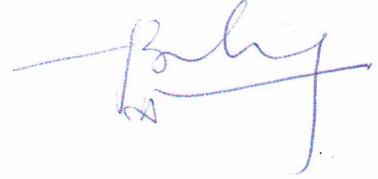


На правах рукописи



ВУ БА ЗУИ

**РАЗРАБОТКА МЕТОДА И ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЁННОГО
СОСТОЯНИЯ ФИЗИЧЕСКИ ОРТОТРОПНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ
ОБОЛОЧЕК ПРИ ЛОКАЛИЗОВАННЫХ ТЕРМОСИЛОВЫХ НАГРУЗКАХ**

Специальность 01.02.04 – Механика деформируемого твёрдого тела

Автореферат

диссертация на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Москва-2015

Работа выполнена на кафедре «Прочность авиационных и ракетно-космических конструкций» Московского авиационного института (национального исследовательского университета).

Научный руководитель

доктор технических наук, профессор

Нерубайло Борис Васильевич

Официальные оппоненты:

Семенов Владимир Николаевич,
доктор технических наук,
главный научный сотрудник НИО-3 ЦАГИ;

Виноградов Юрий Иванович, доктор
физико-математических наук профессор,
профессор кафедры «Аэрокосмические
системы» МГТУ имени Н.Э. Баумана.

Ведущая организация: Институт прикладной механики Российской Академии Наук (ИПРИМ РАН).

Защита состоится «11» декабря 2015г. в «14» часов на заседании диссертационного совета Д 212.125.05 в ФГБОУ ВПО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», по адресу: 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, дом 4.

С диссертацией можно ознакомиться в научно-технической библиотеке ФГБОУ ВПО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» и на сайте:

http://mai.ru/events/defence/index.php?ELEMENT_ID=60979

Автореферат разослан «15» октября 2015 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета

Федотенков Г.В

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Одним из часто встречающихся воздействий на тонкостенные конструкции в современной авиационной и ракетно - космической технике, в энергетическом машиностроения является неравномерно распределенная по поверхности оболочки или даже локализованная на небольших ее участках нагрузка: силовая или температурное поле. Напряженно-деформированное состояние (НДС) в таких случаях, особенно при сильной локализации, может существенно влиять на прочность и несущую способность конструкции.

Среди работ по локальным задачам прочности изотропных оболочек, включая передачу нагрузки через упругие и жесткие силовые элементы ограниченных размеров, отметим работы Антуфьева Б.А., Бейларда П.П., Виноградова Ю.И., Гурьянова Н.Г., Даревского В.М., Жигалко Ю.П., Лукасевича С., Нерубайло Б.В., Образцова И.Ф., Ольшанского В.П., Шклярчука Ф.Н. и др. Расчёту напряжений при сильно локализованном двумерном распределении температуры в оболочках, например, при повреждении обмазки на корпусе летательного аппарата, посвящены работы Антуфьева Б.А., Иванова А.И., Нерубайло Б.В. В последней из них даётся сравнение расчетных и экспериментальных результатов на основе проведенного в лаборатории кафедры 603 МАИ эксперимента на крупногабаритной цилиндрической оболочке с замером температуры термопарами хромель-алюмель и деформаций высокотемпературными тензодатчиками ЦАГИ.

Имеются литературные обзоры: Ю.П. Жигалко; И.Ф. Образцова, Б.В. Нерубайло, В.П.Ольшанского, что освобождает от перечисления других работ.

Что касается оболочек анизотропных, в частности, рассматриваемых здесь ортотропных, то вопрос остается недостаточно исследованным. Отметим работы по общей теории и различным приближенным моделям: Амбарцумяна С.А.; Артюхина Ю.П.; Бажанова В.Л., Гольденבלата И.И., Копнова В.А., Поспелова А.Д. Синюкова А.М.; Васильева В.В.; Григоренко Я.М., Василенко А.Т.; Елпатьевского А.Н. и Васильева В.В.; Королева В.И.; Лукасевича С.; Образцова И.Ф. и Нерубайло Б.В;

Паляя О.М. и Спиро В.Е.; Пикуля. В.В.; Сухинина С.Н.; Христенко А.С. и ряда других исследователей.

Решению задач о действии на ортотропные цилиндрические оболочки локальной нормальной нагрузки и локального температурного поля посвящены работы диссертанта (соавтор Нерубайло Б.В.), в которых, вероятно, впервые дан систематический анализ влияния показателя ортотропии на НДС при различных случаях нагружения и нагрева оболочек.

В упомянутой работе Васильева В.В. показано, что величина погрешности, вносимой гипотезой жесткой нормали, при расчете оболочек из ортотропного стеклопластика на действие радиальной сосредоточенной нагрузки, существенно зависит от параметра тонкостенности оболочки. Так, при $h/R < 0,02$ разница в максимальной величине нормального перемещения, найденной на основании классических и более точных уравнений, не превышает 5%. Это дает нам основания использовать такую механико-математическую модель в дальнейших исследованиях.

Известно, что проблема определения НДС оболочек при произвольных нагрузках и температурных полях приводится к решению дифференциальных уравнений восьмого порядка в частных производных. Высокий порядок служит тормозом на пути решения многих краевых задач для оболочечных конструкций, особенно из анизотропных, в частности ортотропных материалов. Поэтому естественным является стремление построить решения на основе уравнений более низкого порядка и простой структуры, разумеется с приемлемой точностью. Так, широко известный с 20-х годов прошлого века приближенный метод Штаермана-Геккелера для расчета **осесимметричного** деформирования оболочек путем сложения двух напряженных состояний: безмоментного и краевого эффекта – был обобщен Г.Н.Чернышевым на случай расчета оболочек **положительной** гауссовой кривизны при действия нагрузок сингулярного характера. Решение построено, как сумма безмоментного напряженного состояния и «точечного» краевого эффекта в окрестности сосредоточенной силы. В случае **цилиндрических** оболочек им предложено условное разбиение на четыре зоны, в каждой из которых

преобладает тот или иной вид решения сильно упрощенного уравнения. Однако такой подход практического применения и развития не получил.

Для устранения возникающих трудностей при решении краевых задач для оболочек **нулевой** кривизны представляется наиболее плодотворным предложенный в работах И.Ф.Образцова и Б.В.Нерубайло подход, основанный на требовании обеспечения минимума асимптотической погрешности каждого из применяемых приближенных уравнений: так называемый *принцип синтеза НДС*. Основанные на этом принципе методы названы *методами асимптотического синтеза* напряженного состояния (МАС).

Представляет интерес для расчётов прочности авиационных и ракетно-космических тонкостенных конструкций определение НДС анизотропных, ортотропных цилиндрических оболочек, являющихся элементом частично заполненных жидкостью трубопроводов (сосудов), под действием неосесимметричного гидростатического давления. Например, обечайки топливных баков, предназначенных для размещения компонентов жидкого топлива (окислителя, горючего), в полете нагружены внутренним избыточным давлением, складывающимся из несимметричного гидростатического давления и наддува. Кроме того, часть обечайки, свободная от жидкости, может нагреваться, как отмечается в литературе, иногда до значительной температуры (250...300° С), что вызывает появление существенных напряжений.

Учитывая сказанное, можно полагать, что разработка эффективного метода и исследование НДС физически ортотропных цилиндрических оболочек при упомянутых воздействиях является актуальной задачей не только в научном плане, но и для практики.

Целью работы является:

- Построение алгоритмов для исследования НДС ортотропных цилиндрических оболочек на основе методов, позволяющих свести сложные краевые задачи для уравнений в частных производных восьмого порядка к решению хорошо изученных дифференциальных уравнений четвертого порядка.

