

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

На правах рукописи

Крылов Николай Валерьевич

**Исследование жёсткости и прочности волновой передачи с
телами качения электромеханического силового привода
летательного аппарата**

05.02.02 – Машиноведение, системы приводов и детали машин

Д и с с е р т а ц и я

на соискание учёной степени кандидата технических наук

Научный руководитель
д.т.н., профессор,
Самсонович Семён Львович

Москва

2014

Оглавление

Введение.....	4
В.1. Обзор силовых приводов вращательного действия летательных аппаратов.	4
В.2. Возможности и проблемы создания высокомоментных электромеханических приводов летательных аппаратов на основе волновых передач с телами качения.....	13
В.3. Постановка задачи исследования	14
1. Разработка методики силового расчёта волновых передач с телами качения с учётом упругости её элементов	16
1.1. Физическое и математическое описание волновой передачи с телами качения с учётом упругости элементов	16
1.2. Расчёт волновой передачи на прочность и жёсткость	31
1.3. Анализ распределения контактных сил и напряжений в жёстком колесе, диске волнообразователя и сепараторе.....	53
1.4. Анализ влияния диаметра передачи, передаточного числа и момента нагрузки на её длину, прочность и жёсткость	58
1.5. Разработка методики силового расчёта.....	70
1.6. Реализация методики расчёта в виде программы для ЭВМ.....	75
2. Исследование влияния конструктивных элементов волновой передачи с телами качения на её прочностные характеристики	80
2.1. Анализ влияния типа тел качения на контактную прочность передачи.....	80
2.2. Анализ влияния формы гнёзд под ролики на прочность сепаратора.....	81
2.3. Анализ влияния количества рядов тел качения на прочность волнообразователя	91
2.4. Пути увеличения контактной прочности волновых передач.....	93
3. Исследование динамических характеристик электромеханического привода на основе волновых передач с телами качения.....	97
3.1. Построение математической модели привода	98
3.2. Анализ результатов математического моделирования	108

4. Результаты экспериментальных исследований	126
4.1. Описание разработанных конструкций исполнительных механизмов привода элерона и створок грузового отсека	126
4.2. Описание испытательных стендов.....	133
4.3. Результаты испытаний электромеханического привода элерона.....	136
Общие выводы	148
Список сокращений и условных обозначений	149
Список литературы	150

Введение

В.1. Обзор силовых приводов вращательного действия летательных аппаратов

Одним из перспективных направлений развития приводной техники в авиации является разработка силовых электромеханических приводов вращательного действия, допускающих встраивание исполнительного механизма в опорное устройство объекта управления (ОУ). Узлами летательных аппаратов (ЛА), требующих наличия силовых приводов, являются аэродинамические органы управления (руль направления, рули высоты, элероны), механизация крыла (закрылки, предкрылки, интерцепторы, спойлеры, флапероны), створки грузовых отсеков, механизация шасси. Традиционно в качестве силовых приводов ЛА используются электрогидравлические приводы поступательного действия. Использование гидравлических систем на борту самолёта обусловлено хорошей изученностью и проработанностью таких систем, высокой надёжностью, высокой удельной мощностью, хорошей динамикой, большим ресурсом. К недостаткам гидравлики можно отнести низкий КПД, наличие рычага, преобразующего поступательное движение гидроцилиндра во вращательное движение ОУ, использование двух видов энергии – гидравлической и электрической, высокую стоимость изготовления и обслуживания. Во многих случаях требуется применение дешёвых, энергоэффективных и простых в управлении и обслуживании силовых приводов с высокой удельной мощностью, например в беспилотных летательных аппаратах. В таких случаях целесообразно использовать электромеханические приводы, которые более дешёвы относительно электрогидравлических приводов, имеют высокий КПД, используют только один вид бортовой энергии.

Применение редкоземельных материалов в современных бесколлекторных электродвигателях, силовых транзисторов, рассчитанных на большие токи, в усилителях мощности и многопарных механических передачах в редукторе

позволило увеличить удельную мощность электромеханических приводов так, что по этому параметру они стали близки к электрогидравлическим приводам [1].

Электромеханический привод включает в себя блок управления, который преобразует и усиливает управляющий сигнал, и исполнительный механизм (ИМ). ИМ силового электромеханического привода представляет собой агрегат, состоящий из электродвигателя, редуктора и датчика обратной связи. В ИМ может входить как по одному из перечисленных узлов, так и по несколько, в зависимости от конструктивных решений и выполняемых задач. Выходное звено ИМ может совершать вращательное или поступательное движение. В случае вращательного действия, возможна интеграция всего ИМ в шарнир ОУ, что позволяет уменьшить занимаемый приводом объём [2] (см. рисунок В.1).

В работе [1] показано, что передачи с соосным расположением входного и выходного валов и многопарным зацеплением имеют лучшие массогабаритные показатели по сравнению с передачами других типов. Вследствие приведённых выше достоинств, разработка силовых электромеханических приводов вращательного действия на основе соосных передач с многопарным зацеплением является одним из наиболее актуальных направлений для современного авиастроения.

В летательных аппаратах существуют различные ОУ, требующие разного подхода к компоновке ИМ привода. ОУ может воспринимать движение от ИМ через один или несколько узлов крепления. В случае, когда ОУ является длинномерным, необходимо располагать элементы привода, сообщающие движение ОУ, в нескольких местах для обеспечения равномерного распределения нагрузки. Использование нескольких ИМ для управления одной поверхностью характерно в современном авиастроении для рулей направления, рулей высоты, элеронов, створок грузовых отсеков. Если для управления этими органами летательного аппарата используются приводы поступательного действия, то ИМ обычно располагаются поперёк оси вращения ОУ, а для преобразования поступательного движения выходного звена во вращательное используется рычаг.

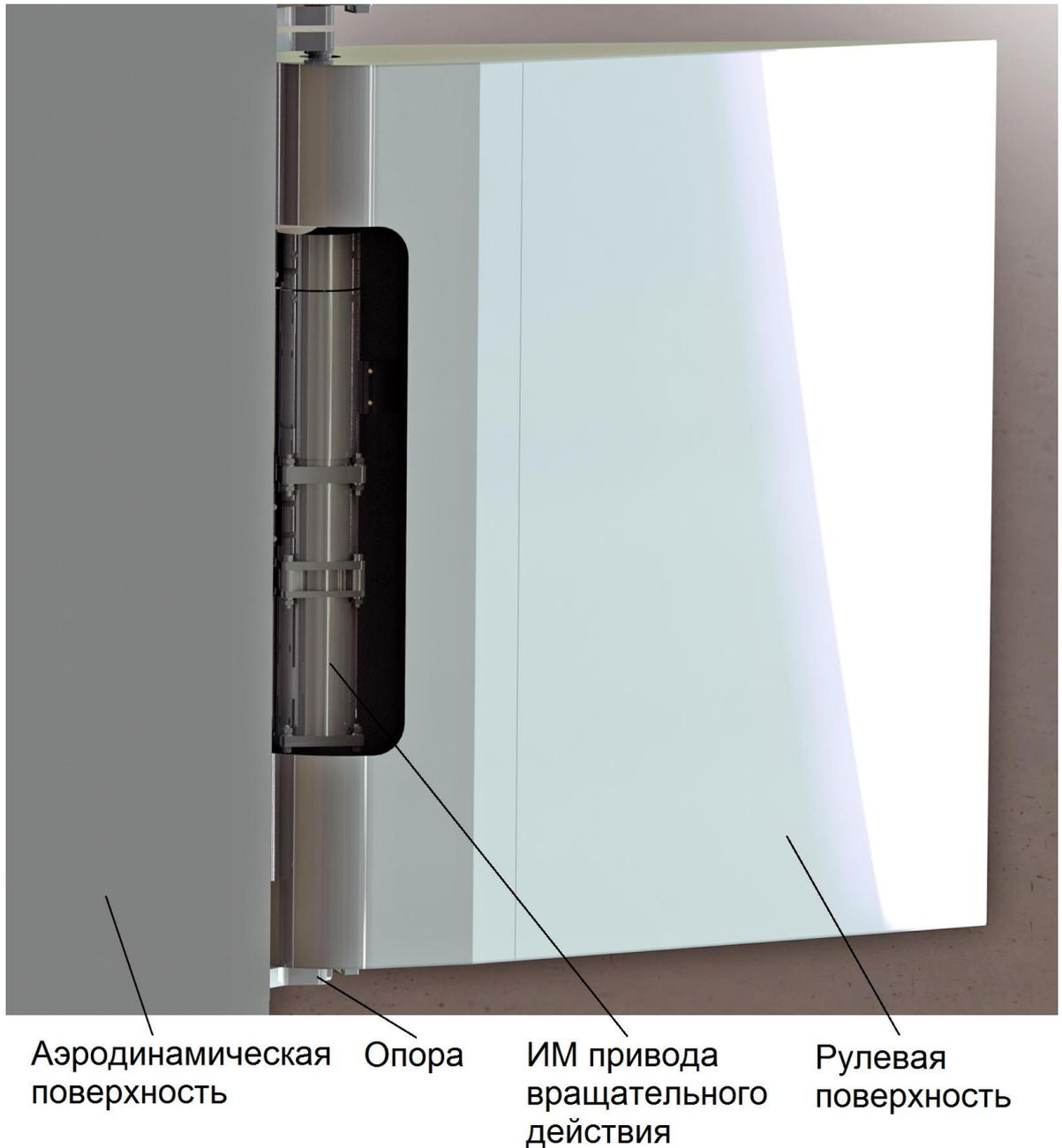


Рисунок В.1. ИМ привода вращательного действия, интегрированный в опору рулевой поверхности.

В случае же использования электромеханических приводов вращательного действия, возможно множество вариантов компоновки ИМ, или использование одного ИМ с разнесёнными на некоторое расстояние выходными звеньями или выходными ступенями редуктора. При этом выходные звенья привода соединяются непосредственно с управляемой поверхностью. Рассмотрим основные варианты компоновки ИМ силового привода.

1) ИМ состоит из одного электродвигателя, одноступенчатого редуктора и одного датчика обратной связи, соединённых последовательно (см. рисунки В.2, В.3).

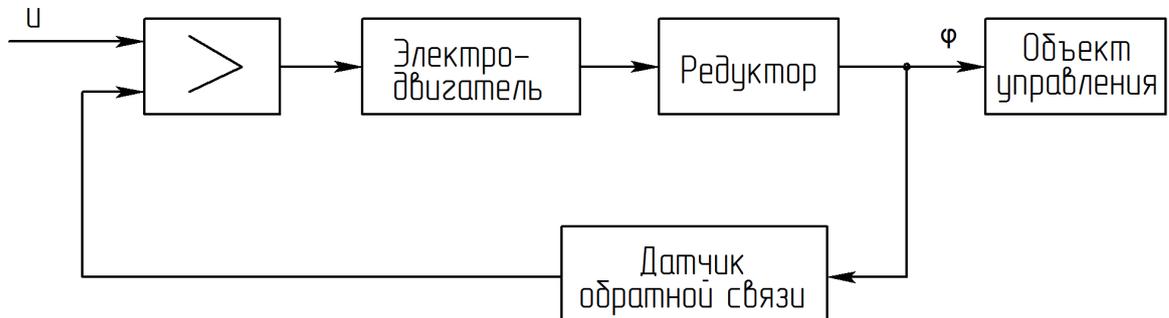


Рисунок В.2. Функциональная схема привода с одноступенчатым редуктором.

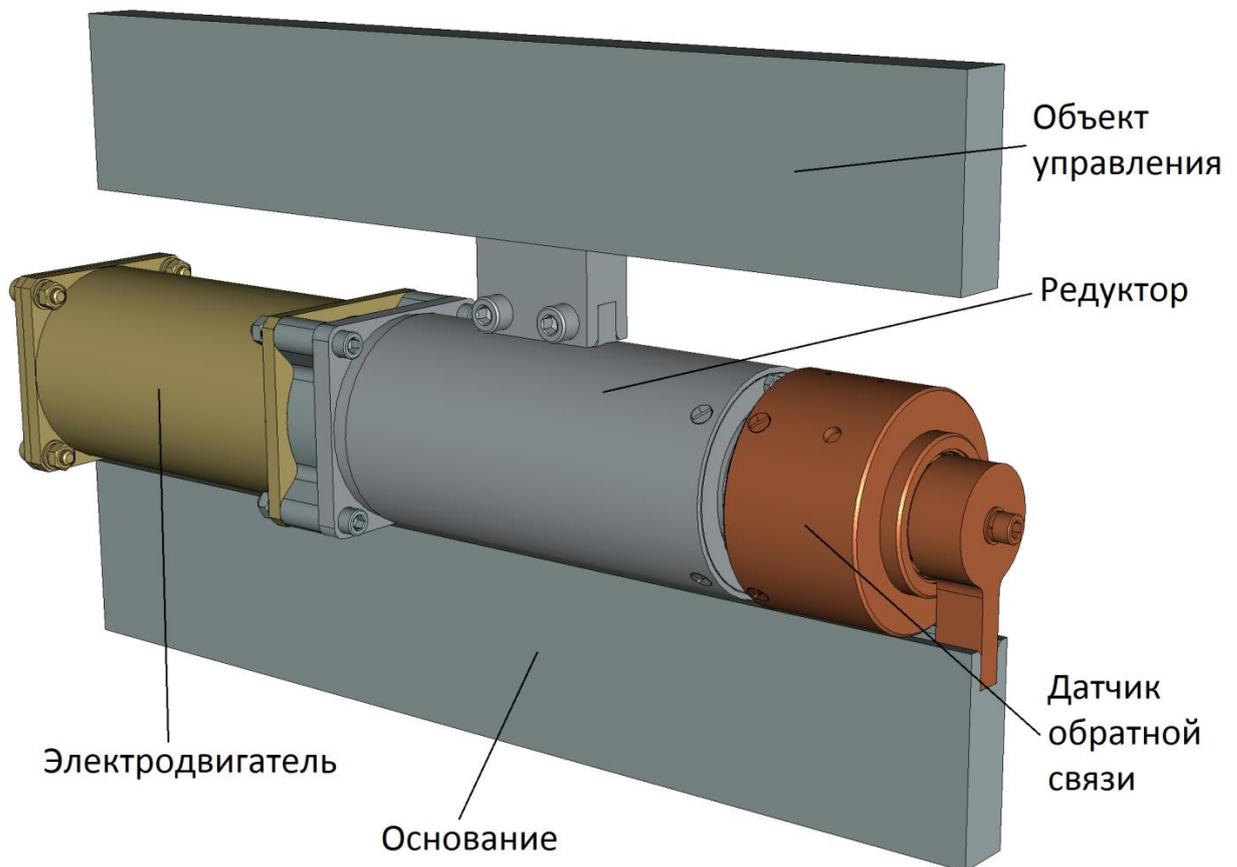


Рисунок В.3. Твёрдотельная модель привода с одноступенчатым редуктором.

В силовых приводах с одноступенчатым редуктором чаще используются тихоходные моментные двигатели, которые позволяют избежать необходимости установки промежуточных ступеней. Такая компоновка применяется, когда от привода требуется небольшие развиваемые моменты.

2) ИМ состоит из одного электродвигателя, редуктора, состоящего из одной или более промежуточных ступеней, выходной ступени, и датчика обратной связи, соединённых последовательно (см. рисунки В.4, В.5).

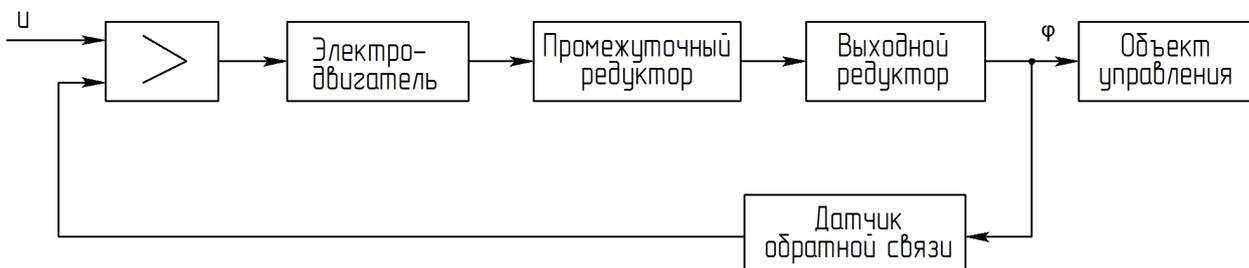


Рисунок В.4. Функциональная схема привода с двухступенчатым редуктором.

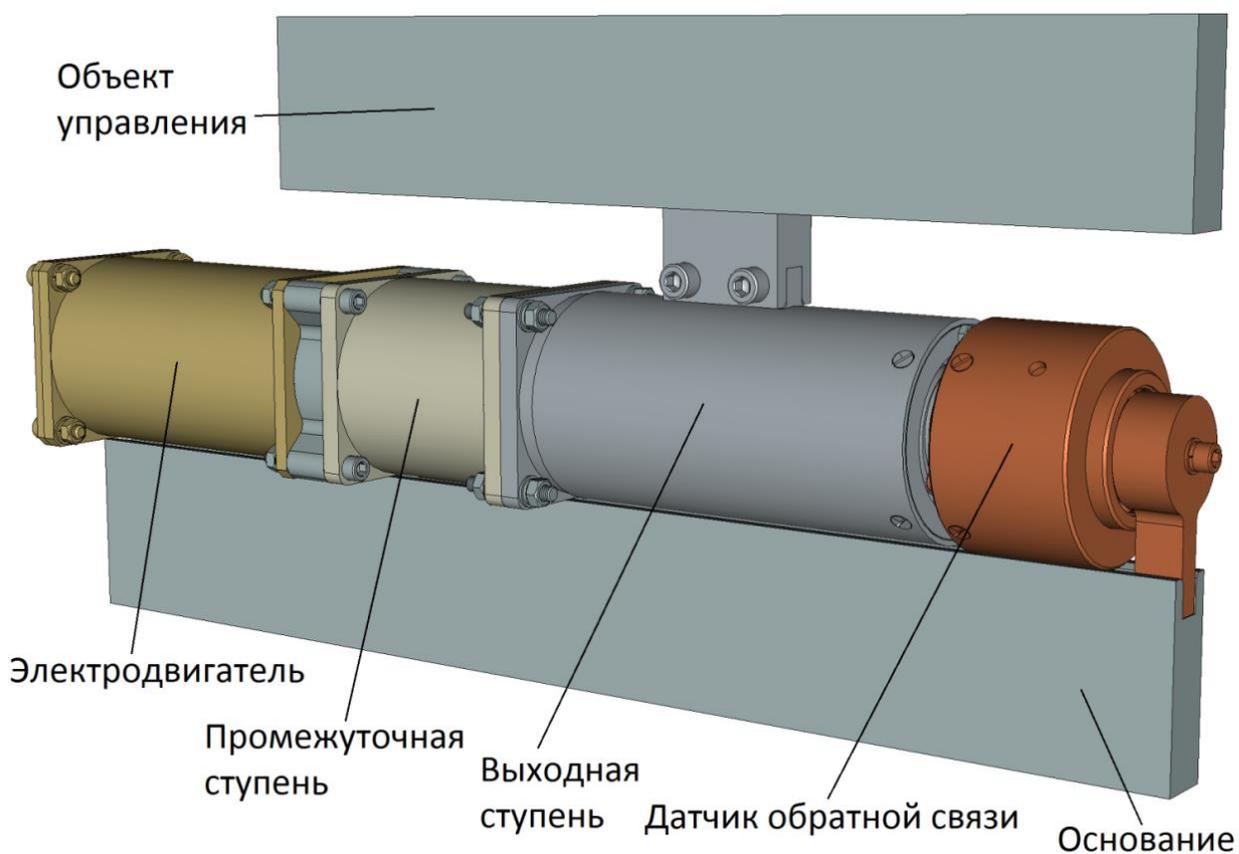


Рисунок В.5. Твёрдотельная модель привода с двухступенчатым редуктором.

В силовых приводах, ИМ которых рассчитан на большие моменты, используют две и более ступени в редукторе, при этом двигатель часто выбирают высокоскоростным для уменьшения его габаритов при той же мощности.

3) ИМ состоит из одного электродвигателя, одного промежуточного редуктора, нескольких выходных редукторов, соединённых с промежуточным общим валом, и одного датчика обратной связи (см. рисунки В.6, В.7).

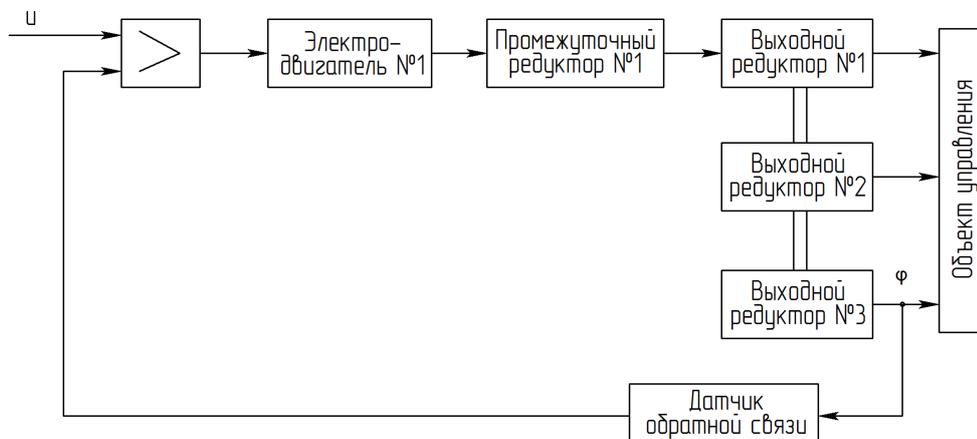


Рисунок В.6. Функциональная схема привода с одним промежуточным и тремя выходными редукторами.

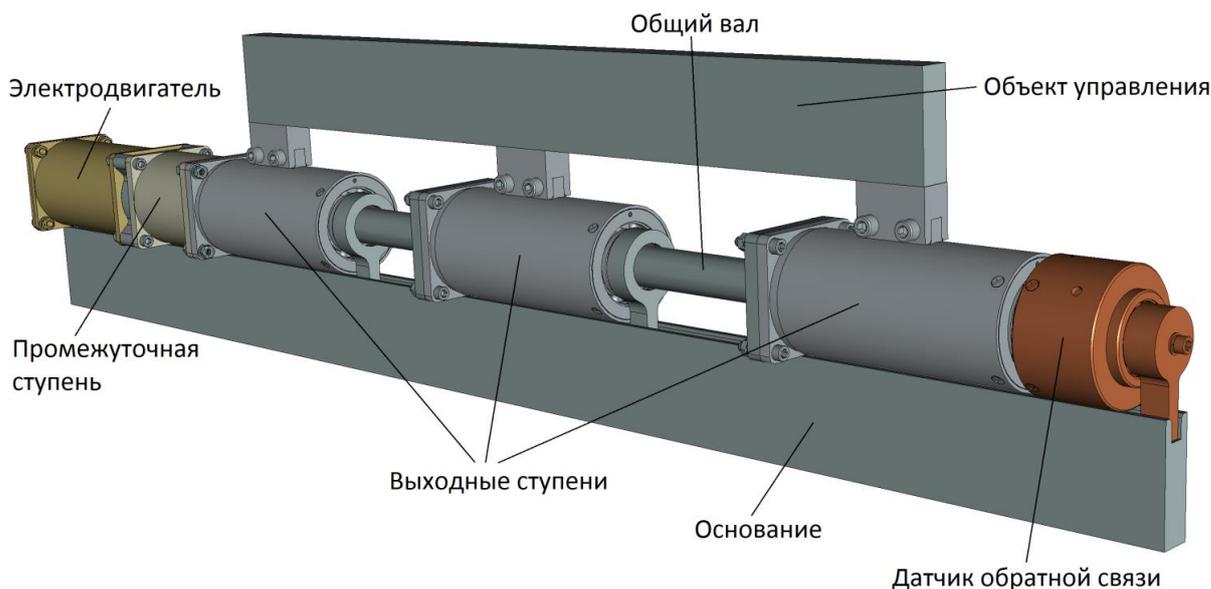


Рисунок В.7. Твёрдотельная модель привода с одним промежуточным и тремя выходными редукторами.

Данный ИМ привода используется тогда, когда ОУ является длинномерным, что вызывает необходимость применения нескольких выходных ступеней с общим входным валом для более равномерного восприятия момента нагрузки.

4) Привод включает несколько ИМ, каждый из которых состоит из электродвигателя, одноступенчатого или многоступенчатого редуктора, соединённых между собой общим валом, и датчика обратной связи (см. рисунки В.8, В.9).

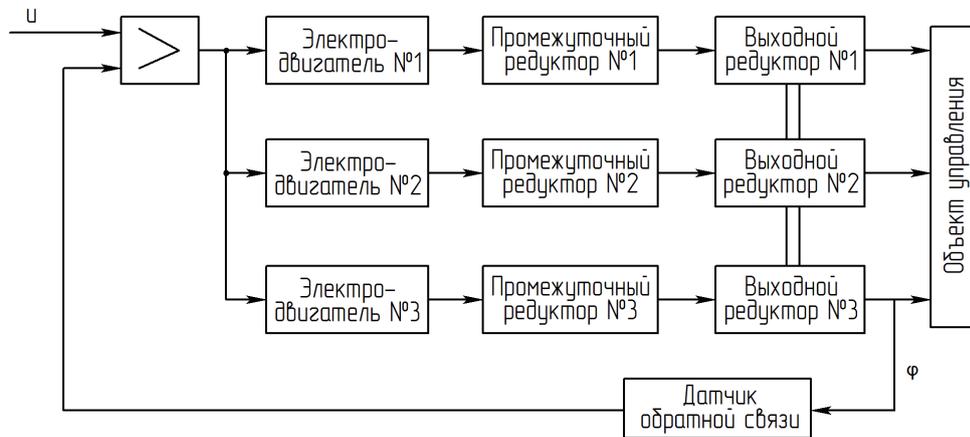


Рисунок В.8. Функциональная схема параллельно соединённых двухступенчатых ИМ привода, объединённых общим валом.

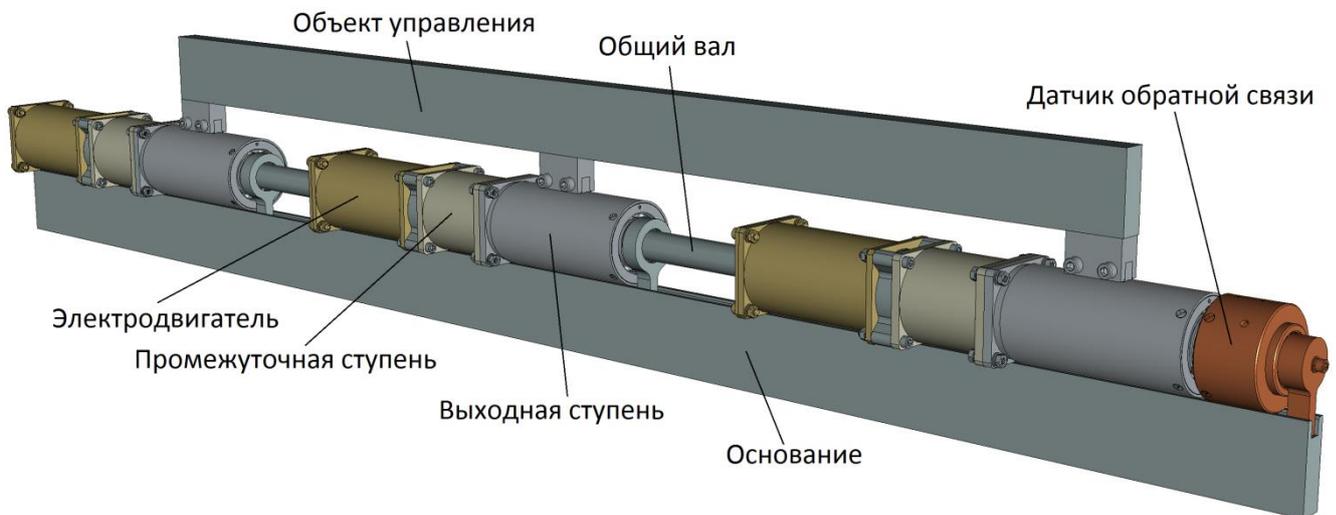


Рисунок В.9. Твёрдая модель параллельно соединённых двухступенчатых ИМ привода, объединённых общим валом.

Несколько ИМ, соединённых общим валом, используются, когда ОУ является длинномерным, на нём возникает значительный момент нагрузки и при этом предъявляются требования к синхронности поворота выходных ступеней.

5) Привод включает несколько ИМ, состоящих из электродвигателя, одноступенчатого или многоступенчатого редуктора и датчика обратной связи, соединённых друг с другом электрически через общую систему управления (см. рисунки В.10, В.11).

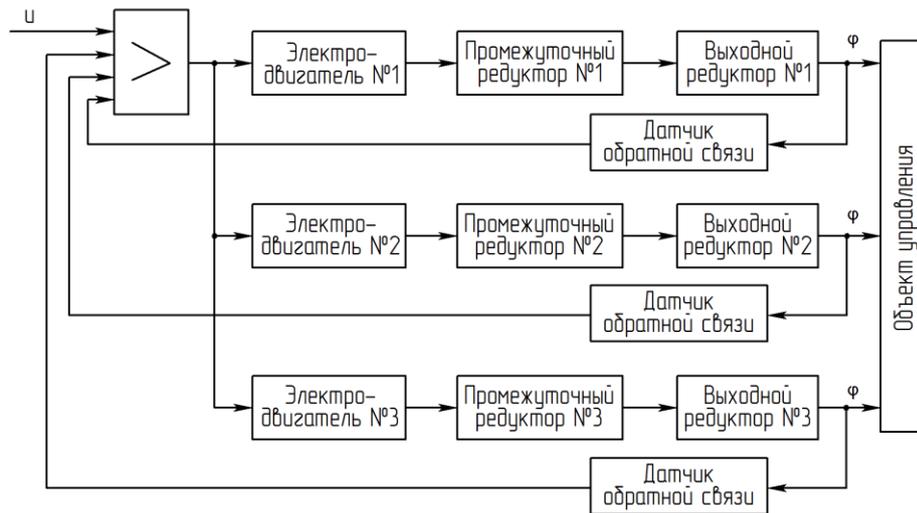


Рисунок В.10. Функциональная схема привода параллельно соединённых двухступенчатых ИМ приводов, работающих на общую нагрузку.

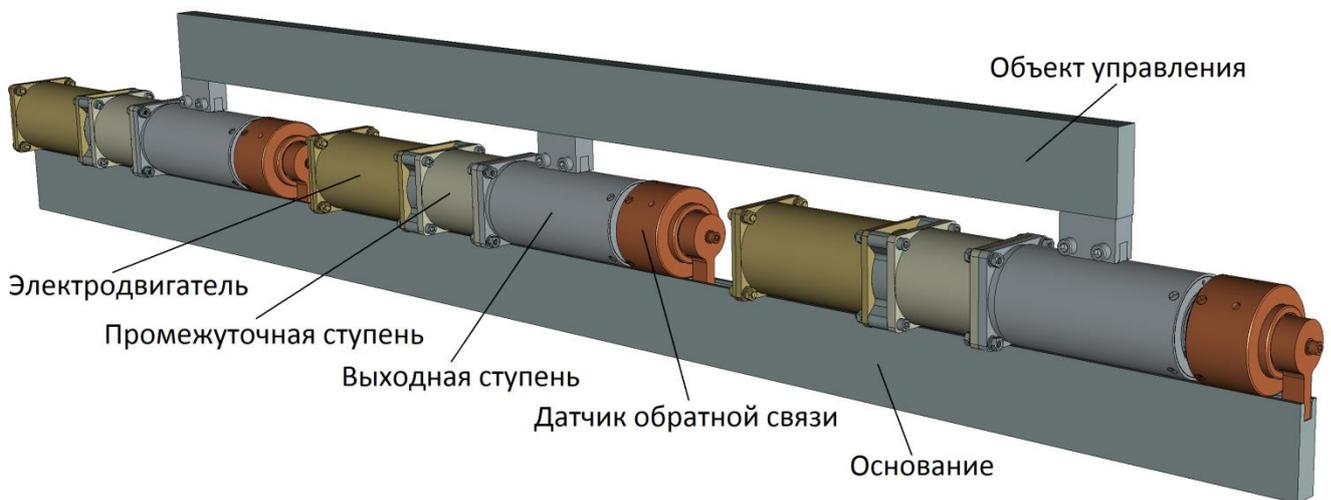


Рисунок В.11. Твёрдотельная модель привода параллельно соединённых двухступенчатых ИМ приводов, работающих на общую нагрузку.

Несколько ИМ, работающих на один ОУ, связанных общей системой управления, используются в случае невозможности применения общего синхронизирующего вала для случаев, описанных в п.4).

Разработкой редукторов ИМ силовых приводов вращательного действия занимаются многие коллективы и исследователи. В книге Б.Г. Крымова, Л.В. Рабиновича, В.Г. Стеблецова [3] рассматриваются различные ИМ летательных аппаратов. В патенте [4] предложена концепция силового минипривода. В работе А.А. Пашина [5] исследуются многопоточные планетарные зубчатые передачи в приводах машин. В работе Л. Паскале, М. Нагоэ, Д. Диаконеску [6] рассматривается использование планетарно-цевочной передачи в составе приводов робота. Большой обзор вариантов схем передач с телами качения проведён В.В. Становским [7]. В работе С.Л. Самсоновича [1] рассматривается применение волновых зубчатых передач и волновых передач с телами качения в составе приводов ЛА. В работе Д.П. Волкова и Ю.Н. Зубкова [8] исследуются колебания в приводе с волновой зубчатой передачей. В работе В.А. Гавриленко, Н.А. Скворцовой, Ю.И. Семина, Е.П. Солдаткина [9] и в работе [10] рассмотрены волновые зубчатые передачи в составе роботов.

На сегодняшний день известны методики расчёта планетарных зубчатых передач, приведённые в работе Н.Ф. Руденко [11]; планетарно-цевочных передач, рассмотренные в работах Б. Бориславова [12], В.П. Брюховецкого [13], Н.И. Гданского [14], С.О. Киреева [15], В.Н. Кудрявцева [16], В.М. Шанникова [17], [18], В.А. Юдина [19], [20]; волновых зубчатых передач в работах Д.П. Волкова [21], М.Н. Иванова [22], В.А. Зиновьева [23] и волновых передач с телами качения (ВПТК) в работах С.Л. Самсоновича [24], В.С. Степанова [25], В.С. Янгулова [26] [27] [28] [29] [30] [31] [32] и Ю.В. Ершова [33]. В работе М.Е. Лустенкова [34] описаны способы минимизации потерь мощности в передачах со свободными телами качения. В работах С.И. Бакалова [35], Э.Н. Панкратова [36], рассматриваются различные конструктивные схемы ВПТК.

