

На правах рукописи



Старченко Александр Евгеньевич

Траектории многовитковых перелётов космических аппаратов с минимальной радиационной нагрузкой

Специальность 05.07.09 —
«Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов»

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Москва — 2019

Работа выполнена в Научно-исследовательском институте прикладной механики и электродинамики (НИИ ПМЭ) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» (МАИ).

Научный руководитель: **Петухов Вячеслав Георгиевич**,
доктор технических наук, член-корреспондент РАН,
начальник отдела НИИ ПМЭ МАИ, профессор кафедры 601
«Космические системы и ракетостроение» МАИ

Официальные оппоненты: **Синицын Алексей Андреевич**,
кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник
ГНЦ ФГУП «Исследовательский центр имени М. В. Келдыша»

Ивашкин Вячеслав Васильевич,
доктор физико-математических наук, профессор,
главный научный сотрудник ИПМ им. М. В. Келдыша РАН

Ведущая организация: Акционерное общество «Информационные спутниковые системы» имени академика М. Ф. Решетнёва»

Защита состоится « 27 » февраля 2020 года в 14:00 на заседании диссертационного совета Д 212.125.12 в ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» по адресу: 125993, Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д. 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» по адресу: 125993, Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д. 4, а также на сайте института по адресу https://mai.ru/events/defence/index.php?ELEMENT_ID=109403

Отзывы, заверенные печатью, просим направлять по адресу: 125993, Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д. 4, Ученый совет МАИ.

Автореферат разослан «__» _____ 20__ года.

Ученый секретарь диссертационного совета Д 212.125.12,
кандидат технических наук, доцент

Старков Александр Владимирович

Общая характеристика работы

Диссертационная работа посвящена вопросам оптимизации траекторий многовитковых перелётов космических аппаратов (КА) с электроракетной двигательной установкой (ЭРДУ) с целью снижения воздействия космической радиации на бортовые системы. Предлагается новый подход к решению задач на минимизацию радиационного воздействия на основе принципа Л. С. Понтрягина. Полученная методика применена к задачам выведения на геостационарную орбиту (ГСО) КА с солнечной и ядерной ЭРДУ. Приведены результаты анализа полученных траекторий и эффективности полученного метода снижения радиационной нагрузки на бортовые системы КА.

Актуальность темы исследования данной работы обусловлена следующими факторами:

- возрастающим интересом к использованию ЭРДУ в транспортных операциях в космосе, в частности при выведении КА на ГСО;
- высокой чувствительностью некоторых компонентов бортовой электроники КА к космической радиации в околоземном пространстве;
- высокой стоимостью радиационно-стойкой элементной базы, необходимой для разработки бортовой аппаратуры КА, выводимых с помощью ЭРДУ на ГСО по многовитковым траекториям, пересекающим радиационные пояса Земли (РПЗ);
- снижением массы полезной нагрузки КА при использовании методов утолщения стенок и вторичного корпусирования для защиты бортовой аппаратуры;
- необходимостью разработки эффективных методов защиты бортовой аппаратуры КА от воздействия космической радиации, в том числе и методов оптимизации траекторий многовитковых перелётов КА с ЭРДУ с целью снижения радиационной нагрузки на бортовые системы;
- недостаточностью разработанности теории и методов оптимизации траекторий многовитковых перелётов КА с ЭРДУ с целью снижения радиационной нагрузки на бортовые системы.

Степень разработанности темы исследования. В работе приводится обзор литературы по методам снижения радиационной нагрузки на бортовую аппаратуру путём вариации траекторий межорбитальных перелётов. Отмечается, что литература по данной теме появилась в начале 1980-х годов, большинство работ учитывают при оптимизации траектории многовиткового перелёта радиационное воздействие на системы КА, но не рассматривает радиационную нагрузку как оптимизируемый целевой функционал. Работ, которые используют величины радиационного воздействия на КА как целевой функционал и применяют непрямые методы оптимизации траекторий очень мало. Недостаточно изучены пределы возможности снижения радиационного воздействия на КА путём вариации траектории.

Целью диссертационной работы является исследование возможностей снижения радиационной нагрузки на бортовые системы КА при выведении на геостационарную орбиту с использованием ЭРДУ путём оптимизации траектории многовиткового перелёта. Для достижения поставленной цели в работе были поставлены и решены следующие задачи.

Задачи диссертационной работы:

1. разработка методики оптимизации траекторий многовитковых перелётов КА с ЭРДУ с целью снижения воздействия космической радиации на бортовые системы на основе непрямых методов;
2. разработка методики сглаживания радиационных функционалов для применения при численной оптимизации траекторий перелётов КА с ЭРДУ непрямими методами;
3. исследование с помощью разработанной методики возможностей снижения поглощенной дозы радиации при оптимизации траекторий перелёта КА с ядерной энергетической установкой и ЭРДУ с низкой круговой орбиты на ГСО;
4. исследование с помощью разработанной методики возможностей снижения радиационной деградации мощности солнечных батарей (СБ) при оптимизации траекторий перелёта КА с солнечной ЭРДУ с геопереходной орбиты на ГСО.

Объектом исследования в данной работе являются траектории многовитковых межорбитальных перелётов КА с ЭРДУ, в частности, траектории перелёта на геостационарную орбиту.

Предметом исследования данной работы является математические модели движения КА с ЭРДУ с минимальной радиационной нагрузкой на бортовые системы.

Методология и методы исследования. В работе используются расчётно-теоретические методы исследования. В качестве основного метода решения задач оптимизации траекторий межорбитальных перелётов КА с ЭРДУ используется принцип максимума Л. С. Понтрягина. Для численного решения краевых задач, возникающих из принципа максимума, в работе используется метод продолжения по параметру, метод Левенберга-Марквардта и модифицированный метод Ньютона. Для повышения численной устойчивости применяемых методов решения краевых задач принципа максимума в работе применяется метод осреднения. Численное интегрирование систем обыкновенных дифференциальных уравнений движения КА с ЭРДУ проводилось методом Дорманда-Принса 7(8) порядка, неявным методом Рунге-Кутты 5-го порядка, многошаговым методом Адамса-Башфорта-Мультона переменного порядка.

Теоретическая и практическая значимость работы состоит в разработке эффективной методики расчёта траекторий выведения КА на ГСО с использованием ЭРДУ с радиационной нагрузкой на бортовую аппаратуру меньшей, чем на траекториях оптимального быстрого действия. При использовании разработанной методики в задачах снижения поглощенной дозы и радиационной деградации мощности СБ были получены новые качественные результаты. Разработанная методика весьма универсальна и позволяет рассмотреть различные типы

радиационных нагрузок на КА, различные типы ЭРДУ и источников электроэнергии, а также практически произвольные начальные и конечные орбиты многовиткового перелёта. Разработанный комплекс программ, реализующий данную методику, может быть использован при проектировании межорбитальных перелётов КА с ЭРДУ.

Степень достоверности полученных результатов. Достоверность обеспечивается строгой математической постановкой задач, использованием обоснованных фундаментальных подходов к решению оптимизационных задач, таких как принцип максимума Понтрягина и метод продолжения по параметру. Численные результаты подвергались неоднократной прямой проверке. Многие результаты, полученные в диссертации, сравнивались с результатами, опубликованными другими авторами.

Научная новизна работы состоит в:

1. разработке нового подхода к решению задач оптимизации траекторий многовитковых перелётов КА с ЭРДУ с целью снижения радиационной нагрузки на бортовые системы на основе принципа максимума Л. С. Понтрягина;
2. разработке методики осреднения радиационных функционалов по круговым орбитам и построения их гладких аппроксимаций с помощью сплайнов высокого порядка;
3. обнаружении эффекта немонотонного изменения максимального эксцентриситета при снижении конечной дозы радиации в задаче перелёта КА с ядерной энергетической установкой и ЭРДУ с низкой круговой орбиты на ГСО;
4. постановке и решении задачи на максимум относительной мощности СБ на конец срока активного существования (САС) КА.

Личный вклад. Все результаты, представленные в работе, получены лично автором.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации опубликованы в 5 работах, опубликованных в научных журналах, входящих в перечень рецензируемых научных изданий ВАК [1–5]. Статьи [3, 4] переведены на английский язык и опубликованы в журнале *Cosmic Research* [6, 7], входящем в международные реферативные базы данных и системы цитирования Web of Science и Scopus.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на:

- семинаре механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова «Механика космического полета им. В. А. Егорова», Москва, декабрь 2014, май 2016;
- семинаре кафедры 601 «Космические системы и ракетостроение» МАИ, Москва, июнь 2019;
- 36-ой международной конференции по электроракетным двигателям (IEPC-2019), Вена, Австрия, сентябрь 2019 [8];
- XII всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Уфа, август 2019;

- академических чтениях по космонавтике, посвященных памяти академика С. П. Королёва и других выдающихся отечественных ученых-пионеров освоения космического пространства. Москва, январь, ежегодно с 2013 по 2016;
- международной конференции «Авиация и космонавтика», Москва, МАИ, ноябрь, ежегодно с 2012 по 2016;
- научной конференции МФТИ, секция аэрофизика и космические исследования, Королёв, осень, ежегодно с 2011 по 2017;
- научно-технической конференции молодых учёных и специалистов РКК «Энергия» им. С. П. Королёва», Королёв, ноябрь 2011, ноябрь 2014;

Основные положения, выносимые на защиту:

1. формулировка и обобщенная методика решения задач оптимизации траекторий многовитковых межорбитальных перелётов КА с ЭРДУ с помощью принципа максимума Л. С. Понтрягина с целью снижения воздействия космической радиации на бортовые системы;
2. методика осреднения по круговым орбитам и построения гладких аппроксимаций мощности поглощенной дозы и эквивалентного потока электронов 1 МэВ с помощью сплайнов высокого порядка;
3. результаты анализа полученных оптимальных решений задачи минимизации поглощенной дозой радиации при многовитковом перелёте КА с ядерной энергетической установкой и ЭРДУ с низкой круговой орбиты на ГСО;
4. результаты анализа полученных оптимальных решений задачи максимизации остаточной мощности СБ при многовитковом перелёте КА с солнечной ЭРДУ с геопереходной орбиты на ГСО.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка сокращений и условных обозначений, а также списка литературы. Полный объем диссертации составляет 114 страниц, включая 42 рисунка и 4 таблицы. Список литературы содержит 135 наименований.