- Решение имеющей важное практическое значение проблемы расчёта круговых цилиндрических оболочек из ортотропного материала при воздействии различной степени локализации нагрузок и нагрева, создание метода сращиваемых аналитических решений (МСАР) дифференциальных уравнений.

- Получение простых аналитических выражений, пригодных для определения НДС в процессе проектирования.

Методы исследований. При проведении исследований использовались методы: сращиваемых аналитических решений (МСАР), асимптотического синтеза напряженного состояния (МАС), двойных и одианарных тригонометрических рядов, начальных параметров. Программы расчёта написаны на языке пакета Mathcad, Matlab. Графики функций построены с помощью пакета Grapher, Mathcad.

Научная новизна работы состоит в следующем:

- Разработан метод сращиваемых аналитических решений (МСАР) дифференциальных уравнений в частных производных четвертого порядка типа основного состояния и краевого эффекта физически ортотропных цилиндрических и слабokonических оболочек для определения напряжений при нагрузках и температурных полях, имеющих существенно меньшую изменимость вдоль образующей, чем вдоль контура.

- Получено разрешающее дифференциальное уравнение общей теории физически ортотропных цилиндрических оболочек в частных производных восьмого порядка и дифференциальные зависимости для искомых факторов при действии произвольной продольной нагрузки, безупречные с точки зрения энергостатики, как и уравнения изотропных оболочек В.З.Власова, и на их базе построена теория элементарных напряженных состояний: основного, с высокой изменимостью и тангенциального.

Практическую ценность диссертационной работы составляют:

- Обобщение решения задачи В. З. Власова о напряженном состоянии цилиндрических оболочек в виде топливных отсеков, сосудов, трубопроводов на случай их изготовления из физически ортотропного материала, при

несимметричном гидростатическом давлении и нагреве, произвольном закреплении, что имеет место в аэрокосмических и энергетических конструкциях.

- Построение аналитических алгоритмов, а для некоторых факторов также и простых формул, пригодных для определения НДС физически ортотропных оболочечных конструкций при действии локализованных нагрузок и температуры.

- Проведение систематического анализа на основе построенных алгоритмов для физически ортотропных оболочек выявило существенное влияние физико-механических свойств материала (механическая и тепловая ортотропия), условий нагружения и нагрева, а также краевых условий на характер распределения и уровень напряженно-деформированного состояния.

- Построение решения для бесконечно длинной, полубесконечной оболочек и оболочек конечной длины со свободным краем при действии локальной продольной нагрузки в удобном для практического использования виде и применение одного из построенных решений (полубесконечная оболочка со свободным краем) в качестве компоненты для контактной задачи о передаче через шпангоут продольной сосредоточенной силы.

- Представление числовой информации в форме номограмм и диаграмм напряжений, дающих возможность нахождения предпочтительных областей изменения физико-механических характеристик материала для некоторых частных случаев нагружения и нагрева конструкции.

Апробация работы. Основные результаты и выводы диссертационной работы докладывались:

- На 12-ой Международной конференции «Авиация и Космонавтика - 2013».

- На Международном симпозиуме «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова - 2014.

- На семинаре д.физ.-мат наук Д.В. Тарлаковского «Проблемы механики деформируемого твердого тела и динамики машин», 2015г.

Публикации. Основные положения диссертации опубликованы в семи печатных работах. Из них пять - в изданиях, рекомендуемых ВАК Министерства образования и науки РФ для опубликования результатов кандидатских диссертаций.

Объём и структура работы

Диссертационная работа состоит из введения, 4 глав, заключения, списка литературы; содержит 147 страниц, 36 рисунков, 17 таблиц. Список литературы включает 100 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы диссертационной работы, приведен литературный обзор по теме диссертации.

В первой главе: рассматриваются основные точные и приближенные уравнения теории физически ортотропных цилиндрических оболочек, МАС и МСАР.

При действии поверхностной нагрузки $p_i(\alpha, \beta)$ и температуры, если принять гипотезы Кирхгофа-Лява, исходные уравнения физически ортотропных круговых цилиндрических оболочек приводятся к дифференциальным уравнениям в частных производных восьмого порядка относительно разрешающих функций

$$L\Phi(\alpha, \beta) = \frac{R^4}{D_1} p_i(\alpha, \beta); (i = 1; 3) \quad (1)$$

$$L\Phi^*(\alpha, \beta) = \frac{\alpha_{2t} + \nu_1 \alpha_{1t}}{c^2} R t^*(\alpha, \beta); \quad (2)$$

$$L\Phi^{**}(\alpha, \beta) = -\frac{\alpha_{2t} + \nu_1 \alpha_{1t}}{6c^2} h t^{**}(\alpha, \beta), \quad (3)$$

где оператор общей теории ортотропных оболочек и коэффициенты дифференциальных уравнений имеют вид:

$$L = \left[\frac{\partial^8}{\partial \alpha^8} + a_{6,2} \frac{\partial^8}{\partial \alpha^6 \partial \beta^2} + 2\nu_2 \frac{\partial^6}{\partial \alpha^6} + a_{4,4} \frac{\partial^8}{\partial \alpha^4 \partial \beta^4} + a_{4,2} \frac{\partial^6}{\partial \alpha^4 \partial \beta^2} + \lambda \frac{\partial^4}{\partial \alpha^4} + a_{2,6} \frac{\partial^8}{\partial \alpha^2 \partial \beta^6} + a_{2,4} \frac{\partial^6}{\partial \alpha^2 \partial \beta^4} + a_{2,2} \frac{\partial^4}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2} + \lambda^2 \frac{\partial^4}{\partial \beta^4} \left(\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + 1 \right)^2 + \frac{1 - \nu_1 \nu_2}{c^2} \lambda \frac{\partial^4}{\partial \alpha^4} \right];$$

$$\begin{aligned}
a_{6,2} &= \frac{\lambda - v_2^2}{\mu_1} + 4\mu_1; \quad a_{4,4} = 2\lambda \left[3 + \frac{v_1}{\mu_2} (1 - v_1 v_2) - 4v_1 (v_2 + \mu_1) \right]; \\
a_{4,2} &= a_{4,4}; \quad a_{2,6} = \lambda a_{6,2}; \quad a_{2,4} = 2\lambda (a_{6,2} - v_2); \quad a_{2,2} = \lambda \left(\frac{\lambda - v_2^2}{\mu_1} - 2v_2 \right); \quad \lambda = \frac{E_2}{E_1} = \frac{v_2}{v_1}; \\
D_i &= \frac{E_i h^3}{12(1 - v_1 v_2)}; \quad \mu_i = \frac{G}{E_i} (1 - v_1 v_2); \quad (i = 1; 2); \quad c^2 = \frac{h^2}{12R^2}.
\end{aligned} \tag{4}$$

Здесь употреблены общепринятые обозначения; кроме того, α, β – продольная и окружная координаты; p_i – продольная ($i=1$) и нормальная ($i=3$) нагрузки, t^*, t^{**} – температура, постоянная и характеризующаяся перепадом по толщине оболочки, соответственно.