В работе [1] показано, что ВПТК обладают наименьшими массогабаритными показателями при одинаковом передаточном числе, а в работе [37] описаны основные преимущества ВПТК по сравнению с другими передачами: высокие крутящие моменты, большие перегрузочные резервы, высокий КПД, малый угловой зазор, высокая надёжность и продолжительный срок службы. Поэтому

дальнейшее развитие и применение в ЛА данных передач является актуальным. Однако проведённый обзор технической литературы свидетельствует, что характеристика жёсткости, существенно влияющая на статические и динамические характеристики привода, не рассматривалась.

В данной работе рассматривается ВПТК как передача, позволяющая получать большой диапазон передаточных чисел при малой массе и габаритах по сравнению с другими типами передач, но требующая дополнительных исследований статических и динамических характеристик, методик расчёта с учётом требований по прочности и жёсткости.

В.2. Возможности и проблемы создания высокомоментных электромеханических приводов летательных аппаратов на основе волновых передач с телами качения

Современные теоретические и практические исследования ВПТК показывают возможность их применения в качестве редукторов в силовых приводах различного назначения, в том числе и в авиационных. Проблемы, связанные с ВПТК, которые возникают при проектировании таких приводов, сводятся к достаточно точному расчёту передачи на прочность, жёсткость, КПД, долговечность, надёжность и динамические характеристики, учёта свойств и характеристик таких передач, а также математическому моделированию привода в целом с учётом этих характеристик.

Известно несколько работ, позволяющих рассчитать ВПТК на прочность, жёсткость и величину люфта.

В диссертации на соискание учёной степени кандидата технических наук В.С. Степанова [25] приводится методика расчёта геометрических параметров ВПТК из условия прочности, расчёт КПД, а также приводятся результаты экспериментальных характеристик. Однако в методике не приведены и не исследованы нагрузочные характеристики и характеристики передаваемого момента передачи.

В работах В.С. Янгулова [26] [27] [28] [29] [30] [31] [32] приводится расчёт геометрических и конструктивных соотношений ВПТК, расчёты: усилий в контактах промежуточных тел качения волновых передач с упругим натягом в зацеплении; относительных скоростей в контакте деталей передачи; мощности потерь на трение в зацеплении, определение деформаций в зонах контакта тел качения с деталями передачи, предложены алгоритмы расчёта жёсткости элементов передачи, мёртвого хода ВПТК. Однако в расчётах отсутствует определение общей жёсткости ВПТК, в том числе при использовании ВПТК с несколькими рядами тел качения, а также особенности влияния жёсткости на динамические характеристики привода в целом.

В диссертации на соискание учёной степени кандидата технических наук Ю.В. Ершова [33] предложена методика расчёта планетарных передач К-Н-V, являющихся аналогами ВПТК, позволяющая рассчитать геометрию профиля жёсткого колеса передачи, определить её КПД и найти контактные силы. Однако в работе не представлен анализ жёсткости ВПТК, в предлагаемой методике не учитываются нагрузочная характеристика и характеристика передаваемого момента, не рассмотрены приводы на основе данной передачи.

В.3. Постановка задачи исследования

Основной целью данной работы является создание комплексной методики расчёта ВПТК электромеханического привода летательного аппарата позволяющей исследовать влияние параметров ВПТК на динамические характеристики привода и включающей расчёт на контактную прочность, жёсткость и люфт.

Научная новизна диссертации представлена уточненной физической моделью ВПТК, исследованием её нагрузочной характеристики и характеристики передаваемого момента; методикой комплексного силового расчёта ВПТК; новой конструктивной схемой волновой передачи с повышенной нагрузочной способностью, в которой контакт между роликом и жёстким колесом реализуется по поверхности.

Теоретическая значимость диссертации состоит в разработанной методике силового расчёта ВПТК на контактные силы, напряжения и деформации, характеристики передаваемого момента и нагрузочную характеристику в зависимости от момента нагрузки, геометрических параметров передачи, коэффициентов трения и отклонений размеров, позволяющей рассчитать параметры ВПТК, обеспечивающие требуемые динамические характеристики электромеханического привода.

Практическая значимость диссертации состоит в разработанном программном обеспечении, позволяющем провести комплексный расчёт ВПТК по разработанной методике, позволяющей получить динамические характеристики разрабатываемого привода; предложенных способах увеличения прочности ВПТК за счёт применения конструктивных решений для формы гнезд сепаратора, числа рядов тел качения и выбора типа тел качения.

Для решения поставленных задач использовались аналитические методы расчётов технической механики. Построение математических моделей для проведения математических расчётов и создания пользовательского приложения осуществлено в пакете MATLAB–Simulink. Построение твердотельных моделей и исследования напряжений и деформаций методом конечных элементов выполнено с использованием программы SolidWorks.

На защиту выносятся комплексная методика силового расчёта ВПТК, основанная на физической модели ВПТК, отличающаяся от известных методик расчёта тем, что учитывает упругость передачи, её специфические нагрузочную характеристику и характеристику передаваемого момента, и позволяет найти геометрические параметры ВПТК, удовлетворяющие условиям контактной прочности и требуемым динамическим характеристикам электромеханического привода на её основе.

Результаты работы получены с помощью апробированных современных методов расчета, компьютерного моделирования, а также подтверждены сравнением теоретических исследований с результатами натурных экспериментов.

1. Разработка методики силового расчёта волновых передач с телами качения с учётом упругости её элементов

Силовой расчёт волновой передачи с телами качения на прочность заключается в нахождении величин напряжений при максимальном заданном моменте на выходном валу в наиболее нагруженных конструктивных элементах передачи, сравнении найденных величин с предельно допустимыми для данной марки материала и типа нагружения, и, если требуется, корректировка геометрических параметров передачи. Основные напряжения в ВПТК возникают в местах контакта нагруженных тел качения с жёстким колесом, диском волнообразователя и сепаратором, поэтому силовой расчёт ВПТК сводится к расчёту на контактную прочность в указанных местах.

Расчёт ВПТК на жёсткость, то есть построение расчётной нагрузочной характеристики, заключается в определении углов, на которые повернётся входной вал ВПТК при зафиксированном корпусе и выходном валу или выходной вал при зафиксированном корпусе и входном валу при приложении к нагружаемому валу момента разной величины и направления.

Разработанная методика силового расчёта применима к волновым передачам с роликами с наружным жёстким колесом и внутренним волнообразователем, с закреплением сепаратора как с одного торца, так и с обоих. Методика может быть использована как для силового расчёта редуктора без учёта его влияния на динамику системы, так и для расчёта редуктора в составе следящего привода.

1.1. Физическое и математическое описание волновой передачи с телами качения с учётом упругости элементов

Волновая передача с промежуточными телами качения представляет собой соосный механизм, который может работать как в режиме редуктора, так и в режиме мультипликатора. Основными элементами ВПТК являются волнообразователь, тела качения (шарики или ролики), сепаратор и жёсткое колесо. Наиболее распространённый вариант данной передачи, применяемый для

авиационных приводов, – с внутренним волнообразователем и наружным жёстким колесом (см. рисунки 1.1 - 1.3). При этом выходным (входным при работе в режиме мультипликатора) звеном может быть как жёсткое колесо, так и сепаратор.

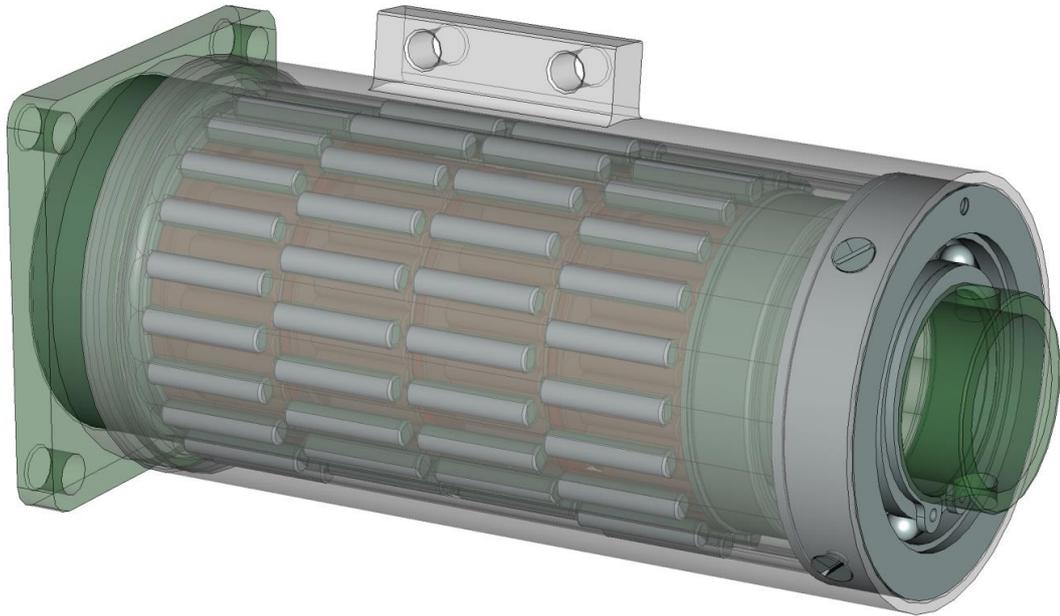


Рисунок 1.1. Твёрдая модель силового редуктора на основе ВПК.

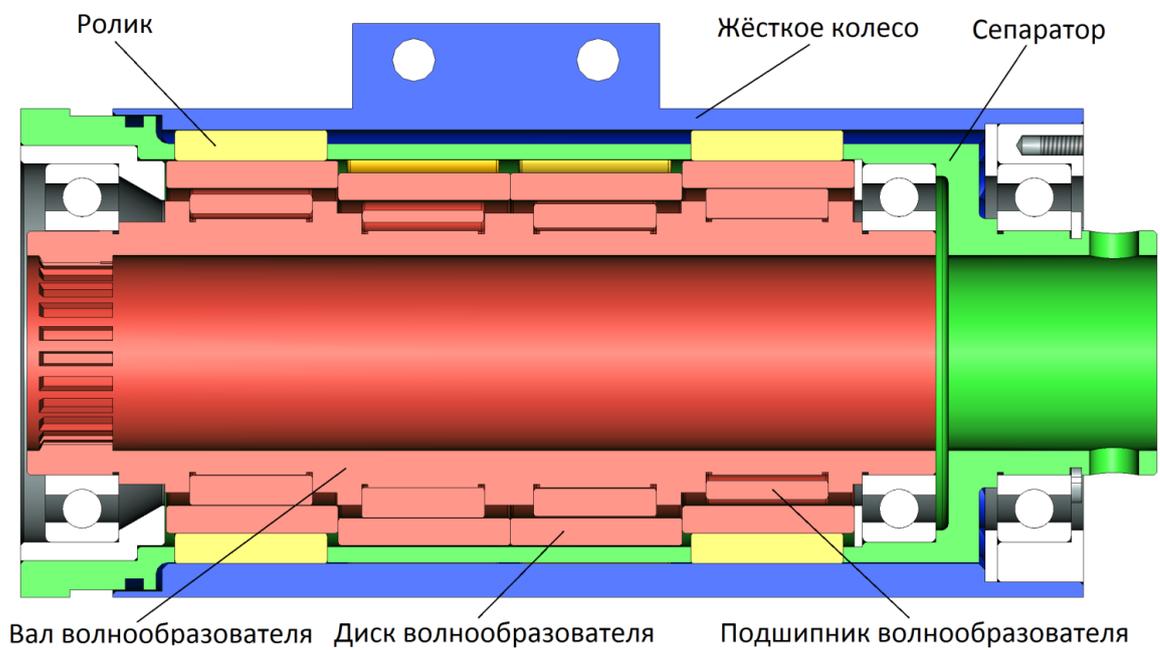


Рисунок 1.2. Силовой редуктор на основе ВПК. Продольное сечение.

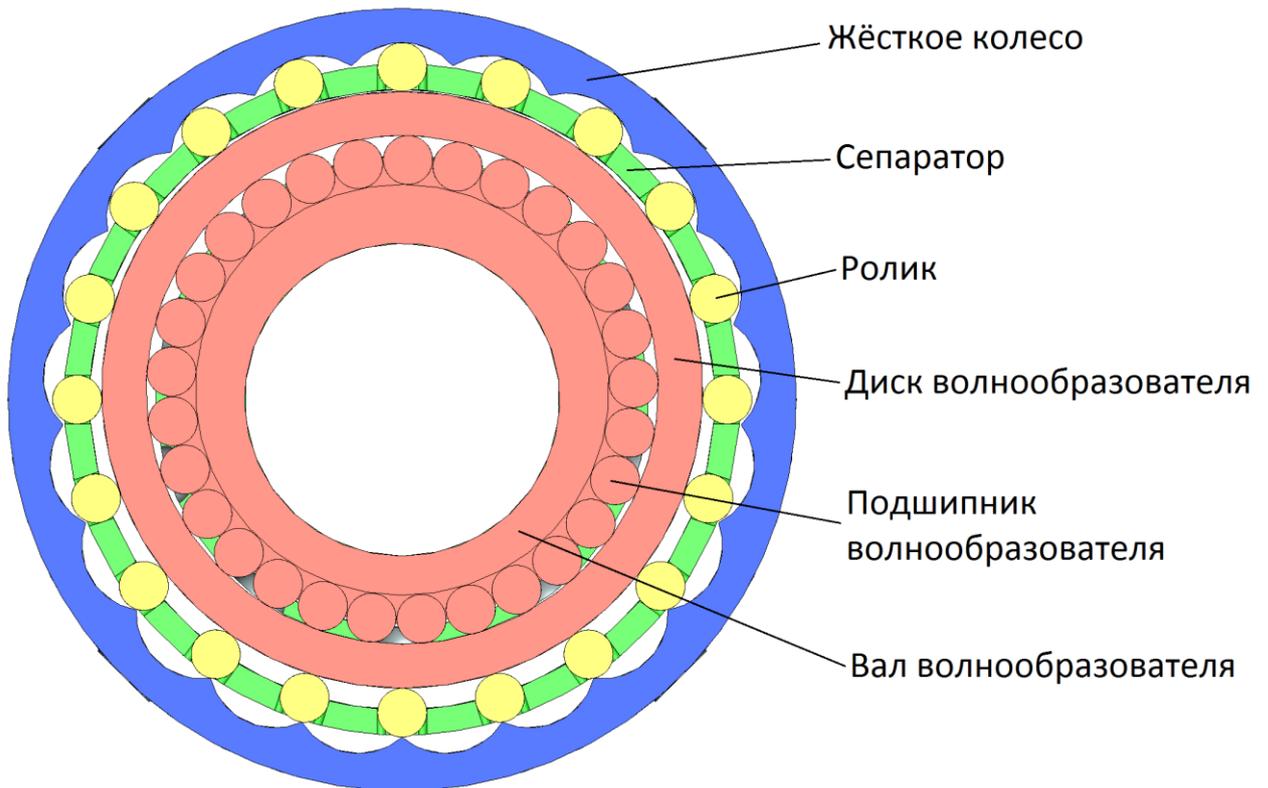


Рисунок 1.3. Силовой редуктор на основе ВПТК. Поперечное сечение.

С точки зрения привода, редуктор по своему назначению выполняет функцию редукции скорости (угла) и увеличения момента. Но, будучи реальным механизмом, редуктор обладает податливостью, собственным моментом инерции, люфтом, что оказывает воздействие на характеристики привода. Податливость влияет на динамическую точность привода, т.к. вносит запаздывание по углу. Собственный момент инерции редуктора влияет на угловое ускорение привода. Люфт в редукторе приводит к автоколебаниям, и, как следствие, к неустойчивости привода. В работах В.К. Попова, С.Л. Самсоновича и С.А. Шувалова [38], [39], [40] исследовалась крутильная жёсткость зубчатых волновых передач. Однако характеристика жёсткости ВПТК до сих пор не изучалась.

При анализе и синтезе схем механических передач принимают следующие допущения [41]:

1) Механизм представляют в виде расчётной схемы, состоящей из ряда сосредоточенных масс, которые обладают моментом инерции, и соединительных упругих связей.

2) Силы и моменты, действующие в расчётной схеме, приложены в центрах сосредоточенных масс.

3) Упругие звенья невесомы и обладают податливостью, характеризуемой неизменным значением коэффициента жёсткости.

4) Деформация упругих звеньев линейна и подчиняется закону Гука, т.е. деформация не выходит за пределы упругости.

5) Инерционные звенья не подвержены деформации, т.е. принимаются абсолютно жёсткими.

Как и любой редуктор, ВПТК можно описать набором последовательно и параллельно соединённых между собой упругих элементов определённой жёсткости и абсолютно жёстких элементов с определённым моментом инерции или массой. Но в случае ВПТК имеет место многопарное зацепление, что существенно усложняет задачу нахождения эквивалентной жёсткости. Будем рассматривать ВПТК с сепаратором в качестве выходного вала, причём входной и выходной валы располагаются с разных сторон передачи. Схематично ВПТК как упругий элемент можно представить, как показано на рисунке 1.4. Он состоит из элемента с моментом инерции J_e , соответствующему валу волнообразователя; упругого элемента с крутильной жёсткостью C_{ex} , соответствующего участку вала волнообразователя от его края до первого подшипника волнообразователя; элементов с жёсткостью C_e , соответствующих участкам вала между соседними подшипниками волнообразователя; элементов с жёсткостью C_n , соответствующих подшипникам волнообразователя; элементов с моментом инерции J_n , соответствующих моменту инерции на валу от подшипника и диска волнообразователя, расположенных на эксцентрикe; элементов с жёсткостью C_{cen} , соответствующих участкам сепаратора между соседними рядами тел качения; элемента с жёсткостью $C_{вых}$, соответствующего участку сепаратора от крайнего ряда тел качения до края выходного вала, блока J_c , соответствующего моменту инерции сепаратора.

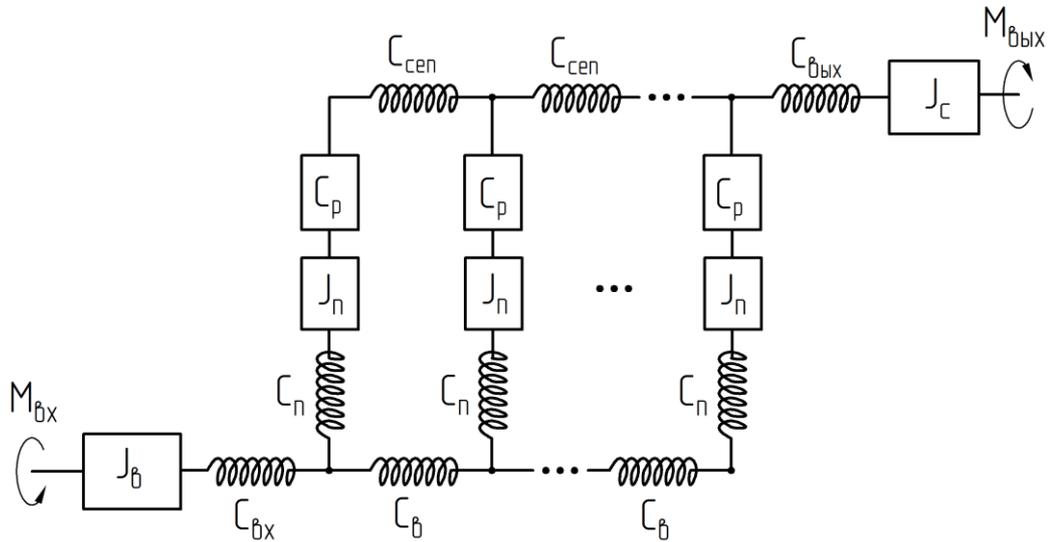
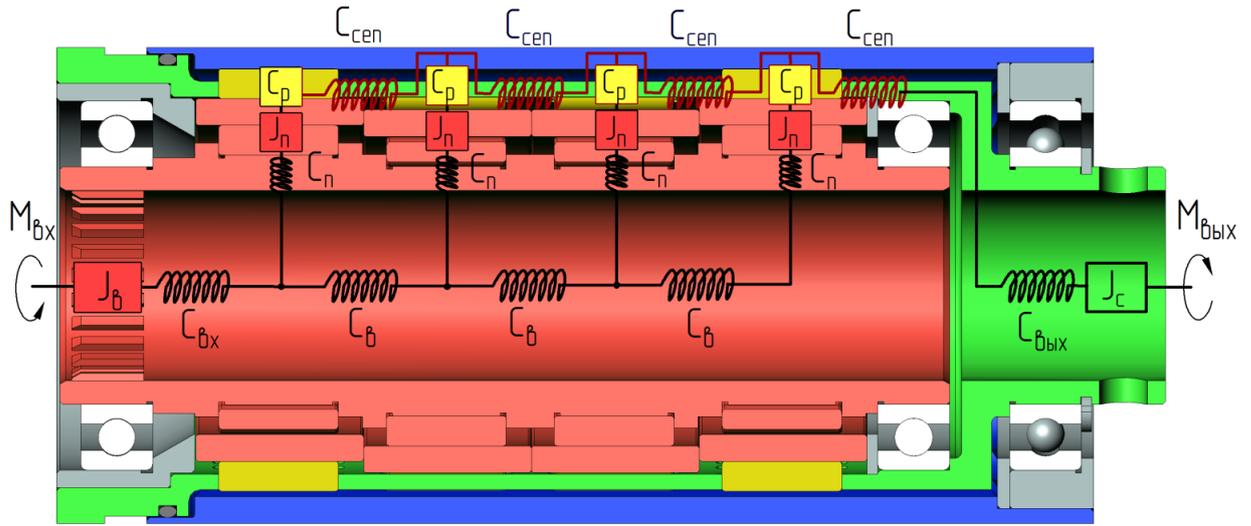


Рисунок 1.4. Эквивалентная схема ВПК на сечении твердотельной модели (сверху) и отдельно (снизу).

Блоки с эквивалентной жёсткостью C_p (см. рисунок 1.5) соответствуют упругости в зонах контакта тел качения, находящихся в зацеплении, одного ряда с диском волнообразователя, сепаратором и жёстким колесом, а также реализуют передаточное число по моменту. В них $C_{к}^{б-р}$ - контактная жёсткость одного тела качения с диском волнообразователя; $C_{ki}^{р-жк}$ - контактная жёсткость i -го тела качения и жёсткого колеса вдоль направления движения тела качения; $C_{ki}^{жк-р}$ - контактная жёсткость i -го тела качения и жёсткого колеса поперёк направления

движения тела качения; C_k^{p-c} - контактная жёсткость одного тела качения с сепаратором; $q_{\theta i}$ - коэффициент передачи от поворота эксцентрика к поступательному радиальному движению i -го тела качения; q_{pi} - коэффициент передачи от радиального к тангенциальному движению i -го тела качения; q_c - коэффициент передачи от тангенциального движения тела качения к углу поворота сепаратора. Причём:

$$C_{ki}^{p-жк} = C_{ki}^{жк-p} = C_{ki}^{жк},$$

где $C_{ki}^{жк}$ - жёсткость контакта i -го тела качения с жёстким колесом (см. рисунок 1.6). Для упрощения схемы, в жёсткости $C_{ki}^{жк}$ учтём также упругость жёсткого колеса, подвергающегося деформации.

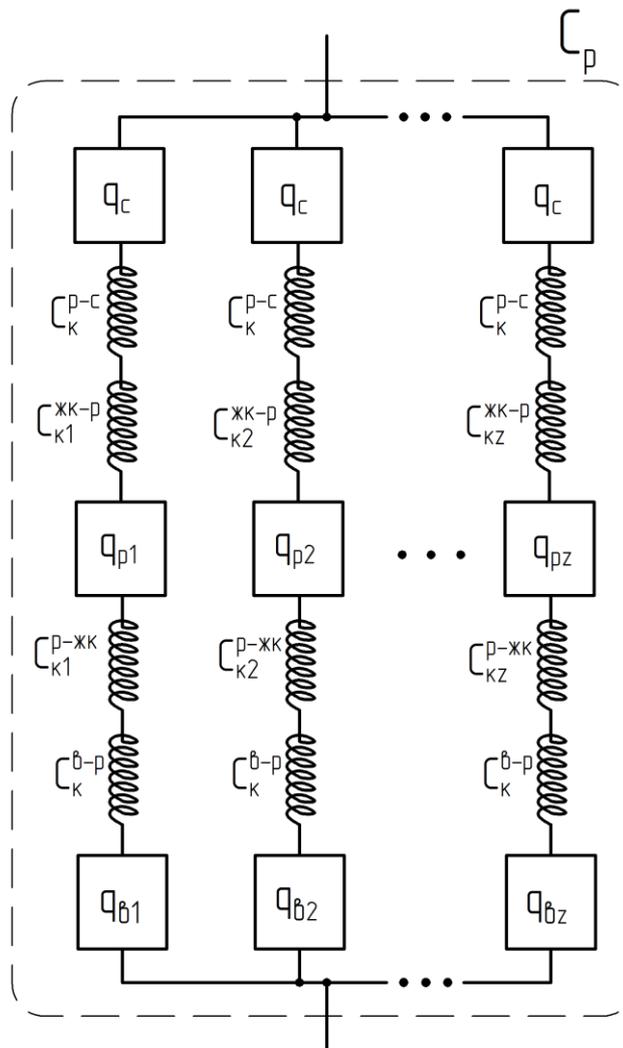


Рисунок 1.5. Эквивалентная схема контактной упругости тел качения.

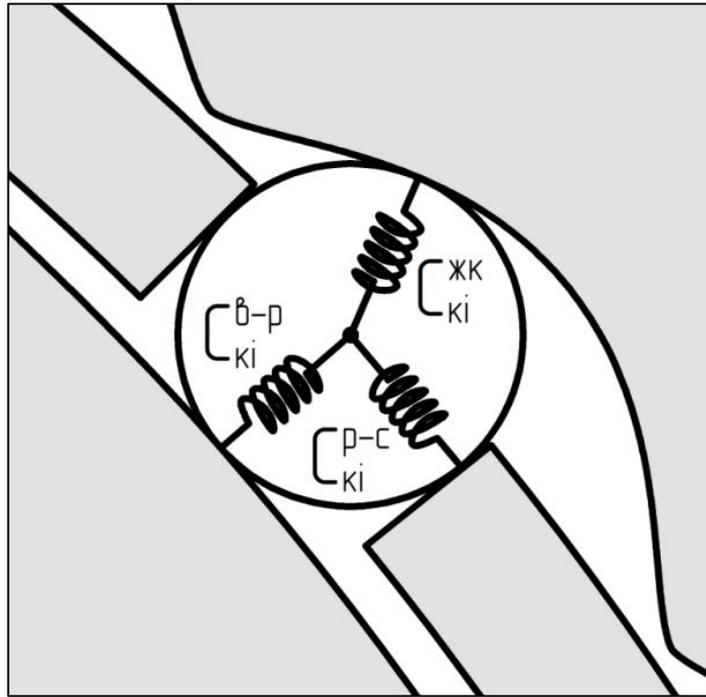


Рисунок 1.6. Эквивалентная схема контактной упругости тела качения.

Функция зависимости контактного сближения между телами качения и элементами ВПТК не является линейной. Пользуясь формулами (1.44) – (1.53) можно построить графики зависимости сближений между телом качения (шариком или роликом) и рабочими поверхностями жёсткого колеса, диска волнообразователя и сепаратора (см. рисунки 1.7 и 1.8). Как видно из приведённых графиков на рисунке 1.7, в случае тел качения – роликов, рассматриваемая функция близка по виду к линейной, следовательно, можно сделать допущение, что значения жёсткостей C_K^{p-p} , $C_{Ki}^{ЖК}$, C_K^{p-c} постоянно и не зависит от силы контакта. Графики на рисунке 1.8 имеют ярко выраженный нелинейный вид, следовательно, в случае тел качения – шариков, допущение о линейности функции и постоянстве контактных жёсткостей сделать нельзя. Использование шариков в ВПТК нецелесообразно (см. главу 2.1), поэтому далее будем рассматривать только случай, когда в качестве тел качения используются ролики, а их контактные жёсткости примем постоянными.

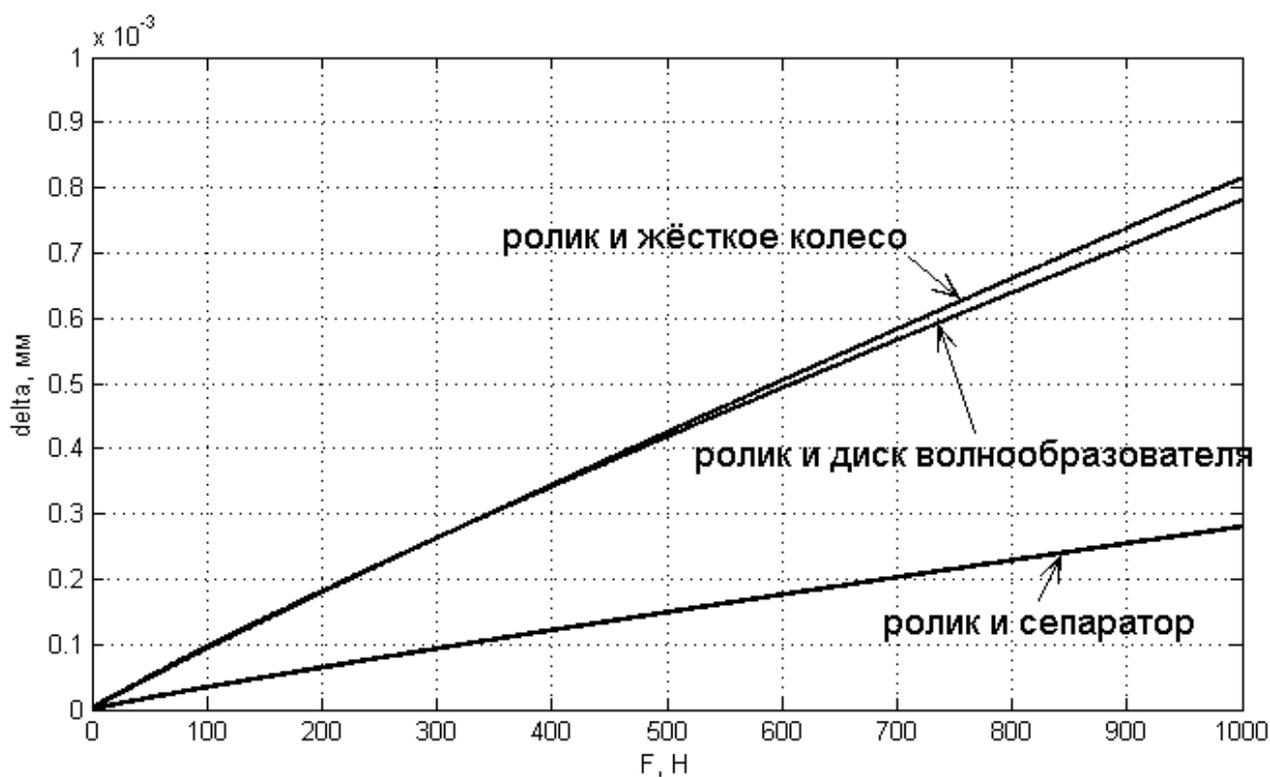


Рисунок 1.7. Зависимость сближения ролика с элементами ВПТК от силы контакта

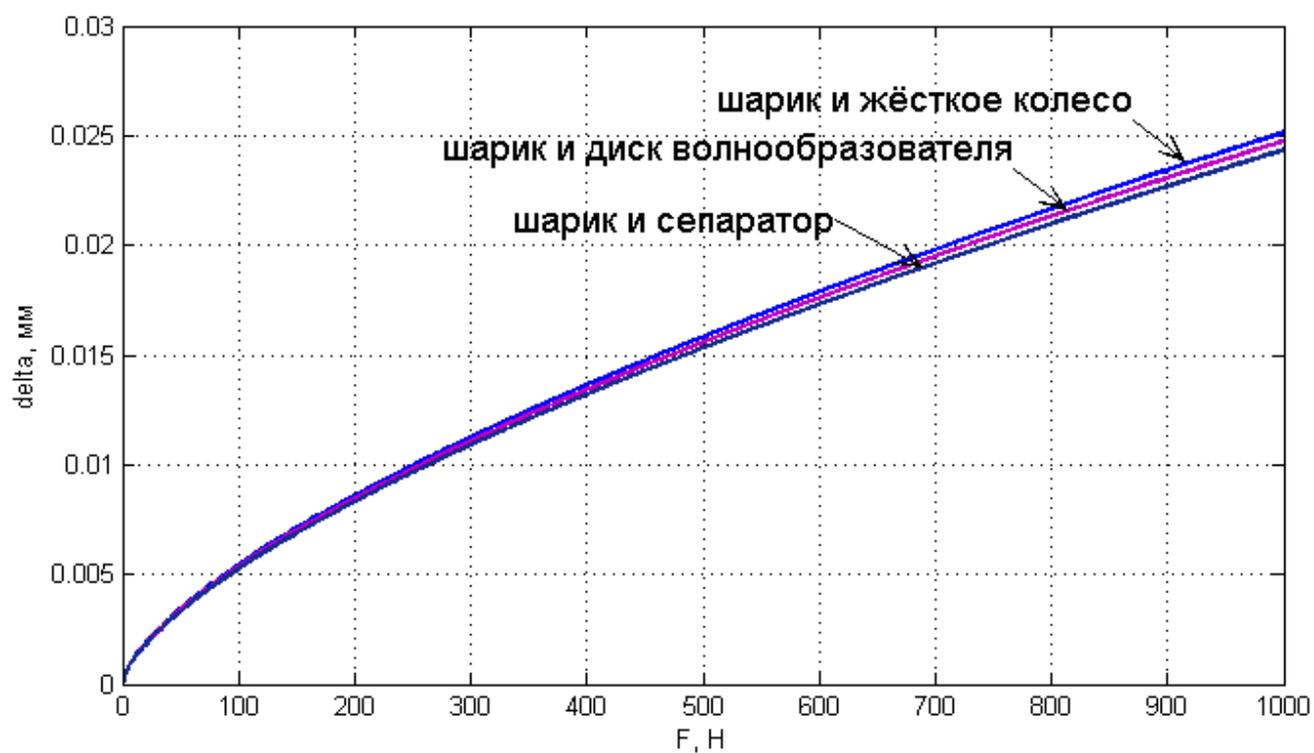


Рисунок 1.8. Зависимость сближения шарика с элементами ВПТК от силы контакта

Если принять, что передаточные числа по моменту q_{ei} , q_{pi} , q_c постоянны в рассматриваемый период времени, то сложная эквивалентная схема ВПТК на рисунке 1.4 будет иметь линейную характеристику, как состоящая из линейных упругих элементов. Но, как показали экспериментальные исследования (см. главу 4.3), передаточное число по моменту ВПТК не равно передаточному числу по скорости. Было установлено, что передаточное число по моменту меняет своё значение в зависимости от знака угловой скорости входного вала и знака момента на входном (выходном) валу. Это связано с тем, что при работе ВПТК часть момента тратится на преодоления сил трения (см. главу 1.2). Таким образом, характеристика передаваемого момента ВПТК выглядит, как показано на рисунке 1.9.

