса.

#### **1.4. Технологии изготовления композитных материалов с криволинейным армированием**

Первоначально работы по влиянию криволинейного армирования на механическое поведение композитных материалов носили теоретический характер, поскольку отсутствовали технические средства изготовления таких композитов с контролем позиционирования криволинейных волокон. В этой связи в ранних работах для производства композитов переменной жёсткости использовался простой способ, где металлический штифт с наконечником в виде конуса вдавливался в препрег, изначально состоящий из однонаправленных волокон. Такая процедура формирования криволинейного армирования проводилась перед подачей эпоксидной смолы (матрицы) [73-78]. Затем в образовавшееся отверстие вставлялся закладной цилиндрический элемент и, посредством вакуумной инфузии подавалась матрица. В итоге после отверждения матрицы и удаления закладного цилиндрического элемента получалась композитная структура с криволинейным армированием возле отверстия. Преимуществом данной технологии является её простота, а недостатком – неконтролируемое формирование структуры армирования, так как нет возможности изготовления композитных материалов по заданным траекториям с оптимальным распределением ориентаций волокон.

По этой технологии производства уже были изготовлены различные композитные структуры с криволинейными волокнами. Для композитных пластин со сквозным, свободным отверстием и разным отношением ширины пластины ( $W$ ) к диаметру отверстия ( $D$ ) в ходе испытаний на растяжение удалось повысить предельную нагрузку примерно на 30% за счёт изменения структуры армирования [73]. В другом исследовании [74] пластины изготавливались из композита с компонентами стекловолокно/полиэфир и с отношением  $W/D$ , варьируемым от 2.5

до 10. По итогам испытаний на растяжение было показано, что предельная нагрузка увеличилась на 39-77% для отношения  $W/D$ , изменяемого в пределах от 3.4 до 10, в то время как рост предельной нагрузки для  $W/D = 2.5$  составил всего 27%. Снижение эффективности перехода на криволинейное армирование для пластины с  $W/D = 2.5$  может быть связано с большой кривизной волокон вблизи границ пластины и с перерезанием их в этом месте. В целом, для этой технологии при испытаниях на растяжение предельная нагрузка для пластин со свободным отверстием [73-76,78] возрастает в среднем примерно на 30%, а для пластин с болтовым соединением на 62% [73] и 15% [77] при замене армирования.

Технология размещения адаптированного волокна (tailored fiber placement) уже позволяет изготавливать композитные структуры с заданной ориентацией волокон [61,79-81]. Для их реализации используется пучок непрерывных волокон, который фиксируется к основе швейной нитью. Ориентация волокон выравнивается с помощью контрольного устройства для позиционирования волокон с заданной ориентацией, после чего подается эпоксидная смола. Матрица может быть добавлена с помощью вакуумной инфузии [61,79,80] или с применением электроосаждения [81]. В результате получается композитная структура с регулируемой ориентацией волокон и контролируемой переменной жесткостью.

Данная технология была использована, чтобы реализовать различные схемы армирования в композитных материалах [61,79-81], применяя криволинейные волокна. Например, для оптимизации пластины с отверстием траектории волокон были выровнены вдоль направления главного напряжения [61,81]. По результатам испытаний на растяжение оказалось, что предельная нагрузка для таких пластин переменной жёсткости была на 10% [81] и 43% [61] выше, чем у аналогичных пластин с однонаправленным армированием. Кроме того, удалось увеличить предельную нагрузку пластины переменной жёсткости на 105% за счёт изменения армирования при оптимизации, где варьировались одновременно два параметра проектирования: ориентация волокон и толщина пластины [61]. Такой прирост

эффективности из-за изменения армирования, в первую очередь, связан с локальным увеличением толщины пластины возле отверстия.

Другим методом изготовления композитных структур с заданными криволинейными волокнами является 3D-печать [82-96], общая схема которой показана на рис. 1.1. Полимерная нить, армированная непрерывными волокнами, подается из катушки в экструдер 3D-принтера. Затем она плавится с помощью нагревательного элемента и выдавливается через сопло. С помощью управления позиционированием сопла 3D-принтера становится возможным изготавливать композиты с контролируемой ориентацией волокон, поскольку волокна выравниваются в направлении движения сопла принтера. Такой принцип печати [90-94] может быть реализован за счёт использования препрегов, например, производимых компанией Markforged. Кроме того, для печати композиционных материалов можно использовать полимерную нить, армированную короткими волокнами со средней длиной волокон менее 0.15 мм [96].

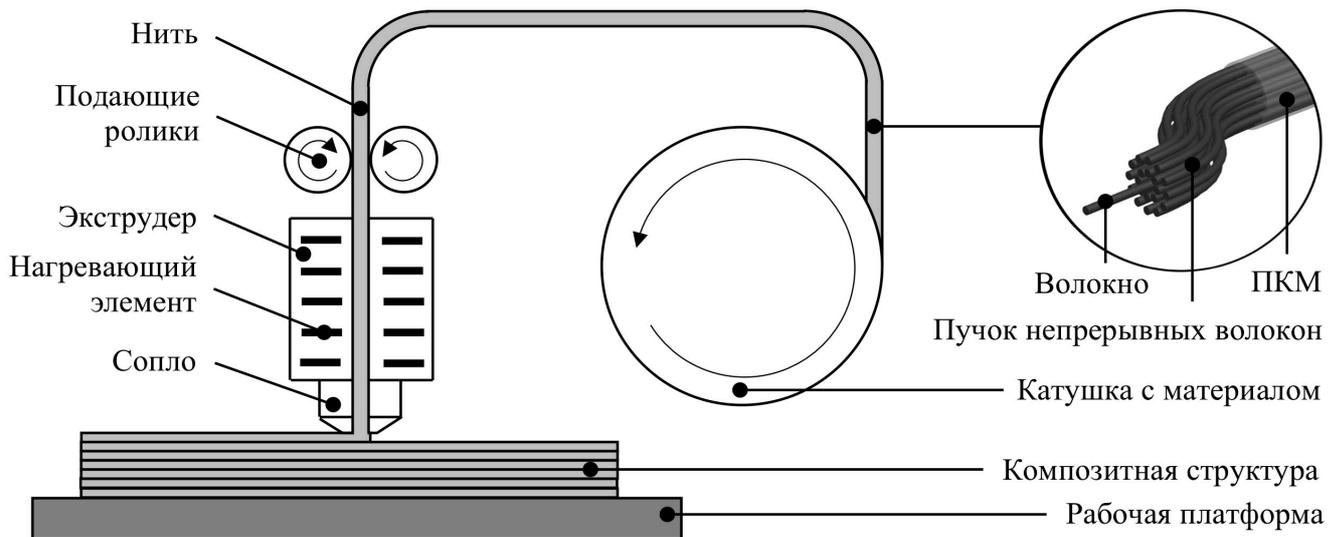


Рис. 1.1 Общая схема работы 3D принтера

Помимо вышеописанного метода существует другой метод изготовления композитных материалов, при котором вместо препрега в сопло 3D-принтера с разных катушек одновременно подаются два материала: чистый пластик и пучок непрерывных волокон. Такой принцип работы 3D-принтера реализован в [84].

Из сказанного следует, что с помощью 3D-печати можно изготавливать композитные элементы конструкций с заданной ориентацией волокон и,

соответственно, жесткостью без дополнительных технологических операций в отличие от ранее рассмотренных способов производства, где после фиксации волокон требуется применять вакуумную инфузию или метод электроосаждения смолы.

3D-печать осуществлялась для изготовления композитов переменной жёсткости с заданной ориентацией волокон, которая зависела от выбранного метода проектирования. Для повышения предельной нагрузки в композитных пластинах [92-94], армированных непрерывными углеродными волокнами, использовались траектории волокон, схожие с траекториями, получаемыми при вдавливании металлического штифта в препрег с однонаправленными волокнами [73-75]. Показано, что предельная нагрузка при растяжении таких композитных пластин со свободным отверстием была увеличена на 89% за счёт изменения армирования [92], а для пластин с односрезным и двухсрезным соединением на 29% и 63%, соответственно [93]. Поскольку можно напечатать композитные структуры с локально заданной пустотой, то открывается возможность реализовать конструкции, выполненные с помощью топологической оптимизации [95] с контролем пористости и ориентации волокна для повышения удельных характеристик композитных структур.

### **1.5. Перспективы развития композитных материалов**

Как было описано выше, в природных композитных материалах одним из механизмов повышения их эффективности является переменная жёсткость, достигаемая, например, за счёт криволинейного армирования. На данный момент уже существуют различные способы реализации композитов переменной жёсткости, которые позволяют улучшить характеристики композитных конструктивных элементов, используя такой механизм адаптации. Однако, помимо ориентации волокна в природе наблюдаются неоднородные свойства биологических структур (для флоры и фауны) на разных масштабах, включающих в себя нано-, микро- и макроуровень. Один из таких примеров показан на рис. 1.2, где приводится гетерогенная структура кости. Как видно из рисунка, на макроуровне жёсткость и прочность кости придаёт ей слой компактной структуры,

который находится на внешней части кости, в то время как пористость губчатой структуры приводит к уменьшению веса и экономии затрачиваемых ресурсов на её создание. Неоднородность коллагеновых фибрилл на нано- и микроуровне открывают новые механизмы повышения прочности за счёт распространения пластической деформации на большие площади, вызывая при этом затупление трещин, что позволяет эффективно рассеивать энергию в костях. Из этого следует, что внедрение подобных неоднородных структур на всех масштабах структуры приведёт к росту характеристик композитных материалов. На макроуровне уже сейчас становится возможным контроль ориентации волокна, например, с помощью 3D печати, при этом микроуровень обеспечивается самим диаметром волокна (7-10 мкм). Развитие нанотехнологий позволило создать наноструктуры – такие как нанотрубки и графен [97-102], добавление которых в матрицу композита повышает как предел прочности поперек волокон, так и предел прочности на сдвиг. Более того, присутствие наночастиц (на основе углерода) в матрице наделяет композит электромагнитными свойствами, делая материал токопроводящим. Таким образом, дальнейшее развитие методов проектирования и технологий производства открывает новые возможности в создании композитных материалов, которые ранее были недоступны.

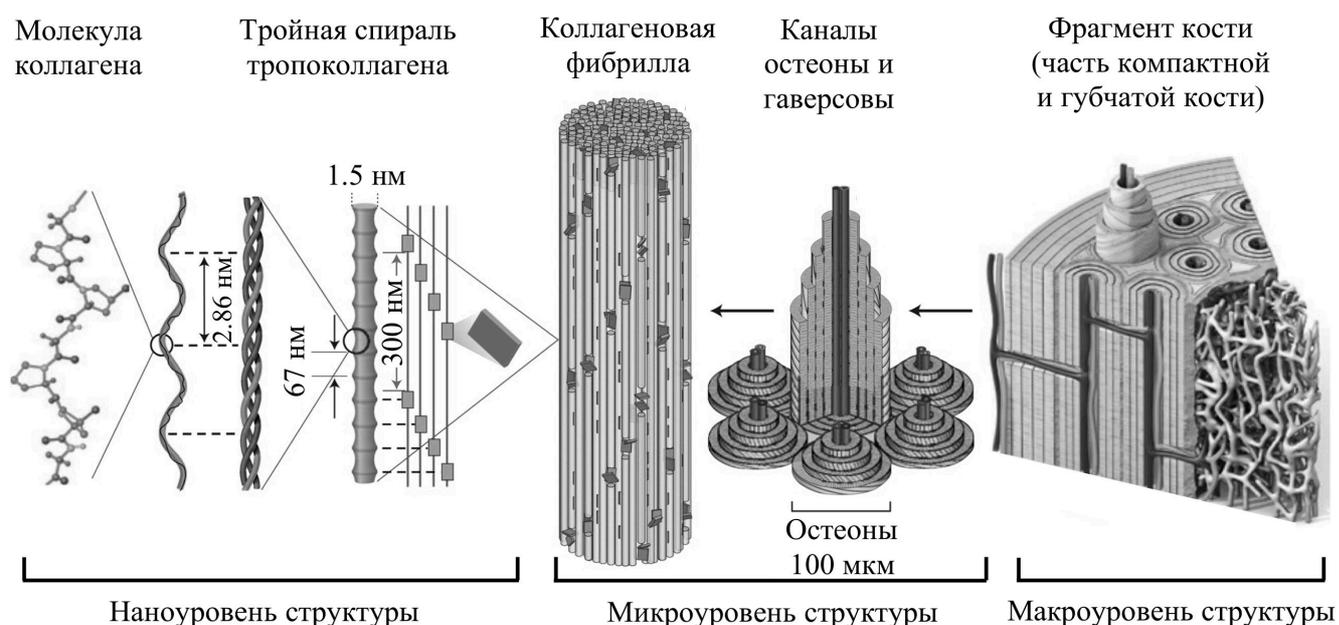


Рис. 1.2 Морфология кости на различных масштабных уровнях [12]

**Выводы по главе 1**

Наибольшие проблемы композитного проектирования связаны с созданием узлов крепления, и в этой области из-за неизбежного появления существенно неоднородных, градиентных полей напряжений прямолинейное армирование становится неэффективным. Перспективным оказывается компьютерное проектирование криволинейных биоподобных структур армирования в узлах крепления и их реализация с помощью аддитивных технологий трехмерной печати.

## 2. ВЛИЯНИЕ ОРИЕНТАЦИИ И ОБЪЁМНОЙ ДОЛИ ВОЛОКОН НА УПРУГИЕ И ПРОЧНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОДНОНАПРАВЛЕННЫХ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Данная глава посвящена краткому анализу математического аппарата, необходимого в процессе построения оптимальных структур армирования для описания деформирования и разрушения композитов. Для анализа напряженно-деформированных состояний в композитных материалах приходится использовать определяющие соотношения, устанавливающие связь между тензорами напряжений и деформаций. При анализе распределения структурных напряжений в композитах с высокопрочными и высокомодульными волокнами мы ограничимся уравнениями линейной теории анизотропной упругости (п. 2.1) и простыми гипотезами равенства продольных деформаций и поперечных напряжений в однонаправленных композитах (п. 2.2). Важным приёмом при анализе деградации свойств в процессе накопления повреждений является применение критериев, учитывающих различные механизмы разрушения (п. 2.3).

### 2.1. Обобщенный закон Гука

Взаимосвязь между тензорами напряжений и деформаций определяется обобщенным законом Гука, который справедлив для сложного напряжённого состояния и для анизотропных материалов в общем виде выглядит следующим образом [103]:

$$\sigma_i = Q_{ij} \cdot \varepsilon_j \quad (2.1)$$

$$\varepsilon_i = S_{ij} \cdot \sigma_j \quad (2.2)$$

Здесь  $i, j = 1, \dots, 6$ ,  $\sigma_i$  – компоненты тензора напряжений,  $Q_{ij}$  – тензор упругих модулей,  $S_{ij}$  – матрица податливости, а  $\varepsilon_i$  – компоненты матрицы деформаций.

Использование технической деформации сдвига вместо тензорной приводит к известному нарушению тензорной записи закона Гука. Наличие упругого потенциала обеспечивает симметрию тензора упругих модулей и матрицы податливостей в (2.1), (2.2) относительно индексов  $i, j$ . Для малых деформаций пренебрегают тензором поворота, считая тензора напряжений и деформаций

симметричными, что обычно формулируется как «гипотеза парности касательных напряжений».

Компоненты напряжений и система координат с осями 1, 2 и 3 показаны на рис. 2.1, при этом, обозначения компонент  $\sigma_i$  и  $\varepsilon_i$  как в краткой, так и в развёрнутой форме приведены в таблицах 2.1 и 2.2, где  $\gamma_{ij}$  представляет собой техническую деформацию сдвига, а  $\varepsilon_{ij}$  ( $i \neq j$ ) выражает тензорную деформацию сдвига.

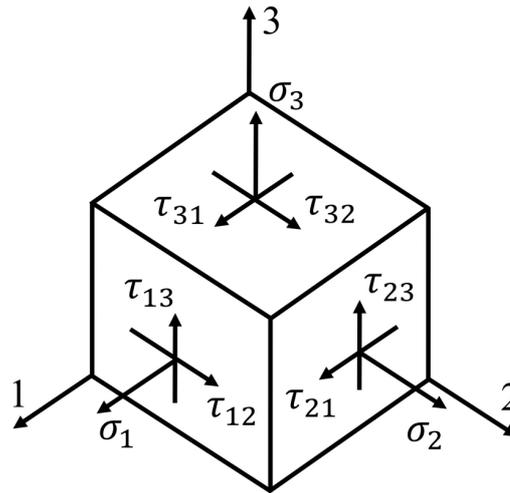


Рис. 2.1 Система координат (1,2,3) и компоненты тензора напряжений

Таблица 2.1 Краткая и развёрнутая формы записи компонент напряжений

$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\sigma_4$	$\sigma_5$	$\sigma_6$
$\sigma_{11}$	$\sigma_{22}$	$\sigma_{33}$	$\tau_{23} = \sigma_{23}$	$\tau_{31} = \sigma_{31}$	$\tau_{12} = \sigma_{12}$

Таблица 2.2 Краткая и развёрнутая формы записи компонент деформаций

$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_3$	$\varepsilon_4$	$\varepsilon_5$	$\varepsilon_6$
$\varepsilon_{11}$	$\varepsilon_{22}$	$\varepsilon_{33}$	$\gamma_{23} = 2 \cdot \varepsilon_{23}$	$\gamma_{31} = 2 \cdot \varepsilon_{31}$	$\gamma_{12} = 2 \cdot \varepsilon_{12}$

Частным случаем анизотропного материала является ортотропный материал, в котором существуют три ортогональные плоскости упругой симметрии и свойства по двум взаимно перпендикулярным направлениям одинаковы. Закон Гука для ортотропного материала записывается в виде (2.3), где матрица податливости может быть выражена через технические константы формулой (2.4) [104].

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$[S_{ij}] = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\mu_{21}/E_2 & -\mu_{31}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\mu_{12}/E_1 & 1/E_2 & -\mu_{32}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\mu_{13}/E_1 & -\mu_{23}/E_2 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{31} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Здесь  $E_1$ ,  $E_2$  и  $E_3$  – модули Юнга в направлениях 1, 2 и 3,  $G_{23}$ ,  $G_{31}$  и  $G_{12}$  – модули сдвига в плоскостях 2-3, 3-1 и 1-2, а  $\mu_{ij}$  – коэффициенты Пуассона, где  $\mu_{ij} = -\varepsilon_j/\varepsilon_i$  при растяжении в направлении оси  $i$ . Оси координат (1, 2 и 3), связанные с ориентацией волокон в однонаправленном композите, показаны на рис. 2.2.

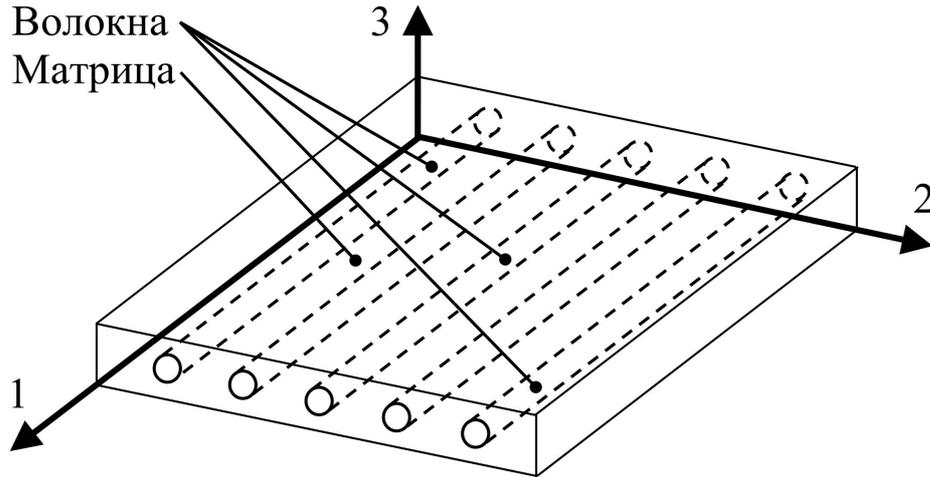


Рис. 2.2 Система координат ортотропного материала

Так как матрицы жёсткости (тензор модулей упругости) и податливости являются взаимобратными, то для ортотропного материала можно найти компоненты матрицы жёсткости.

$$\begin{aligned} Q_{11} &= (S_{22} \cdot S_{33} - S_{23}^2)/S; \\ Q_{12} &= (S_{13} \cdot S_{23} - S_{12} \cdot S_{33})/S; \\ Q_{13} &= (S_{12} \cdot S_{23} - S_{13} \cdot S_{22})/S; \\ Q_{22} &= (S_{33} \cdot S_{11} - S_{13}^2)/S; \\ Q_{23} &= (S_{12} \cdot S_{13} - S_{23} \cdot S_{11})/S; \\ Q_{33} &= (S_{11} \cdot S_{22} - S_{12}^2)/S; \\ Q_{44} &= 1/S_{44}; \\ Q_{55} &= 1/S_{55}; \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$Q_{66} = 1/S_{66};$$

$$S = S_{11} \cdot S_{22} \cdot S_{33} - S_{11} \cdot S_{23}^2 - S_{22} \cdot S_{13}^2 - S_{33} \cdot S_{12}^2 + 2 \cdot S_{12} \cdot S_{23} \cdot S_{13}.$$

Подставив компоненты матрицы податливости из (2.4) в (2.5), получим компоненты матрицы жёсткости, выраженные через технические константы ортотропного материала [103].

$$\begin{aligned} Q_{11} &= (1 - \mu_{23} \cdot \mu_{32}) / (E_2 \cdot E_3 \cdot T); \\ Q_{12} &= (\mu_{21} + \mu_{31} \cdot \mu_{23}) / (E_2 \cdot E_3 \cdot T) = (\mu_{12} + \mu_{32} \cdot \mu_{13}) / (E_1 \cdot E_3 \cdot T); \\ Q_{13} &= (\mu_{31} + \mu_{21} \cdot \mu_{32}) / (E_2 \cdot E_3 \cdot T) = (\mu_{13} + \mu_{12} \cdot \mu_{23}) / (E_1 \cdot E_2 \cdot T); \\ Q_{22} &= (1 - \mu_{13} \cdot \mu_{31}) / (E_1 \cdot E_3 \cdot T); \\ Q_{23} &= (\mu_{32} + \mu_{12} \cdot \mu_{31}) / (E_1 \cdot E_3 \cdot T) = (\mu_{23} + \mu_{21} \cdot \mu_{13}) / (E_1 \cdot E_2 \cdot T); \\ Q_{33} &= (1 - \mu_{12} \cdot \mu_{21}) / (E_1 \cdot E_2 \cdot T); \\ Q_{44} &= G_{23}; \\ Q_{55} &= G_{31}; \\ Q_{66} &= G_{12}; \\ T &= (1 - \mu_{12} \cdot \mu_{21} - \mu_{23} \cdot \mu_{32} - \mu_{31} \cdot \mu_{13} - 2 \cdot \mu_{21} \cdot \mu_{32} \cdot \mu_{13}) / (E_1 \cdot E_2 \cdot E_3). \end{aligned} \quad (2.6)$$

При плоском напряженном состоянии для однонаправленного ортотропного монослоя, расположенного параллельно плоскости 1-2 (рис. 2.2), волокна которого направлены вдоль оси 1, будут выполняться следующие условия:

$$\begin{aligned} \sigma_3 &= 0; \\ \tau_{23} &= 0; \\ \tau_{31} &= 0; \\ \varepsilon_3 &= S_{13} \cdot \sigma_1 + S_{23} \cdot \sigma_2; \\ \gamma_{23} &= 0; \\ \gamma_{31} &= 0. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Тогда, принимая во внимание (2.7), формулу (2.3) можно свести к виду:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix}, \quad (2.8)$$

где компоненты матрицы податливости определяются следующей формулой:

$$\begin{aligned} S_{11} &= 1/E_1; \\ S_{12} &= -\mu_{12}/E_1 = -\mu_{21}/E_2; \\ S_{22} &= 1/E_2; \\ S_{66} &= 1/G_{12}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Закон Гука для ортотропного материала при плоском напряженном состоянии для системы координат (1,2,3), связанной с ориентацией волокон, можно записать в виде (2.10):

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = [Q] \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}, \quad (2.10)$$

где компоненты матрицы жёсткости находятся либо через компоненты матрицы податливости с помощью формулы (2.11), либо через технические константы материала (2.12):

$$\begin{aligned} Q_{11} &= S_{22}/(S_{11} \cdot S_{22} - S_{12}^2); \\ Q_{12} &= S_{12}/(S_{11} \cdot S_{22} - S_{12}^2); \\ Q_{22} &= S_{11}/(S_{11} \cdot S_{22} - S_{12}^2); \\ Q_{66} &= 1/S_{66}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} Q_{11} &= E_1/(1 - \mu_{12} \cdot \mu_{21}); \\ Q_{12} &= \mu_{12} \cdot E_2/(1 - \mu_{12} \cdot \mu_{21}) = \mu_{21} \cdot E_1/(1 - \mu_{12} \cdot \mu_{21}); \\ Q_{22} &= E_2/(1 - \mu_{12} \cdot \mu_{21}); \\ Q_{66} &= G_{12}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

## 2.2. Влияние ориентации и объёмной доли волокон на компоненты матрицы жёсткости однонаправленного композита

Часто ориентации волокон в монослоях композитных элементов конструкции определяются разными углами относительно осей элемента, и локальные оси 1,2,3 не совпадают с глобальной системой координат  $(x,y,z)$ . В таком случае упругие характеристики однонаправленных монослоёв приходится связывать с глобальной системой координат, для чего требуется их преобразование. Пусть волокна ПКМ повернуты на угол  $\beta$  относительно оси  $x$  (рис. 2.3), тогда зависимости напряжений и деформаций от данного угла можно записать в виде:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & -2 \cdot s \cdot c \\ s^2 & c^2 & 2 \cdot s \cdot c \\ s \cdot c & -s \cdot c & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy}/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & -2 \cdot s \cdot c \\ s^2 & c^2 & 2 \cdot s \cdot c \\ s \cdot c & -s \cdot c & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12}/2 \end{bmatrix}, \quad (2.14)$$

где  $s = \sin(\beta)$ ,  $c = \cos(\beta)$ .

В сокращенном виде формулы (2.13) и (2.14) будут иметь вид:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [T]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy}/2 \end{bmatrix} = [T]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12}/2 \end{bmatrix}, \quad (2.16)$$

если ввести матрицы  $[T]$  и  $[R]$ :

$$[T] = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2 \cdot s \cdot c \\ s^2 & c^2 & -2 \cdot s \cdot c \\ -s \cdot c & s \cdot c & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

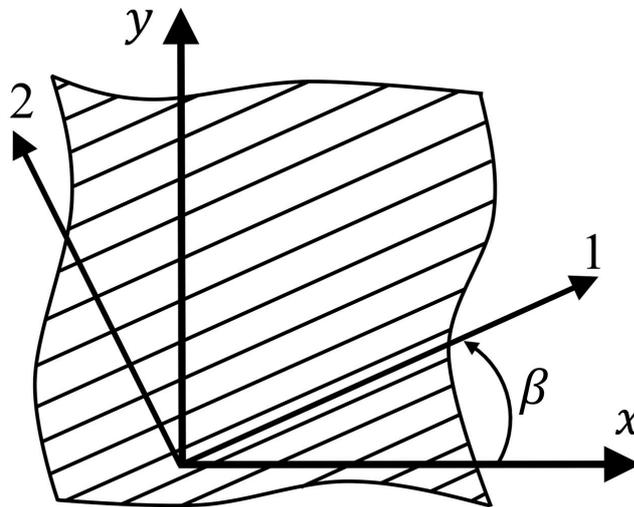


Рис. 2.3 Системы координат (1,2) и (x,y)

Используя матрицу  $[R]$ , смысл которой состоит в различии между тензорной и технической сдвиговой деформацией, можно записать тензор деформации следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = [R] \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12}/2 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = [R] \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy}/2 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

В итоге для плоского напряженного состояния получаем:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [T]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = [T]^{-1} \cdot [Q] \cdot [R] \cdot [T] \cdot [R]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$[Q'] = [T]^{-1} \cdot [Q] \cdot [R] \cdot [T] \cdot [R]^{-1} \quad (2.22)$$

С учётом (2.22) в системе координат  $(x,y)$  можно выразить закон Гука для однонаправленного композита при плоском напряжённом состоянии, при направлении волокон, составляющем угол  $\beta$  с осью  $x$  в виде:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [Q'] \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}, \quad (2.23)$$

где компоненты матрицы жёсткости  $Q'_{ij}$  равны [103]:

$$\begin{aligned} Q'_{11} &= Q_{11} \cdot c^4 + 2 \cdot (Q_{12} + 2 \cdot Q_{66}) \cdot s^2 \cdot c^2 + Q_{22} \cdot s^4; \\ Q'_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4 \cdot Q_{66}) \cdot s^2 \cdot c^2 + Q_{12} \cdot (s^4 + c^4); \\ Q'_{22} &= Q_{11} \cdot s^4 + 2 \cdot (Q_{12} + 2 \cdot Q_{66}) \cdot s^2 \cdot c^2 + Q_{22} \cdot c^4; \\ Q'_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2 \cdot Q_{66}) \cdot c^3 \cdot s + (Q_{12} - Q_{22} + 2 \cdot Q_{66}) \cdot s^3 \cdot c; \\ Q'_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2 \cdot Q_{66}) \cdot s^3 \cdot c + (Q_{12} - Q_{22} + 2 \cdot Q_{66}) \cdot c^3 \cdot s; \\ Q'_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2 \cdot Q_{12} - 2 \cdot Q_{66}) \cdot s^2 \cdot c^2 + Q_{66} \cdot (s^4 + c^4). \end{aligned} \quad (2.24)$$

Упругие характеристики однонаправленного композитного материала также зависят от объёмной доли волокон и от упругих свойств компонентов. На основании гипотез о равенстве продольных деформаций, поперечных и сдвиговых напряжений в компонентах (в волокнах и в матрице), можно оценить упругие свойства однонаправленного композита по следующим формулам [103]:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_{1f} \cdot V_f + E_{1m} \cdot (1 - V_f); \\ E_2 &= E_{2f} \cdot E_{2m} / (E_{2m} \cdot V_f + E_{2f} \cdot (1 - V_f)); \\ G_{12} &= G_{12f} \cdot G_{12m} / (G_{12m} \cdot V_f + G_{12f} \cdot (1 - V_f)); \\ \mu_{12} &= \mu_{12f} \cdot V_f + \mu_{12m} \cdot (1 - V_f), \end{aligned} \quad (2.25)$$

где  $E_{1f}$ ,  $E_{2f}$  и  $G_{12f}$  – модули Юнга и модуль сдвига волокна,  $E_{1m}$ ,  $E_{2m}$  и  $G_{12m}$  – модули Юнга и модуль сдвига матрицы,  $\mu_{12f}$  и  $\mu_{12m}$  – коэффициенты Пуассона волокна и матрицы, а  $V_f$  – объёмная доля волокон.

### 2.3. Критерии разрушения и свойства композитных материалов

Разрушение композитов происходит по различным механизмам, которые зависят от вида нагружения, и для предсказания начала разрушения используются

критерии разрушения. Существует достаточно много различных критериев, и на данный момент нет общепринятого, универсального критерия. Все критерии разрушения можно условно разделить на две группы: 1) не связанные с видом разрушения и 2) учитывающие виды разрушения. К критериям разрушения первой группы относятся так называемые тензорно-полиномиальные, например, Цая-Ву [105] и Хоффмана [106], которые друг от друга отличаются только параметрами  $F_i$  и  $F_{ij}$  в (2.26). Поверхность разрушения описывается этими критериями с помощью полиномов от напряжений, при этом нет возможности установить механизм отказа ПКМ: разрушение матрицы или волокон.

$$F_1 \cdot \sigma_1 + F_2 \cdot \sigma_2 + F_3 \cdot \sigma_3 + 2 \cdot F_{12} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 + 2 \cdot F_{13} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_3 + \\ + 2 \cdot F_{23} \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3 + F_{11} \cdot \sigma_1^2 + F_{22} \cdot \sigma_2^2 + F_{33} \cdot \sigma_3^2 + F_{44} \cdot \sigma_4^2 + F_{55} \cdot \sigma_5^2 + \\ + F_{66} \cdot \sigma_{12}^2 = 1 \quad (2.26)$$

Критерии прочности из второй группы лишены этого недостатка, и к ним относятся критерии максимальных напряжений [103], максимальных деформаций [103], Хашина [107] и [108], LaRC03 [109], Пака [110] и [111], Кунтзе [112] и [113], Ямада [114], Кролла [115].

В качестве критерия разрушения для моделирования прогрессирующего разрушения композитных структур с различным армированием в данной работе выбран критерий Хашина, так как он достаточно хорошо согласуется с полученными экспериментальными данными [116-119] и позволяет определить тип разрушения. Критерий Хашина представлен в таблице 2.3, где  $X$  и  $Y$  – пределы прочности вдоль и поперёк волокон, а индексы  $T$  и  $C$  означают растяжение и сжатие,  $S_{12}$  и  $S_{23}$  – пределы прочности при сдвиге в плоскостях 1-2 и 2-3. В соответствии с данным критерием разрушение матрицы или волокон наступает после того, как выполняется условие  $\zeta_m \geq 1$  или  $\zeta_f \geq 1$ .

Таблица 2.3 Критерий Хашина

Тип разрушения	Критерий разрушения
Разрушение матрицы при растяжении	Если $\sigma_2 \geq 0$ , то $\zeta_m = (\sigma_2/Y_T)^2 + (\tau_{12}/S_{12})^2$

Разрушение матрицы при сжатии	Если $\sigma_2 < 0$ , то $\zeta_m = (\sigma_2/(2 \cdot S_{23}))^2 + (\tau_{12}/S_{12})^2 + ((Y_C/(2 \cdot S_{23}))^2 - 1) \cdot (\sigma_2/Y_C)$
Отрыв волокна из матрицы при сдвиге	Если $\sigma_1 < 0$ , то $\zeta_m = (\sigma_1/X_C)^2 + (\tau_{12}/S_{12})^2$
Разрушение волокна при растяжении	Если $\sigma_1 \geq 0$ , то $\zeta_f = (\sigma_1/X_T)^2 + (\tau_{12}/S_{12})^2$
Разрушение волокна при сжатии	Если $\sigma_1 < 0$ , то $\zeta_f =  \sigma_1 /X_C$

Для моделирования композитных структур с разным армированием и анализа прогрессирующего разрушения в дальнейших расчетах использованы механические свойства углепластика IM7/8552, где свойства углеродного волокна IM7 и эпоксидной смолы 8552 приводятся в таблице 2.4, а пределы прочности IM7/8552 при объёмной доле волокон 57.7% показаны в таблице 2.5.

Таблица 2.4 Механические свойства углеродного волокна и матрицы [6]

Свойства	$E_1$ (ГПа)	$E_2$ (ГПа)	$G_{12}$ (ГПа)	$\mu_{12}$	$X_T$ (МПа)
Волокно	276	19.5	70	0.28	5654
Матрица	4.76	4.76	1.74	0.37	121

Таблица 2.5 Пределы прочности углепластика IM7/8552 при  $V_f = 57.7\%$  [6]

Свойства	$X_T$	$X_C$	$Y_T$	$Y_C$	$S_{12}$	$S_{23}$
Значения (МПа)	2524	1690	63.4	285.7	101.1	107.6

Зная объёмную долю волокон и свойства компонентов композитного материала, можно смоделировать механические свойства ортотропного материала (IM7/8552), используя формулу (2.25) и таблицу 2.4. Если система координат монослоя (1,2,3), связанная с ориентацией волокон, не совпадает с глобальной системой координат (x,y,z) композитного элемента конструкции, то учёт изменения жёсткости монослоя в зависимости от ориентации волокон для глобальной системы координат можно выполнить с помощью формул (2.23) и (2.24).

Пределы прочности композитных материалов в направлении волокон существенно зависят от объёмной доли волокон. Чтобы описать зависимость

предела прочности от свойств компонентов композита и от объёмной доли волокон, часто применяется правило смеси [103]. Однако, использование этого правила смеси для углепластика IM7/8552 с  $V_f = 57.7\%$ , для которого свойства матрицы и волокон даны в таблице 2.4, приводит к тому, что рассчитанный предел прочности в направлении волокон становится равен 3314 МПа, в то время как (усредненный) предел прочности  $X_T$ , полученный из эксперимента, составляет 2524 МПа (таблица 2.5). Это означает, что такой расчёт предела прочности не обеспечивает приемлемое описание поведения материала, так как разность между результатом вычисления и экспериментом превышает 30%. В [120-123] рассматриваются различные подходы, которые позволяют рассчитать предел прочности в направлении волокон более точно. Один из таких подходов, а именно, модифицированное правило смеси [123] используется в данной работе для описания зависимости предела прочности от объёмной доли волокон и от свойств компонентов композита, которое выражается формулой (2.27). Рассчитанный  $X_T$  при  $V_f = 57.7\%$  по этой формуле составляет 2656 МПа. Таким образом, различие  $X_T$  между расчётом и экспериментом равно 5%, что вполне допустимо.

$$\begin{aligned} X_T &= X_{Tm} \cdot (1 - V_f) + X_{Tf} \cdot (1 - P) \\ P &= 0.43 - 0.49 \cdot V_f, \text{ при } V_f < 0.54 \\ P &= -0.26 + 0.8 \cdot V_f, \text{ при } V_f \geq 0.54, \end{aligned} \quad (2.27)$$

где  $X_{Tm}$  – напряжение в матрице, при котором её деформация равна предельной деформации волокна при растяжении, а  $X_{Tf}$  – предел прочности волокна при растяжении.

При моделировании прогрессирующего разрушения композитных пластин с различным армированием предполагается, что такие пределы прочности, как  $Y_T$ ,  $Y_C$ ,  $S_{12}$  и  $S_{23}$ , не изменяются при варьировании объёмной доли волокон, что подтверждается в экспериментах [6]. Стоит также отметить, что предел прочности при сжатии в направлении волокон должен существенно изменяться при варьировании объёмной доли волокон. Однако, в моделируемых композитных пластинах с криволинейным армированием, находящихся под действием растягивающей нагрузки, высокие значения напряжений сжатия не возникают, и

поэтому зависимость прочности при сжатии от объёмной доли волокон в расчётах не учитывалась. Значение предела прочности при сжатии в направлении волокон при моделировании разрушения выбиралось по данным таблицы 2.5 и считалось постоянным. Таким образом, при моделировании прогрессирующего разрушения композитных структур значение  $X_T$  рассчитывалось по формуле (2.27), а остальные пределы прочности считались постоянными и брались из таблицы 2.5.

## **Выводы по главе 2**

Проанализированы различные методы расчета НДС в пластинах из волокнистых композитов и оценки прочности композитов. Выбран и обоснован комплексный метод расчета упругих свойств и условий разрушения композитов с полимерной матрицей. Важный результат состоит в разработке алгоритмов, позволяющих моделировать процессы последовательного накопления повреждений с учетом деградации различных упруго-прочностных свойств по мере развития различных видов разрушения волокон или матрицы.

### **3. МОДЕЛИРОВАНИЕ КОМПОЗИТНЫХ СТРУКТУР С КРИВОЛИНЕЙНЫМИ ВОЛОКНАМИ И АНАЛИЗ ИХ РАЗРУШЕНИЯ**

В данной главе рассматривается построение непрерывных траекторий волокон вдоль направлений максимального главного напряжения, на основе которых моделируется неоднородная структура армирования композитных пластин с различными концентраторами напряжений. Для анализа прогрессирующего разрушения с учётом накопления повреждений в процессе нагружения пластин используется метод деградации свойств материала.

Пластик, армированный криволинейными волокнами, можно смоделировать в виде композитного материала, в котором структура неоднородна и механические свойства локально изменяются в зависимости от кривизны траекторий волокон. В данном исследовании моделирование композитной структуры с криволинейным армированием осуществляется посредством МКЭ (ANSYS). Двухмерные треугольные и четырехугольные элементы (PLANE182) используются при создании неоднородной композитной структуры. Все алгоритмы построения траекторий волокон и проектирования композитов переменной жёсткости, а также анализа прогрессирующего разрушения реализуются с помощью языка программирования Ansys Parametric Design Language в программном комплексе ANSYS.

#### **3.1. Общая схема моделирования**

Блок-схема метода моделирования композитов переменной жёсткости показана на рис. 3.1. Процесс построения композитных структур с криволинейным армированием можно условно разделить на два этапа: подготовительный и итерационный. На подготовительном этапе сначала формируется однородный материал. После моделирования структуры и назначения граничных условий рассчитываем поля напряжений. Далее, зная напряженно-деформированное состояние, строим криволинейные траектории волокон, совпадающие с направлениями максимальных главных напряжений, вдоль которых отсутствуют касательные напряжения. На этом подготовительный этап заканчивается и начинается итерационный процесс.

На основе полученных криволинейных траекторий волокон формируется композитная структура переменной жёсткости. Ориентация волокна моделируется локальной системой координат. Каждому элементу структуры назначается своя локальная система координат, которая направлена вдоль максимального главного напряжения. Изменение расстояния между волокнами определяет локальную объёмную долю волокон. Каждому элементу композитной структуры назначается своя объёмная доля волокон, от которой, в свою очередь, зависят механические свойства ортотропного материала. Ориентация волокна и свойства ортотропного материала полагаются постоянными в пределах элемента. Таким образом, в созданной дискретной модели принимается во внимание, как изменение ориентации волокна, так и изменение расстояния между волокнами.