Приближенные уравнения, описывающие элементарные напряженные состояния оболочки (по классификации А.Л.Гольденвейзера):

- Основное состояние (полубезмоментная теория)

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial \alpha^4} + \frac{c^2 \lambda}{1 - v_1 v_2} \frac{\partial^4}{\partial \beta^4} \left(\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + 1 \right)^2 \Phi = - \frac{R^2}{E_2 h} p_i(\alpha, \beta) \tag{5}$$

- Краевой эффект

$$\frac{\partial^4 w}{\partial \alpha^4} + \lambda \frac{1 - v_1 v_2}{c^2} w = \frac{R^4}{D_1} p_3(\alpha, \beta). \tag{6}$$

- Напряжённое состояние с большой изменчивостью (уравнения типа Власова-Доннелла)

$$\begin{aligned}
L\Phi(\alpha, \beta) &= \frac{R^4}{D_1} p_i(\alpha, \beta); \\
L &= \frac{\partial^8}{\partial \alpha^8} + a_{6,2} \frac{\partial^8}{\partial \alpha^6 \partial \beta^2} + a_{4,4} \frac{\partial^8}{\partial \alpha^4 \partial \beta^4} + a_{2,6} \frac{\partial^8}{\partial \alpha^2 \partial \beta^6} + \lambda^2 \frac{\partial^8}{\partial \beta^8} + \lambda \frac{1 - v_1 v_2}{c^2} \frac{\partial^4}{\partial \alpha^4}.
\end{aligned} \tag{7}$$

- Тангенциальное состояние

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial \alpha^4} + \left(\frac{\lambda - v_2^2}{\mu_1} - 2v_2 \right) \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2} + \lambda \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \beta^4} = - \frac{(1 - v_1 v_2) R^2}{E_1 h} p_1(\alpha, \beta). \tag{8}$$

- Изгибное состояние

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial \alpha^4} + 2(v_2 + 2\mu_1) \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2} + \lambda \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \beta^4} = \frac{R^4}{D_1} p_3(\alpha, \beta). \tag{9}$$

Основные силовые факторы, действующие в оболочке, находятся в дифференциальной зависимости от разрешающих функций $\Phi(\alpha, \beta)$, $w(\alpha, \beta)$.

Как отмечалось, в 70-80 годы прошлого века в работах И.Ф.Образцова, Б.В.Нерубайло в результате сформулированного ими принципа минимума асимптотических погрешностей приближенных уравнений предложены МАС, два из которых дают асимптотически точные решения на основе комбинации тех или иных уравнений (5-9), в зависимости от действующей нагрузки или температуры. Первый из них основан на условии обеспечения минимальной асимптотической погрешности за счет применения уравнений полубезмоментной теории и теории краевого эффекта при «низких» номерах гармоник $n \leq \bar{n}$, а уравнений моментной технической теории (типа пологих оболочек, или Власова-Доннелла) - при «высоких» номерах гармоник $n > \bar{n}$. Второй МАС заключается в применении при «низких» ($n \leq \bar{n}$) и «высоких» ($n > n^*$) номерах гармоник уравнений четвертого порядка по продольной координате: полубезмоментной теории и теории краевого эффекта при ($n \leq \bar{n}$), изгибного или тангенциального состояний ($n > n^*$), а при «средних» номерах ($\bar{n} < n \leq n^*$) – моментной технической теории (теории пологих оболочек, или уравнений Власова-Доннелла). В случае ортотропных оболочек величины \bar{n}, n^* определяются, как округленные до ближайшего целого числа n , по формулам:

$$n^4 \approx 2\sqrt{3} \frac{R}{h} \left[\sqrt{\lambda} \left(\frac{1 - \nu_1 \nu_2}{2\sqrt{\mu_1 \mu_2}} + 2\sqrt{\mu_1 \mu_2} \right) - \frac{\nu_2}{2} \right] \left(\frac{1 - \nu_1 \nu_2}{2\sqrt{\mu_1 \mu_2}} + 2\sqrt{\mu_1 \mu_2} \right)^{-2}; \quad n \rightarrow \bar{n}; \quad (10)$$

$$n^4 \approx 6(1 - \nu_1 \nu_2) \left(\frac{R}{h} \right)^2 \sqrt{\frac{R}{h}} \left[3 + \frac{\nu_1}{\mu_1} (1 - \nu_1 \nu_2) - 4\nu_1 (\nu_2 + \mu_1) \right]^{-1}; \quad n \rightarrow n^*. \quad (11)$$

Такой подход находит применение для расчета НДС оболочек при различных локальных нагрузках и температурах.

Как отмечалось ранее, на практике имеют место случаи, когда нагрузка или температурное поле представляют функции, существенно более плавные вдоль образующей, чем в окружном направлении. НДС при этом характеризуется незначительной изменяемостью вдоль большей части образующей и весьма

существенной изменчивостью в зонах установки днищ и может быть найдено как *основное состояние на всей длине оболочки* ($0 \leq x \leq l$) *плюс краевой эффект в зонах* $x < 2,5\sqrt{Rh}$; $x > l - 2,5\sqrt{Rh}$.

Для низких номеров гармоник n , при разложении решений в ряды по окружной координате, большие и малые части корней характеристического уравнения общей теории оболочек ($k_{1-4} = \pm r_{1n} \pm is_{1n}$; $k_{5-8} = \pm r_{2n} \pm is_{2n}$) почти точно совпадают с соответствующими частями корней уравнений краевого эффекта (r_{1n}, s_{1n}) и основного состояния (r_{2n}, s_{2n}), приведенными в таблице:

R/h	n	r_{1n}	s_{1n}	r_{2n}	s_{2n}
20	0	5,749	5,749	0	0
	1	5,834	5,660	0	0
	2	6,106	5,413	0,3134	0,2884
	4	7,271	4,700	1,4879	0,9941
100	0	12,85	12,85	0	0
	1	12,89	12,82	0	0
	2	13,01	12,7	0,1359	0,1335

Известно и это следует из таблицы, что изменчивость основного состояния, в отличие от краевого эффекта, по мере увеличения номеров гармоник растет сильнее, а при достаточно больших номерах она приближается к изменчивости краевого эффекта, то есть основное состояние «вырождается». За критерий такого «вырождения» примем приближённое равенство их изменчивости, а именно следуя В.В. Новожилова вторых производных по α , например, нормального перемещения основного состояния и краевого эффекта: $\left| \partial^2 w^{осн} / \partial \alpha^2 \right| \approx \left| \partial^2 w^{кр} / \partial \alpha^2 \right|$. Оператор дифференциального уравнения технической теории оболочек В.З.Власова, как и оператор уравнения краевого эффекта может быть представлен в двух видах: трехчленном и двучленном. Если принять к расчету более простые (двучленные) уравнения краевого эффекта и основного состояния, приведенное соотношение

приводит к приближенному равенству: $\eta^4 = \mu_n^4$, из которого, принимая $n^2 \gg 1$, получаем:

$$n^4 = 12(1 - \nu_1 \nu_2)(R/h)^2. \quad (13)$$

Сделаем оценку величины n по этой формуле, приняв для округленного значения n обозначение \tilde{n} , тогда для следующих параметров $R/h = 130$; $\nu_1 = 0,3$; $\lambda = 0,1; 1; 10$ получаем численные значения, представленные в таблице:

	$\lambda = 0,1$	$\lambda = 1$	$\lambda = 10$
\tilde{n}	21	20	7

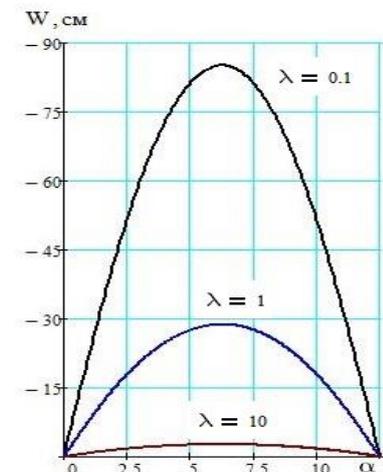
Построенное таким образом НДС (основное состояние плюс краевой эффект до $n = \tilde{n}$) составляет сущность **метода сращиваемых аналитических решений (МСАР)**.