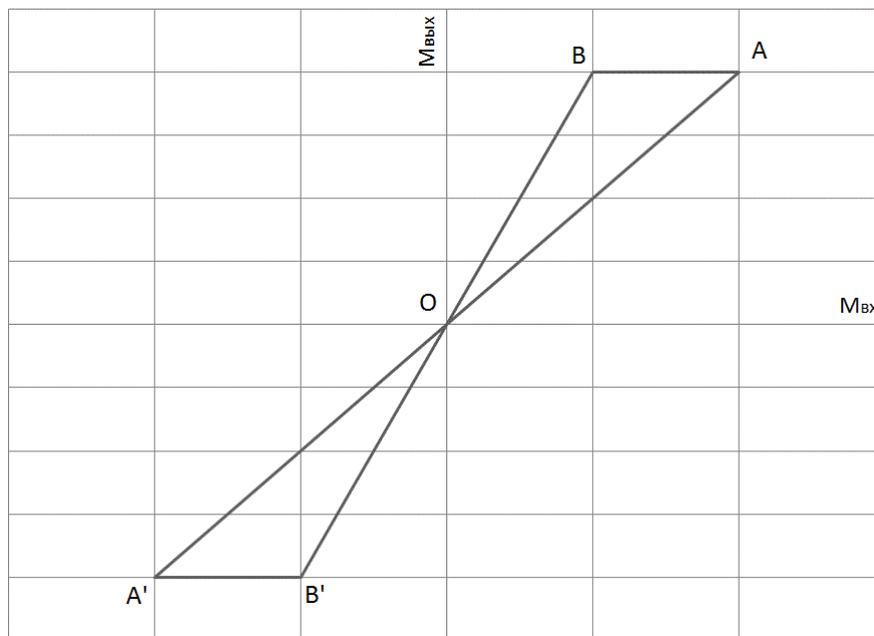


Рисунок 1.9. Характеристика передаваемого момента ВПТК.

Характеристику передаваемого момента выразим следующими выражениями:

$$M_{вых} = q_{M1} \cdot M_{вх}, \text{ если } \Omega_{вх} \geq 0; M_{вх} \geq 0; \quad (1.1)$$

$$M_{вых} = const, \text{ если } \Omega_{вх} < 0; 0 < \frac{M_{вых}}{q_{M2}} < M_{вх} < \frac{M_{вых}}{q_{M1}}; \quad (1.2)$$

$$M_{вых} = q_{M2} \cdot M_{вх}, \text{ если } \Omega_{вх} < 0; M_{вх} \geq 0; \quad (1.3)$$

$$M_{\text{вых}} = q_{M1} \cdot M_{\text{вх}}, \text{ если } \Omega_{\text{вх}} < 0; M_{\text{вх}} < 0; \quad (1.4)$$

$$M_{\text{вых}} = \text{const}, \text{ если } \Omega_{\text{вх}} \geq 0; 0 > \frac{M_{\text{вых}}}{q_{M2}} > M_{\text{вх}} > \frac{M_{\text{вых}}}{q_{M1}}; \quad (1.5)$$

$$M_{\text{вых}} = q_{M2} \cdot M_{\text{вх}}, \text{ если } \Omega_{\text{вх}} \geq 0; M_{\text{вх}} < 0; \quad (1.6)$$

$$q_{M2} > q_{M1},$$

где $M_{\text{вх}}$ - момент на валу волнообразователя, $M_{\text{вых}}$ - момент на валу сепаратора, $\Omega_{\text{вх}}$ - скорость входного вала, q_{M1} , q_{M2} - передаточные числа по моменту.

При изменении направления вращения валов редуктора и ненулевом моменте нагрузки происходит «залипание» передачи до тех пор, пока соотношение между входным и выходным моментами снова не станут равными q_{M1} или q_{M2} (горизонтальные отрезки АВ и А'В' на рисунке 1.9), что было проверено экспериментально (см. главу 4.3). Поскольку соотношение моментов может меняться в зависимости от направления вращения валов ВПТК, то, соответственно, будет меняться и жёсткость в эквивалентной схеме. При этом эквивалентная схема из линейной станет нелинейной многозначной, что отразится на нагрузочной характеристике ВПТК (см. рисунок 1.10).

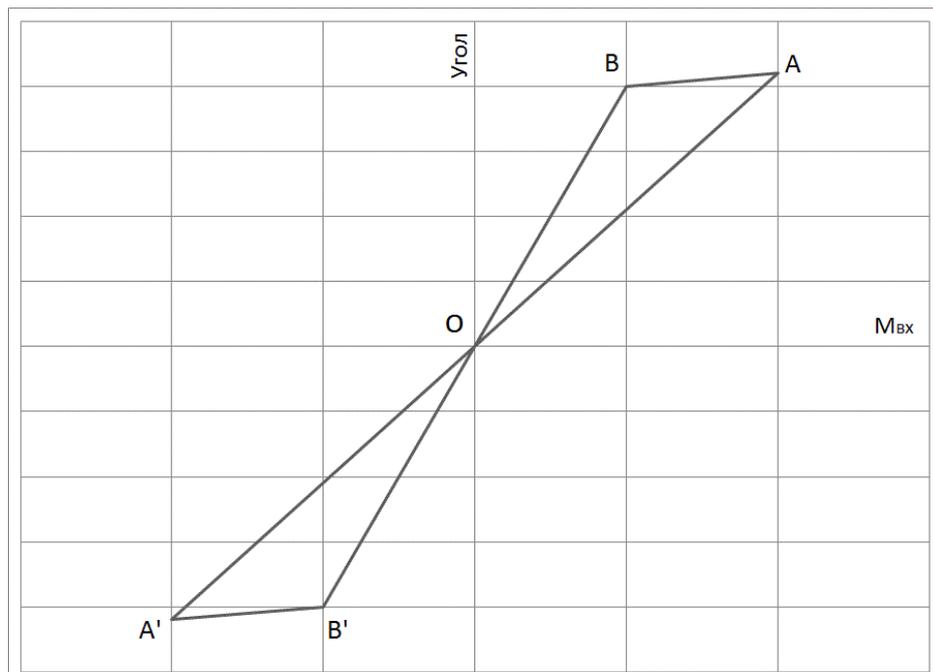


Рисунок 1.10. Нагрузочная характеристика ВПТК.

Нагрузочная характеристика получается из характеристики передаваемого момента, если условно разделить эквивалентную схему на три части. Первая включает в себя часть схемы от края вала волнообразователя до элемента, соответствующего передаточному коэффициенту $q_{\beta i}$ включительно. Вторая включает часть схемы от края вала сепаратора до элемента, соответствующего передаточному коэффициенту q_c включительно. Третья часть, в отличие от первых двух, не упруга в момент залипания, и содержит множество элементов с жёсткостями C_k^{c-p} , C_k^{p-c} , $C_{ki}^{p-жк}$, $C_{ki}^{жк-p}$ и элементы с моментом, соответствующим передаточному коэффициенту q_{pi} . Чтобы получить вид зависимости угла закручивания φ ВПТК от момента нагрузки, т.е. нагрузочную характеристику, достаточно использовать следующие выражения:

Для линейных участков ОА, ВО, ОА' и ОВ':

$$\varphi = \frac{M_{\text{вх}}}{C_1} + \frac{M_{\text{вх}}}{n \sum_{i=1}^z \left(q_{\beta i} \frac{C_{ki}^{c-p} C_{ki}^{p-жк}}{C_{ki}^{c-p} + C_{ki}^{p-жк}} \right)} + \frac{M_{\text{вых}}}{C_2} + \frac{M_{\text{вых}}}{q_c n \sum_{i=1}^z \left(\frac{C_k^{p-c} C_{ki}^{жк-p}}{C_k^{p-c} + C_{ki}^{жк-p}} \right)}. \quad (1.7)$$

для участков с «залипанием» АВ и А'В':

если нагружается входной вал:

$$\varphi = \frac{M_{\text{вх}}}{C_1} + \frac{M_{\text{вх}}^{\text{const}}}{n \sum_{i=1}^z \left(q_{\beta i} \frac{C_{ki}^{c-p} C_{ki}^{p-жк}}{C_{ki}^{c-p} + C_{ki}^{p-жк}} \right)} + \frac{M_{\text{вых}}^{\text{const}}}{C_2} + \frac{M_{\text{вых}}^{\text{const}}}{q_c n \sum_{i=1}^z \left(\frac{C_k^{p-c} C_{ki}^{жк-p}}{C_k^{p-c} + C_{ki}^{жк-p}} \right)}, \quad (1.8)$$

если нагружается выходной вал:

$$\varphi = \frac{M_{\text{вх}}^{\text{const}}}{C_1} + \frac{M_{\text{вх}}^{\text{const}}}{n \sum_{i=1}^z \left(q_{\beta i} \frac{C_{ki}^{c-p} C_{ki}^{p-жк}}{C_{ki}^{c-p} + C_{ki}^{p-жк}} \right)} + \frac{M_{\text{вых}}}{C_2} + \frac{M_{\text{вых}}}{q_c n z C_k^{p-c}} + \frac{M_{\text{вых}}^{\text{const}}}{q_c n \sum_{i=1}^z C_{ki}^{жк-p}}, \quad (1.9)$$

где C_1 - эквивалентная жёсткость первой части, C_2 - эквивалентная жёсткость второй части, n - число рядов тел качения, z - число тел качения одного ряда, находящихся в зацеплении, $M_{\text{вх}}^{\text{const}}$ - постоянный во времени момент на входном

валу сразу после залипания, $M_{вых}^{const}$ - постоянный во времени момент на выходном валу сразу после залипания.

Формулы (1.8) – (1.9) обусловлены тем, что после залипания работают на изменение угла закручивания только те упругие элементы, которые расположены между краем нагружаемого вала и заклинившими телами качения. Остальные упругие элементы сохраняют своё деформированное состояние до тех пор, пока тела качения не выйдут из заклинивания. В случае, когда нагружается вал волнообразователя, элементы с жёсткостью C_K^{p-c} , соответствующие контакту тел качения со стенкой сепаратора, находятся за заклинившими телами качения, поэтому во время расклинивания они не влияют на изменение угла закручивания. В случае, когда нагружается вал сепаратора, элементы с жёсткостью C_K^{p-c} не являются заклиненными, и влияют на изменение угла закручивания при расклинивании.

Рассмотрим случай, когда у ВПТК сепаратор неподвижен, а жёсткое колесо является выходным звеном, если передача используется как редуктор или входным звеном, если передача используется как мультипликатор. Эквивалентная схема такой передачи представлена на рисунках 1.11 и 1.12.

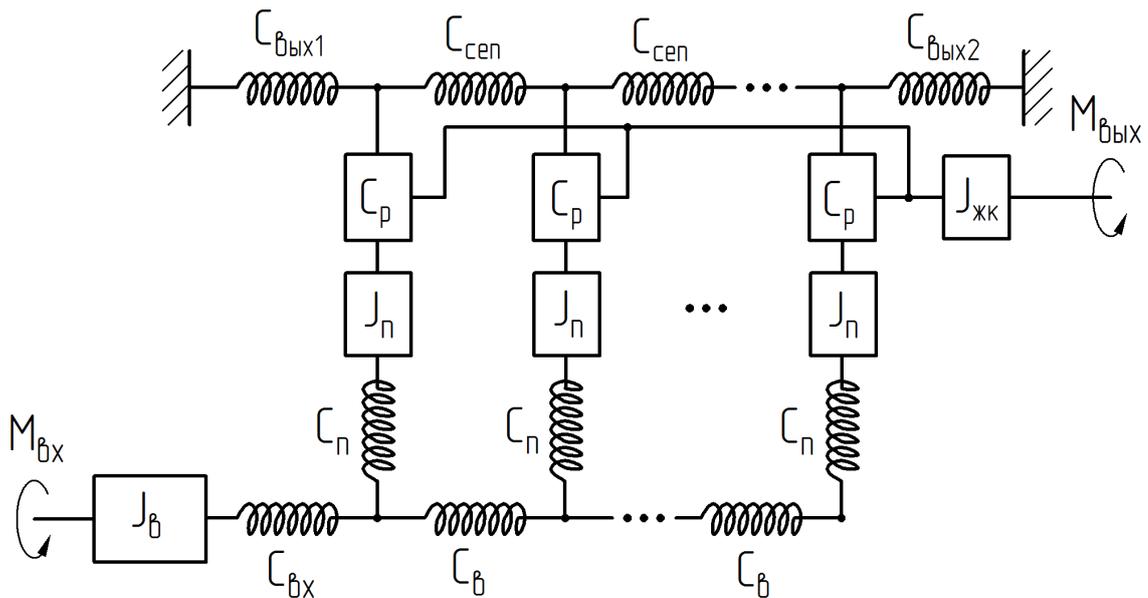


Рисунок 1.11. Эквивалентная схема ВПТК с остановленным сепаратором.

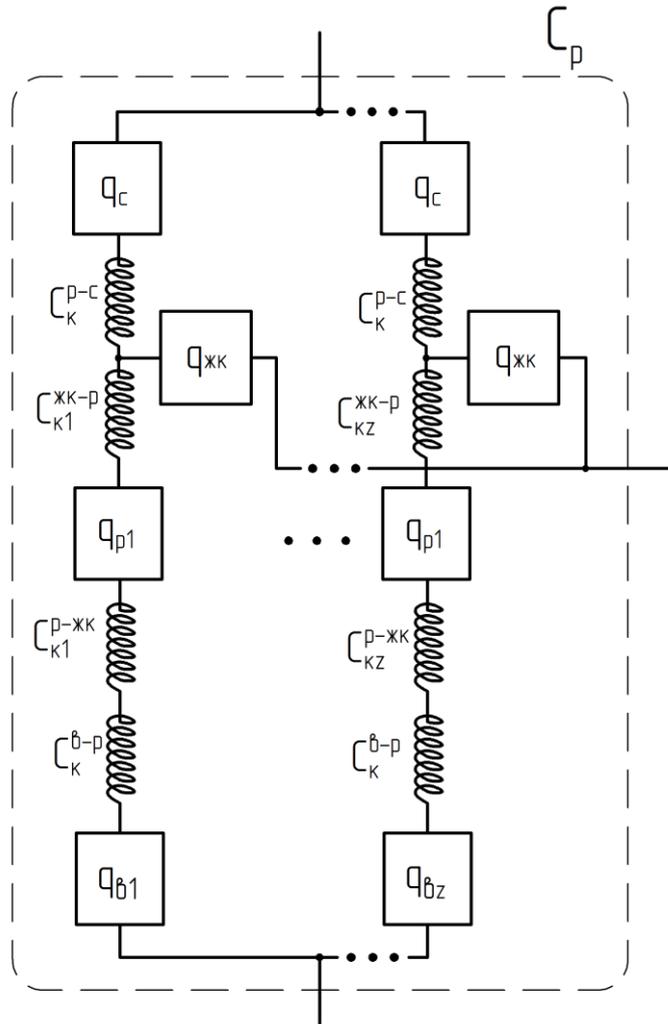


Рисунок 1.12. Эквивалентная схема контактной упругости тел качения в случае ВПТК с остановленным сепаратором.

На схеме обозначено: $C_{вых1}$, $C_{вых2}$ - жёсткости частей сепаратора между жёсткими заделками и рядами тел качения, $q_{жк}$ - передаточный коэффициент, соответствующий тангенциальному перемещению тела качения к углу поворота жёсткого колеса, $J_{жк}$ - момент инерции жёсткого колеса.

Отличие схем в этом случае от случая с подвижным сепаратором в том, что упругости $C_{вых1}$ и $C_{вых2}$, соответствующие краям сепаратора, жёстко прикреплены к неподвижному основанию, а нагрузка приведена через передаточный коэффициент $q_{жк}$ к узлам между упругими элементами C_k^{p-c} и $C_{кi}^{жк-p}$. Также вместо момента инерции сепаратора J_c учитывается момент

инерции жёсткого колеса $J_{жк}$. Поскольку эквивалентная схема видоизменилась, но сохранила свою линейность в тех же областях, что и в случае с подвижным сепаратором, а также многозначную нелинейность между входным и выходным валами, то вид характеристики передаваемого момента и нагрузочной характеристики будет подобен представленным на рисунках 1.9 и 1.10. В данном случае формулы для нахождения угла закручивания φ будут записаны в следующем виде:

Для линейных участков:

$$\varphi = \frac{M_{\text{вх}}}{C_1} + \frac{M_{\text{вх}}}{n \sum_{i=1}^z \left(q_{\text{в}i} \frac{C_{\text{к}i}^{\beta-p} C_{\text{к}i}^{p-\text{жк}}}{C_{\text{к}i}^{\beta-p} + C_{\text{к}i}^{p-\text{жк}}} \right)} + \frac{M_{\text{вых}}}{q_{\text{жк}} \left(\left(\frac{n z C_{\text{к}}^{p-c} C_3}{n z C_{\text{к}}^{p-c} + C_3} \right) + n \sum_{i=1}^z C_{\text{к}i}^{\text{жк}-p} \right)}, \quad (1.10)$$

для участков с «залипанием»:

если нагружается входной вал:

$$\varphi = \frac{M_{\text{вх}}}{C_1} + \frac{M_{\text{вх}}^{\text{const}}}{n \sum_{i=1}^z \left(q_{\text{в}i} \frac{C_{\text{к}i}^{\beta-p} C_{\text{к}i}^{p-\text{жк}}}{C_{\text{к}i}^{\beta-p} + C_{\text{к}i}^{p-\text{жк}}} \right)} + \frac{M_{\text{вых}}^{\text{const}}}{q_{\text{жк}} \left(\left(\frac{n z C_{\text{к}}^{p-c} C_3}{n z C_{\text{к}}^{p-c} + C_3} \right) + n \sum_{i=1}^z C_{\text{к}i}^{\text{жк}-p} \right)}, \quad (1.11)$$

если нагружается выходной вал:

$$\varphi = \frac{M_{\text{вх}}^{\text{const}}}{C_1} + \frac{M_{\text{вх}}^{\text{const}}}{n \sum_{i=1}^z \left(q_{\text{в}i} \frac{C_{\text{к}i}^{\beta-p} C_{\text{к}i}^{p-\text{жк}}}{C_{\text{к}i}^{\beta-p} + C_{\text{к}i}^{p-\text{жк}}} \right)} + \frac{M_{\text{вых}}^{\text{const}}}{q_{\text{жк}} \left(\left(\frac{n z C_{\text{к}}^{p-c} C_3}{n z C_{\text{к}}^{p-c} + C_3} \right) + n \sum_{i=1}^z C_{\text{к}i}^{\text{жк}-p} \right)}, \quad (1.12)$$

где C_1 - эквивалентная жёсткость части передачи от жёстких заделок до элементов с передаточным числом q_c включительно. Как видно из формулы 1.12, при нагружении жёсткого колеса, являющегося подвижным звеном, угол φ во время расклинивания остаётся неизменным. Таким образом, нагрузочная характеристика для режима мультипликатора имеет вид, как показано на рисунке 1.13.

Поскольку ВПТК обычно имеет люфт в зоне тел качения, то с его учётом для обоих случаев нагрузочная характеристика будет выглядеть, как показано на рисунке 1.14. Здесь β – угол полного люфта передачи.

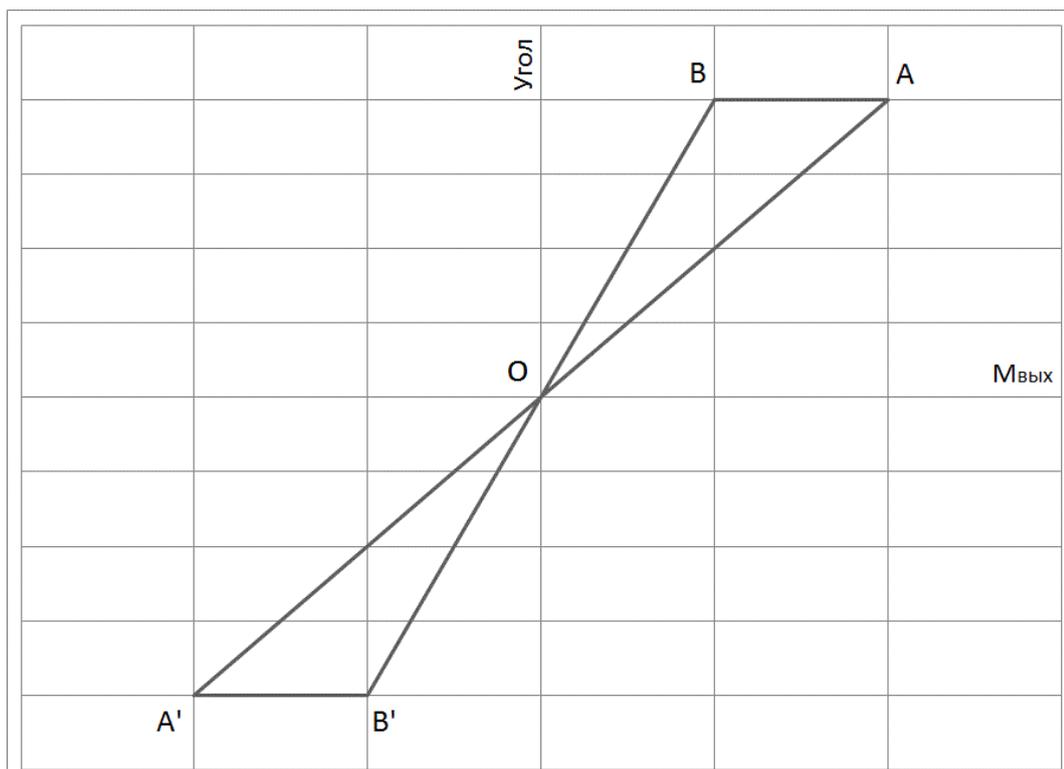


Рисунок 1.13. Вид нагрузочной характеристики в режиме мультипликатора с жёстким колесом в качестве входного вала

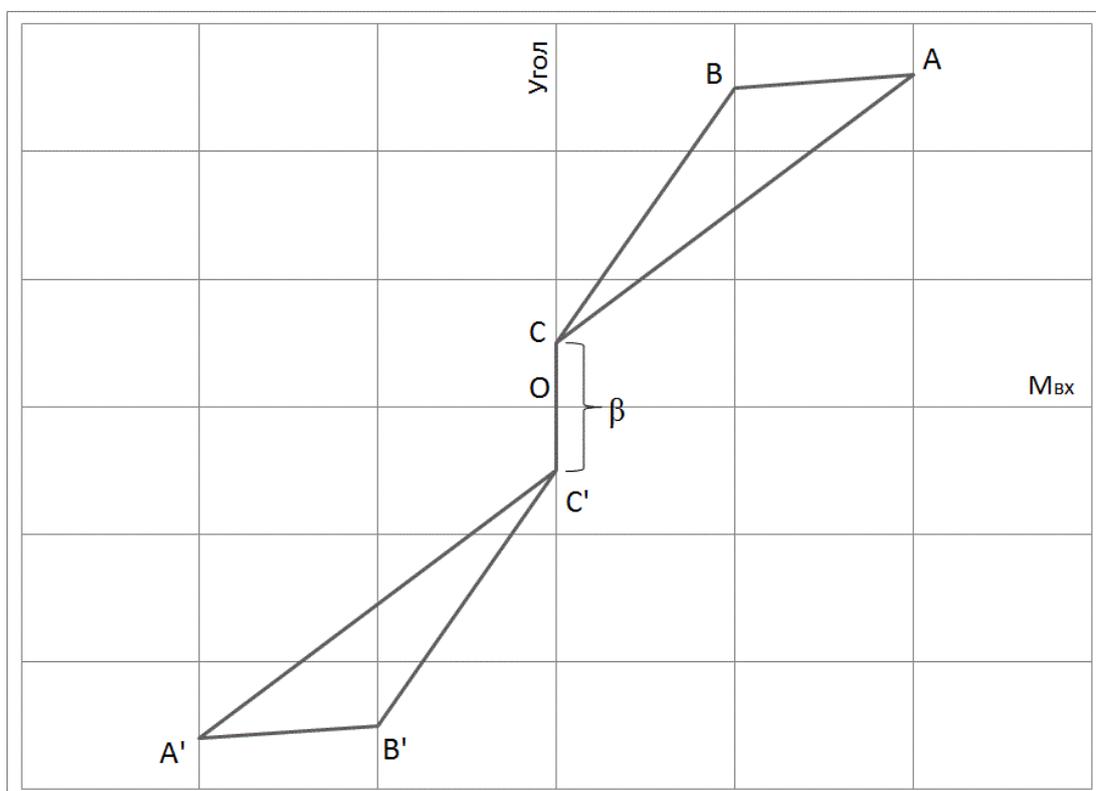


Рисунок 1.14. Нагрузочная характеристика ВПТК с учётом люфта.

Если сделать допущение, что влияние собственной инерции тел качения мало, то эквивалентный момент инерции ВПТК можно привести к валу волнообразователя:

$$J = J_{\epsilon} + J_n \cdot n + \frac{J_c}{q^2}, \quad (1.13)$$

или к валу сепаратора:

$$J = J_c + q^2 (J_n \cdot n + J_{\epsilon}), \quad (1.14)$$

где n – число рядов тел качения.

Моменты инерции вала волнообразователя и сепаратора можно определить из твердотельной модели привода (см. рисунок 1.1). Момент инерции от подшипника, приведённый к валу волнообразователя, определяется по следующей формуле:

$$J_n = m_n e^2, \quad (1.15)$$

где m_n - масса подшипника и диска волнообразователя, кроме частей, вращающихся вместе с валом волнообразователя.

В результате составлены эквивалентные схемы ВПТК для случаев с подвижным сепаратором и жёстким колесом. Проведён анализ составленных схем, который показал, что ВПТК может быть представлена звеном, имеющим собственный момент инерции и собственную упругость, величина которой зависит от момента нагрузки, направления действия момента нагрузки и направления вращения. Показано, что характеристика передаваемого момента и нагрузочная характеристика ВПТК являются нелинейными и состоят из нескольких линейных участков с разным наклоном.

1.2. Расчёт волновой передачи на прочность и жёсткость

Пусть известны все основные геометрические параметры ВПТК: диаметр дисков волнообразователя; тип, количество, диаметр и длина тел качения (если тела качения - ролики); число рядов тел качения; эксцентриситет; наружный диаметр жёсткого колеса и его внутренний профиль; наружный и внутренний

диаметры сепаратора. Пусть также известен максимальный момент нагрузки, коэффициенты трения между подвижными соприкасающимися поверхностями передачи, модули Юнга и коэффициенты Пуассона для материалов, из которых сделаны диски волнообразователя, сепаратор, жёсткое колесо и тела качения.

Требуется определить силы и напряжения в местах контакта тел качения с диском волнообразователя, сепаратором и жёстким колесом; величину люфта; характеристику передаваемого момента и нагрузочную характеристику; величину КПД.

Пусть ВПТК неподвижна и находится в некотором известном положении. Геометрические параметры ВПТК (см. рисунок 1.15):

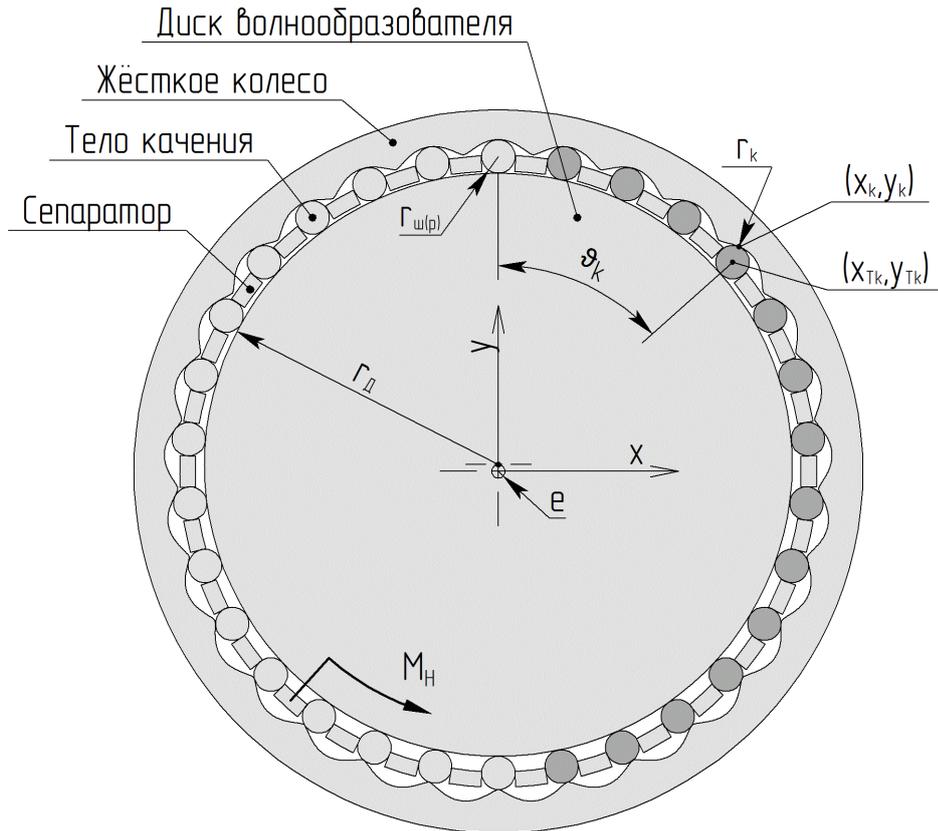


Рисунок 1.15. Основные элементы ВПТК. Здесь $z_{жс}$ - число периодов жёсткого колеса; $r_{w(p)}$ - радиус тел качения; r_d - радиус диска волнообразователя; e - эксцентриситет; φ_k - угловые положения тел качения тел качения относительно оси симметрии; r_k - радиус кривизны профиля жёсткого колеса; M_H - момент нагрузки.

Расчёт координат точек контакта тел качения с жёстким колесом

Углы положения тел качения относительно оси симметрии ВПТК и радиальными осями, проходящими через центр передачи и центры тел качения в случае ВПТК, не имеющей зазоров и перекрытий между своими подвижными частями, выражаются зависимостью:

$$g'_k = k \cdot \frac{2\pi}{z_{жс} - 1}, \quad (1.16)$$

$$\text{где } k = 1 \div (z_{жс} - 1). \quad (1.17)$$

При остановленных жёстком колесе и диске волнообразователя приложим момент нагрузки M_H к сепаратору. Рассматриваются только нагруженные тела качения. На рисунке 1.15 они выделены тёмным цветом. При таком рассмотрении коэффициент k принимает значения:

$$k = 1 \div \frac{z_{жс} - 1}{2} - \text{ для передач с нечётным числом периодов жёсткого колеса,}$$

$$k = 1 \div \frac{z_{жс} - 2}{2} - \text{ для передач с чётным числом периодов жёсткого колеса.}$$

Введём следующие допустимые значения отклонений по размерам:

- а) верхнее и нижнее отклонения ширины гнезда под тело качения в сепараторе: $ES_{гн}$ и $EI_{гн}$,
- б) симметричный допуск на угловое отклонение гнезда под тело качения в сепараторе T_{\angle} ,
- в) верхнее и нижнее отклонения диаметра диска волнообразователя: es_g и ei_g .
- г) верхнее и нижнее радиальные отклонения эквидистанты профиля жёсткого колеса: $ES_{жк}$ и $EI_{жк}$.

Отклонения размеров по форме, такие как круглость и цилиндричность диска волнообразователя, параллельность и плоскостность стенок гнезда под ролик или круглость и цилиндричность отверстия под шарик будем считать пренебрежимо малыми.

Отклонения размеров по форме и диаметру тела качения будем считать пренебрежимо малыми. Если используются тела качения с известным допуском на диаметр, то этот допуск можно учесть при задании параметра $r_{ш(p)}$.

Поскольку другие геометрические отклонения от профиля жёсткого колеса на практике весьма сложно проконтролировать, будем считать их равными нулю, а саму эквидистанту профиля – идеальной.

Угол положения центра k-го тела качения с учётом допусков:

$$\vartheta_k = \vartheta'_k - \frac{\delta_{знк}}{r_d + r_{ш(p)} + e \cos \vartheta_k} - \varepsilon_{\angle k}, \quad (1.18)$$

$$\text{где } \delta_{знк} \in [EI_{знк}; ES_{знк}], \quad (1.19)$$

$$\varepsilon_{\angle k} \in \left[-\frac{T}{2}; \frac{T}{2} \right]. \quad (1.20)$$

Для упрощения расчёта и с учётом малости допусков относительно общих размеров передачи, будем учитывать отклонение эквидистанты профиля жёсткого колеса в отклонении диаметра диска волнообразователя.

$$r_d = r'_d + \frac{\delta_g}{2} - \delta_{жск}, \quad (1.21)$$

где r'_d - номинальный радиус диска волнообразователя,

$$\delta_g \in [ei_g; es_g], \quad (1.22)$$

$$\delta_{жск} \in [EI_{жск}; ES_{жск}]. \quad (1.23)$$

Для проведения расчётов использованы следующие варианты допусков на размеры (см. таблицу 1.1).