Основное содержание работы

Во **введении** показывается актуальность темы исследования работы. Для этого коротко приводится история применения ЭРДУ для осуществления транспортных операций в космосе, показывается возрастающий интерес к использованию ЭРДУ для выведения на целевые орбиты, включая ГСО. При этом всё большую актуальность приобретают задачи проектирования многовитковых траекторий перелёта на ГСО с помощью ЭРДУ. Приводится краткий

обзор методов решения задач оптимизации траекторий межорбитальных перелётов. Показывается необходимость учёта радиационной нагрузки при межорбитальных околоземных перелётах, описываются основные источники космической радиации и их влияние на бортовые системы. Также показывается возможность снижения радиационной нагрузки путём вариации траектории многовиткового перелёта, приводится обзор литературы по методам оптимизации траекторий с целью снижения радиационной нагрузки на КА, указывается степень разработанности темы исследования. Также во введении формулируется цель диссертационной работы, ставятся задачи работы, указывается научная новизна, теоретическая и практическая значимость представляемой работы, методология и методы исследования, а также основные положения выносимые на защиту. Приводится обоснование степени достоверности полученных результатов, информация об апробации результатов диссертации, её структуре и объёме.

Первая глава посвящена разработке методики решения задач оптимизации траекторий многовитковых перелётов КА с ЭРДУ на ГСО с целью снижения радиационной нагрузки на бортовую аппаратуру. Для сравнения радиационной нагруженности различных траекторий вводится некоторый скалярный критерий качества Q_k , и рассматривается задача минимизации этого критерия путём вариации траектории выведения КА при фиксированных начальной и конечной орбитах. Предполагается, что для вычисления значений всех критериев качества, рассматриваемых в данной работе, необходимо ввести некоторую дополнительную фазовую переменную $Q(t)$ и решить дифференциальное уравнение следующего вида:

$$\frac{dQ}{dt} = f_Q(t, \vec{r}(t), Q(t)), \quad t \in [0; T], \quad Q(0) = Q_0, \quad (1)$$

где t — время, T — продолжительность перелёта, Q_0 — заданная известная величина, f_Q — некоторая непрерывно дифференцируемая функция времени t , положения КА $\vec{r}(t)$ в околоземном пространстве на траектории перелёта и фазовой переменной $Q(t)$. Критерий качества тогда будет выражаться как $Q_k = Q(T)$.

Поскольку на практике зачастую длительность перелёта ограничена либо ресурсом работы ЭРДУ, либо другими факторами, то рассматривается серия задач минимизации Q_k при различных фиксированных временах перелёта T . Данную задачу можно рассматривать как двухкритериальную задачу оптимизации с частными критериями Q_k и T . Найти множество оптимальных решений данной задачи, то есть границу Парето, можно различными способами. В частности, если предположить непрерывность границы Парето, то каждую её точку (T^*, Q^*) можно получить решая одну из двух однокритериальных задач оптимизации следующего вида: $Q_k \rightarrow \min$ при $T = T^*$ и $T \rightarrow \min$ при $Q_k = Q^*$ (см. Рисунок 1). Из методических соображений далее рассматривается задача на минимум длительности перелёта на ГСО с некоторой начальной орбиты при фиксированной радиационной нагрузке Q_k поскольку в качестве начального приближения данной задачи удобно использовать решение задачи оптимального быстрогодействия без ограничений. Для решения последней существуют методы, позволяющие относительно просто получить решение на широком классе начальных и конечных орбит.

Для описания движения КА на орбите используются равноденственные элементы, связанные с классическими кеплеровыми элементами следующим образом: $h = \sqrt{p/\mu}$,

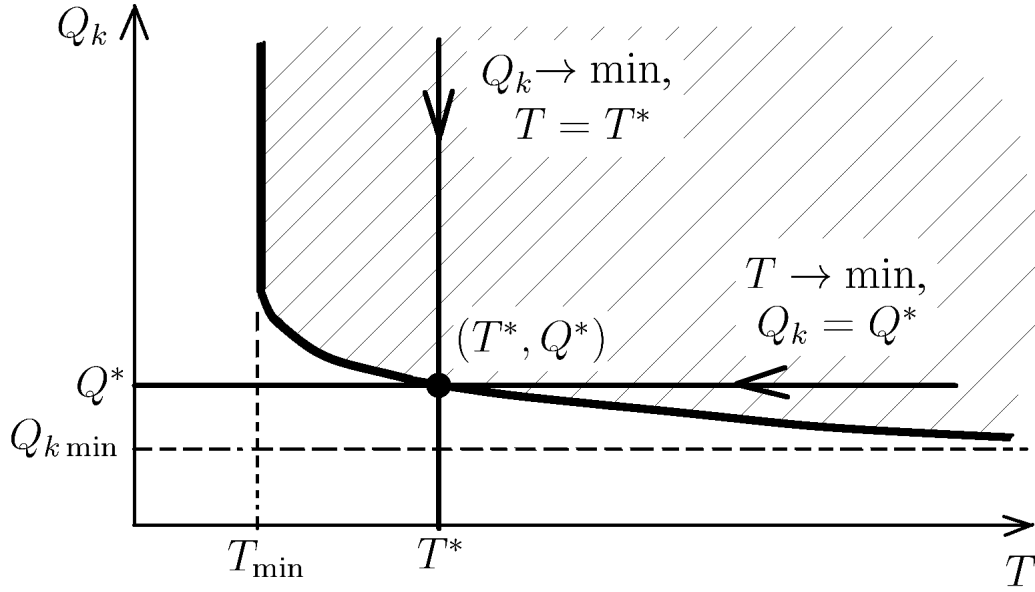


Рисунок 1: Два способа расчёта точек множества Парето рассматриваемой задачи. Область допустимых решений задачи показана штриховкой.

$e_x = e \cos(\Omega + \omega)$, $e_y = e \sin(\Omega + \omega)$, $i_x = \operatorname{tg}(i/2) \cos \Omega$, $i_y = \operatorname{tg}(i/2) \sin \Omega$, $F = \nu + \Omega + \omega$, где p – фокальный параметр орбиты КА, e – эксцентриситет, Ω – долгота восходящего узла, ω – аргумент перигея, i – наклонение орбиты, ν – истинная аномалия, F – истинная долгота и $\mu = 3.98600436 \times 10^{14} \text{ м}^3/\text{с}^2$ – гравитационный параметр Земли. Уравнения движения КА на орбите в таком случае записываются следующим образом:

$$\frac{dh}{dt} = a_Y \frac{h^2}{\xi} \quad (2)$$

$$\frac{de_x}{dt} = \frac{h}{\xi} \left\{ a_X \xi \sin F + a_Y [(\xi + 1) \cos F + e_x] - a_Z e_y \eta \right\} \quad (3)$$

$$\frac{de_y}{dt} = \frac{h}{\xi} \left\{ -a_X \xi \cos F + a_Y [(\xi + 1) \sin F + e_y] + a_Z e_x \eta \right\} \quad (4)$$

$$\frac{di_x}{dt} = a_Z \frac{h \tilde{\varphi}}{\xi^2} \cos F \quad (5)$$

$$\frac{di_y}{dt} = a_Z \frac{h \tilde{\varphi}}{\xi^2} \sin F \quad (6)$$

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\xi^2}{h^3} + a_Z \frac{h}{\xi} \eta, \quad (7)$$

$$\frac{dm}{dt} = -\delta \frac{P}{I_{sp} g_0}, \quad (8)$$

где введены обозначения $\xi = 1 + e_x \cos F + e_y \sin F$, $\tilde{\varphi} = 1 + i_x^2 + i_y^2$, $\eta = i_x \sin F - i_y \cos F$, I_{sp} – удельный импульс ЭРДУ, $g_0 = 9.80665 \text{ м/с}^2$ – стандартное значение ускорения свободного падения на поверхности Земли, δ – функция включения ЭРДУ (при $\delta = 1$ ЭРДУ включена, при $\delta = 0$ – выключена), P – максимальная тяга двигательной установки, m – текущая масса КА, a_X , a_Y , a_Z – проекции суммы векторов тяги ЭРДУ и возмущающего ускорения от второй зональной гармоники разложения гравитационного потенциала Земли на оси орбитальной

системы координат. Задавая направления тяги ЭРДУ углами тангажа ϑ и рысканья ψ проекции вектора \vec{a} запишутся следующим образом

$$a_X = \delta \frac{P}{m} \sin \vartheta \cos \psi - K g_r, \quad a_Y = \delta \frac{P}{m} \cos \vartheta \cos \psi - K g_\tau, \quad a_Z = \delta \frac{P}{m} \sin \psi - K g_n, \quad (9)$$

$$K = \frac{6J_2 R_s^2 \xi^4}{\tilde{\varphi}^2 h^8}, \quad g_r = \frac{\tilde{\varphi}^2}{4} - 3\eta^2, \quad g_n = \eta(2 - \tilde{\varphi}), \quad (10)$$

$$g_\tau = (i_x^2 - i_y^2) \sin 2F - 2i_x i_y \cos 2F \quad (11)$$

где $J_2 = 1.08263 \times 10^{-3}$ — коэффициент второй зональной гармоники и $R_s = 6378.14$ км — средний экваториальный радиус Земли.