Во второй главе рассматриваются краевые задачи для конструкций типа топливного отсека из физически ортотропного материала, частично заполненного жидкостью.

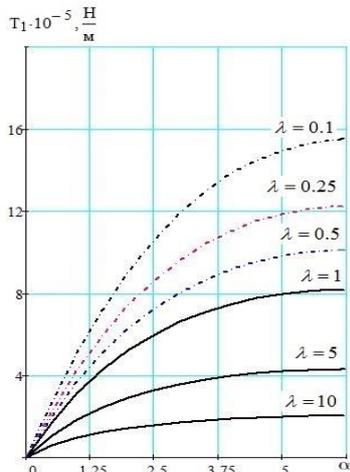
Для получения точных результатов, по общей теории оболочек рассматривается сначала оболочка конечной длины с шарнирно закрепленными краями. На основании построенного в двойных тригонометрических рядах решения проведено исследование влияния ортотропии на НДС. В качестве объекта принята оболочка из монографии В.З. Власова (длина $L=4000$ см, радиус $R=320$ см, толщина $h=0,6$ см, угол заполнения жидкостью $2\beta_0 = 66$ град). Результат расчёта максимального значения нормального продольного напряжения, в середине оболочки, для частного случая изотропного материала, при $\lambda = 1$, сопоставлялся с полученным в монографии В.З. Власова приближенным решением. При этом его отклонение от полученного здесь точного результата составляет более 10%.

Изменение нормального перемещения (а), продольного (б) и кольцевого (в) усилий, продольного (г) и кольцевого (д) изгибающих моментов вдоль нулевой образующей оболочки с различными значениями параметра ортотропии λ

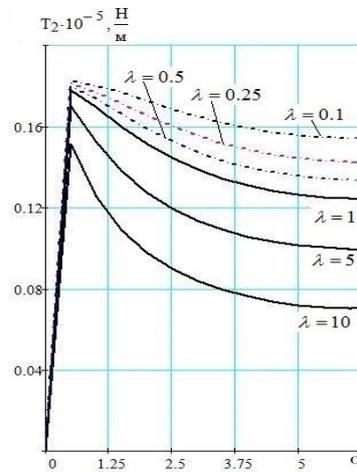
представлено на рис.1, а также построена номограмма «кольцевое усилие-продольное усилие» для максимальных значений при различных значениях λ и $2\beta_0$ (рис.2).



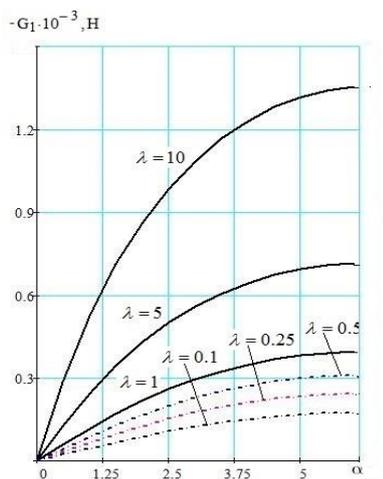
1а



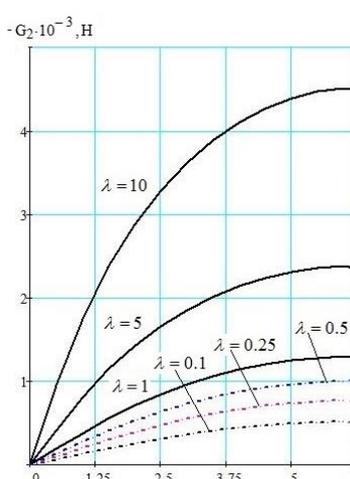
1б



1в



1г



1д

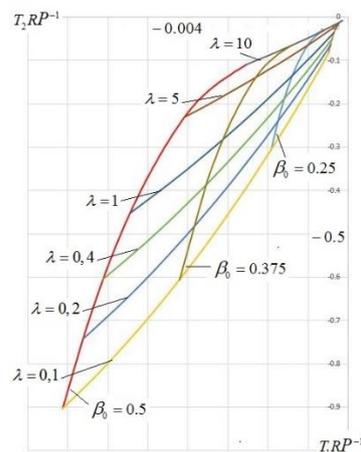


Рис.2

Для сравнительного анализа погрешности решений на основе приближенных уравнений при разных значениях λ рассматривается эта же оболочка, но при кусочно-постоянном распределении давления ($\alpha_0 \Rightarrow 0$) вдоль образующей в её середине ($\alpha = \alpha_1 / 2$). Значения продольного изгибающего момента, найденные по разным теориям для n -го члена ряда представлены в виде таблиц 1 и рис.3, показывающих какой вклад в напряженное состояние вносит каждая n -ая гармоника ряда по разным приближенным теориям и по общей (точной) теории в достаточно широком диапазоне изменения показателя ортотропии ($\lambda = 0,1 \div 10$).

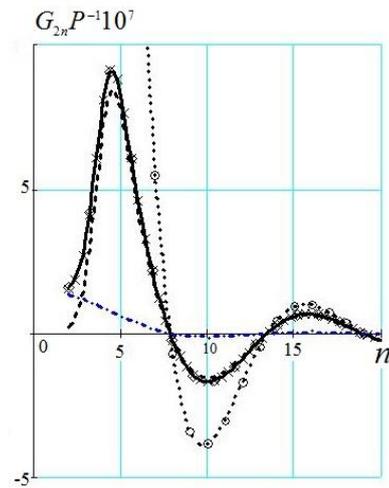
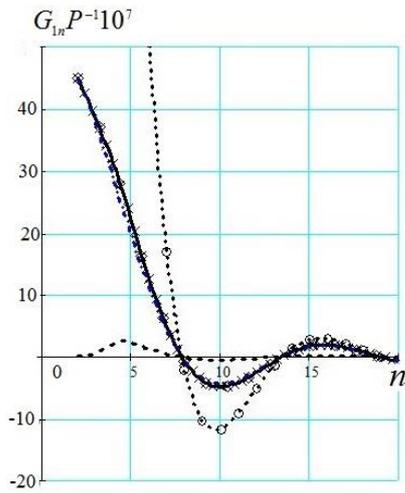
Таблица 1. Численные значения продольного изгибающего момента $G_{1n} P^{-1} \cdot 10^7$ на основе различных приближённых уравнений в частном случае $\lambda = 1$.