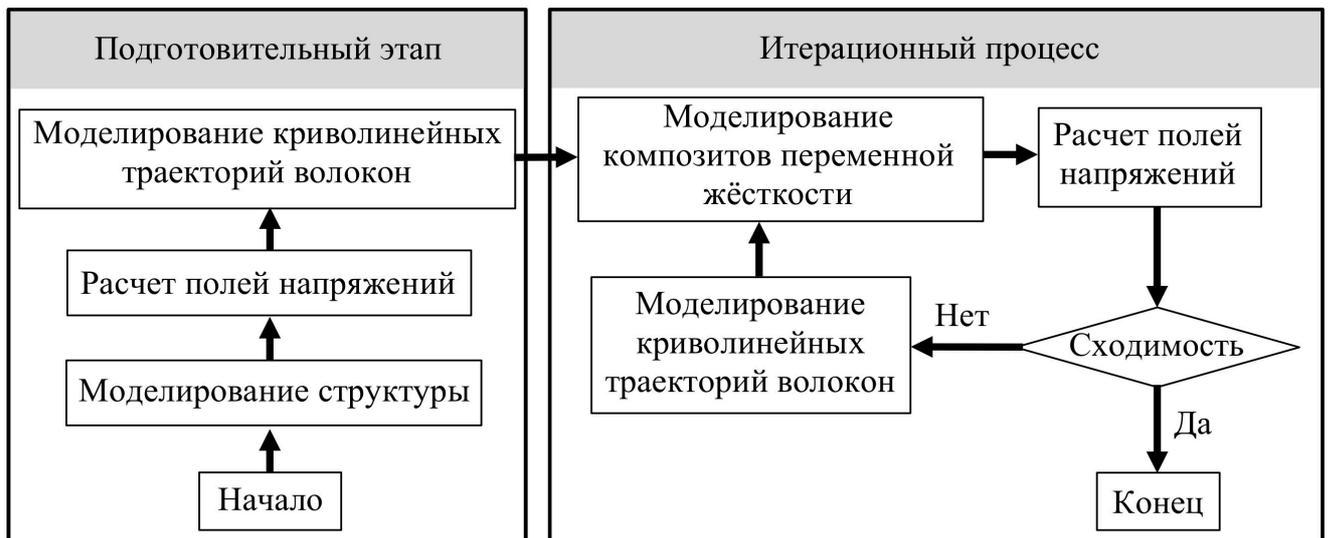


Рис. 3.1 Общая схема моделирования композитов переменной жёсткости

После назначения всем элементам новых механических свойств получается фактически новая структура с соответствующими ей новым полем напряжений и траекториями волокон. Этот итерационный процесс моделирования композитных структур с криволинейным армированием и назначения новых свойств элементам повторяется до тех пор, пока не будет достигнута сходимость, после чего формирование композитов переменной жёсткости заканчивается и начинается анализ эффективности полученных структур.

### 3.2. Моделирование криволинейных траекторий волокон

При проектировании композитов переменной жёсткости строятся криволинейные траектории волокон, согласующиеся с линиями максимальных главных напряжений, вдоль которых отсутствуют касательные напряжения. В целом, метод построения криволинейной траектории волокна выглядит следующим образом. Зная поле напряжений в элементах, можно в любой точке структуры найти направление под углом  $\beta$ , вдоль которого отсутствуют касательные напряжения. Выбирая длину отрезка  $\Delta$  и рассчитывая на каждом шаге угол  $\beta$ , можно построить ряд последовательных точек, соединением которых можно получить искомую траекторию волокна.

Общая схема метода построения траекторий волокон представлена на рис. 3.2. Рассмотрим более подробно данный алгоритм проектирования волокна на примере  $i$ -ой траектории волокна, на которой располагаются точки  $L_{i,j}$ . Здесь индекс  $i = 1, \dots, N$  обозначает номер траектории, где  $N$  – номер последней траектории, а  $j = 0, \dots, M$  показывает номер точки на  $i$ -ой траектории, при этом  $M$  – номер последней точки.

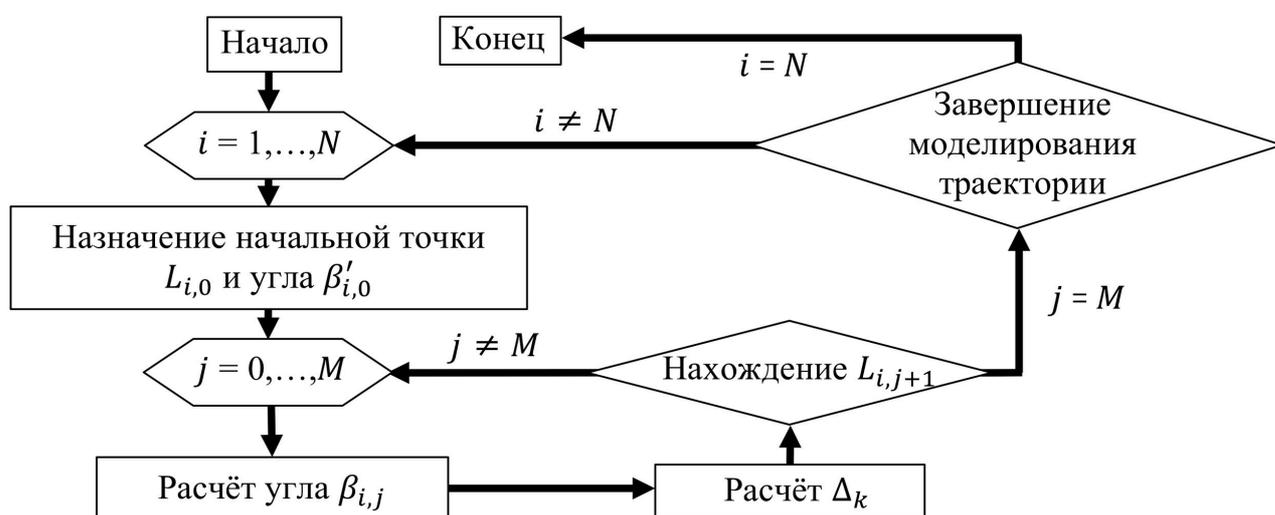


Рис. 3.2 Моделирование семейства криволинейных траекторий волокон

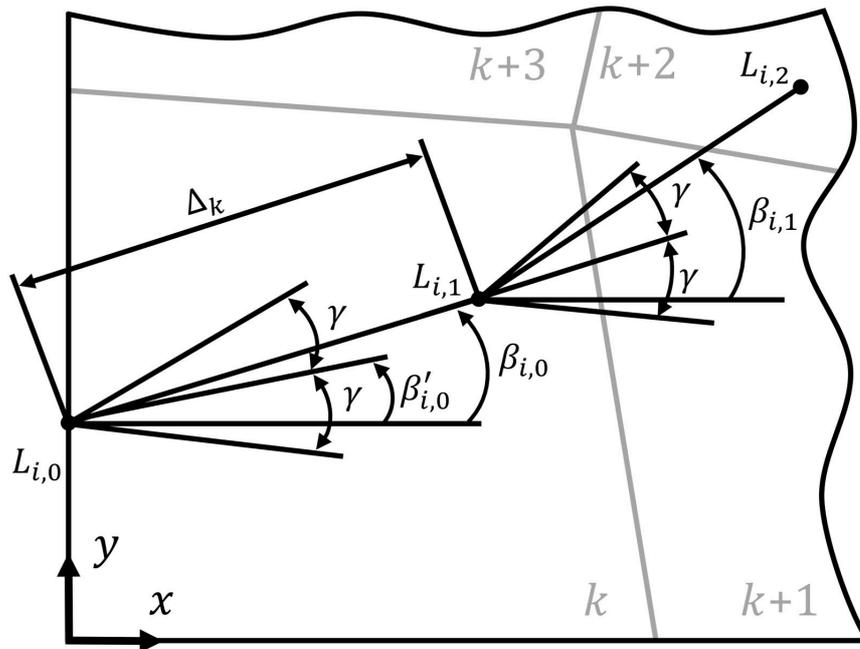


Рис. 3.3 Пошаговое моделирование траектории волокна

Обозначим декартовые координаты точки  $L_{i,j}$  через  $(x_{i,j}, y_{i,j})$ , тогда первой точке  $L_{i,0}$ , лежащей на границе структуры (рис. 3.3), соответствуют координаты  $(x_{i,0}, y_{i,0})$ . Так как в этой точке существует четыре направления, вдоль которых касательные напряжения равны нулю, то при моделировании траектории волокна необходимо для точки  $L_{i,0}$  задать начальный угол  $\beta'_{i,0}$  так, чтобы он был наиболее близок к направлению максимального главного напряжения ( $\beta_{i,0}$ ). Например, для пластины, находящейся под действием одноосного растягивающего напряжения, направленного вдоль оси  $x$  (рис. 3.3), таким углом может быть  $0^\circ$ , то есть для приведенного случая  $\beta'_{i,0} = 0^\circ$ . Откладывая от угла  $\beta'_{i,0}$  некий сектор в диапазоне  $\pm\gamma$ , находим в этом диапазоне  $(\beta'_{i,0} \pm \gamma)$  угол направления максимального главного напряжения  $\beta_{i,0}$ . Для расчёта угла  $\beta_{i,0}$  ищем элемент, которому принадлежит точка  $L_{i,0}$ . Пусть номер данного элемента равен  $k$ . Поскольку в этом элементе известно напряженно-деформированное состояние, то, зная координаты  $L_{i,0}$  и напряжения в его узлах, становится возможным вычислить угол  $\beta_{i,0}$ . Далее из точки  $L_{i,0}$  под углом  $\beta_{i,0}$  откладывается отрезок  $L_{i,0}L_{i,1}$  длиной  $\Delta_k$ . Конец этого отрезка определяет координаты следующей точки  $L_{i,1}$ , для которой вновь нужно найти угол  $\beta_{i,1}$ , находящийся в пределах  $\beta_{i,0} \pm \gamma$ . С учётом поля напряжений в элементе и

координат точки  $L_{i,1}$ , рассчитывается угол  $\beta_{i,1}$ , после чего аналогичным образом находится точка  $L_{i,2}$ . Далее этот процесс построения точек продолжается до тех пор, пока точка  $L_{i,j}$  не выйдет за границы структуры, и, соответственно, последней точкой  $M$  на  $i$ -ой траектории будет точка пересечения границы структуры с отрезком  $L_{i,j-1}L_{i,j}$ . Окончательно  $i$ -я траектория моделируется по найденным точкам  $L_{i,j}$  с помощью кусочно-линейной аппроксимации.

Угол  $\beta_{i,j}$  вдоль траектории волокна различается от точки к точке незначительно, поскольку нет резкого искривления траектории. Построенные траектории волокон для различных структур показали, что данный алгоритм устойчив при  $\gamma = 10^\circ$ , поэтому угол  $\gamma = 10^\circ$  был принят из условия невозможности перескакивания на траекторию другого главного напряжения.

Рассмотрим более детально при моделировании траектории волокна нахождение угла  $\beta_{i,j}$  для точки  $L_{i,j}$ , находящейся в элементе с номером  $k$ . Зная главные напряжения и их направления в узлах элемента, можно найти в узлах углы  $\alpha_{k,n}$  ( $n = 1, \dots, l$ ), направленные вдоль максимального главного напряжения и лежащие в пределах  $\beta_{i,j-1} \pm \gamma$  (рис. 3.4). Здесь  $n$  – номер узла, принадлежащего элементу  $k$ , где  $l = 3$  для треугольного элемента, а  $l = 4$  для четырехугольного элемента. Для известных в узлах углов  $\alpha_{k,n}$ , и расстояний  $s_{k,n}$  от точки  $L_{i,j}$  до узлов, нужно выбрать для угла  $\beta_{i,j}$  удобную функцию осреднения  $\beta_{i,j}(\alpha_{k,n}, s_{k,n})$ , которая должна для элемента с номером  $k$  удовлетворять следующим условиям:

1) Угол  $\beta_{i,j}$  в пределах элемента должен быть равен углам ( $\alpha_{k,n}$ ) в узлах, если они одинаковы (если  $\alpha_{k,n} = \alpha$ , то  $\beta_{i,j} = \alpha$ ).

2) Угол  $\alpha_{k,n}$  оказывает тем большее влияние на угол  $\beta_{i,j}$ , чем ближе точка  $L_{i,j}$  к  $n$ -му узлу (если  $s_{k,n} \rightarrow 0$ , то  $\beta_{i,j} \rightarrow \alpha_{k,n}$ ).

3) Если положение точки  $L_{i,j}$  совпадает с узлом  $n$ , то угол  $\beta_{i,j}$  должен быть равен  $\alpha_{k,n}$ .

4) При одинаковых расстояниях  $s_{k,n}$  значение угла  $\beta_{i,j}$  должно быть равно среднему арифметическому значению углов элемента и  $\beta_{i,j} = (1/l) \cdot \sum_{n=1}^l \alpha_{k,n}$ .

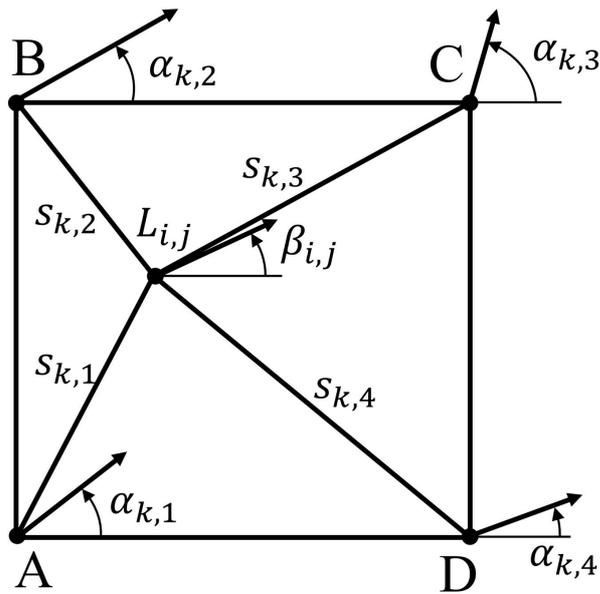


Рис. 3.4 Квадратный конечный элемент модели

Приведенная ниже формула (3.1) подходит всем выше описанным условиям при  $h < 0$ , поэтому она использовалась для расчёта  $\beta_{i,j}$  (для простоты - при  $h = -1$ ) в зависимости от углов  $\alpha_{k,n}$  и расстояний  $s_{k,n}$ :

$$\beta_{i,j} = \frac{\sum_{n=1}^l (\alpha_{k,n} \cdot s_{k,n}^h)}{\sum_{n=1}^l s_{k,n}^h} \quad (3.1)$$

Формула (3.1) не удовлетворяет принятым условиям при  $h \geq 0$ . Различные функции зависимости  $\beta_{i,j}$  от  $s_{k,1}$  для квадратного элемента, рассчитанные по формуле (3.1), показаны на рис. 3.5, где переменным значением является только расстояние  $s_{k,1}$  (рис. 3.4). При построении этих зависимостей было принято, что точка  $L_{i,j}$  перемещается от узла  $A$  до узла  $C$  по прямой, поэтому оставшиеся расстояния  $s_{k,2}$ ,  $s_{k,3}$  и  $s_{k,4}$  вычисляются автоматически. Пусть расстояние  $AC = 1$ , а для углов в узлах приняты следующие значения:  $\alpha_{k,1} = 1^\circ$ ,  $\alpha_{k,2} = \alpha_{k,3} = \alpha_{k,4} = 0^\circ$ . В таком случае, основной вклад в изменение угла  $\beta_{i,j}$  вносит только расстояние  $s_{k,1}$ . Когда точка  $L_{i,j}$  совпадает с узлом  $A$ , значение угла  $\beta_{i,j}$  равно  $\alpha_{k,1}$  в соответствии с ограничением 3) (рис. 3.5). По мере движения точки  $L_{i,j}$  от  $A$  до  $C$  угол  $\alpha_{k,1}$  оказывает всё меньшее влияние на  $\beta_{i,j}$ . При достижении точкой  $L_{i,j}$  середины расстояния  $AC$  ( $s_{k,1} = 0.5$ ) угол  $\beta_{i,j}$  становится равен среднему значению углов

элемента, то есть  $\beta_{i,j} = 0.25$ . При достижении точки  $L_{i,j}$  узла  $C$  угол  $\beta_{i,j}$  совпадает с углом  $\alpha_{k,3}$ , то есть  $\beta_{i,j} = 0$ . С увеличением числа элементов в конечно-элементной модели степень  $h$  уже незначительно влияет на угол  $\beta_{i,j}$ , поэтому для простоты было принято  $h = -1$ .

Длина отрезка  $\Delta_k$  (рис. 3.3) для элемента  $k$  вычисляется, как  $\Delta_k = \sqrt{S_k}/Q$  и зависит от размера самого элемента, так как  $S_k$  – площадь элемента  $k$ ,  $Q$  – коэффициент чувствительности. Каждому элементу присваивается своя длина отрезка  $\Delta_k$ , которая рассчитывается по приведенной выше формуле. После того, как становится известно, что элементу  $k$  принадлежит точка  $L_{i,j}$ , определяется длина отрезка  $\Delta_k$ . Откладывая под углом  $\beta_{i,j}$  от текущей точки  $L_{i,j}$  длину  $\Delta_k$ , находим следующую точку  $L_{i,j+1}$ . Если новая точка  $L_{i,j+1}$  лежит в том же элементе  $k$ , то расстояние  $\Delta_k$  не меняется, и тогда от новой точки  $L_{i,j+1}$  откладывается то же расстояние  $\Delta_k$ . Если же новая точка  $L_{i,j+1}$  находится в другом элементе, например, с номером  $k + 1$ , то от точки  $L_{i,j+1}$  откладывается отрезок  $\Delta_{k+1}$ .

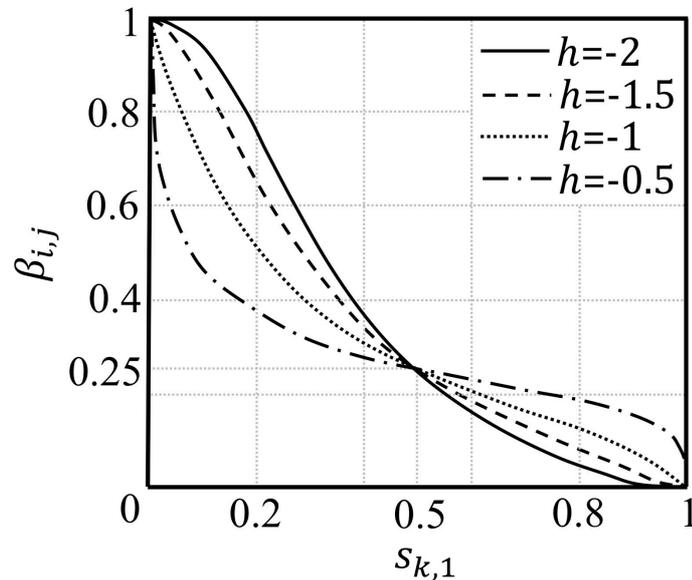


Рис. 3.5 Осреднённые зависимости угла траектории от расположения точки внутри элемента

Как показали расчёты, траектории волокон совпадают при  $Q = 3$  и  $Q = 4$ , поэтому достаточно принять, что  $Q = 3$ . Так, например, для квадратного элемента  $k$  принято расстояние  $\Delta_k = f/3$ , где  $f$  – сторона элемента. Таким образом, в данном

эlementе будут находиться приблизительно 3 точки. Стоит отметить, что конечно-элементная сетка модели разбивается в зависимости от градиента напряжений, и поэтому в местах концентрации напряжений число точек на криволинейной траектории будет выше по сравнению с местами, где концентрация напряжений незначительна.

Криволинейные траектории волокон представляют собой всего лишь геометрические линии, и они используются только для формирования свойств материала с локально осредненными ортотропными свойствами, которые назначаются элементам и изменяются в зависимости от расположения траекторий волокон. Допустим, что между смоделированными траекториями возможно разместить только три волокна, тогда они будут располагаться на равном расстоянии друг от друга, между соседними траекториями, как это показано на рис. 3.6. В реальности диаметр углеродного волокна составляет порядка 10 мкм, поэтому число волокон в реальных композитных конструкциях значительно превышает число моделируемых траекторий волокон. Однако, схема их расположения останется такой же, а число будет зависеть от объёмной доли волокон и от размеров композитного элемента конструкции. Так как при моделировании композитной структуры материал рассматривается в элементе как однородный и ортотропный, реальное число волокон не принципиально из-за использования осреднения свойств материала, которое позволяет описать механическое поведение материала без учёта влияния каждого волокна.

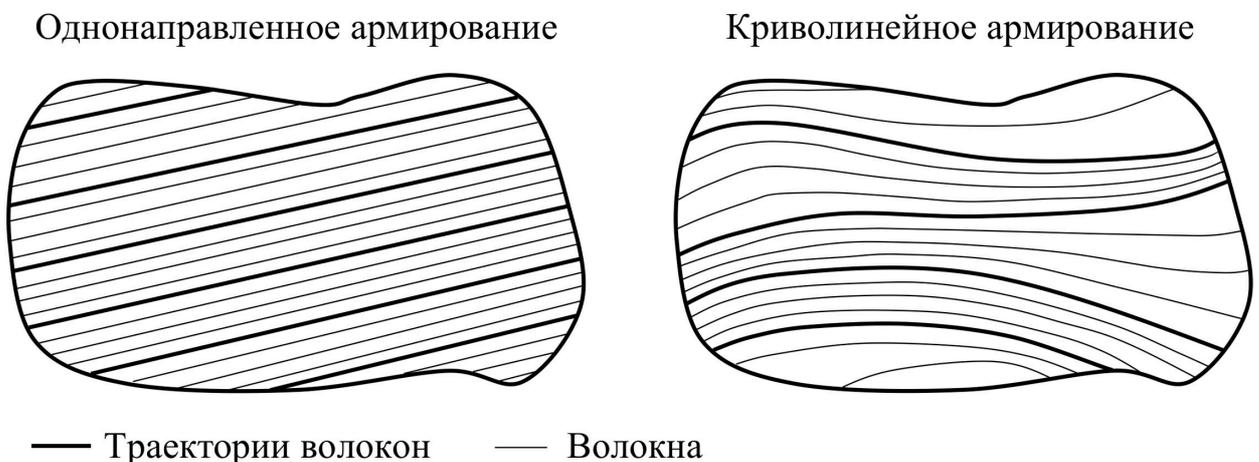


Рис. 3.6 Схематичное расположение траекторий волокон и самих волокон в композитах с различной структурой армирования

### 3.3. Моделирование механических свойств композитной структуры

После построения криволинейных траекторий волокон начинается этап моделирования композитной структуры с учётом локальной ориентации волокон и переменного изменения расстояния между траекториями, то есть, иными словами, идет итерационный процесс формирования композитной структуры переменной жёсткости (см. схему на рис. 3.1). Рассмотрим метод назначения механических свойств материала для  $k$ -го элемента, где  $k = 1, \dots, W$ , а  $W$  – число элементов структуры.

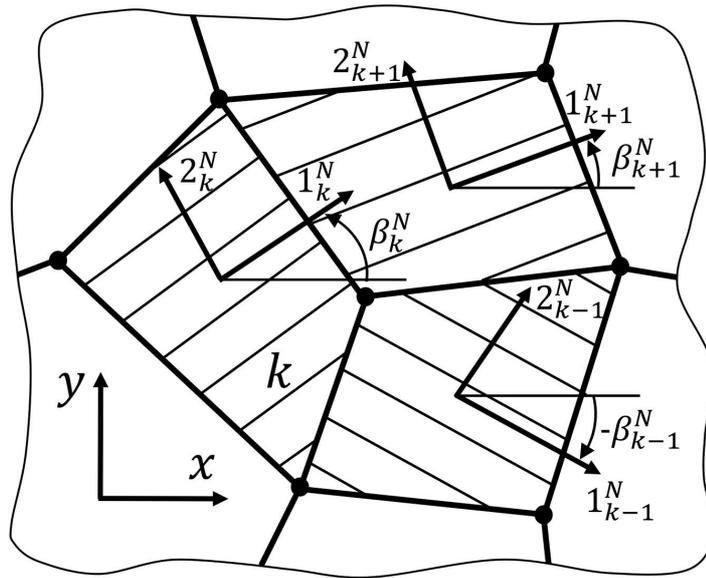


Рис. 3.7 Система координат  $x - y$  и ориентации волокон локально ортотропных композитов в элементах

Так как траектории волокон локально совпадают с направлением максимального главного напряжения, необходимо ориентировать волокна в каждом элементе вдоль этого направления. Локальная система координат  $(1_k^N - 2_k^N)$  назначается  $k$ -му элементу композитной структуры, чтобы смоделировать угол ориентации волокна  $\beta_k^N$ , где  $N$  – номер итерации. В данном случае ось  $1_k^N$  направлена вдоль максимального главного напряжения, и ориентация волокна моделируемого материала совпадает с ней. Начало локальной системы координат  $1_k^N - 2_k^N$  находится в центре  $k$ -го элемента, а среднеарифметические значения координат  $(x$  и  $y)$  узлов  $k$ -го элемента соответствуют координатам его центра (рис. 3.7).

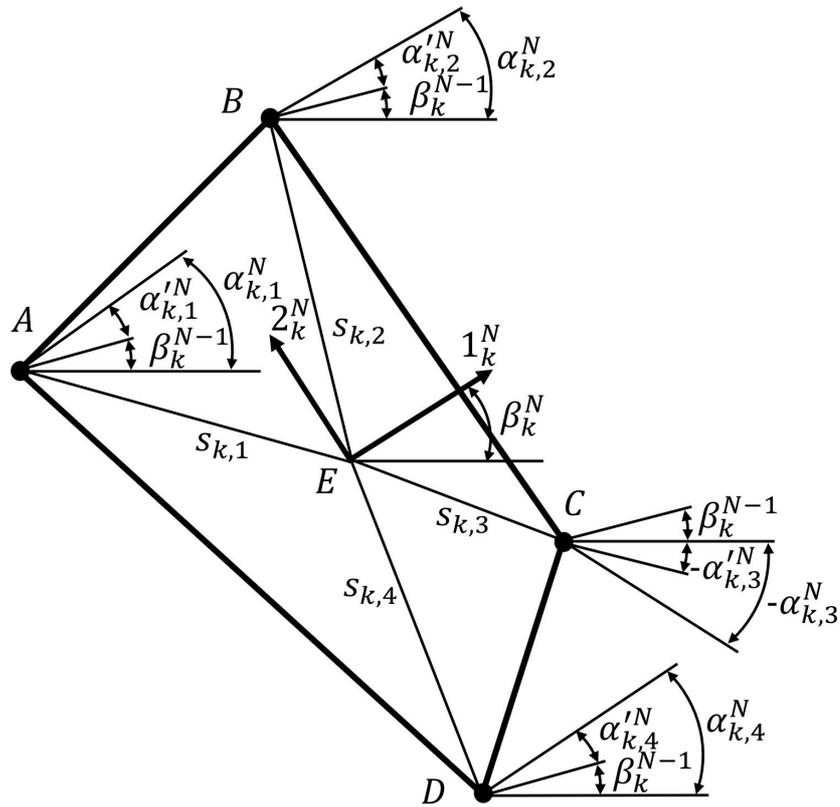


Рис. 3.8 Переменные проектирования для  $k$ -го элемента

Для того чтобы рассчитать угол  $\beta_k^N$  для  $k$ -го элемента, используется формула (3.2). Здесь  $\beta_k^{N-1}$  – угол ориентации волокон  $k$ -го элемента от предыдущей итерации,  $s_{k,n}$  ( $n = 1, \dots, l$ ) – расстояния между узлами  $k$ -го элемента и его центром (точка E) ( $l = 3$  для треугольного элемента и  $l = 4$  для четырехугольного элемента), а  $\alpha_{k,n}'^N = \alpha_{k,n}^N - \beta_k^{N-1}$ , где  $\alpha_{k,n}^N$  – углы в направлении максимального главного напряжения в узлах  $k$ -го элемента (рис. 3.8).

$$\beta_k^N = \beta_k^{N-1} + \frac{\sum_{n=1}^l (\alpha_{k,n}'^N / s_{k,n})}{\sum_{n=1}^l 1 / s_{k,n}} \quad (3.2)$$

Аналогичным способом каждому элементу присваивается своя локальная система координат. Учёт изменения упругих характеристик композитной структуры при переходе от локальной системы координат  $(1_k^N - 2_k^N)$  к глобальной  $(x-y)$  осуществляется с помощью формул (2.23). Таким образом, число локальных систем координат и соответствующих наборов свойств ортотропных материалов равно числу элементов структуры.

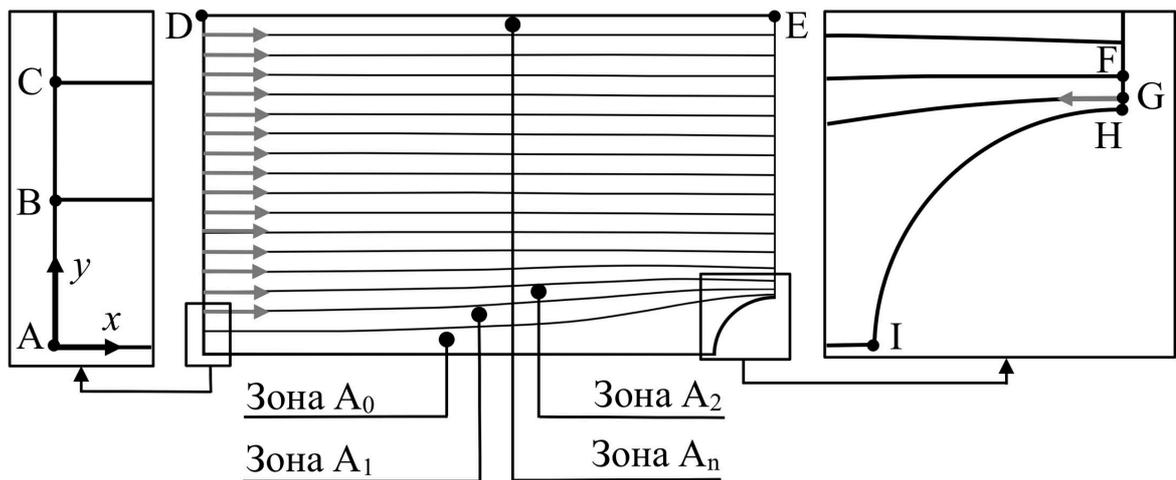


Рис. 3.9 Общая схема моделирования траекторий волокон

Свойства композитной структуры с криволинейным армированием неоднородны и зависят от распределения траекторий волокон. Общая схема моделирования траекторий волокон для композитных пластин переменной жёсткости показана на рис. 3.9.

Для иллюстрации в качестве примера построения траекторий волокон выбрана пластина с отверстием, находящаяся под действием одноосного растяжения вдоль оси  $x$  и имеющая ширину 36 мм, длину 60 мм и диаметр отверстия 6 мм. Благодаря симметрии геометрии пластины, свойств материала и граничных условий рассматривается только верхняя, левая часть пластины. В начале итерационного процесса на оси симметрии этой пластины, на отрезке  $HE$  создается точка  $G$  (рис. 3.9), через которую проходит первая траектория волокна. Положение точки  $G$  задается пользователем, и оно не изменяется во время моделирования композитной структуры переменной жёсткости, то есть длина отрезка  $HG$  постоянна в течение всего итерационного процесса. Затем на отрезке  $BD$  моделируются равноудаленные друг от друга точки, и оставшиеся траектории проходят через них. Изменение длины отрезка  $HG$  пользователем приводит к возможности моделирования различных композитных структур переменной жёсткости, с разной кривизной траекторий волокон. Таким образом, можно оценить эффективность композитных пластин переменной жёсткости при разных схемах армирования и найти композитную структуру с минимальными коэффициентами концентраций напряжений.

Построенное распределение траекторий волокон используется, чтобы сформировать зоны между соседними криволинейными траекториями и учесть изменение расстояния между этими траекториями. Созданные таким образом зоны обозначены на рис. 3.9 как  $A_1 \dots, A_n$ . Отметим, что эти зоны моделируются на основе траекторий волокон, поэтому число  $n$  зон  $A_n$  определяется числом траекторий, используемых для формирования композитных структур переменной жёсткости. Рассмотрим в качестве примера расчёт расстояний (рис. 3.9) между соседними траекториями  $CF$  и  $BG$  для зоны  $A_1$  ( $BCFG$ ). Чтобы вычислить эти расстояния, зона  $A_1$  разбивается на домены (рис. 3.10 (а)). Локальная система координат  $(1_t - 2_t)$  назначается каждому домену зоны, где  $t$  – номер домена. Локальная система координат располагается в центре  $t$ -го домена, а ось  $1_t$  ориентирована в направлении максимального главного напряжения. Чтобы рассчитать расстояние между двумя траекториями  $t$ -го домена, используются координаты вершин  $t$ -го домена вдоль оси  $2_t$ , и это расстояние рассчитывается как  $(a_{t1} + a_{t2} + b_{t1} + b_{t2})/2$  (рис. 3.10 (б)). Отметим, что такое расстояние назначается только  $t$ -му домену, и оно постоянно в пределах всего домена. Аналогичным образом вычисляются расстояния для каждого домена зоны. Полученное изменение расстояний между траекториями волокон учитывается в виде неоднородности объёмной доли волокон. Максимальная объёмная доля волокон ( $V_{fmax} = 57.7\%$ ) назначается тому домену зоны, в котором расстояние между траекториями волокон наименьшее. Затем объёмная доля волокон в данной зоне уменьшается пропорционально увеличению расстояния между данными траекториями волокон. Для всех других зон уменьшение объёмной доли волокон с ростом расстояний между траекториями вычисляется аналогичным образом. При таком алгоритме в каждой зоне предполагается наличие доменов, в которых присутствует максимальная объёмная доля волокон (57.7%). Это сделано для того, чтобы в зонах с прямолинейными траекториями объёмная доля волокон всегда была максимальной.

Если центр элемента конечно-элементной модели попадает в пределы домена, то такому элементу назначается объёмная доля волокон этого домена.

Таким образом, каждому элементу присваивается своя объёмная доля волокон, зависящая от полученного распределения траекторий волокон. Свойства материала также изменяются от объёмной доли волокон, и эта зависимость учитывается формулой (2.25). Отметим, что локальные системы координат ( $1_t - 2_t$ ) не используются при построении конечно-элементной модели композитной структуры переменной жёсткости, а применяются только для расчёта расстояний между траекториями волокон и позже удаляются.

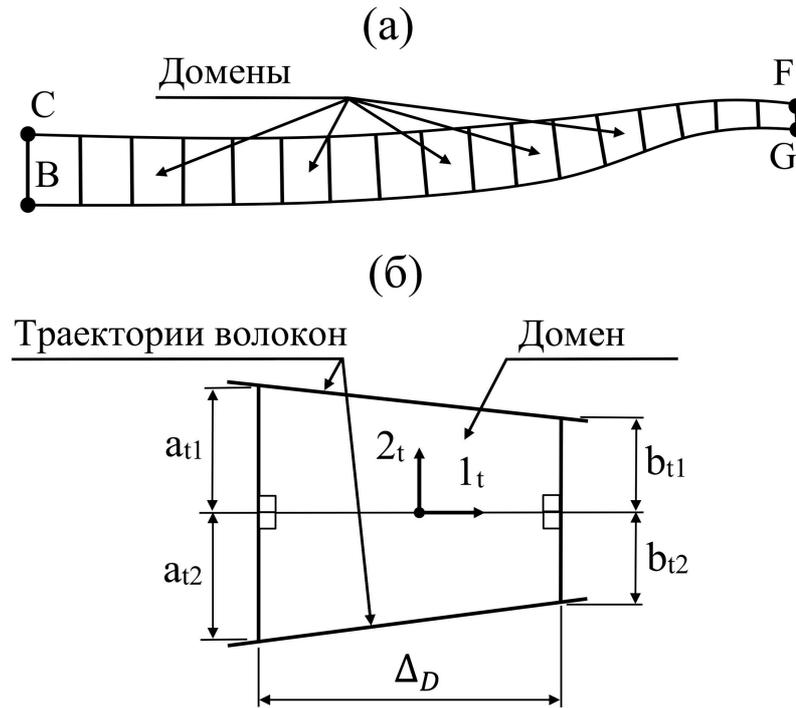


Рис. 3.10 Моделирование доменов в зоне - (а) и схема расчёта расстояний между траекториями волокон в домене - (б)

Очевидно, что для моделирования свойств материала, находящегося в зоне  $A_0$  ( $ABGHI$ ), требуется другой подход, так как для неё расчёт расстояний между траекториями волокон по вышеописанному методу невозможен (рис. 3.9). Чтобы назначить ориентацию и объёмную долю волокна элементам, расположенным в зоне  $A_0$ , используются элементы из зоны  $A_1$ , через которые проходит траектория  $BG$ . В данном случае свойства материала считываются вдоль траектории  $BG$  в направлении оси  $x$  от пересекающих эту траекторию элементов зоны  $A_1$ , на основе которых формируются функции углов и объёмной доли  $\beta(x)$  и  $V_f(x)$ . Затем с помощью этих функций от координаты  $x$  назначаются свойства материала в

элементах, расположенных в зоне  $A_0$ . По изложенному алгоритму моделируются свойства материала во всех элементах, которые не находятся строго между траекториями волокон.

### 3.4. Особенности проектирования неоднородных композитных структур с криволинейным армированием

Изменение свойств композитной структуры переменной жёсткости от итерации к итерации (рис. 3.1) приводит к перераспределению полей напряжений и соответствующих им траекторий волокон. Этот итерационный процесс завершается из условия сходимости, когда максимальный эффективный коэффициент концентрации напряжений ( $K_t'$ ), рассчитываемый по формуле (3.3), изменится между итерациями не более, чем на 1%.

$$K_t' = (\sigma_1 \cdot V_{f0}) / (\sigma_0 \cdot V_f) \quad (3.3)$$

Здесь  $\sigma_1$  и  $V_f$  – значения напряжения в направлении волокна и объёмной доли волокон в элементе, а  $\sigma_0$  и  $V_{f0}$  – усредненные значения  $\sigma_1$  и  $V_f$  для области, где прикладывается нагрузка.

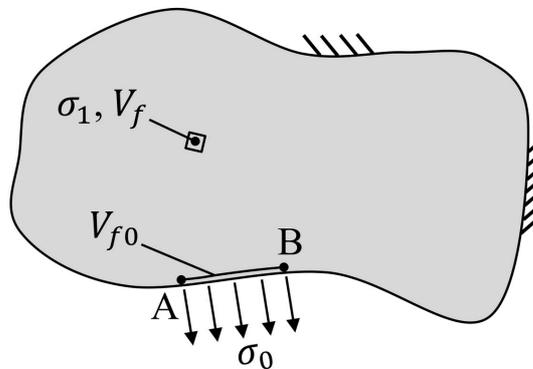


Рис. 3.11 Общая схема модели и граничных условий

На рис. 3.11 схематично показана область  $AB$ , к которой прикладывается нагрузка. Для этой области вычисляются усредненные значения  $\sigma_0$  и  $V_{f0}$ , чтобы использовать их для расчёта эффективного коэффициента концентрации напряжений. Стоит отметить, что часто объёмная доля волокон и напряжение в направлении волокна в зоне  $AB$  не являются постоянными. Это происходит, когда нагрузка задаётся, например, в виде перемещения, и по этой причине для расчёта

эффективного коэффициента концентрации напряжений применяются усредненные значения  $\sigma_0$  и  $V_{f0}$ .

В данной работе в качестве критерия сходимости для итерационного процесса моделирования композитных структур с криволинейным армированием используется  $K'_t$ , поскольку стандартный коэффициент концентрации напряжений ( $K_t$ ) не позволяет учесть неоднородность объёмной доли волокон при расчёте напряжения «на волокно». Например, при одинаковом напряжении в направлении волокон в двух зонах с различной объёмной долей волокон обычный коэффициент концентрации напряжений будет для этих двух зон одинаковым. Однако, для зоны с меньшей объёмной долей волокон напряжение в пересчёте на волокно и коэффициент концентрации в форме (3.3) будет выше, а следовательно, предел прочности ниже.

Если траектории волокон параллельны (на удалении от концентратора), то расчёт расстояния между ними является точным. Однако, траектории вблизи концентраторов напряжений искривляются и становятся непараллельными, поэтому возникает погрешность в вычислении расстояния между ними и приходится контролировать точность моделирования композитных структур переменной жёсткости. На рис. 3.10 (б) показаны две непараллельные траектории волокон для  $t$ -го домена. Расстояние  $(a_{t1} + a_{t2} + b_{t1} + b_{t2})/2$  назначается  $t$ -му домену, и объёмная доля волокон рассчитывается в зависимости от этого расстояния. Объёмная доля волокон однородна в пределах всего домена и присваивается элементам конечно-элементной модели, если их центр располагается в  $t$ -м домене. Если центр элемента находится вблизи центра координат локальной системы координат  $(1_t - 2_t)$ , то реальное расстояние между траекториями для элемента можно принять  $(a_{t1} + a_{t2} + b_{t1} + b_{t2})/2$ , что совпадает с расстоянием, которое присваивается  $t$ -му домену. Однако, если центр элемента располагается вдали от начала локальной системы координат  $(1_t - 2_t)$ , например, центр смещён влево от начала координат в направлении оси  $1_t$  и находится около вершин  $t$ -го домена с левой стороны, то реальное расстояние между траекториями волокон, как видно из рис. 3.10 (б), для элемента будет  $(a_{t1} + a_{t2})/2$ , а погрешность

расчёта составит  $|((a_{t1} + a_{t2})/2 - (a_{t1} + a_{t2} + b_{t1} + b_{t2})/2)| / ((a_{t1} + a_{t2})/2) \cdot 100\%$ . Максимальная погрешность расчёта расстояния между траекториями волокон ( $\delta_{max}$ ) для элемента в  $t$ -м домене может быть оценена по формуле (3.4). Значение  $\delta_{max}$  зависит от числа траекторий волокон и длины отрезка  $\Delta_D$ , зависящего от числа доменов (рис. 3.10 (б)). Стоит отметить, что чем меньше назначаемое значение  $\delta_{max}$ , тем больше требуется времени на моделирование композитной структуры. Чтобы достичь баланса между точностью вычисления расстояния между траекториями волокон и временем расчёта, было принято использовать  $\delta_{max} \leq 5\%$ . Следовательно, число траекторий волокон и  $\Delta_D$  назначаются пользователем при моделировании композитной структуры переменной жёсткости, чтобы получить заданную точность.

$$\begin{aligned} \delta_{max} &= \text{максимум из} \begin{cases} (|a_t - (a_t + b_t)/2|) / a_t \cdot 100\% \\ (|b_t - (a_t + b_t)/2|) / b_t \cdot 100\% \end{cases} = \\ &= \text{максимум из} \begin{cases} (|a_t - b_t|) / (2 \cdot a_t) \cdot 100\% \\ (|b_t - a_t|) / (2 \cdot b_t) \cdot 100\% \end{cases} \end{aligned} \quad (3.4)$$

где  $a_t = a_{t1} + a_{t2}$  и  $b_t = b_{t1} + b_{t2}$ .

