

## УТВЕРЖДАЮ

Заместитель генерального  
директора АО «Композит»



А.Э. Дворецкий  
«28» сентября 2018 г.

## ОТЗЫВ

ведущей организации акционерного общества «Композит»  
на диссертационную работу Богданова Ильи Олеговича  
на тему «Двухмасштабное моделирование пространственных течений жидко-  
стей и газов в пористых композитных структурах»,  
представленной на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук  
по специальности 01.02.05 – «Механика жидкости, газа и плазмы»

**Актуальность темы.** Производство конструкций из композиционных материалов на основе методов LCM (Liquid Composites Molding), базирующихся на пропитке сухого армирующего материала жидким связующим, представляет сегодня значительный интерес в связи с высоким качеством и положительными характеристиками получаемых изделий. В тоже время указанная технология требует использования дорогостоящего оборудования и высококвалифицированного персонала, а качество получаемых композитов в значительной степени зависит от параметров технологического процесса. В связи с этим возникает необходимость адекватного моделирования процесса движения связующего в материале наполнителя еще на этапе проектирования изделия из композиционного материала. При этом непосредственное использование уравнений Навье-Стокса для этих целей зачастую вовсе не представляется возможным из-за сложности формы расчетной области и необходимости использования чрезвычайно мелких сеток.

С учетом сказанного для исследования процессов течения сред в пористых структурах используют теорию осреднения. Однако полученные при этом уравнения фильтрации включают в себя в качестве коэффициентов па-

ОБЩИЙ ОТДЕЛ МАИ  
Вх. № 2  
01 / 10 / 2018



параметры пористой среды – пористость и компоненты тензора проницаемости. Чаще всего указанные параметры определяются либо на основе эмпирических исследований образцов, либо на основе приближенных соотношений. В случае композиционных материалов со сложной внутренней микроструктурой указанные подходы могут приводить к значительным погрешностям при определении проницаемости пористой среды, что в свою очередь снижает точность решения макроскопических задач фильтрации.

В диссертации Богданова И.О. предложена методика двухмасштабного моделирования фильтрационных процессов в пористых структурах со сложной внутренней геометрией. Рассматриваемый в работе подход основан на использовании метода асимптотического осреднения, предложенный Н.С. Бахваловым и эффективно применявшийся для решения различных задач механики композитов и теории многослойных пластин и оболочек. В рассматриваемой работе данный метод с одной стороны позволяет исследовать локальные процессы в поре на основе асимптотического анализа исходных уравнений Навье-Стокса, и получать математически обоснованные осредненные уравнения для гомогенизированных сред – с другой. Основная идея метода базируется на поиске решения в виде асимптотических рядов по степеням малого параметра с коэффициентами, зависящими от двух типов координат: «быстрых», описывающих процессы в пределах повторяющейся области в периодической среде, называемой ячейкой периодичности, и «медленных», соответствующих глобальной структуре полей. Подстановка указанных рядов в исходные уравнения приводит к рекуррентной цепочке локальных задач, решаемых относительно «быстрых» координат. Осреднение локальных уравнений дает макроскопические уравнения для гомогенизированной среды, и его решение значительно проще решения исходной задачи.

Результаты диссертационной работы могут использоваться при моделировании технологических процессов производства изделий из композиционных материалов на основе методов пропитки армирующего материала жидким связующим в оснастке.

**Научная новизна** диссертационной работы сводится к следующим основным положениям:

1. В работе разработан ряд новых моделей. В частности предложена уточненная физико-математическая модель слабосжимаемой жидкости, а также двухмасштабная модель процесса пространственного течения слабосжимаемой жидкости, вытесняющей газовую среду в пористой композитной структуре.
2. В исследовании предложен конечно-элементный алгоритм численного решения локальных задач пространственного течения жидкости и газа на ячейках периодичности композитных структур, основанный на вариационном принципе Хеллингера-Рейсснера, а также алгоритм расчета тензора проницаемости без использования каких-либо предположений о характере локальных процессов в порах. Кроме того, разработан численный алгоритм решения глобальной задачи о вытеснении газа из порового пространства слабосжимаемой жидкостью в трехмерной постановке, основанный на итерационном процессе Ньютона-Рафсона в сочетании с методом конечных элементов.
3. В работе получен ряд новых результатов, показавших эффективность предложенных алгоритмов решения локальных и глобальной задач, а также вычисления тензора проницаемости пористых композитных структур.