Таблица 1.1

Идеальная передача	$\delta_{знк} = 0,$ $\varepsilon_{\angle k} = 0,$ $\delta_g = 0,$ $\delta_{жск} = 0.$
--------------------	--

<p>Центр допусков</p>	$\delta_{\text{знк}} = \frac{ES_{\text{зн}} + EI_{\text{зн}}}{4},$ $\varepsilon_{\text{зк}} = 0,$ $\delta_{\text{в}} = \frac{es_{\text{в}} + ei_{\text{в}}}{2},$ $\delta_{\text{жк}} = \frac{ES_{\text{жк}} + EI_{\text{жк}}}{2}.$
<p>Максимальный люфт</p>	$\delta_{\text{знк}} = \frac{ES_{\text{зн}}}{2},$ $\varepsilon_{\text{зк}} = \frac{T_{\text{з}}}{2},$ $\delta_{\text{в}} = ei_{\text{в}},$ $\delta_{\text{жк}} = ES_{\text{жк}}.$
<p>Нормальное распределение отклонений</p>	<p>$\delta_{\text{знк}}$ - массив нормально распределённых величин так, что математическое ожидание:</p> $\mu = \frac{ES_{\text{зн}} + EI_{\text{зн}}}{4},$ <p>среднеквадратическое отклонение:</p> $\sigma = \frac{ES_{\text{зн}} - EI_{\text{зн}}}{12}.$ <p>$\varepsilon_{\text{зк}}$, - массив нормально распределённых величин так, что:</p> $\mu = 0,$ $\sigma = \frac{T_{\text{з}}}{6}.$ <p>$\delta_{\text{в}}$ - случайная величина в интервале допуска.</p> <p>$\delta_{\text{жк}}$ - случайная величина в интервале допуска.</p>

Равномерное распределение отклонений	$\delta_{знк}$ - массив равномерно распределённых величин на интервале допуска. $\varepsilon_{\angle k}$ - массив равномерно распределённых величин на интервале допуска. δ_e - случайная величина в интервале допуска. $\delta_{жк}$ - случайная величина в интервале допуска.
--------------------------------------	---

Координаты точек контакта тел качения с жёстким колесом можно получить из следующих выражений [25]:

$$x_k(\vartheta_k) = l(\vartheta_k) \cdot \sin \vartheta_k + r_{ш(р)} \cdot \sin(\vartheta_k + \chi), \quad (1.24)$$

$$y_k(\vartheta_k) = l(\vartheta_k) \cdot \cos \vartheta_k + r_{ш(р)} \cdot \cos(\vartheta_k + \chi), \quad (1.25)$$

$$\text{где } l(\vartheta_k) = e \cdot \cos(z_{ж} \cdot \vartheta_k) + S(\vartheta_k), \quad (1.26)$$

$$\chi(\vartheta_k) = \text{arctg} \left(\frac{e \cdot z_{ж} \cdot \sin(z_{ж} \cdot \vartheta_k)}{S(\vartheta_k)} \right), \quad (1.27)$$

$$S(\vartheta_k) = \sqrt{(r_{ш(р)} + r'_д)^2 - e^2 \cdot \sin^2(z_{ж} \cdot \vartheta_k)}. \quad (1.28)$$

Координаты центров тел качения:

$$x_{Тк}(\vartheta_k) = l(\vartheta_k) \cdot \sin \vartheta_k, \quad (1.29)$$

$$y_{Тк}(\vartheta_k) = l(\vartheta_k) \cdot \cos \vartheta_k. \quad (1.30)$$

Определение векторов контактных сил

Вектора реакций тела качения действующих на жёсткое колесо, сепаратор и диск волнообразователя показаны на рисунке 1.16.

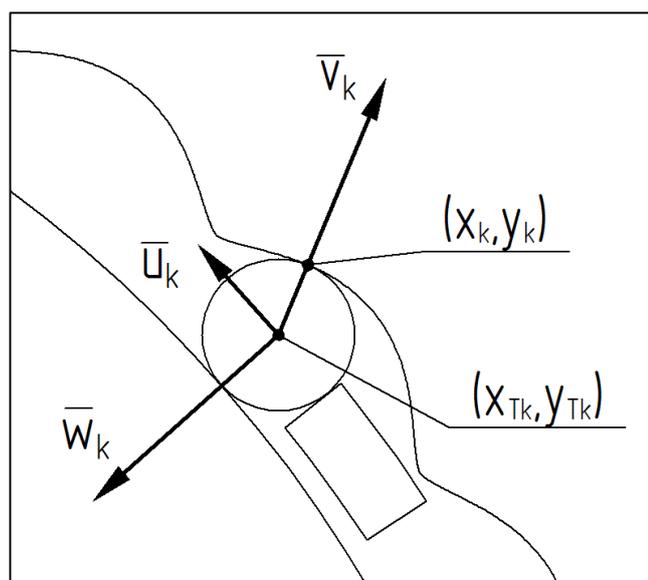


Рисунок 1.16. Вектора реакций тела качения, действующих на жёсткое колесо, сепаратор и диск волнообразователя.

Единичный вектор воздействия жёсткого колеса на тело качения:

$$\vec{v}_k(v_{xk}, v_{yk}) = \left(\frac{x_k - x_{Tk}}{r_{ш(р)}}, \frac{y_k - y_{Tk}}{r_{ш(р)}} \right). \quad (1.31)$$

Единичный вектор воздействия сепаратора на тело качения:

$$\vec{u}_k(u_{xk}, u_{yk}) = \left(\frac{-y_{Tk}}{\sqrt{x_{Tk}^2 + y_{Tk}^2}}, \frac{x_{Tk}}{\sqrt{x_{Tk}^2 + y_{Tk}^2}} \right). \quad (1.32)$$

Единичный вектор воздействия волнообразователя на тело качения:

$$\vec{w}_k(w_{xk}, w_{yk}) = \left(\frac{x_{Tk}}{\sqrt{x_{Tk}^2 + (y_{Tk} - e)^2}}, \frac{y_{Tk} - e}{\sqrt{x_{Tk}^2 + (y_{Tk} - e)^2}} \right). \quad (1.33)$$

Определение радиусов кривизны профиля жёсткого колеса

Радиус кривизны профиля жёсткого колеса в точке его контакта с телами качения:

$$r_k = \frac{abc}{\sqrt{(a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)}}, \quad (1.34)$$

$$\text{где } a = \sqrt{(x_k(\vartheta_k) - x_k(\vartheta_k - \varepsilon))^2 + (y_k(\vartheta_k) - y_k(\vartheta_k - \varepsilon))^2}, \quad (1.35)$$

$$b = \sqrt{(x_k(\vartheta_k) - x_k(\vartheta_k + \varepsilon))^2 + (y_k(\vartheta_k) - y_k(\vartheta_k + \varepsilon))^2}, \quad (1.36)$$

$$c = \sqrt{(x_k(\vartheta_k - \varepsilon) - x_k(\vartheta_k + \varepsilon))^2 + (y_k(\vartheta_k - \varepsilon) - y_k(\vartheta_k + \varepsilon))^2}. \quad (1.37)$$

ε – малое приращение угла ϑ_k .

Нахождение соотношений между контактными силами

Составим уравнение затрат энергии, описывающее малое движение каждого тела качения во время действия передачи (см. рисунок 1.17):

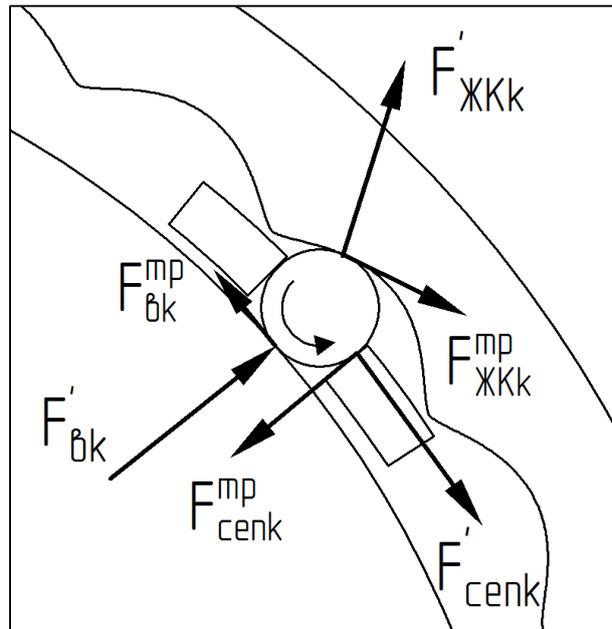


Рисунок 1.17. Силы взаимодействия и трения тела качения с жёстким колесом, диском волнообразователя и сепаратором.

если ВПТК работает в режиме редуктора:

$$F'_{\theta k} s_{\theta k} - F'_{\text{сenk}} s_{\text{сenk}} - F_{\text{сenk}}^{\text{тр}} s_{\text{сenk}}^p - F_{\theta k}^{\text{тр}} s_{\theta k}^p - F_{\text{жкк}}^{\text{тр}} s_{\text{жкк}}^p = 0, \quad (1.38)$$

если ВПТК работает в режиме мультипликатора:

$$F'_{\text{сenk}} s_{\text{сenk}} - F'_{\theta k} s_{\theta k} - F_{\text{сenk}}^{\text{тр}} s_{\text{сenk}}^p - F_{\theta k}^{\text{тр}} s_{\theta k}^p - F_{\text{жкк}}^{\text{тр}} s_{\text{жкк}}^p = 0, \quad (1.39)$$

где $F'_{\epsilon k}$ - силы, действующие со стороны диска волнообразователя на тела качения,

$s_{\epsilon k}$ - малые радиальные перемещения диска волнообразователя. Для удобства примем $s_{\epsilon k} = 1$,

$F'_{cen k}$ - силы, действующие со стороны тел качения на сепаратор,

$s_{cen k} = b_k s_{\epsilon k}$ - перемещение сепаратора,

$F_{cen k}^{TP} = \mu_1 F'_{cen k}$ - силы трения между телами качения и сепаратором,

$s_{cen k}^P = a_k s_{\epsilon k}$ - пути скольжения тел качения по сепаратору,

$F_{\epsilon k}^{TP} = \mu_2 F'_{\epsilon k}$ - силы трения между телами качения и диском волнообразователя,

$s_{\epsilon k}^P = \bar{s}^P - s_{cen k}^P$ - пути скольжения тел качения по диску волнообразователя,

$F_{\text{жск} k}^{TP} = \mu_3 F'_{\text{жск} k}$ - силы трения между телами качения и жёстким колесом,

$s_{\text{жск} k}^P = s_{cen k}^P$ - пути обкатывания тел качения по профилю жёсткого колеса,

μ_1, μ_2, μ_3 - коэффициенты трения скольжения между телом качения и сепаратором, трения скольжения между телом качения и диском волнообразователя, трения качения между телом качения и жёстким колесом соответственно.

$\bar{s}^P = \frac{1}{k} \sum_{k(i)} c_k$ - средний путь скольжения тел качения по диску

волнообразователя.

$F'_{\text{жск} k} = a_k (F'_{cen k} + F_{\epsilon k}^{TP}) + c_k (F'_{\epsilon k} + F_{cen k}^{TP})$ - силы, действующие со стороны

тел качения на жёсткое колесо.

$a_k = \frac{\sin(\vec{u}_k, \vec{w}_k)}{\sin(\vec{v}_k, \vec{w}_k)}$ - отношение между силами, действующими со стороны тела

качения на жёсткое колесо и на сепаратор соответственно без учёта трения.

$$b_k = \frac{\sin(\vec{v}_k, \vec{u}_k)}{\sin(\vec{v}_k, \vec{w}_k)} - \text{отношение между силами, действующими со стороны тела качения на диск волнообразователя и на сепаратор соответственно без учёта трения.}$$

качения на диск волнообразователя и на сепаратор соответственно без учёта трения.

$$c_k = \frac{\sin(\vec{u}_k, \vec{w}_k)}{\sin(\vec{v}_k, \vec{u}_k)} - \text{отношение между силами, действующими со стороны тела качения на жёсткое колесо и на диск волнообразователя соответственно без учёта трения.}$$

качения на жёсткое колесо и на диск волнообразователя соответственно без учёта трения.

Преобразовав выражение (1.21) выразим отношения сил, действующих от диска волнообразователя к силам воздействия на сепаратор для каждого тела качения:

если ВПТК работает в режиме редуктора:

Отношения сил, действующих на диск волнообразователя к силам действия на сепаратор:

$$K_{\delta/cenk}^F = \frac{F'_{\delta k}}{F'_{cenk}} = \frac{b_k + a_k \mu_1 + a_k \mu_3 (a_k + c_k \mu_1)}{1 - \mu_2 (\bar{s}^P - a_k) - a_k \mu_3 (a_k \text{sign}(\bar{s}^P - s_{cenk}^P) \mu_2 + c_k)}, \quad (1.40)$$

Отношения сил, действующих на жёсткое колесо к силам действия на сепаратор:

$$K_{\text{ЖК}/cenk}^F = \frac{F'_{\text{ЖКк}}}{F'_{cenk}} = a_k - c_k \mu_1 + K_{\delta/cenk}^F (a_k \text{sign}(\bar{s}^P - s_{cenk}^P) \mu_2 + c_k). \quad (1.41)$$

Если ВПТК работает в режиме мультипликатора:

$$K_{\delta/cenk}^F = \frac{F'_{\delta k}}{F'_{cenk}} = \frac{b_k - a_k \mu_1 - a_k \mu_3 (a_k + c_k \mu_1)}{1 + \mu_2 (\bar{s}^P - a_k) + a_k \mu_3 (a_k \text{sign}(\bar{s}^P - s_{cenk}^P) \mu_2 + c_k)}, \quad (1.42)$$

$$K_{\text{ЖК}/cenk}^F = \frac{F'_{\text{ЖКк}}}{F'_{cenk}} = a_k - c_k \mu_1 + K_{\delta/cenk}^F (a_k \text{sign}(\bar{s}^P - s_{cenk}^P) \mu_2 + c_k). \quad (1.43)$$

Нахождение соотношения между контактными сближениями

Соотношения между сближениями в местах контакта тел качения с жёстким колесом, диском волнообразователя и сепаратором можно найти из следующих выражений:

Если тело качения – шарик:

сближения шарика с жёстким колесом:

$$\Delta'_{жкк} = \xi_{\delta k} \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{9}{4} \left(\frac{F'_{жкк}}{n} \right)^2} \chi_{жкк} (\theta_1 + \theta_2)^2, \quad (1.44)$$

где $\xi_{\delta k}$ - табличные коэффициенты (см. Таблицу 1.2) [42],

n - число рядов тел качения,

$\chi_{жкк} = \frac{1}{r_k} + \frac{2}{r_{ш}}$ - суммы кривизн шарика и профиля жёсткого колеса,

$$\theta_1 = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1},$$

$$\theta_2 = \frac{1 - \nu_2^2}{E_2},$$

ν_1 и ν_2 – коэффициенты Пуассона жёсткого колеса (сепаратора, диска волнообразователя) и тела качения,

E_1 и E_2 – модули Юнга жёсткого колеса (сепаратора, диска волнообразователя) и тела качения.

Сближения шарика с диском волнообразователя:

$$\Delta'_{\epsilon k} = \xi_{\delta k} \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{9}{4} \left(\frac{F'_{\epsilon k}}{n} \right)^2} \chi_{\epsilon} (\theta_1 + \theta_2)^2, \quad (1.45)$$

где $\chi_{\epsilon} = \frac{1}{r_d} + \frac{2}{r_{ш}}$ - сумма главных кривизн шарика и диска волнообразователя.

Сближения шарика с сепаратором:

$$\Delta'_{cenk} = 0,8253 \sqrt{\left(\frac{F'_{cenk}}{n}\right)^2 \frac{(\theta_1 + \theta_2)^2}{r_{ш}}}. \quad (1.46)$$

Коэффициенты $\xi_{\delta k}$ определяются по параметру Ω из таблицы 1.2:

$$\Omega = \frac{r_{ш}}{2r_k - r_{ш}} - \text{для случая контакта шариков с жёстким колесом,}$$

$$\Omega = \frac{r_{ш}}{2r_d + r_{ш}} - \text{для случая контакта шариков с диском волнообразователя.}$$

Таблица 1.2

Ω	$\xi_{\delta k}$	Ω	$\xi_{\delta k}$
0,0192	0,9999	0,6662	0,8759
0,0395	0,9997	0,7037	0,8566
0,0609	0,9992	0,7449	0,8320
0,0835	0,9985	0,7911	0,7990
0,1075	0,9974	0,8300	0,7650
0,1330	0,9960	0,8587	0,7349
0,1894	0,9919	0,8904	0,6943
0,2545	0,9852	0,9113	0,6613
0,3314	0,9744	0,9187	0,6481
0,4245	0,9566	0,9264	0,6333
0,4914	0,9400	0,9342	0,6164
0,5161	0,9329	0,9425	0,5970
0,5423	0,9248	0,9511	0,5741
0,5702	0,9155	0,9601	0,5460
0,5999	0,9045	0,9698	0,5096
0,6317	0,8916	0,9803	0,4574

Если тело качения – ролик:

Сближения ролика с жёстким колесом:

$$\Delta'_{жкк} = 1,82 \frac{F'_{жкк} (\theta_1 + \theta_2)}{l_p n} \left(1 - \ln \frac{c}{2} \right), \quad (1.47)$$

где l_p - длина ролика.

Ширина площадки контакта, если $r_k > r_p$:

$$c = 2,257 \sqrt{\frac{F'_{жкк} (\theta_1 + \theta_2)}{l_p n} \frac{r_p r_k}{(r_k - r_p)}}. \quad (1.48)$$

Ширина площадки контакта, если $r_k \leq r_p$:

$$c = 2,257 \sqrt{\frac{F'_{жкк} (\theta_1 + \theta_2)}{l_p n} \frac{r_p r_k}{(r_k + r_p)}}. \quad (1.49)$$

Сближения ролика с диском волнообразователя:

$$\Delta'_{бк} = 0,579 \frac{F'_{бк} (\theta_1 + \theta_2)}{l_p n} \left(\frac{2}{3} + \ln \frac{64 r_p r_d}{c^2} \right). \quad (1.50)$$

Ширина площадки контакта:

$$c = 2,257 \sqrt{\frac{F'_{бк} (\theta_1 + \theta_2)}{l_p n} \frac{r_p r_d}{(r_d + r_p)}}. \quad (1.51)$$

Сближения ролика с сепаратором:

$$\Delta'_{сenk} = 0,579 \frac{F'_{сenk} (\theta_1 + \theta_2)}{l_p n} \left(0,41 + \ln \frac{2 r_p}{c} \right), \quad (1.52)$$

Ширина площадки контакта:

$$c = 2,257 \sqrt{\frac{F'_{сenk} (\theta_1 + \theta_2) r_p}{l_p n}}. \quad (1.53)$$

Определить отношения сближений тел качения с жёстким колесом, диском волнообразователя и сепаратором можно приняв все силы воздействия тел качения на сепаратор равными известной заданной константе, например:

$F'_{cenk} = 1$, тогда

$$F'_{жкк} = K_{жкк/cenk}^F, \quad (1.54)$$

$$F'_{вк} = K_{вк/cenk}^F. \quad (1.55)$$

Подставляя полученные значения сил в формулы (1.47) – (1.53) находим соответствующие значения сближений и коэффициенты их отношений:

$$K_{жкк/cenk}^{\Delta} = \frac{\Delta'_{жкк}}{\Delta'_{cenk}}, \quad (1.56)$$

$$K_{вк/cenk}^{\Delta} = \frac{\Delta'_{вк}}{\Delta'_{cenk}}, \quad (1.57)$$

$$K_{жкк/вк}^{\Delta} = \frac{\Delta'_{жкк}}{\Delta'_{вк}}. \quad (1.58)$$

Помимо контактных деформаций, при расчёте должна учитываться податливость жёсткого колеса, которое деформируется под действием сил со стороны тел качения. Поэтому введём радиальное сближение тела качения с жёстким колесом за счёт упругой деформации жёсткого колеса:

$$\Delta'_{вжкк} = \frac{F'_{жкк} \cdot c_k}{C_{жкк}}, \quad (1.59)$$

где $C_{жкк}$ - жёсткость жёсткого колеса.

Коэффициент отношения радиальных сближений за счёт деформации жёсткого колеса к радиальным сближениям за счёт контактной деформации диска волнообразователя:

$$K_{вжкк/вк}^{\Delta} = \frac{\Delta'_{вжкк}}{\Delta'_{вк}}. \quad (1.60)$$

Нахождение жёсткости жёсткого колеса $C_{жкк}$ аналитически весьма затруднительно, т.к. для различных конструкций и размеров передачи эти значения будут разными. Данная жёсткость зависит от толщины и длины жёсткого колеса, способов его закрепления, числа периодов его внутренней поверхности. В связи с этим рекомендуется находить значения $C_{жкк}$ используя метод конечных

элементов, применяемый к твердотельной модели жёсткого колеса. Причём значения сил нагрузки берутся из выражения (1.54). В результате конечно-элементного анализа находятся деформации жёсткого колеса в местах его контактов с телами качения. Жёсткость в каждом месте контакта $C_{жкк}$ определяется как отношение приложенной силы к полученной деформации.

Построение нагрузочной характеристики и характеристики передаваемого момента ВПТК, определение величины люфта и КПД

Нахождение люфта ВПТК, сил в местах контакта и КПД возможно при остановленных сепараторе и жёстком колесе. При этом осуществляется последовательный поворот входного вала с эксцентриком с малым угловым шагом на угол γ , начиная с нуля. После каждого поворота определяется величина перекрытия окружности тел качения с окружностью диска волнообразователя:

$$d_k = r_d + r_p - \sqrt{(x_{тк} - e \sin \gamma)^2 + (y_{тк} - e \cos \gamma)^2}. \quad (1.61)$$

Если $d_k < 0 \forall k$, то имеет место люфт.

Если $d_k \geq 0$ хотя бы для одного k , то люфт считается выбранным. Величина максимального люфта на входном валу соответствует последнему значению γ , при котором выполняется $d_k < 0 \forall k$. Обозначим γ_l угол максимального люфта.

Из величин перекрытий $d_k > 0$ можно найти сближения между диском волнообразователя и телами качения. Выразим величину перекрытия через сближения:

$$d_k = \Delta_{вк} + \frac{\Delta_{жкк}}{c_k} + \Delta_{вк} K_{вжк/вк}^{\Delta}, \quad (1.62)$$

где $\Delta_{вк}$ - реальное сближение тела качения с диском волнообразователя,

$\Delta_{жкк}$ - реальное сближение тела качения с жёстким колесом,

причём

$$\Delta_{жкк} = K_{жк/вк}^{\Delta} \cdot \Delta_{вк}, \quad (1.63)$$

$$\text{где } \Delta_{\epsilon k} = \frac{d_k}{1 + \frac{K_{\text{жк}/\epsilon k}^{\Delta}}{c_k} + K_{\epsilon\text{жк}/\epsilon k}^{\Delta}}. \quad (1.64)$$

Зная величины реальных сближений $\Delta_{\epsilon k}$ можно получить реальные силы воздействия диска волнообразователя на тела качения $F_{\epsilon k}$ решая уравнение (1.45) и находя $F_{\epsilon k}$ при известных $\Delta_{\epsilon k}$ в случае тел качений – шариков, или уравнение (1.50) в случае тел качений – роликов. Поскольку решить в явном виде уравнение (1.50) невозможно, предлагается использовать один из численных методов поиска корня уравнения, например метод дихотомии или метод золотого сечения.

После нахождения сил $F_{\epsilon k}$ определяются соответствующие реальные силы $F_{\text{жкк}}$ и $F_{\text{сenk}}$:

$$F_{\text{сenk}} = \frac{F_{\epsilon k}}{K_{\epsilon/\text{сenk}}^F}, \quad (1.65)$$

$$F_{\text{жкк}} = K_{\text{жк}/\text{сenk}}^F \cdot F_{\text{сenk}}. \quad (1.66)$$

Моменты на входном валу и сепараторе, который принимаем выходным звеном, можно рассчитать по силам взаимодействия тел качения с диском волнообразователя и сепаратором соответственно:

$$M_{\text{вх}} = \left(\sum_{k(i)} F_{\epsilon i} w_{xi} \cdot \cos \gamma + \sum_{k(i)} F_{\epsilon i} w_{yi} \cdot \sin \gamma \right) \cdot e, \quad (1.67)$$

$$M_{\text{вых}} = \sum_{k(i)} F_{\text{сenk}} \left(r_{\text{д}} + r_{\text{ш(р)}} + e (\cos \vartheta_k - \sin \gamma) \right). \quad (1.68)$$

КПД для каждого угла γ , а, следовательно, и для каждой пары входного и выходного моментов, можно найти из следующего выражения:

$$\eta = \frac{M_{\text{вых}}}{M_{\text{вх}} (z - 1)}. \quad (1.69)$$

Увеличение угла поворота эксцентрика γ и расчёт по формулам (1.61) – (1.69) продолжается до тех пор, пока выходной момент $M_{\text{вых}}$ не станет равным или не превысит максимальный заданный выходной момент для данной передачи.

Характеристику жёсткости передачи при нагружаемом входном валу можно получить из отношения разницы входных моментов к разнице углов γ двух соседних итераций:

$$C_{вх} = \frac{M_{вх} - M_{вх(-1)}}{\gamma - \gamma_{(-1)}}. \quad (1.70)$$

Характеристику жёсткости передачи при нагружаемом выходном валу можно получить из известного равенства [41]:

$$C_{вых} = C_{вх} q^2 = C_{вх} (z_{ж} - 1)^2, \quad (1.71)$$

где q – передаточное число ВПТК.

Нахождение распределения контактных сил и напряжений по рядам ВПТК

Сепаратор ВПТК представляет собой перфорированную деталь с конечной жёсткостью, в связи с чем, момент нагрузки распределяется по рядам тел качения неравномерно. Рассмотрим случай, когда сепаратор является выходным звеном. Если сделать допущение, что вал волнообразователя абсолютно жёсткий, т.к. на него действует момент в q раз меньший, чем $M_{вых}$, то найти долю момента, приходящуюся на каждый ряд можно, если представить ВПТК в виде составной пружины, подчиняющейся закону Гука (см. рисунок 1.18).

Каждый ряд тел качения представим в виде двух пружин, одной из которых соответствует упругость деформации в местах контакта с жёсткостью

$$C_p = \frac{C_{вых}}{n}, \quad (1.72)$$

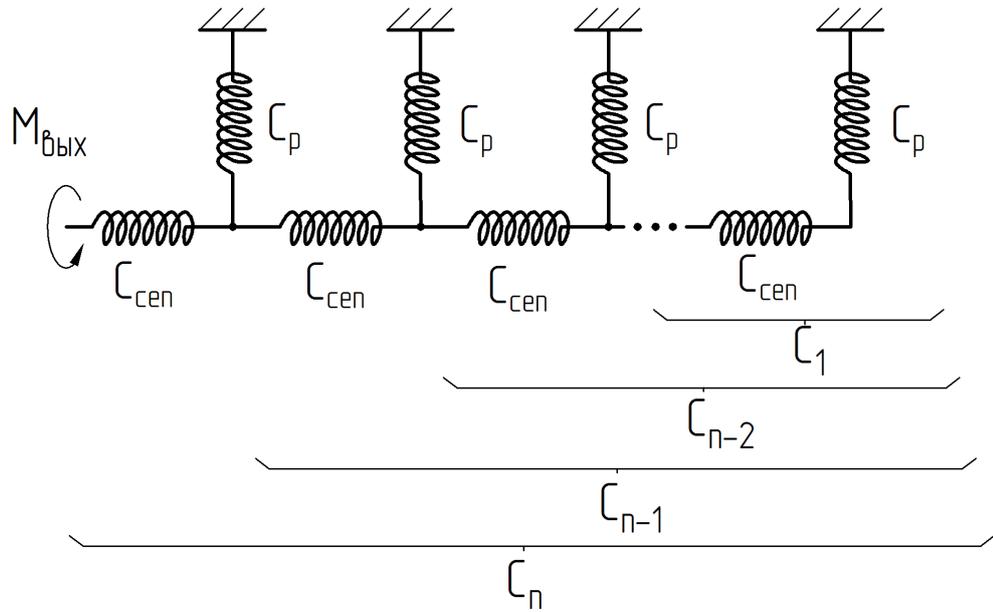


Рисунок 1.18. Схема для расчёта жёсткости ВПТК с подвижным сепаратором.

а другой – упругость кручения части сепаратора, состоящей из цельного кольца и участка с гнёздами под тела качения с жёсткостью

$$C_{вхкр} = \frac{C_{вхкол} C_{вхгн}}{C_{вхкол} + C_{вхгн}}, \quad (1.73)$$

$$\text{где } C_{вхкол} = \frac{GJ_{кол}}{l_{кол}}, \quad (1.74)$$

$$C_{вхгн} = \frac{GJ_{гн}}{l_p}, \quad (1.75)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} - \text{модуль сдвига,}$$

$$J_{кол} = \frac{\pi}{2} (r_d + r_{ш(p)} + 1,1e)^4 \left(1 - \frac{r_d + r_{ш(p)} - 1,1e}{r_d + r_{ш(p)} + 1,1e} \right) - \text{полярный момент}$$

инерции сечения цельного кольца сепаратора,

$$J_{гн} = J_{кол} \frac{r_p (z_{ж} - 1)}{\pi (r_d + r_p)} - \text{полярный момент инерции сечения участка}$$

сепаратора с гнёздами, если тела качения - ролики,

$l_{кол}$ - длина цельного участка сепаратора между рядами тел качения.

В случае закреплённого с одного торца сепаратора, жёсткость для последовательно расположенных рядов m в диапазоне от 1 до n будет определяться как:

$$C_m = \frac{C_{cen(m)} \left(C_{p(m)} + C_{(m-1)} \right)}{C_{cen(m)} + \left(C_{p(m)} + C_{(m-1)} \right)}, \quad (1.76)$$

причём

$$C_1 = \frac{C_p C_{cen}}{C_p + C_{cen}}.$$

Угол, на который повернётся нагруженный край сепаратора:

$$\beta_n = \frac{M_{вых}}{C_n}.$$

Момент на первом по счёту от нагруженного края ряду:

$$M_n = \left(\beta_n - \frac{M_{вых}}{C_{cen}} \right) C_p.$$

Угол, на который повернётся второй от края ряд сепаратора:

$$\beta_{n-1} = \frac{M_{вых} - M_n}{C_{n-1}}.$$

Момент на втором по счёту от нагруженного края ряду:

$$M_{n-1} = \left(\beta_{n-1} - \frac{M_{вых} - M_n}{C_{cen}} \right) C_p.$$

Угол, на который повернётся третий от края ряд сепаратора:

$$\beta_{n-2} = \frac{M_{вых} - M_n - M_{n-1}}{C_{n-2}}.$$

Момент на третьем по счёту от нагруженного края ряду:

$$M_{n-1} = \left(\beta_{n-1} - \frac{M_{вых} - M_n - M_{n-1}}{C_{cen}} \right) C_p.$$

И так далее.

Для общего случая можно записать:

$$\beta_m = \frac{M_{\text{вых}} - \sum_{i=m}^n M_i}{C_m}, \quad (1.77)$$

$$M_m = \left(\beta_m - \frac{M_{\text{вых}} - \sum_{i=m}^n M_i}{C_{\text{сеп}}} \right) C_p. \quad (1.78)$$

В ближайшем к нагрузке ряду силы контакта будут наибольшими. Найти их можно по следующим формулам:

$$F_{пжкк} = F_{жкк} \frac{M_n}{M_{\text{вых}}}, \quad (1.79)$$

$$F_{пвк} = F_{вк} \frac{M_n}{M_{\text{вых}}}, \quad (1.80)$$

$$F_{псепк} = F_{сепк} \frac{M_n}{M_{\text{вых}}}. \quad (1.81)$$

Если выходным звеном является жёсткое колесо, а сепаратор закреплён с обоих торцов, то расчётная схема примет вид, как показано на рисунке 1.19.

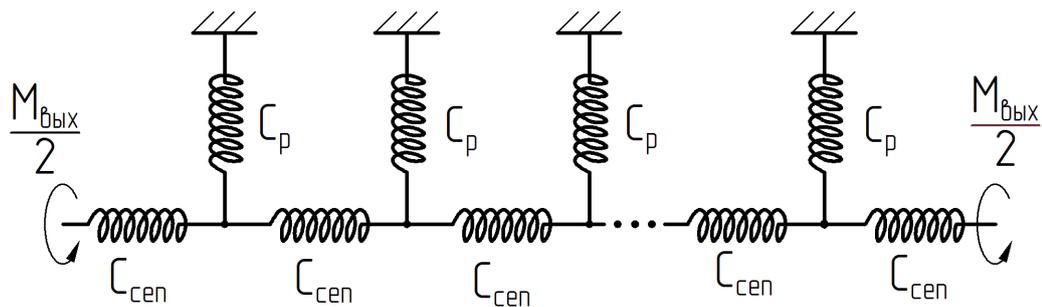


Рисунок. 1.19. Схема для расчёта жёсткости ВПТК с подвижным жёстким колесом.

В этом случае следует условно разделить схему на две равные части (так как предполагается, что число рядов чётное), и выполнить расчёт для одной из этих частей с помощью формул (1.72) – (1.81).

Определение контактных напряжений

Максимальные напряжения в местах контакта тел качения с жёстким колесом определим по формулам Герца [42].