Таблица 3.1 Коэффициенты концентраций напряжений для композитных пластин с криволинейным армированием

$\Delta_t$	7.5	15	30	3000
$K_{tmax}$	3.16	2.53	1.92	1.79
$K'_{tmax}$	2.61	2.08	1.58	1.66
Траектории волокон	рис. 3.12 (а)	рис. 3.12 (б)	рис. 3.12 (в)	рис. 3.12 (г)

Распределение траекторий волокон значительно влияет на эффективность криволинейного армирования. Как было описано выше, траектории могут по-разному искривляться за счёт изменения местоположения точки  $G$  (рис. 3.9). Для выявления этого влияния были смоделированы различные композитные структуры переменной жёсткости с разным положением  $\Delta_t$ , где  $\Delta_t = R/HG$ . Здесь  $R$  – радиус отверстия в пластине, а  $HG$  – длина отрезка от точки  $H$  до точки  $G$ . Распределения траекторий волокон, полученные при моделировании композитных пластин с разными  $\Delta_t$ , показаны на рис. 3.12, а соответствующие им коэффициенты

концентрации напряжений приведены в таблице 3.1. Как видно из результатов, коэффициенты концентрации напряжений имеют явную зависимость от  $\Delta_t$ , и они достигают минимума, когда  $\Delta_t \rightarrow \infty$  или  $HG = 0$ . Таким образом, установлено, что чем ниже жёсткость пластины вблизи отверстия, достигаемая за счёт криволинейности волокон, а именно, увеличения угла ориентации волокна относительно направления нагрузки и уменьшения объёмной доли волокон, тем выше её эффективность (рис. 3.12 и таблица 3.1). По этой причине моделирование распределения траекторий волокон при дальнейшем проектировании композитных структур переменной жёсткости (глава 4) проводилось при условии  $HG = 0$ .

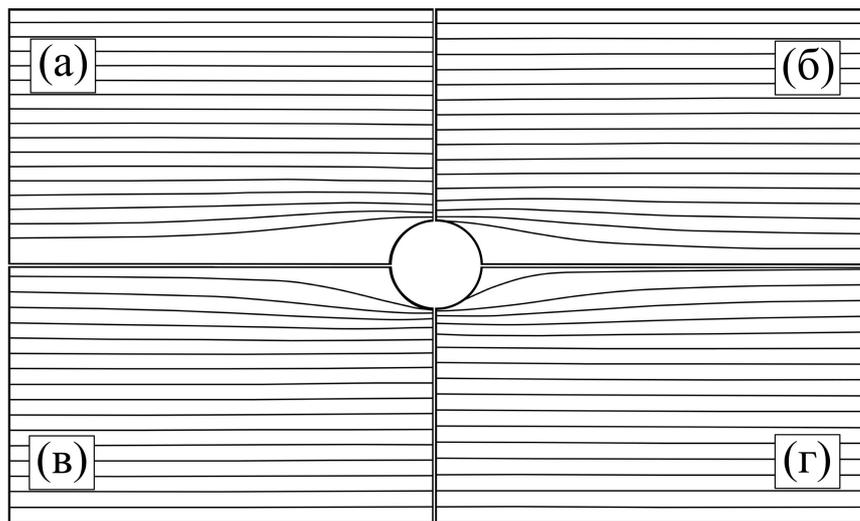


Рис. 3.12 Распределения траекторий волокон, используемые при моделировании пластины с отверстием и полученные при разном параметре  $\Delta_t$ :  $\Delta_t = 7.5$  - (а),  $\Delta_t = 15$  - (б),  $\Delta_t = 30$  - (в),  $\Delta_t = 3000$  - (г)

Для анализа влияния конечно-элементных сетей на точность моделирования композитных пластин с отверстием, армированных криволинейными волокнами, было использовано четыре вида сетей с разным числом элементов, которые показаны на рис. 3.13. Анализ выполнялся для пластины с отверстием, находящейся под действием одноосного растягивающего растяжения. Криволинейные траектории волокон и неоднородные свойства материала для рассматриваемых пластин моделировались с помощью методов, описанных выше, в этой главе. Для всех созданных конечно-элементных моделей рассчитаны максимальные коэффициенты концентрации напряжений, и на рис. 3.14 показаны

зависимости этих коэффициентов от числа элементов. Установлено, что максимальные значения коэффициентов концентрации напряжений при переходе от конечно-элементной сетки с числом элементов 3636 (рис. 3.13 (в)) к сетке с числом 7034 (рис. 3.13 (г)) изменяются одновременно не более, чем на 2%, что приемлемо для принятия решения о достаточно мелком разбиении. Стоит заметить, что при других размерах пластины число элементов может измениться, поэтому для контроля качества конечно-элементных моделей может использоваться параметр  $D/L_E$ , где  $D$  – диаметр отверстия, а  $L_E$  – длина грани элемента, расположенного в зоне с максимальной концентрацией напряжений. На основе полученных результатов рекомендуется использовать  $D/L_E \geq 50$  (рис. 3.14).

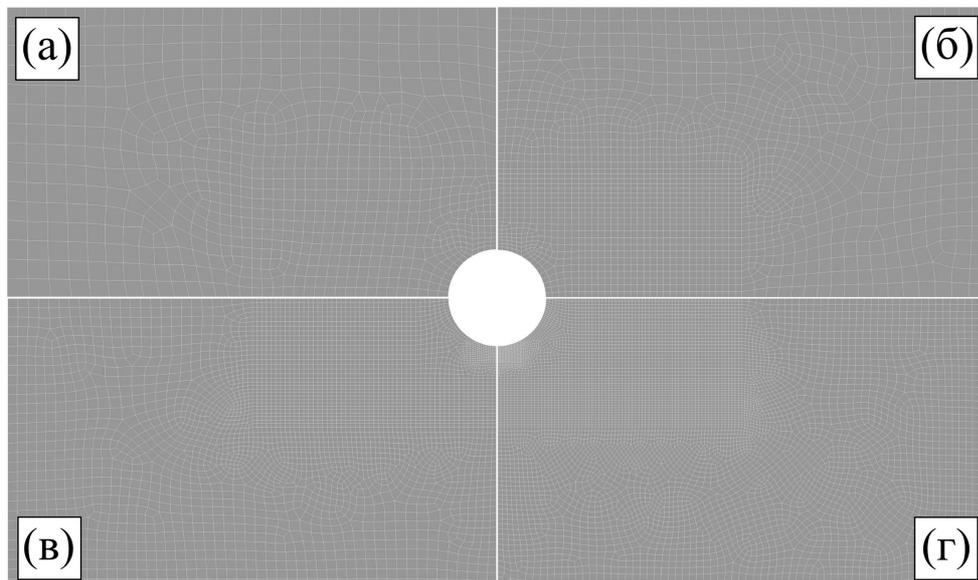


Рис. 3.13 Конечно-элементные модели для пластины с отверстием при числе элементов: 804 - (а), 1775 - (б), 36363 - (в), 7034 - (г)

Распределение траекторий волокон на предварительном этапе зависит от выбора материала, используемого при начальном моделировании структуры (рис. 3.1). На этом этапе можно применять различные материалы. В качестве изотропного материала была выбрана сталь, свойства которой следующие:  $E = 200$  ГПа и  $\mu = 0.3$ . Кроме того, можно использовать ортотропный однонаправленный материал IM7/8552 с объёмной долей волокон 57.7% (раздел 2.3), в котором ориентация волокон совпадает с направлением нагрузки. Как показывают результаты, полученные для пластин со свободным отверстием, находящихся по действием растягивающей нагрузки, коэффициенты концентрации напряжений по

окончании итерационного процесса моделирования будут различаться на 2.5%, если применять выбранные материалы (изотропный и ортотропный). В этой связи на предварительном этапе для простоты моделирования структуры был использован изотропный материал.

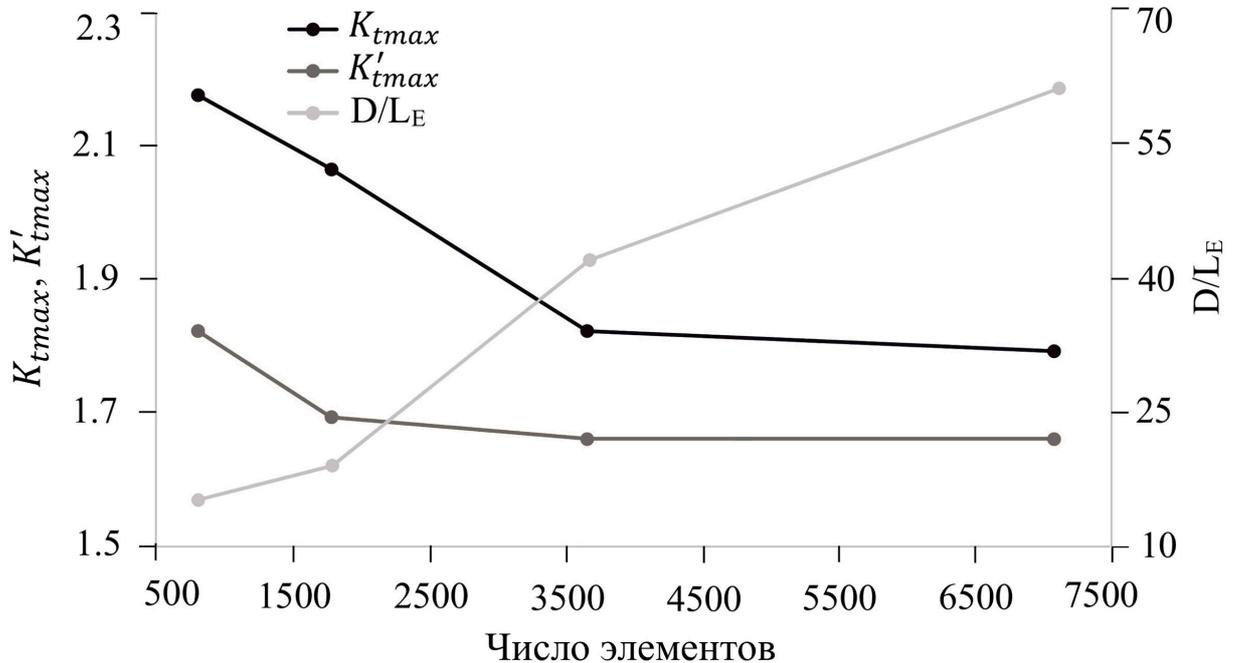


Рис. 3.14 Зависимости максимальных коэффициентов концентрации от числа элементов

### 3.5. Моделирование прогрессирующего разрушения

В ранних работах для определения несущей способности композитных конструкций использовались различные критерии прочности для условия первого разрушения в одном из слоёв. Однако применение таких критериев приводило к слишком консервативной оценке несущей способности конструкций, что вынуждало разрабатывать более точные методы расчёта. Один из таких методов был применен в данной работе для того, чтобы повысить точность расчёта на прочность рассматриваемых композитных пластин с разной структурой армирования.

Анализ прогрессирующего разрушения для композитных пластин, армированных непрерывными волокнами с однонаправленным или криволинейным расположением, выполнен методом деградации свойств материала (МДСМ). В этом методе предполагается, что с началом разрушения композита его

свойства начинают деградировать в зависимости от механизма разрушения. Следовательно, при постепенном увеличении нагрузки (на каждом шаге нагрузки) с целью обнаружения начала разрушения для каждого элемента рассчитывается критерий прочности (в данном случае критерий Хашина). Свойства материала в элементах конечно-элементной модели снижаются, если в них выполняется условие  $\zeta_m \geq 1$  и/или  $\zeta_f \geq 1$ , а для оставшихся элементов свойства не меняются, поскольку в них не происходит разрушения ( $\zeta_m < 1$  и/или  $\zeta_f < 1$ ). После назначения новых свойств материала нагрузка снова увеличивается, и анализ накопления повреждения материала продолжается на каждом следующем уровне нагрузки. Такое прогрессирующее разрушение представляет собой итерационный процесс, и он завершается при нарушении целостности структуры. Подобные подходы реализованы в различных МДСМ [124-134], и общая схема подхода показана на рис. 3.15.

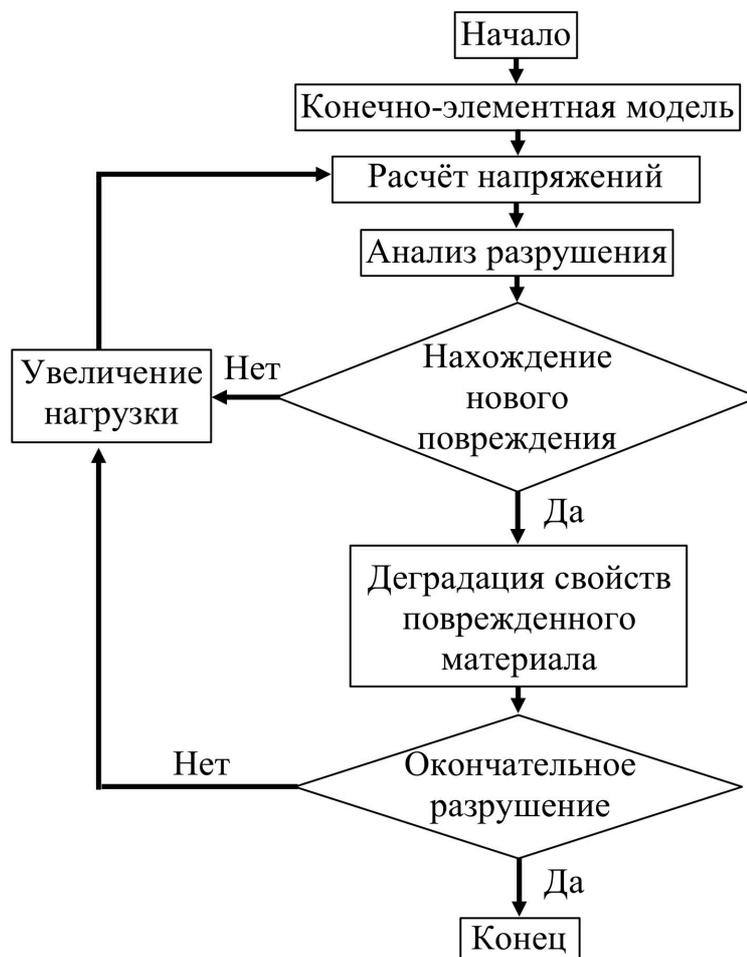


Рис. 3.15 Общая схема метода деградации свойств материала

В качестве критерия разрушения в МДСМ используется критерий Хашина, представленный ранее в таблице 2.3. По этому критерию разрушение матрицы наступает при выполнении условия  $\zeta_m \geq 1$ , а для волокна при  $\zeta_f \geq 1$ . Если одно из условий (или оба одновременно) этого критерия разрушения выполняется, то свойства материала деградируют и уменьшаются от значений  $E_1, E_2, G_{12}$  и  $\mu_{12}$  до  $E'_1, E'_2, G'_{12}$  и  $\mu'_{12}$ . Деградация материала реализуется за счёт коэффициентов деградации ( $D_1^T, D_1^C, D_2^T, D_2^C, D_4^T$  и  $D_4^C$ ), которые зависят от механизма разрушения. Связь свойств материала в первоначальном и деградированном состояниях приведена в таблице 3.2. Стоит отметить, что применяются различные концепции моделирования прогрессирующего разрушения, согласно которым свойства материала могут деградировать как мгновенно, так и непрерывно. Поскольку моделирование прогрессирующего разрушения находится в хорошем согласии с экспериментальными результатами [127, 128, 6] при использовании мгновенного снижения свойств пропорционально коэффициентам деградации, эти коэффициенты были выбраны для моделирования МДСМ:  $D_1^T = 0.07, D_1^C = 0.14, D_2^T = D_4^T = 0.2, D_2^C = D_4^C = 0.4$  [125, 126]. В соответствии с рекомендациями [126] шаг приращения напряжения между итерациями составлял 10 МПа.

Таблица 3.2 Изменение упругих свойств пропорционально коэффициентам деградации

Тип разрушения	Свойства материала при деградации
Разрушение матрицы при растяжении	$E'_2 = D_2^T \cdot E_2, G'_{12} = D_4^T \cdot G_{12}$
Разрушение матрицы при сжатии	$E'_2 = D_2^C \cdot E_2, G'_{12} = D_4^C \cdot G_{12}$
Отрыв волокна из матрицы при сдвиге	$G'_{12} = \mu'_{12} = 0$
Разрушение волокна при растяжении	$E'_1 = D_1^T \cdot E_1$

Разрушение волокна при сжатии	$E'_1 = D_1^C \cdot E_1$
-------------------------------	--------------------------

### Выводы по главе 3

Разработан алгоритм итерационного построения композитных структур с криволинейными траекториями волокон, согласующимися с неоднородными полями напряжений. Оценена точность вычисления коэффициентов концентрации напряжений (традиционного и в пересчете «на волокно») в зависимости от густоты применяемой сетки конечных элементов. Реализована процедура учёта накопления повреждений в процессе нагружения путем использования коэффициентов деградации локальных свойств при возникновении разрушений волокон или связующего.

#### 4. АНАЛИЗ КОНЦЕНТРАЦИЙ НАПРЯЖЕНИЙ И ПРОГРЕССИРУЮЩЕГО РАЗРУШЕНИЯ В КОМПОЗИТНЫХ ПЛАСТИНАХ С РАЗЛИЧНЫМ АРМИРОВАНИЕМ

Данная глава посвящена моделированию композитных пластин с различными: 1. концентраторами напряжений, 2. видами нагружения и 3. армирований. Проведён анализ влияния неоднородной структуры армирования на механическое поведение композитов переменной жёсткости. Рассчитаны напряженно-деформированные состояния и предельные нагрузки для композитных пластин, армированных как однонаправленными волокнами, так и криволинейными.

##### 4.1. Пластины со свободным отверстием

Чтобы оценить эффективность перехода в композитных материалах от однонаправленного армирования к криволинейному, были рассмотрены симметричные, прямоугольные пластины с отверстием, свободным от напряжений. Размеры этих пластин показаны на рис. 4.1 (а), а значения размеров приведены в таблице 4.1, где  $L$  и  $W$  – длина и ширина пластины, соответственно, а  $D$  – диаметр отверстия.

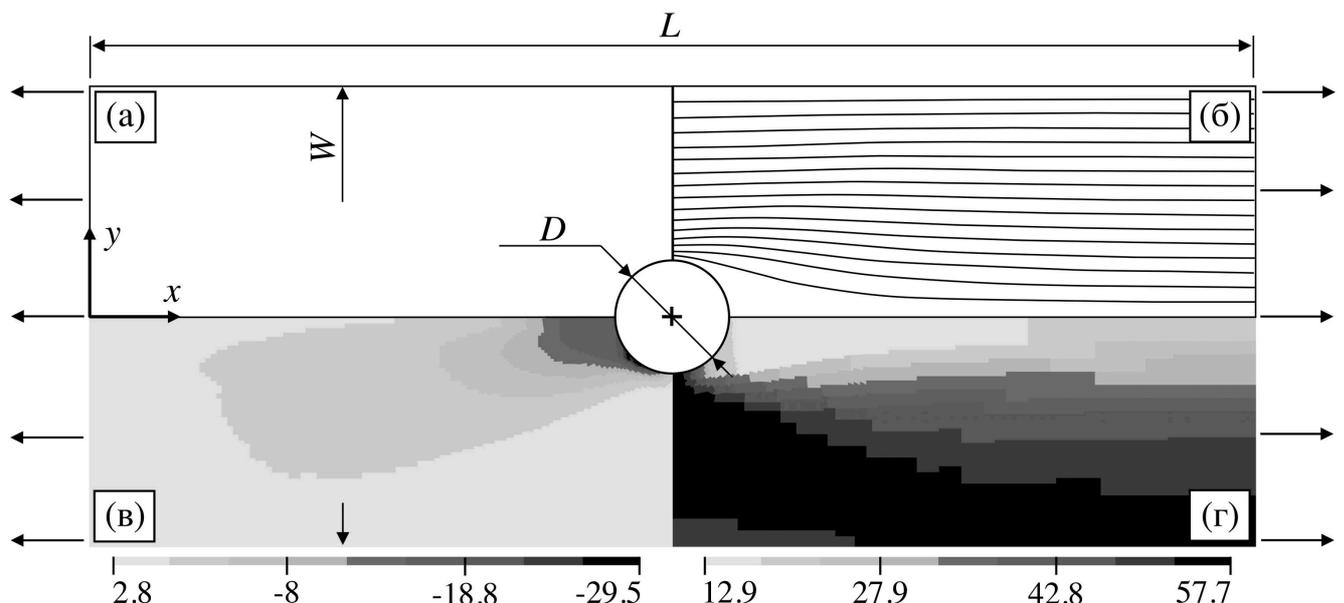


Рис. 4.1 Размеры - (а), а также распределения траекторий - (б), ориентаций ( $^{\circ}$ ) - (в) и объёмной доли волокон (%) - (г) для типа образца С-3

Проанализированы пластины с двумя разными типами армирований, а именно, с криволинейным и однонаправленным. Композитная пластина с криволинейным армированием моделировалась с помощью траекторий волокон, направленных вдоль максимальных главных напряжений, где каждому элементу назначалась своя ориентация и объёмная доля волокон в зависимости от распределения траекторий, построенных, как описано в главе 3. Максимальная объёмная доля волокон для пластин с криволинейным армированием составляла 57.7%. Для моделирования пластин с однонаправленным ортотропным материалом использовалась однородная объёмная доля волокон (57.7%), при этом все волокна были ориентированы вдоль оси  $x$  (рис. 4.1). В качестве материала для рассматриваемых пластин был использован углепластик IM7/8552, чьи свойства приведены в главе 2.

Из-за симметрии: материала, геометрии пластины и граничных условий создавалась и анализировалась только верхняя, левая четверть пластин ( $0 \leq x \leq L/2$  и  $0 \leq y \leq W/2$ ). Граничные условия для пластин соответствовали испытанию на растяжение, где нагрузка прикладывалась в виде равномерного перемещения границы (стороны) при  $x = 0$  вдоль оси  $x$ . Ограничения перемещения для моделируемой части пластины в направлении оси  $y$  были при  $y = 0$ , а в направлении оси  $x$  при  $x = L/2$  (рис. 4.1).

Таблица 4.1 Тип образца, размеры и структуры армирования композитных пластин

Тип образца	$D$ (мм)	$L$ (мм)	$W$ (мм)	Тип армирования
C-1	6	60	9	Криволинейное
C-2	6	60	15	Криволинейное
C-3	6	60	24	Криволинейное
C-4	6	60	36	Криволинейное
UD-1	6	60	9	Однонаправленное
UD-2	6	60	15	Однонаправленное
UD-3	6	60	24	Однонаправленное
UD-4	6	60	36	Однонаправленное

После моделирования пластин с криволинейным армированием были получены распределения неоднородных свойств материала. Вычисленные поля распределений траекторий, ориентаций и объёмной доли волокон для образца типа С-3 показаны на рис. 4.1 (б), (в) и (г). Для остальных пластин (С-1, С-2 и С-4) распределения изменений свойств материала оказались сходными с С-3.

Затем, применяя граничные условия, для рассматриваемых пластин с различным армированием были рассчитаны значения максимальных коэффициентов концентрации напряжений в направлении волокон для исследуемых пластин, которые приведены на рис. 4.2. Из полученных результатов видно, что коэффициенты концентрации напряжений снижаются при увеличении отношения ширины пластины к диаметру отверстия, при этом разница между значениями  $K_t$  и  $K'_t$  также уменьшается для пластин с криволинейным армированием. Эффективный коэффициент концентрации напряжений (в расчёте на волокно) значительно снижается при переходе от однонаправленного армирования к криволинейному. Например, для пластины с  $W/D = 6$  (С-4) снижение  $K'_t$  за счёт изменения армирования составляет 359%. Так как  $V_f = V_{f0}$  для пластин с однонаправленным армированием, то для этих пластин  $K_t = K'_t$ .

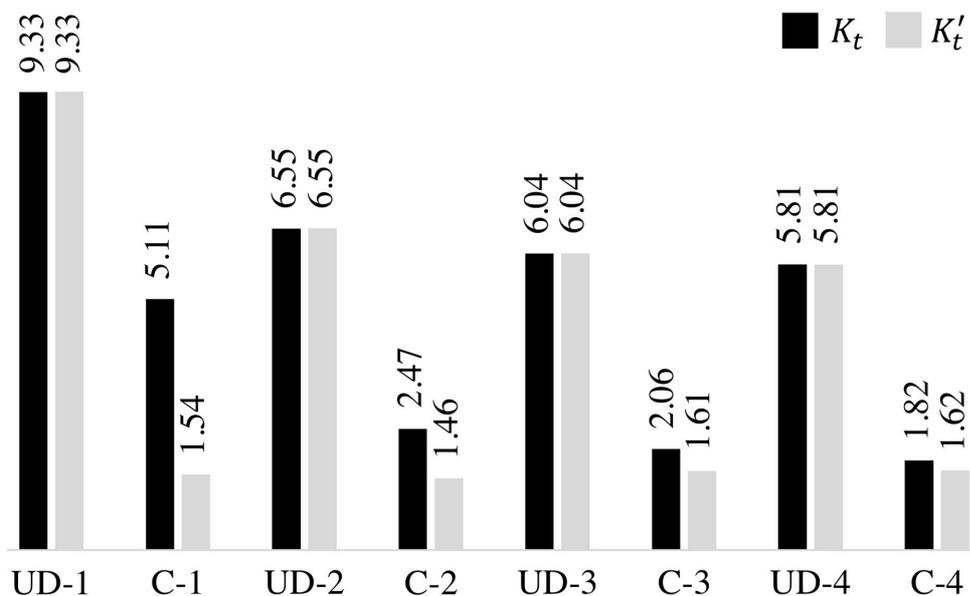


Рис. 4.2 Максимальные коэффициенты концентраций напряжений ( $K_t$ ) и максимальные эффективные коэффициенты концентраций напряжений ( $K'_t$ ) в направлении волокон для всех типов пластин

Значения поперечных и касательных напряжений показаны на рис. 4.3. Эти напряжения были вычислены при нагрузке, когда растягивающее напряжение составляло 1 МПа. Как видно из рисунка, напряжения поперёк волокон близки друг другу для пластин с разным армированием, но с одинаковой геометрией пластин, в то время как касательные напряжения для пластин с криволинейным армированием всегда меньше, чем для пластин с однонаправленным армированием. Это связано с тем, что в пластинах с криволинейным армированием траектории волокон ориентированы в направлении максимального главного напряжения, и поэтому фактически касательные напряжения минимизируются. Разница значений касательного напряжения особенно заметна между типами образцов UD-4 и C-4, где касательное напряжение снижается в 9 раз за счёт перехода от стандартного прямолинейного армирования к криволинейному. Поля напряжений и коэффициентов концентрации напряжений для типов образцов C-3 и UD-3 показаны на рис. 4.4 и 4.5.

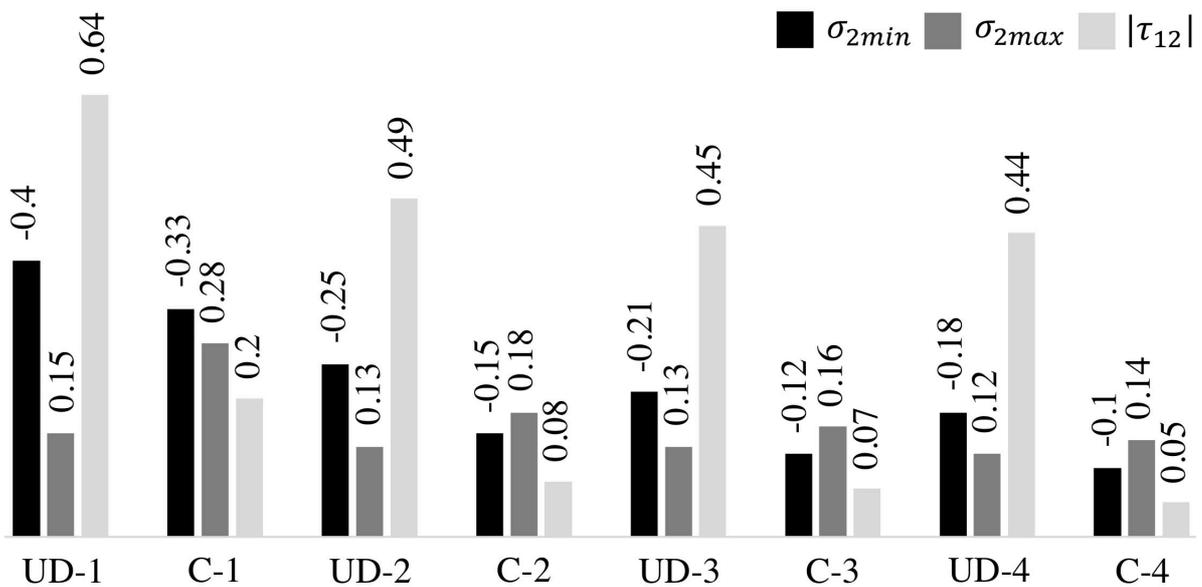


Рис. 4.3 Значения минимальных ( $\sigma_{2min}$ ) и максимальных ( $\sigma_{2max}$ ) напряжений поперёк волокон (МПа), а также касательных напряжений ( $\tau_{12}$ ) (МПа) для различных типов пластин

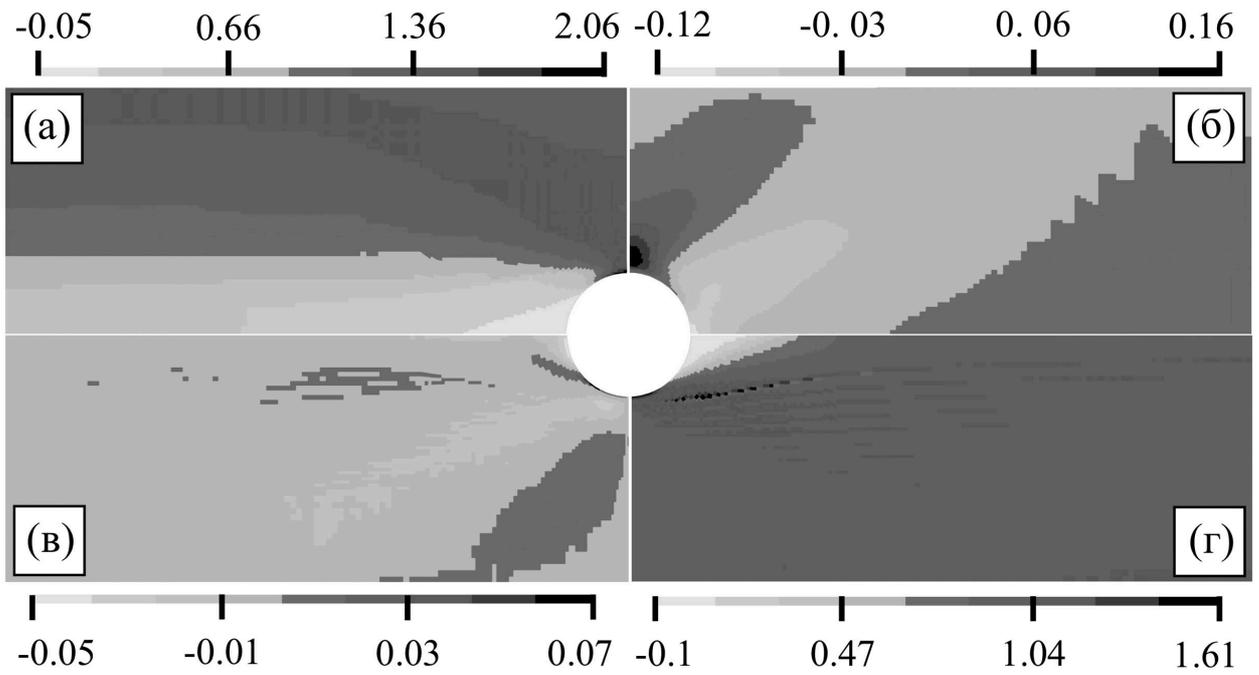


Рис. 4.4 Напряжение в направлении волокон (МПа) - (а), напряжение поперёк волокон (МПа) - (б), касательное напряжение (МПа) - (в) и эффективный коэффициент концентрации напряжений - (г) для образца типа С-3

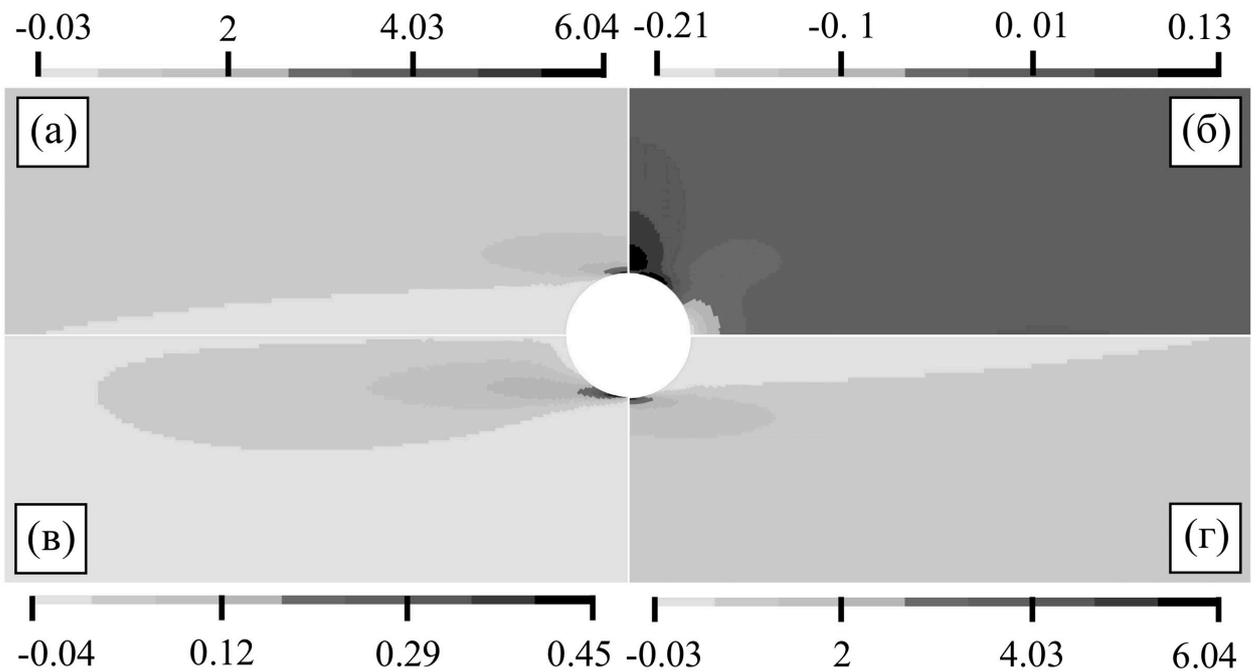


Рис. 4.5 Напряжение в направлении волокон (МПа) - (а), напряжение поперёк волокон (МПа) - (б), касательное напряжение (МПа) - (в) и эффективный коэффициент концентрации напряжений - (г) для образца типа UD-3

Прогрессирующее разрушение моделировалось для рассматриваемых пластин с помощью метода деградации свойств материала, подробно описанного в

главе 3. После моделирования прогрессирующего разрушения были получены следующие результаты. На рис. 4.6 показаны значения нагрузки, при которой начинались разрушения матрицы (MF) и волокна (FF), а также достигался предел пропорциональности (PL) для композитных пластин с разным типом армирования. Как видно из результатов, для пластин с  $W/D \geq 4$  значения MF, FF и PL возрастают примерно в 2, 4 и 3 раза, соответственно, при замене однонаправленного армирования на криволинейное. В первую очередь увеличение MF и частично FF связано с уменьшением касательных напряжений от изменения армирования, поскольку в используемый критерий разрушения Хашина для определения начала повреждения материала (матрицы и волокна) входит выражение  $(\tau_{12}/S_{12})^2$ . Так как эффективный коэффициент концентрации напряжений в направлении волокна существенно уменьшается в композитных структурах с криволинейным армированием, то это способствует повышению значений FF и PL для пластин переменной жёсткости. Следовательно, снижение концентраций напряжений (рис. 4.2 и 4.3) означает, что начало разрушений матрицы и волокна происходит всегда при большей нагрузке для пластин с криволинейным армированием, чем для композитных пластин с однонаправленным армированием. Поэтому пластины переменной жёсткости обеспечивают повышение эффективности использования прочных волокон, а значит, оказываются более безопасными и надёжными при эксплуатации композитных конструкций.

Предел пропорциональности может быть использован при оценке композитных структур, чтобы понять, насколько количественно увеличится эффективность композитов за счёт изменения структуры армирования. При испытаниях [135,136] было показано, что число импульсов акустической эмиссии для композитных пластин с концентратами напряжений возрастает только после превышения предела пропорциональности на диаграмме «напряжение-перемещение». Это означает, что когда нагрузка превышает предел пропорциональности, то в композитной структуре начинают возникать необратимые повреждения. Таким образом, эксплуатация композитных

конструкций до превышения предела пропорциональности обеспечит их безопасность и надежность.

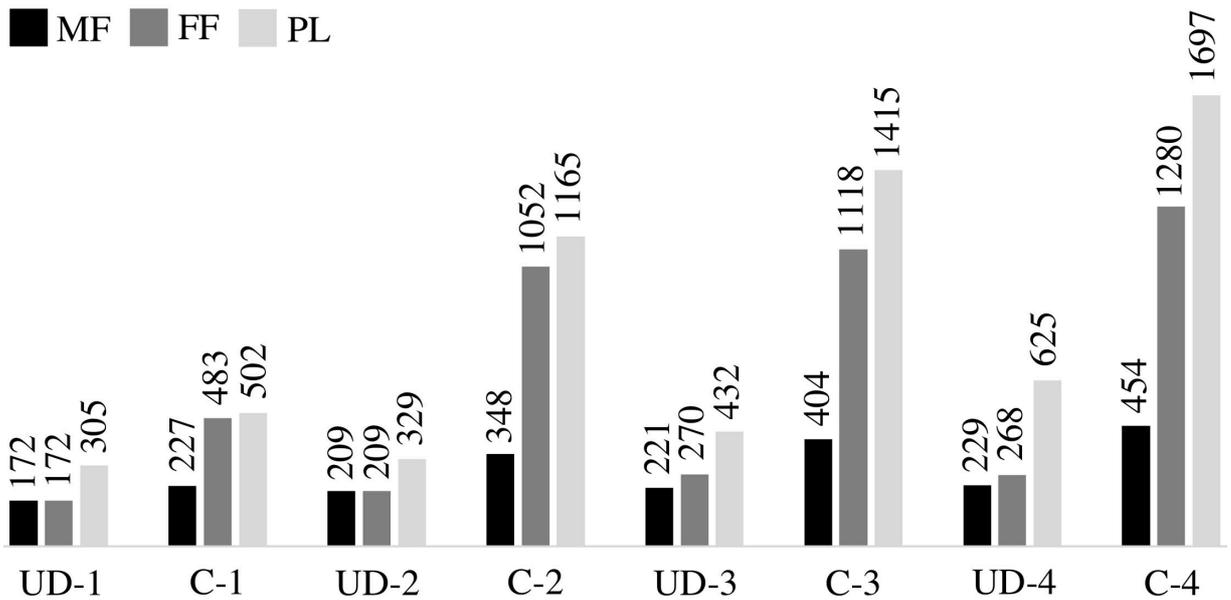


Рис. 4.6 Значения нагрузки (МПа), при которой начинается разрушение матрицы (MF) и волокна (FF), а также достигается предел пропорциональности (PL) для пластин с различной структурой армирования

Стоит отметить, что при статическом нагружении главной характеристикой композитной конструкции является предельная нагрузка. Однако, если незначительно снизить уровень нагрузки на конструкцию относительно её предельной нагрузки при циклическом нагружении, то это приведёт к существенному увеличению критического числа циклов [137-139]. По всей видимости, накопление повреждений при уровнях нагрузки от предела пропорциональности до предельной (максимальной) нагрузки играет решающую роль при циклическом нагружении. Поскольку композитные конструкции широко используются в авиационной и в аэрокосмической отраслях, на них действуют главным образом циклические нагрузки, и поэтому предел пропорциональности является более надёжным критерием для оценки эффективности композитных конструкций, чем предельная нагрузка.

На рис. 4.7 приведены диаграммы «напряжение-перемещение» для типов образцов C-3 и UD-3. Как видно из результатов, первоначально жёсткость для типа образца UD-3 выше, чем для C-3. Это связано с тем, что волокна в зоне A ( $0 \leq x \leq$

$L/2$  и  $D/2 \leq y \leq W/2$ ) для моделируемой пластины С-3 не сразу становятся прямолинейными и направленными вдоль оси  $x$  (рис. 4.1), а объёмная доля волокон в этой зоне не везде максимальна. По этой причине в начале диаграммы «напряжения-перемещения» жёсткость для композитных пластин с криволинейным армированием ниже, чем для пластин с однонаправленным армированием. С другой стороны, локальное снижение жёсткости для пластин с криволинейным армированием в зоне  $B$  ( $0 \leq x \leq L/2$  и  $0 \leq y \leq D/2$ ) позволяет перераспределить нагрузку от концентратора напряжений на более жёсткий участок пластины, где волокна параллельны друг другу (рис. 4.1 (б)), и поэтому удается снизить концентрацию напряжений в пластинах переменной жёсткости.

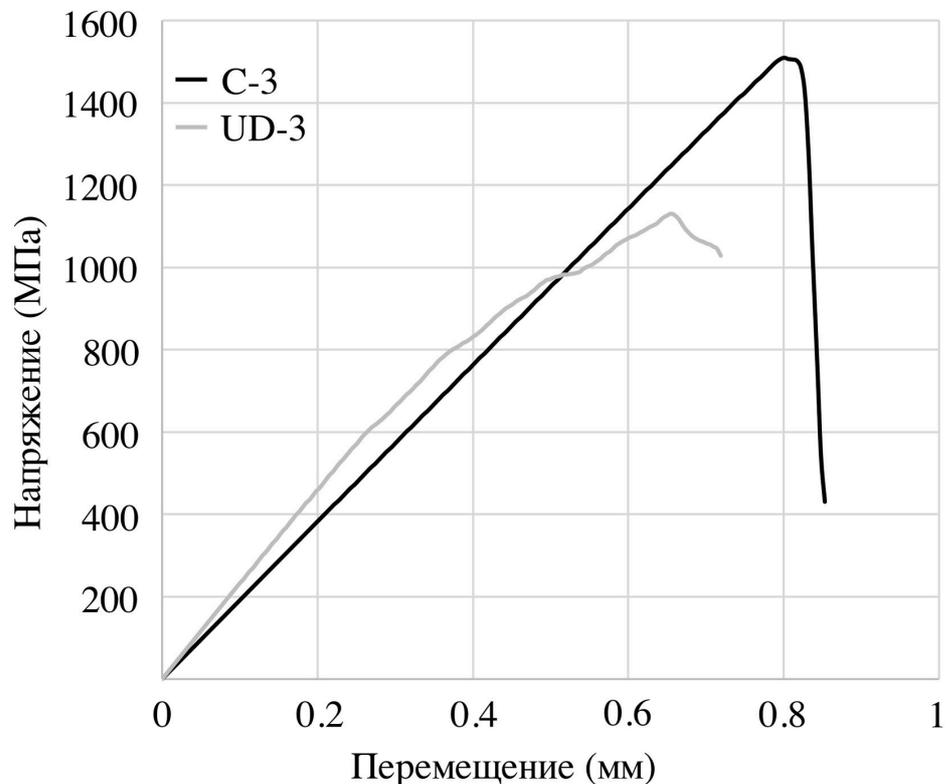


Рис. 4.7 Диаграмма «напряжение-перемещение» для типов образцов С-3 и UD-3

В процессе разрушения матрицы и волокон в рассматриваемых образцах начинается постепенное накопление повреждений, что приводит к снижению жёсткости пластины. Так как в образце типа С-3 начало разрушения матрицы и волокон происходит при значительно большей нагрузке, чем в образце типа UD-3, а предел пропорциональности находится практически рядом с максимальной нагрузкой, то участок с падением жёсткости, вызванным накоплением

повреждений, практически отсутствует. Однако, для образца типа UD-3 снижение жёсткости занимает существенный участок на диаграмме «напряжение-перемещение» из-за раннего начала разрушения матрицы и волокон. Процесс накопления повреждений для образцов типов C-3 и UD-3 показан на рис. 4.8 и 4.9, соответственно. На рис. 4.8 (в) и рис. 4.9 (в) приведены поля разрушений при предельной (максимальной) нагрузке, а на рис. 4.8 (г) и рис. 4.9 (г) показаны картины окончательного разрушения пластин. В данном случае окончательное разрушение пластины соответствует ситуации, когда зона разрывов волокон распространится от контура отверстия до свободной границы пластины.