К задаче минимизации времени перелёта $T \rightarrow \min$ с фиксированным уровнем радиационной нагрузки $Q(T) = Q_T$ применяется принцип максимума Л. С. Понтрягина и метод осреднения движения. Для всех конкретных рассматриваемых в данной работе радиационных функционалов удаётся получить решение сопряженного уравнения к дополнительной фазовой переменной $\dot{p}_Q = -\partial f_Q / \partial Q$ следующего вида:

$$p_Q(t) = p_Q(0) R_Q(Q(0), Q(t)), \quad (12)$$

где R_Q — некоторая явная бесконечно-дифференцируемая функция начального и текущего значений фазовой переменной Q . При введении векторных обозначений $\vec{x} = (h, e_x, e_y, i_x, i_y)^T$ и $\vec{p} = (p_h, p_{e_x}, p_{e_y}, p_{i_x}, p_{i_y})^T$ с учётом выражения (12) получается система уравнений оптимального движения и гамильтониан следующего вида:

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = P \frac{k}{A} \left(A_\tau \frac{\partial A_\tau}{\partial \vec{p}} + A_r \frac{\partial A_r}{\partial \vec{p}} + A_n \frac{\partial A_n}{\partial \vec{p}} \right) + \frac{\partial H_{J_2}}{\partial \vec{p}}, \quad (13)$$

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\xi^2}{h^3} + P k \eta \frac{A_n}{A}, \quad \frac{dQ}{dt} = f_Q, \quad (14)$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -P \left[\frac{\partial k}{\partial \vec{x}} A + \frac{k}{A} \left(A_\tau \frac{\partial A_\tau}{\partial \vec{x}} + A_r \frac{\partial A_r}{\partial \vec{x}} + A_n \frac{\partial A_n}{\partial \vec{x}} \right) \right] - p_Q(0) R_Q \frac{\partial f_Q}{\partial \vec{x}} - \frac{\partial H_{J_2}}{\partial \vec{x}}, \quad (15)$$

$$H_{\text{opt}} = -1 + P k A + K \frac{h}{\xi} (\vec{g}, \vec{A}) + p_Q(0) R_Q f_Q, \quad (16)$$

где $A_\tau = h p_h + [(\xi + 1) \cos F + e_x] p_{e_x} + [(\xi + 1) \sin F + e_y] p_{e_y}$, $A_r = \xi (p_{e_x} \sin F - p_{e_y} \cos F)$, $A_n = \eta (e_x p_{e_y} - e_y p_{e_x}) + \tilde{\varphi} (p_{i_x} \cos F + p_{i_y} \sin F) / 2 + \eta p_F$, $H_{J_2} = -(\vec{g}, \vec{A}) K h / \xi$, $\vec{g} = (g_\tau, g_r, g_n)^T$, $\vec{A} = (A_\tau, A_r, A_n)^T$ и $A = \|\vec{A}\|$. Возникающая из принципа максимума краевая задача сводится к системе нелинейных уравнений следующего вида

$$\vec{f}(\vec{z}) = \begin{pmatrix} h(T) - h_T \\ e_x(T) \\ e_y(T) \\ i_x(T) \\ i_y(T) \\ Q(T) - Q_T \\ \bar{H}_{\text{opt}}(T) \end{pmatrix} = 0, \quad \vec{z} = \begin{pmatrix} \vec{p}(0) \\ p_Q(0) \\ T \end{pmatrix}, \quad (17)$$

где $h_T = \sqrt{(R_E + h_{\text{ГСО}})/\mu}$, $R_E = 6371$ км — средний радиус Земли и $h_{\text{ГСО}} = 35793$ км — высота ГСО. Для вычисления \vec{f} при некоторых неизвестных значениях времени перелёта T и начальных значения сопряженных переменных $\vec{p}(0)$, $p_Q(0)$ к системе (13)–(15) применяется метод осреднения и производится численное интегрирование методом Дорманда-Принса 7(8) порядка. Для решения системы нелинейных систем уравнений (17) в данной работе применяется метод продолжения решения по параметру, который сводит задачу к задаче Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений следующего вида

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{z}}{d\tau} &= - \left[\frac{\partial \vec{f}(\vec{z}, \tau)}{\partial \vec{z}} \right]^{-1} \left(\vec{b} + \frac{\partial \vec{f}(\vec{z}, \tau)}{\partial \tau} \right), \\ \vec{z}(0) &= \vec{z}_0, \quad \vec{f}(\vec{z}_0) = \vec{b}, \quad \tau \in [0; 1], \end{aligned} \quad (18)$$

где предполагается, что в общем случае функция \vec{f} зависит не только от вектора неизвестных параметров \vec{z} , но и от параметра продолжения τ . Данное предположение делается поскольку иногда удобно сохранять нулевыми невязки по радиационной переменной в течении всего процесса продолжения по параметру и положить $Q_T = (1 - \tau)Q_{\min T} + \tau Q_{\max}$, где $Q_{\min T}$ — значение радиационной переменной на конец перелёта по траектории оптимального быстрогодействия, а Q_{\max} — некоторое постоянное значение радиационной переменной на конец перелёта, которое хотелось бы достигнуть. При этом $Q_{\max} < Q_{\min T}$. Полученная задача Коши (18) решается численно с помощью методом Дорманда-Принса 7(8) порядка. Решение исходной системы нелинейных уравнений (17) получается как $\vec{z}^* = \vec{z}(1)$.

Отдельно в работе рассматривается методический подход к оптимизации радиационной нагрузки на КА во время перелётов на ГСО для случая околокругового движения КА по траектории перелёта. В этом случае предполагается, что эксцентриситет оскулирующей орбиты близок к нулю на всей траектории перелёта. Для рассмотрения такого класса перелётов достаточно положить равной нулю радиальную составляющую тяги. Тогда угол тангажа $\vartheta \equiv 0$ в течении всего перелёта, и направление вектора тяги будет задаваться только одним углом рысканья ψ . В качестве закона управления углом рысканья используется релейный закон:

$$\psi = \psi_0 \text{sign}(\cos u),$$

где $\psi_0 \in (-\pi; \pi]$ — амплитуда отклонений вектора тяги при релейном управлении, $u = \omega + \nu$ — текущее значение аргумента широты. При этом считается, что ЭРДУ работает непрерывно в течение всего перелёта $\delta \equiv 1$. Рассматривается задача на минимум радиационной нагрузки $Q_k \rightarrow \min$ без ограничения на время многовиткового перелёта T . К данной задаче оптимизации применяется принцип максимума Л. С. Понтрягина и метод осреднения аналогично случаю движения без ограничений на оскулирующий эксцентриситет, описанному выше. В таком случае для описания движения КА достаточно всего двух переменных — большой полуоси a и наклона i . Система уравнений оптимального движения в данном случае имеет

вид

$$\frac{da}{dv} = \frac{2\lambda_a a^2}{S} \sqrt{\frac{a}{\mu}}, \quad (19)$$

$$\frac{di}{dv} = \frac{2\lambda_i}{\pi^2 S} \sqrt{\frac{a}{\mu}}, \quad (20)$$

$$\frac{d\lambda_a}{dv} = \frac{\partial f_Q}{\partial a} q - \frac{2\lambda_a^2 a^2 + S^2}{S\sqrt{\mu a}}, \quad (21)$$

$$\frac{d\lambda_i}{dv} = \frac{\partial f_Q}{\partial i} q, \quad (22)$$

где в качестве независимой переменной взята фактически затраченная характеристическая скорость $v = -I_{sp} \ln(1 - Pt/(I_{sp}m_0))$, $q = dt/dv = (m_0/P) \exp(-v/I_{sp})$, $S = \sqrt{a^2\lambda_a^2 + \lambda_i^2\pi^{-2}}$, λ_a и λ_i — сопряженные переменные к большой полуоси и наклонению, соответственно. Гамильтониан в данной задаче имеет вид

$$H_{opt} = -f_Q(a, i)q + 2\sqrt{\frac{a}{\mu}}S. \quad (23)$$

Краевую задачу, возникающая из принципа максимума, в данном случае можно свести к следующей системе нелинейных уравнений

$$\vec{f}(\vec{z}) = \begin{pmatrix} a(v_f)/a_f - 1 \\ i(v_f) \\ H_{opt}(v_f) \end{pmatrix} = 0, \quad \vec{z} = \begin{pmatrix} \lambda_{a0} \\ \lambda_{i0} \\ v_f \end{pmatrix}, \quad (24)$$

где $a_f = R_E + h_{ГСО}$, $a(v_f)$, $i(v_f)$ и $H_{opt}(v_f)$ — большая полуось, наклонение и гамильтониан (23) на правом конце, соответственно, полученные в результате численного интегрирования системы уравнений (19)–(22) методом Адамса-Башфорта-Мультона переменного порядка (использована функция `ode113` в среде MATLAB) с заданными начальными условиями по большой полуоси и наклонению, начальными значениями сопряженных переменных λ_{a0} , λ_{i0} и затратами характеристической скорости на перелёт v_f .