Для тел качения – роликов, и профиля в месте контакта - вогнутого:

$$\sigma_{nЖК} = 0,798 \sqrt{\frac{F_{nЖк}}{l_p} \cdot \frac{r_k - r_p}{2r_k r_p} \cdot \frac{1}{\theta_1 + \theta_2}}. \quad (1.82)$$

Для тел качения – роликов, и профиля в месте контакта - выпуклого:

$$\sigma_{nЖК} = 0,798 \sqrt{\frac{F_{nЖк}}{l_p} \cdot \frac{r_k + r_p}{2r_k r_p} \cdot \frac{1}{\theta_1 + \theta_2}}. \quad (1.83)$$

Для тел качения – шариков, и профиля в месте контакта - вогнутого:

$$\sigma_{nЖК} = 0,9183 \sqrt[3]{F_{nЖк} \cdot \left(\frac{r_k - r_{ш}}{2r_k r_{ш}}\right)^2 \cdot \frac{1}{(\theta_1 + \theta_2)^2}}. \quad (1.84)$$

Для тел качения – шариков, и профиля в месте контакта - выпуклого:

$$\sigma_{nЖК} = 0,3643 \sqrt[3]{F_{nЖк} \cdot \left(\frac{2r_k + r_{ш}}{r_k r_{ш}}\right)^2 \cdot \frac{1}{(\theta_1 + \theta_2)^2}}. \quad (1.85)$$

Максимальные напряжения в местах контакта тел качения с сепаратором:

для тел качения – роликов:

$$\sigma_{nсenk} = 0,798 \sqrt{\frac{F_{nсenk}}{l_p} \cdot \frac{1}{2r_p(\theta_1 + \theta_2)}}. \quad (1.86)$$

для тел качения – шариков:

$$\sigma_{nсenk} = 0,7393 \sqrt[3]{F_{nсenk} \cdot \frac{1}{r_{ш}^2(\theta_1 + \theta_2)^2}}. \quad (1.87)$$

Максимальные напряжения в местах контакта тел качения с диском волнообразователя:

для тел качения – роликов:

$$\sigma_{nвк} = 0,798 \sqrt{\frac{F_{nвк}}{l_p} \cdot \frac{r_e + r_p}{2r_e r_p} \cdot \frac{1}{\theta_1 + \theta_2}}. \quad (1.88)$$

для тел качения – шариков:

$$\sigma_{нвк} = 0,364 \sqrt[3]{F_{нвк} \cdot \left(\frac{2r_e + r_{ш}}{r_e r_{ш}} \right)^2 \cdot \frac{1}{(\theta_1 + \theta_2)^2}}. \quad (1.89)$$

Условие контактной прочности для ВПТК можно записать как:

$$\max(\sigma_{нжкк}, \sigma_{нвк}, \sigma_{нценк}) \leq [\sigma]. \quad (1.90)$$

Допускаемые контактные напряжения $[\sigma]$ при статическом нагружении для различных марок стали указаны в таблице 1.3 [42].

Таблица 1.3

Марка стали	Предел прочности, МПа	Твёрдость НВ	$[\sigma]_к$, МПа
30	480-600	180	850-1050
40	570-700	200	1000-1350
50	630-800	230	1050-1400
50Г	650-850	240	1100-1450
15Х	620-750	240	1050-1300
20Х	700-850	240	1200-1450
15ХФ	736	187	1350-1600
ШХ15	715	179-207	3800

В итоге разработан алгоритм, позволяющий рассчитать контактные силы и напряжения в ВПТК, построить характеристику передаваемого момента и нагрузочную характеристику, определить люфт и КПД передачи.

1.3. Анализ распределения контактных сил и напряжений в жёстком колесе, диске волнообразователя и сепараторе

Проведём исследование распределения сил и напряжений в зонах контакта тел качения с жёстким колесом, диском волнообразователя и сепаратором, используя описанный в главе 1.2 алгоритм. Для примера рассчитаем силы и напряжения в ролико-волновой передаче с исходными параметрами, указанными в таблице 1.4.

Таблица 1.4

Параметр	Обозначение	Ед. изм.	Значение
Радиус ролика	r_p	мм	2,5
Радиус диска волн-ля	r_d	мм	33,5
Число периодов ЖК	$z_{жк}$	-	21
Эксцентриситет	e	мм	1
Число рядов роликов	n	-	4
Длина роликов	l_p	мм	20
Выходной момент	$M_{вых}$	Нм	2000
Коэффициенты трения	μ_1	-	0,16
	μ_2	-	0,16
	μ_3	-	0,001

Получим следующие значения сил и напряжений в зонах контакта нагруженных роликов (1...9) с жёстким колесом, диском волнообразователя и сепаратором (см. рисунки 1.20, 1.21). Из графиков видно, что наибольшие силы и напряжения возникают в местах контакта роликов с жёстким колесом. При этом напряжения распределены достаточно равномерно за счёт разных радиусов кривизны профиля жёсткого колеса в местах контакта.

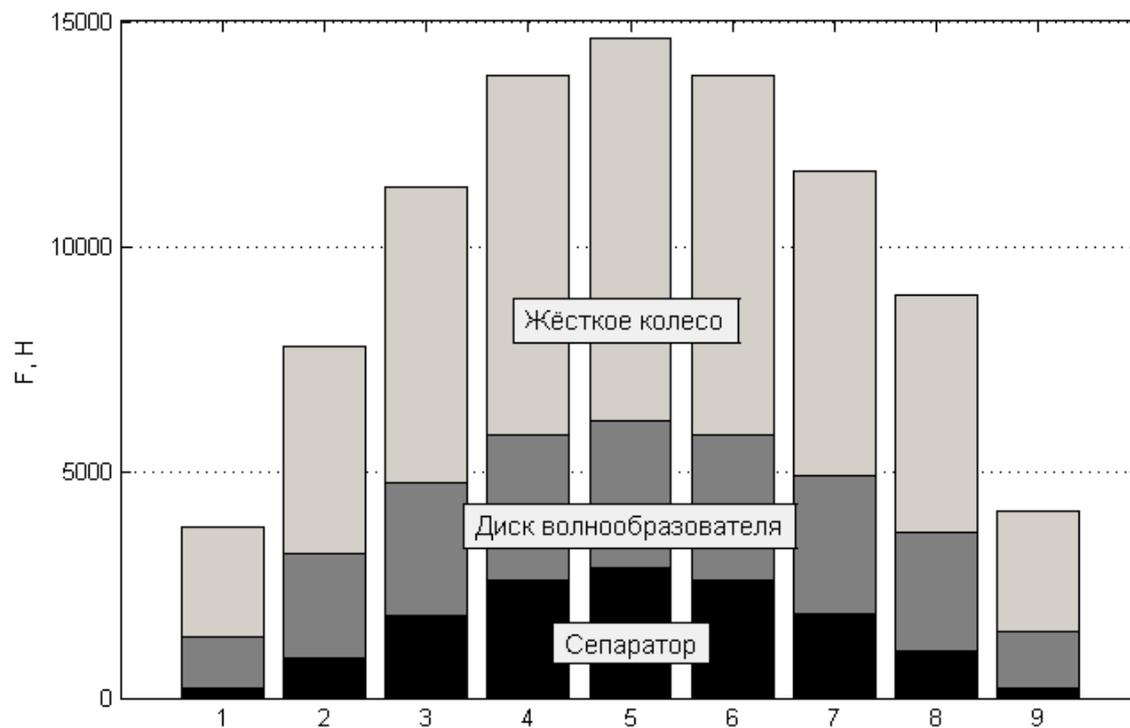


Рисунок 1.20. Распределение сил в зоне контакта роликов с жёстким колесом.

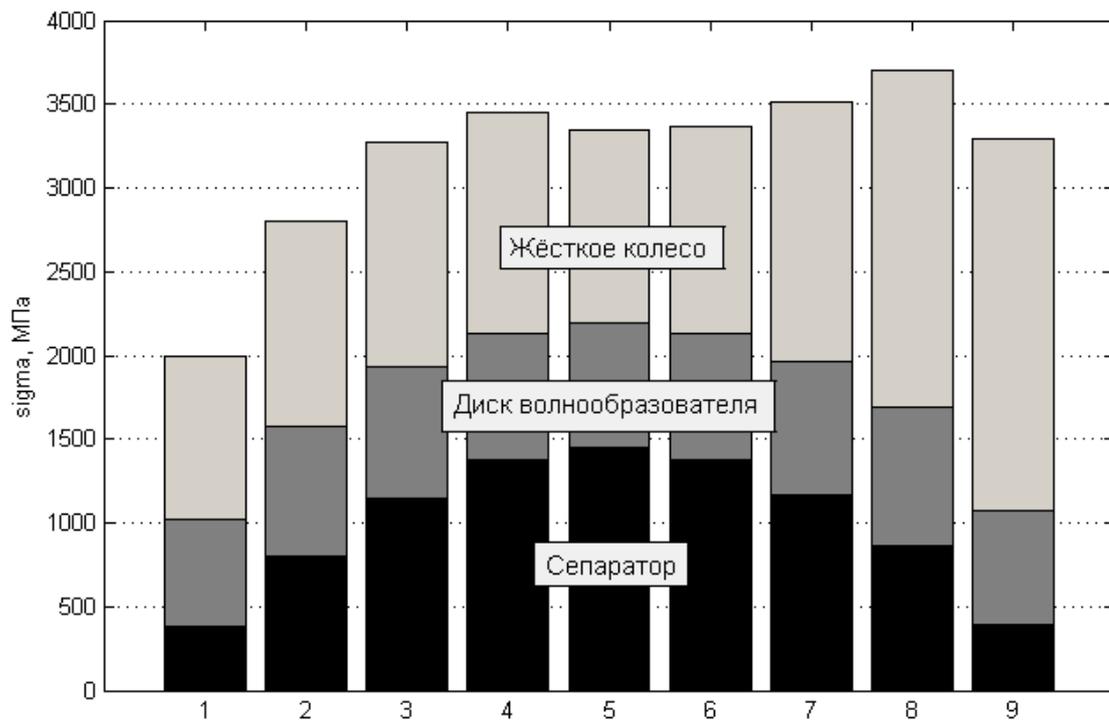


Рисунок. 1.21 Распределение напряжений в зонах контакта роликов.

Проведём расчёт для случая, когда телами качения являются шарики, используя параметры, эквивалентные случаю для роликов (см. таблицу 1.5).

Таблица 1.5

Параметр	Обозначение	Ед. изм.	Значение
Радиус шарика	$r_{ш}$	мм	2,5
Радиус диска волн-ля	r_{∂}	мм	33,5
Число периодов ЖК	$z_{жк}$	-	21
Эксцентриситет	e	мм	1
Число рядов шариков	n	-	16
Выходной момент	$M_{вых}$	Нм	2000
Коэффициенты трения	μ_1	-	0,16
	μ_2	-	0,16
	μ_3	-	0,001

Так как общие силы контакта равны силам в случае с роликами, будем сравнивать максимальные контактные напряжения (см. рисунок 1.22).

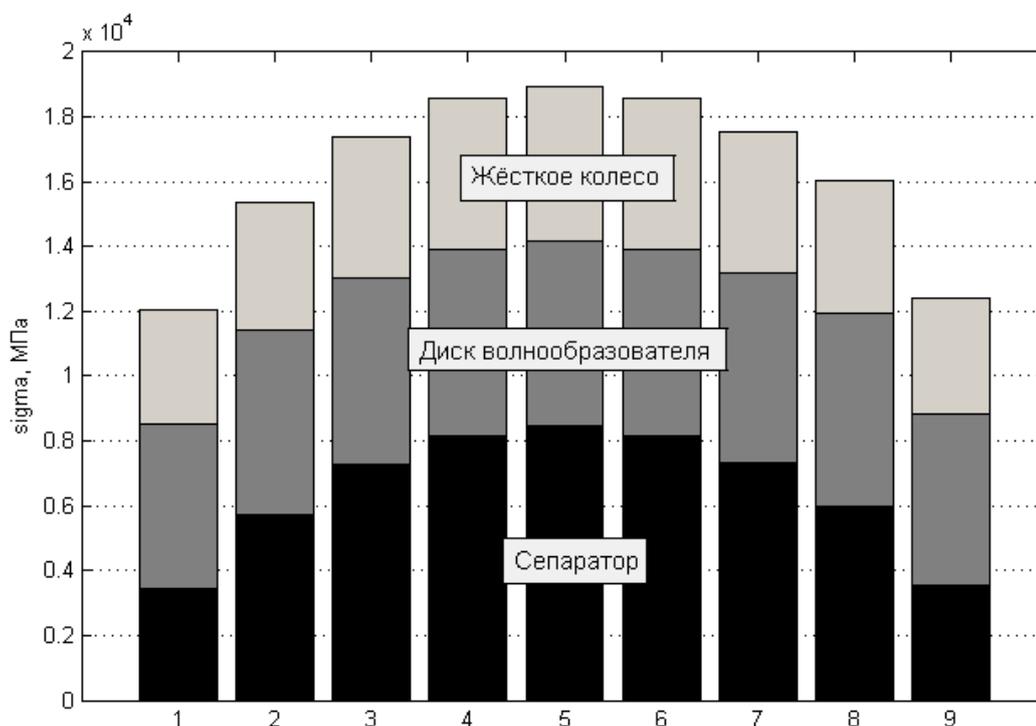


Рисунок. 1.22. Распределение напряжений в зонах контакта шариков.

Как видно из графиков, напряжения в случае использования в качестве тел качения шариков на один порядок больше, чем в случае использования роликов. Поэтому применение шариков в ВПТК нецелесообразно.

Рассмотрим влияние отклонений размеров гнёзд сепаратора и диаметра диска волнообразователя на распределение контактных напряжений в жёстком колесе и величину люфта. Параметры передачи взяты те же, что и в предыдущем случае (см. таблицу 1.4). На рисунке 1.23 показаны контактные напряжения в жёстком колесе при зазоре в гнёздах сепаратора равных 0 мм, 0,1 мм и 0,2 мм. На рисунке 1.24 показаны контактные напряжения в жёстком колесе при отклонении диаметра диска волнообразователя от номинального на 0 мм, -0,1 мм и -0,2 мм.

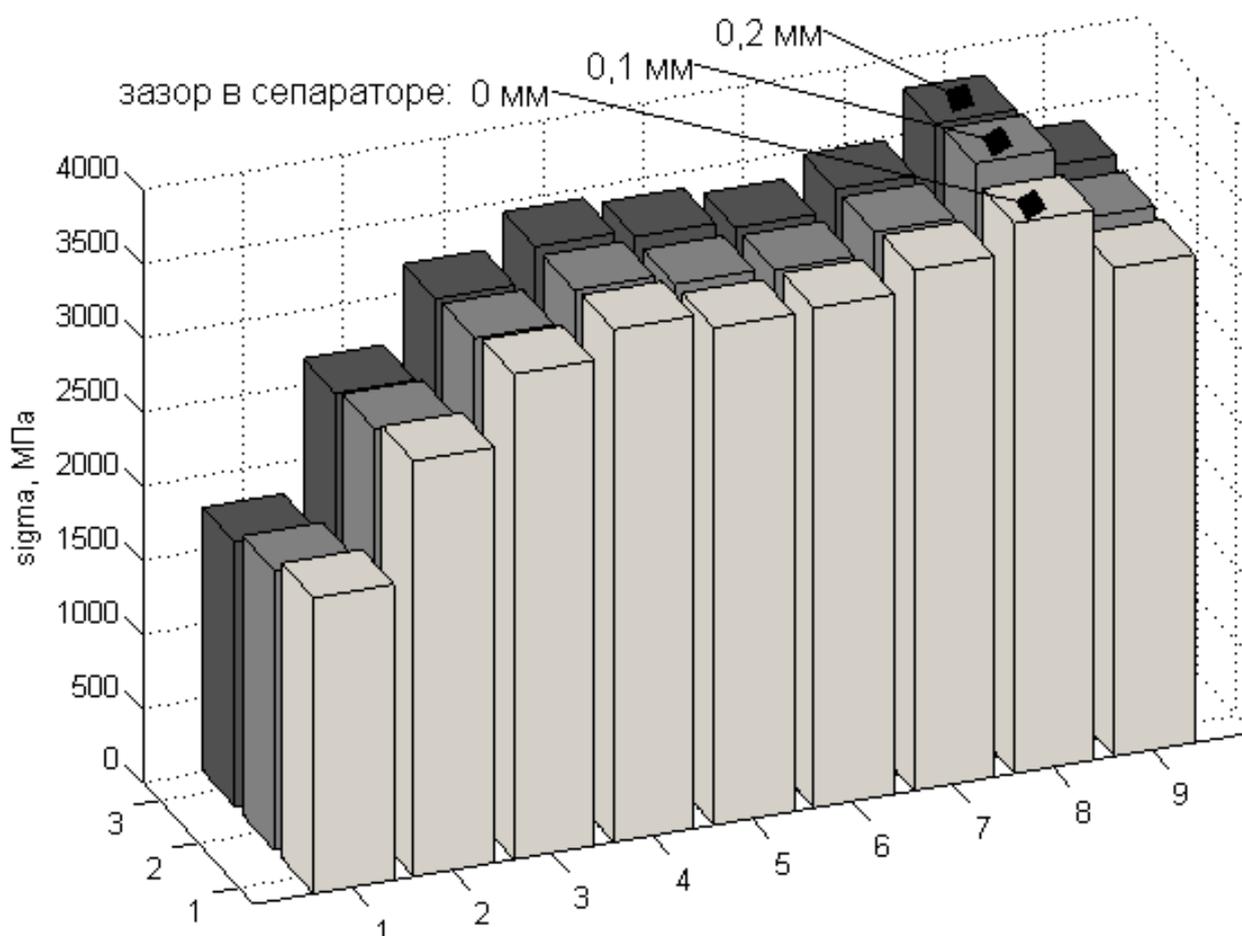


Рисунок 1.23. Распределение контактных напряжений в жёстком колесе в зависимости от зазора в гнёздах сепаратора.

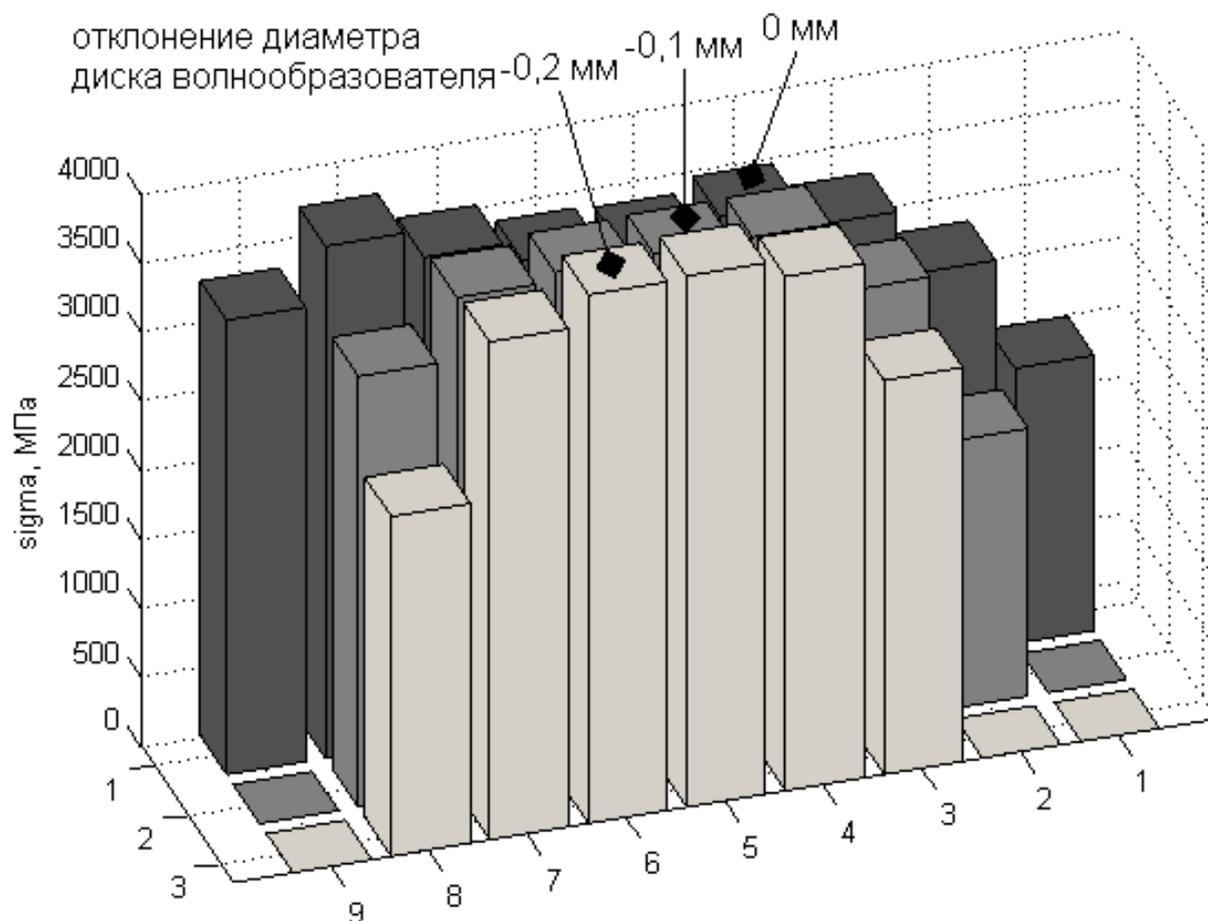


Рисунок 1.24. Распределение контактных напряжений в жёстком колесе в зависимости от отклонения диаметра диска волнообразователя.

Очевидно, что при увеличении зазоров в гнёздах сепаратора распределение напряжений меняется незначительно, а при уменьшении диаметра диска волнообразователя контактные напряжения в жёстком колесе изменяются значительно, при этом крайние ролики вовсе теряют контакт с профилем. Максимальное контактное напряжение в обоих случаях увеличивается слабо.

На рисунке 1.25 показан график зависимости люфта входного вала ВПТК от зазоров в гнёздах сепаратора и зазорами между роликами и диском волнообразователя. Зависимость в обоих случаях близка к линейной, при этом зазор в сепараторе имеет большее влияние на люфт.

Результаты исследования прочностных характеристик ВПТК и распределения контактных сил и напряжений были представлены в работах [43], [44] и [45].

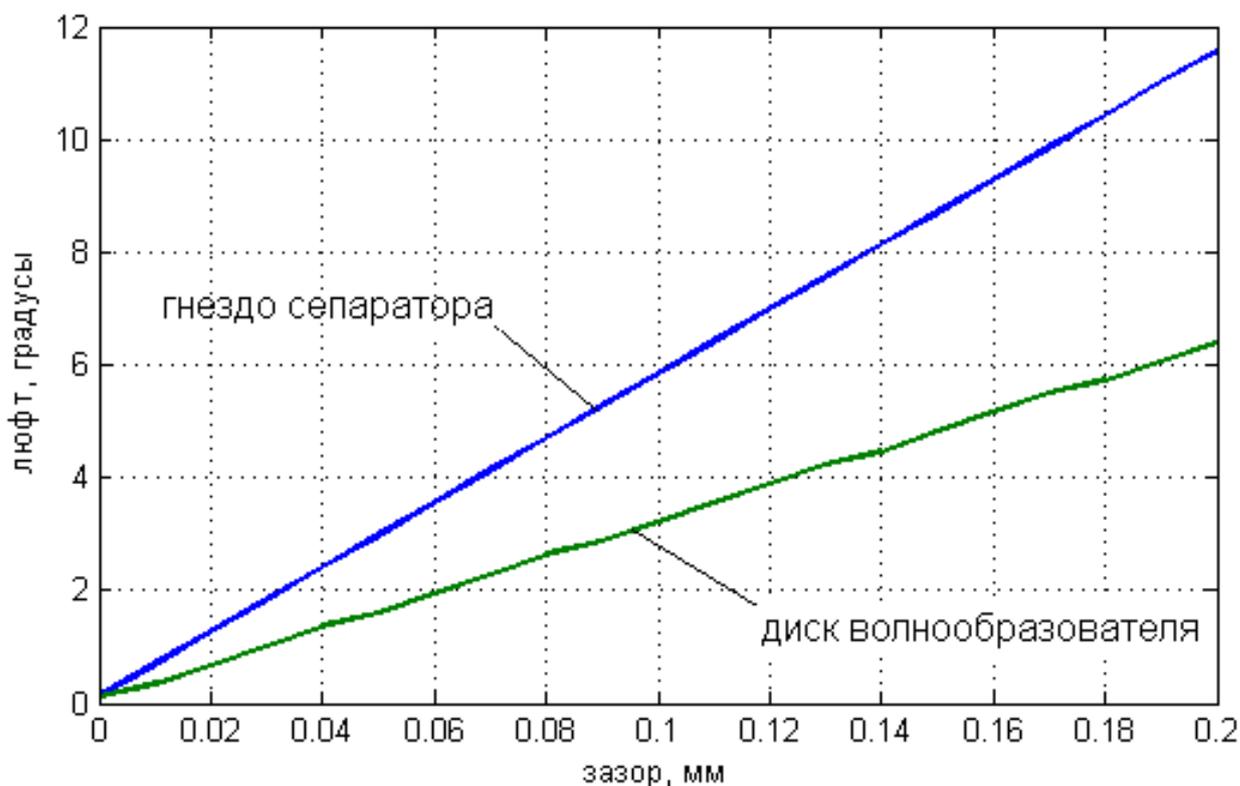


Рисунок 1.25. Зависимость люфта входного вала ВПТК от зазоров в гнездах сепаратора и между диском волнообразователя и роликами.

1.4. Анализ влияния диаметра передачи, передаточного числа и момента нагрузки на её длину, прочность и жёсткость

Анализ влияния конструктивных параметров ВПТК на её прочность подразумевает нахождение функции максимального напряжения на срез в сепараторе и потребной рабочей длины, т.е. произведения потребной длины ролика на количество рядов в передаче, от наружного диаметра, числа периодов жёсткого колеса и момента нагрузки при выполнении условия контактной прочности.

Анализ влияния конструктивных параметров на крутильную жёсткость ВПТК подразумевает нахождение функции угла закручивания входного вала при возникновении на остановленном выходном валу максимального заданного момента от наружного диаметра, числа периодов жёсткого колеса и момента нагрузки.

Исследование влияния основных конструктивных параметров на общую потребную длину роликов ВПТК и её крутильную жёсткость необходимо для

оценки их влияния на объём проектируемой передачи и её нагрузочную характеристику. Также это необходимо при проектировании редуктора на основе ВПТК для нахождения оптимального конструктивного решения.

Для проведения анализа была разработана методика, включающая в себя часть алгоритма силового расчёта ВПТК на прочность и жёсткость, описанного в главе 1.2.

- 1) Нахождение углов положения тел качения относительно оси симметрии ВПТК производится по формулам (1.16), (1.17).
- 2) Определяются основные геометрические параметры передачи по следующим формулам [25]:

$$r_p = \frac{D}{\frac{4,12}{\sin\left(\frac{\pi}{z_{жс} - 1}\right)} + 3,6}, \quad (1.91)$$

$$r_d = \frac{2,06r_p}{\sin\left(\frac{\pi}{z_{жс}}\right)} + 2,4r_p, \quad (1.92)$$

$$e = 0,4r_p. \quad (1.93)$$

- 3) По формулам (1.24) – (1.37) определяются необходимые для дальнейшего расчёта геометрические параметры.
- 4) По формулам (1.38) – (1.43) находятся коэффициенты отношений сил контактов роликов.
- 5) По формулам (1.47) – (1.60) находятся коэффициенты отношений сближений контактов роликов. Значение длины l_p берётся произвольным.
- 6) Определяется максимальное контактное давление P по линии, при котором выполняется условие прочности с заданным контактным напряжением:

Для профиля в месте контакта - вогнутого:

$$P_k = 6,289 \frac{[\sigma]^2 (\theta_1 + \theta_2) r_k r_p}{r_k - r_p}. \quad (1.94)$$

Для профиля в месте контакта - выпуклого:

$$P_k = 6,289 \frac{[\sigma]^2 (\theta_1 + \theta_2) r_k r_p}{r_k + r_p}. \quad (1.95)$$

$$P = \max(P_k). \quad (1.96)$$

- 7) Выполняется алгоритм по формулам (1.59) – (1.64), при этом значения сил $F_{\text{вк}}$, $F_{\text{жкк}}$ и $F_{\text{сenk}}$ заменяются на значения $P_{\text{вк}}$, $P_{\text{жкк}}$ и $P_{\text{сenk}}$ соответственно. Уравнение для нахождения величины $P_{\text{вк}}$ по значению $\Delta_{\text{вк}}$ следует заменить следующим:

$$\Delta_{\text{вк}} = 0,579 P_{\text{вк}} (\theta_1 + \theta_2) \left(\frac{2}{3} + \ln \frac{64 r_p r_d}{c^2} \right). \quad (1.97)$$

Алгоритм повторяется до тех пор, пока не станет справедливым равенство:

$$\max(P_{\text{вк}}, P_{\text{жкк}}, P_{\text{сenk}}) = P. \quad (1.98)$$

При этом соответствующий угол поворота входного вала γ будет искомым углом закручивания, а соответствующие давления $P_{\text{сenk}}$ будут необходимы для расчёта в п. 8.

- 8) Определяется необходимая рабочая длина по формуле:

$$L = \frac{M_{\text{вых}}}{\sum_{i=1}^z P_{\text{сeni}} \sqrt{x_{\text{Ti}}^2 + y_{\text{Ti}}^2}}. \quad (1.99)$$

- 9) Определяется максимальное напряжение на срез в сепараторе как отношение максимальной силы, возникающей в перемычке, к площади перемычки:

$$\tau_c = \frac{L \cdot \max(P_{\text{сenk}})}{\frac{\pi \left((r_d + r_p + 1,1e)^2 - (r_d + r_p - 1,1e)^2 \right)}{z_{\text{жс}} - 1} - 4,4e \cdot r_p}. \quad (1.100)$$

Используя указанную методику, были построены зависимости потребной рабочей длины, угла закручивания и максимального напряжения на срез в сепараторе от наружного диаметра, передаточного числа, выходного момента и допускаемого контактного напряжения.

При зафиксированных передаточном числе, входном моменте, допустимом контактном напряжении и увеличивающемся наружном диаметре передачи потребная рабочая длина уменьшается по кривой асимптотически (см. рисунок 1.26). Это происходит вследствие уменьшения контактных напряжений при увеличении диаметра передачи и, как следствие, уменьшения контактных усилий за счёт увеличения радиуса сепаратора при одинаковом моменте. Уменьшение напряжений позволяет уменьшать потребную рабочую длину до тех пор, пока максимальное контактное напряжение не станет равным допустимому.

Угол закручивания несущественно уменьшается линейно (см. рисунок 1.27), что говорит о несущественном изменении жёсткости передачи в зависимости от соотношения между её диаметром и длиной.

Максимальное напряжение среза перемычки сепаратора уменьшается по кривой асимптотически (см. рисунок 1.28), что также связано с увеличением радиуса сепаратора при одинаковом моменте, приводящим к уменьшению тангенциальной силы на сепараторе.

При зафиксированных наружном диаметре, выходном моменте, допустимом контактном напряжении и увеличивающемся передаточном числе передачи потребная рабочая длина увеличивается по ломаной линии скачками (см. рисунок 1.29). Это связано в первую очередь с тем, что при неизменном наружном диаметре и растущем передаточном числе количество роликов в каждом ряду также должно увеличиваться, что приводит к необходимости уменьшать их диаметр. Уменьшение диаметра ролика приводит к увеличению контактных напряжений и необходимости увеличения потребной рабочей длины. Поскольку диаметр роликов при расчёте округлялся до целых значений, график представляет собой ломаную линию. При увеличении количества роликов в ряду и неизменном диаметре роликов потребная рабочая длина уменьшается за счёт увеличения мест контакта.

А когда при увеличении передаточного числа диаметр роликов дискретно уменьшается, происходит резкое увеличение потребной рабочей длины.

Угол закручивания уменьшается по кривой асимптотически (см. рисунок 1.30), что связано с увеличением мест контакта при увеличении передаточного числа и, соответственно, количества роликов в ряду, ведущему к увеличению контактной жёсткости.

Максимальное напряжение среза перемычки сепаратора увеличивается по ломаной линии скачками (см. рисунок 1.31), так как с увеличением передаточного числа уменьшается толщина сепаратора и сечение его перемычек.

При зафиксированных наружном диаметре, передаточном числе, допустимом контактном напряжении и увеличивающемся расчётном выходном моменте потребная рабочая длина увеличивается линейно (см. рисунок 1.32), угол закручивания не изменяется (см. рисунок 1.33), максимальное напряжение среза перемычки сепаратора увеличивается линейно (см. рисунок 1.34). Жёсткость ВПТК в данном случае остаётся неизменной за счёт увеличения потребной рабочей длины вместе с увеличением расчётного момента.

При зафиксированных наружном диаметре, передаточном числе, расчётном выходном моменте и увеличивающемся допустимом контактном напряжении потребная рабочая длина уменьшается по кривой асимптотически (см. рисунок 1.35), угол закручивания увеличивается по вогнутой кривой (см. рисунок 1.36), максимальное напряжение среза перемычки сепаратора практически не изменяется (см. рисунок 1.37). Жёсткость ВПТК при увеличении допустимого максимального напряжения уменьшается вследствие уменьшения потребной рабочей длины, что приводит к увеличению упругих контактных деформаций при том же моменте нагрузки. В то же время уменьшение потребной рабочей длины связано с растущей прочностью материала, из которого сделаны детали передачи. В то же время на напряжениях в сепараторе это не сказывается, но в то же время повышается его запас прочности на срез.

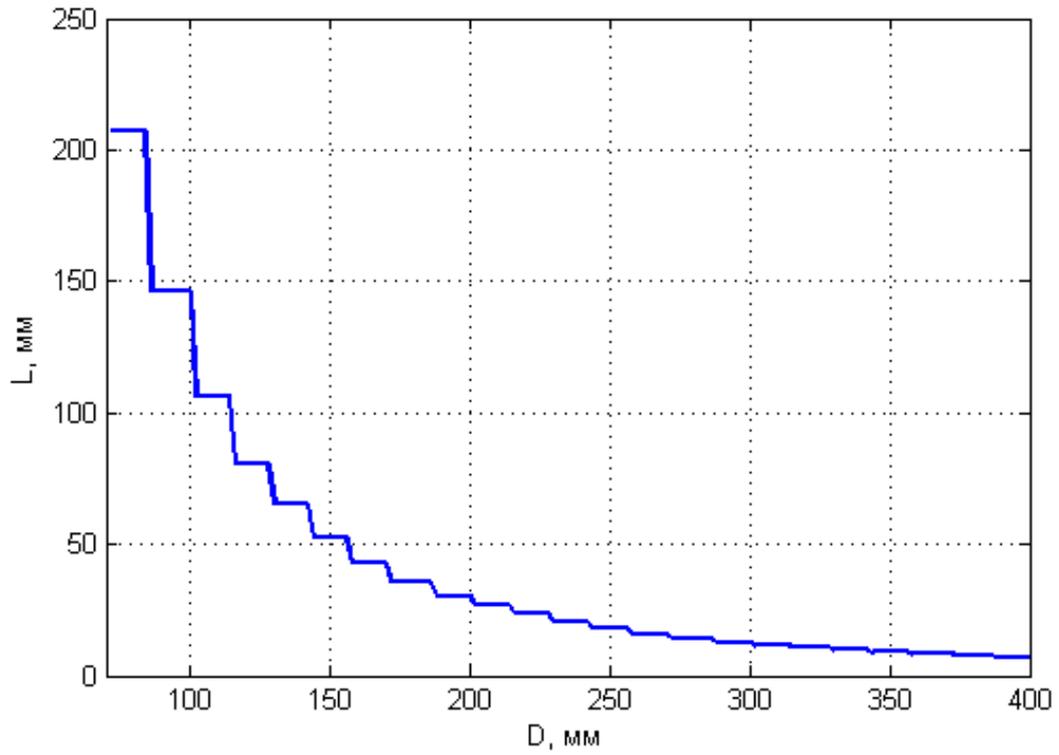


Рисунок 1.26. Зависимость потребной рабочей длины от наружного диаметра.