Номер гармоники n	Общая теория оболочек	Моментная теория	Основное состояние	Краевой эффект	Основное состояние плюс краевой эффект	Изгибное состояние
2	24.442	24.645	0.639	23.634	24.273	551.671
3	25.413	25.617	5.193	19.821	25.015	306.935
4	21.922	21.691	6.274	15.221	21.495	175.911
41	-0.012	-0.012	-0.005	-0.013	-0.017	-0.012

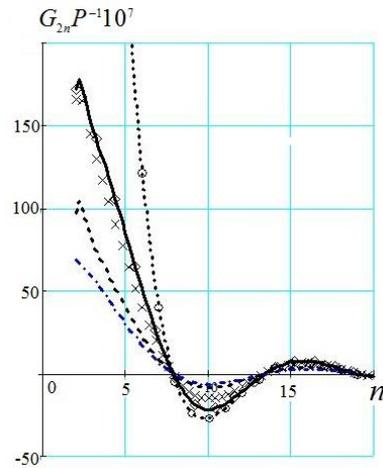
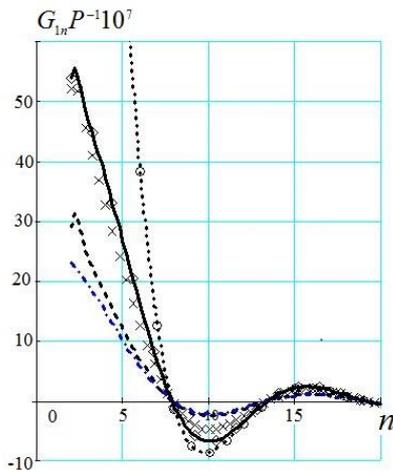
Анализ результатов, представленных в табл.1 и на рис.3 показывает:

Суммарные численные значения изгибающих моментов для основного состояния и краевого эффекта при гармониках $n = 2; n = 3; n = 4$ и т.д. весьма близки к соответствующим точным значениям (на основе общей теории ортотропных оболочек), как и сумма этих величин до значения \tilde{n} в МСАР, что позволяет игнорировать уравнения восьмого порядка типа Власова- Доннелла. При этом изгибное состояние значительно превышает не только решения на основе других приближенных уравнений, но и точное решение, что полностью соответствует характеру поведения асимптотических погрешностей. При значительных номерах гармоник $n > \tilde{n}$ решения на основе уравнений типа Власова - Доннелла совпадают с изгибным состоянием, что подчеркивает тщательность проведенных вычислений.

Принимая во внимание подобие рассмотренного здесь напряженного состояния и у жестко защемленного края (полное стеснение деформации поперечного сечения оболочки: $(u = 0; V = 0; w_{\alpha}' = 0)$), приходим к заключению, что полученные здесь результаты и сделанные на их основе выводы о применимости МСАР могут быть перенесены на весьма важный случай жесткого защемления оболочки $(u = V = w = w_{\alpha}' = 0)$: рис.4,5.



3а



3б

Рис.3. Сравнение n -й гармоники продольного и кольцевого изгибающих моментов на основе различных уравнений для оболочки с параметром ортотропии

$\lambda = 0,1$ (рис.3а). $\lambda = 10$ (рис.3б).

— Общая теория оболочек; $\diamond \diamond$ Теория типа Власова- Доннелла; - - - Основное состояние;
 - - - Краевой эффект ; $\circ \circ \circ$ Изгибное состояние; $\times \times \times$ Основное состояние плюс краевой эффект.

В третьей главе рассматриваются краевые задачи для дифференциальных уравнений физически ортотропны и изотропных цилиндрических оболочек при действии продольных нагрузок.

На основании решения по общей теории оболочек с шарнирно закрепленными краями, проведена большая серия расчётов для определения НДС,

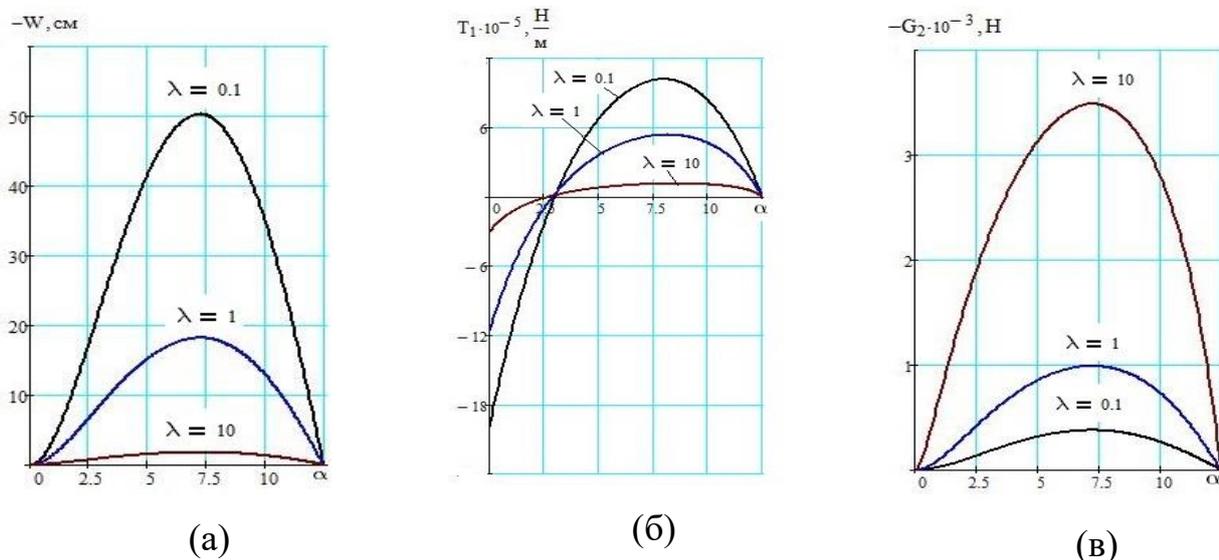


Рис.4. Изменение нормального перемещения (а), продольного усилия (б) и кольцевого изгибающего момента (в) вдоль нулевой образующей оболочки с одним жестким, а другим шарнирным краем при разных значениях $\lambda = 0,1; 1; 10$.

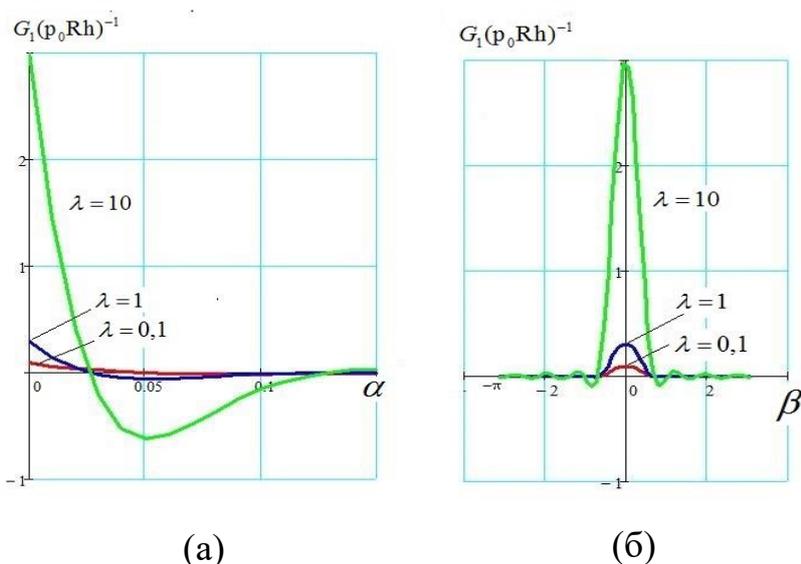


Рис.5. Изменение продольного изгибающего момента у жёсткого края: вдоль нулевой образующей (а) и вдоль контура (б).

представленная в виде таблиц, графиков, на которых отражено сильное влияние на НДС параметров ортотропии материала и размеров нагруженных областей (рис.6).

Построено решение для бесконечно длинной оболочки при продольной нагрузке в сечении $\alpha = 0$, представленной вдоль образующей в виде интеграла Фурье, а вдоль контура- в виде ряда Фурье:

$$p(\alpha, \beta) = \frac{2}{\pi} p_0 \sum_{n=0}^{\infty} \theta_n \cos kn\beta \int_0^{\infty} \frac{1}{\lambda} \sin \alpha_0 \chi \cos \alpha \chi d\chi; \quad (14)$$

Числовая информация для сравнительного анализа n -го члена ряда сдвигающего усилия на основе общей теории ортотропных оболочек, основного и тангенциального состояний дана на рис.7.