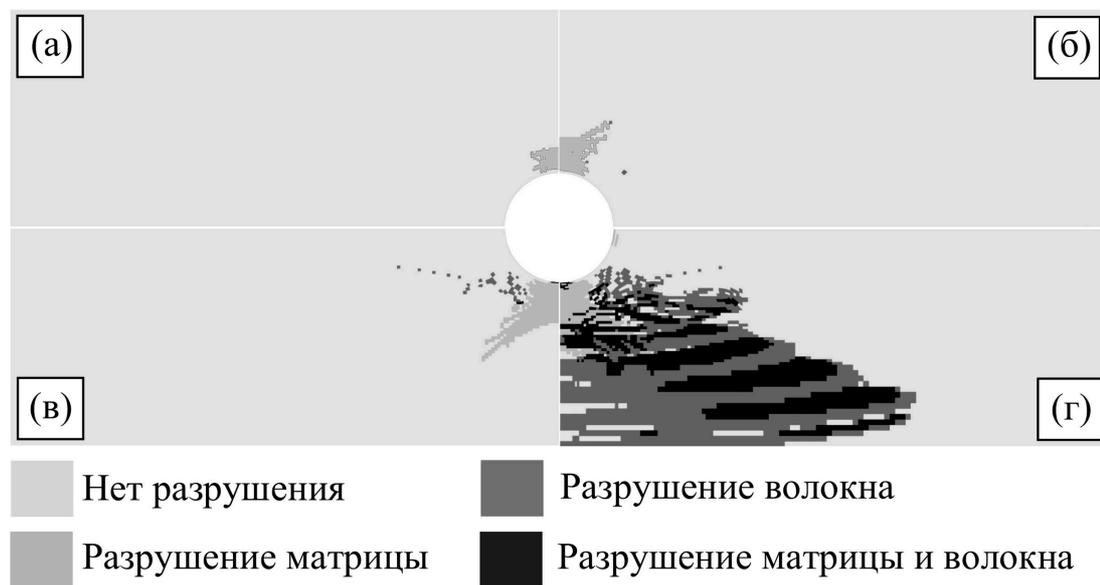


Рис. 4.8 Распределения разрушений при разном уровне нагрузки (уровне перемещения края образца) для образца типа C-3: 0.362 мм - (а), 0.598 мм - (б), 0.8 мм - (в), 0.854 мм - (г)

Моделирование прогрессирующего разрушения в композитных пластинах осуществлялось с помощью метода деградации свойств материала, когда после фиксации разрушения в элементе свойства материала в нём мгновенно деградировали в зависимости от вида разрушения. Очевидно, что при однородных полях напряжений в композитных пластинах происходит резкое падение жёсткости на диаграмме «напряжение-перемещение» после начала разрушения. Так, например, для прямоугольной пластины без концентраторов напряжений с однонаправленным армированием, совпадающим с направлением одноосной растягивающей нагрузки, жёсткость снизится после начала разрушения сразу на

93%, поскольку  $E_1' = D_1^T \cdot E_1$  (таблица 3.2), где  $D_1^T=0.07$ . Однако, ничего подобного не наблюдается на диаграмме «напряжение-перемещение» для рассмотренных композитных пластин с концентратором напряжений из-за наличия градиентных полей напряжений. Так как разрушение на каждой итерации (при разных уровнях нагрузки) реализуется не одновременно во всех элементах, локальное повреждение в материале приводит только к постепенному снижению жёсткости пластины после начала разрушения, и падение её жёсткости выглядит плавным (рис. 4.7).

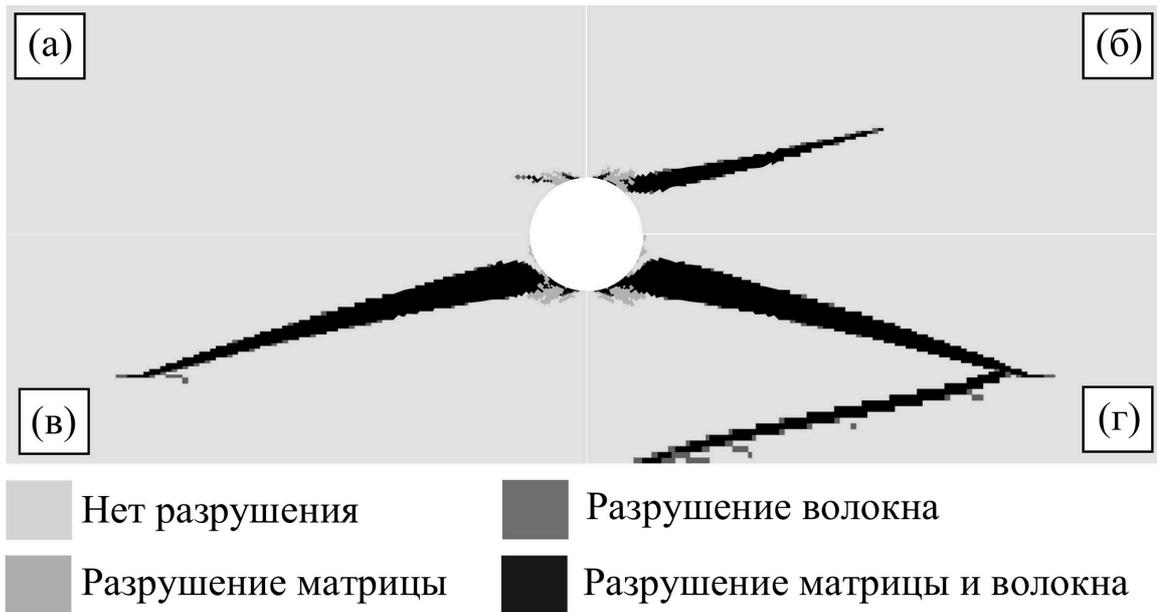


Рис. 4.9 Картины разрушений при разном уровне нагрузки (перемещения) для типа образца UD-3: 0.262 мм - (а), 0.434 мм - (б), 0.654 мм - (в), 0.718 мм - (Г)

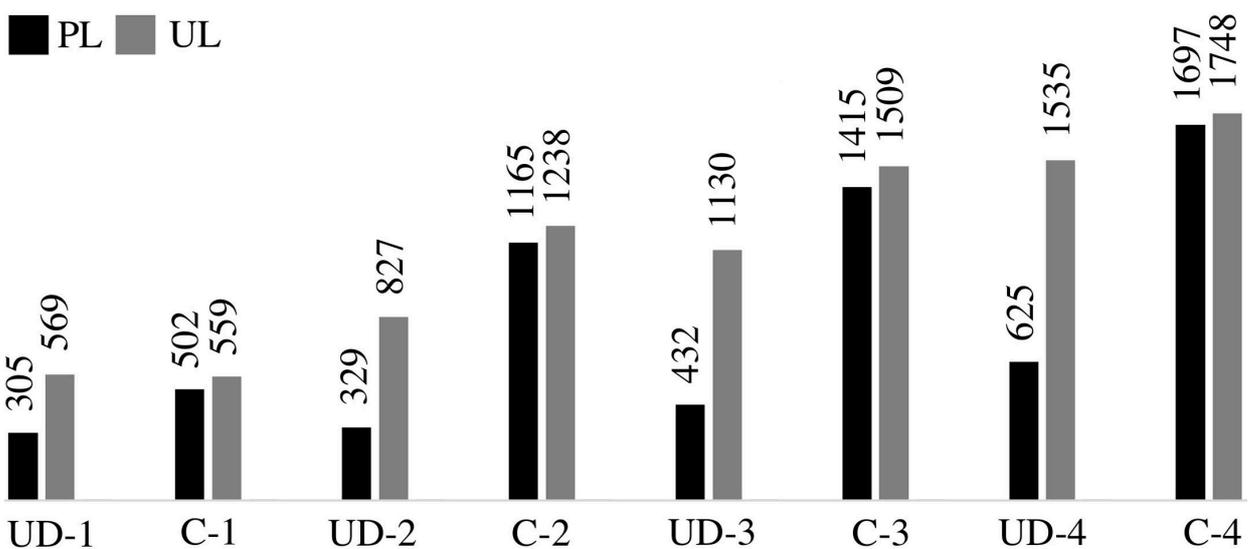


Рис. 4.10 Предел пропорциональности (PL) и максимальная нагрузка (UL) для всех типов пластин. Значения приведены в МПа

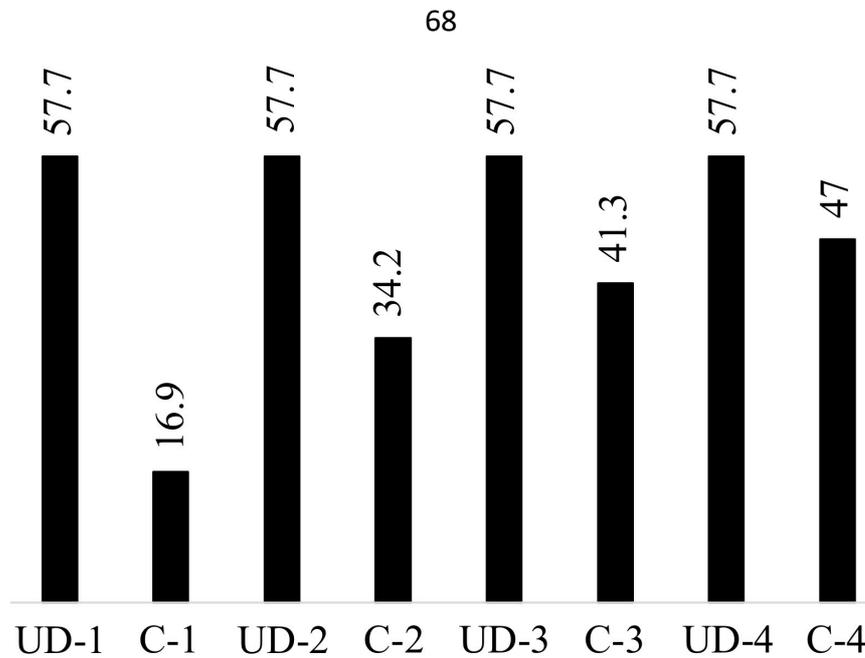


Рис. 4.11 Усреднённая объёмная доля волокон (%) вдали от отверстия

На рис. 4.10 показаны пределы пропорциональности (PL) и предельные (максимальные) нагрузки (UL) для всех типов пластин и армирований. Как видно из результатов, типы PL и UL значительно отличаются друг от друга для пластин с однонаправленным армированием, в то время как пределы пропорциональности близки к максимальной нагрузке для пластин с криволинейным армированием. С ростом отношения  $W/D$  увеличиваются PL и UL независимо от типа армирования, при этом, PL возрастает в 2.7 раза за счёт изменения армирования при  $W/D = 6$  (UD-4 и C-4) и в 3.4 раза при изменении геометрии пластины (C-1 и C-4). Влияние геометрии на PL для пластин с криволинейным армированием является существенным. Однако, из-за неоднородности объёмной доли волокон, эффективность всех пластин с криволинейным армированием в пересчёте на волокно уже практически не зависит от отношения  $W/D$ . Это можно понять из следующих соображений. На рис. 4.11 приведена усреднённая объёмная доля волокон вдали от отверстия при  $x = 0$  (рис. 4.1) для всех рассмотренных пластин. Установлено, что при увеличении отношения  $W/D$  происходит рост объёмной доли волокон ( $V_f$ ) с 17% до 47% для пластин переменной жёсткости. Таким образом, возрастает одновременно как PL, так и  $V_f$  с повышением отношения  $W/D$ . Чтобы оценить влияние числа волокон на PL, был использован эффективный предел пропорциональности, учитывающий неоднородность объёмной доли волокон и

рассчитываемый, как  $PLV_f = PL/V_f$ . Фактически такой показатель демонстрирует, какая нагрузка в расчёте на 1% объёмной доли волокон может быть достигнута пока не будет превышен предел пропорциональности.

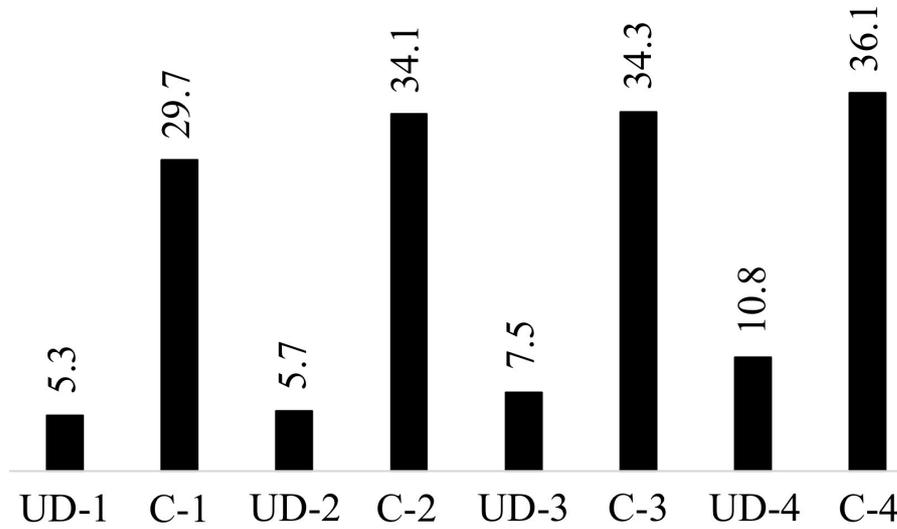


Рис. 4.12 Предел пропорциональности в пересчёте на волокно  $PLV_f$  (МПа/%)

Как видно из рис. 4.12, эффективный предел пропорциональности (обозначенный как  $PLV_f$  и равный отношению обычного предела пропорциональности к объёмной доле волокон) только незначительно изменяется из-за геометрии пластины, и его среднее значение для пластин переменной жёсткости составляет 33.6 МПа/%, а для пластин с однонаправленными волокнами 7.3 МПа/%. Стоит отметить, что поскольку объёмная доля волокон для пластин с однонаправленным армированием является однородной (рис. 4.11), то значение  $PLV_f$  для них существенно увеличивается при росте отношения  $W/D$ . Таким образом, эффективный предел пропорциональности в среднем для пластины с отверстием возрастает в 4.6 раза при замене однонаправленной структуры армирования на криволинейную.

В отличие от однонаправленного армирования криволинейное позволяет адаптировать волокна к неоднородным полям напряжений, что приводит к образованию переменной жёсткости и, следовательно, повышает эффективность композитных материалов. Более того, криволинейные волокна, изгибаясь возле концентраторов напряжений, остаются непрерывными. Для рассмотренных пластин фактически выполняется только одно из преимуществ криволинейного

армирования, а именно, наличие переменной жёсткости из-за неоднородности ориентации и объёмной доли волокон. Непрерывность волокон в данном случае не оказывает практически никакого влияния на механическое поведение пластин. Это легко понять, если рассчитать среднюю объёмную долю волокон от края отверстия до свободной кромки пластины, т.е. от точки  $(L/2, D/2)$  до точки  $(L/2, W/2)$ . Как видно из рис. 4.13, объёмная доля волокон для всех пластин находится примерно на одном уровне, а это значит, что число волокон практически одинаково в нетто сечении пластины независимо от типа армирования. Таким образом, эффективность криволинейного армирования обеспечивается только наличием переменной жёсткости.

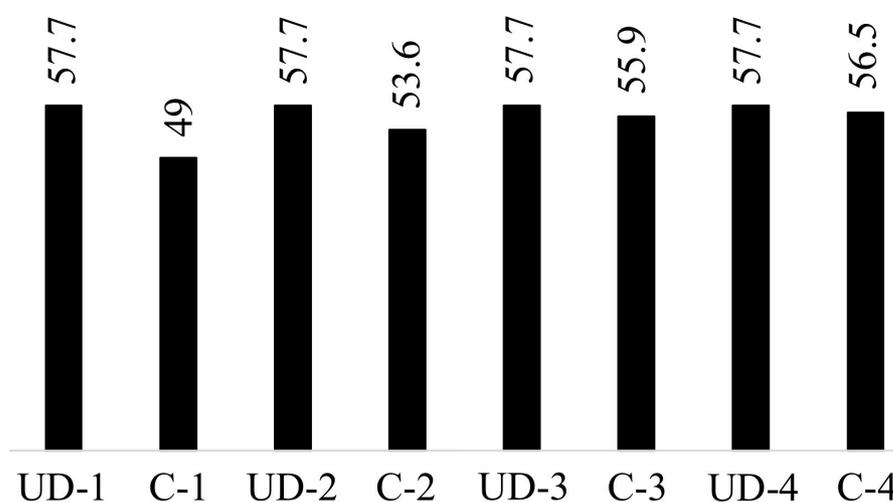


Рис. 4.13 Средняя объёмная доля волокон в нетто сечении пластины

#### 4.2. Пластины с отверстием и выточками

Для того чтобы оценить одновременное влияние переменной жёсткости и непрерывности волокон, была смоделирована пластина с отверстием и полукруглыми выточками, на которую действовала растягивающая одноосная нагрузка, направленная вдоль оси  $x$  (рис. 4.14). Так как волокна при однонаправленном армировании ориентированы вдоль оси  $x$ , ни одно волокно не остаётся целым от  $x = 0$  до  $x = 180$  мм из-за наличия концентраторов напряжений. Таким образом, к потере несущей способности пластины приводит разрушение матрицы от точки  $(45, 7.5)$  до точки  $(90, 7.5)$ . Стоит отметить, что разрушение пластины с однонаправленным армированием могло бы также происходить в виде разрыва волокон от отверстия до свободной кромки пластины (от точки  $(90, 7.5)$  до

точки (90,15)), но этот механизм разрушения происходит только для пластин с криволинейным армированием.

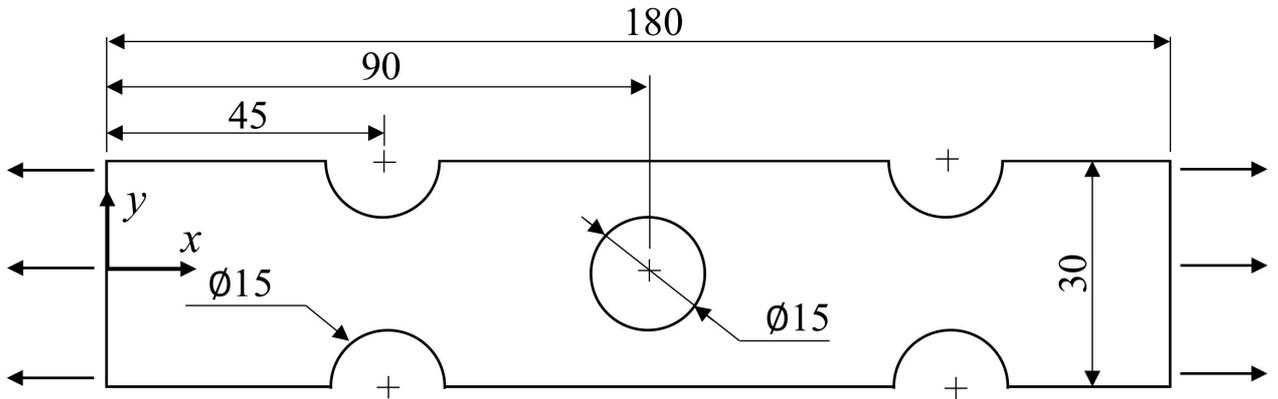


Рис. 4.14 Размеры пластины с отверстием и выточками (мм)

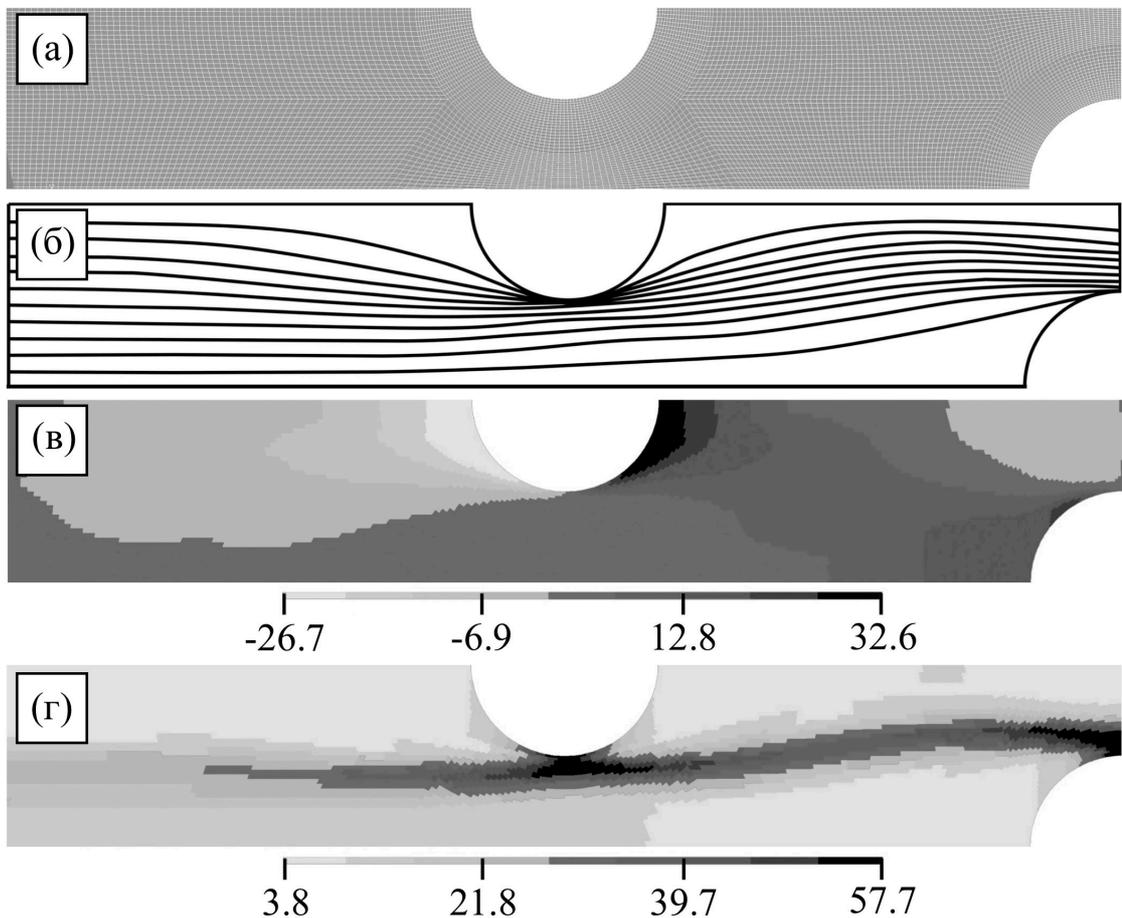


Рис. 4.15 Конечно-элементная сеть - (а), а также распределение траекторий волокон - (б), ориентации волокон ( $^{\circ}$ ) - (в) и объёмной доли волокон (%) - (г) для пластины с криволинейным армированием

Моделирование пластин было реализовано аналогично случаю пластины с отверстием. Из-за симметрии: геометрии пластины, материала и граничных условий конечно-элементарная сеть создавалась только для верхней левой части

пластины (рис. 4.15 (а)). Как видно из рис. 4.15 (б), волокна в пластине с криволинейным армированием сохраняют целостность на всём протяжении, поэтому разрушение пластины может происходить только при их разрыве. Это означает, что за счёт изменения армирования удаётся обеспечить как переменную жёсткость (рис. 4.15 (в), (г)), так и непрерывность волокон.

Обозначим для краткости однонаправленное и криволинейное армирование пластины с отверстием и выточками, как UD и C, соответственно. Из-за неоднородности объёмной доли волокон (рис. 4.15 (г)) в пластине с криволинейным армированием усредненная объёмная доля волокон при  $x = 0$  составляет 13.4%, что в 4.3 раза меньше, чем для однонаправленного армирования.

После приложения к пластинам граничных условий были получены распределения коэффициентов концентраций напряжений, а также поперечных и касательных напряжений (рис. 4.16 и 4.17). Нагрузка в виде перемещения прикладывалась при  $x = 0$  таким образом, чтобы усредненное напряжение вдоль оси  $x$  равнялось 1 МПа. Максимальный коэффициент концентрации напряжений в направлении волокон для однонаправленного армирования равен 10.9, а для криволинейного армирования 6.66 (рис. 4.16 (а)), что в 1.64 раза меньше. Поскольку объёмная доля волокон при однонаправленном армировании однородна, то коэффициент концентрации напряжений и эффективный коэффициент концентрации напряжений в направлении волокон одинаков (рис. 4.17 (а)). Как видно из результатов, эффективный коэффициент концентрации напряжений вдоль волокон снижается при переходе на криволинейное армирование в 6.7 раза.

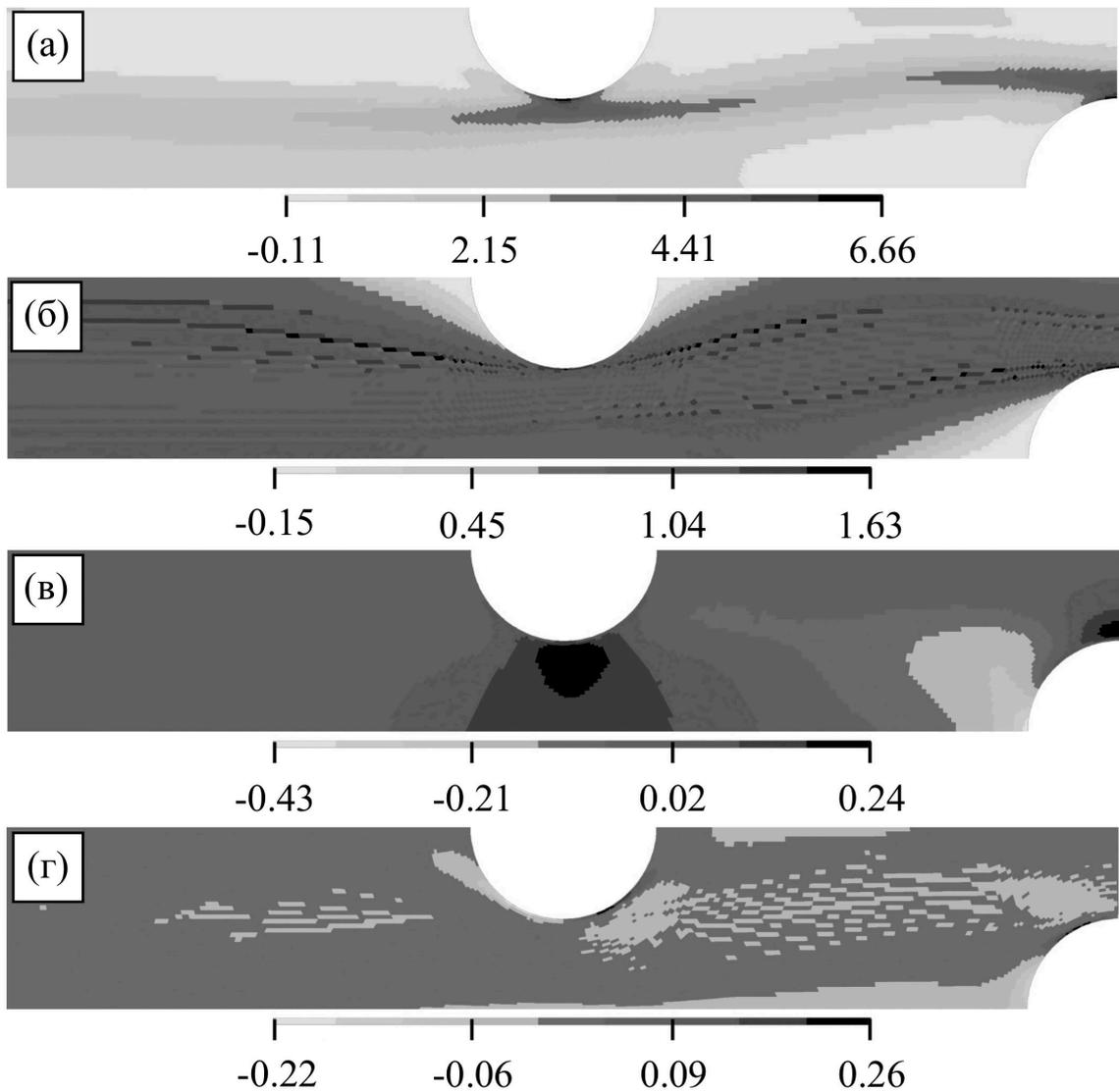


Рис. 4.16 Распределения коэффициента концентрации напряжений в направлении волокон - (а), эффективного коэффициента концентрации напряжений в направлении волокон - (б), а также поперечных - (в) и касательных напряжений - (г) в пластине с криволинейным армированием

Значения напряжений поперёк волокон схожи друг с другом при различных типах армиований пластин (рис. 4.16 (в) и рис. 4.17 (б)), в то время как касательные напряжения значительно выше для однонаправленного армирования (рис. 4.16 (г) и рис. 4.17 (в)). Это связано с тем, что в пластине с криволинейным армированием касательные напряжения минимизируются, так как волокна направлены вдоль максимального главного напряжения. Расчёты полей касательных напряжений показывают, что область с высокими значениями для пластины с однонаправленным армированием находится между точками с

координатами  $(45,7.5)$  и  $(90,7.5)$ , а для криволинейного армирования область с высокими значениями касательных напряжений располагается только непосредственно вблизи отверстия и выточек.

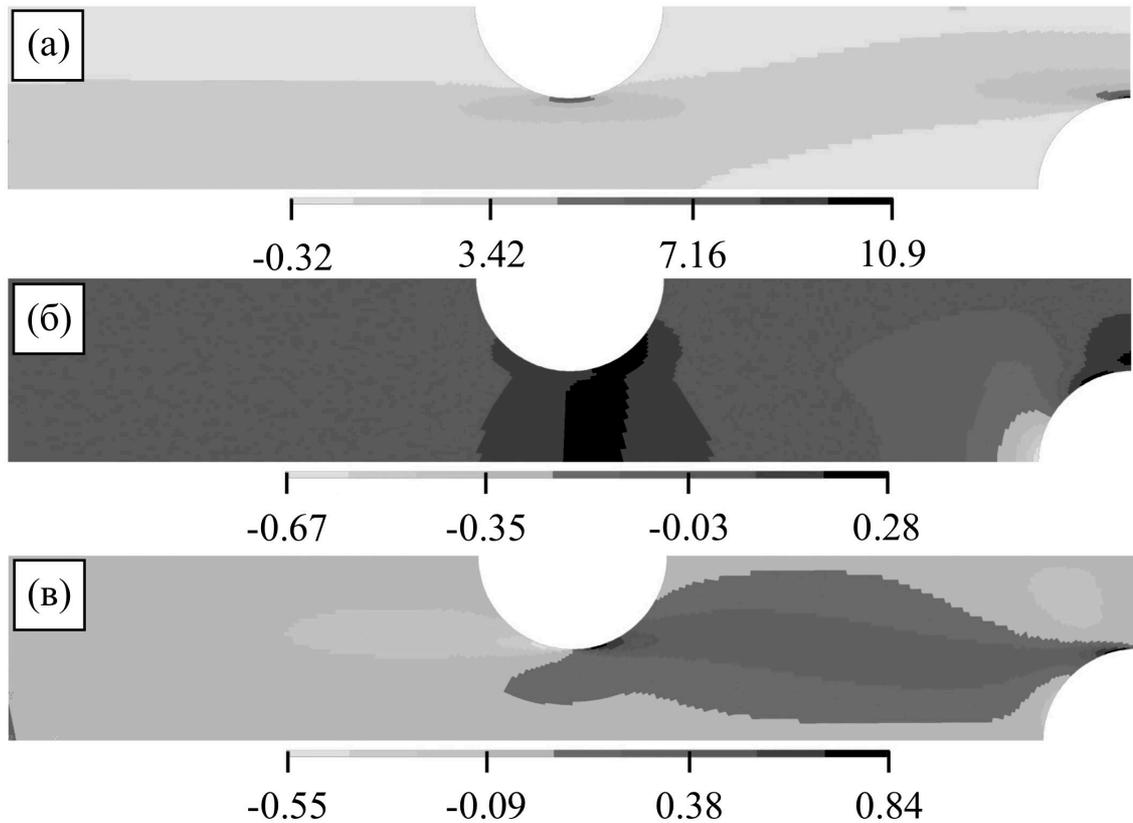


Рис. 4.17 Распределения коэффициента концентрации напряжений в направлении волокон - (а), а также поперечных - (б) и касательных напряжений - (в) для пластины с однонаправленным армированием

Высокий уровень касательных напряжений оказывает наибольшее влияние на разрушение пластины с однонаправленным армированием. Так, например, для точки  $(67.5, 7.5)$ , лежащей между отверстием и выточкой (рис. 4.14), касательное напряжение для пластины с однонаправленным армированием 0.285 МПа, а при криволинейном армировании всего 0.005 МПа (при внешнем напряжении 1 МПа). Это означает, что переход на криволинейное армирование снижает касательное напряжение в этой точке в 57 раз, и из-за этого меняется сам механизм разрушения, поскольку потеря несущей способности для пластины переменной жёсткости происходит уже вследствие разрыва волокон.

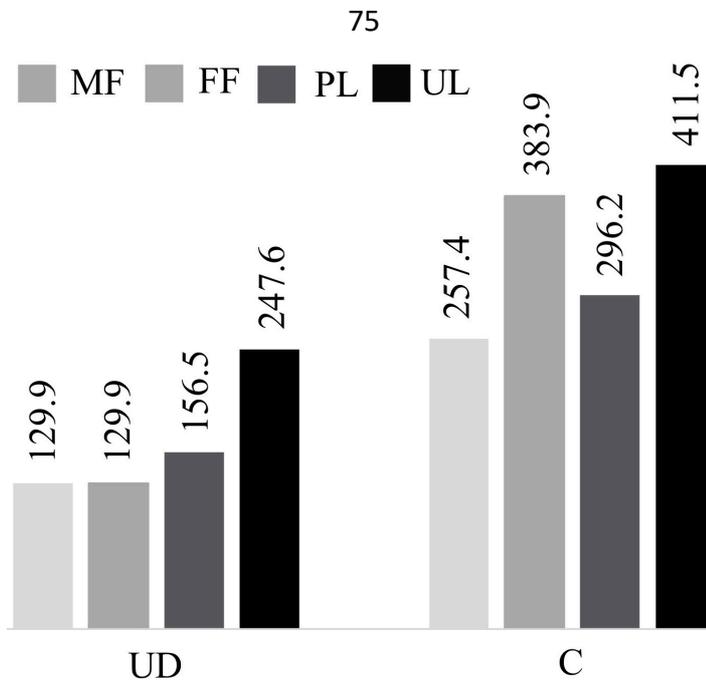


Рис. 4.18 Нагрузка (внешнее напряжение в МПа), при которой наступает разрушение матрицы (MF) и волокна (FF), а также достигается предел пропорциональности (PL) и предельная нагрузка (UL)

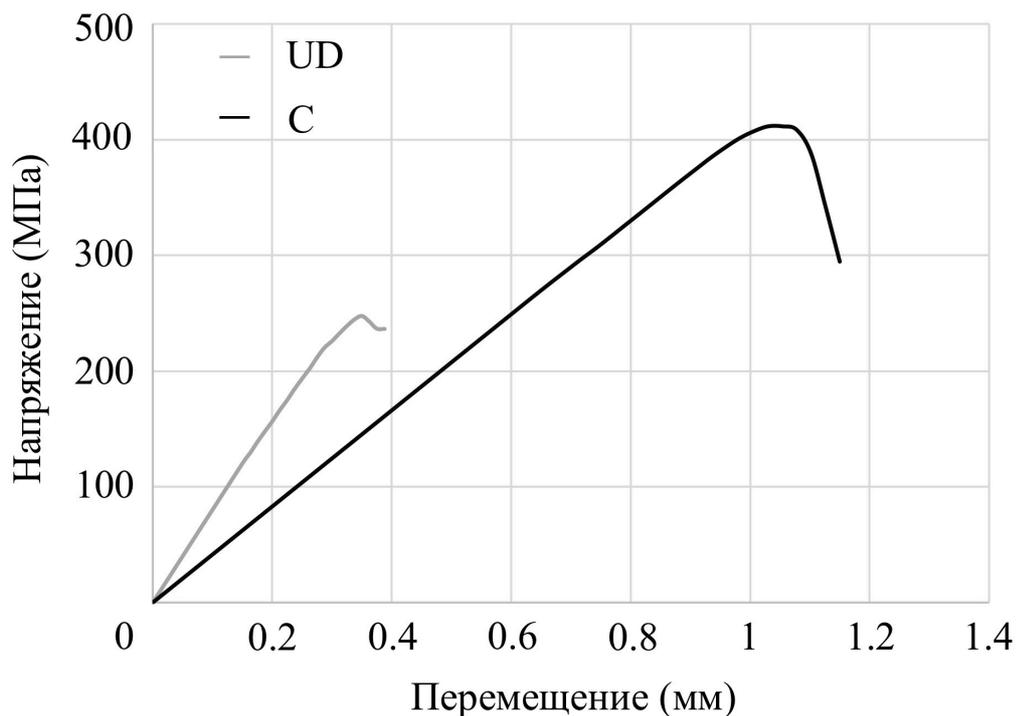


Рис. 4.19 Диаграмма «напряжение-перемещение» для рассмотренных пластин

После моделирования прогрессирующего разрушения с помощью метода деградации свойств материала были вычислены приложенные напряжения, при которых разрушается матрица и волокно, а также достигаются предел пропорциональности и предельное (максимальное) значение нагрузки (рис. 4.18).

Показано, что разрушение матрицы и волокна происходит при нагрузке в 1.98 и 2.96 раз большей для пластины с криволинейным армированием. Помимо этого возрастает также предел пропорциональности и максимальная нагрузка. На диаграмме «напряжение-перемещение», как и для пластины с отверстием, наблюдается, что жёсткость пластины с однонаправленным армированием выше, чем для пластины с криволинейными волокнами.

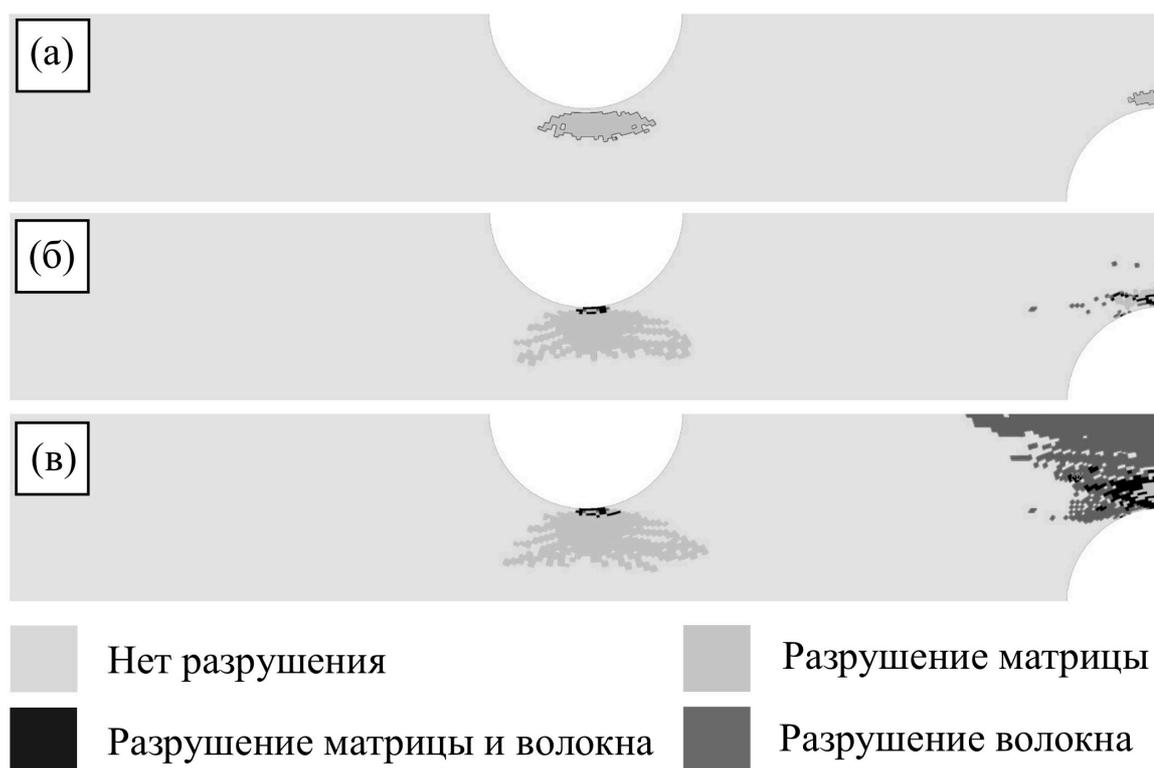


Рис. 4.20 Накопление повреждений материала при разном уровне нагрузки (перемещения) для пластины с криволинейным армированием: 0.861 мм - (а), 1.05 мм - (б), 1.15 - (в)

Процесс накопления повреждений композитного материала в пластине с отверстием и выточками для различных типов армирования представлен на рис. 4.20 и 4.21. Как видно из результатов, механизм разрушения пластин разный. Из-за непрерывности волокон в композитной пластине с криволинейным армированием потеря несущей способности происходит вследствие разрыва волокон от отверстия до свободной кромки пластины (рис. 4.20 (в)), в то время как для пластины с однонаправленным армированием разрушение матрицы вдоль оси  $x$  приводит к расщеплению композита.