**Достоверность результатов исследования** базируется на использовании теоретически обоснованного математического аппарата, апробированных численных методов и фундаментальных законов механики сплошной среды. Адекватность ряда результатов в работе проверяется посредством сравнения с известными аналитическими решениями.

**Практическая значимость.** Для двухмасштабного моделирования процессов фильтрации соискателем разработано программное обеспечение, реализующее предложенные физико-математические модели и алгоритмы численного решения локальных и макроскопических задач.



В работе предложена методика двухмасштабного моделирования движения жидкостей и газов в пористых средах, представляющая интерес с точки зрения исследования технологических процессов при производстве композиционных материалов на основе пропитки армирующего материала наполнителя композита жидким связующим в оснастке. Данный подход основан на асимптотическом анализе системы уравнений Навье-Стокса, что дает возможность избежать экспериментального исследования образцов с целью определения проницаемости и непосредственно рассчитывать параметры пористой среды на основе численного решения локальных задач для конкретной модели геометрии порового пространства.

**Публикации и апробация работы.** Основные результаты отражены в 12 научных работах, в том числе в 5 статьях, включенных в перечень российских рецензируемых научных изданий. Результаты диссертационной работы докладывались на всероссийских и международных конференциях, а также на семинаре им. А.А. Дородницына «Методы решения задач математической физики» ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН и научно-исследовательском семинаре кафедры механики композитов МГУ им. М.В. Ломоносова.

**Структура и содержание диссертации.** Диссертация состоит из введения, 3 глав, заключения, списка использованной литературы. Работа изложена на 133 страницах, включает 32 иллюстрации и 11 таблиц. Библиография состоит из 115 наименований.

Рассмотрим краткое содержание диссертационного исследования.

**Введение** диссертации начинается с краткого описания метода пропитки армирующего наполнителя связующим в оснастке, дается обзор публикаций, посвященных проблемам в данной области, рассмотрена актуальность темы диссертации. Далее автором указаны предмет исследования, цели и задачи, научная новизна, практическая значимость, методы исследования, положения, выносимые на защиту, достоверность и обоснованность научных результатов, их апробация. В конце введения приведены список

публикаций по теме диссертации и личный вклад соискателя, а также описана структура работы.

**Первая глава** диссертации посвящена постановке двухмасштабной математической модели пространственных течений жидкостей и газов в пористых композитных структурах на основе метода асимптотического осреднения. Первоначально автор описывает основные допущения, касающиеся геометрических моделей микро- и макроструктуры пористой среды, а также свойств сред, текущих через нее. Далее приводится исходная система уравнений Навье-Стокса, описывающая течение жидкости и газа в пористой структуре. В качестве уравнения состояния для газа используется уравнение Менделеева-Клапейрона. Для случая жидкости в работе рассмотрено две модели слабой сжимаемости, которые автор называет «классической» и «обобщенной». В классическом случае уравнение состояния требует задания некоторых начальных плотности и давления. Наравне с указанным подходом в работе предложено уточненное уравнение слабой сжимаемости, которое требует задания только начальной плотности, в то время как вместо начального давления вводится, вообще говоря, неизвестная функция, определяемая из решения отдельной задачи. При этом исходная система уравнений Навье-Стокса для жидкости оказывается незамкнутой. Для определения задачи искомые функции представляются в аддитивном виде, после чего подстановка указанных соотношений в исходные уравнения приводит к последовательности из двух замкнутых систем уравнений.