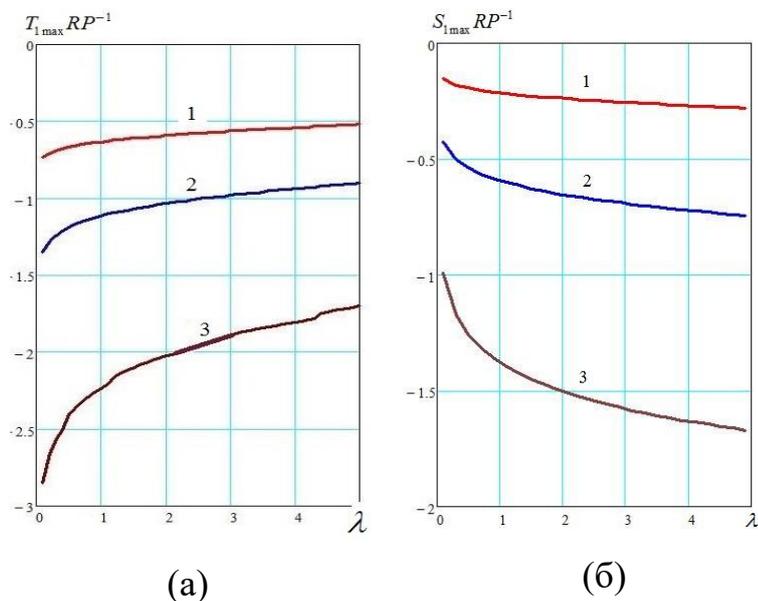


Рис.6. Зависимость максимальных значений продольного усилия (а), сдвигающего усилия (б) от параметра ортотропии для оболочки с относительной толщиной $h/R=1/130$ и нагруженными областями с $\alpha_0 = \beta_0 = 0,25; 0,125; 0,0625$ (кривые 1;2;3, соответственно).

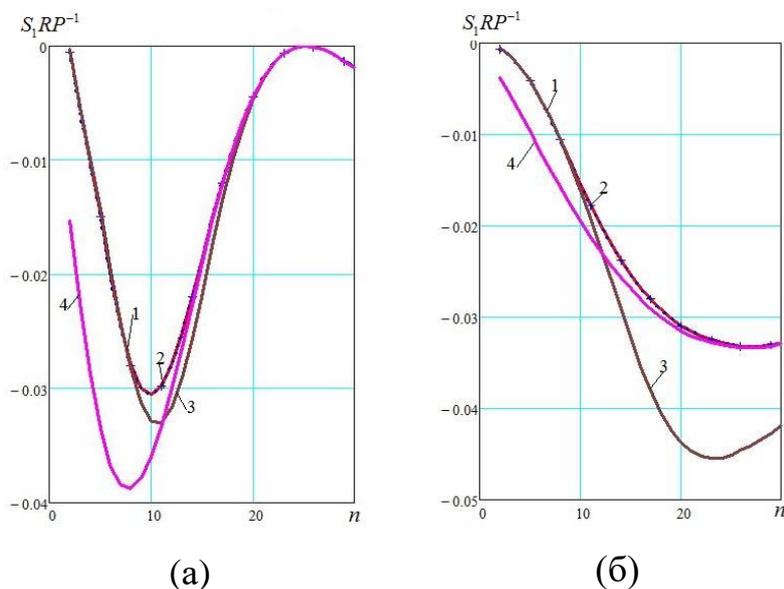


Рис.7. Сравнение n -й гармоники сдвигающего усилия на основе различных уравнений для оболочки с параметром ортотропии $\lambda = 1$, при $\alpha_0 = \beta_0 = 0.125$ (рис 7а) и $\alpha_0 = \beta_0 = 0.03125$ (рис 7б).

1- Общая теория оболочек; 2- Теория типа Власова-Доннелла. 3- Основное состояние; 4 - Тангенциальное состояние.

Анализ показывает, что полное НДС оболочки может быть построено путём применения одного из МАС. Первый и второй МАС дает результаты, практически не отличающиеся от точных (разница составляет меньше 5%). Приближенное

решение для сдвигающего усилия, как видно из рис.7, при номерах гармоник $n > n^*$ незначительно отличается от точного решения. Поэтому есть основания полагать, что решение может быть построено только на основе уравнений основного и тангенциального состояний. Причем при достаточно больших значениях β_0 ($\beta_0 > \sqrt{h/R}$) роль второго слагаемого является второстепенной, им можно пренебречь и заменить предел суммирования на бесконечность.

Тогда в точке $\alpha = \beta = 0$, где продольное перемещение принимает максимальное значение, получаем:

$$\frac{E_1 R}{P} u(0,0) \approx \frac{\sqrt[4]{3(1-\nu_1\nu_2)}}{2\pi\sqrt[4]{\lambda}k\beta_0} \frac{R}{h} \sqrt{\frac{R}{h}} \sum_n^{\infty} \frac{\sin kn\beta_0}{n^2\sqrt{k^2n^2-1}} \quad (15)$$

и после очевидного преобразования получаем формулу, по сути, в замкнутом виде:

$$\frac{E_1 R}{P} u(0,0) = \frac{\sqrt[4]{3(1-\nu_1\nu_2)}}{2\pi\sqrt[4]{\lambda}} \frac{R}{h} \sqrt{\frac{R}{h}} \left(\frac{\pi^2}{6k} - \frac{\pi\beta_0}{4} + \frac{k\beta_0^2}{12} + \varepsilon \right); \quad \varepsilon = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{n^2\sqrt{k^2n^2-1}} - \frac{1}{kn^3} \right]; \quad (k \geq 2). \quad (16)$$

Далее рассматривается полубесконечная оболочка со свободным краем, на некотором расстоянии от которого приложена локальная продольная нагрузка. Решение краевой задачи для полубесконечной оболочки, нагруженной на свободном крае системой продольных сил, является базовым при рассмотрении задачи о контакте ортотропной оболочки и шпангоута, упругого из плоскости. Получены численные результаты по зависимости величины продольного усилия от параметра ортотропии материала и геометрии шпангоута передающего продольную нагрузку. Для частного случая приложения нагрузки по отрезкам контура свободного края, получены удобные для анализа и расчёта формулы в замкнутом виде. В случае полубесконечной оболочки, нагруженной на свободном крае системой продольных сил, максимальное значение продольного перемещения и продольного усилия в два раз больше, чем у бесконечно длинной оболочки.

Интересно отметить, что действие системы сосредоточенных радиальных сил на свободном крае полубесконечной оболочки вызывает максимальное значение нормального перемещения (под силой) в четыре раз большее, чем в

бесконечно длинной оболочке. Причём теоретический результат подтверждён экспериментом, опубликованным в монографии Б.В. Нерубайло.