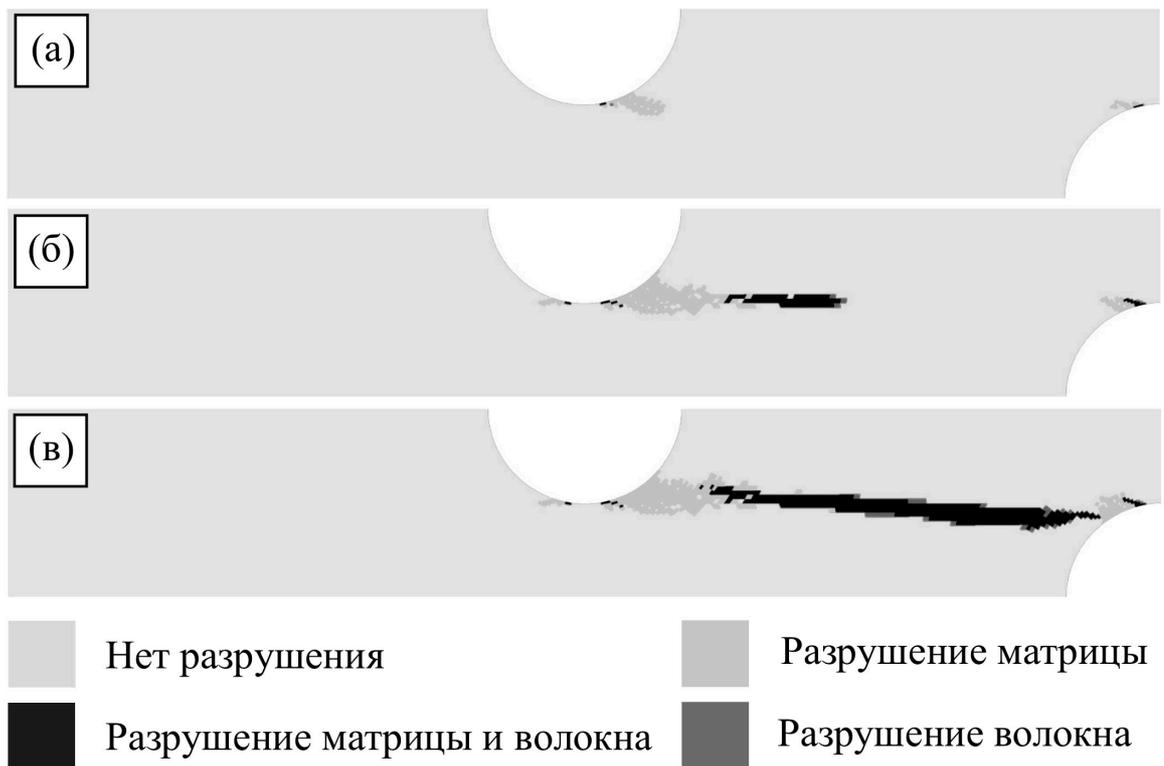


Рис. 4.21 Накопление повреждений материала при разных уровнях нагрузки (перемещениях) для пластины с однонаправленным армированием: 0.238 - (а), 0.35 - (б), 0.388 - (в)

Эффективный предел пропорциональности равен, соответственно, 22.1 МПа/% и 2.7 МПа/% для рассмотренных пластин с криволинейными и однонаправленными волокнами. Таким образом, эффективный предел пропорциональности увеличивается в 8.2 раза за счёт изменения типа армирования. Стоит отметить, что значения эффективного предела пропорциональности для пластины с отверстием были выше, однако, эффективность перехода от однонаправленного к криволинейному армированию была ниже. Поскольку основным несущим компонентом в композитном материале является волокно, то для реализации максимальной эффективности композитов необходимо стремиться к такой структуре армирования, которая обеспечивает целостность волокон и минимизацию поперечных и касательных напряжений.

#### 4.3. Пластины с болтовым соединением

Для оценки эффективности композитных материалов в зоне крепления были смоделированы пластины с болтовым соединением, имеющие различные размеры, которые обозначены на рис. 4.22 и приведены в таблице 4.2, где указаны также

типы армирования. Поскольку изменение размеров может привести к разным механизмам разрушения, было использовано три типа пластин с отличными друг от друга размерами. При моделировании пластин использовались два типа армирования: однонаправленное и криволинейное. Чтобы смоделировать однонаправленное армирование, волокна были уложены вдоль оси  $x$  (рис. 4.22) с максимальной и однородной объёмной долей волокон 57.7%. Для формирования криволинейного армирования траектории волокон были локально ориентированы вдоль направлений максимального главного напряжения. Рассматриваемые пластины из углепластика IM7/8552 моделировались с помощью метода конечных элементов.

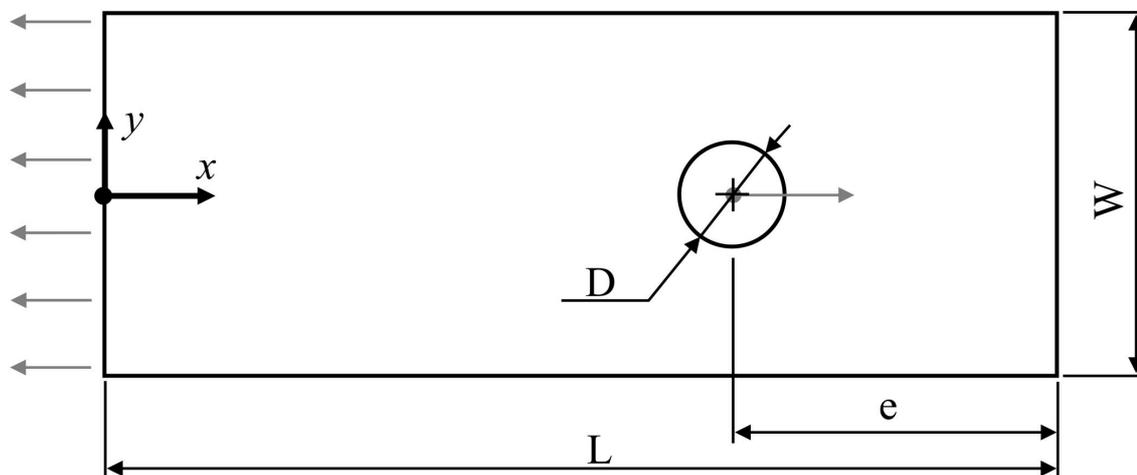


Рис. 4.22 Размеры композитных пластин

Таблица 4.2 Размеры и тип армирования композитных пластин

Тип образца	$D$ (мм)	$L$ (мм)	$W$ (мм)	$e$ (мм)	Тип армирования
C-T	12	85	24	37	Криволинейное
C-S	12	66	48	18	Криволинейное
C-B	12	85	48	37	Криволинейное
UD-T	12	85	24	37	Однонаправленное
UD-S	12	66	48	18	Однонаправленное
UD-B	12	85	48	37	Однонаправленное

Анализировалась только верхняя половина пластины ( $0 \leq x \leq L$  и  $0 \leq y \leq W/2$ ) с учётом симметрии геометрии, структуры материала и граничных условий. Стальной болт диаметром  $D$  был использован, чтобы создать соединение в

исследуемых пластинах. Свойства материала болта следующие:  $E = 200$  ГПа и  $\mu = 0.3$ . Контактная поверхность между пластиной и болтом моделировалась без трения, то есть коэффициент трения принимался равным нулю. Перемещение композитной пластины вдоль оси  $y$  было ограничено при  $y = 0$  (рис. 4.22), в то время как болту были назначены ограничения перемещения вдоль осей  $x$  и  $y$  по радиусу (равному 2 мм) относительно центра болта, который располагается в точке с координатам  $x = 48$  мм и  $y = 0$ . Такое представление о жёсткости болта является достаточно обоснованным, поскольку упругость болта оказывает несущественное влияние на возникающее в пластине поле напряжений [140]. Растягивающая нагрузка в виде однородного перемещения в направлении оси  $x$  прикладывалась при  $x = 0$ . Конечно-элементные модели были построены в соответствии с рекомендациями, которые приведены в главе 3.

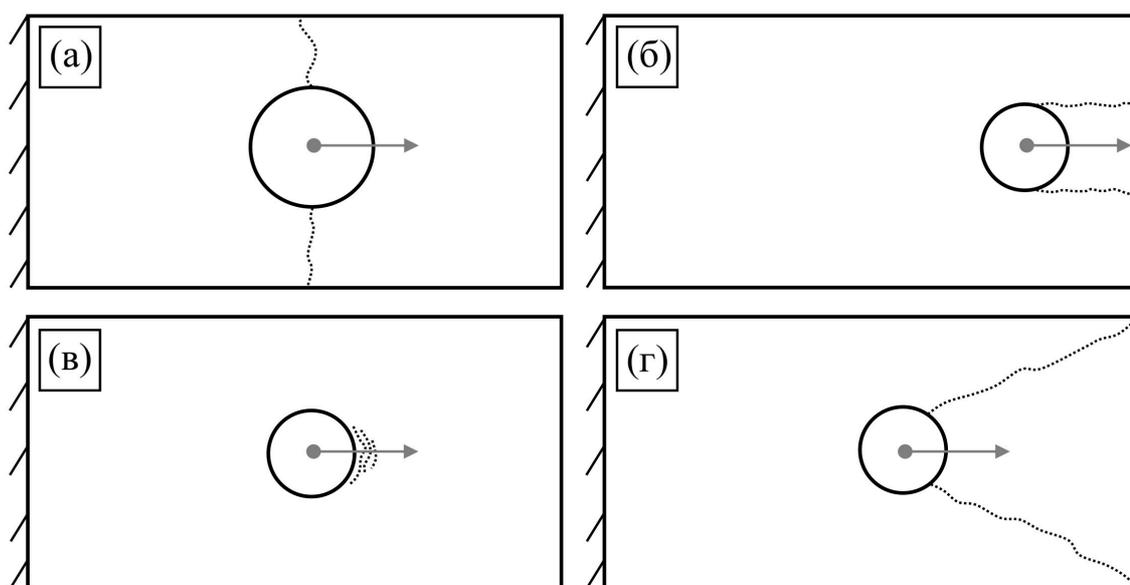


Рис. 4.23 Различные механизмы разрушения

Для композитных пластин с болтовыми соединениями существуют разные механизмы разрушений [141-143], часть из которых показаны на рис. 4.23. Механизм разрушения зависит от структуры армирования слоя, последовательности укладки слоёв и геометрии пластины (рис. 4.22). При достаточном низком отношении  $W/D$ , разрушение композитных структур может происходить путём разрыва, направленного от отверстия к свободной стороне пластины (рис. 4.23 (а)), в то время как при низком отношении  $e/D$  может наблюдаться разрушение в виде среза в направлении оси  $x$  (рис. 4.23 (б)). Также

часто распространенным разрушением для пластин является локальное смятие (рис. 4.23 (в)), если отношения  $W/D$  и  $e/D$  достаточно высоки. На рис. 4.23, в основном, показаны механизмы разрушений, в основном связанные с геометрией пластин. Однако, улучшить эффективность композитов с однонаправленным армированием можно с помощью варьирования различных слоёв. Например, для механизма разрушения, показанного на рис. 4.23 (а), нужно максимально использовать однонаправленные слои, уложенные в направлении оси  $x$ , а для разрушения, приведённого на рис. 4.23 (б), слои с укладками  $\pm 45$ . Механизмы разрушения для композитов с криволинейным армированием не очевидны, поэтому моделировались пластины с тремя разными типами размеров.

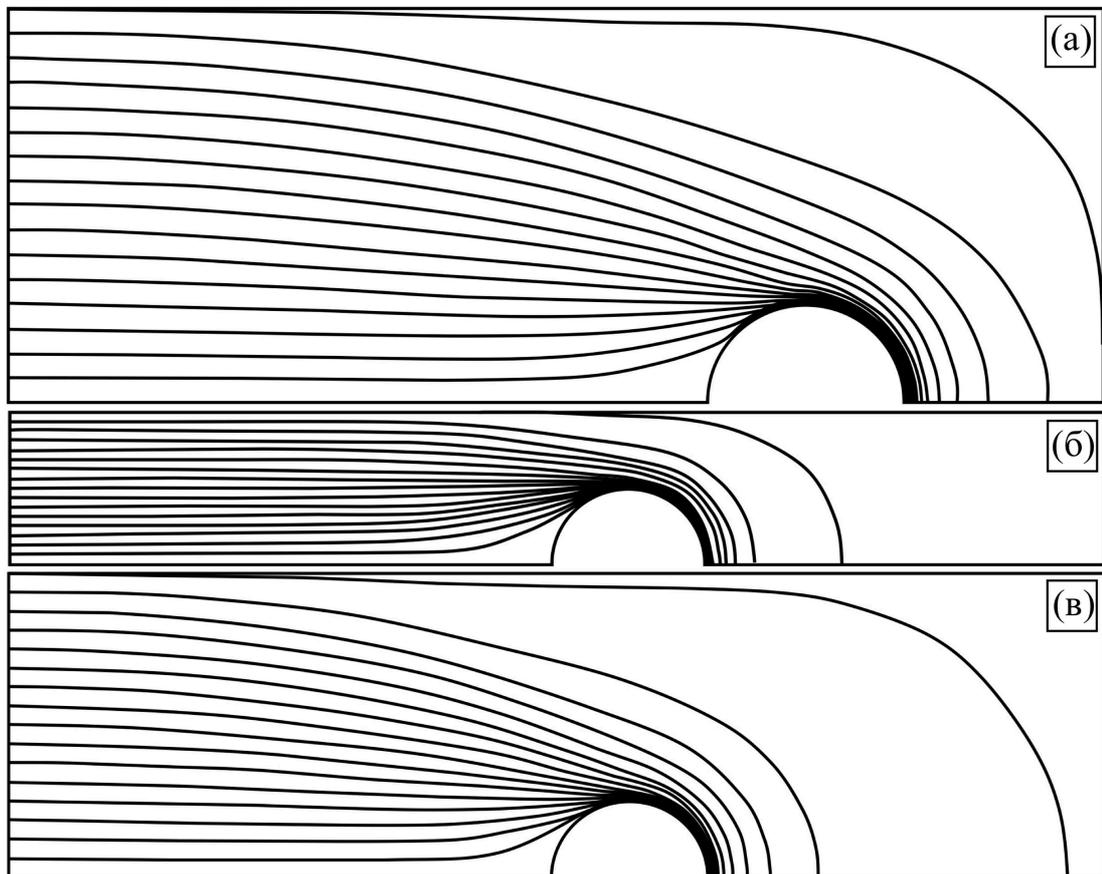


Рис. 4.24 Траектории волокон для различных композитных структур: С-С - (а), С-Т - (б) и С-В - (в)

После завершения итерационного процесса моделирования композитных пластин с криволинейным армированием были получены траектории волокон, которые направлены вдоль максимальных главных напряжений (рис. 4.24). На их

основе были рассчитаны распределения ориентаций (рис. 4.25) и объёмной доли волокон (рис. 4.26).

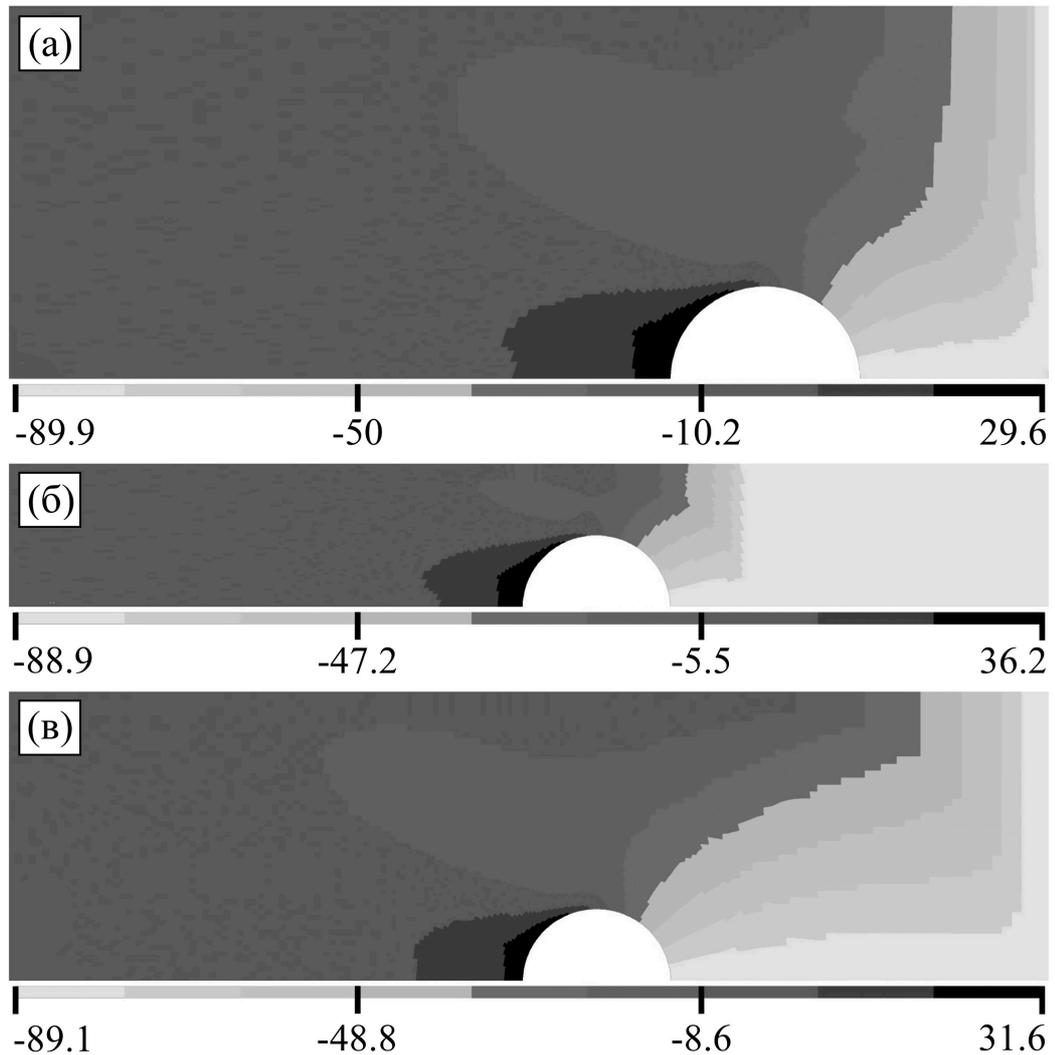


Рис. 4.25 Распределение углов ориентации волокон (в градусах) для различных композитных структур: С-S - (а), С-Т - (б) и С-В - (в)

Переназначение свойств материала в процессе итерационного моделирования композитов с криволинейным армированием приводит к перераспределению напряжений и к изменению коэффициентов концентрации напряжений. На рис. 4.27 показаны максимальные значения коэффициентов концентрации напряжений и эффективных коэффициентов концентрации напряжений в направлении волокон для рассматриваемых пластин. Как видно из результатов, изменение типа армирования снизило коэффициент концентрации напряжений на 31% от уровня для композитных структур с однонаправленным армированием (для UD-B и C-B). Однако наибольшая эффективность за счёт

перехода от однонаправленного армирования к криволинейному наблюдается в эффективных коэффициентах концентрации напряжений, где их снижение в зависимости от геометрии пластины составляет до 74% от их значений для композитов с однонаправленным армированием (для UD-S и C-S).

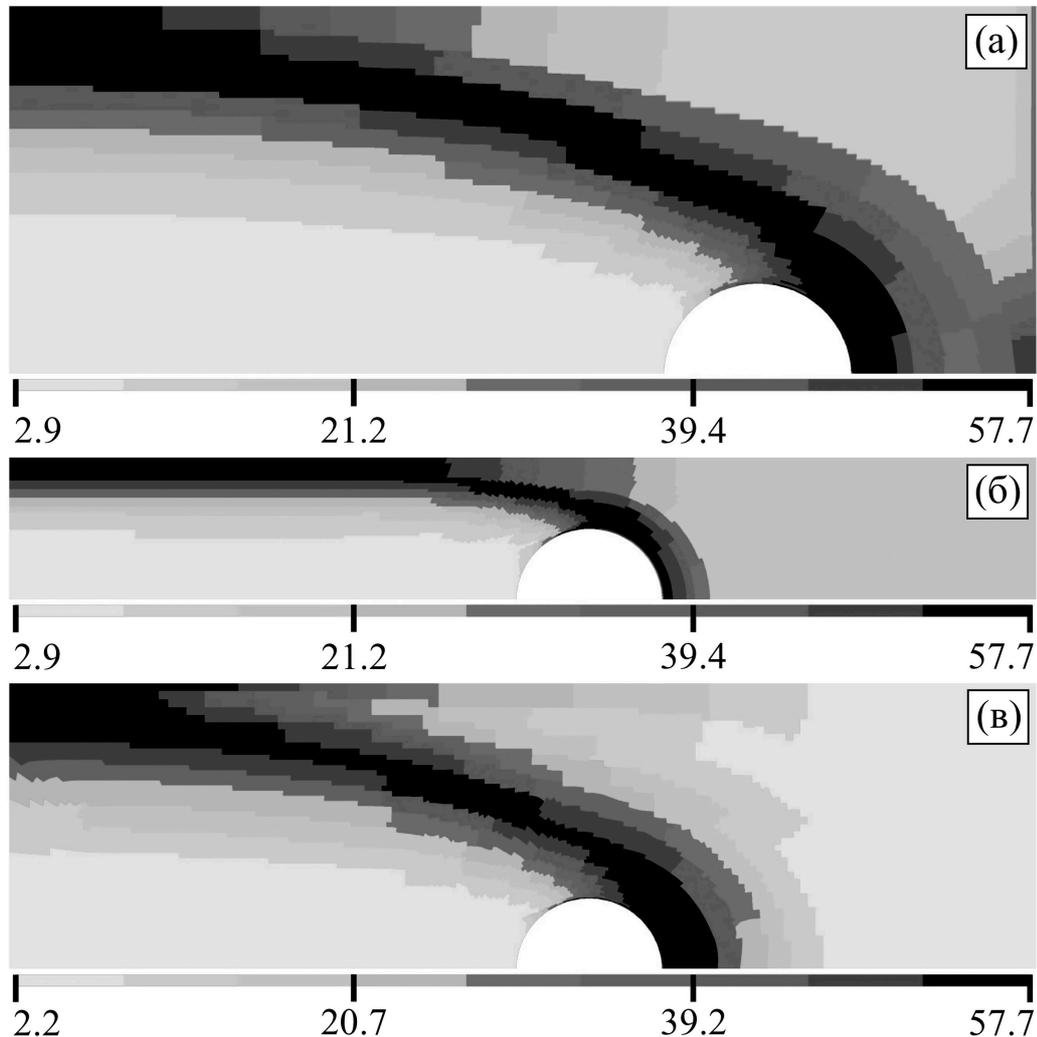


Рис. 4.26 Распределение объёмной доли волокон (в процентах) для различных композитных структур: C-S - (а), C-T - (б) и C-B - (в)

Расчёт поперечных и касательных напряжений для пластин с однонаправленным армированием показывает, что их значения находятся примерно на одном уровне в отличие от пластины с криволинейным армированием, где доминируют сжимающие поперечные напряжения (рис. 4.28). Такие высокие значения напряжений поперёк волокон получаются из-за того, что волокна искривляются на  $90^\circ$  вблизи отверстия (рис. 4.24), а болт давит на них в направлении оси  $x$  (рис. 4.22), то есть поперёк волокон. Для уменьшения

поперечных сжимающих напряжений, по всей видимости, целесообразно добавить слой с ориентацией волокон в направлении оси  $x$ .

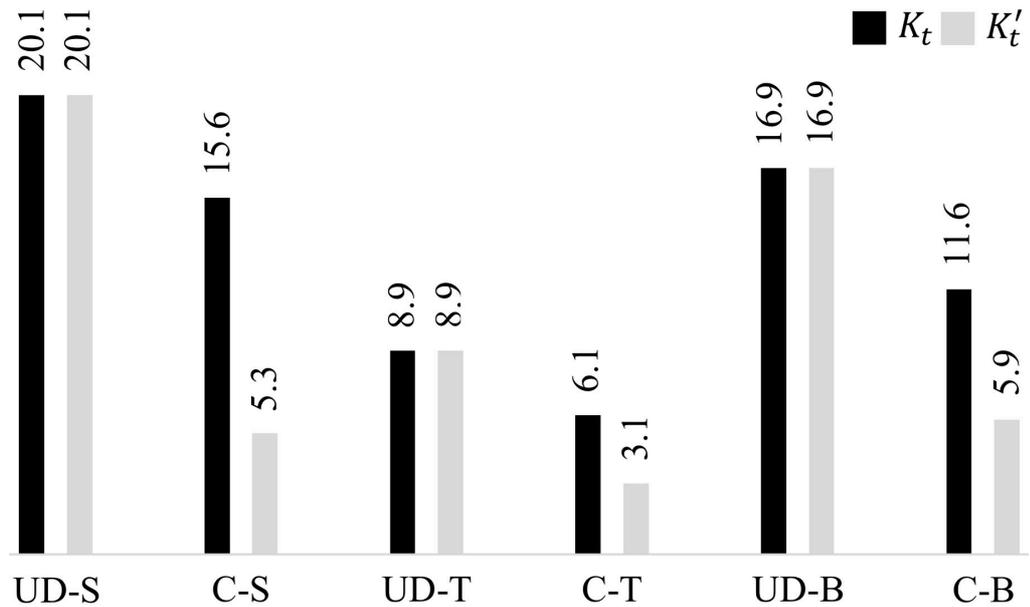


Рис. 4.27 Максимальные коэффициенты концентраций напряжений для различных структур армирования

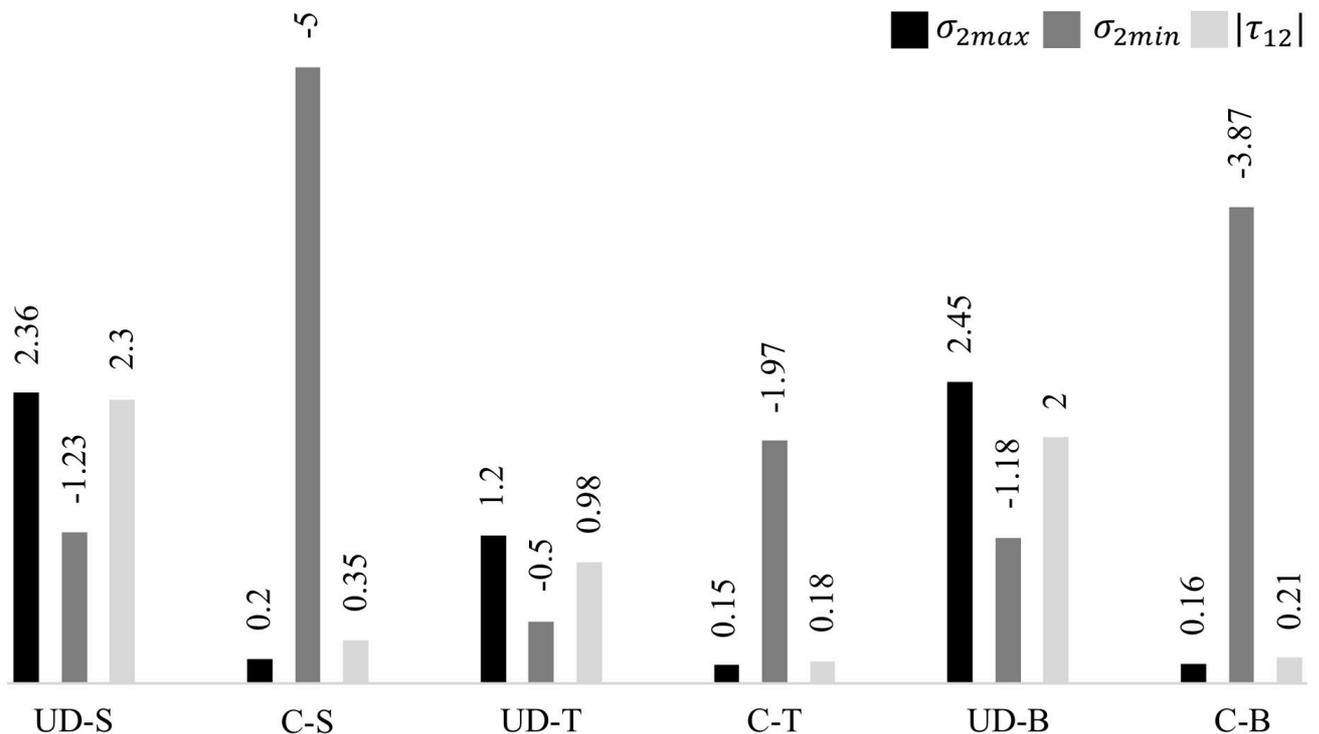


Рис. 4.28 Максимальные значения (МПа) поперечных и сдвиговых напряжений для различных структур армирования

Как и для предыдущих примеров, касательные напряжения существенно снижаются при изменении вида армирования, и их значения уменьшаются в 9.5

раза для пластин UD-B и C-B. Распределение коэффициентов концентрации напряжений в направлении волокон, а также поперечных и касательных напряжений приведены на рис. 4.29 и 4.30 для пластин UD-B и C-B. Значения напряжений были вычислены при нагрузке 1 МПа.

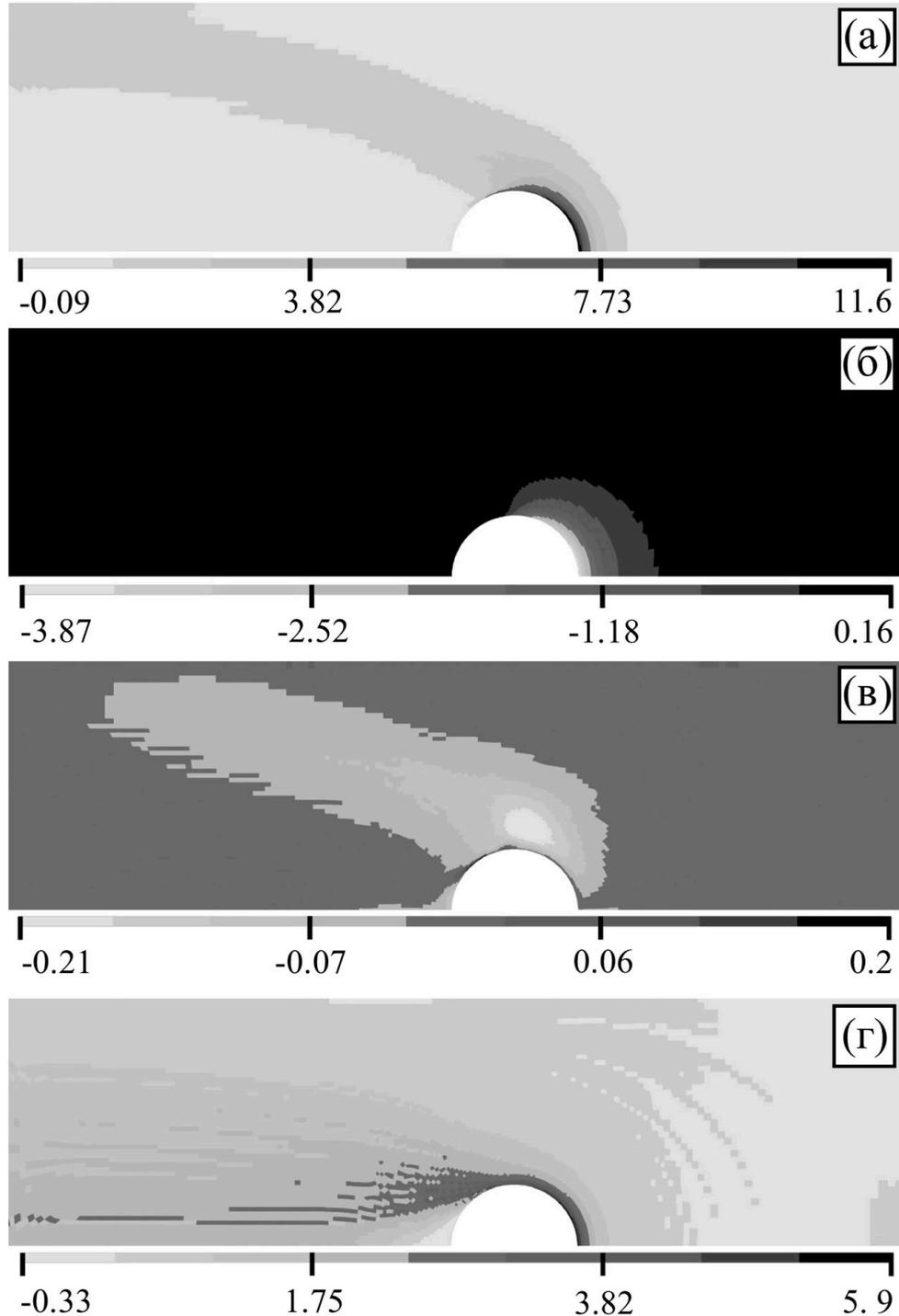


Рис. 4.29 Поля напряжений (МПа) в направлении - (а) и поперёк волокон - (б), а также распределения касательных напряжений - (в) и эффективного коэффициента концентрации напряжений - (г) для C-B

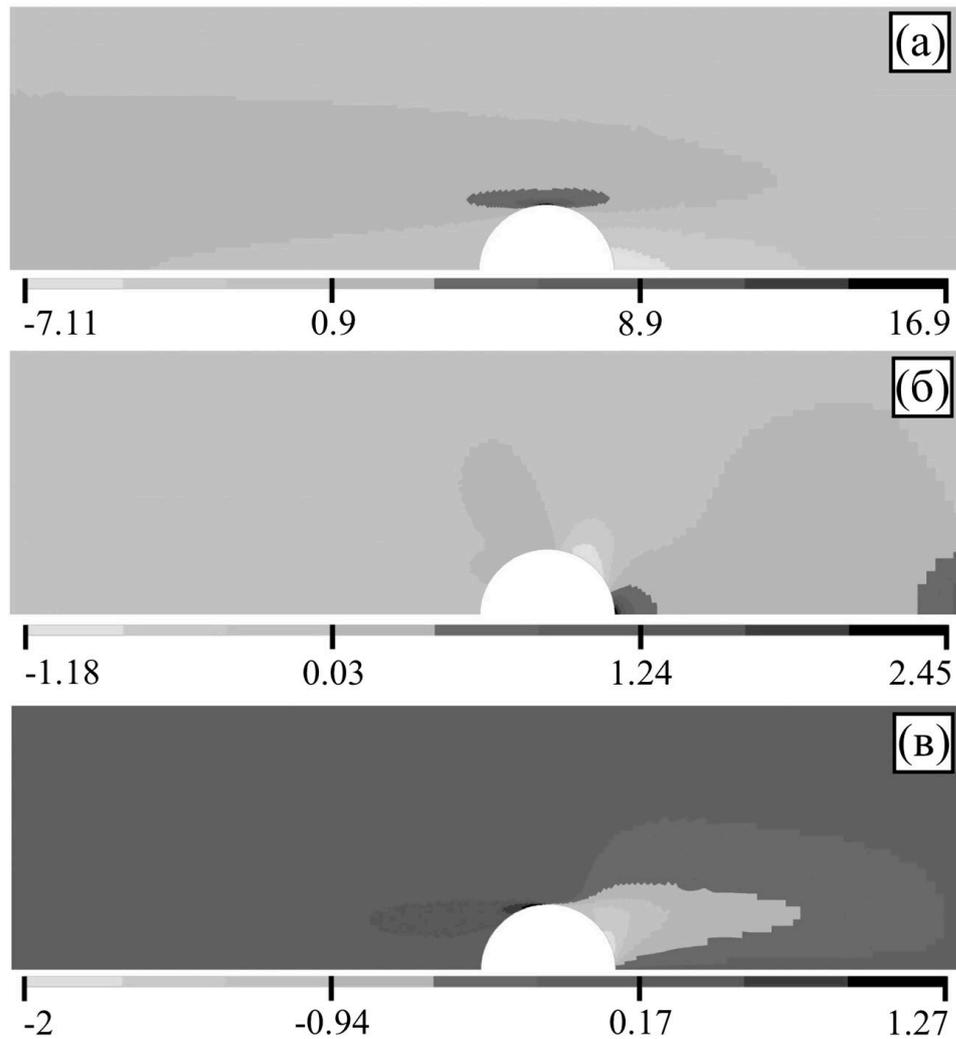


Рис. 4.30 Поля напряжений (МПа) в направлении волокон - (а) и поперёк волокон - (б), а также распределения касательных напряжений - (в) для UD-B

Нагрузки, при которых возникают разрушения матрицы и волокон, для рассмотренных пластин представлены на рис. 4.31. Из результатов видно, что за счёт перехода от однонаправленного армирования к криволинейному удаётся в среднем повысить нагрузку, при которой возникает разрушение матрицы и волокна, соответственно, в 2.4 и 2.3 раза. Предел пропорциональности для пластин с криволинейным армированием также достигается при большей нагрузке, однако, это превышение, в среднем, составляет только 50% от предела пропорциональности пластин с однонаправленным армированием (рис. 4.31). По всей видимости, это связано с тем, что на предел пропорциональности для пластин с криволинейным армированием влияет, главным образом, разрушение матрицы вблизи отверстия, которое вызвано давлением болта на композитный материал

пластины, где волокна располагаются поперек направления движения болта. В результате для пластин с криволинейным армированием при одинаковой нагрузке происходит разрушение матрицы и достигается предел пропорциональности.

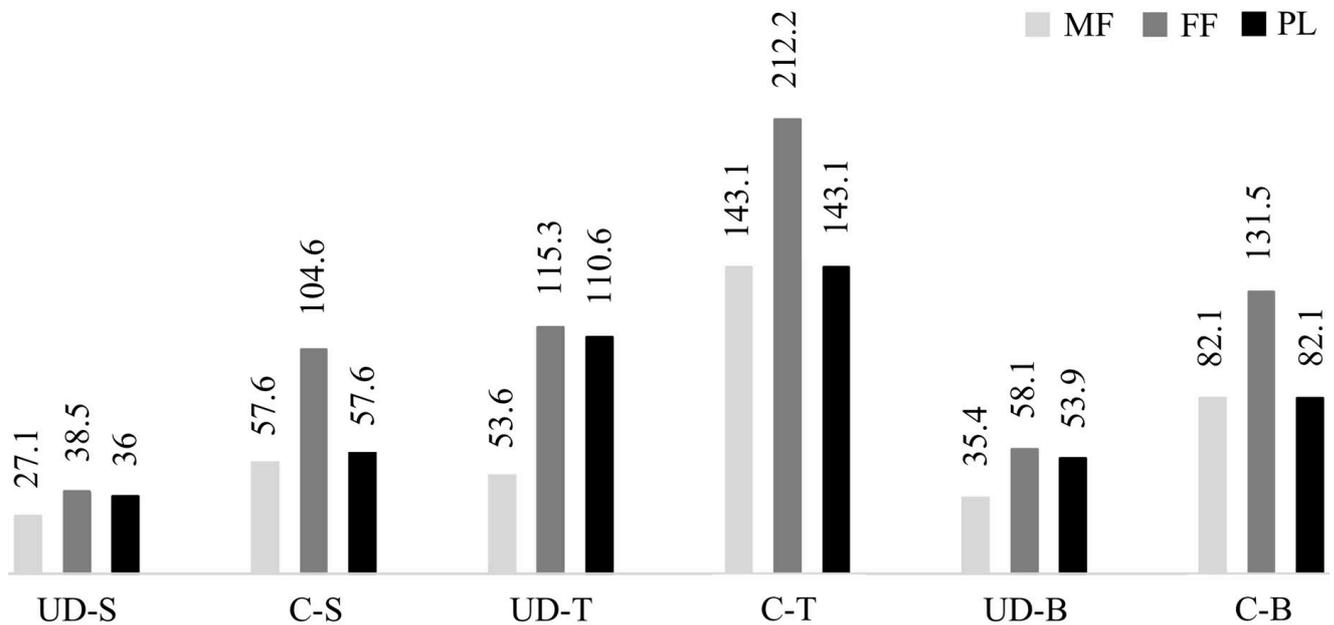


Рис. 4.31 Значения напряжений (МПа), при которых начинается разрушение матрицы (MF) и волокна (FF), а также достигается предел пропорциональности (PL) для различных структур армирования

В отличие от предела пропорциональности предельная (максимальная) нагрузка увеличивается более существенно при изменении структуры армирования. Как видно из полученных диаграмм «напряжение-перемещение» (рис. 4.32), максимальная нагрузка возрастает в 4.8, 2.2 и 7.5 раза для композитных структур C-B, C-T и C-S, соответственно.

Механизмы разрушения композитных пластин с болтовыми соединениями зависят от укладки слоёв, структуры армирования слоя и геометрии пластины. Для рассмотренных пластин с однонаправленным армированием возможно два вида разрушения. Первый вид разрушения связан с повреждением пластины из-за высоких касательных напряжений, вследствие чего расщепление матрицы вдоль волокон (вдоль оси  $x$ ) распространяется от отверстия до свободной грани пластины (рис. 4.22), то есть от точки  $(L-e, D/2)$  до точки  $(L, D/2)$ . Другой механизм разрушения пластины с прямолинейными волокнами возникает при разрыве волокон, которые разрушаются от отверстия до свободной боковой грани пластины

в направлении оси  $y$  от точки  $(L-e, D/2)$  до точки  $(L-e, W/2)$ . В пластине с криволинейным армированием разрушение происходит только при полном разрыве волокон - от отверстия до свободной грани пластины, поскольку волокна непрерывны и огибают отверстие, исключая возникновение расщеплений.