В случае околосферического движения система уравнений (24) решается с помощью алгоритма мултистарта, который состоит в многократном применении метода Левенберга-Марквардта с различными начальными условиями, лежащими в некоторой окрестности решения задачи оптимального быстрогодействия. Задача оптимального быстрогодействия решается также методом Левенберга-Марквардта при $f_Q(a, i) = 1$. Область притяжения решения данной задачи является очень большой. Поэтому начальное приближение для итеративной процедуры метода Левенберга-Марквардта при решении задачи на минимум времени перелёта достаточно легко подобрать вручную. В качестве реализации метода Левенберга-Марквардта используется функция `lsqnonlin` из среды MATLAB.

Вторая глава посвящена разработке методики адаптации радиационных функционалов к применению при численной оптимизации траекторий методами, описанными в первой главе. Все рассматриваемые в работе радиационные функционалы рассчитываются численно с помощью соответствующих программных комплексов различной сложности. При этом

поскольку данные функционалы и их производные присутствуют в правых частях систем уравнений оптимального движения, то возникает необходимость рассчитывать скорость роста этих функционалов десятки и сотни тысяч раз при численном интегрировании даже одной траекторий оптимального движения КА. Этот факт вызывает ряд сложностей начиная от того, что некоторые из программных комплексов имеют веб-интерфейс и работают удалённо на сервере и заканчивая тем, что при численном расчёте функции f_Q не обеспечивается достаточная гладкость этой функции и требуются существенные вычислительные затраты. Весь этот ряд сложностей решается в данной главе путём осреднения указанных функционалов на круговых орбитах и построения сплайнов высокого порядка, позволяющих эффективно проводить численное интегрирование систем дифференциальных уравнений оптимального движения КА.

Предлагаемый метод осреднения радиационных функционалов на круговых орбитах применяется в более простом случае, когда функция f_Q зависит только от времени и положения КА в пространстве $f_Q = f_Q(t, \vec{r})$. Но полученные с помощью данного метода зависимости далее используются и в общем случае, когда f_Q также зависит также и от Q . Метод состоит в расчёте среднего по времени значения функции f_Q за несколько витков полёта КА по кеплеровской круговой орбите радиусом r , наклонением i и нулевой долготой восходящего узла. Таким образом удаётся снизить число входных переменных, от которых зависит функция f_Q , с четырёх (время и радиус-вектор) до двух (радиус и наклонение), а также избавиться от областей резкого изменения функции f_Q на нижней границе внутреннего РПЗ. Сглаживание полученной двумерной функции производится путём расчёта значений осреднённой функции $f_Q(r, i)$ на некоторой сетке круговых орбит в широком диапазоне радиусов и наклонений. Затем для фильтрации шумовой составляющей в полученных данных строится двумерный кубический сглаживающий сплайн с помощью функции `spar3` в среде MATLAB. Для эффективного численного интегрирования систем дифференциальных уравнений необходимо, чтобы число непрерывных производных правых частей уравнений было равно порядку используемого метода. Поскольку в данной работе использовался метод Дорманда-Принса 7(8) порядка, то в работе показывается, что минимальный порядок сплайна должен быть равен 11. Для построения сплайна этого порядка кубический сплайн рассчитывается на некоторой другой сетке круговых орбит и по полученным значениям строится базисный сплайн 11-го порядка с помощью функции `spar1` в среде MATLAB.

В частности в данной главе по описанной выше методике строятся пять различных моделей мощности поглощенной дозы радиации, общей характеристики радиационной нагрузки на бортовые системы, равной суммарному количеству энергии переданному единице массы чувствительного элемента поглощенными частицами космической радиации. Модели различаются программными комплексами используемыми для расчёта, количеством круговых орбит в исходной расчётной сетке и степенью гладкости результирующего сплайна. При расчётах использовались модели потоков протонов и электронов РПЗ AP8/AE8 MIN, AP8/AE8 MAX, AP9/AE9, реализованные в программных комплексах SPENVIS и IRENE. Зависимости некоторых полученных моделей мощности дозы от радиуса и наклонения пока-

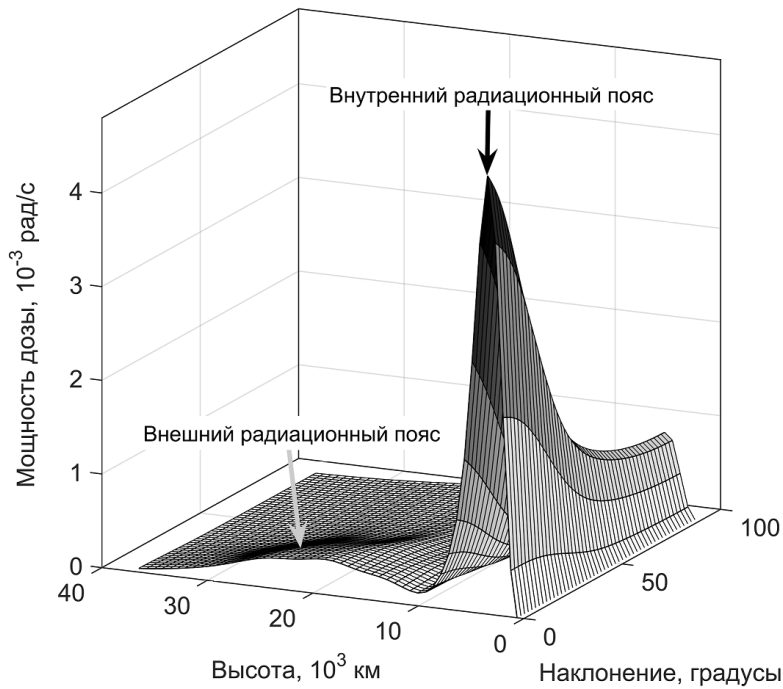


Рисунок 2: Зависимость 95-го перцентиля мощности дозы от высоты и наклонения орбиты, полученная с помощью модели потоков частиц РПЗ AP9/AE9 и программного комплекса IRENE.

заны на Рисунках 2–3. Также во второй главе строятся два двумерных сплайна для расчёта величины описывающей радиационную деградацию СБ — эквивалентного потока нормально падающих на поверхность СБ электронов с энергией 1 МэВ. Один из сплайнов описывает радиационную деградацию СБ на основе кремниевых фотоэлектрических преобразователей (ФЭП), а второй — трехкаскадных ФЭП на основе $\text{GaInP}_2/\text{GaAs}/\text{Ge}$. Для расчётов используются модель потоков РПЗ AP8/AE8 MAX, программные комплексы IRBEM и IRENE, а также программа EQGAFLUX (см. Рисунок 4). В конце второй главы приводятся две методики расчёта относительной мощности выходной СБ $\beta(t)$, равной отношению текущей мощности СБ $N(t)$ с учётом накопленных радиационных повреждений на текущий момент времени к мощности СБ N_0 на начальной орбите. Расчёт относительной мощности СБ производится на основе полученных зависимостей $U(r, i)$ осреднённого эквивалентного потока электронов с энергией 1 МэВ от радиуса и наклонения и известных полуэмпирических зависимостей относительной мощности СБ от эквивалентного потока. В частности, показывается, что согласно одной из методик относительную мощность СБ на конец САС можно рассчитать с помощью следующих уравнений:

$$\beta(t) = 1 - C \ln \left(1 + \frac{\Phi(t) + \Phi_{\text{ГСО}}}{\Phi_X} \right), \quad (25)$$

$$\frac{d\beta}{dt} = -CV(r, i) \exp \left(-\frac{1 - \beta}{C} \right), \quad (26)$$

где $\Phi(t)$ — эквивалентный флюенс электронов 1 МэВ, накопленный ФЭП на момент t (интеграл по времени от эквивалентного потока), C и Φ_X — коэффициенты аппроксимации, по-

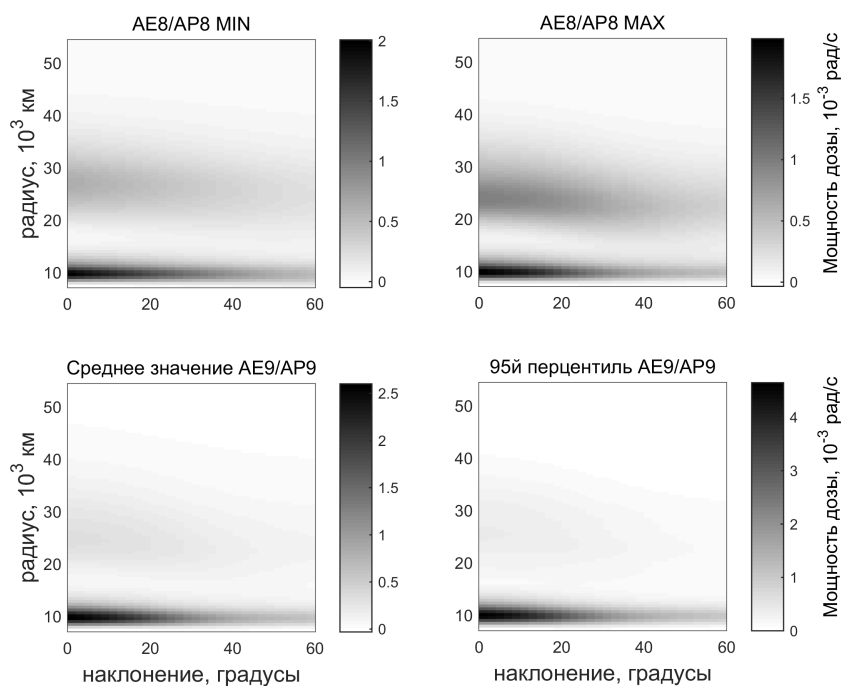


Рисунок 3: Зависимости мощности дозы от радиуса и наклоения орбиты, рассчитанные с помощью моделей потоков частиц РПЗ AP8/AE8 MIN, AP8/AE8 MAX, AP9/AE9 и программного комплекса IRENE. Мощность дозы показана оттенками серого.