В четвертой главе рассматриваются термоупругая задача для физически ортотропной цилиндрической оболочки при локализованном распределении температуры:

$$t^*(\alpha, \beta) = \sum_{n=0}^{\infty} t_n^*(\alpha) \cos n\beta, \quad t_n^*(\alpha) = T_0^* \theta(\alpha).$$

Решение разрешающего уравнения (2) ищется в виде:

$$\Phi^*(\alpha, \beta) = \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_n^*(\alpha) \cos n\beta \quad (17)$$

В результате постановки (17) в (2) получается обыкновенное дифференциальное уравнение относительно функции $\Phi_n^*(\alpha)$:

$$L\Phi^*(\alpha) = \frac{\alpha_{2t} + \nu_1 \alpha_{1t}}{c^2} RT_0^* \theta_n \theta(\alpha), \quad (18)$$

Подвергая уравнение (18) преобразованию Фурье по переменной α и, предполагая при $|\alpha| \rightarrow \infty$, что функция $\Phi_n^*(\alpha) \rightarrow 0$ и её производные $\Phi_n^{*I}(\alpha), \Phi_n^{*II}(\alpha), \dots, \Phi_n^{*VII}(\alpha) \rightarrow 0$, приходим в итоге к следующему выражению:

$$L(\chi, n)\Phi_n^*(\chi) = \frac{\alpha_{2t} + \nu_1 \alpha_{1t}}{c^2} RT_0^* \theta_n \theta(\alpha), \quad (19)$$

Для разрешающей функции $\Phi^*(\alpha, \beta)$:

$$\Phi^*(\alpha, \beta) = \frac{1}{2\pi} \frac{\alpha_{2t} + \nu_1 \alpha_{1t}}{c^2} RT_0^* \sum_{n=0}^{\infty} \theta_n \cos n\beta \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-i\chi\alpha}}{L(\chi, n)} d\chi \int_{-\infty}^{+\infty} \theta(\alpha) e^{i\chi\alpha} d\alpha. \quad (20)$$

где
$$L(\chi, n) = \chi^8 + a_{6,2}\chi^6 n^2 - 2\nu_2 \chi^6 + a_{4,4}\chi^4 n^4 - a_{4,2}\chi^4 n^2 + \lambda \chi^4 +$$

$$+ a_{2,6}\chi^2 n^6 - a_{2,4}\chi^2 n^4 + a_{2,2}\chi^2 n^2 + \lambda^2 n^4 (n^2 - 1)^2 + \lambda \frac{1 - \nu_1 \nu_2}{c^2} \chi^4;$$

В случае, например, кусочно - постоянного изменения температуры, избранного здесь для численного анализа влияния анизотропии на напряжённое состояние, разрешающая функция (20) принимает вид:

$$\Phi^*(\alpha, \beta) = \frac{1}{2\pi} \frac{\alpha_{2t} + \nu_1 \alpha_{1t}}{c^2} RT_0^* \sum_{n=0}^{\infty} \theta_n \cos n\beta \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin \alpha_0 \chi \cos \alpha \chi}{L(\chi, n)} d\chi. \quad (21)$$

Выражения для перемещения и силовых факторов получаются путём подстановки (21) в связанные с ней дифференциальные соотношения.

На основе полученного решения проведена серия расчетов для различных параметров ортотропии на основе применения МАС (рис.8).

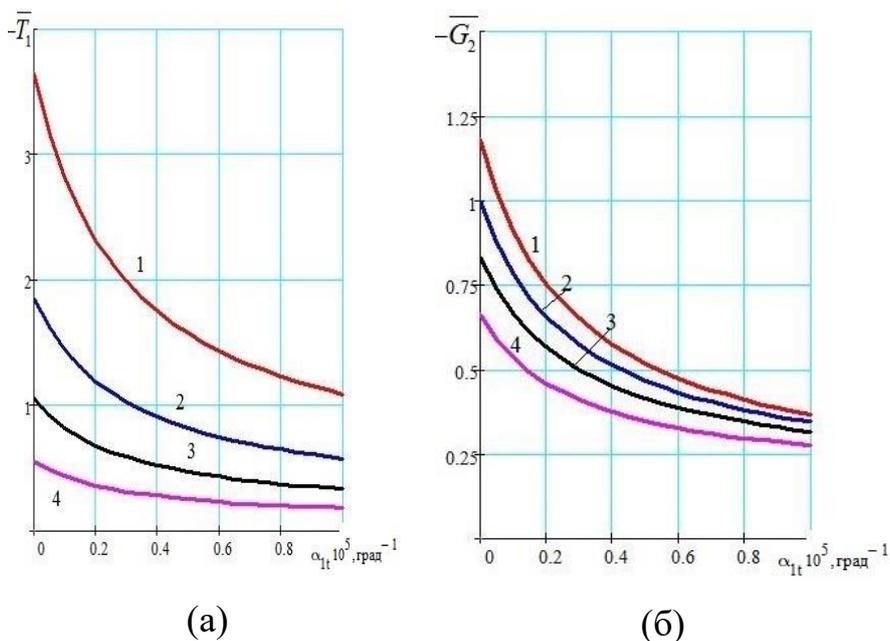


Рис.8. Зависимость продольного усилия (а), кольцевого изгибающего момента от величины коэффициента линейного температурного расширения α_{1t} при постоянном значении α_{2t} и $\lambda = 0.1; 0.25; 0.5; 1$ (кривые 1,2,3,4 соответственно).

Построены диаграммы, ограничивающие зоны максимальных напряжений для осесимметричного и несимметричного локального распределения температуры.

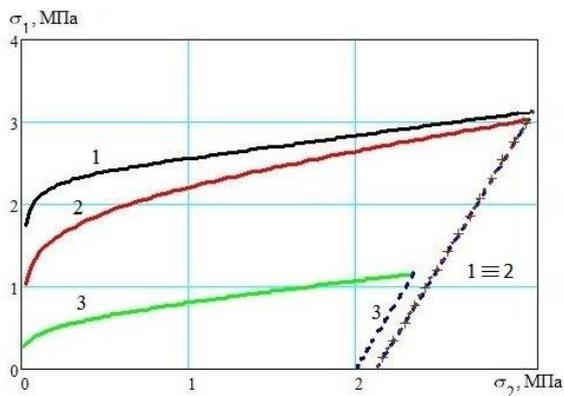


Рис.9

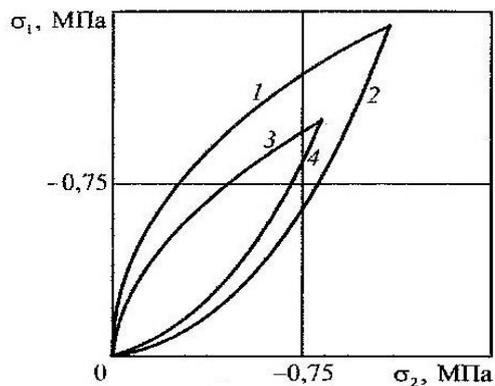


Рис.10

Числовая информация о продольном и окружном изгибных напряжениях $\sigma_1(0,0), \sigma_2(0,0)$ при воздействии локализованного осесимметричного распределения перепада температуры по толщине, принятого за единицу, в бесконечно длинной оболочке с параметрами: $\alpha_0 = 0.25; 0.125; 0.03125; R/h=100$, коэффициентами линейного температурного расширения

$\alpha_{1t} = \alpha_{2t} = 10 \times 10^{-6} 1/0^{\circ}C$ представлена на рис 9. Кривые 1,2,3 соответствуют параметрам нагретой зоны $\alpha_0 = 0.25; 0.125; 0.03125$.

Сплошная кривая соответствует вариантам параметра λ , при которых модуль $E_1 = 200$ ГПа, а модуль E_2 возрастает от нижней точки к верхней таким образом, что λ изменяется от величины 0.01 в окрестности начала координат до $\lambda = 1$. Пунктирная кривая отвечает таким вариантам λ , при которых модуль $E_2 = 200$ ГПа, а модуль E_1 уменьшается от верхней точки при движении вниз так, что при этом значения λ изменяются от $\lambda = 1$ в верхней точке до $\lambda = 0,01$ в нижней.