В работе вводится малый безразмерный параметр, равный отношению характерных размеров периодической ячейки и всей макроскопической расчетной области. Кроме того, определяются соотношения, связывающие числа Эйлера и Рейнольдса с указанным параметром. Данные соотношения позволяют рассматривать конкретные режимы течения фаз по пористой структуре в дальнейшем асимптотическом анализе. В частности, в диссертации основное внимание уделено режиму, отвечающему медленному движению фаз в пористой системе.



Далее в исследовании дается краткий обзор основных положений метода асимптотического осреднения: вводятся быстрые и медленные координаты, условия периодичности, оператор осреднения и асимптотические разложения по степеням малого параметра. После подстановки асимптотических разложений для искомых функций в исходные системы уравнений, получаются последовательности локальных задач для газа и слабосжимаемой жидкости (классической и обобщенной). В работе показано, что полученные задачи нулевого уровня для газа и жидкости формально сводятся к интегро-дифференциальной задаче одного и того же вида, при этом ее решение в значительной степени может быть облегчено при наличии симметрии периодической ячейки. В этом случае данная задача сводится к классической системе дифференциальных уравнений в частных производных, определенной на  $1/8$  части ячейки. Решение в остальных областях получается посредством симметричного или антисимметричного продолжения решения с  $1/8$  части ячейки. Сформулированные в работе локальные задачи не зависят от каких-либо физических свойств среды, текущей по пористой системе, а их решение определяется внутренней геометрией поры. Данные задачи описывают стационарное течение некоторой фиктивной линейно-вязкой несжимаемой среды на локальном уровне.

Далее в диссертации производится осреднение локальных уравнений. Данная процедура приводит к классическому закону фильтрации Дарси и общим нелинейным уравнениям макроскопической фильтрации, которые для случая обобщенной модели слабосжимаемой жидкости дополняются вспомогательной задачей для расчета гидростатического давления. Наконец, к полученной глобальной задаче фильтрации присоединяется уравнение движения границы раздела жидкости и вытесняемого ею газа.

Дальнейшие преобразования сводятся к введению новых динамических независимых координат, в которых решение осуществляется в фиксированной области. Глава оканчивается общей постановкой глобальной задачи

фильтрации в динамических координатах для случая плоско-параллельного движения границы раздела фаз.

**Вторая глава** диссертации посвящена разработке численных методов решения локальных и глобальных задач фильтрации.

В случае локальных задач фильтрации первоначально формулируется вариационная постановка задачи, основанная на вариационном принципе Хеллингера-Рейснера. К полученной системе вариационных уравнений применяется метод конечных элементов, основанный на использовании конечного элемента в форме тетраэдра с 34 степенями свободы: в каждом из 10 узлов задается по три компоненты скорости и в четырех узлах (вершинах) задается давление. Используется интерполяционный полином второго порядка для скоростей и первого порядка – для давления. Вводятся необходимые координатные представления величин, и производится приведение интегралов, входящих в вариационные уравнения, к матричному виду. После группировки слагаемых при одинаковых вариациях получается искомая несимметричная СЛАУ для каждого конечного элемента. На основе метода конечных элементов также получаются соотношения для расчета пористости и компонент тензора проницаемости пористой среды.

Численная постановка макроскопической задачи осуществляется в целом аналогично с той разницей, что данная задача является нелинейной. Поэтому для ее решения используется метод Ньютона-Рафсона и формулируется вариационная постановка относительно приращения давления. Кроме того, в случае использования введенной в работе обобщенной модели слабой сжимаемости к основному вариационному уравнению добавляется вариационное уравнение для расчета поля гидростатического давления в жидкости. Также постановка включает уравнение плоскопараллельного движения межфазной границы раздела, которое посредством применения неявного метода Эйлера принимает форму кубического уравнения относительно нового приближения на данной итерации метода Ньютона-Рафсона. В конце описания численной постановки глобальной задачи о вытеснении газа слабосжимаемой



жидкостью в пористой структуре приводится общая схема итерационного алгоритма.

Вторая глава оканчивается описанием метода решения несимметричных разреженных СЛАУ, которые имеют место как в локальной, так и глобальной задачах фильтрации.