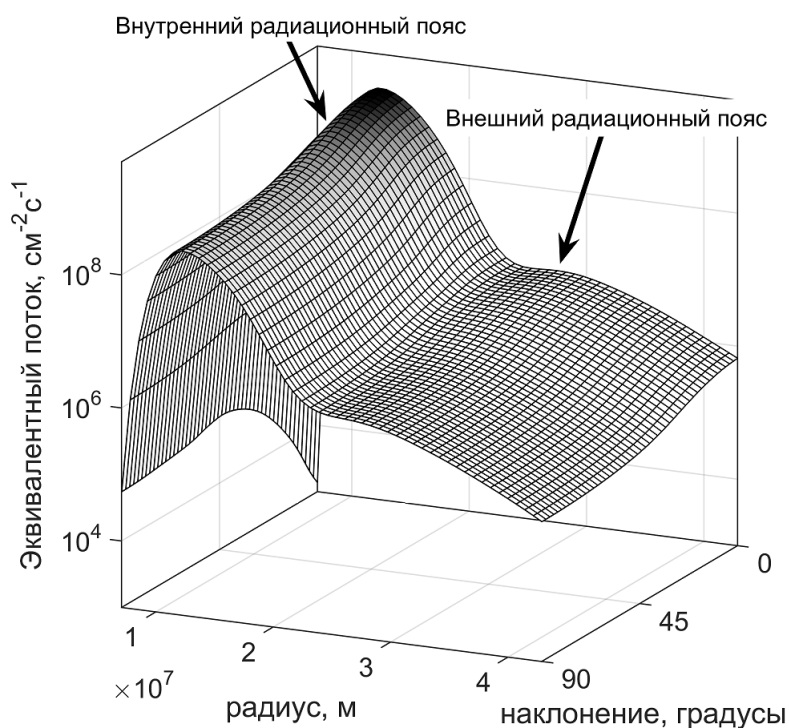


Рисунок 4: Зависимость осреднённого эквивалентного потока нормально падающих на СБ электронов с энергией 1 МэВ от радиуса и наклоения круговой орбиты. Расчёты проведены для трехкаскадных ФЭП, потоки частиц РПЗ рассчитаны с помощью программного комплекса IRENE.

лучаемые экспериментально, $\Phi_{\text{ГСО}}$ — эквивалентный флюенс электронов 1 МэВ, накопленный ФЭП на ГСО за 15 лет, $V(r, i) = U(r, i)/\Phi_X$.

В **третьей главе** приводятся результаты применения методики оптимизации траекторий многовитковых перелётов КА с ЭРДУ на ГСО, описанной в предыдущих главах, на примере двух задач. Первая задача это задача оптимизации траектории перелёта многоразового электроракетного буксира (МЭРБ) с низкой круговой орбиты на ГСО с целью снижения дозы радиации, поглощенной некоторым чувствительным элементом на борту МЭРБ. Предполагается, что энергия для работы бортовых систем, включая ЭРДУ, генерируется бортовой ядерной энергетической установкой (ЯЭУ) с постоянной мощностью. Высота начальной орбиты равна $h_{\text{РБО}} = 800$ км, наклонение задано $i_0 > 0$. В случае околокругового движения начальная масса МЭРБ полагается равной $m_0 = 40797$ кг, суммарная тяга ЭРДУ — $P = 27.929$ Н, удельный импульс — $I_{sp} = 7240$ с¹. При использовании в качестве функции $f_Q(a, i)$ двумерного сплайна, соответствующего осреднённой мощности дозы рассчитанной с помощью моделей потоков РПЗ AP8/AE8 MIN и программного комплекса SPENVIS удаётся получить снижение накопленной дозы радиации на 2–40% от дозы на траектории оптимального быстрогодействия в зависимости от начального наклонения i_0 . Расчёты проводились при следующих начальных наклонениях: 5°, 15°, 28.5°, 42°, 51.6°, 63.2° и 78°. При этом время выведения увеличивается всего на 0.5–4.5%, а дополнительные затраты характеристической скорости составляют 26–382 м/с. На Рисунке 5 приведена зависимость радиуса оскулирующей орбиты от наклонения на некоторых из полученных траекториях в случае, когда $i_0 = 63.2^\circ$. Оттенками серого обозначена мощность дозы. Видна тенденция по мере снижения конечной дозы радиации уменьшения изменения наклонения внутри РПЗ и увеличения максимальной высоты на траектории перелёта.

При рассмотрении случая движения МЭРБ без ограничений на оскулирующий эксцентриситет начальная масса полагается равной $m_0 = 40$ т, суммарная тяга ЭРДУ — $P = 27$ Н, удельный импульс — $I_{sp} = 4762$ с. Начальное наклонение фиксировалось и полагалось равным $i_0 = 51.6^\circ$. В качестве дополнительной фазовой переменной в данном случае рассматривается накопленная доза $Q(t) = D(t)$, $t \in [0; T]$. Для случая поглощенной дозы правая часть уравнения (1) не зависит от дозы, поэтому сопряженная к дозе переменная $p_D(t) = p_D(0) = \text{const}$ и $R_Q \equiv 1$. В качестве функции f_Q использовались четыре сплайна, соответствующие различным моделям РПЗ. В зависимости от используемой модели РПЗ удалось снизить конечную дозу на 25–38% от дозы на траектории оптимального быстрогодействия (см. Рисунок 6). При этом время выведения увеличивается на 4–7% от оптимального времени выведения, а дополнительные затраты характеристической скорости составляют на 320–560 м/с. По мере снижения конечной дозы и, соответственно, увеличения параметра продолжения τ наблюдается немонотонное изменение максимального на траектории эксцентриситета. На Рисунке 7 непрерывными линиями изображены зависимости оскулирующих высот перигея и апогея от накло-

¹За исключением удельного импульса рассматриваемые параметры МЭРБ близки к параметрам варианта МЭРБ с мощностью ЯЭУ 1070 кВт из статьи Легостаев В. П., Лопота В. А., Синявский В. В. Перспективы и эффективность применения космических ядерно-энергетических установок и ядерных электроракетных двигательных установок // Космическая техника и технологии. 2013. № 1. С. 4–15.

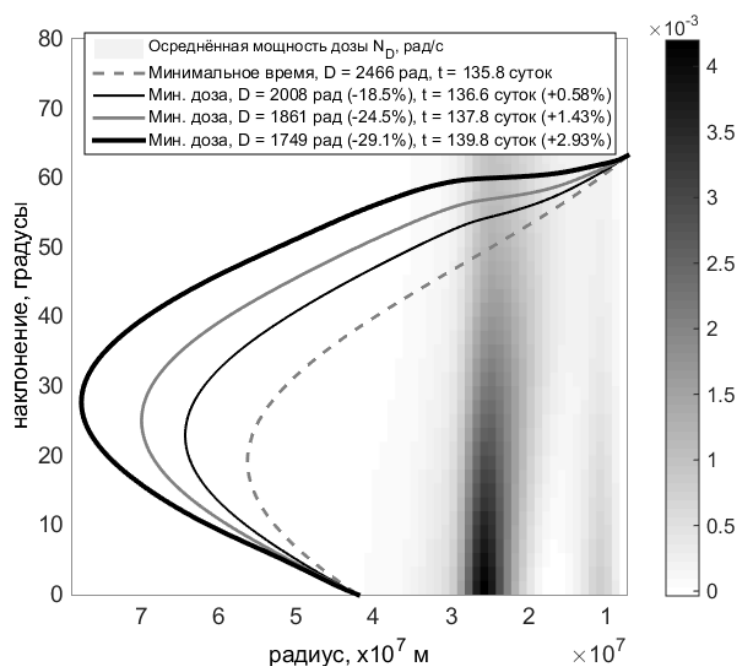


Рисунок 5: Траектории перелёта МЭРБ на ГСО с минимальной дозой. Околокруговое приближение, $i_0 = 63.2^\circ$.