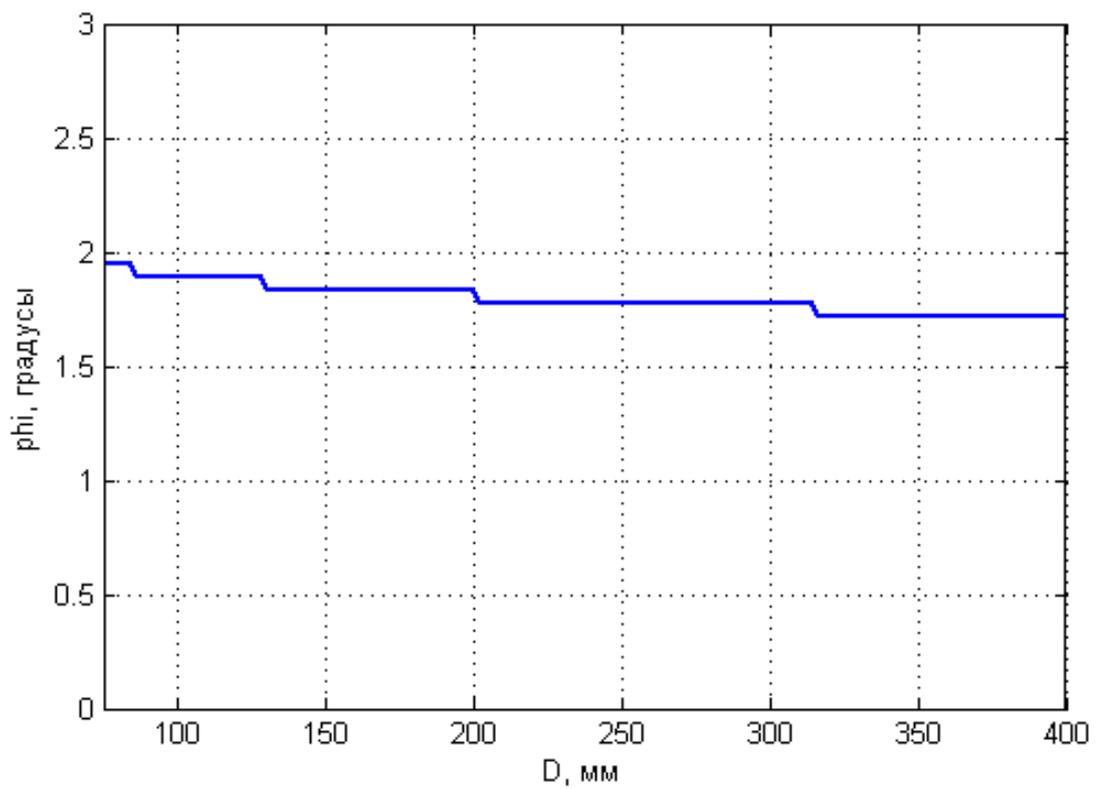


Рисунок 1.27. Зависимость угла закручивания от наружного диаметра.

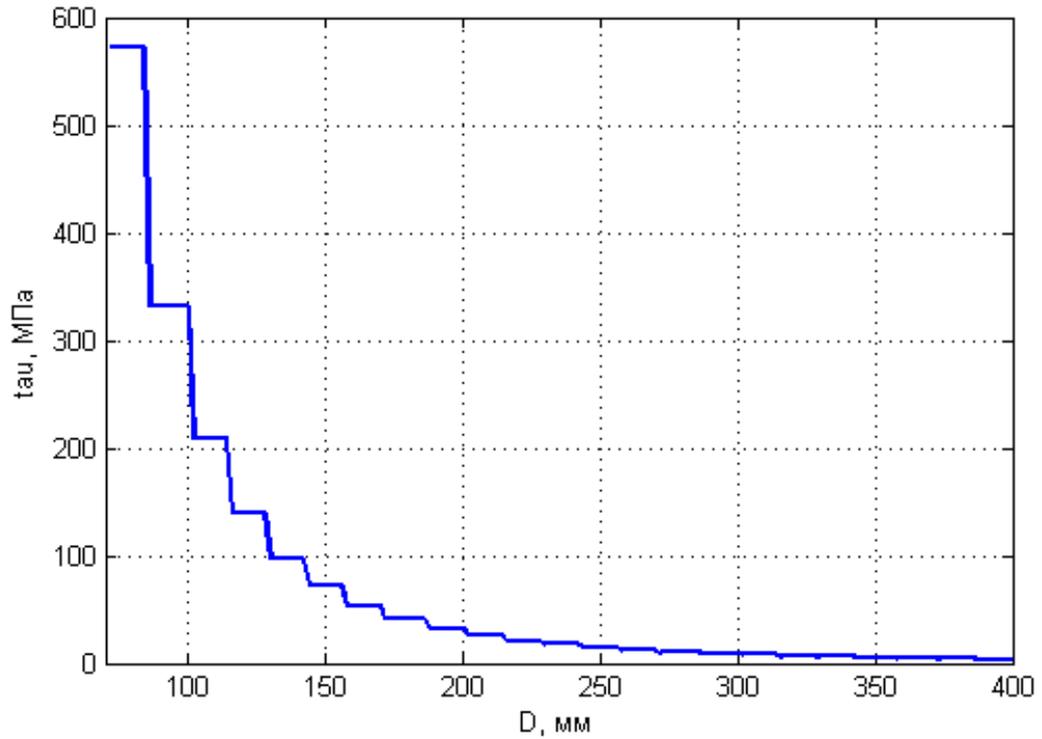


Рисунок 1.28. Зависимость напряжения среза перемычки сепаратора от наружного диаметра.

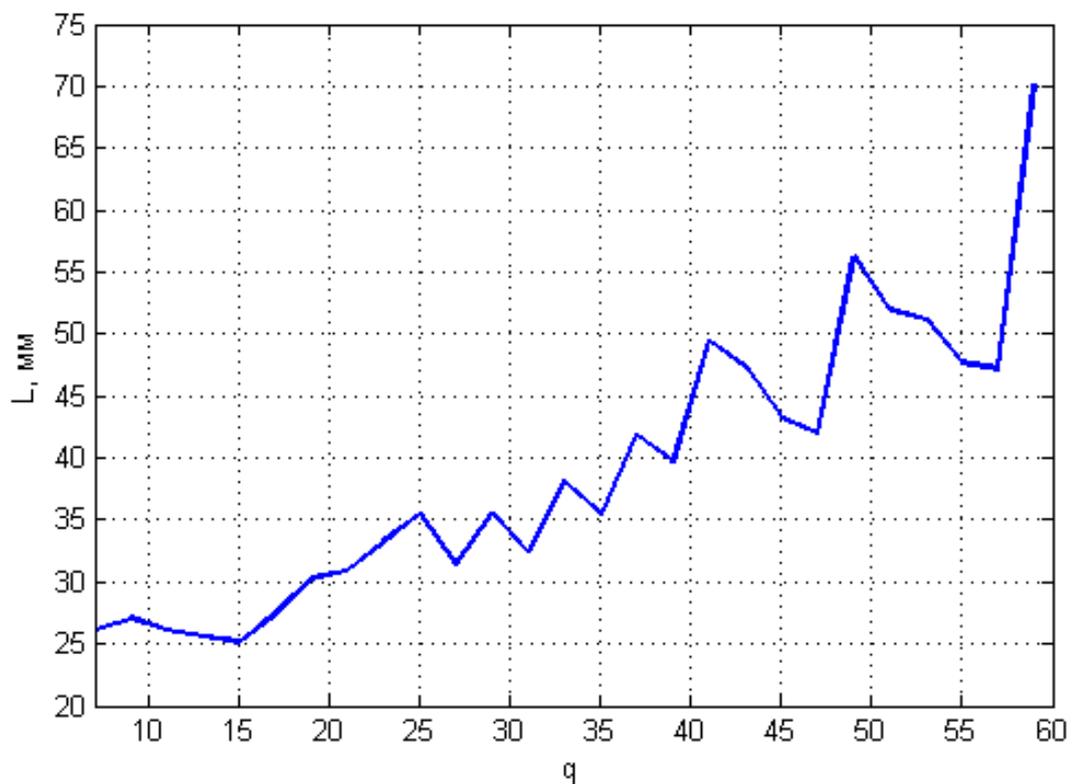


Рисунок 1.29. Зависимость потребной рабочей длины от передаточного числа.

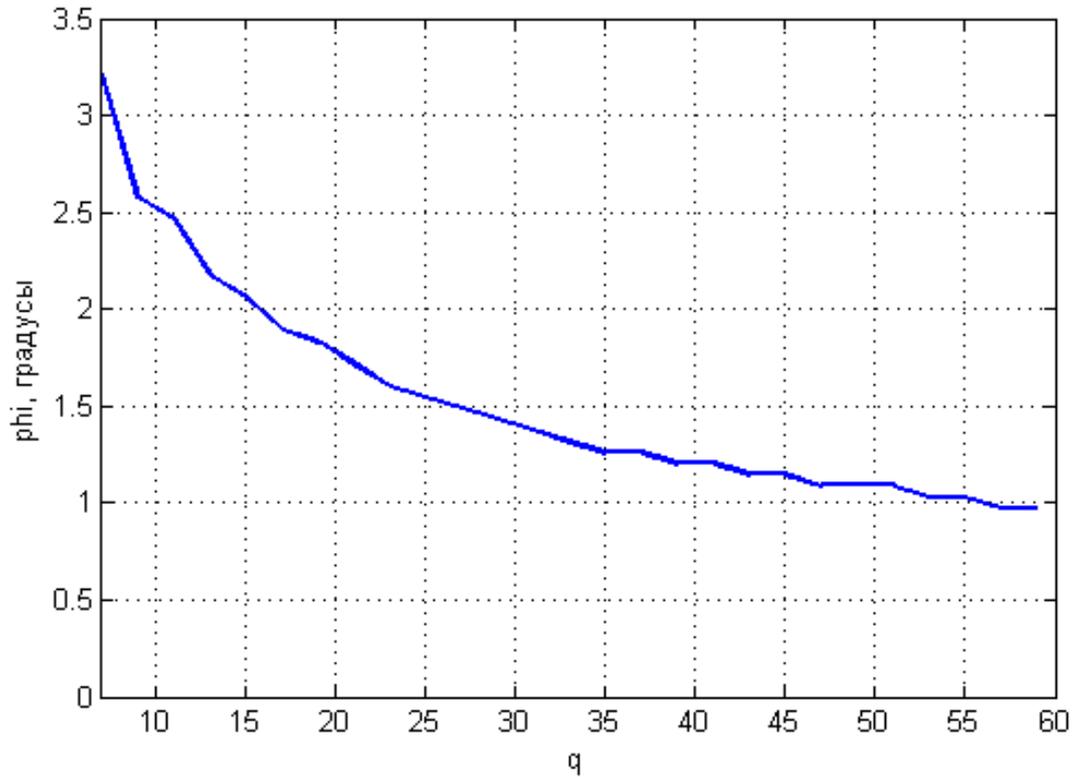


Рисунок 1.30. Зависимость угла закручивания от передаточного числа.

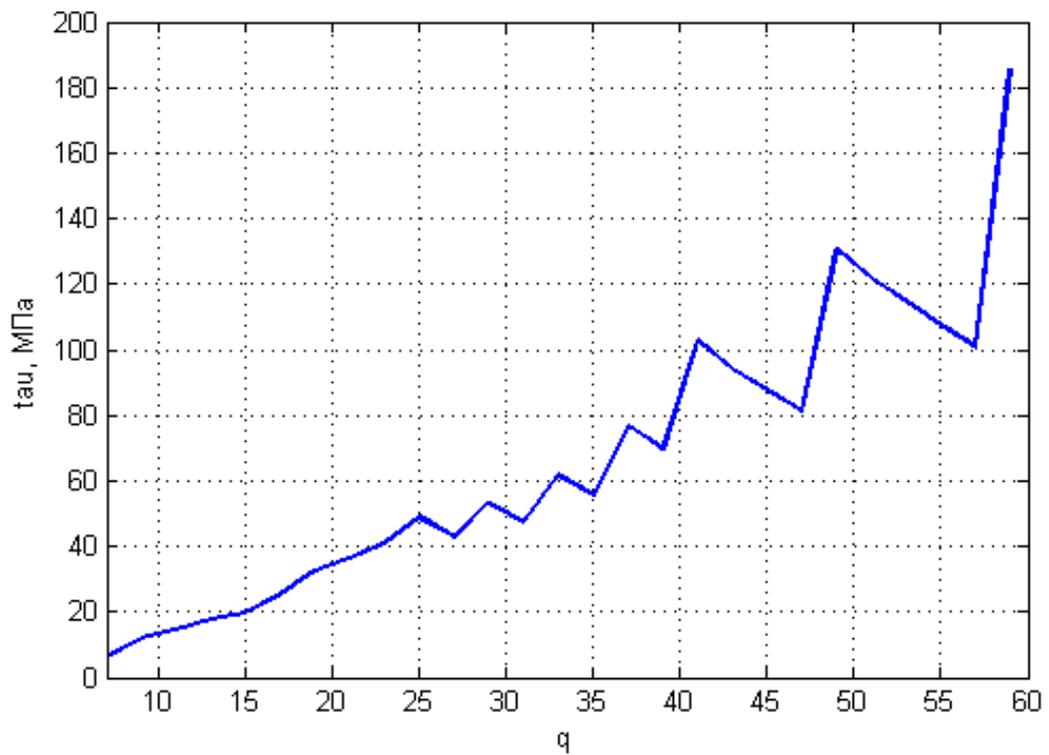


Рисунок 1.31. Зависимость напряжения среза перемычки сепаратора от передаточного числа.

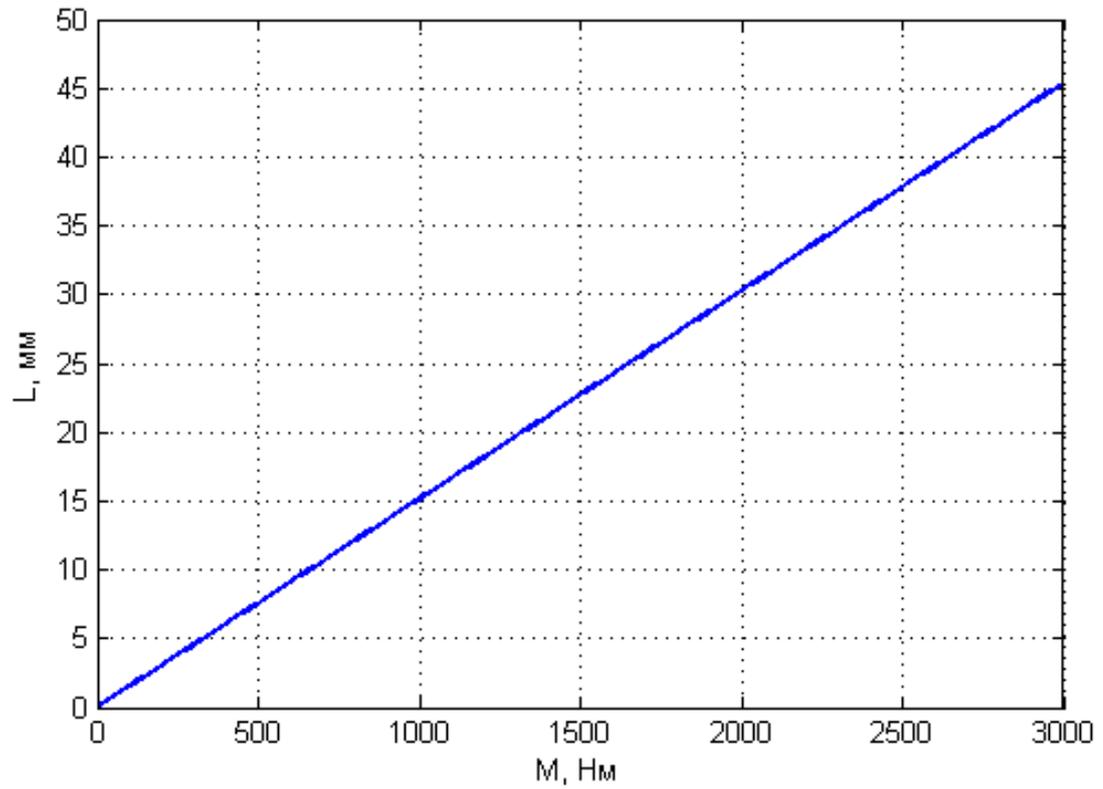


Рисунок 1.32. Зависимость потребной рабочей длины от выходного момента.

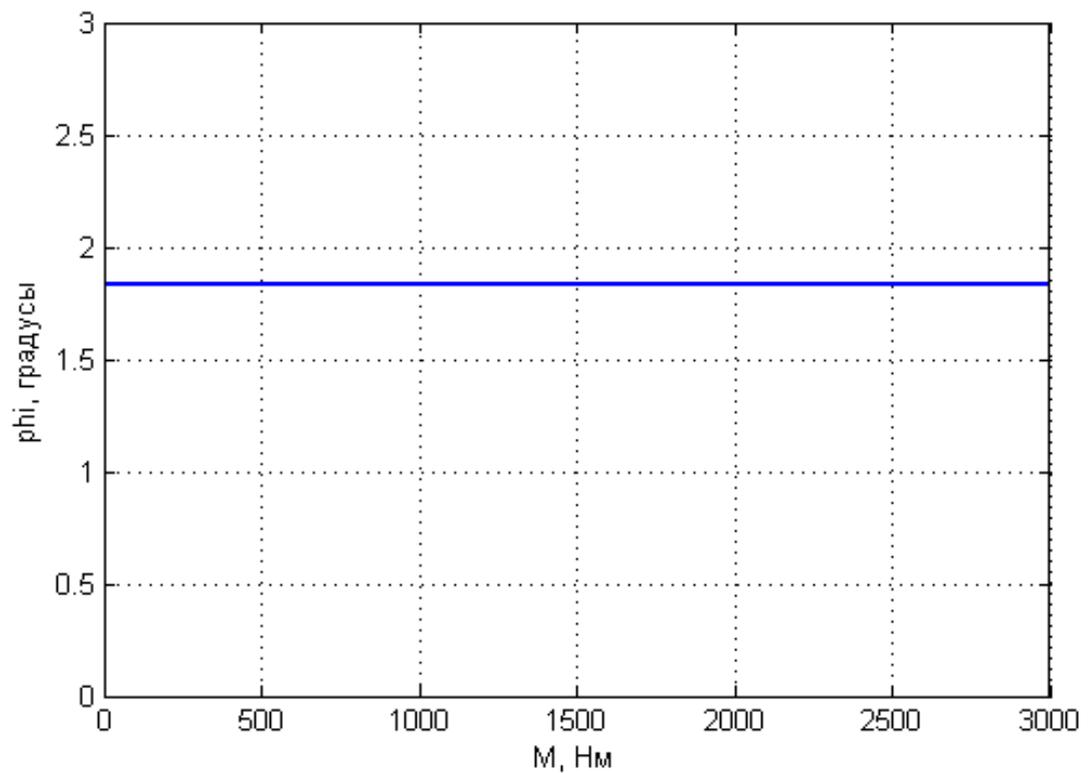


Рисунок 1.33. Зависимость угла закручивания от выходного момента.

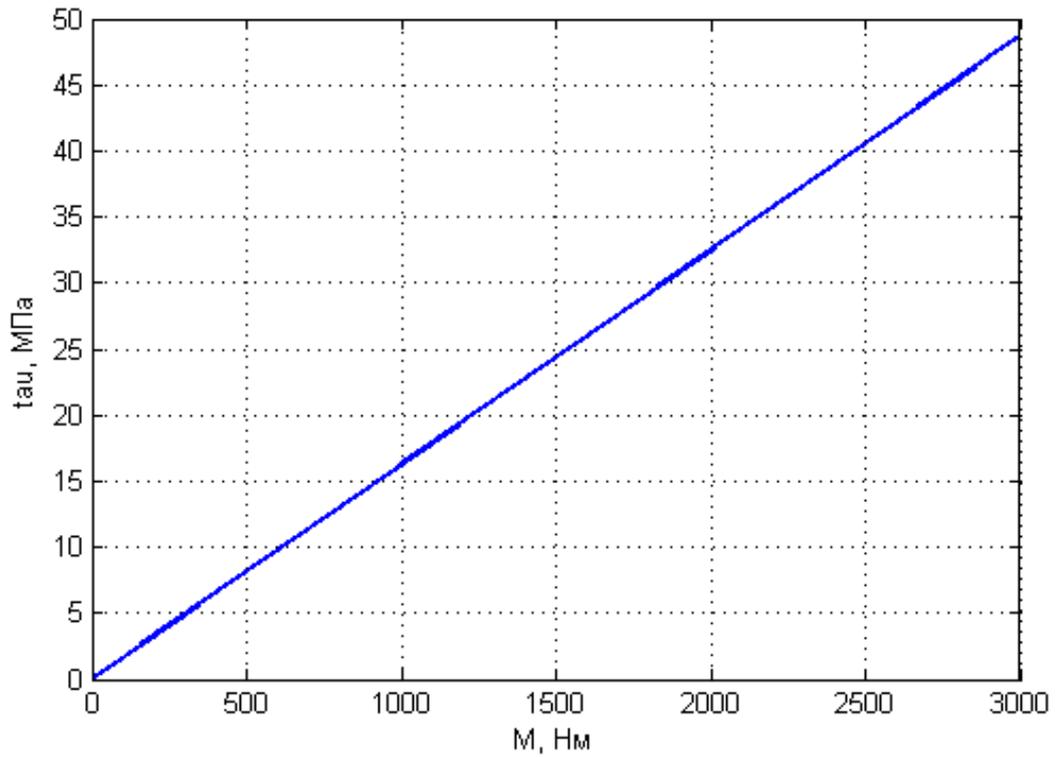


Рисунок 1.34. Зависимость напряжения среза перемычки сепаратора от выходного момента.

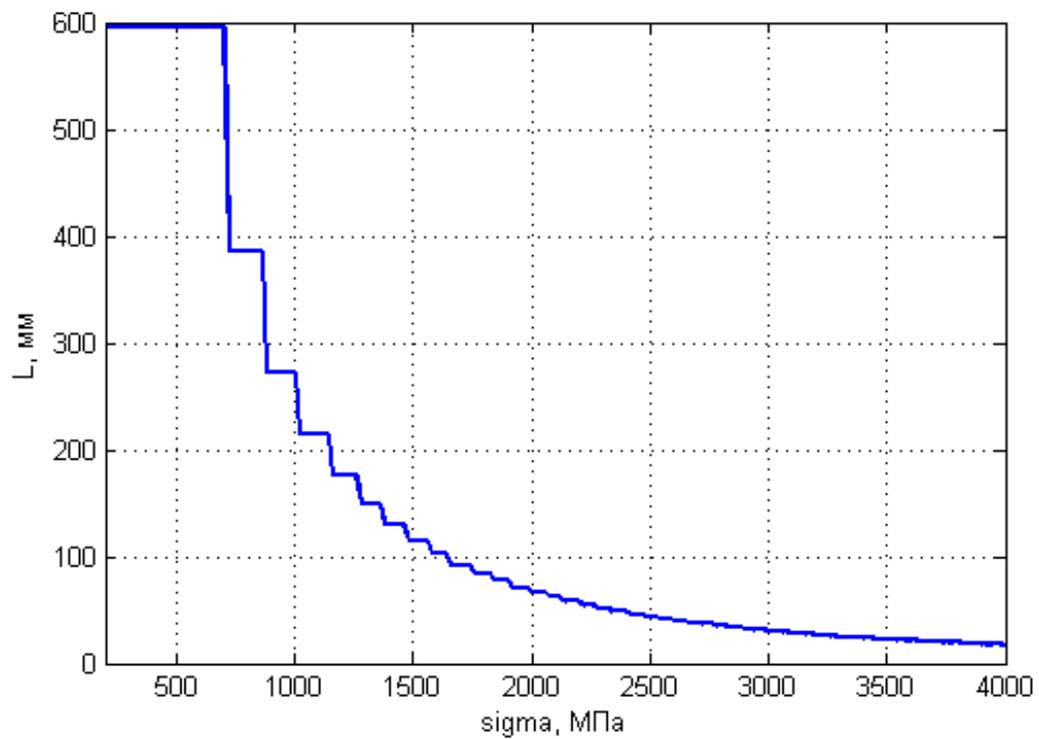


Рисунок 1.35. Зависимость потребной рабочей длины от допустимого контактного напряжения.

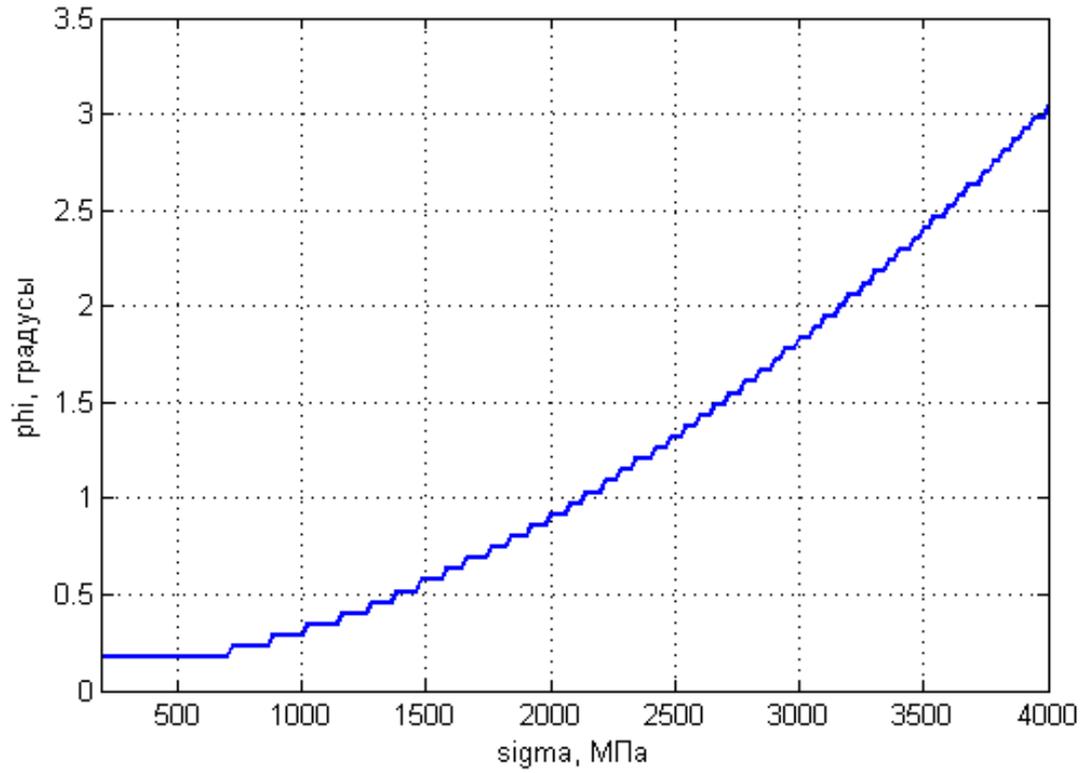


Рисунок 1.36. Зависимость угла закручивания от допустимого контактного напряжения.

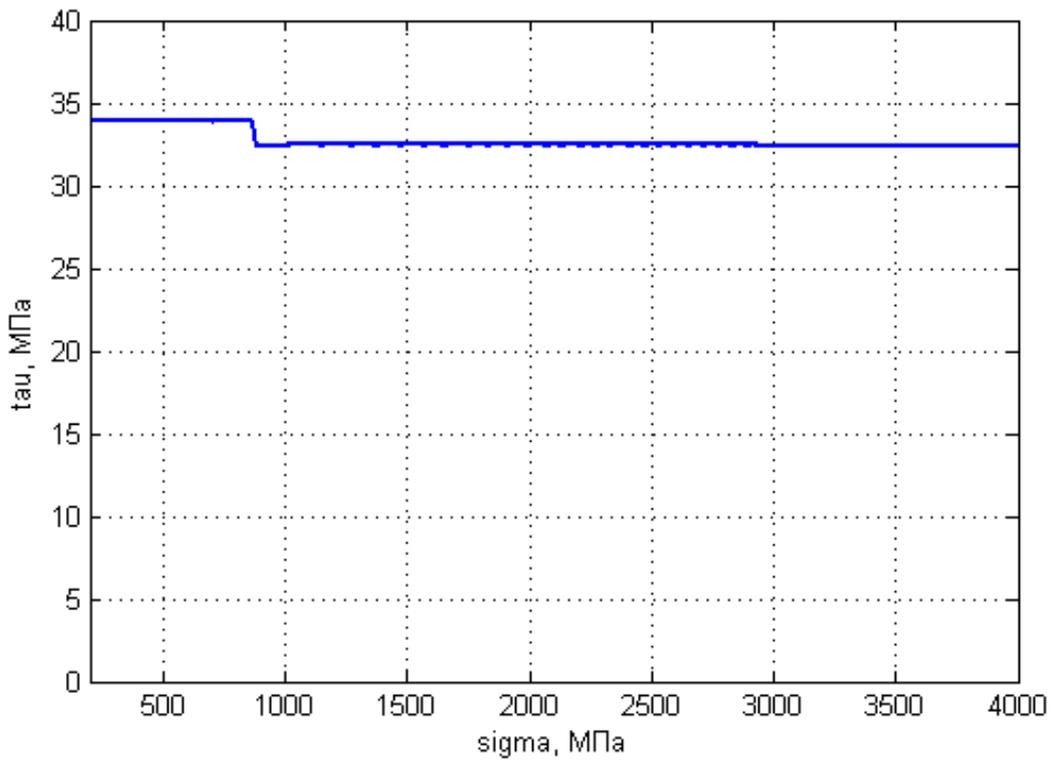


Рисунок 1.37. Зависимость напряжения среза перемычки сепаратора от допустимого контактного напряжения.

Из приведённых графиков следует, что для уменьшения объёма, занимаемого редуктором на основе ВПТК, следует увеличивать его диаметр, уменьшать передаточное число, уменьшать выходной момент и выбирать материалы с наибольшим допустимым контактным напряжением. Для увеличения крутильной жёсткости следует увеличивать диаметр передачи, уменьшать её передаточное число и уменьшать значение допустимого контактного напряжения при расчёте. Для уменьшения нагрузки на сепаратор следует увеличивать диаметр передачи и уменьшать её передаточное число.

По виду графика на рисунке 1.26 можно установить, что есть такой диапазон значения наружного диаметра, меньше которого потребная рабочая длина резко увеличивается, а свыше – незначительно уменьшается. Выбирать диаметр предпочтительно из этого диапазона, т.к. при проектировании силового электромеханического привода летательного аппарата часто требуется уместить ИМ в органе управления, имеющего, как правило, узкий профиль.

При проектировании привода с двухступенчатым редуктором возникает необходимость определить такие передаточные числа выходной и промежуточной ступени, при которых длина редуктора при одинаковом наружном диаметре ступеней будет минимальна. Рассматриваемая методика позволяет найти такие передаточные числа. В качестве примера был проведён расчёт для двухступенчатого редуктора с наружным диаметром 120 мм, выходным моментом 3000 Нм и максимальным контактным напряжением 3000 МПа. Общее передаточное число было взято 413, а диапазон изменения передаточного числа каждой ступени – от 7 до 59. Зависимость потребных рабочих длин обеих ступеней и их суммы от передаточного числа выходной ступени показана на рисунке 1.38.



Рисунок 1.38. Зависимость потребных рабочих длин двухступенчатого редуктора от передаточного числа выходной ступени.

Как видно из графика, при увеличении передаточного числа выходной ступени её потребная рабочая длина увеличивается со скачками, а потребная рабочая длина промежуточной ступени уменьшается. Поэтому можно определить минимальную сумму потребных рабочих длин, которая в данном примере соответствует передаточному числу выходной ступени, равному 20, и промежуточной ступени с передаточным числом 21.

1.5. Разработка методики силового расчёта

Методика силового расчёта ВПТК включает в себя расчёт контактных напряжений, описанный в главе 1.2, который служит для нахождения контактных сил и напряжений в передаче, построения её характеристики передаваемого момента и нагрузочной характеристики, определения люфта и КПД, и расчёт потребной рабочей длины, описанный в главе 1.3, который служит для определения оптимальных габаритов ВПТК с точки зрения её прочности и жёсткости.

Входными параметрами для расчёта контактных напряжений ВПТК приняты: максимальный выходной момент, радиус тела качения, радиус диска волнообразователя, эксцентриситет, число периодов жёсткого колеса, число рядов тел качения, длина роликов, если в качестве тел качения используются ролики, расстояние между рядами, допуски на ширину и угол гнезда под тело качения в сепараторе и допуск на диаметр диска волнообразователя, коэффициенты трения между телами качения, диском волнообразователя, сепаратором и жёстким колесом.

Алгоритм расчёта контактных напряжений состоит из следующих пунктов:

- 1) Определение угловых координат центров тел качения относительно оси передачи;
- 2) Прибавление к угловым координатам центров тел качения соответствующих поправок, связанных с погрешностями изготовления в пределах заданных допусков;
- 3) Определение координат точек контакта тел качения с жёстким колесом;
- 4) Определение координат единичных векторов, лежащих на прямых, соединяющих центры тел качения с точками их контакта с жёстким колесом, диском волнообразователя и сепаратором;
- 5) Нахождение радиусов кривизны профиля жёсткого колеса в точках его контакта с телами качения;
- 6) Нахождение соотношений между реакциями в точках контактов тел качения с жёстким колесом, диском волнообразователя и сепаратором;
- 7) Нахождение соотношений между сближениями тел качения с контактными поверхностями жёсткого колеса, диска волнообразователя и сепаратора;
- 8) Определение люфта, соответствующих сил и сближений в местах контакта тела качения с жёстким колесом, диском волнообразователя и сепаратором при различных углах поворота эксцентрика и остановленных сепараторе и жёстком колесе. Расчёт момента на сепараторе и входном валу.