**В третьей главе** диссертации рассматривается численное моделирование процессов движения жидкостей и газов в пористых средах на основе разработанных моделей.

Первоначально автор дает краткое описание разработанного программного комплекса, на основе которого получены численные результаты. Приводится блок-схема программы и основные принципы работы с ней. В пункте 3.1.2 работы выполняется тестирование комплекса на задаче Пуазейля о течении вязкой жидкости в одноканальной структуре, показавшее хорошее согласование численных и аналитических результатов как с точки зрения распределения скорости в канале, так и при определении проницаемости.

Далее приводятся результаты решения локальных задач фильтрации для пор с различной геометрией. Первоначально рассматривается моделирование течения среды в ячейках периодичности в форме шара с тремя цилиндрическими каналами вдоль каждого из координатных направлений. При этом производится варьирование отношения радиусов каналов и шаров. Далее рассматривается влияние побочных каналов на процесс фильтрации путем сравнения результатов решения локальной задачи для трехканальной структуры с результатами, полученными для аналогичной структуры, но без каналов по побочным направлениям. Наконец, проводится ряд вычислительных экспериментов с использованием тканевой модели ячейки периодичности. В этом случае проницаемость при течении в плоскости волокон и перпендикулярно к ним различна и производится решение двух локальных задач для каждого случая.

Глава оканчивается демонстрацией результатов решения макроскопической задачи о вытеснении газа слабосжимаемой жидкостью в процессе



пропитки тканого армирующего материала. При этом используются рассчитанные ранее пористость и коэффициенты проницаемости пористой среды. Получены оценки времени полного заполнения образца в форме параллелепипеда при использовании классической и обобщенной моделей слабой сжимаемости.

**В заключении** диссертации отражены основные результаты работы.

**По диссертационной работе и автореферату** Богданова И.О. можно сделать ряд замечаний:

1. Учет влияния вязкости на протекание жидкой фазы через пористую структуру в физико-математической модели реализован введением малого параметра разложения в методе асимптотического осреднения, что исключает корректное описание некоторых практически важных случаев, когда пористость структуры композита при соответствующих распределениях давлений и температур становится непроницаемой. Эту практически интересную область в технологии LSM, а также других технологий с пропиткой каркаса композита со структурной пористостью представленная модель и её программная реализация не охватывает.

2. В физико-механической модели не предусмотрен учет капиллярных эффектов и поверхностного натяжения, которые вносят существенные влияние на фильтрацию уже при размерах поперечного сечения пор порядка 10 мкм.

3. Прикладная ценность разработанных физико-математических моделей и их программной реализации существенно бы возросла при учете перечисленных замечаний, поэтому следует порекомендовать развить подход, разработанный в диссертационной работе, на более широкую область, обозначенную в п.п. 1, 2.

Указанные замечания не влияют на положительную оценку работы. Диссертацию следует признать законченным научным исследованием, которое выполнено на высоком научном уровне и посвящено решению актуальной проблемы.

Автореферат и публикации соискателя с достаточной полнотой и правильностью отражают содержание диссертации.

Диссертация Богданова Ильи Олеговича соответствует всем требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842, а ее автор, Богданов Илья Олегович, заслуживает присуждения искомой ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.05 – «Механика жидкости, газа и плазмы».

Диссертация Богданова И.О. обсуждена на заседании подсекции НТС АО «Композит» (комплекс «Неметаллические материалы») (протокол № 41 от «27» сентября 2018 г.), по результатам которого было принято решение утвердить положительный отзыв на диссертационную работу.

Секретарь подсекции НТС



Сергеева Е.С.

Начальник отдела 0222, к.ф.-м.н.



В.П. Вагин

Главный научный сотрудник,  
д.т.н., лауреат государственной  
премии



В.Н.Кириллов

Адрес: 141070, Московская область, г. Королёв, ул. Пионерская, д. 4.  
Тел.: (495) 513-20-28, (495) 513-22-56. Факс: (495) 516-06-17.  
E-mail: info@kompozit-mv.ru