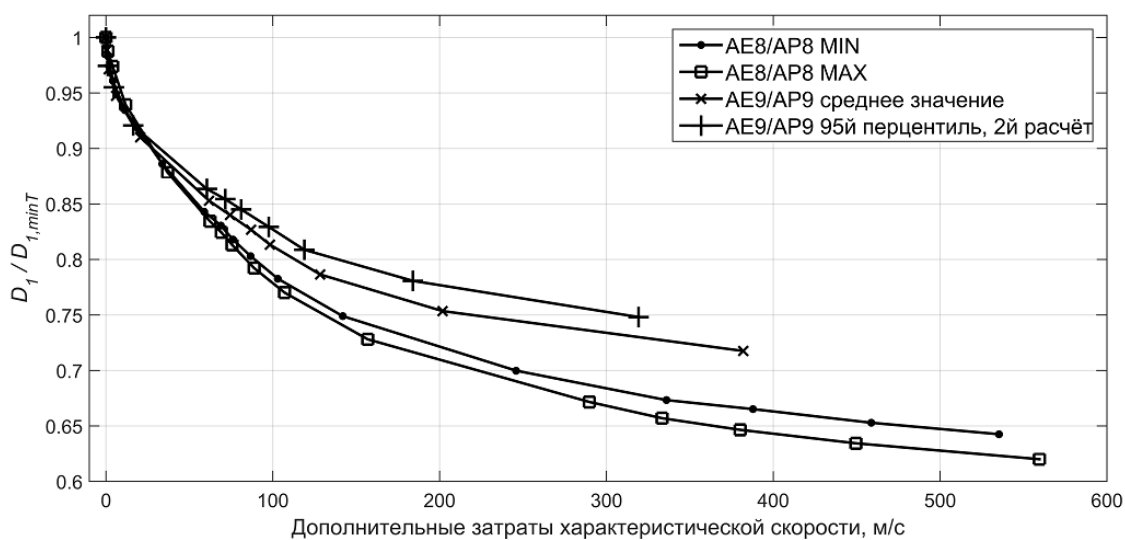


Рисунок 6: Отношение неосреднённой дозы на полученных траекториях к неосреднённой дозе на траектории оптимального быстрогодействия в зависимости от дополнительных затрат характеристической скорости на перелёт.

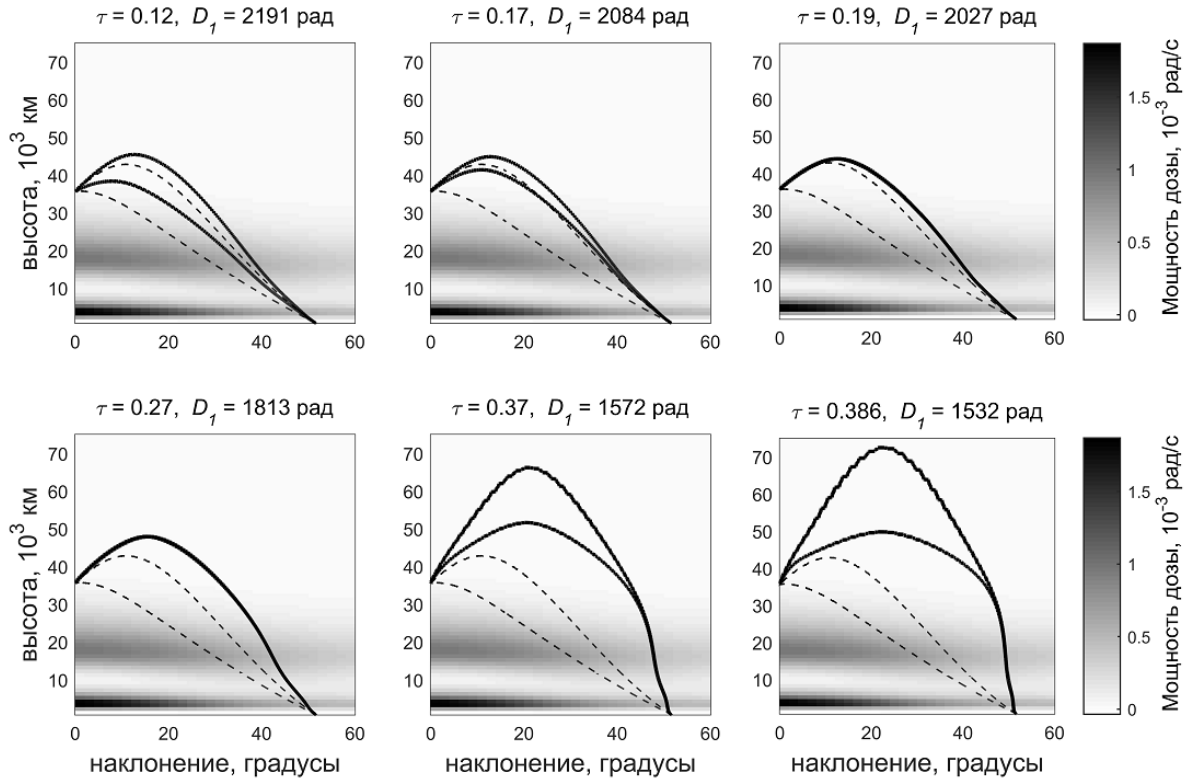


Рисунок 7: Форма траектории перелёта при различных значениях параметра продолжения τ для модели потоков частиц РПЗ АЕ8/АР8 МАХ.

нения для полученных траекторий при различных конечных дозах радиации. Пунктирным линиям соответствуют траектория оптимального быстрогодействия, мощность дозы показана оттенками серого. На этом рисунке видно, что сначала по мере снижения дозы максимальный на траектории эксцентриситет убывает, пока при $\tau \approx 0.19$ не становится равным нулю, а оскулирующая орбита становится околокруговой в течение всего перелёта. Далее по мере снижения дозы траектория перелёта остаётся околокруговой до $\tau \approx 0.36$, когда оскулирующий эксцентриситет на траектории опять становится ненулевым, и его максимальное значение на траектории снова начинает расти. Формы траектории с наименьшей полученной дозой и траектории оптимального быстрогодействия в проекциях на координатные плоскости инерциальной геоэкуаториальной системы координат изображены на Рисунке 8. Также при рассмотрении случая движения МЭРБ без ограничения на оскулирующий эксцентриситет приводится сравнение эффективности предлагаемого метода снижения поглощенной дозы путём вариации траектории и метода утолщения стенок. Для этого сравниваются дополнительные затраты массы для двух методов, необходимые для обеспечения одного и того же уровня поглощенной чувствительным элементом дозы космической радиации. В методе вариации траектории фиксируется толщина стенки и меняется траектория перелёта, а в методе утолщения стенок фиксируется траектория оптимального быстрогодействия и меняется толщина защиты. Начальная масса МЭРБ фиксирована, и предполагается, что дополнительные затраты массы на снижение дозы уменьшают массу полезной нагрузки. Рассматриваются два варианта геометрии

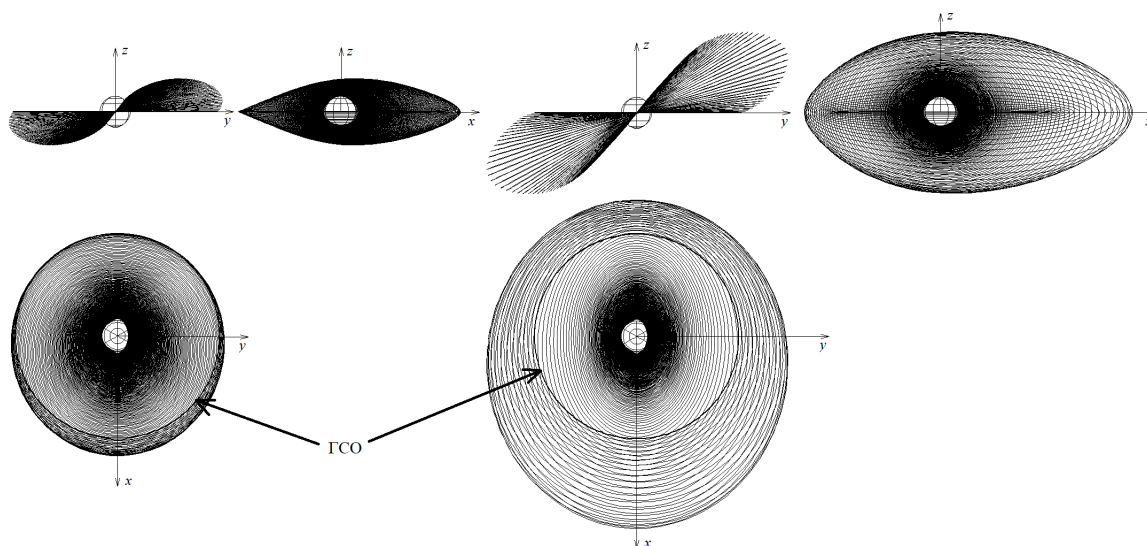


Рисунок 8: Форма траектории оптимального быстрого действия (слева) и траектории, полученной для модели потоков частиц РПЗ AE8/AP8 MAX при $\tau = 0.386$ (справа).

радиационной защиты — куб со стороной a и цилиндр диаметром d и длиной L . Полученные величины дополнительных затрат массы для различных значений поглощенной дозы D и параметров a , d и L показаны на Рисунке 9. В случае кубической геометрии радиационной защиты более эффективным оказался метод утолщения стенок. В случае цилиндрической геометрии радиационной защиты, имитирующей внешний корпус приборно-агрегатного отсека МЭРБ и модуля полезной нагрузки, метод вариации траектории оказывается более эффективным до определённого уровня поглощенной дозы, после которого при дальнейшем снижении дозы более эффективным становится метод утолщения стенок.