Далее, для случая перегретой области $0,25R \times 0,25R$ ($\alpha_0 = \beta_0 = 0.125$) и температуры, постоянной по толщине, числовая информация представлена в форме диаграммы на рис.10. Левые ветви, в виде кривых 1 и 3 соответствуют вариантам параметра λ , при которых модуль $E_1 = 200$ ГПа, а E_2 возрастает от нижней точки к верхней таким образом, что λ изменяется от величины 0.01 в окрестности начала координат до $\lambda = 1$ в верхней точке, где левые и правые ветви смыкаются. Правые ветви, в виде кривых 2 и 4, отвечают таким вариантам λ , при которых $E_2 = 200$ ГПа, а модуль E_1 уменьшается от верхней точки при движении вниз так, что при этом значения λ изменяются от $\lambda = 1$ в верхней точке до $\lambda = 0,01$ в нижней. Здесь тоже верхняя точка- это точка изотропии материала. Кривые 3 и 4 на рис.10 представляют изгибные напряжения ($\sigma_i = \pm 6G_i / h^2, i = 1,2$), а кривые 1 и 2 – суммарные максимальные значения напряжений : не только от изгибающих моментов, но и от усилий ($\sigma_i = T_i / h, i = 1,2$).

Построены решения и получена числовая информация при $\lambda = 0.1, 0.2, 0.5, 1$ на основе уравнения общей теории для оболочек конечной длиной с шарнирно закреплёнными краями. В частном случае изотропного материала полученные результаты совпадают с представленными в работе Нерубайло Б.В.

Далее строится решение на основе сочетания МСАР и метода начальных параметров, что приводит при решении уравнений четвёртого порядка к

определению только двух произвольных постоянных, независимо от закона изменения температуры и числа нагруженных участков вдоль образующей.

Проводится сравнение результатов на основе МСАР, с опубликованными в печати, полученными экспериментально в лаборатории прочности МАИ под руководством Нерубайло Б.В. В качестве образцов использовалась круговая цилиндрическая оболочка, изготовленная из стали 10. Длина оболочки 1540 мм, радиус 194 мм, толщина 1.5 мм. Локализация температурного поля достигалась созданием узконаправленного теплового потока от электрического нагревателя мощностью 3кВт на исследуемую зону ограниченных размеров и съёмом тепла вокруг неё. Теоретические и экспериментальные результаты для продольного напряжения $\sigma_1 = T_1 / h$ представлены на рис.11.

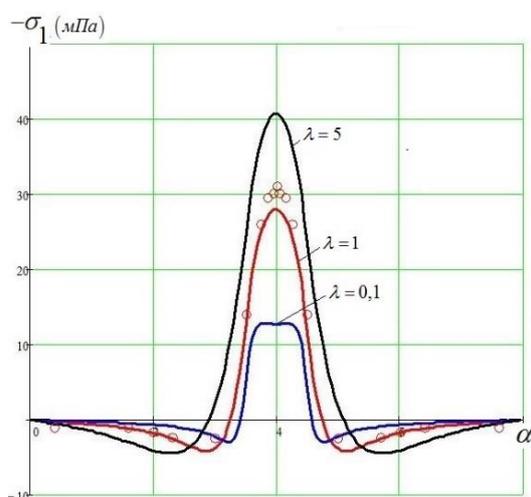


Рис.11. Распределение продольного нормального напряжения $\sigma_1 = T_1 / h$ вдоль нулевой образующей при различных значениях параметра ортотропии λ .
○ - экспериментальные результаты для $\lambda = 1$.

Сравнение напряжений, полученных для случая $\lambda = 1$ теоретически и экспериментально, показывает, что характер их распределения один и тот же, а максимальное значение продольного напряжения, найденного теоретически, мало отличается от экспериментального. Удовлетворительная точность и относительно небольшая трудоемкость делают это решение на основе МСАР пригодным для практических расчётов.

ОСНОВНЫЕ НАУЧНЫЕ И ПРИКЛАДНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

1. Получено разрешающее дифференциальное уравнение общей теории физически ортотропных цилиндрических оболочек в частных производных восьмого порядка и дифференциальные зависимости для искомых факторов при

действию произвольной продольной нагрузки, обобщающие теорию изотропных оболочек В.З.Власова, а также уравнения элементарных напряженных состояний: основного, с высокой изменчивостью и тангенциального.

2. Разработан метод сращиваемых аналитических решений дифференциальных уравнений в частных производных четвертого порядка типа основного состояния и краевого эффекта физически ортотропных оболочек нулевой гауссовой кривизны - цилиндрических, а также слабokonических - для определения напряжений при нагрузках и температурных полях, имеющих существенно меньшую изменчивость вдоль образующей, чем вдоль контура.

3. Дано обобщение решения задачи В. З. Власова о напряженном состоянии цилиндрических оболочек в виде топливных отсеков, сосудов, трубопроводов на случай их изготовления из физически ортотропного материала, при несимметричном гидростатическом давлении, нагреве и произвольном закреплении, что имеет место в аэрокосмических и энергетических конструкциях.

4. Построены алгоритмы решения ряда новых, актуальных прикладных задач для физически ортотропных оболочек при различного рода локализованных силовых и температурных воздействий и на их основе проведен систематический численный анализ влияния механической и тепловой ортотропии, условий нагружения и нагрева, а также различных краевых условий на характер и интенсивность напряженного состояния.

5. Для некоторых частных случаев нагружения и нагрева оболочек показана возможность представления численных значений наиболее важных факторов в замкнутом виде, а также в форме номограмм и диаграмм, позволяющих находить предпочтительные области изменения физико-механических и теплофизических характеристик материала конструкции.

6. Полученные новые результаты нашли подтверждение путем сравнения с имеющимися или найденными путем численного или натурального эксперимента.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах:

Публикация в рекомендованных ВАК изданиях:

1. Ву Ба Зуи. Обобщение задачи В.З. Власова о напряженном состоянии цилиндрических сосудов при гидростатическом давлении на случай физически ортотропного материала // Электронный журнал «Труды МАИ», 02.12.2014. Вып. 78. www//mai/science/Trudy/.

2. Нерубайло Б.В., Ву Ба Зуи. К решению задачи изгиба физически ортотропной цилиндрической оболочки локально приложенными радиальными силами // Изв. вузов. Авиационная техника. 2013. №2. С. 78-80.

3. Нерубайло Б.В., Ву Ба Зуи. Термоупругая задача для физически ортотропной цилиндрической оболочки при локализованной температуре. // Изв. вузов. Авиационная техника. 2013. №3. С. 75-81.

4. Нерубайло Б.В., Ву Ба Зуи. Дифференциальные уравнения физически ортотропных и изотропных цилиндрических оболочек при действии продольных нагрузок // Вестник Московского авиационного института. 2013. Т20. С. 173-184.

5. Нерубайло Б.В., Ву Ба Зуи, Зайцев В.М. К расчёту напряжений в цилиндрических сосудах при несимметричном гидростатическом давлении и нагреве // Электронный журнал «Труды МАИ», 26.08.2013. Вып. 67. www//mai/science/Trudy/

В других изданиях:

6. Ву Ба Зуи, Сафронов П.А. Исследование влияния ортотропии материала цилиндрической оболочки на напряженное состояние при экстремальных нагрузках и нагреве. Международная конференция «Авиация и космонавтика», М., МАИ. 2013.- С. 123.

7. Нерубайло Б.В., Ву Ба Зуи, Тисов В.А. Напряженное состояние конических, конусоидально-эллиптических и конусоидально-гиперболических оболочек при локальной нормальной нагрузке. Труды XX Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред», Том 1. М., 2014.- С.152-153.

Множительные центр МАИ(НИУ)

Заказ от «24» августа 2015.

Тираж 100 экз.