Построение зависимости жёсткости и КПД от момента на входном или выходном валу;

9) Нахождение распределения момента на сепараторе по рядам тел качения и определение сил в местах контакта в наиболее нагруженном ряду;

10) Расчёт напряжений в местах контакта тела качения с жёстким колесом, диском волнообразователя и сепаратором;

11) Проверка выполнения условия прочности;

Входными параметрами для расчёта потребной рабочей длины ВПТК являются: максимальный момент нагрузки, наружный диаметр передачи, передаточное число и допустимое контактное напряжение. Выходными параметрами являются потребная рабочая длина ВПТК, максимальное напряжение в перемычках сепаратора и максимальный угол закручивания входного вала при заданном максимальном моменте нагрузки. Алгоритм расчёта потребной рабочей длины состоит из следующих пунктов:

1) Нахождение углов положения тел качения относительно оси симметрии.

2) Определение основных геометрических параметров передачи.

3) Нахождение коэффициентов отношений сил контактов роликов.

4) Нахождение коэффициентов отношений сближений контактов роликов.

5) Определение максимального контактного давления по линии, при котором выполняется условие прочности с заданным контактным напряжением.

6) Выполнение алгоритма последовательного поворота эксцентрика и расчёта соответствующих контактных сближений и давлений по линии до тех пор, пока максимальное контактное давление не станет равно величине, найденной в п. 5).

7) Определение потребной рабочей длины.

8) Определяется максимальное напряжение на срез в сепараторе.

Методика проектирования редуктора силового электромеханического привода на основе ВПТК представлен на рисунке 1.39 в виде блок-схемы.

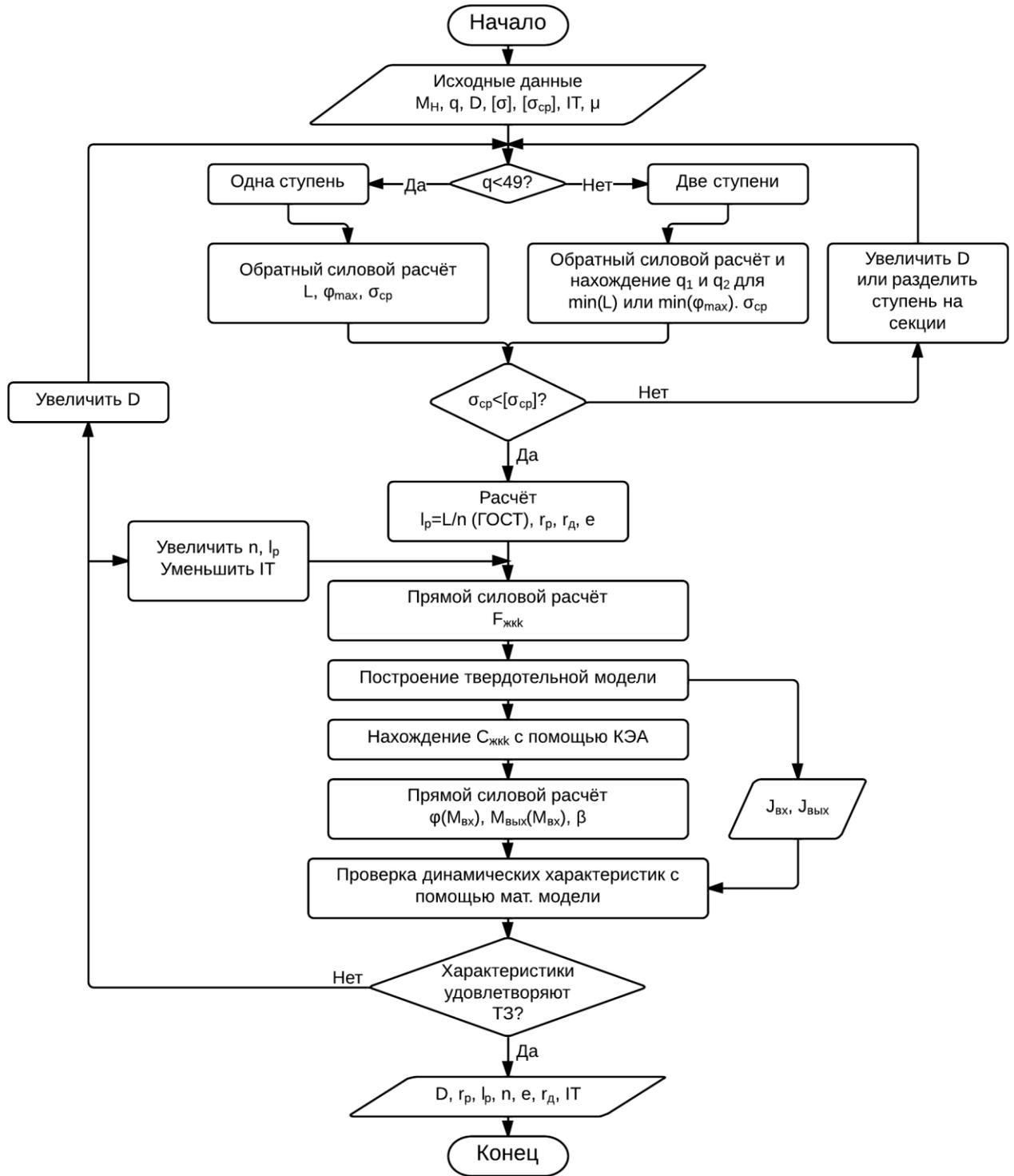


Рисунок 1.39. Блок-схема методики расчёта ВПТК.

Входными данными являются момент нагрузки, передаточное число, наружный диаметр, допустимые напряжения контактное и на срез в сепараторе, допуски на ширину и угол гнезда под ролик в сепараторе и допуск на диаметр диска

волнообразователя, коэффициенты трения между роликами, диском волнообразователя, сепаратором и жёстким колесом.

Так как минимальное рекомендуемое передаточное число для ВПТК $q=7$, то 49 – минимальное передаточное число, которое можно реализовать из двух последовательно соединённых ступеней. Поэтому если требуемое передаточное число меньше 49, то расчёт производится для одной ступени редуктора, если больше – то передаточное число разбивается между двумя ступенями – промежуточной и выходной. Для поиска оптимального с точки зрения соотношения между передаточными числами промежуточной и выходной ступеней редуктора с точки зрения его минимальных габаритов или максимальной жёсткости используется алгоритм расчёта потребной рабочей длины, реализованный в пользовательском приложении (см. главу 1.6). Тот же алгоритм используется и для определения потребной рабочей длины передачи в случае одной или двух ступеней. После расчёта проверяется условие прочности для перемишки сепаратора. Если условие не выполняется, то или увеличивается наружный диаметр, или передача разбивается на секции, при этом момент нагрузки делится на количество секций. Разбиение на секции позволяет уменьшить напряжение на срез в перемишках сепаратора (см. главу 2.2). Если условие прочности выполняется, то по формулам (1.91) – (1.93) рассчитывается радиус роликов, радиус диска волнообразователя и эксцентриситет. Потребная рабочая длина делится на длину ролика, взятую из перечня длин стандартных роликов, полученное число округляется в большую сторону и соответствует числу рядов роликов в передаче. После этого производится частичный расчёт контактных напряжений с целью получить силы, действующие на жёсткое колесо со стороны роликов. Строится твердотельная модель ВПТК (см. рисунок 1.1) по известным параметрам, а жёсткое колесо рассчитывается с помощью конечно-элементного анализа по найденным силам, в результате чего можно получить жёсткость жёсткого колеса для каждого места контакта. Производится расчёт контактных напряжений с учётом найденных жёсткостей и строятся характеристика передаваемого момента и нагрузочная характеристика, находится величина люфта.

Эти данные вместе с моментами инерции входного и выходного валов, взятыми из твердотельной модели, подставляются в математическую модель (см. главу 3). С помощью моделирования снимаются динамические характеристики. Если характеристики не удовлетворяют требуемым, то с целью увеличения жёсткости или увеличивается диаметр передачи, или увеличивается её потребная рабочая длина за счёт удлинения роликов или увеличения числа их рядов. С целью уменьшения люфта могут быть повышены требования к допускам или жёсткое колесо может быть выполнено из двух, повёрнутых друг относительно друга частей. После чего расчёт потребной рабочей длины производится ещё раз, а в твердотельную модель вносятся необходимые изменения. Если характеристики удовлетворяют требуемым, то полученные в ходе расчёта параметры ВПТК принимаются окончательными.

1.6. Реализация методики расчёта в виде программы для ЭВМ

Приведённая в главе 1.5 методика расчёта ВПТК была реализована в виде компьютерной программы. Для математического описания методик, создания пользовательского интерфейса и генерации исполнительного файла приложения использовался пакет MATLAB.

На рисунке 1.40 показан интерфейс пользовательского приложения.

Программа может работать в основном режиме и в режиме исследования. Основным режимом позволяет провести расчёт контактных напряжений ВПТК, изложенный в главе 1.2. Режим исследования реализует расчёт потребной рабочей длины, описанный в главе 1.4.

Входными данными, необходимыми для проведения расчёта в основном режиме являются наружный диаметр передачи, число периодов жёсткого колеса и выходной момент. Такие параметры, как радиус и длина ролика, радиус диска

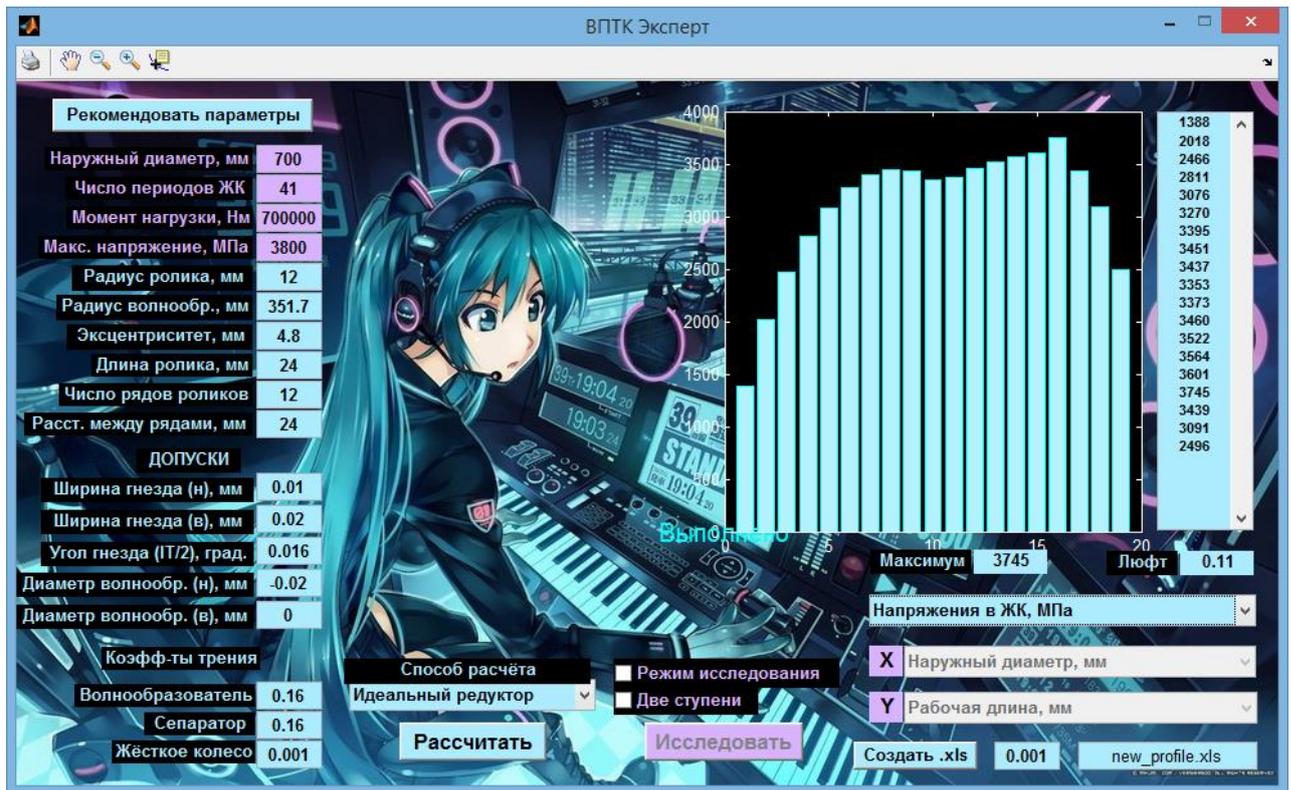


Рисунок 1.40. Интерфейс приложения, реализующего методику расчёта.

волнообразователя, эксцентриситет, число рядов роликов и расстояние между рядами могут быть введены вручную или рассчитаны программой автоматически по формулам (1.91) – (1.93). В соответствующие поля вводятся допуски на ширину гнезда сепаратора, угол гнёзд сепаратора и диаметр диска волнообразователя, а также коэффициенты трения между роликом и диском волнообразователя, сепаратором и жёстким колесом. Приложение позволяет выбрать один из способов расчёта, соответствующих таблице 1.1: идеальный редуктор, центр допусков, максимальный люфт, нормальное или равномерное распределение отклонений в пределах заданных допусков. После проведённого расчёта программа позволяет графически и в виде числовых значений отобразить следующие параметры: угловые координаты роликов, единичные вектора сил между роликами и жёстким колесом, единичные вектора сил между роликами и диском волнообразователя, единичные вектора сил между роликами и сепаратором, радиусы кривизны, направление проскальзывания роликов, коэффициенты отношения сил на жёстком колесе к силам на сепараторе, коэффициенты отношения сил на диске

волнообразователя к силам на сепараторе, коэффициенты отношения сближений между роликами и жёстким колесом к сближениям между роликами и сепаратором, коэффициенты отношения сближений между роликами и диском волнообразователя к сближениям между роликами и сепаратором, коэффициенты отношения сближений между роликами и жёстким колесом к сближениям между роликами и диском волнообразователя, контактные деформации в диске волнообразователя при максимальной нагрузке, углы поворота входного вала при расчёте, входные моменты, выходные моменты, КПД в зависимости от углов закручивания входного вала, распределение моментов в рядах роликов, силы между роликами и жёстким колесом во всех рядах, силы между роликами и диском волнообразователя во всех рядах, силы между роликами и сепаратором во всех рядах, силы между роликами и жёстким колесом в наиболее нагруженном ряду, силы между роликами и диском волнообразователя в наиболее нагруженном ряду, силы между роликами и сепаратором в наиболее нагруженном ряду, контактные напряжения в жёстком колесе, контактные напряжения в диске волнообразователя, контактные напряжения в сепараторе, нагрузочную характеристику, максимальное значение выбранной характеристики и люфт входного вала. Также реализована функция, отображающая поперечное сечение передачи в графическом поле. Функционал программы позволяет масштабировать и перемещать диаграммы, построенные в графическом поле, выводить результаты на печать, а также генерировать xml-файл, содержащий координаты точек профиля жёсткого колеса с заданной дискретностью.

В режиме исследования входными данными являются наружный диаметр передачи, число периодов жёсткого колеса, выходной момент, максимальное допустимое контактное напряжение, которые могут быть указаны как одним числом, так и массивом значений. Для расчёта также необходимо ввести коэффициенты трения. Результатом расчёта будет график, аргументом которого могут быть каждый из входных параметров, а функцией – необходимая рабочая длина передачи, угол закручивания входного вала или максимальное напряжение на срез переменычки сепаратора. Программа реализует возможность расчёта для

двухступенчатого редуктора. В этом случае вместо числа периодов жёсткого колеса вводится общее передаточное число редуктора, при этом остальные входные параметры могут быть представлены только одним числом. После расчёта могут быть построены графики зависимостей потребных рабочих длин обеих ступеней и их суммы, углы закручивания и напряжения в перемычке сепаратора каждой ступени от передаточного числа выходной ступени.

Разработанное приложение позволяет производить детальный силовой и прочностной расчёт ВПТК; анализировать распределение контактных сил и напряжений с учётом коэффициентов трения и отклонений размеров, возникающих при изготовлении деталей передачи; получать зависимость КПД от момента, силовую и нагрузочную характеристики; исследовать влияние основных параметров передачи на массогабаритные характеристики и жёсткость для одноступенчатого и двухступенчатого редуктора; находить передаточные числа двухступенчатого редуктора, при которых его объём будет наименьшим; генерировать файл с координатами профиля жёсткого колеса. Приложение позволяет ускорить и упростить расчёт, разработку и конструирование волновых передач с телами качения.

Выводы к главе 1

- Получен вид нагрузочной характеристики и характеристики передаваемого момента ВПТК.
- Разработана методика силового расчёта ВПТК, позволяющая:
 - 1) рассчитать контактные силы, напряжения и деформации, характеристику передаваемого момента и нагрузочную характеристику, КПД в зависимости от геометрических параметров передачи, коэффициентов трения, отклонений размеров и момента нагрузки;
 - 2) рассчитать потребную рабочую длину ВПТК, угол закручивания входного вала, максимальное напряжение на срез в перемычках сепаратора в зависимости от диаметра передачи, передаточного числа, допустимого контактного напряжения и момента нагрузки.

- Проведён анализ распределения контактных сил и напряжений в ВПТК, показавший незначительное влияние технологических погрешностей размеров гнезд сепаратора и дисков волнообразователя на её прочность.
- Выявлено, что для максимального расчётного выходного момента:
 - 1) с увеличением диаметра ВПТК её объём уменьшается, жёсткость увеличивается, а напряжение в перемычках сепаратора не изменяется;
 - 2) с увеличением передаточного числа объём ВПТК, её жёсткость и напряжения в перемычках сепаратора увеличиваются.
 - 3) при применении более прочного материала объём ВПТК уменьшается, напряжения в перемычках сепаратора не изменяются.
- Создано программное обеспечение, позволяющее провести комплексный расчёт ВПТК по разработанной методике.

2. Исследование влияния конструктивных элементов волновой передачи с телами качения на её прочностные характеристики

2.1. Анализ влияния типа тел качения на контактную прочность передачи

В данной главе рассматривается влияние на прочностные характеристики ВПТК таких конструктивных элементов, как тип тел качения, форма гнёзд под ролики в сепараторе, расположение рядов тел качения, одностороннее или двухстороннее закрепление сепаратора.

В ВПТК могут использоваться различные типы тел качения: шарики или ролики. В главе 1.3 были приведены результаты расчётов, показывающие, что контактные напряжения, возникающие между шариками и жёстким колесом, сепаратором и диском волнообразователя на порядок превосходят контактные напряжения, возникающие при использовании роликов, длина и диаметр которых равны диаметру шариков. Это объясняется тем, что контакт с диском волнообразователя и жёстким колесом в случае шарика происходит в точке, в то время как ролик контактирует с другими элементами по линии. В связи с этим шарик имеет значительно меньшее пятно контакта, чем ролик, и, как следствие, большее контактное напряжение при той же силе.

Нецелесообразность использования шариков в качестве тел качения в ВПТК подтверждена экспериментально. На рисунке 2.1 показано жёсткое колесо промежуточной ступени ВПТК, в которой использовались шарики. Фотография сделана после отработки приводом 100 часов ресурсного испытания. На фотографии видно, что профиль жёсткого колеса сильно изношен шариками: на внутренней периодической поверхности образовались широкие и довольно глубокие дорожки. В районе гребней наблюдается углубление дорожек и сильная выкрошенность металла. На наружной поверхности дисков волнообразователя также образовались дорожки от шариков, но их ширина и глубина несколько меньше, чем на жёстком колесе.



Рисунок 2.1. Дорожки от шариков в жёстком колесе волновой передачи.

В результате такого износа значительно увеличивается люфт передачи и снижается её ресурс. В результате ресурсных испытаний также было установлено, что в случае использования в качестве тел качения роликов, заметного износа и образования углублений в жёстком колесе и дисках волнообразователя не наблюдается. В обоих случаях заметного износа стенок гнёзд сепаратора не наблюдалось. Как следствие, был сделан вывод, что использование в волновых передачах роликов является приемлемым и наиболее оправданным.

2.2. Анализ влияния формы гнёзд под ролики на прочность сепаратора

Сепаратор является одним из наиболее нагруженных элементов ВПТК. Если рассматривать сепаратор с гнёздами под ролики, то они должны иметь прямоугольную форму. Углы прямоугольных отверстий в сепараторе, работающем на кручение, являются концентраторами напряжений. В результате этого, возможно появление трещин в самых нагруженных перемычках сепаратора.

Рассмотрено несколько способов уменьшить напряжения в наиболее нагруженных местах сепаратора:

- 1) введение скругления углов гнёзд под ролики;
- 2) передача усилия с сепаратора через оба его торца;
- 3) разбиение передачи на секции;
- 4) увеличение диаметра передачи;
- 5) увеличение толщины сепаратора;
- 6) увеличение ширины перемычек;
- 7) выполнение сепаратора в виде сборочной единицы.

Для выбора формы скруглений в гнёздах сепаратора проведён конечно-элементный анализ трёх вариантов и варианта без скруглений. Радиус скруглений был взят равным $1/6$ ширины гнезда для первого и второго варианта, и $1/3$ ширины гнезда для третьего. На рисунках 2.2-2.5 представлены результаты анализа.

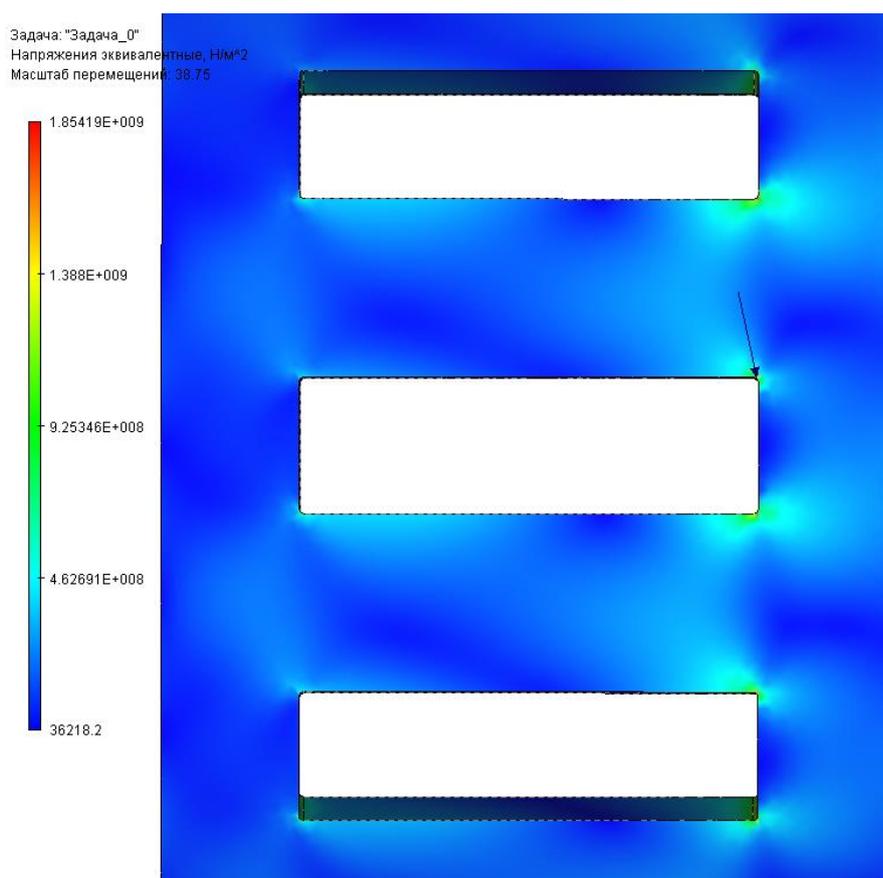


Рисунок 2.2. Напряжения в сепараторе в случае без скруглений в углах гнёзд.

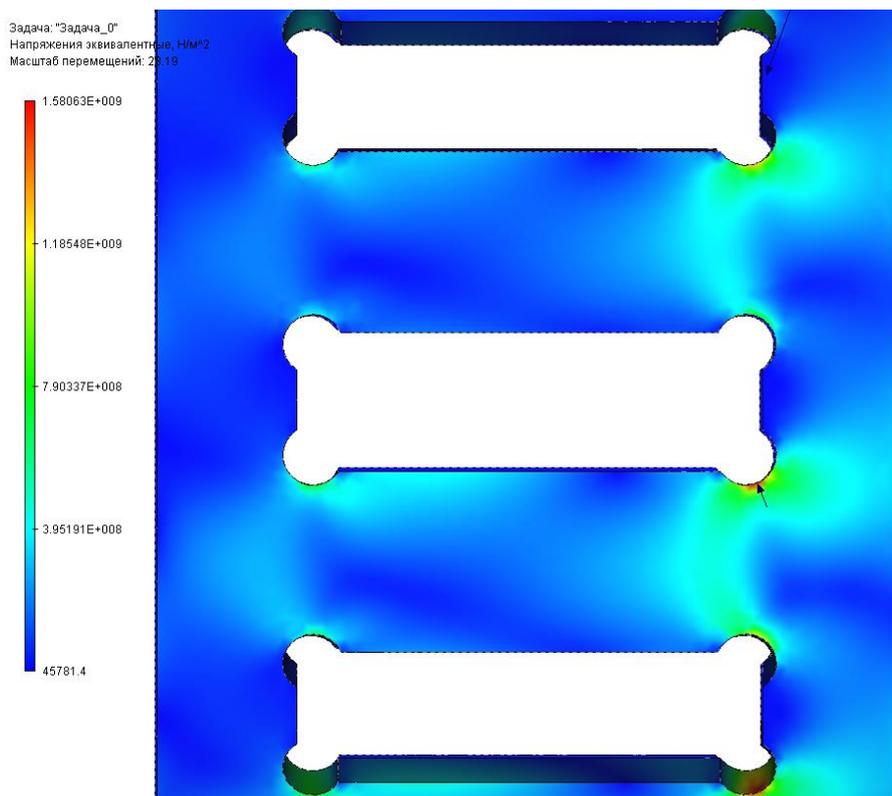


Рисунок 2.3. Напряжения в сепараторе со скруглениями в углах гнёзд. Вариант 1.

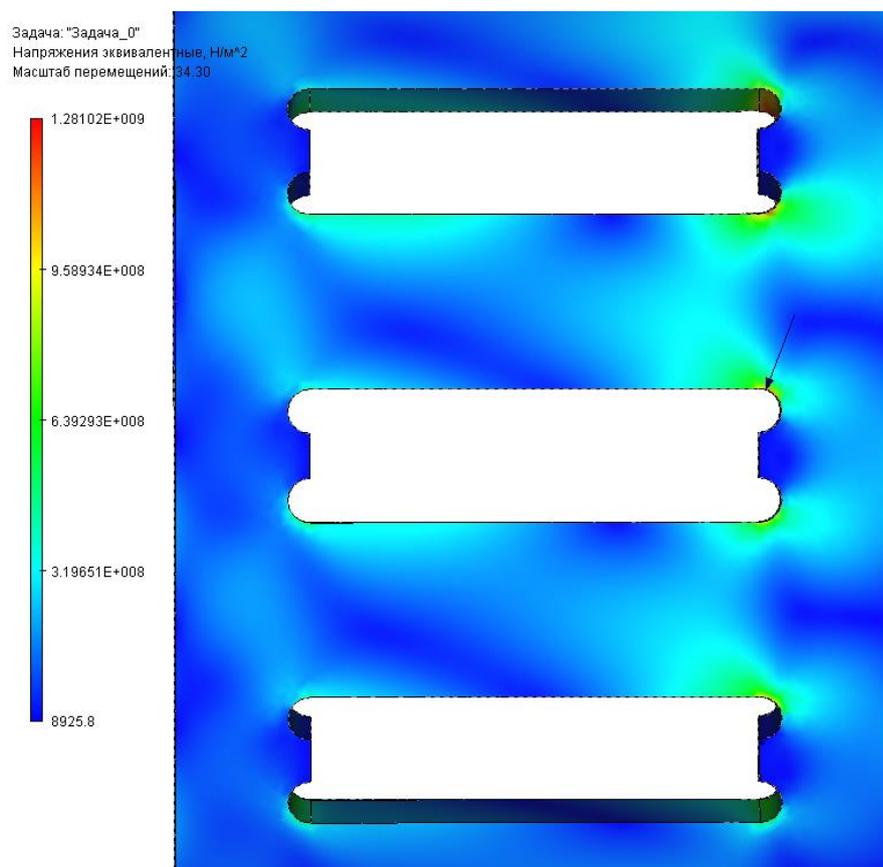


Рисунок 2.4. Напряжения в сепараторе со скруглениями в углах гнёзд. Вариант 2.

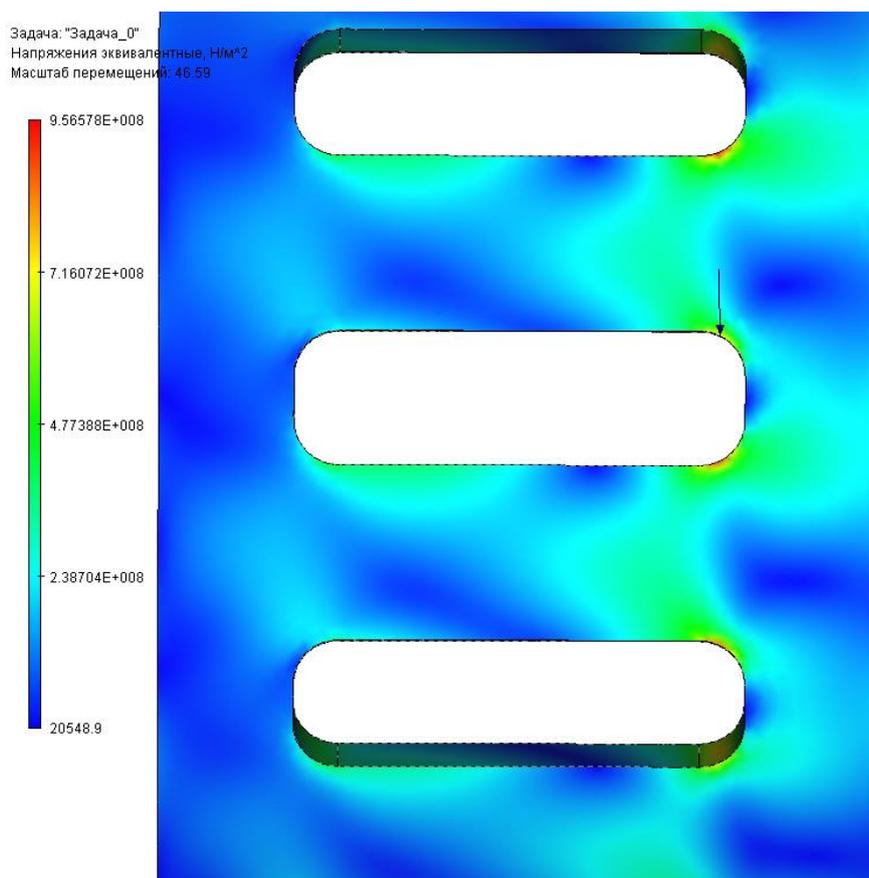


Рисунок 2.5. Напряжения в сепараторе со скруглениями в углах гнёзд. Вариант 3.

В случае, когда гнёзда не имеют скруглений (рисунок 2.2), напряжение сконцентрировано в углах, и его максимальное значение равно 1854 МПа для данного примера.

В случае, когда выполнены скругления, не касательные к сторонам гнезда, напряжение распределяется более равномерно (рисунок 2.3). При этом прослеживаются напряжённые зоны, идущие через всю перемычку, в которых возможно образование трещин. В этом случае максимальное напряжение снижается до 1581 МПа.

В случае, когда скругления касательны только к продольным стенкам гнёзд (см. рисунок 2.4), напряжение распределяется по перемычкам чуть более равномерно, чем в предыдущем случае. Максимальное напряжение в этом случае составляет 1281 МПа.

Если скругления касательны ко всем стенкам гнезда (см. рисунок 2.5), то напряжение в перемычке распределяются наиболее равномерно. Максимальное

напряжение снижается до 957 МПа. В этом случае, требуется доработка стандартных роликов в виде увеличения фасок на их торцах. При этом уменьшается длина линии контакта, что влечёт необходимость удлинять сами ролики или увеличивать число их рядов.

Таким образом, выполнение скруглений, касательных к стенкам гнёзд под ролики, позволяет уменьшить максимальное напряжение в сепараторе приблизительно в два раза. При этом повышается технологичность изготовления сепаратора.

Уменьшить напряжение в сепараторе можно за счёт передачи с него усилия неподвижному корпусу или выходному валу через оба его торца. Был проведён конечно-элементный анализ нагруженного сепаратора для двух случаев: когда при нагруженных роликами гнёздах был закреплён один торец, и когда были закреплены оба торца. Результаты анализа приведены на рисунках 2.6 и 2.7. В случае закрепления с одной стороны, максимальное напряжение составило 1294 МПа. В случае закрепления сепаратора с двух сторон максимальное напряжение уменьшилось до 714 МПа. Таким образом, за счёт передачи усилия через оба торца сепаратора, удалось уменьшить максимальное напряжение приблизительно на 45%.

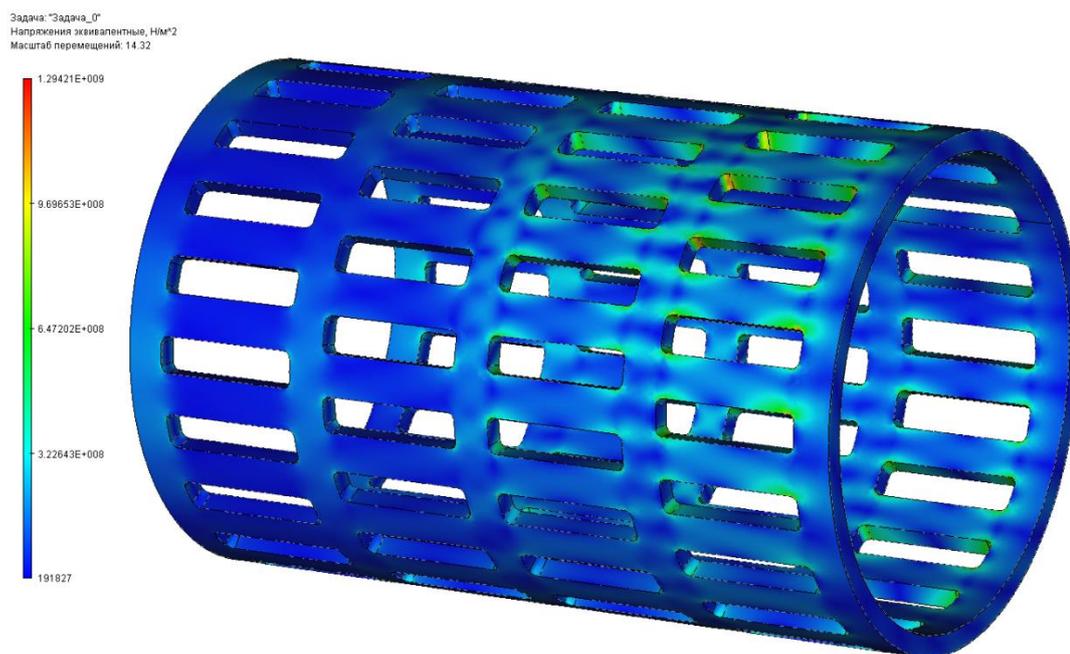


Рисунок 2.6. Сепаратор с четырьмя рядами, закреплённый с одного торца.