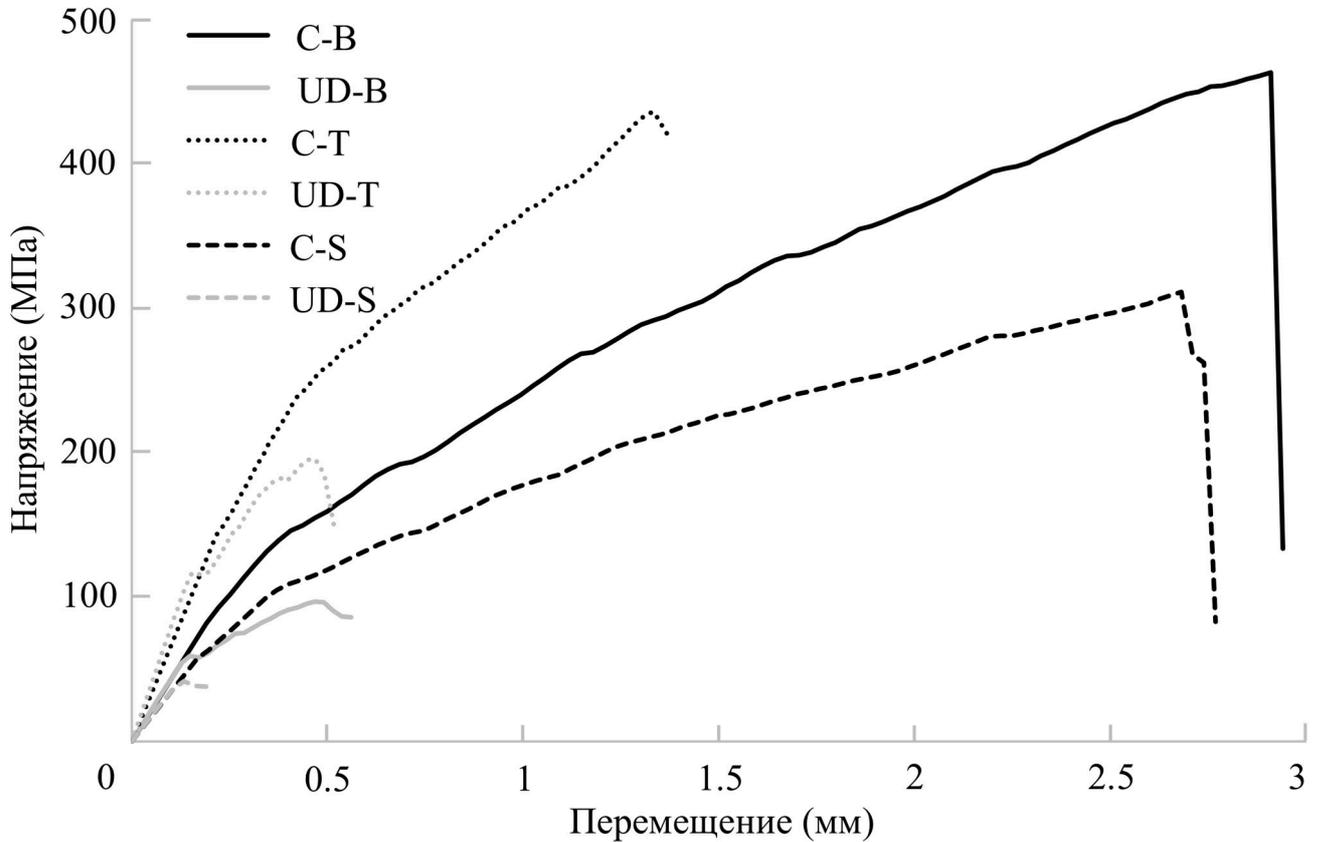


Рис. 4.32 Диаграммы «напряжение-перемещение» для различных структур армирования

Разрушение пластин с криволинейным армированием происходит в виде последовательного разрыва волокон от отверстия в сторону свободного края пластины. Однако из-за особенностей метода деградации свойств материала, с помощью которого выполняется моделирование прогрессирующего разрушения, разрыв волокон не доходит до грани пластины. Это связано с тем, что объёмная доля волокон уменьшается вдали от отверстия (рис. 4.26), и жёсткость от деградации композитного материала в окрестности отверстия становится сопоставимой с жёсткостью вдали от отверстия, которая снижена вследствие низкой объёмной доли волокон. Поскольку свойства композитного материала в направлении волокон не деградируют до нуля, то вся нагрузка не может перераспределиться от разрушенной области к неразрушенной области пластины с

низкой объёмной долей волокон. По этой причине критерий разрушения для пластины с криволинейным армированием был изменён, и за потерю несущей способности пластины принимался момент, когда на диаграмме «напряжение-перемещение» наблюдалось резкое снижение нагрузки.

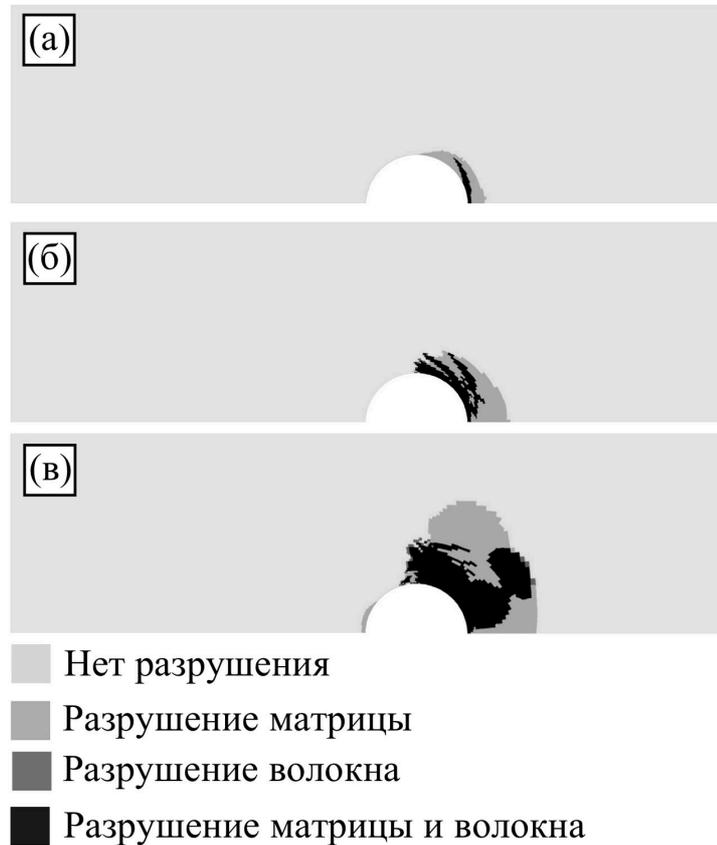


Рис. 4.33 Поля разрушений при разных уровнях нагрузки для С-В:  $\Delta = 0.59$  мм - (а),  $\Delta = 1.67$  мм - (б) и  $\Delta = 2.94$  мм - (в)

Процесс накопления повреждений при прогрессирующем разрушении для пластин с различным армированием показан на рис. 4.33 и 4.34, где (рис. 4.33 (в) и 4.34 (в)) приведены поля повреждений при потере несущей способности для композитных структур С-В и UD-В, соответственно. Как видно из полученных результатов, разрыв волокон для пластины с криволинейным армированием не распространяется до свободного края пластины, а приводит к резкому падению нагрузки на диаграмме «напряжение-перемещение». Потеря несущей способности пластин с однонаправленным армированием происходит из-за высоких касательных напряжений, поэтому расщепление матрицы начинается от отверстия и продолжается вдоль оси  $x$  вплоть до достижения свободного края пластины.

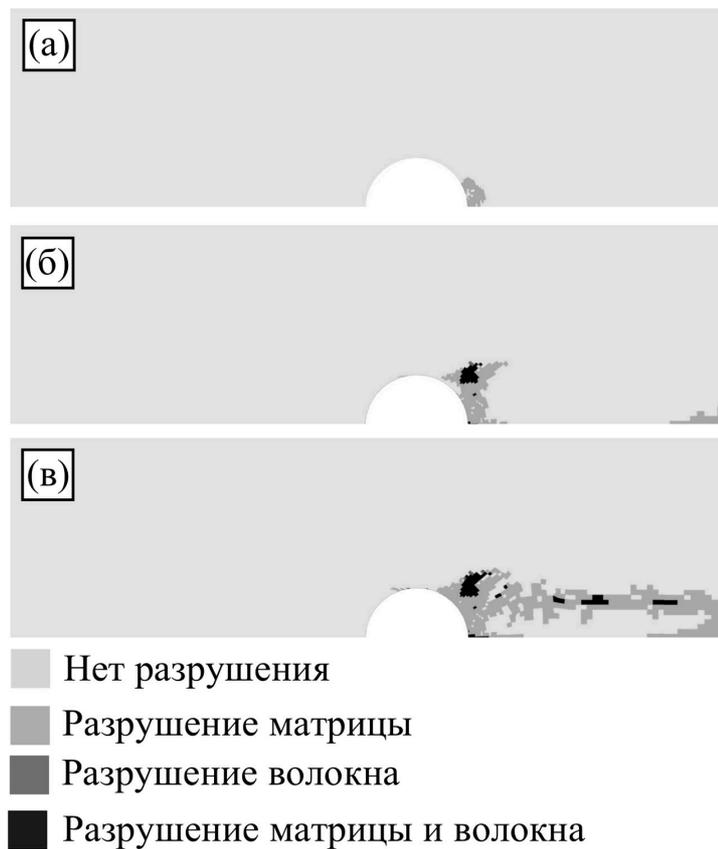


Рис. 4.34 Поля разрушений при разных уровнях нагрузки для UD-B:  $\Delta = 0.15$  мм - (а),  $\Delta = 0.38$  мм - (б) и  $\Delta = 0.56$  мм - (в)

Поскольку объёмная доля волокон неоднородна в композитных пластинах с криволинейным армированием, число волокон в них меньше, чем в пластинах с однонаправленным армированием. Усреднённая объёмная доля волокон вдали от отверстия при  $x = 0$  показана на рис. 4.35.

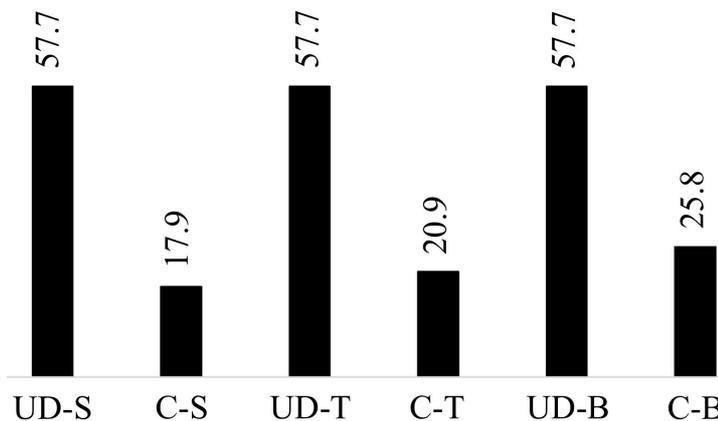


Рис. 4.35 Усреднённая объёмная доля волокон (%) вдали от отверстия в пластинах с болтовым соединением

Эффективный предел пропорциональности в среднем возрастает в 3.8 раза при изменении армирования, однако сами значения эффективного предела

пропорциональности для пластины с болтовым соединением значительно ниже его значений для двух ранее рассмотренных пластин с отверстиями. С другой стороны, наибольшее увеличение нагрузки при переходе от однонаправленного армирования к криволинейному достигается для пластин с болтовым соединением.

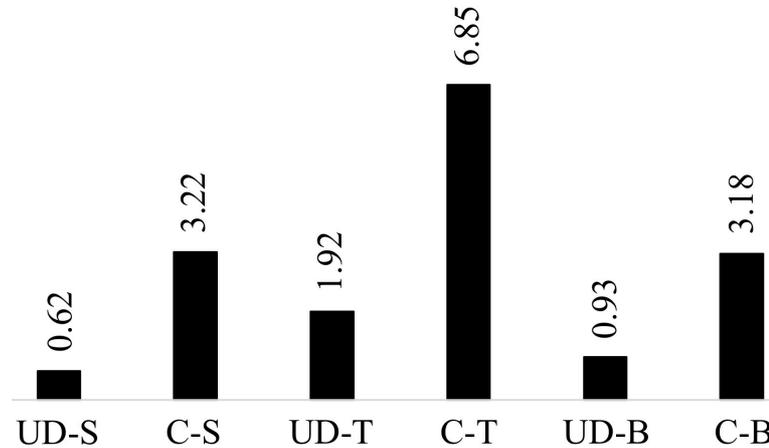


Рис. 4.36 Предел пропорциональности в пересчёте на волокно ( $PLV_f$ ) (МПа/%)

Таким образом, снижение коэффициентов концентраций напряжений, поперечных и касательных напряжений, а также повышение предела пропорциональности и максимальной нагрузки позволяет добиться за счёт изменения структуры армирования: перехода от однонаправленного армирования к криволинейному. Такая замена армирования обеспечивает более эффективную, надёжную и безопасную эксплуатацию композитных конструкций.

#### Выводы по главе 4

Переход от однонаправленного армирования к криволинейному позволяет добиться существенного снижения: коэффициентов концентраций напряжений, поперечных и касательных напряжений, а также повышения предела пропорциональности и максимальной нагрузки в несколько раз. В результате – применение рационального, криволинейного армирования в зонах отверстий или болтовых (заклепочных) соединений обеспечивает более эффективную, надёжную и безопасную эксплуатацию композитных конструкций.

## 5. ТРЕХМЕРНАЯ ПЕЧАТЬ КОМПОЗИТНЫХ ПЛАСТИН С КРИВОЛИНЕЙНЫМ АРМИРОВАНИЕМ

Волокнистые композиты, которые по структуре и по принципам оптимального (равнонапряженного) проектирования напоминают созданные Природой древесные конструкции, можно создавать посредством трехмерной печати, укладывая пропитанные жгуты волокон по рассчитанным, смоделированным на компьютере криволинейным, рациональным траекториям. Одно из основных преимуществ созданной в данной работе методологии состоит в том, что разработан алгоритм непосредственного построения непрерывных траекторий волокон, согласующихся с полем напряжений для создаваемой структуры. Эффективность этой методологии необходимо было проверить на модельных задачах проектирования узлов крепления, чему и посвящена данная, пятая глава.

### 5.1. Пластина с ненагруженным отверстием

#### 5.1.1. Моделирование пластины

Для демонстрации эффективности криволинейного армирования композитов была смоделирована, напечатана и испытана пластина с отверстием, к которой прикладывалась одноосная растягивающая нагрузка. Размеры такой пластины показаны на рис. 5.1. Из-за симметрии геометрии пластины, свойств материала, а также действующей нагрузки, моделировалась только верхняя левая четверть пластины ( $0 \leq x \leq 30$  мм,  $0 \leq y \leq 15$  мм).

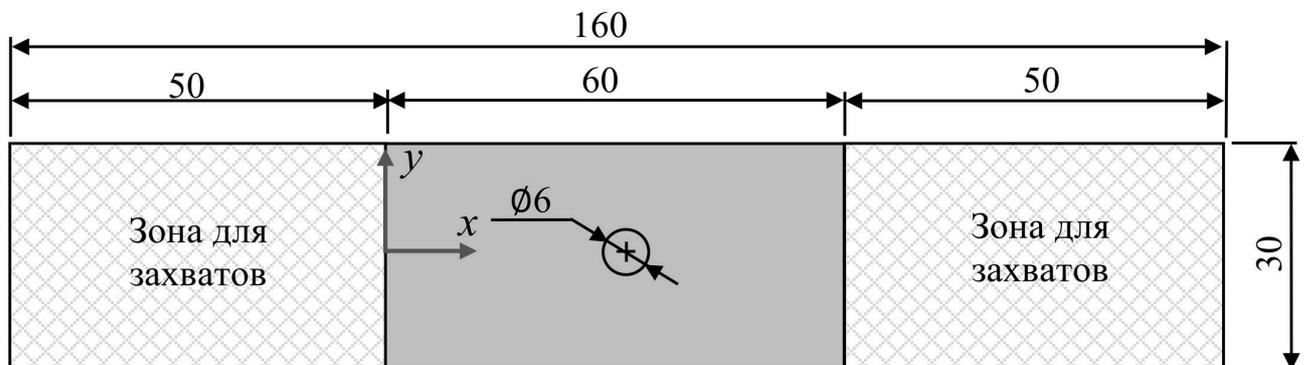


Рис. 5.1 Размеры пластины с отверстием (мм)

Нагрузка в виде перемещения прикладывалась к пластине вдоль оси  $x$  при  $x = 0$ , и перемещения были ограничены в направлении оси  $y$  при  $y = 0$  и вдоль оси  $x$  при  $x = 30$  мм. Свойства композитного материала, напечатанного на 3D принтере, в зависимости от объёмной доли волокон приведены в таблице 5.1. Здесь  $E_1$  и  $E_2$  – модули упругости в направлении и поперек волокон, соответственно, а  $G_{12}$  – модуль сдвига. Индексы  $T$  и  $C$  обозначают тип нагрузки, при которой получены свойства материала, где  $T$  – растяжение, а  $C$  – сжатие. Коэффициент Пуассона ( $\mu_{12}$ ) равен 0.35. Как видно из таблицы 5.1, свойства материала в направлении волокон улучшаются с ростом объёмной доли волокон, однако, для одинаковой объёмной доли волокон они значительно различаются при растяжении и сжатии. Поэтому свойства материала назначались элементам с учётом знака напряжений.

Таблица 5.1 Свойства композитного материала в зависимости от объёмной доли волокон

$V_f$ (%)	$E_{1T}$ (ГПа)	$E_{1C}$ (ГПа)	$E_{2T}$ (ГПа)	$E_{2C}$ (ГПа)	$G_{12}$ (ГПа)
6.67	12.33	2.56	1.76	2.64	1.08
10	15.01	2.82	1.78	2.67	1.15
12.5	17.02	3.09	1.79	2.66	1.21
20	23.1	3.91	1.72	2.54	1.38
30	31.1	5	1.44	2.1	1.65
40	39.15	6.09	0.94	1.35	1.97

Для печати композитных пластин с отверстием был использован 3D принтер COMBOT-I, в котором реализована одновременная подача как пучка волокон, так и термопластической полимерной нити в экструдер принтера. Композитная нить, напечатанная на 3D принтере, может иметь переменные ориентацию и объёмную долю волокон, что достигается за счёт контроля позиционирования сопла, а также изменения скорости подачи термопластической полимерной нити. Таким образом, имеется возможность печатать криволинейную композитную нить с переменной шириной и контролируемой ориентацией волокон. С учётом ограничения такого процесса 3D печати, был модернизирован ранее разработанный метод

моделирования композитных структур с криволинейным армированием, описанный в главе 3.

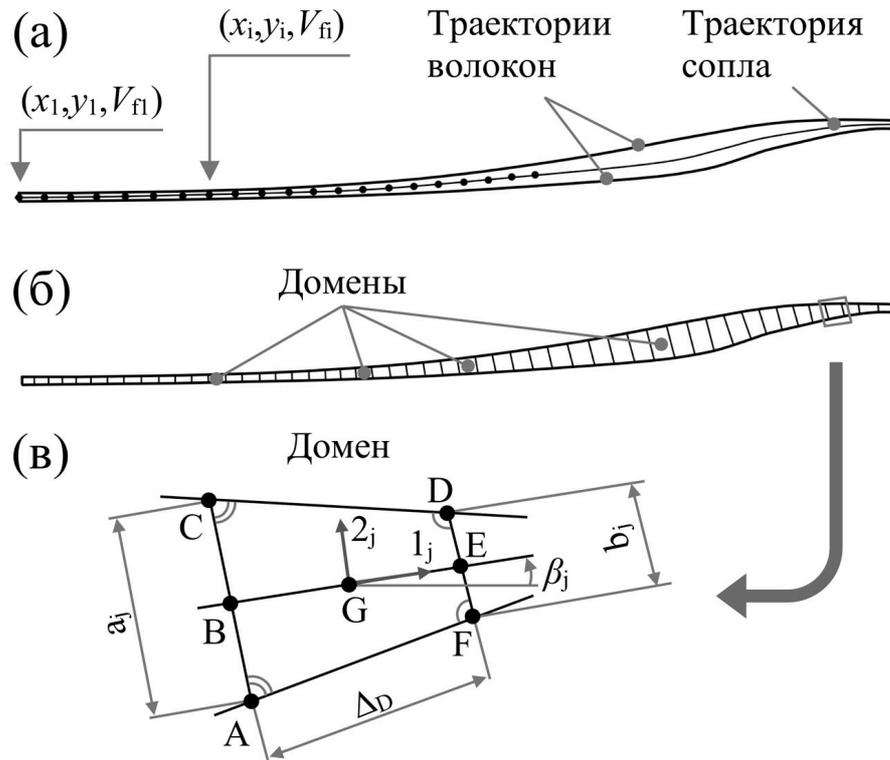


Рис. 5.2 Общая схема моделирования траекторий волокон и сопла - (а), доменов - (б) и домена - (в)

Чтобы не повторять ранее изложенную информацию по моделированию, в этом разделе приводятся только изменения в проектировании композитной пластины переменной жёсткости, позволяющие учесть ограничения и особенности 3D печати. На рис. 5.2 (а) показаны траектории волокон, которые являются линиями главных напряжений. Так как траектория сопла проходит на равном расстоянии от траекторий волокон, ориентация волокон в композитной пластине с криволинейным армированием назначается в соответствии с траекторией сопла. Для этого создаются домены (рис. 5.2 (б)), и ориентация волокна совпадает с траекторией сопла ( $BE$ ), расположенной в домене посередине между траекториями волокон ( $CD$  и  $AF$ ), показанными на рис. 5.2 (в). Если центр элемента находится в пределах домена  $ACDF$ , то такому элементу назначается ориентация волокна  $BE$ . Для моделирования направления волокна используется локальная система координат ( $1_j - 2_j$ ), назначаемая домену. Аналогично рассчитываются ориентации

для других доменов, после чего остальным элементам присваиваются ориентации волокон на основании полученных ориентаций доменов.

В применяемом процессе 3D печати изготавливается композитная нить с переменной шириной для того, чтобы обеспечить целостность композитной пластины переменной жёсткости. Таким образом, появляется возможность печатать композиты без зазоров между нитями и нахлёстов нитей при одинаковой толщине пластины. Изменение расстояния между траекториями волокон (переменная ширина нити) для домена моделируется за счёт неоднородности объёмной доли волокон. Расстояние между волокнами рассчитывается как  $(a_j + b_j)/2$  (рис. 5.2 (в)). Погрешность моделирования вычисленного расстояния не превышает 5%, а для её определения применяется формула 3.4. Объёмная доля волокон рассчитывается в зависимости от переменного расстояния между траекториями волокон, а также с учётом постоянных: толщины пластины (слоя) (0.1 мм) и площади поперечного сечения пучка непрерывных волокон из Кевлара (0.01 мм<sup>2</sup>). Рассчитанная таким образом объёмная доля волокон в домене назначается конечным элементам пластины, если их центр находится в пределах домена. Подобным способом вычисляется объёмная доля волокон для других элементов.

Чтобы иметь возможность напечатать спроектированную композитную пластину переменной жёсткости, необходимо моделировать траекторию сопла, которая располагается посередине между траекториями волокон. Кроме того, существует ещё два ограничения для моделирования композитных пластин с криволинейным армированием из-за особенностей процесса 3D печати. Минимальный радиус кривизны траектории сопла не должен быть меньше 4 мм, поскольку возможность 3D печати с меньшим радиусом проблематична. Объёмная доля волокон должна изменяться только в пределах от 6.67% до 40%. Для используемого процесса 3D печати расстояние между соседними траекториями волокон с объёмной долей волокон 6.67% и 40% составляет 1.5 мм и 0.25 мм, соответственно. Свойства материала рассчитываются в зависимости от полученных траекторий волокон. Так как везде моделируется минимальное расстояние 0.25 мм между соседними траекториями волокон, то максимальная

объёмная доля волокон не может превышать 40%. Если минимальная объёмная доля волокон между соседними траекториями волокон меньше 6.67% или минимальный радиус траектории сопла меньше 4 мм, такие траектории волокон модернизируются. Минимальное расстояние между ними увеличивается на 0.25 мм и становится 0.5 мм, при этом модернизированная траектория проводится посередине между траекториями волокон. Эта модернизированная траектория не является линией максимальных главных напряжений, и она необходима только для повышения объёмной доли волокон и/или радиуса траектории волокна, чтобы обеспечить возможность 3D печати. Такой итерационный процесс моделирования траекторий продолжается до тех пор, пока ограничения по 3D печати не будут сняты. Далее на основе построенных траекторий волокон моделируется новый материал, и из-за этого поле напряжений изменяется. Итерационный процесс моделирования композитной пластины переменной жёсткости продолжится до тех пор, пока эффективный коэффициент концентрации напряжений между итерациями не изменится менее, чем на 1%.

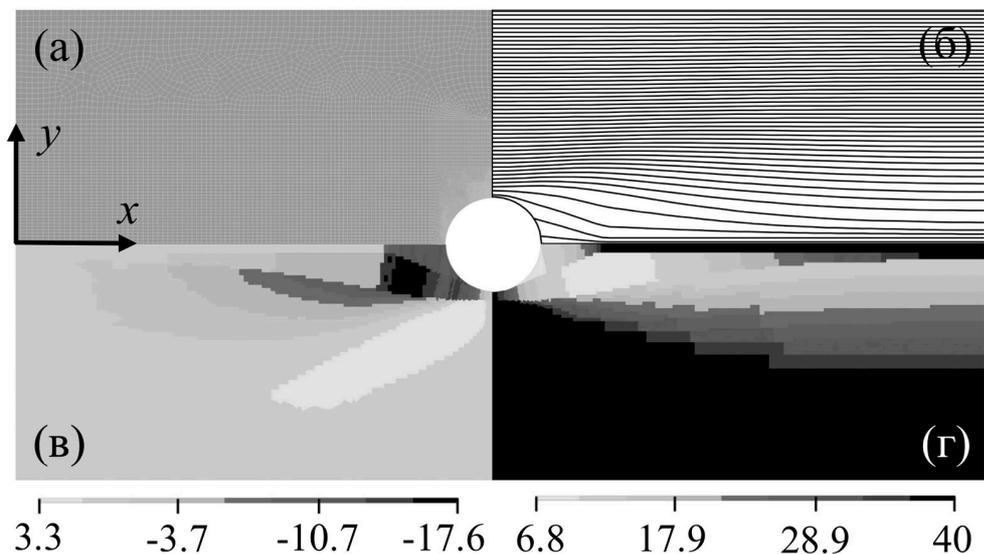


Рис. 5.3 Конечно-элементная модель - (а), а также распределения траекторий сопла - (б), ориентаций волокна - (в) и объёмной доли волокон - (г)

Для расчёта пластины с отверстием была создана конечно-элементная модель, которая показана на рис. 5.3 (а). В итоге, после завершения моделирования композитной пластины с криволинейным армированием получены распределения траекторий сопла (рис. 5.3 (б)), ориентаций волокон (рис. 5.3 (в)) и объёмной доли

волокон (рис. 5.3 (г)). Были вычислены и использованы значения координат и объёмной доли волокон вдоль траекторий сопла, чтобы контролировать параметры 3D печати. Для управления 3D принтером был написан G-код на основе полученных результатов моделирования, после чего была напечатана пластина с 10-ю слоями (рис. 5.4).

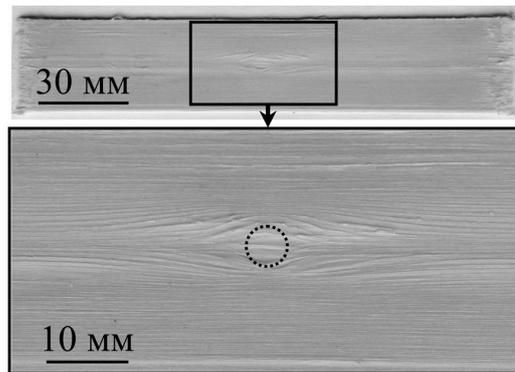


Рис. 5.4 Пластина с криволинейным армированием, напечатанная на 3D принтере

Стоит отметить, что из-за отсутствия режущего механизма в 3D принтере, траектории сопла в зоне отверстия были непрерывными, поэтому отверстие сверлилось после завершения печати пластины. Кроме того, была также напечатана пластина с однородной объёмной долей волокон 40%, в которой ориентация волокон была направлена вдоль оси  $x$  (рис. 5.1). Схемы криволинейного и однонаправленного армирования для таких пластин обозначены, соответственно, C и UD.

### 5.1.2. 3D печать пластины с отверстием

После завершения моделирования композитной пластины с криволинейным армированием были получены координаты траекторий сопла, а также изменение объёмной доли волокон вдоль них. Затем эти данные были переданы по договору в Китай д.т.н., проф. Сяогуану Тяню (Xiaoyong Tian) из Сианьского университета Цзяотун (Xi'an Jiaotong University) и его коллегам, чтобы они на основе созданного G-кода напечатали композитные пластины. В этом разделе кратко описаны основные принципы и процесс 3D печати, используемые при изготовлении пластин.

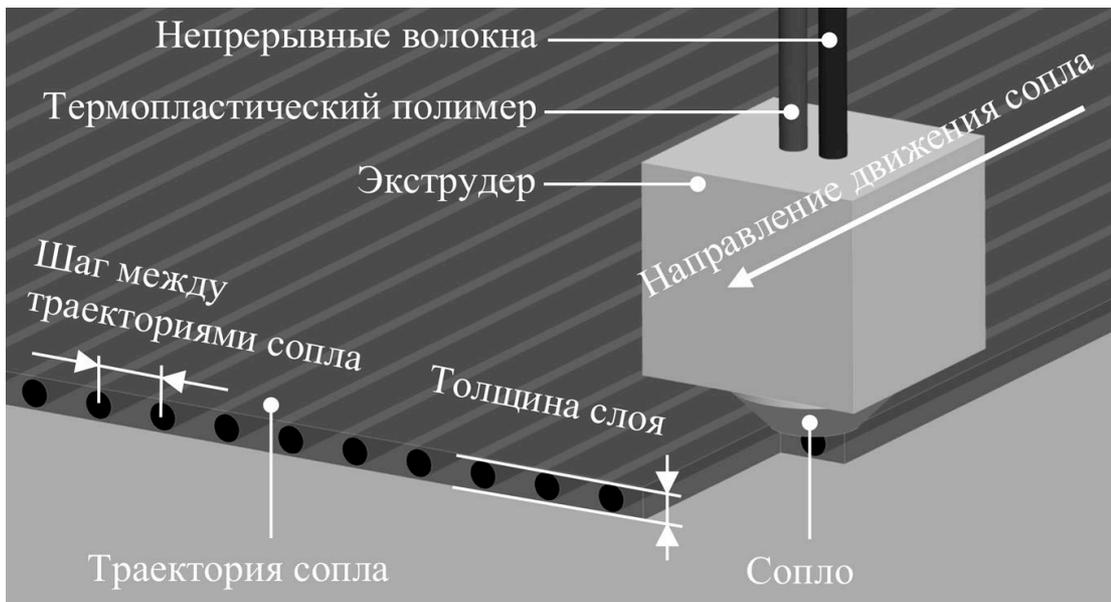


Рис. 5.5 Процесс 3D печати композитов с однонаправленным армированием

Ранее процесс 3D печати композитов, в котором применялась одновременная подача пучка волокон и термопластической полимерной нити в экструдер 3D принтера, был предложен в работе [84]. Изменение скорости подачи пластика приводит к тому, что становится возможным варьировать объёмную долю волокон и, соответственно, ширину напечатанной композитной нити. Для того чтобы описать свойства материала в зависимости от объёмной доли волокон, были изготовлены и испытаны композиты с однонаправленными волокнами (рис. 5.5). Полученные зависимости приведены в таблице 5.1, а подробный их анализ был рассмотрен в [2].

В качестве сырья для изготовления композитов были выбраны следующие материалы: непрерывные волокна Кевлар и термопластическая полимерная нить (таблица 5.2). Термопластическая нить подаётся в экструдер 3D принтера шаговым двигателем, а волокна направляются по каналу, выполненному в виде трубки. Нагрев полимерного материала в экструдере приводит к его плавлению, в результате чего пучок волокон пропитывается пластиком под определенным давлением в сопле принтера и выдавливается из него. Затем при комнатной температуре композитная нить, напечатанная на 3D принтере, остывает и переходит в твердое состояние. При управлении принтером сопло перемещается в плоскости  $x$ - $y$  по заданной траектории, а когда завершается печать слоя, сопло

поднимается на толщину слоя в направлении оси  $z$ . Таким образом, происходит послойная печать композитного материала с переменными свойствами. Процесс 3D печати композитной нити с переменной шириной проиллюстрирован на рис. 5.6.

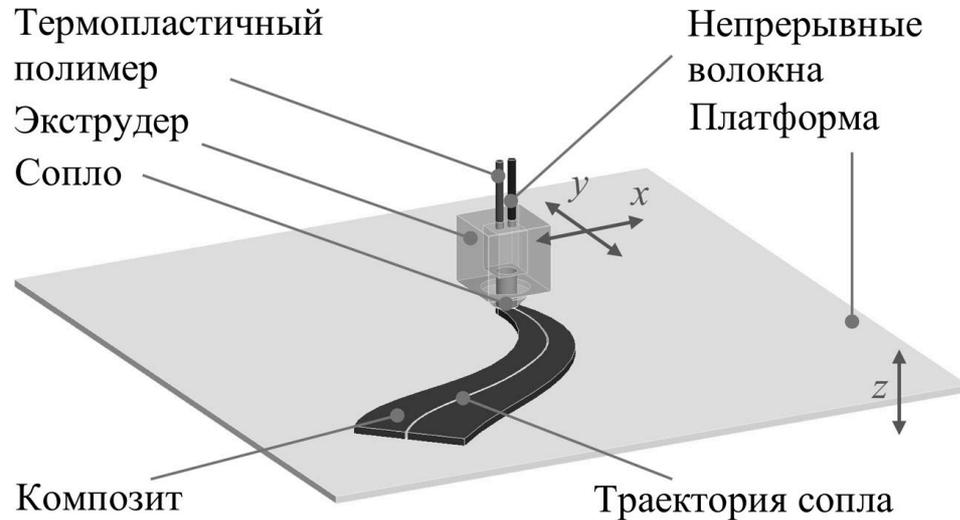


Рис. 5.6 Процесс 3D печати композитов с криволинейным армированием

Таблица 5.2 Материалы для 3D печати композита

Материалы	Производитель	Спецификация материала	Плотность (кг/м <sup>3</sup> )
Кевлар	DuPont	145 Dtex	1440
PLA	China Flash Forge Technology Co., Ltd.	Диаметр нити 1.75 мм	1240

Морфология композитной нити приводится на рис. 5.7. Стоит отметить, что в процессе печати композитная нить прижимается соплом либо к платформе, либо к ранее напечатанному слою, при этом поперечное сечение нити принимает вид эллипса. В связи с этим, в композитном материале появляется пористость, которая растёт с увеличением объёмной доли волокон. Схематическое распределение пор в композитном материале, напечатанном на 3D принтере, показано на рис. 5.7.

На качество композитного материала могут влиять разные параметры 3D печати. Поскольку полимерный материал необходимо нагреть до расплавленного состояния, то температуры в 180° в экструдере было бы достаточно, так как для PLA - это точка плавления. Однако, вязкость полимера на таком уровне

температуры остаётся низкой. Улучшить адгезию между волокнами и полимером можно за счёт нагрева экструдера до  $210^{\circ}$ , что уменьшает количество дефектов, таких как пузыри, возникающие при пропитке пучка волокон полимером. Помимо этого высокая скорость печати композитного материала приводит к низкой точности формования детали. Для эффективной печати материала её скорость печати была установлена на уровне 100 мм/мин, а диаметр сопла 3D принтера составил 1.5 мм.

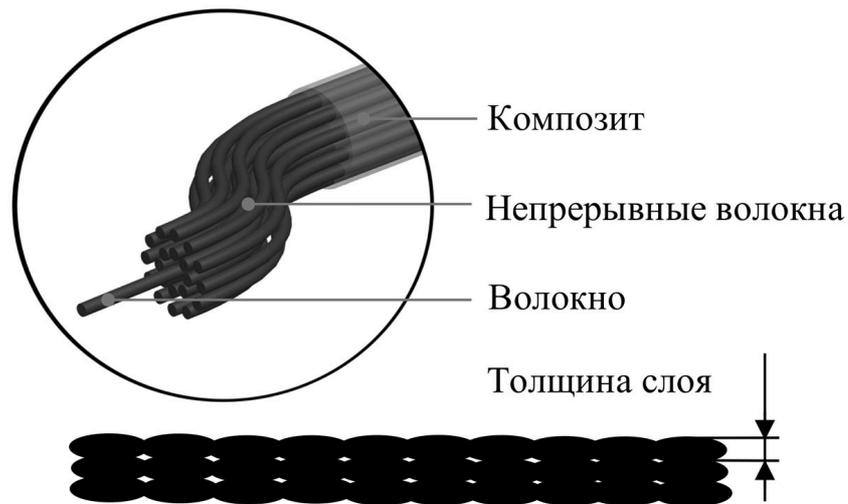


Рис. 5.7 Морфология композитной нити и сечение пластины

Из-за ограничений процесса 3D печати минимальная и максимальная объёмная доля волокон должна быть 6.67% и 40%, соответственно. Кроме того, существует минимальный радиус кривизны при укладке нити, ниже которого изготовление композитного материала становится проблематичным. Для того чтобы определить этот минимальный радиус, был напечатан слой при траекториях сопла с различным радиусом кривизны, варьируемым от 3 мм до 9 мм (рис. 5.8). В процессе печати использовались настройки 3D-принтера, с помощью которых изготавливался композитный материал с минимальной объёмной долей волокон. Предполагалось, что траектория пучка волокон будет совпадать с траекторией сопла (рис. 5.8 (б)). Однако, из-за натяжения волокон в вязком полимере, пучок волокон отклоняется от траектории сопла и располагается ближе к траектории с меньшим радиусом кривизны. Как видно из рис. 5.8, минимальный радиус кривизны траектории сопла равен 4 мм. Такой же минимально допустимый радиус кривизны печати волокнистого композита был получен в [91].

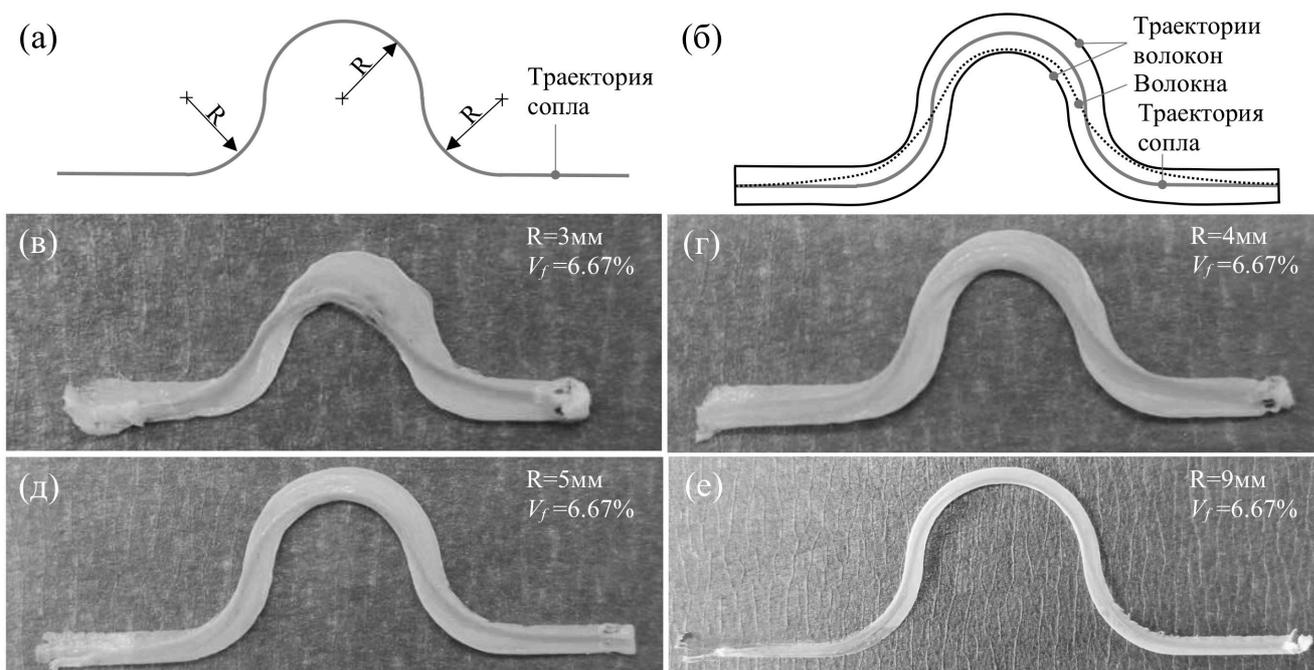


Рис. 5.8 3D печать композитной нити с разными радиусами кривизны траектории при минимальной объёмной доле волокон

### 5.1.3. Анализ механического поведения композитных пластин с отверстием

После моделирования композитных пластин с отверстием были вычислены напряжения и коэффициенты концентраций напряжений. Поля напряжений вдоль ( $\sigma_1$ ) и поперёк ( $\sigma_2$ ) волокон, а также распределение касательных напряжений ( $\tau_{12}$ ) показаны на рис. 5.9 (а), (б) и (в), соответственно. Эти поля напряжений были получены при среднем напряжении 1 МПа. Кроме того, для каждого элемента был рассчитан эффективный коэффициент концентрации напряжений, и его распределение приводится на рис. 5.9 (г). Сравнение максимальных значений напряжений и коэффициентов концентраций напряжений для пластин с отверстием, армированных криволинейными (С) и однонаправленными (UD) волокнами, приведено на рис. 5.10.