Вторая задача, рассматриваемая в данной главе, это задача оптимизации траектории многовиткового перелёта КА с высокоэллиптической промежуточной орбиты на ГСО с целью снижения уровня радиационной деградации СБ при комбинированном выведении с помощью разгонного блока (РБ) и ЭРДУ. В качестве начальных орбит многовиткового перелёта рассматривается 15 различных эллиптических промежуточных орбит, параметры которых и рассматриваемые начальные массы КА приведены в Таблице 1. Параметры промежуточных орбит выбраны так, что по мере увеличения номера орбиты доля участия ЭРДУ в отработке потребной характеристической скорости увеличивается, а доля РБ — уменьшается. Предполагается, что электроэнергия, необходимая для работы ЭРДУ и других систем на борту, генерируется СБ. Влияние затенения СБ Землёй не учитывается. Отдельно рассматриваются два случая, когда в конструкции СБ используются ФЭП на основе кристаллического кремния и трехкаскадные ФЭП. При рассмотрении случая кремниевых ФЭП формулируется задача на минимум эквивалентного флюенса (интеграла по времени от эквивалентного потока). Соответственно, в качестве дополнительной фазовой переменной рассматривается текущий накопленный ФЭП эквивалентный флюенс $Q(t) = \Phi(t)$, $t \in [0; T]$. Аналогично задаче минимизации поглощенной дозы радиации правая часть уравнения (1) не зависит от флюенса, поэтому сопряженная к флюенсу переменная $p_\Phi(t) = p_\Phi(0) = const$ и $R_Q \equiv 1$. Предполагалось, что суммарная

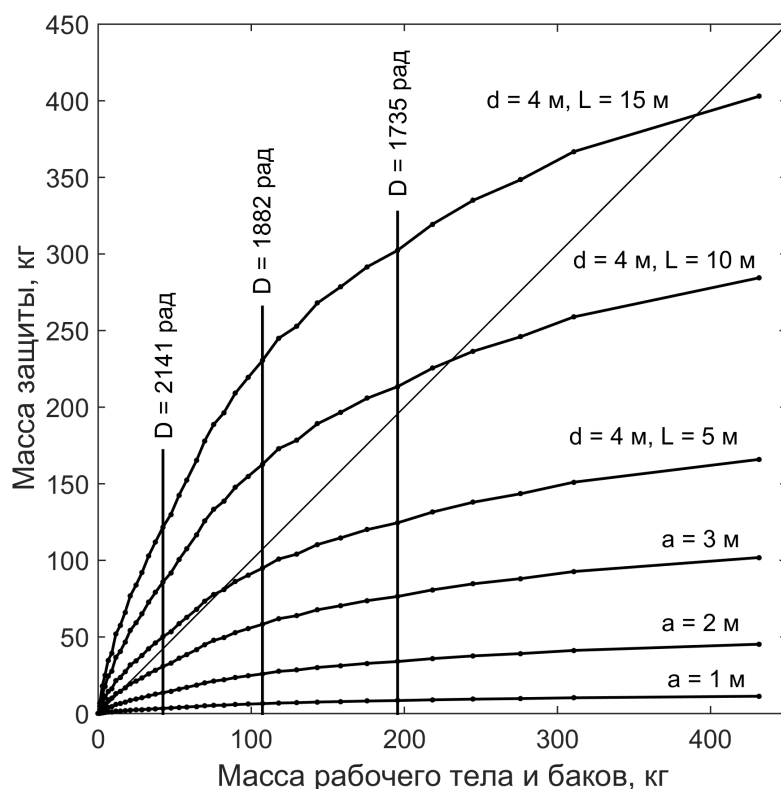


Рисунок 9: Сравнение дополнительных затрат массы на снижение поглощенной дозы радиации для методов вариации траектории и метода утолщения стенок.

максимальная тяга ЭРДУ равна $P = 0.548 \text{ Н}$, удельный импульс — $I_{sp} = 1790 \text{ с}$, а также после выведения КА на ГСО он находится на этой орбите до конца своего 15-летнего САС. Применяя методику описанную в предыдущих главах в предположении, что аргумент перигея и долгота восходящего узла начальной орбиты равны нулю, удалось получить снижение падения мощности СБ на 4.9% от мощности на промежуточной орбите к концу выведения, и на 2.7% к концу САС (см. Рисунок 10). Максимальные дополнительные затраты характеристической скорости относительно траекторий оптимального быстрогодействия составили 11–757 м/с в зависимости от параметров промежуточной орбиты.

В случае, когда КА оборудован СБ на основе трёхкаскадных ФЭП, сначала исследовалась зависимость относительной мощности СБ на конец САС от аргумента перигея начальной орбиты ω_0 на траекториях оптимального по быстрдействию перелёта на ГСО. При этом долгота восходящего узла полагается равной нулю, а остальные параметры соответствуют орбитам №№4–8 из Таблицы 1. Суммарная максимальная тяга ЭРДУ полагается равной $P = 0.58 \text{ Н}$, удельный импульс — $I_{sp} = 1780 \text{ с}$. Полученные значения относительной мощности СБ носят периодический характер (см. Рисунок 11). Затем описанная в предыдущих главах методика применяется к задаче максимизации относительной мощности СБ на конец САС при фиксированном значении ω_0 , соответствующем минимуму относительной мощности СБ на конец САС на траекториях оптимального по быстрдействию перелёта на ГСО. В этом случае в качестве дополнительной фазовой переменной рассматривается относительная

Таблица 1: Параметры промежуточных орбит

№ п/п	Масса КА m_0 , кг	Высота перигея $h_{\pi 0}$, км	Высота апогея $h_{\alpha 0}$, км	Наклонение i_0 , градусы
1	1700	7300	77800	17.0
2	1850	5300	85300	20.0
3	2000	2300	84800	26.0
4	2100	1300	82300	32.0
5	2200	800	76300	38.0
6	2250	800	77300	42.0
7	2300	800	71300	46.0
8	2400	800	55300	47.5
9	2500	800	53300	49.0
10	2650	800	37300	50.0
11	2700	800	35800	51.6
12	2850	300	35800	51.6
13	3050	300	26800	51.6
14	3400	300	18300	51.6
15	4050	300	10300	51.6

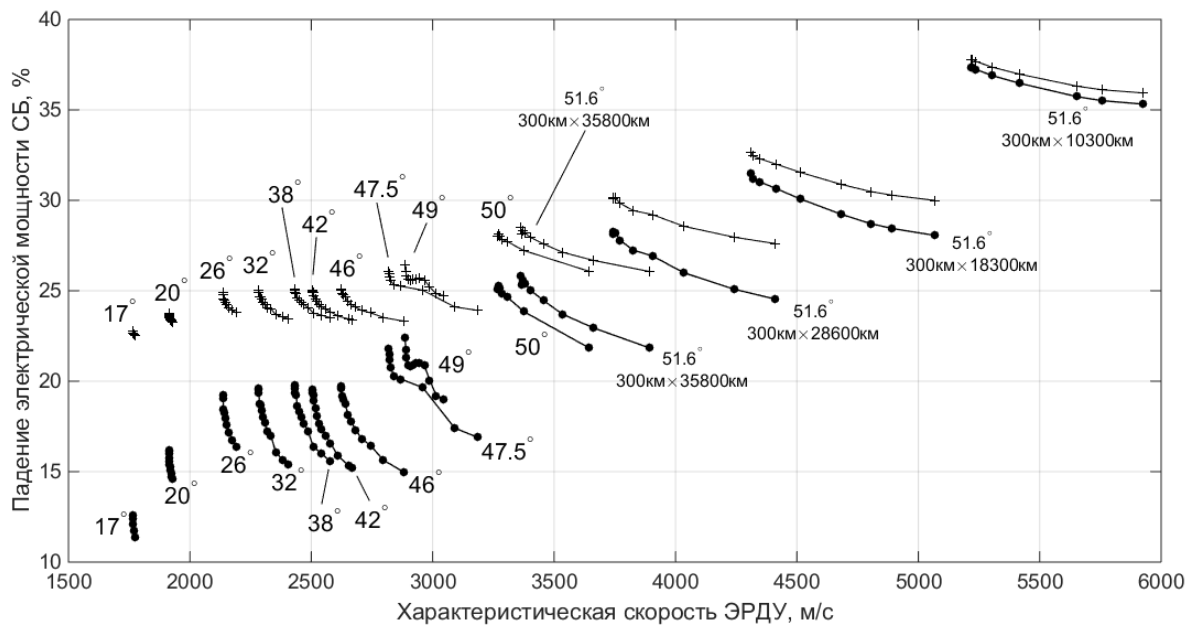


Рисунок 10: Зависимость падения максимальной электрической мощности СВ на основе кремниевых ФЭП от затрат характеристической скорости на полученных траекториях.