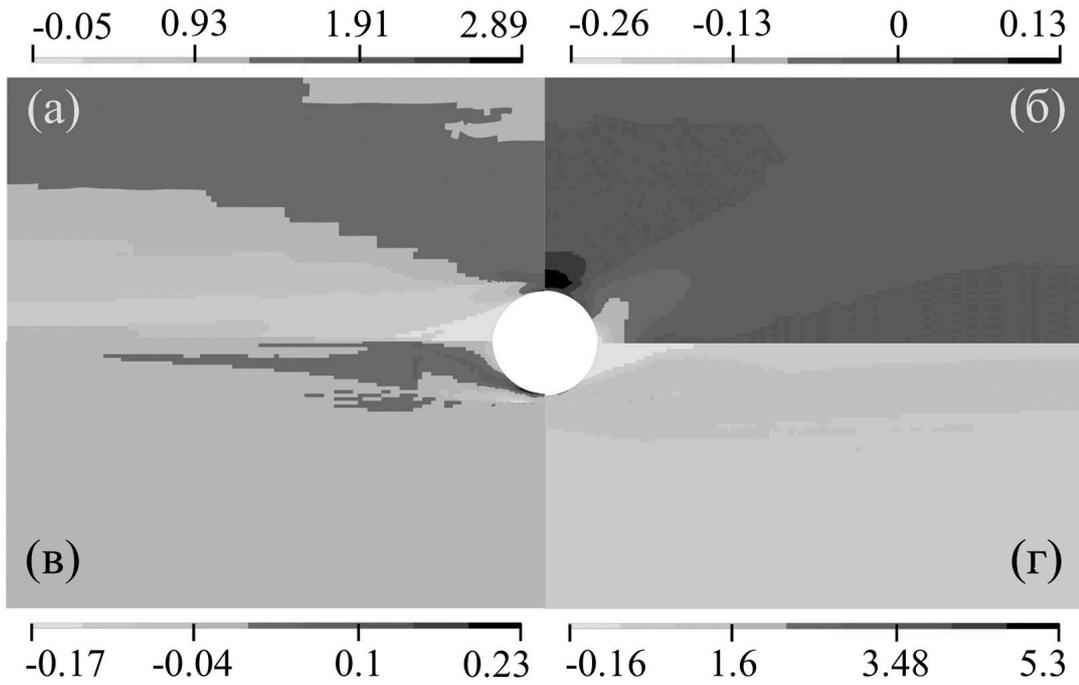


Рис. 5.9 Поля напряжений (МПа) вдоль - (а) и поперек - (б) волокон, а также распределение касательного напряжения (МПа) - (в) и эффективного коэффициента концентрации напряжений - (г)

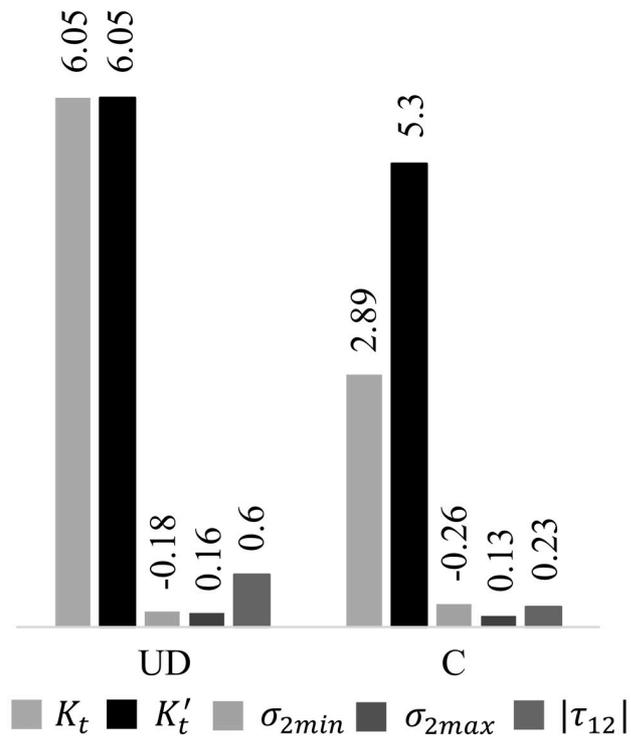


Рис. 5.10 Максимальные значения напряжений (МПа) и коэффициентов концентрации напряжений для пластины с криволинейным и однонаправленным армированием

Как видно из результатов, представленных на рис. 5.9 и 5.10, коэффициенты концентраций напряжений снижаются при переходе от однонаправленного к криволинейному армированию. В частности, коэффициент концентрации напряжений в направлении волокна ( $K_t$ ) уменьшается в 2 раза, хотя эффективный коэффициент концентрации напряжений ( $K'_t$ ) снижается незначительно. Однако область с высокими значениями  $K'_t$  возле отверстия в композитной пластине переменной жёсткости невелика (рис. 5.9 (г)). Напряжения поперёк волокон сохраняются на одном уровне, в то время как касательное напряжение уменьшается в 2.6 раза при переходе от однонаправленного к криволинейному армированию.

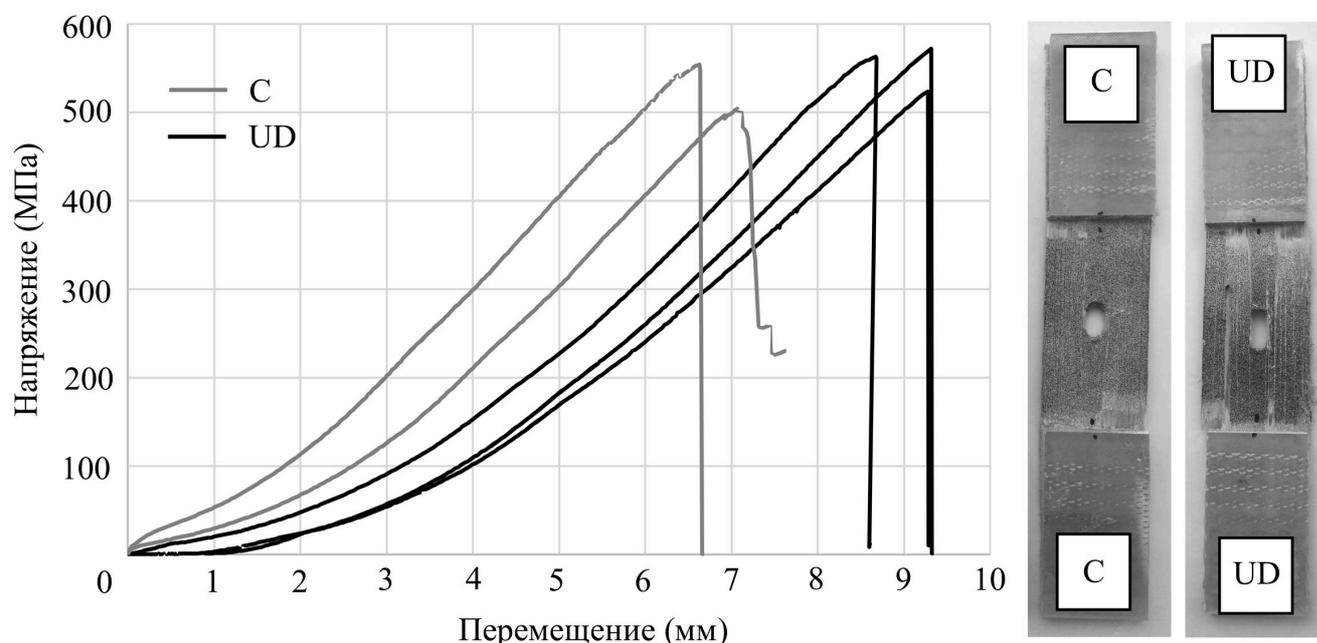


Рис. 5.11 Диаграммы «напряжение-перемещение», а также вид разрушения пластин с отверстием, армированных криволинейными (C) или однонаправленными (UD) волокнами

После печати образцов были проведены испытания на растяжение с применением корреляции цифровых изображений (в ИМАШ РАН совместно с сотрудниками Татусь Н.А., Плугатарь Т.П. и Пугачёв М.С.) на машине Shimadzu при постоянной скорости движения захватов 0.9 мм/мин. Диаграммы «напряжение-перемещение» для пластин с отверстием, напечатанных на 3D принтере, а также вид их разрушения после испытаний показаны на рис. 5.11.

Как видно из результатов испытаний, предельные напряжения для пластин с криволинейным и однонаправленным армированием составляют 530 МПа и 553 МПа, соответственно. Однако, при практически одинаковой предельной нагрузке усреднённая объёмная доля волокон для пластины переменной жёсткости при  $x = 0$  равна 29.9%, т.е. число волокон для неё меньше на 25% (рис. 5.3 (г)). Таким образом, учитывая, что стоимость волокон Кевлар значительно выше, чем пластика PLA, экономическая эффективность композитных структур с криволинейным армированием существенно возрастает.

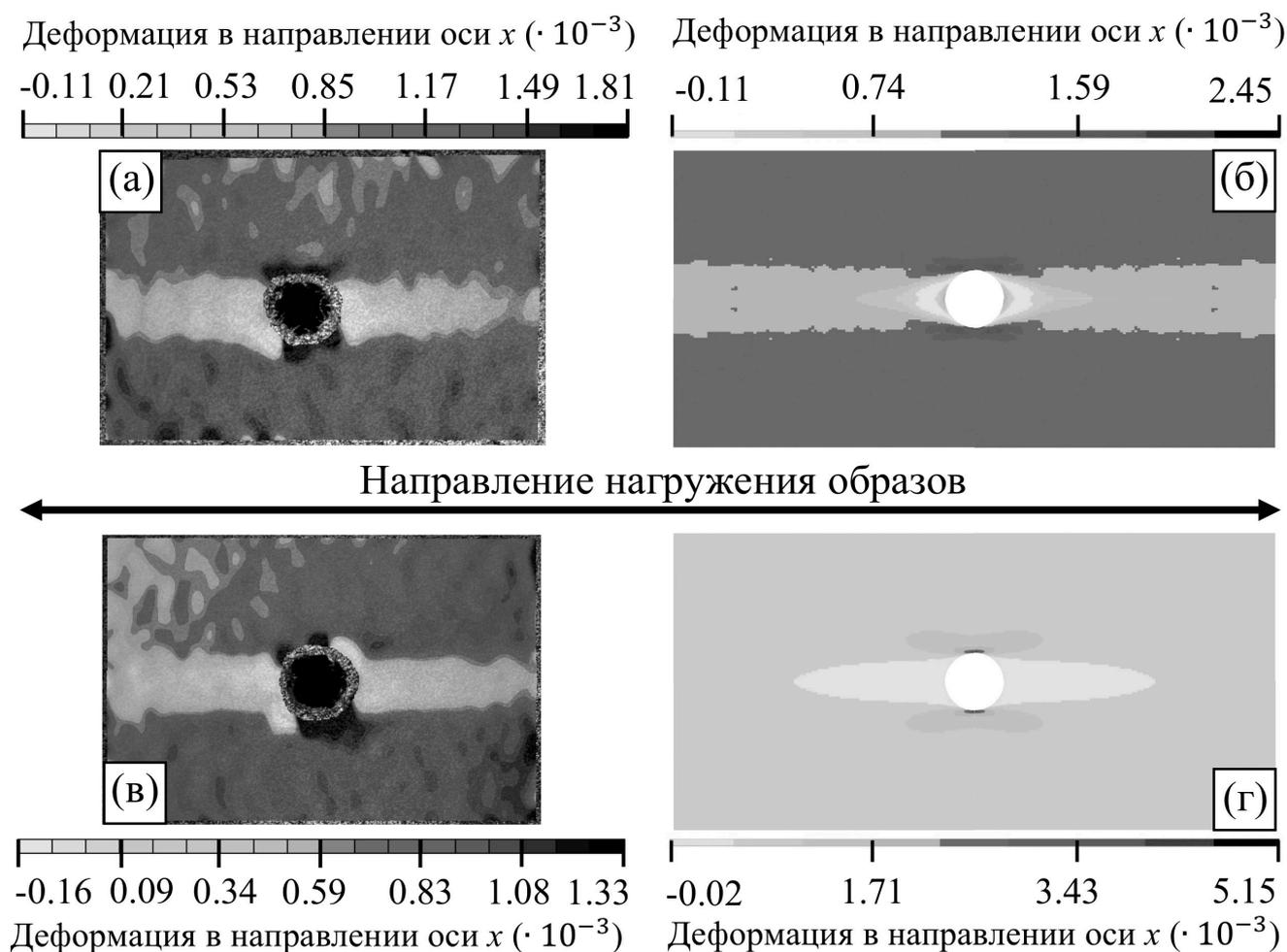


Рис. 5.12 Распределение деформации в направлении оси  $x$  для пластины с криволинейным - (а) и (б), а также с однонаправленным - (в) и (г) армированием. Поля деформаций получены с помощью корреляции цифровых изображений - (а), (в) и МКЭ - (б), (г)

Деформации, рассчитанные с помощью МКЭ, были сравнены с экспериментальными результатами. В данном эксперименте поле деформаций

регистрировалось методом корреляции цифровых изображений (Digital Image Correlation (DIC)). Полученные численно и экспериментально поля деформаций в направлении оси  $x$  при растягивающей нагрузке 1000 Н показаны на рис. 5.12. Поскольку на начальных участках диаграмм «напряжение-перемещение» возникает нелинейность, для регистрации деформаций с помощью корреляции цифровых изображений был использован участок, находящийся между 4000 Н (133.3 МПа) и 5000 Н (166.6 МПа) (рис. 5.11). Как видно из рисунка, на этом участке наблюдается линейная зависимость напряжения от перемещения; при этой нагрузке отсутствуют какие-либо разрушения/расщепления в композитных пластинах с разным видом армированием.

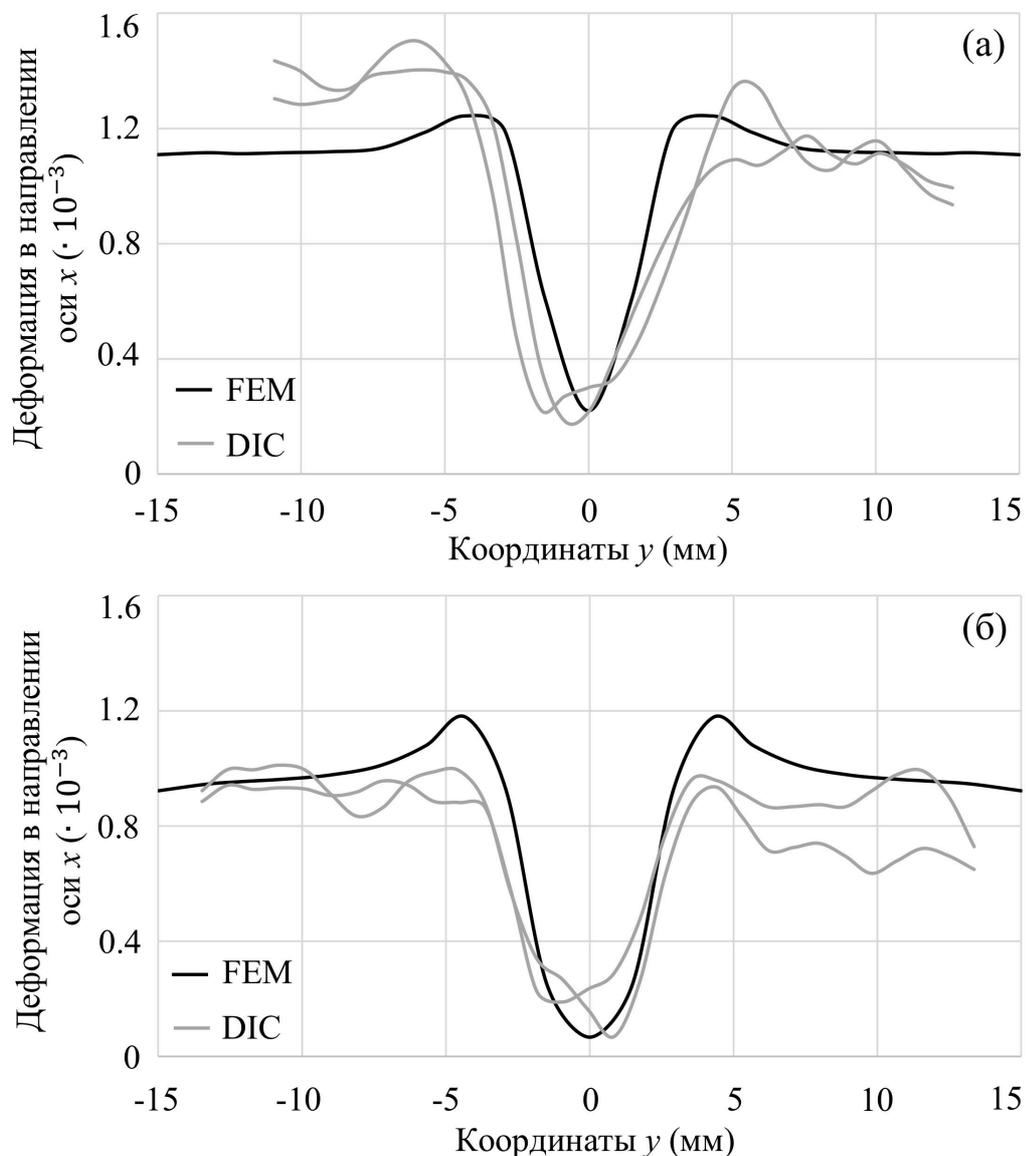


Рис. 5.13 Изменение деформации в направлении  $x$  вдоль оси  $y$  при  $x = 24$  мм и  $x = 36$  мм для криволинейного - (а) и однонаправленного - (б) армирования

Из-за ограничений метода корреляции цифровых изображений поля деформаций не могут регистрироваться по всей пластине, в связи с чем отсутствуют данные возле отверстий (рис. 5.12 (а) и (в)). Для деформаций, вычисленных методом конечных элементов, таких ограничений нет, поэтому максимальные численные и экспериментальные значения деформаций в направлении оси  $x$  значительно различаются. Однако, если использовать одну и ту же зону для пластины, где зарегистрированы деформации с помощью корреляции цифровых изображений и показать деформации для части элементов в этой же зоне пластины, то максимальные значения (численные) деформации в направлении оси  $x$  составят  $1.86 \cdot 10^{-3}$  и  $1.63 \cdot 10^{-3}$  для криволинейного и однонаправленного армирования, соответственно. Кроме того, были получены зависимости деформации в направлении  $x$  вдоль оси  $y$  при  $x = 24$  мм и  $x = 36$  мм (см. рис. 5.1), которые приведены на рис. 5.13. Как видно из результатов, численные и экспериментальные данные хорошо коррелируют друг с другом.

Стоит отметить также результаты других авторов, применявших криволинейное армирование в композитных пластинах с отверстием, которые были напечатаны на 3D принтере. Их результаты приведены в таблице 5.3, где  $W$  – ширина пластины,  $D$  – диаметр отверстия, ULUD и ULC – предельная нагрузка для однонаправленного и криволинейного армирования, соответственно. Как видно из таблицы 5.3, предельная нагрузка возрастает при изменении типа армирования. Однако в приведённых исследованиях нет информации о распределении объёмной доли волокон, поэтому число волокон для композитных структур с разным армированием (однонаправленным и криволинейным) может различаться. Кроме того, стоит отметить, что предельная нагрузка для пластин, полученных в [92,95,96], значительно ниже, особенно для пластин с однонаправленным армированием.

Таблица 5.3 Размеры, предельные нагрузки и тип армирования для пластин с отверстием, напечатанных на 3D принтере

W (мм)	D (мм)	ULUD (МПа)	ULC (МПа)	Тип волокон	Ссылка
36	6	154	291	Непрерывные	[92]

13	3.5	244	313	Непрерывные	[95]
25	12.5	16.8	21.3	Короткие	[96]

## 5.2. Пластина с болтовым соединением

### 5.2.1. Моделирование и 3D печать пластины с отверстием под болтовое соединение

Поскольку разработанный метод моделирования композитных структур с криволинейным армированием, описанный в главе 3, основан на применении непрерывных траекторий волокон, они могут быть использованы при изготовлении композитных материалов с неоднородным распределением ориентаций волокна. Такое контролируемое криволинейное армирование по заданным непрерывным траекториям можно реализовать с помощью 3D печати. Для изготовления композитных структур с болтовым соединением был использован другой процесс 3D печати, в котором в экструдер подавалась в виде препрега уже полимерная нить, армированная непрерывными углеродными волокнами. Далее композитная нить плавилась до жидкого состояния за счёт нагревательного элемента и выдавливалась через сопло. Изменение позиционирования сопла приводит к контролируемой укладке волокон, что позволяет изготавливать композиты с заданной ориентацией волокон.

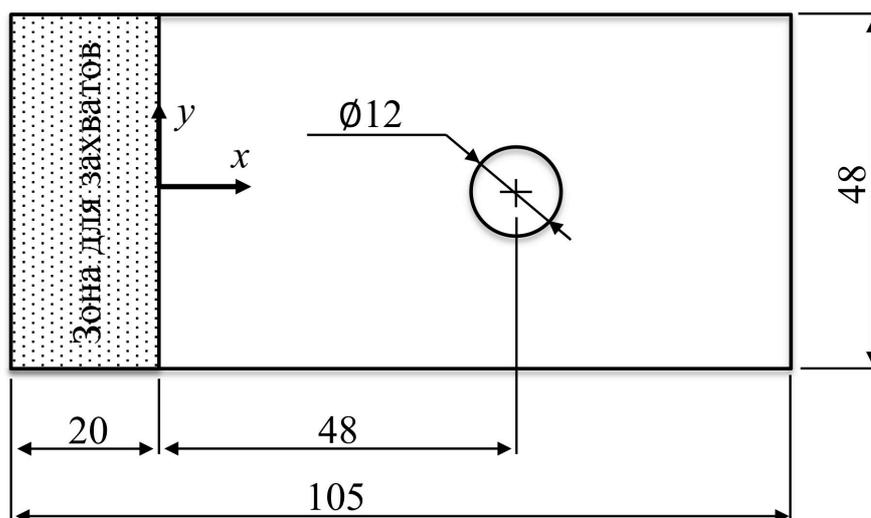


Рис. 5.14 Размеры композитной пластины (мм) с отверстием под болтовое соединение

При сотрудничестве с д.т.н., проф. Рёсукэ Мацудзаки (Ryosuke Matsuzaki) из Токийского университета науки (Tokyo University of Science) и с его коллегами была спроектирована, напечатана на 3D принтере и испытана на растяжение пластина с болтовым соединением, состоящая из слоёв с тремя разными типами армирования. Размеры пластины показаны на рис. 5.14, и они соответствуют геометрии образцов C-B и UD-B, рассмотренных в главе 4.

Траектории волокон в слое с криволинейным армированием укладывались вдоль максимального главного напряжения, и на их основе формировался материал с переменными ориентациями и объёмной долей волокон. Полученные траектории волокон далее использовались для контроля позиционирования сопла, чтобы достичь заданной переменной ориентации волокон. Общая схема 3D печати композитной пластины приведена на рис. 5.15.

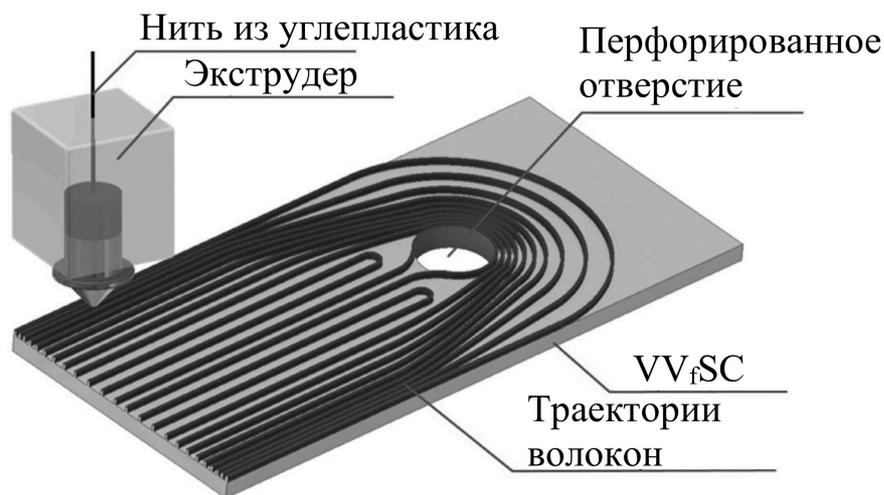


Рис. 5.15 Общая схема 3D печати слоя с криволинейным армированием

Образцы для испытаний были изготовлены в виде пластины со слоистой структурой  $VV_fSC [0/C/\pm 45/C]_s$ , состоящей из 10-ти слоёв (рис. 5.16), где слой C – слой с криволинейными волокнами, направленными вдоль траекторий максимального главного напряжения. Поскольку при использовании непрерывной нити из углепластика с постоянной толщиной и шириной неизбежно возникают пустоты, то для фиксации положения криволинейных волокон в слое C применялись дополнительные слои 0 и  $\pm 45^\circ$ . Слой  $90^\circ$  не был добавлен в слоистую композитную структуру из-за его малого вклада, как в суммарную жёсткость, так и в прочность. Следует также отметить, что траектории волокон были взяты из

спроектированного слоя С, где никакие пустоты между траекториями волокон не учитывались, поэтому в реальности механическое поведение слоя С, напечатанного на 3D принтере, отличается от смоделированного.

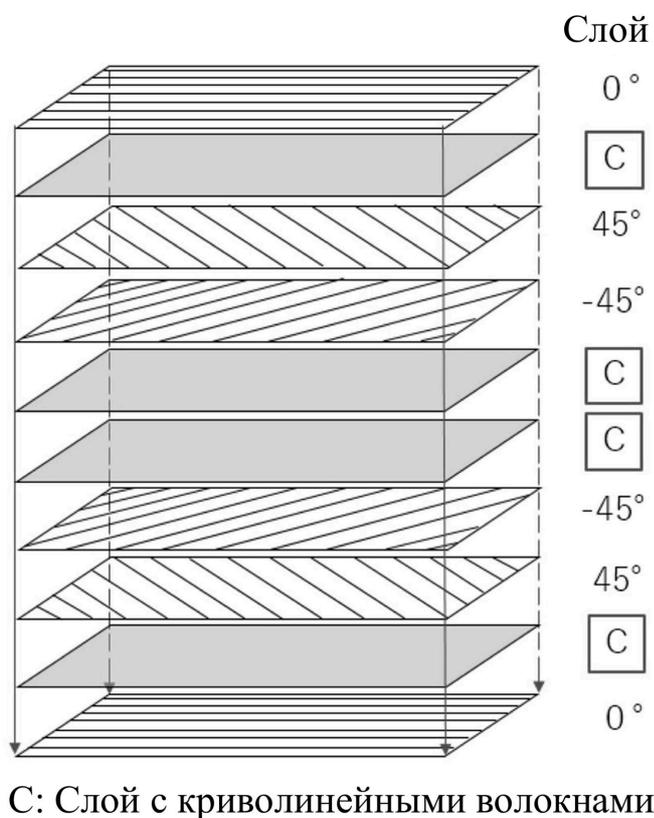


Рис. 5.16 Слоистая структура композитных пластин

Поскольку в использованном 3D принтере нет режущего механизма, траектории волокон укладывались непрерывно в режиме одиночного хода. Для слоёв  $0$  и  $\pm 45^\circ$  с прямолинейным армированием печать выполнялась по прямой линии от края до края пластины. После достижения границы пластины сопло перемещалось перпендикулярно (поперечно) от ранее пройденного пути на 1 мм, и печать продолжалась по параллельной прямой линии в обратном направлении. Слой с криволинейными волокнами печатался по непрерывной траектории, вдоль которой волокна были направлены вдоль максимального главного напряжения. Каждый слой был напечатан с помощью описанной выше процедуры. После завершения печати слоя сопло перемещалось по оси  $z$  на расстояние, равное толщине слоя, и затем начиналась печать следующего слоя.

Для печати образцов использовался 3D принтер типа FDM (Fused Deposition Modeling (Моделирование методом послойного наплавления)) от Bonsai Lab, Inc.,

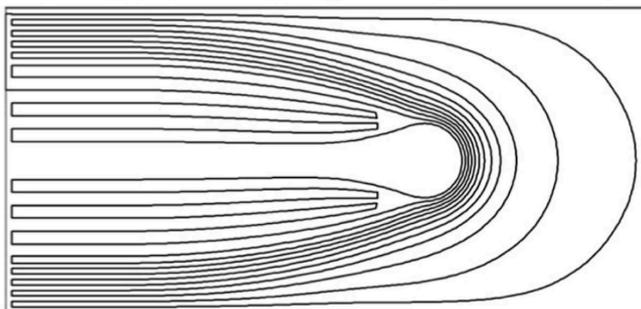
как в [144], и нить из углепластика от Markforged, Inc. Диаметр сопла 3D принтера составлял 0.9 мм, а диаметр нити из углепластика – 0.4 мм. Так как нить прижимается соплом во время печати к ранее напечатанному слою, происходит её деформация (овализация) и ширина нити становится 1.0 мм, а толщина составляет 0.14 мм. Нить из углепластика представляет собой композитный материал, состоящий из нейлона с внедренными в полимерную матрицу непрерывными углеродными волокнами. Объёмная доля волокна в нити варьируется от 34.5% [90,145] до 40% [146]. Свойства таких композитов, армированных непрерывным углеродным волокном и напечатанных на 3D принтере, приведены в таблице 5.4, где  $E_1$  и  $\mu_{12}$  – модуль упругости в направлении волокна и коэффициент Пуассона, соответственно.  $X$  – продольная прочность,  $Y$  – поперечная прочность. Индексы  $T$  и  $C$  обозначают растяжение и сжатие. Кроме того, жесткость, пределы прочности, прочность на межслойный сдвиг и ударная вязкость слоистых композитных материалов с добавлением слоёв из нейлона (без углеродных волокон) были исследованы в работах [90, 148-150].

Таблица 5.4 Свойства углепластика, напечатанного на 3D принтере

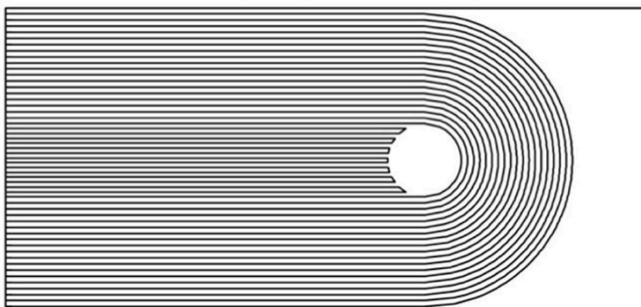
$E_{1T}$ (ГПа)	$E_{1C}$ (ГПа)	$\mu_{12}$	$X_T$ (МПа)	$X_C$ (МПа)	$Y_C$ (МПа)
68 [146]	53 [146]	0.35 [146]	701 [146]	223 [146]	42 [146]
58 [147]			719 [147]		

Криволинейные траектории волокон, направленные вдоль главного напряжения, были получены с учётом изменения ориентации волокна и объёмной доли волокон. При моделировании пластины применялись точно такие же граничные условия, как в разделе 4.2. Стоит отметить, что при создании модели пластины использовались свойства компонентов углепластика IM7/8552 (таблица 2.4), поскольку в литературе не были найдены свойства компонентов, применённых при 3D печати.

$VV_fSC [0/C/\pm 45/C]_s$  Слой С для  $VV_fSC$



$VSC [0/C/\pm 45/C]_s$  Слой С для VSC



$CSC [0_2 / \pm 45 / 0]_s$  Слой 0 для CSC

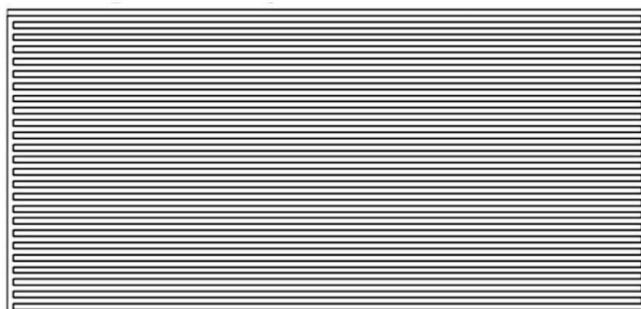
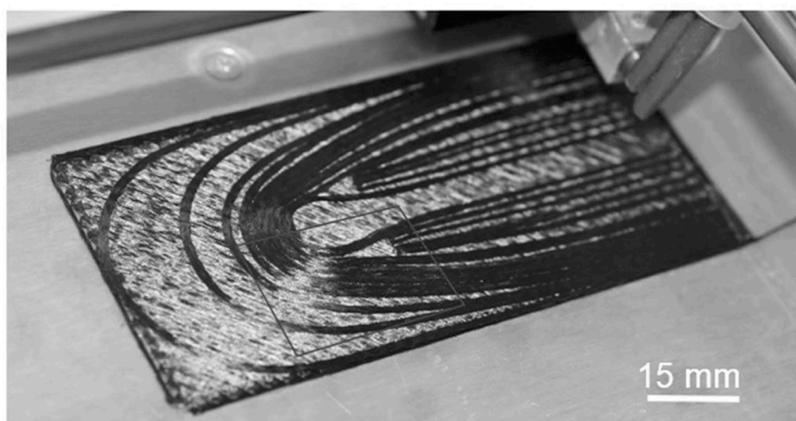
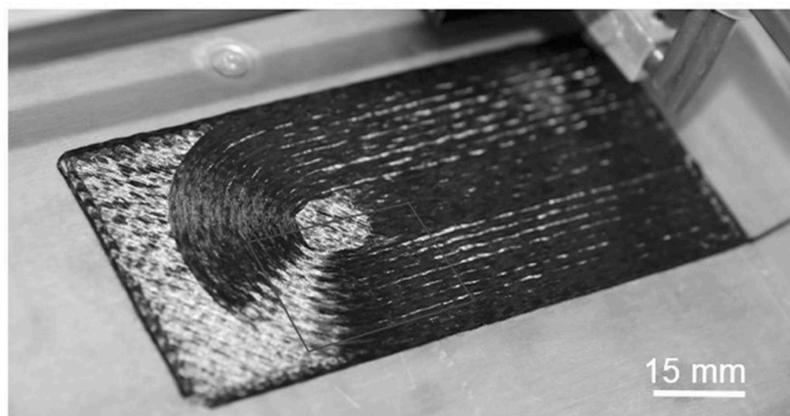


Рис. 5.17 Траектории волокон в слоях С и 0

На рис. 5.17 показаны траектории волокон для трех типов образцов ( $VV_fSC$ , VSC и CSC), использованных во время 3D печати слоёв С и 0. В слое С для образца  $VV_fSC$  реализованы криволинейные траектории с переменными ориентацией и объёмной долей волокон, полученные после моделирования композитной пластины переменной жёсткости, а в образце VSC в слое С траектории волокон искривляются только в окрестности отверстия, в то время как волокна в слое 0 в образце CSC являются везде однонаправленными. Эти траектории волокон для всех типов образцов были преобразованы в G-код и применялись при 3D печати. На рис. 5.18 показаны фотографии напечатанных слоёв С для образцов  $VV_fSC$  и VSC.

VV<sub>f</sub>SC

VSC

Рис. 5.18 Фотографии слоя С для образцов VV<sub>f</sub>SC и VSC

Таблица 5.5 Масса каждого образца

Тип образца	Масса (г)
VV <sub>f</sub> SC	5.88
VSC	6.75
CSC	7.57

Усреднённые массы каждого образца приведены в таблице 5.5. Кроме того, были оценены отношения содержания волокон в слоях С к слою 0 с использованием количества экструзии нити во время 3D печати: они составляют 84.8% и 49.8% для слоёв С в образцах VSC и VV<sub>f</sub>SC относительно слоя 0, соответственно. Что касается слоистых структур, то общая объёмная доля волокна перед сверлением, рассчитанная на основе количества использованных траекторий волокон и объёмной доли волокна в нити, составляют 34.5%, 32.4%, 27.6% для CSC, VSC и VV<sub>f</sub>SC, соответственно. Для расчета объёмной доли волокна в

слоистых материалах было принято, что объемная доля волокна в углепластиковой нити составляет 34.5%, как в работе [90].

### 5.2.2. Механическое поведение пластин с болтовым соединением

Перед проведением испытаний на растяжение образцы закреплялись с помощью захватов, а болтовое соединение создавалось путем помещения болта М12 в отверстия образца и стальных пластин (рис. 5.19). Образцы зажимались между стальными пластинами для предотвращения коробления во время испытаний. Болт затягивался вручную, с минимальным усилием, чтобы только избежать вращения испытуемых образцов вокруг оси болта. Испытание проводилось с использованием электромеханической испытательной рамы AG-X plus (Shimadzu Corporation) при скорости движения активного захвата 1.0 мм/мин.

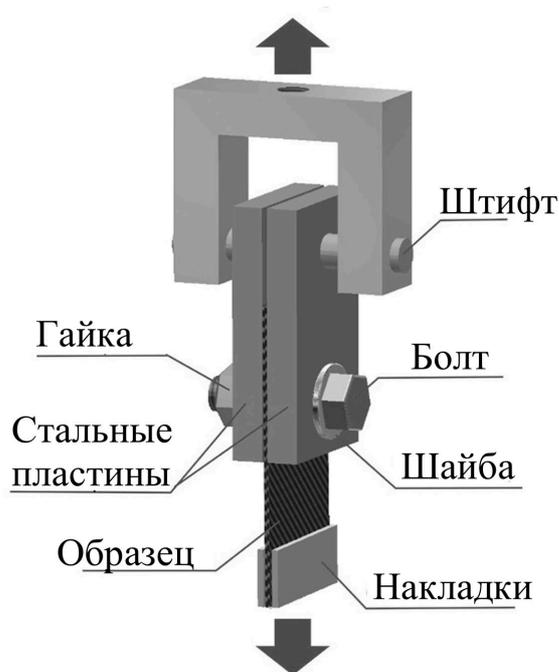


Рис. 5.19 Схема испытаний болтовых соединений на растяжение

На рис. 5.20 показаны диаграммы «нагрузка-перемещение», полученные в результате испытаний на растяжение болтового соединения. Для получения этих результатов использовались по три образца для каждого типа пластин. Как видно из результатов, на начальном этапе испытаний кривые оказываются нелинейными, поскольку имеются люфты между болтом и пластинами, а также потому, что зажим пластин в самозатягивающихся захватах реализуется постепенно.

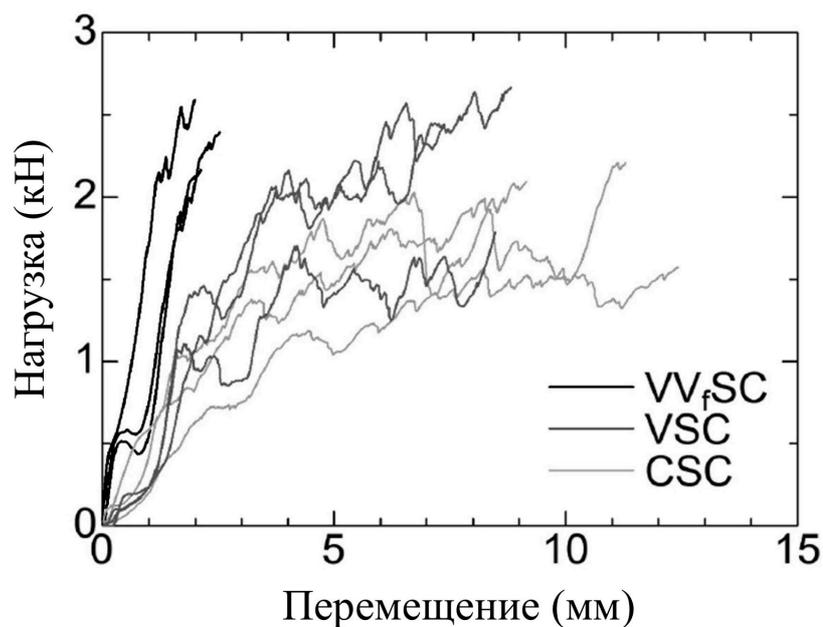


Рис. 5.20 Диаграммы «нагрузка-перемещение» для различных образцов

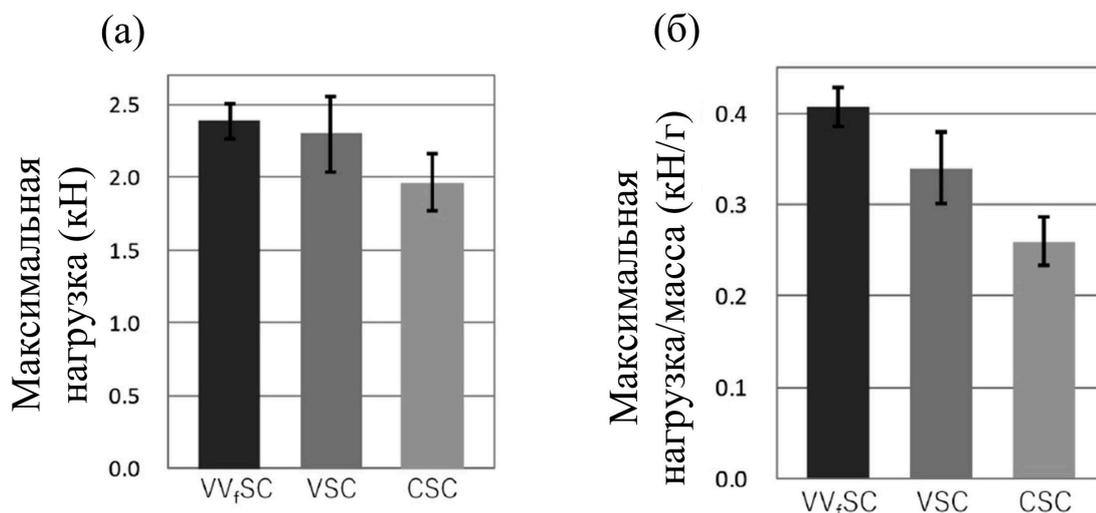


Рис. 5.21 Максимальная нагрузка - (а) и максимальная удельная нагрузка - (б) для всех типов образцов

На рис. 5.21 (а) показана максимальная нагрузка для трех типов образцов, полученная из рис. 5.20. Эта нагрузка примерно одинакова для образцов VV<sub>f</sub>SC и VSC и в 1.2 раза выше, чем для образца CSC. Поскольку в образцах VV<sub>f</sub>SC и VSC имеются пустоты из-за несплошного заполнения композитным материалом слоя С, то они весят меньше, чем образец CSC. Учитывая эту разницу в массе, на рис. 5.21 (б) приводится максимальная удельная нагрузка для каждого образца. Как видно из результатов, максимальная удельная нагрузка для VV<sub>f</sub>SC в 1.2 и 1.6 раза выше, чем для образцов VSC и CSC, соответственно.

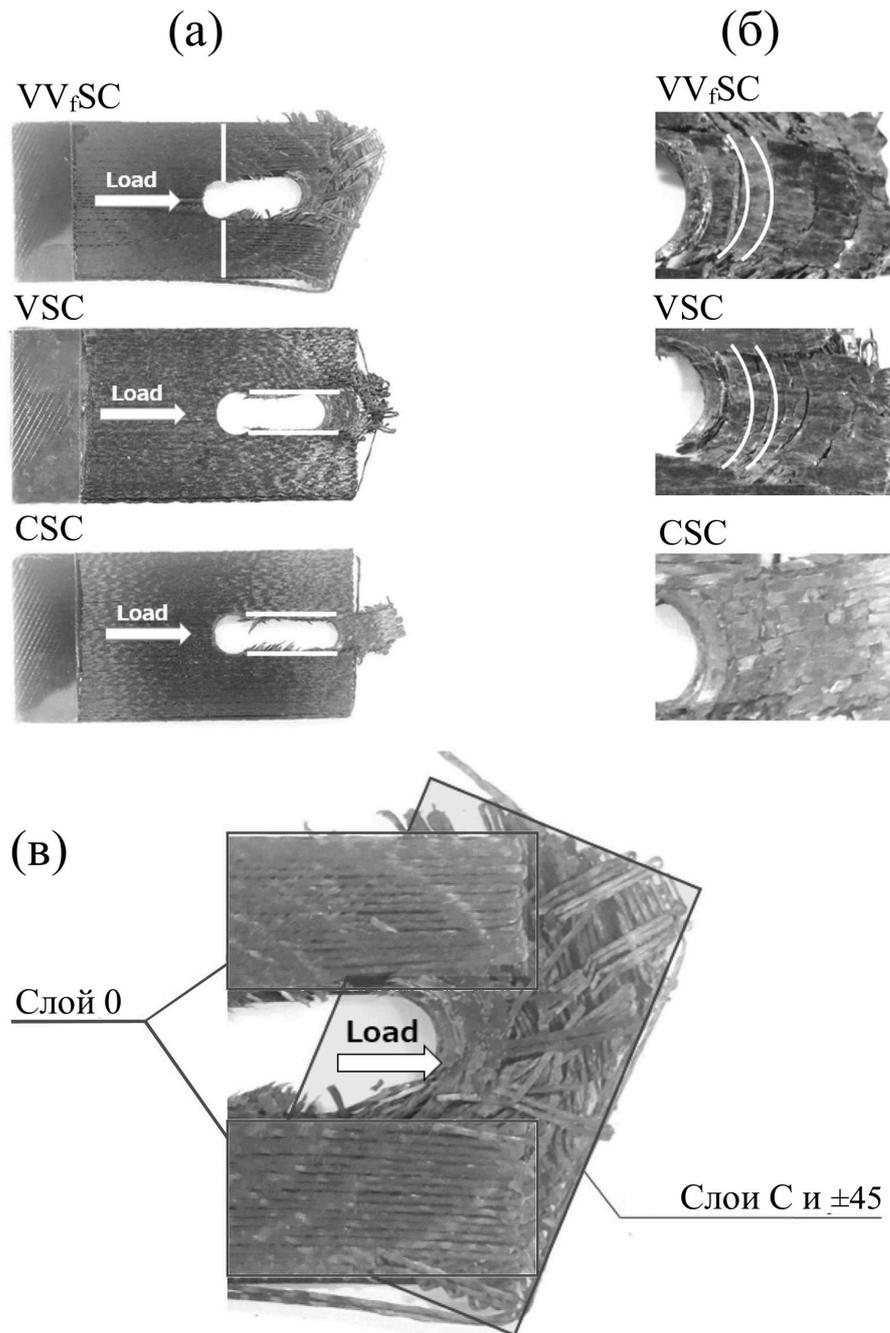


Рис. 5.22 Механизмы разрушения пластин при испытаниях на растяжение.

Фотографии разрушенных образцов после испытаний - (а), зоны разрушения возле отверстия - (б), и увеличенная область расслоения для образца  $VV_fSC$  - (в)

На рис. 5.22 (а) показаны фотографии видов разрушения образцов после испытаний, а на рис. 5.22 (б) видны зоны разрушений от смятия в окрестности отверстия. На фотографиях (рис. 5.22 (а)) белыми линиями схематично обозначены границы трещин. Во время испытаний на растяжение композитных пластин с болтовым соединением могут возникнуть три основных механизма разрушения -

по отдельности или в сочетании друг с другом: разрушение от растяжения, сдвига и смятия [151].

В образце  $VV_fSC$  можно наблюдать одновременную реализацию двух механизмов разрушения - от растяжения и от смятия, а в образце  $VSC$  - от сдвига и от смятия (рис. 5.9 (а), (б)), в то время как для образца  $CSC$  разрушение происходит только за счёт сдвига.

На рис. 5.22 (в) показана фотография образца  $VV_fSC$  с увеличенной областью разрушения с правой стороны от отверстия. Как видно из рисунка, в процессе нагружения происходит расслоение между слоями 0 и  $C/\pm 45$ . Вероятно, это вызвано тем, что жёсткость слоя 0 в направлении нагрузки значительно выше, чем у остальных слоёв, поскольку в них ориентация волокон не совпадает с направлением перемещения болта. Кроме того, прочность между слоями 0 и  $C$  может быть недостаточной из-за того, что траектории волокон в слое  $C$  не полностью заполняют пространство, и в нём имеются пустоты.

## **Выводы по главе 5**

Разработанная методология построения непрерывных траекторий волокон, согласованных с полями возникающих в детали напряжений, была реализована при аддитивной технологии трехмерной печати узлов крепления, и она показала свою эффективность по сравнению с использованием традиционных схем армирования прямолинейными волокнами.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанный метод построения непрерывных траекторий волокон вдоль максимальных главных напряжений позволяет на их основе моделировать неоднородные композитные структуры с криволинейным армированием. Использование МКЭ при моделировании таких структур приведёт к широкому распространению разработанного метода, поскольку отсутствуют ограничения для применяемого численного метода, что нельзя сказать про аналитические решения, которых порой просто нет из-за сложности задачи.

В отличие от многих методов проектирования композитных структур переменной жёсткости в представленном подходе учитывается не только ориентация волокна, но также и изменение расстояния между траекториями волокон. Учёт этого расстояния является принципиально важным, так как жёсткость композитной структуры меняется из-за неоднородности объёмной доли волокон, а это, в свою очередь, влечёт за собой перераспределение свойств материала и, как следствие, изменение рациональных траекторий волокон.

Проведённый численный анализ НДС для новых композитных структур с неоднородным криволинейным армированием показывает, что достичь снижения концентрации напряжений можно за счёт изменения структуры армирования, и такой переход от однонаправленного армирования к криволинейному приводит к увеличению эффективности композитных материалов, поскольку возрастает как предел пропорциональности на диаграммах нагружения композитных пластин, так и предельная нагрузка для них.

Для оценки эффективности разработанного метода были изготовлены при международной кооперации с научными группами из Китая и Японии экспериментальные композитные образцы с различными структурами армирования. Результаты испытаний подтвердили повышение характеристик образцов при переходе на криволинейную структуру армирования.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Malakhov, A. V. Construction of trajectories of the fibers which bypass a hole and their comparison with the structure of wood in the vicinity of a knot / A. V. Malakhov, A. N. Polilov // *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. – 2013. – Vol. 42. – P. 306–311.
2. Malakhov, A. V. Design algorithm of rational fiber trajectories in arbitrarily loaded composite plate / A. V. Malakhov, A. N. Polilov // *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. – 2017. – Vol. 46. – P. 479–487.
3. Malakhov, A. V. Design of composite structures reinforced curvilinear fibres using FEM / A. V. Malakhov, A. N. Polilov // *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. – 2016. – Vol. 87. – P. 23–28.
4. Sugiyama, K. 3D printing of optimized composites with variable fiber volume fraction and stiffness using continuous fiber / K. Sugiyama, R. Matsuzaki, A. V. Malakhov, A. N. Polilov, M. Ueda, A. Todoroki, Y. Hirano // *Composites Science and Technology*. – 2020. – Vol. 186. – 107905.
5. Hou, Z. A constitutive model for 3D printed continuous fiber reinforced composite structures with variable fiber content / Z. Hou, X. Tian, Z. Zheng, J. Zhang, L. Zhe, D. Li, A. V. Malakhov, A. N. Polilov // *Composites Part B: Engineering*. – 2020. – Vol. 189. – 107893.
6. Malakhov, A. V. A modeling method of continuous fiber paths for additive manufacturing (3D printing) of variable stiffness composite structures / A. V. Malakhov, A. N. Polilov, J. Zhang, Z. Hou, X. Tian // *Applied Composite Materials*. – 2020. – Vol. 27. – P. 185–208.
7. Malakhov, A. V. Increasing the bearing capacity of composite plates in the zone of bolted joints by using curvilinear trajectories and a variable fiber volume fraction / A. V. Malakhov, A. N. Polilov, D. Li, X. Tian // *Mechanics of Composite Materials*. – 2021. – Vol. 57. – P. 287–300.
8. Pedersen, P. On optimal shapes in materials and structures // *Structural and Multidisciplinary Optimization*. – 2000. – Vol. 19. – P. 169–182.

9. Gliesche, K. Application of the tailored fibre placement (TFP) process for a local reinforcement on an “open-hole” tension plate from carbon/epoxy laminates / K. Gliesche, T. Hübner, H. Orawetz // *Composites Science and Technology*. – 2003. – Vol. 63. – P. 81–88.
10. Zhu, Y. Variable angle tow reinforcement design for locally reinforcing an open-hole composite plate / Y. Zhu, Y. Qin, S. Qi, H. Xu, D. Liu, C. Yan // *Composite Structures*. – 2018. – Vol. 202. – P. 162–169.
11. Katagiri, K. CFRP manufacturing method by using electro-activated deposition and the effect of reinforcement with carbon fiber circumferentially around the hole / K. Katagiri, S. Honda, S. Minami, Y. Tomizawa, D. Kimu, S. Yamaguchi, Ehiro, T. Ozaki, H. Sonomura, S. Kawakita, M. Takemura, Y. Yoshioka, K. Sasaki // *Composite Structures*. – 2019. – Vol. 207. – P. 658–664.
12. Wegst, U. G. K. Bioinspired structural materials / U. G. K. Wegst, H. Bai, E. Saiz, A. P. Tomsia, R. O. Ritchie // *Nature Materials*. – 2015. – Vol. 14. – P. 23–36.
13. Duan, Y. Energy-absorbing characteristics of hollow-cylindrical hierarchical honeycomb composite tubes inspired a beetle forewing / Y. Duan, T. Zhang, J. Zhou, H. Xiao, X. Chen, M. Al Teneiji, Z. W. Guan, W. J. Cantwell // *Composite Structures*. – 2021. – Vol. 278. – 114637.
14. Liu, Z. Functional gradients and heterogeneities in biological materials: Design principles, functions, and bioinspired applications / Z. Liu, M. A. Meyers, Z. Zhang, R. O. Ritchie // *Progress in Materials Science*. – 2017. – Vol. 88. – P. 467–498.
15. Liu, Z. Structural orientation and anisotropy in biological materials: functional designs and mechanics / Z. Liu, Z. Zhang, R. O. Ritchie // *Advanced Functional Material*. – 2020. – Vol. 30. – 190812.
16. Velasco-Hogan, A. Additive manufacturing as a method to design and optimize bioinspired structures / A. Velasco-Hogan, J. Xu, M. A. Meyers // *Advanced Functional Material*. – 2018. – Vol. 30. – 1800940.
17. Yuan, S. Additive manufacturing of polymeric composites from material processing to structural design / S. Yuan, S. Li, J. Zhu, Y. Tang // *Composites Part B: Engineering*. – 2021. – Vol. 219. – 108903.

18. Wang, Q. Programmable morphing composites with embedded continuous fibers by 4D printing / Q. Wang, X. Tian, L. Huang, D. Li, A. V. Malakhov, A. N. Polilov // *Materials & Design*. – 2018. – Vol. 155. – P. 404–413.
19. Le Duigou, A. 4D printing of continuous flax-fibre based shape-changing hygromorph biocomposites: Towards sustainable metamaterials / A. Le Duigou, T. Fruleux, R. Matsuzaki, G. Chabaud, M. Ueda, M. Castro // *Materials & Design*. – 2021. – Vol. 211. – 110158.
20. Jia, Z. 3D printing of biomimetic composites with improved fracture toughness / Z. Jia, L. Wang // *Acta Materialia*. – 2019. – Vol. 173. – P. 61–73.
21. Hou, Z. Design and 3D printing of continuous fiber reinforced heterogeneous composites / Z. Hou, X. Tian, J. Zhang, L. Zhe, Z. Zheng, D. Li, A. V. Malakhov, A. N. Polilov // *Composite Structures*. – 2020. – Vol. 237. – 111945.
22. Barthelat, F. Structure and mechanics of interfaces in biological materials / F. Barthelat, Z. Yin, M. J. Buehler // *Nature Reviews Materials*. – 2016. – Vol. 1. – 16007.
23. Dunlop, J. W. C. Artful interfaces within biological materials / J. W. C. Dunlop, R. Weinkamer, P. Fratzl // *Materials Today*. – 2011. – Vol. 14. – P. 70–78.
24. Barthelat, F. An experimental investigation of deformation and fracture of nacre-mother of pearl / F. Barthelat, H. D. Espinosa // *Experimental Mechanics*. – 2007. – Vol. 47. – P. 311–324.
25. Cheng, L. Mechanical behavior of bio-inspired laminated composites / L. Cheng, A. Thomas, J. L. Glancey, A. M. Karlsson // *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. – 2011. – Vol. 42. – P. 211–220.
26. Rich, P.M. Mechanical Structure of the Stem of Arborescent Palms // *Botanical Gazette*. – 1987. – Vol. 148. – P. 42–50.
27. Gibson, L. J. The hierarchical structure and mechanics of plant materials // *Journal of the Royal Society Interface*. – 2012. – Vol. 9. – P. 2749–2766.
28. Rüggeberg, M. Structure–function relationships of different vascular bundle types in the stem of the Mexican fanpalm (*Washingtonia robusta*) / M. Rüggeberg, T. Speck, I. Burgert // *New Phytologist*. – 2009. – Vol. 182. – P. 443–450.

29. Fratzl, P. Biomaterial systems for mechanosensing and actuation / P. Fratzl, F. G. Barth // *Nature*. – 2009. – Vol. 462. – P. 442–448.
30. Farber, J. Cellulose microfibril angles in a spruce branch and mechanical implications / J. Farber, H.C. Lichtenegger, A. Reiterer, S. Stanzl-Tschegg, P. Fratzl // *Journal of Materials Science*. – 2001. – Vol. 36. – P. 5087–5092.
31. Burgert, I. Tensile and compressive stresses in tracheids are induced by swelling based on geometrical constraints of the wood cell / I. Burgert, M. Eder, N. Gierlinger, P. Fratzl // *Planta*. – 2007. – Vol. 226. – P. 981–987.
32. Burgert, I. Actuation systems in plants as prototypes for bioinspired devices / I. Burgert, P. Fratzl // *Philosophical Transactions A*. – 2009. – Vol. 367. – P. 1541–1557.
33. Khan, S. Curvilinear variable stiffness 3D printing technology for improved open-hole tensile strength / S. Khan, K. Fayazbakhsh, Z. Fawaz, M. A. Nik // *Additive Manufacturing*. – 2018. – Vol. 24. – P. 378–385.
34. Yamanaka, Y. Fiber line optimization in single ply for 3D printed composites / Y. Yamanaka, A. Todoroki, M. Ueda, Y. Hirano, R. Matsuzaki // *Open Journal of Composite Materials*. – 2016. – Vol. 6. – P. 121–131.
35. Hyer, M. W. Use of curvilinear fiber format in composite structure design / M. W. Hyer, R. F. Charette // *AIAA Journal*. – 1991. – Vol. 29. – P. 1011–1015.
36. Zhu, Y. Fiber path optimization based on a family of curves in composite laminate with a center hole / Y. Zhu, J. Liu, D. Liu, H. Xu, C. Yan, B. Huang, D. Hui // *Composites Part B: Engineering*. – 2017. – Vol. 111. – P. 91–102.
37. Tosh, M. W. On the design, manufacture and testing of trajectorial fibre steering for carbon fibre composite laminates / M. W. Tosh, D. W. Kelly // *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. – 2000. – Vol. 31. – P. 1047–1060.
38. Zhang, H. Performance-driven 3D printing of continuous curved carbon fibre reinforced polymer composites: A preliminary numerical study / H. Zhang, D. Yang, Y. Sheng // *Composites Part B: Engineering*. – 2018. – Vol. 151. – P. 256–264.
39. Zhang, H. Effectiveness of fibre placement in 3D printed open-hole composites under uniaxial tension / H. Zhang, A. Li, J. Wu, B. Sun, C. Wang, D. Yang // *Composites Science and Technology*. – 2022. – Vol. 220 – 109269.

40. Wang, T. Load-dependent path planning method for 3D printing of continuous fiber reinforced plastics / T. Wang, N. Li, G. Link, J. Jelonnek, J. Fleischer, J. Dittus, D. Kupzik / *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. – 2021. – Vol. 140. – 106181.
41. Zhao, S. Load path-guided fiber trajectory in composite panels: A comparative study and a novel combined method / S. Zhao, N. Wu, Q. Wang // *Composite Structures*. – 2021. – Vol. 26. – 113689.
42. Li, R. Improving the efficiency of fiber steered composite joints using load path trajectories / R. Li, D. Kelly, A. Crosky, H. Schoen, L Smollich // *Journal of Composite Materials*. – 2006. – Vol. 40. – P. 1645–1658.
43. Li, R. Strength improvement by fibre steering around a pin loaded hole / R. Li, D. Kelly, A. Crosky // *Composite Structures*. – 2002. – Vol. 57. – P. 377–383.
44. Crosky, A. Improvement of bearing strength of laminated composites / A. Crosky, D. Kelly, R. Li, X. Legrand, N. Huong, R. Ujgin / *Composite Structures*. – 2006. – Vol. 76. – P. 260–271.
45. Shafighfard, T. Design of fiber-reinforced variable-stiffness composites for different open-hole geometries with fiber continuity and curvature constraints / T. Shafighfard, E. Demir, M. Yildiz // *Composite Structures*. – 2019. – Vol. 226. – 111280.
46. Demir, E. Design of variable stiffness composite structures using lamination parameters with fiber steering constraint / E. Demir, P. Yousefi-Louyeh, M. Yildiz // *Composites Part B: Engineering*. – 2019. – Vol. 165. – P. 733–746.
47. Li, S. Design for additive manufacturing from a force-flow perspective / S. Li, Y. Xin, Y. Yu, Y. Wang // *Materials & Design*. – 2021. – Vol. 204. – 109664.
48. Ferreira, R. T. L. Optimal orientation of fibre composites for strength based on Hashin's criteria optimality conditions / R. T. L. Ferreira, I. A. Ashcroft // *Structural and Multidisciplinary Optimization*. – 2020. – Vol. 61. – P. 2155–2176.
49. Li, H. Full-scale topology optimization for fiber-reinforced structures with continuous fiber paths / H. Li, L. Gao, H. Li, X. Li, H. Tong. // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. – 2021. – Vol. 377. – 113668.

50. Duvaut, G. Optimization of fiber reinforced composites / G. Duvaut, G. Terrel, F. Léné, V. E. Verijenko. // *Composite Structures*. – 2000. – Vol. 48. – P. 83–89.
51. V. S. Papapetrou, Stiffness-based optimization framework for the topology and fiber paths of continuous fiber composites / V. S. Papapetrou, C. Patel, A. Y. Tamijani // *Composites Part B: Engineering*. – 2020. – Vol. 183. – 107681.
52. Cho, H. Optimizing Fiber Direction in Perforated Orthotropic Media to Reduce Stress Concentration / H. Cho, R. Rowlands // *Journal of Composite Materials*. – 2009. – Vol. 43. – P. 1177–1198.
53. Huang, J. Optimization of fiber orientations near a hole for increased load-carrying capacity of composite laminates / J. Huang, R. T. Haftka // *Structural and Multidisciplinary Optimization*. – 2005. – Vol. 30. – P. 335–341.
54. Pedersen, P. On optimal orientation of orthotropic materials // *Structural optimization*. – 1989. – Vol. 1. – P. 101–106.
55. Pedersen, P. Bounds on elastic energy in solids of orthotropic materials // *Structural optimization*. – 1990. – Vol. 2. – P. 55–63.
56. Pedersen, P. On thickness and orientational design with orthotropic materials // *Structural optimization*. – 1991. – Vol. 3. – P. 69–78.
57. Pedersen, P. Examples of density, orientation, and shape-optimal 2D-design for stiffness and/or strength with orthotropic materials // *Structural and Multidisciplinary Optimization*. – 2004. – Vol. 26. – P. 37–49.
58. Parnas, L. Optimum design of composite structures with curved fiber courses / L. Parnas, S. Oral, U. Ceyhan // *Composite Science and Technology*. – 2003. – Vol. 63. – P. 1071–1082.
59. Hyer, M. W. The use of curvilinear fiber format to improve buckling resistance of composite plates with central circular holes / M. W. Hyer, H. H. Lee // *Composite Structures*. – 1991. – Vol. 18. – P. 239–261.
60. Banichuk, N. V. Optimal orientation of orthotropic materials for plates designed against buckling / N. V. Banichuk, V. V. Saurin, A. A. Barsuk // *Structural optimization*. – 1995. – Vol. 10. – P. 191–196.

61. Almeida Jr., J. H. S. Improving the open-hole tension characteristics with variable-axial composite laminates: Optimization, progressive damage modeling and experimental observations / J. H. S. Almeida Jr., L. Bittrich, A. Spickenheuer // *Composites Science and Technology*. – 2020. – Vol. 185. – 107889.
62. Matsuzaki, R. Optimization of curvilinear fiber orientation of composite plates and its experimental validation / R. Matsuzaki, K. Mitsui, Y. Hirano, A. A. Todoroki, Y. Suzuki // *Composite Structures*. – 2021. – Vol. 255. – 112956.
63. Wang, T. Load-dependent path planning method for 3D printing of continuous fiber reinforced plastics / T. Wang, N. Li, G. Link, J. Jelonnek, J. Fleischer, J. Dittus, D. Kupzik // *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. – 2021. – Vol. 140. – 106181.
64. Safonov A. A. 3D topology optimization of continuous fiber-reinforced structures via natural evolution method // *Composite Structures*. – 2019. – Vol. 215. – P. 289–297.
65. Fernandes, R. R. Experimental investigation of additively manufactured continuous fiber reinforced composite parts with optimized topology and fiber paths / R. R. Fernandes, N. Van De Werken, P. Koirala, T. Yap, A. Y. Tamijani, M. Tehrani // *Additive Manufacturing*. – 2021. – Vol. 44. – 102056.
66. Almeida Jr., J. H. S. Cross-section optimization of topologically-optimized variable-axial anisotropic composite structures / J. H. S. Almeida Jr., L. Bittrich, T. Nomura, A. Spickenheuer // *Composite Structures*. – 2019. – Vol. 225. – 111150.
67. Chen, Y. Topological design for 3D-printing of carbon fibre reinforced composite structural parts / Y. Chen, L. Ye // *Composites Science and Technology*. – 2021. – Vol. 204. – 108644.
68. Fedulov, B. Optimization of parts manufactured using continuous fiber three-dimensional printing technology / B. Fedulov, A. Fedorenko, A. Khaziev, F. Antonov // *Composites Part B: Engineering*. – 2021. – Vol. 227. – 109406.
69. Dong, G. Design and optimization of solid lattice hybrid structures fabricated by additive manufacturing / G. Dong, Y. Tang, D. Li, Y. F. Zhao // *Additive Manufacturing*. – 2020. – Vol. 33. – 101116.

70. Missoum, S. Study of a new local update scheme for cellular automata in structural design / S. Missoum, Z. Gürdal, S. Setoodeh // *Structural and Multidisciplinary Optimization*. – 2005. – Vol. 29. – P. 103–112.
71. Abdalla, M. M. Structural design using cellular automata for eigenvalue problems / M. M. Abdalla, Z. Gürdal // *Structural and Multidisciplinary Optimization*. – 2004. – Vol. 26. – P. 200–208.
72. Setoodeh, S. Design of variable-stiffness composite layers using cellular automata / S. Setoodeh, Z. Gürdal, L. T. Watson // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. – 2006. – Vol. 195. – P. 836–851.
73. Chang, L.-W. Notched strength of woven fabric composites with moulded-in holes / L. - W. Chang, S. - S. Yau, T. - W. Chou // *Composites*. – 1987. – Vol. 18. – P. 233–241.
74. Lin, H. J. Strength of composite laminates with continuous fiber around a circular hole / H. J. Lin, Y. J. Lee // *Composite Structures*. – 1992. – Vol. 21. – P. 155–162.
75. Nakai, A. Mechanical properties and micro-fracture behaviors of flat braided composites with a circular hole / A. Nakai, T. Ohki, N. Takeda, H. Hamada // *Composite Structures*. – 2001. – Vol. 52. – P. 315–322.
76. Langella, A. Comparison of tensile strength of composite material elements with drilled and molded-in holes / A. Langella, M. Durante // *Applied Composite Materials*. – 2008. – Vol. 15. – P. 227–239.
77. Durante, M. Bearing Behavior of Drilled and Molded-in Holes / M. Durante, A. Langella // *Applied Composite Materials*. – 2009. – Vol. 16. – P. 297–306.
78. Xu, F. X-ray 3D microscopy analysis of fracture mechanisms for 3D orthogonal woven E-glass/epoxy composites with drilled and moulded-in holes / F. Xu, L. Sun, L. Zhu, S. Yang, D. Hui, Y. Qiu // *Composites Part B: Engineering*. – 2018. – Vol. 133. – P. 193–202.
79. Koricho, E. G. Innovative tailored fiber placement technique for enhanced damage resistance in notched composite laminate / E. G. Koricho, A. Khomenko, T. Fristedt, M. Haq // *Composite Structures*. – 2015. – Vol. 120. – P. 378–385.

80. El-Dessouky, H. M. Tailored fibre placement of commingled carbon-thermoplastic fibres for notch-insensitive composites / H.M. El-Dessouky, M.N. Saleh, M. Gautam, G. Han, R.J. Scaife, P. Potluri // *Composite Structures*. – 2019. – Vol. 214. – P. 348–358.
81. Katagiri, K. Tensile strength of CFRP with curvilinearly arranged carbon fiber along the principal stress direction fabricated by the electrodeposition resin molding / K. Katagiri, S. Honda, S. Nakaya, T. Kimura, S. Yamaguchi, H. Sonomura, T. Ozaki, S. Kawakita, M. Takemura, K. Sasaki // *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. – 2021. – Vol. 143. – 106271.
82. Dickson, A. N. Fabrication of continuous carbon, glass and Kevlar fibre reinforced polymer composites using additive manufacturing / A. N. Dickson, J. N. Barry, K. A. McDonnell, D. P. Dowling // *Additive Manufacturing*. – 2017. – Vol. 16. – P. 146–152.
83. Azarov, A. V. Composite 3D printing for the small size unmanned aerial vehicle structure / A. V. Azarov, F. K. Antonov, M. V. Golubev, A. R. Khaziev, S. A. Ushanov // *Composites Part B: Engineering*. – 2019. – Vol. 169. – P. 157–163.
84. Tian, X. Interface and performance of 3D printed continuous carbon fiber reinforced PLA composites / X. Tian, T. Liu, C. Yang, Q. Wang, D. Li // *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. – 2016. – Vol. 88. – P. 198–205.
85. Liu, G. Additive manufacturing of continuous fiber reinforced polymer composites: Design opportunities and novel applications / G. Liu, Y. Xiong, L. Zhou // *Composites Communication*. – 2021. – Vol. 27. – 100907.
86. Tian, X. Recycling and remanufacturing of 3D printed continuous carbon fiber reinforced PLA composites / X. Tian, T. Liu, Q. Wang, A. Dilmurat, D. Li, G. Ziegmann // *Journal of Cleaner Production*. – 2017. – Vol. 142. – P. 1609–1618.
87. Ueda, M. 3D compaction printing of a continuous carbon fiber reinforced thermoplastic / M. Ueda, S. Kishimoto, M. Yamawaki, R. Matsuzaki, A. A. Todoroki, Y. Hirano, A. Le Duigou // *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. – 2020. – Vol. 137. – 105985.
88. Zhuo, P. Material extrusion additive manufacturing of continuous fibre reinforced polymer matrix composites: A review and outlook / P. Zhuo, S. Li, I. A. Ashcroft, A. I. Jones // *Composites Part B: Engineering*. – 2021. – Vol. 224. – 109143.

89. Shi, B. Dynamic capillary-driven additive manufacturing of continuous carbon fiber composite / B. Shi, Y. Shang, P. Zhang, A. P. Cuadros, J. Qu, B. Sun, B. Gu, T. Chou, K. Fu // *Matter*. – 2020. – Vol. 2. – P. 1594–1604.
90. Chacón, J.M. Additive manufacturing of continuous fibre reinforced thermoplastic composites using fused deposition modelling: Effect of process parameters on mechanical properties / J.M. Chacón, M.A. Caminero, P.J. Núñez, E. García-Plaza, I. García-Moreno, J.M. Reverte // *Composites Science and Technology*. – 2019. – Vol. 181. – P. 107688.
91. Matsuzaki, R. Effects of set curvature and fiber bundle size on the printed radius of curvature by a continuous carbon fiber composite 3D printer / R. Matsuzaki, T. Nakamura, K. Sugiyama, M. Ueda, A. A. Todoroki, Y. Hirano, Y. Yamagata // *Additive Manufacturing*. – 2018. – Vol. 24. – P. 93–102.
92. Dickson, A. N. Additive manufacturing of woven carbon fibre polymer composites / A. N. Dickson, K. - A. Ross, D. P. Dowling // *Composite Structures*. – 2018. – Vol. 206. – P. 637–643.
93. Dickson, A. N. Enhancing the bearing strength of woven carbon fibre thermoplastic composites through additive manufacturing / A. N. Dickson, D. P. Dowling // *Composite Structures*. – 2019. – Vol. 212. – P. 381–388.
94. Zhang, H. Failure analysis of 3D printed woven composite plates with holes under tensile and shear loading / H. Zhang, A.N. Dickson, Y. Sheng, T. McGrail, D.P. Dowling, C. Wang, A. Neville, D. Yang // *Composites Part B: Engineering*. – 2020. – Vol. 186. – P. 107835.
95. Li, N. Path-designed 3D printing for topological optimized continuous carbon fibre reinforced composite structures / N. Li, G. Link, T. Wang, V. Ramopoulos, D. Neumaier, J. Hofele, M. Walter, J. Jelonek // *Composites Part B: Engineering*. – 2020. – Vol. 182. – P. 107612.
96. Shafighfard, T. Additive manufacturing of compliance optimized variable stiffness composites through short fiber alignment along curvilinear paths / T. Shafighfard, T.A. Cender, E. Demir // *Additive Manufacturing*. – 2021. – Vol. 37. – P. 101728.

97. Garcia, E. J. Fabrication and multifunctional properties of a hybrid laminate with aligned carbon nanotubes grown In Situ / E. J. Garcia, B. L. Wardle, A. J. Hart, N. Yamamoto / *Composites Science and Technology*. – 2008. – Vol. 68. – P. 2034–2041.
98. Sager, R. J. Effect of carbon nanotubes on the interfacial shear strength of T650 carbon fiber in an epoxy matrix / R. J. Sager, P. J. Klein, D. C. Lagoudas, Q. Zhang, J. Liu, L. Dai, J. W. Baur / *Composites Science and Technology*. – 2009. – Vol. 69. – P. 898–904.
99. Galan, U. Effect of ZnO nanowire morphology on the interfacial strength of nanowire coated carbon fibers / U. Galan, Y. Lin, G. J. Ehlert, H. A. Sodano / *Composites Science and Technology*. – 2011. – Vol. 71. – P. 946–954.
100. Wu, N. A review of three-dimensional graphene networks for use in thermally conductive polymer composites: construction and applications / N. Wu, S. Che, H. Li, C. Wang, X. Tian, Y. Li / *New Carbon Materials*. – 2021. – Vol. 36. – P. 911–926.
101. Katagiri K., Enhancement of mechanical properties of CFRP manufactured by using electro-activated deposition resin molding method with the application of CNF without hydrophobic treatment / K. Katagiri, K. Sasaki, S. Honda, S. Minami, S. Yamaguchi, T. Ehiro, T. Ozaki, H. Sonomura, S. Kawakita, S. Uchida, M. Nezu, Y. Yoshioka // *Composites Science and Technology*. – 2019. – Vol. 169. – P. 203–208.
102. Katagiri, K. Enhancement of the mechanical properties of the CFRP by cellulose nanofiber sheets using the electro-activated deposition resin molding method / K. Katagiri, S. Honda, S. Minami, S. Yamaguchi, S. Kawakita, H. Sonomura, T. Ozaki, S. Uchida, M. Nedu, Y. Yoshioka, K. Sasaki // *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. – 2019. – Vol. 123. – P. 320–326.
103. Jones, R. M. *Mechanics of composite materials* / R. M. Jones. – 2nd ed. – Philadelphia: Taylor & Francis, 1999. – 519 pp.
104. Лехницкий, С. Г. Теория упругости анизотропного тела / С. Г. Лехницкий. – Издание второе. – Москва: Издательство «Наука», 1977. – 416 с.
105. Tsai, S. W. A general theory of strength for anisotropic materials / S. W. Tsai, E. M. Wu // *Journal of Composite Materials*. – 1971. – Vol. 5. – P. 58–80.

106. Hoffman, O. The brittle strength of orthotropic materials / O. Hoffman // *Journal of Composite Materials*. – 1967. – Vol. 1. – P. 200–206.
107. Hashin, Z. A fatigue failure criterion for fiber reinforced materials / Z. Hashin, A. Rotem // *Journal of Composite Materials*. – 1973. – Vol. 7. – P. 448–464.
108. Hashin, Z. Failure criteria for unidirectional fiber composites / Z. Hashin // *Journal of Applied Mechanics*. – 1980. – Vol. 47. – P. 329–334.
109. Davila, C. G. Failure criteria for FRP laminates / C. G. Davila, P. P. Camanho, C. A. Rose // *Journal of Composite Materials*. – 2005. – Vol. 39. – P. 323–345.
110. Puck, A. Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models / A. Puck, H. Schürmann // *Composites Science and Technology*. – 1998. – Vol. 58. – P. 1045–1067.
111. Puck, A. Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models / A. Puck, H. Schürmann // *Composites Science and Technology*. – 2002. – Vol. 62. – P. 1633–1662.
112. Cuntze, R. G. The predictive capability of failure mode concept-based strength criteria for multidirectional laminates / R. G. Cuntze, A. Freund // *Composites Science and Technology*. – 2004. – Vol. 64. – P. 343–377.
113. Cuntze, R. G. The predictive capability of failure mode concept-based strength criteria for multi-directional laminates—part B / R. G. Cuntze // *Composites Science and Technology*. – 2004. – Vol. 64. – P. 487–516.
114. Yamada, S. E. Analysis of laminate strength and its distribution / S. E. Yamada, C. T. Sun // *Journal of Composite Materials*. – 1978. – Vol. 12. – P. 275–284.
115. Kroll, L. Physically based failure criterion for dimensioning of thick-walled laminates / L. Kroll, W. Hufenbach // *Applied Composite Materials*. – 1997. – Vol. 4. – P. 321–332.
116. Swanson, S. R. Failure of carbon/epoxy lamina under combined stress / S. R. Swanson, M. J. Messick, Z. Tian // *Journal of Composite Materials*. – 1987. – Vol. 21. – P. 619–630.

117. Swanson, S. R., Multiaxial characterization of T800/3900-2 carbon/epoxy composites / S. R. Swanson, Y. Qian // *Composites Science and Technology*. – 1992. – Vol. 43. – P. 197–203.
118. Voloshin, A. Failure of unidirectional fiber-reinforced materials: new methodology and results / A. Voloshin, M. Arcan // *Experimental Mechanics*. – 1980. – Vol. 20. – P. 280–284.
119. Soden, P. D. Lamina properties, lay-up configurations and loading conditions for a range of fibre-reinforced composite laminates / P. D. Soden, M. J. Hinton, A. S. Kaddour // *Composites Science and Technology*. – 1998. – Vol. 58. – P. 1011–1022.
120. Mittelman, A. Tensile properties of real unidirectional Kevlar/epoxy composites / A. Mittelman, I. Roman // *Composites*. – 1990. – Vol. 21. – P. 63–69.
121. Karam, G. N. Effect of fibre volume on tensile properties of real unidirectional fibre-reinforced composites / G. N. Karam // *Composites*. – 1991. – Vol. 22. – P. 84–88.
122. Rangaraj, S. S. A modified rule-of-mixtures for prediction of tensile strengths of unidirectional fibre-reinforced composite materials / S. S. Rangaraj, S.B. Bhaduri // *Journal of Materials Science*. – 1994. – Vol. 29. – P. 2795–2800.
123. Lee, C. Modified rule of mixtures for prediction of tensile strength of unidirectional fiber-reinforced composites / C. Lee, W. Hwang // *Journal of Materials Science Letters*. – 1998. – Vol. 17. – P. 1601–1603.
124. Chang, F. - K. A progressive damage model for laminated composites containing stress concentrations / F. - K. Chang, K. - Y. Chang // *Journal of Composite Materials*. – 1987. – Vol. 21. – P. 834–855.
125. Tan, S. C. A progressive failure model for composite laminates containing openings / S. C. Tan // *Journal of Composite Materials*. – 1991. – Vol. 25. – P. 556–577.
126. Tan, S. C. Progressive failure of laminated composites with a hole under compressive loading / S. C. Tan, J. Perez // *Journal of Reinforced Plastics and Composites*. – 1993. – Vol. 12. – P. 1043–1057.
127. Camanho, P. P. A progressive damage model for mechanically fastened joints in composite laminates / P. P. Camanho, F. L. Matthews // *Journal of Composite Materials*. – 1999. – Vol. 33. – P. 2248–2280.

128. Tserpes, K. I. Strength prediction of bolted joints in graphite/epoxy composite laminates/ K. I. Tserpes, G. Labeas, P. Papanikos, Th. Kermanidis // *Composites Part B: Engineering*. – 2002. – Vol. 33. – P. 521–529.
129. McCarthy, C. T. Progressive damage analysis of multi-bolt composite joints with variable bolt–hole clearances / C. T. McCarthy, M.A. McCarthy, V.P. Lawlor // *Composites Part B: Engineering*. – 2005. – Vol. 36. – P. 290–305.
130. Lapczyk, I. Progressive damage modeling in fiber-reinforced materials / I. Lapczyk, J. Hurtado // *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. – 2007. – Vol. 38. – P. 2333–2341.
131. Hallett, S. R. An experimental and numerical investigation into the damage mechanisms in notched composites / S. R. Hallett, B. G. Green, W. G. Jiang, M. R. Wisnom // *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. – 2009. – Vol. 40. – P. 613–624.
132. Hoos, K. Static strength prediction in laminated composites by using discrete damage modeling / K. Hoos, E. V. Iarve, M. Braginsky, E. Zhou, D. H. Mollenhauer // *Journal of Composite Materials*. – 2017. – Vol. 51. – P. 1473–1492.
133. Zhu, H. A progressive FE failure model for laminates under biaxial loading / H. Zhu, Z. X. Guo, M. Zhu, J. J. Cui, Q. He, Y. C. Li // *Mechanics of Composite Materials*. – 2020. – Vol. 56. – P. 207–214.
134. Higuchi, R. Numerical simulation of progressive damage and failure in composite laminates using XFEM/CZM coupled approach / R. Higuchi, T. Okabe, T. Nagashima // *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. – 2017. – Vol. 95. – P. 197–207.
135. Xiao, Y. Bearing strength and failure behavior of bolted composite joints (part I: Experimental investigation) / Y. Xiao, T. Ishikawa // *Composites Science and Technology*. – 2005. – Vol. 65. – P. 1022–1031.
136. Zhang, H. Static compression testing CFRP single-lap composited joints using X-ray  $\mu$ CT / H. Zhang, C. Li, W. Dai, Y. Liu, S. Tian, W. Huang, D. Jia, D. He, Y. Zhang // *Composite Structures*. – 2020. – Vol. 234. – 111667.

137. Zhou, S. Multiaxial fatigue life prediction of composite bolted joint under constant amplitude cycle loading / S. Zhou, Y. Sun Y, J. Ge, X. Chen // *Composites Part B: Engineering*. – 2015. – Vol. 74. – P. 131–137.
138. Gerendt, C. On the progressive fatigue failure of mechanical composite joints: Numerical simulation and experimental validation / C. Gerendt, A. Dean, T. Mahrholz, N. Englisch, S. Krause, R. Rolfes // *Composite Structures*. – 2020. – Vol. 248. – 112488.
139. Gay, A. Fatigue performance of a self-piercing rivet joint between aluminum and glass fiber reinforced thermoplastic composite / A. Gay, F. Lefebvre, S. Bergamo, F. Valiorgue, P. Chalandon, P. Michel, P. Bertrand // *International Journal of Fatigue*. – 2016. – Vol. 83. – P. 127–134.
140. Hyer, M. W. The effects of pin elasticity, clearance, and friction on the stresses in a pin-loaded orthotropic plate / M. W. Hyer, E. C. Klang, D. E. Cooper // *Journal of Composite Materials*. – 1987. – Vol. 21. – P. 190–206.
141. Pramanik, A. Joining of carbon fibre reinforced polymer (CFRP) composites and aluminium alloys – A review / A. Pramanik, A.K. Basak, Y. Dong, P. K. Sarker, M. S. Uddin, G. Littlefair, A. R. Dixit, S. Chattopadhyaya // *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. – 2017. – Vol. 101. – P. 1–29.
142. Thoppul, S. D. Mechanics of mechanically fastened joints in polymer–matrix composite structures – A review / S. D. Thoppul, J. Finegan, R. F. Gibson // *Composites Science and Technology*. – 2009. – Vol. 69. – P. 301–329.
143. Khashaba, U. A. Experimental and numerical analysis of pinned-joints composite laminates: Effects of stacking sequences / U. A. Khashaba, T. A. Sebaey, F. F. Mahmoud, A. I. Selmy, R. M. Hamouda // *Journal of Composite Materials*. – 2013. – Vol. 47. – P. 3353–3366.
144. Sugiyama, K. 3D printing of composite sandwich structures using continuous carbon fiber and fiber tension / K. Sugiyama, R. Matsuzaki, M. Ueda, A. Todoroki, Y. Hirano // *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. – 2018. – Vol. 113. – P. 114–121.

145. Klift, F. 3D printing of continuous carbon fibre reinforced thermo-plastic (CFRTP) tensile test specimens / F. Klift, Y. Koga, A. Todoroki, M. Ueda, Y. Hirano, R. Matsuzaki // *Open Journal of Composite Materials*. – 2016. – Vol. 6. – P. 18–27.
146. Justo, J. Characterization of 3D printed long fibre reinforced composites / J. Justo, L. Távara, L. García-Guzmán, F. París // *Composite Structures*. – 2018. – Vol. 185. – P. 537–548.
147. Pyl, L. Exploration of the design freedom of 3D printed continuous fibre-reinforced polymers in open-hole tensile strength tests / L. Pyl, K.-A. Kalteremidou, D. V. Hemelrijck // *Composites Science and Technology*. – 2019. – Vol. 171. – P. 135–151.
148. Caminero, M. A. Interlaminar bonding performance of 3D printed continuous fibre reinforced thermoplastic composites using fused deposition modelling / M. A. Caminero, J. M. Chacón, I. García-Moreno, J. M. Reverte // *Polymer Testing*. – 2018. – Vol. 68. – P. 415–423.
149. Caminero, M. A. Impact damage resistance of 3D printed continuous fibre reinforced thermoplastic composites using fused deposition modelling / M. A. Caminero, J. M. Chacón, I. García-Moreno, G. P. Rodríguez // *Composites Part B: Engineering*. – 2018. – Vol. 148. – P. 93–103.
150. Dutra, T. A. Mechanical characterization and asymptotic homogenization of 3D-printed continuous carbon fiber-reinforced thermoplastic / T. A. Dutra, R. T. L. Ferreira, H. B. Resende, A. Guimarães // *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*. – 2019. – Vol. 41. – 133.
151. Camanho, P. P. Stress analysis and strength prediction of mechanically fastened joints in FRP: a review / P. P. Camanho, F. L. Matthews // *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. – 1997. – Vol. 28. – P. 529–547.