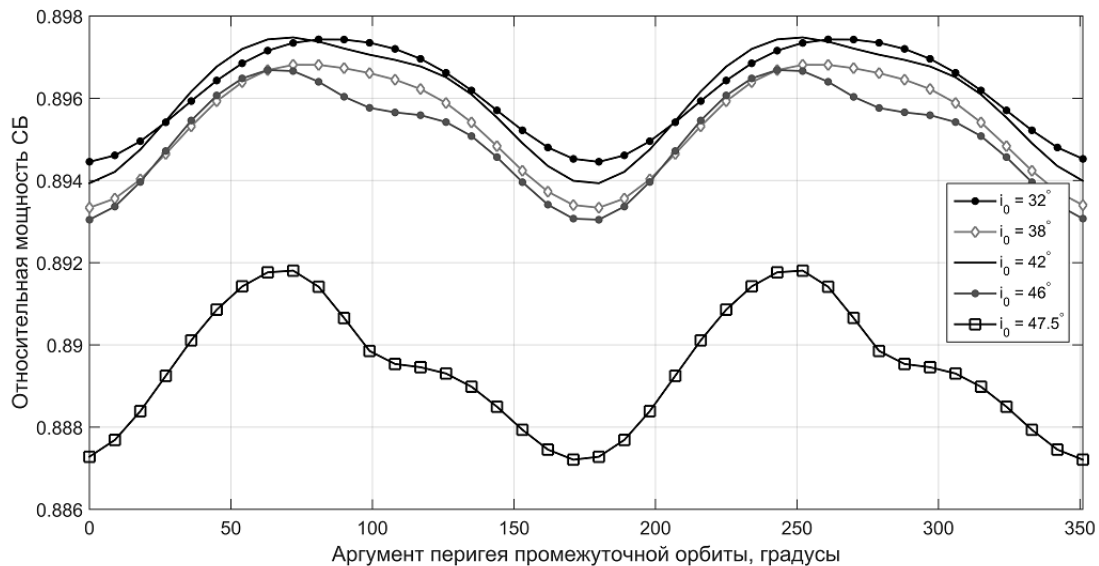


Рисунок 11: Зависимость осреднённой относительной мощности СБ на конец САС от аргумента перигея промежуточной орбиты для траекторий наискорейшего выведения на ГСО с промежуточных орбит №№4–8 из Таблицы 1

мощность СБ $Q(t) = \beta(t)$, $t \in [0; T]$, рассчитываемая по формулам (25)–(26). Сопряженное уравнение к β имеет вид:

$$\frac{dp_\beta}{dt} = p_\beta V(r, i) \exp\left(-\frac{1-\beta}{C}\right). \quad (27)$$

Если заметить, что уравнения (26) и (27) имеют общий множитель $V \exp(-(1-\beta)/C)$, то применяя метод разделения переменных можно показать, что уравнение (27) имеет явное решение

$$p_\beta(t) = p_\beta(0) \exp\left(-\frac{\beta(t) - \beta(0)}{C}\right), \quad (28)$$

откуда следует, что в данной задаче $R_Q = \exp(-(\beta(t) - \beta(0))/C)$. При решении соответствующих краевых задач удаётся получить увеличение неосреднённой остаточной мощности СБ на конец выведения на 0.33–1.6% от мощности СБ на начальной орбите, на конец САС – на 0.16–0.73% (см. Рисунок 12). При этом дополнительные затраты характеристической скорости составляют от 13 до 401 м/с в зависимости от параметров промежуточной орбиты.

В **заключении** приведены основные результаты работы.

Заключение

Диссертационная работа посвящена применению непрямых методов для решения задач оптимизации траектории выведения КА с ЭРДУ на ГСО с целью снижения радиационной нагрузки на бортовые системы КА. В работе исследуются возможности снижения поглощенной дозы радиации и величины радиационной деградации мощности СБ путём вариации траектории электроракетного этапа выведения КА на ГСО при помощи РБ и ЭРДУ. Основные результаты работы состоят в следующем:

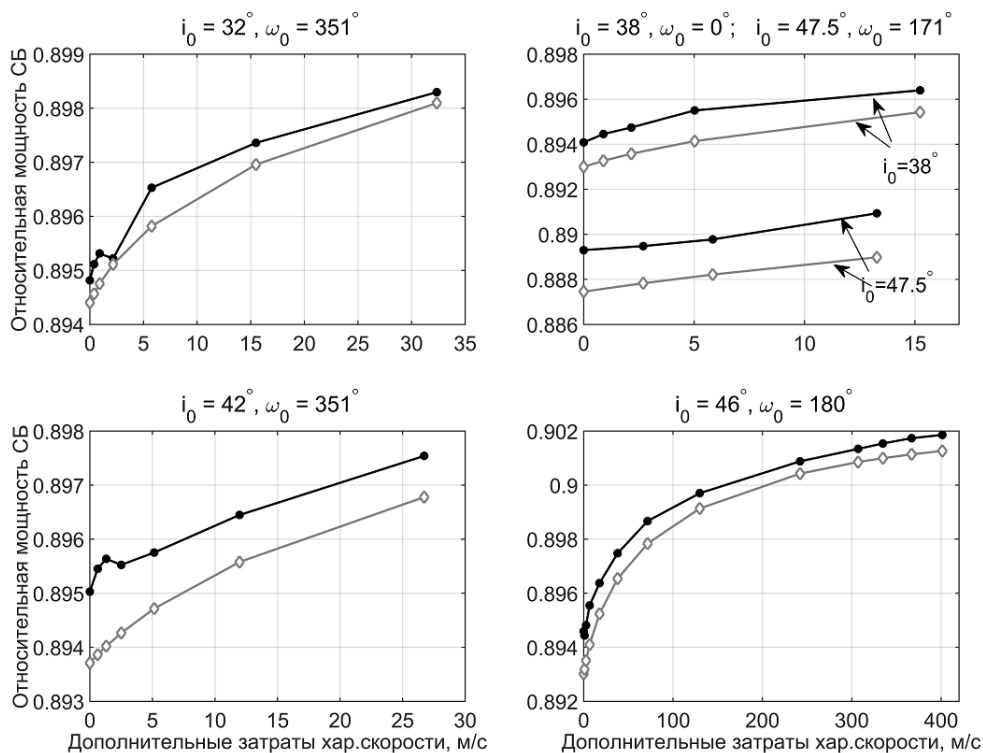


Рисунок 12: Зависимость осреднённой и неосреднённой относительной мощностей СБ на конец САС от дополнительных затрат характеристической скорости для траекторий выведения на ГСО с промежуточных орбит №№4–8 из Таблицы 1.

1. разработана общая методика оптимизации траекторий многовитковых перелётов КА с ЭРДУ на основе принципа максимума Понтрягина для снижения воздействия космической радиации на бортовые системы КА;
2. разработана методика построения гладких аппроксимаций мощности поглощенной дозы и эквивалентного потока электронов 1 МэВ, применимых при численной оптимизации траекторий перелётов КА с ЭРДУ непрямыми методами; в частности, предложен метод осреднения радиационных функционалов на круговых орбитах, позволяющий снизить сложность и трудоемкость вычисления правых частей и ускорить вычисления в сотни и тысячи раз;
3. получены траектории перелёта КА с ядерной энергетической установкой и ЭРДУ с низкой круговой орбиты на ГСО с поглощенной дозой радиации, меньшей чем на траектории оптимального быстрогодействия; показана возможность снижения дозы на 40% от дозы на траектории оптимального быстрогодействия, дополнительные затраты характеристической скорости при этом не превосходят 560 м/с;
4. обнаружен эффект немонотонного изменения максимального на траектории перелёта эксцентриситета при снижении конечной дозы радиации в задаче перелёта КА с ядерной энергетической установкой и ЭРДУ с низкой круговой орбиты на ГСО;

5. получены траектории перелёта КА с солнечной ЭРДУ с геопереходной орбиты на ГСО с мощностью СБ на конец выведения большей, чем на траекториях оптимального быстрого действия; показана возможность повышения остаточной мощности СБ на конец выведения на 5% от мощности на начало перелёта для кремниевых ФЭП и на 1.6% — для трехкаскадных ФЭП; дополнительные затраты характеристической скорости для случая кремниевых ФЭП не превосходят 760 м/с, трехкаскадных — 400 м/с;
6. разработан комплекс программ для оптимизации траекторий многовитковых перелётов КА с ЭРДУ, реализующий указанные выше наработки автора.

Список работ, опубликованных автором по теме диссертации

1. Старченко А. Е. Оптимизация поглощенной дозы радиации при перелётах на геостационарную орбиту с малой тягой // Труды МФТИ. 2015. Т. 7, № 4. С. 192–204.
2. Старченко А. Е. Оптимизация траектории выведения космического аппарата на геостационарную орбиту с целью снижения уровня радиационной деградации солнечных батарей // Известия Российской академии наук. Энергетика. 2017. № 3. С. 128–145.
3. Старченко А. Е. Оптимизация траектории выведения космического аппарата на геостационарную орбиту с целью снижения поглощённой дозы космической радиации // Космические исследования. 2019. Т. 57, № 4. С. 308–320.
4. Старченко А. Е. Минимизация деградации трехкаскадных солнечных батарей космического аппарата при выведении на геостационарную орбиту // Космические исследования. 2019. Т. 57, № 5. С. 386–400.
5. Старченко А. Е. Сглаживание функции эквивалентного потока в задаче минимизации деградации солнечных батарей при выведении на геостационарную орбиту // Вестник «НПО им. С. А. Лавочкина». 2019. № 2 (44). С. 65–73.
6. Starchenko A. E. Trajectory Optimization of a Low-Thrust Geostationary Orbit Insertion for Total Ionizing Dose Decrease // Cosmic Research. 2019. Vol. 57, no. 4. P. 289–300.
7. Starchenko A. E. Minimizing the Degradation of Triple Junction Solar Array of a Spacecraft during Geostationary Orbit Insertion // Cosmic Research. 2019. Vol. 57, no. 5. P. 364–377.
8. Starchenko A. E. Electric Propulsion Mission Design with Minimal Solar Cells Radiation Degradation // 36th International Electric Propulsion Conference, Paper IEPC-2019-270, Vienna, Austria, September 15–20. 2019.