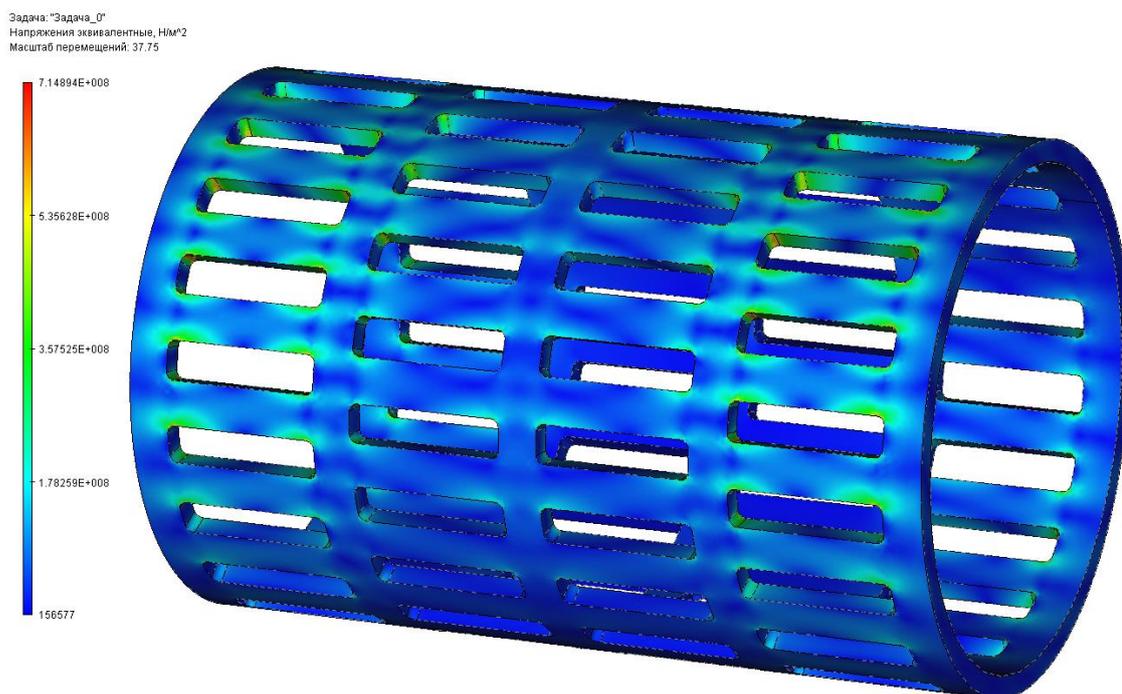


Рисунок 2.7. Сепаратор с четырьмя рядами, закреплённый с обоих торцов.

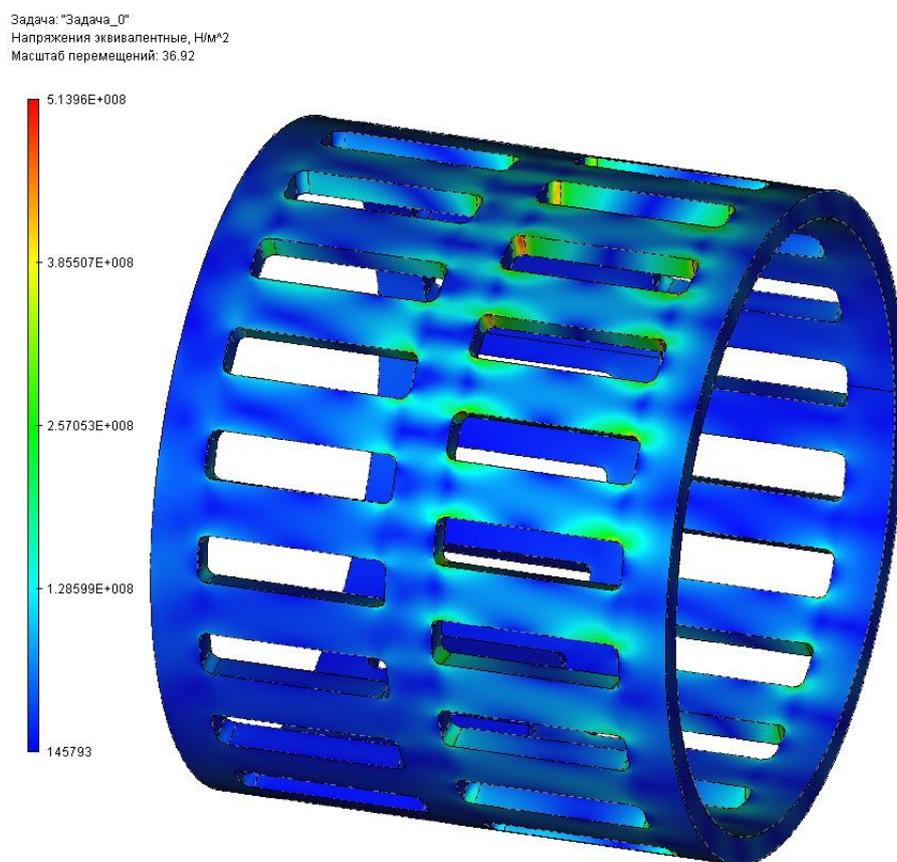


Рисунок 2.8. Сепаратор с двумя рядами, закреплённый с одного торца.

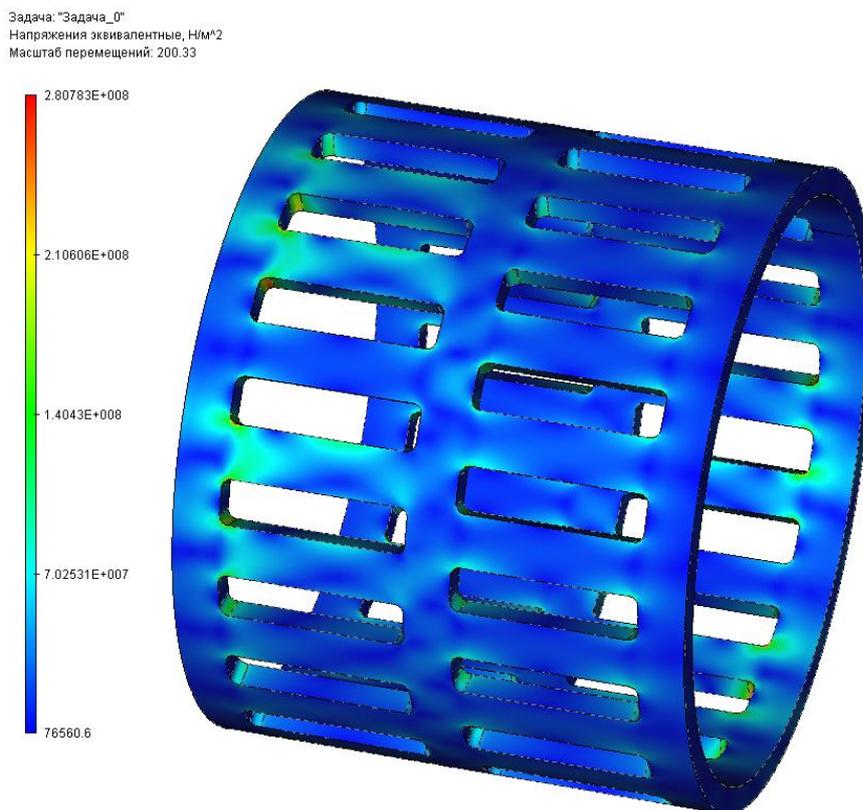


Рисунок 2.9. Сепаратор с двумя рядами, закреплённый с двух торцов.

Ещё сильнее уменьшить напряжение в сепараторе возможно, разбивая передачу на несколько параллельно работающих секций. Это позволит существенно снизить нагрузку на крайних перемычках. Был проведён конечно-элементный анализ сепаратора, с теми же параметрами и длиной роликов, что и у изображённых на рисунках 2.6 и 2.7, но с двумя рядами вместо четырёх. В случае одностороннего закрепления (см. рисунок 2.8) максимальное напряжение составило 513 МПа, в случае двухстороннего (см. рисунок 2.9) – 280 МПа. Таким образом, разбивая ВПТК на параллельно работающие секции с меньшим числом рядов и снимая нагрузку с обоих торцов сепаратора, максимальное напряжение в сепараторе можно существенно снизить. В данном примере уменьшение напряжения составило около 78%.

С увеличением диаметра передачи при сохранении выходного момента и передаточного числа увеличивается радиус сепаратора, что приводит к уменьшению нагрузки, передающейся через него. Если диаметр роликов при этом

сохраняется, то сечение перемычки увеличивается за счёт увеличения её ширины (см. рисунок 2.10). Если диаметр роликов увеличивается вместе с увеличением диаметра сепаратора, то сечение перемычки увеличивается за счёт утолщения сепаратора (см. рисунок 2.11). В первом случае наружный диаметр сепаратора был увеличен с 68,8 мм до 95,6 мм при сохранении его толщины. При этом максимальное напряжение уменьшилось с 1294 до 674 МПа. Во втором случае наружный диаметр был увеличен до такого же значения, а его толщина была увеличена с 2,8 мм до 3,8 мм, за счёт увеличения диаметра ролика с 5 до 6 мм, при этом максимальное напряжение составило 501 МПа.

Сепаратор может быть составным, собранным из дисков с радиальными пазами под ролики. При этом возможно реализовать перемычки между рядами с большим сечением, уменьшив напряжение в конструкции. Был проведён конечно-элементный анализ составного сепаратора ВПТК, эквивалентного рассматриваемому ранее (см. рисунок 2.12). Максимальное напряжение снизилось до 295 МПа. Использование составного сепаратора позволило снизить напряжение на 77%.

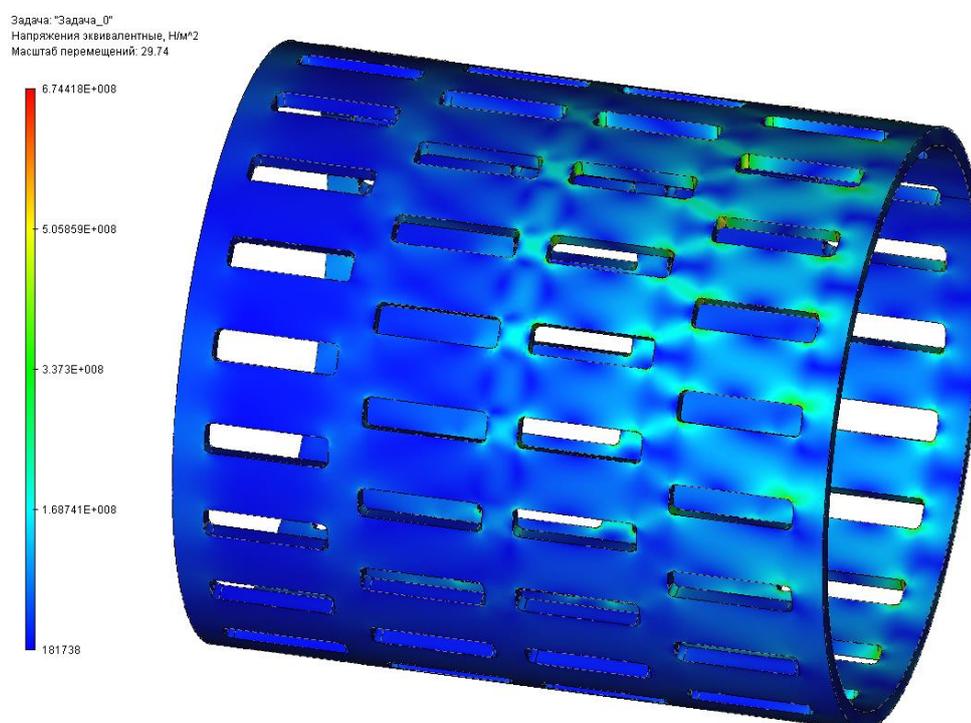


Рисунок 2.10. Сепаратор с увеличенным диаметром и четырьмя рядами, закреплённый с одного торца.

Задача: "Задача_0"
Напряжения эквивалентные, Н/мм²
Масштаб перемещений: 37.56

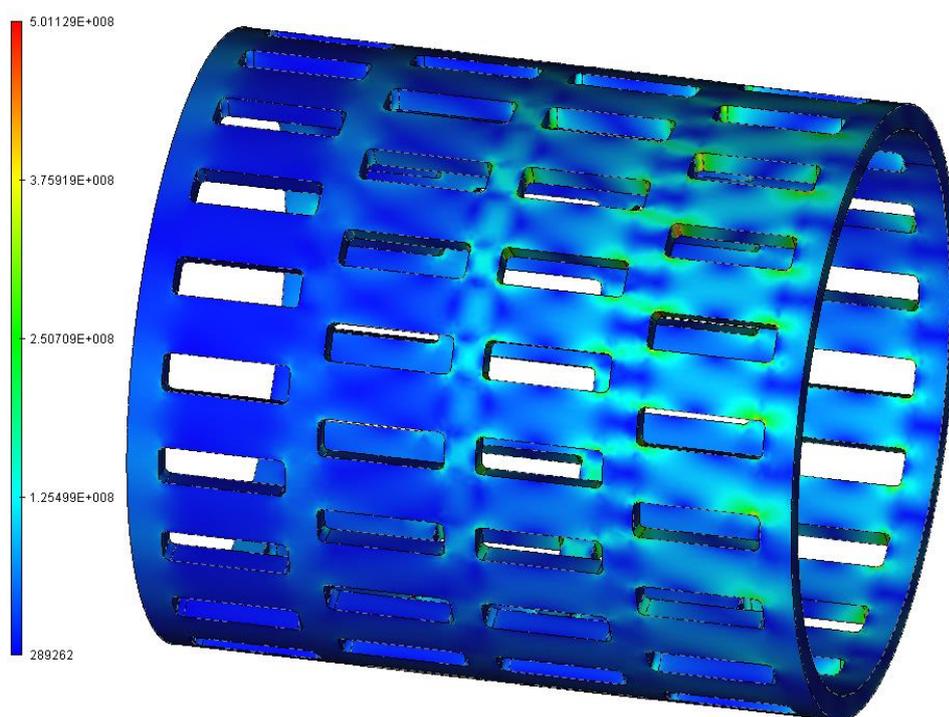


Рисунок 2.11. Сепаратор увеличенным диаметром и толщиной с четырьмя рядами, закреплённый с одного торца.

Задача: "Задача_0"
Напряжения эквивалентные, Н/мм²
Масштаб перемещений: 52.60

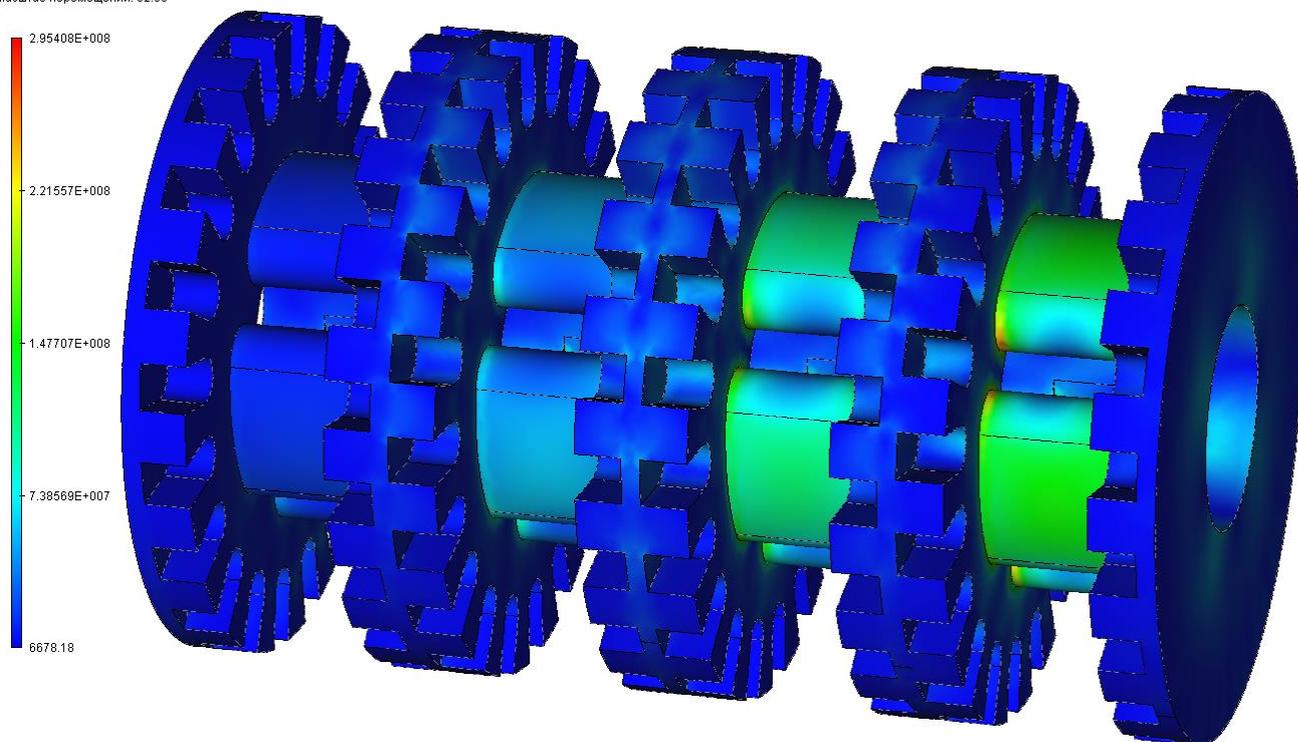


Рисунок 2.12. Составной сепаратор, закреплённый с одного торца.

Существуют решения, позволяющие также повысить прочность сепаратора, например, за счёт его утолщения на величину одного диаметра ролика и установки в гнёздах двух роликов один над другим. Другой способ – уменьшение количества гнёзд под ролики при сохраняемом передаточном числе (см. рисунок 2.13).

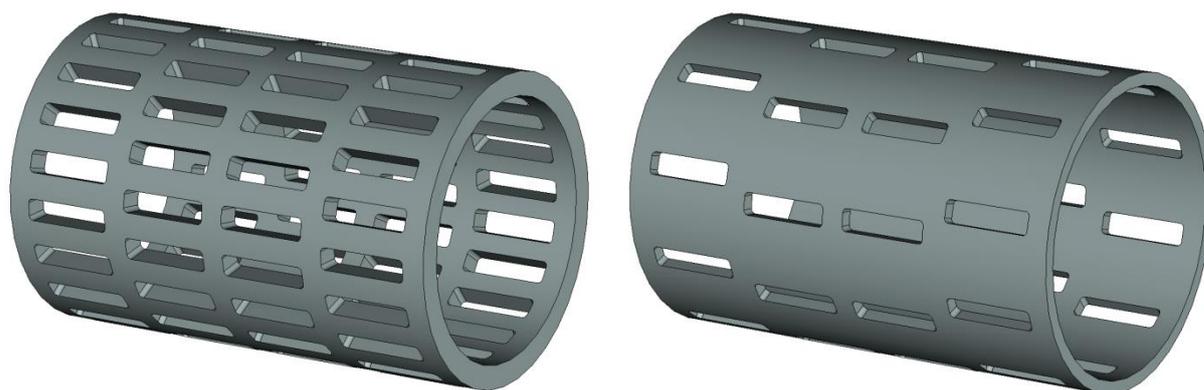


Рисунок 2.13. Утолщённый сепаратор под двойной ролик (слева) и сепаратор с уменьшенным количеством гнёзд под ролики (справа).

Оба этих способа существенно увеличивают контактные напряжения. В случае использования двойного ролика возникает контакт одного ролика с другим, что приводит к появлению в этом месте напряжения, превышающего расчётное напряжение в месте контакта ролика с диском волнообразователя. В случае уменьшения количества роликов в ряду увеличивается сила, передаваемая через оставшиеся ролики. Поэтому в этих случаях требуется увеличение потребной рабочей длины передачи за счёт удлинения роликов или увеличения количества рядов.

В данной главе были рассмотрены разные конструктивные варианты сепаратора ВПТК, в том числе различное исполнение скруглений гнёзд под ролики, закрепление сепаратора с одного или с обоих торцов, разбиение сепаратора на секции, увеличение диаметра сепаратора, исполнение сепаратора сборным. Было проанализировано влияние того или иного конструктивного варианта на

максимальное напряжение в сепараторе. Даны рекомендации по выбору конструктивного исполнения сепаратора ВПТК.

2.3. Анализ влияния количества рядов тел качения на прочность волнообразователя

Рассмотрим двухрядную ВПТК. При нагруженной передаче на вал волнообразователя действует входной момент, преобразующийся в силы F_p , действующие на диски волнообразователя, за счёт эксцентрика (см. рисунок 2.14).

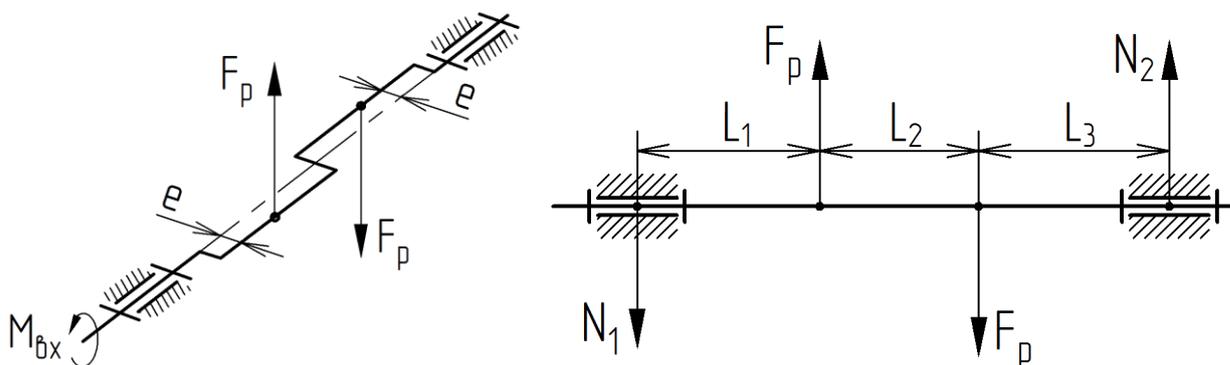


Рисунок 2.14. Силовая схема вала волнообразователя двухрядной ВПТК.

Если спроецировать силы F_p на плоскость, перпендикулярную оси вала, то они образуют пару сил, уравнивающую входной момент. В плоскости, проходящей через ось передачи, силы F_p уравниваются реакциями опор N_1 и N_2 . Если силы F_p известны, то реакции опор будут равны:

$$N_1 = N_2 = F_p \frac{L_2}{L_1 + L_2 + L_3}. \quad (2.1)$$

На подшипники опор вала волнообразователя будут действовать силы, зависящие от сил F_p и длин между точками опор и приложения сил. Чтобы уменьшить реакции в опорах при сохранении сил F_p , следует уменьшать расстояние между рядами роликов и, по возможности, увеличивать расстояние между рядами и опорами.

Если рассматривать ВПТК с тремя рядами, повернутыми друг относительно друга на 180° , то силовая схема примет вид, как показано на рисунке 2.15.

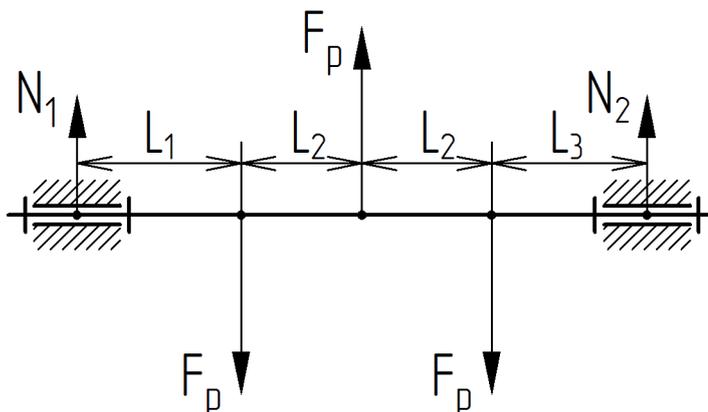


Рисунок 2.15. Силовая схема вала волнообразователя ВПТК с тремя рядами.

В этом случае реакции в опорах будут равны:

$$N_1 = F_p \frac{L_2 + L_3}{L_1 + 2L_2 + L_3}. \quad (2.2)$$

$$N_2 = F_p \frac{L_1 + L_2}{L_1 + 2L_2 + L_3} \quad (2.3)$$

Если три ряда взаимно повернуты на 120° , то реакции в опорах будут равны:

$$N_1 = N_2 = F_p \frac{\sqrt{3}L_2}{L_1 + 2L_2 + L_3}. \quad (2.4)$$

В случае, когда ВПТК имеет четыре ряда тел качения, повернутых относительно друг друга на 180° так, что крайние ряды находятся в одной фазе, то силовая схема будет выглядеть, как показано на рисунке 2.16. В этом случае, при условии равного расстояния между соседними рядами, в опорах реакций сил от дисков волнообразователя не возникает, т.к. они взаимно друг друга компенсируют. Благодаря этому, использование в ВПТК количества рядов роликов, кратного четырём, наиболее оправдано, т.к. позволяет увеличить ресурс подшипников вала волнообразователя.

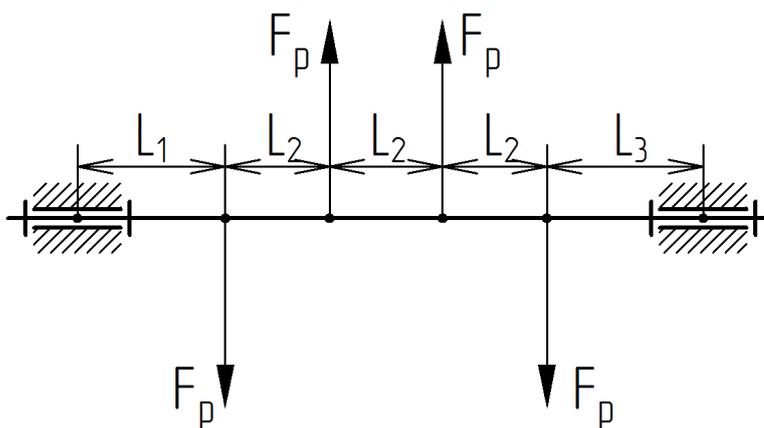


Рисунок 2.16. Силевая схема вала волнообразователя ВПТК с четырьмя рядами.

Использование двух рядов оправдано для редукторов с небольшим выходным моментом и в промежуточных ступенях. При этом возникает динамическая неуравновешенность конструкции, что может потребовать введения дополнительных противовесов.

Использование трёх рядов нецелесообразно, т.к. при повороте рядов на 180° волнообразователь не уравновешен ни статически, ни динамически, а при повороте на 120° к оставшейся динамической неуравновешенности добавляется сложность изготовления эксцентрикового вала, имеющего три фазы, вместо двух.

Выполнение шести рядов в ВПТК целесообразно, только если сдвиг фаз между рядами будет равен 120° , при этом ряды с порядковыми номерами 1 и 6, 2 и 5, 3 и 4 должны находиться в одной фазе, чтобы обеспечить уравновешенность вала и отсутствие реакции в опорах. Изготовление такого волнообразователя усложняется, как и в случае с тремя рядами.

В данной главе были рассмотрены варианты волнообразователя с разным количеством дисков и проведено сравнение влияния их числа на динамическую неуравновешенность передачи и на нагруженность её подшипников. Даны рекомендации по выбору числа рядов тел качения.

2.4. Пути увеличения контактной прочности волновых передач

В ВПТК наибольшие контактные напряжения возникают в местах контакта тел качения с жёстким колесом, как было показано в главе 1.3. Это связано с тем,

что контакт осуществляется в точке, если тела качения – шарики, или по линии, если тела качения – ролики. Из формул (1.80) и (1.82) следует, что чем ближе значения радиусов впадин поверхности жёсткого колеса и радиуса тел качения, тем меньше соответствующее контактное напряжение. Если эти радиусы равны между собой, то контакт по линии в случае роликов переходит в контакт по поверхности, что может существенно уменьшить контактные напряжения. В патенте [46] предложена конструкция волнового редуктора с эксцентриковыми роликами, а в патенте [47] – конструкция планетарно-цевочного редуктора в которых реализован контакт по поверхности. На рисунке 2.17 приведён волновой редуктор с эксцентриковыми роликами.

Редуктор содержит волнообразователь в виде кулачкового вала (1). Жёсткое колесо (8) имеет внутренние периодические впадины, выполненные в форме сопряжённых цилиндрических поверхностей. В сепараторе (3) выполнены пары рядов радиальных отверстий, в которых, с возможностью перемещения вдоль оси, размещены толкатели (2). Толкатели (2) контактируют с кулачками вала (1). В отверстиях толкателей (2) расположены оси (4) роликов (5). Ось (4) каждого ролика (5) параллельна центральной оси редуктора и эксцентрична рабочей цилиндрической поверхности ролика (5). Впадина жёсткого колеса (8) и рабочая поверхность ролика (5) имеют одинаковые радиусы. Контакт роликов (5) с жёстким колесом (8) происходит по поверхности.

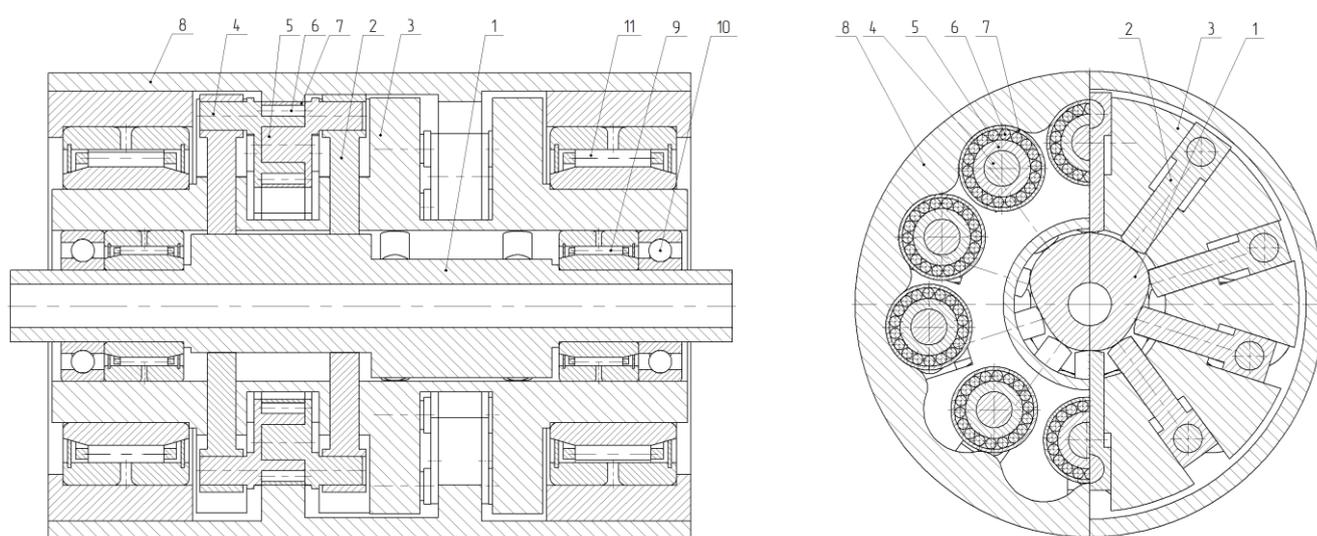


Рисунок 2.17. Волновая передача с эксцентриковыми роликами

В работе [48] показано, что использование в качестве тел качения эксцентриковых роликов, имеющих контакт с жёстким колесом по поверхности, позволяет уменьшить потребную рабочую длину редуктора в среднем в 10 раз. За счёт уменьшения потребной рабочей длины уменьшается и общая длина редуктора в среднем в два раза при том же наружном диаметре по сравнению с ВПТК. К достоинствам такой конструкции можно отнести повышенную нагрузочную способность и уменьшение массы и габаритов редуктора по сравнению с редукторами других типов при том же максимальном расчётном моменте. К недостаткам можно отнести наличие множества точных деталей, сложность изготовления, меньший диапазон передаточных чисел, чем в ВПТК за счёт использования подшипников в эксцентриковых роликах, наличие контакта по линии между кулачковым валом и толкателями.

Передачи, в которых контакт осуществляется по поверхности, являются перспективным направлением в развитии силовых приводов вращательного действия.

Выводы к главе 2

- Анализ сравнения тел качения шариков и роликов показал, что использование роликов позволяет существенно увеличить нагрузочную способность ВПТК с точки зрения контактных напряжений по сравнению с шариками.
- Сравнение различных конструкций сепаратора показало, что применение сборных сепараторов и сепараторов, имеющих в углах гнёзд касательные к их стенкам скругления, является наиболее предпочтительным с точки зрения их прочности. Закрепление сепаратора с обоих его торцов, разбиение сепаратора на секции и увеличение его диаметра также способствует уменьшению внутренних напряжений.
- Анализ количества рядов тел качения показало, что использование в ВПТК числа рядов, кратных четырём, целесообразно с точки зрения прочности,

простоты изготовления и динамической уравновешенности волнообразователя ВПТК.

- Предложена новая конструктивная схема волновых передач с эксцентриковыми роликами, реализующая контакт между роликом и жёстким колесом по поверхности, что позволяет значительно уменьшить массу и габариты редуктора по сравнению с ВПТК.

3. Исследование динамических характеристик электромеханического привода на основе волновых передач с телами качения

В данной главе приведены результаты исследования динамических характеристик привода на основе ВПТК с использованием математической модели, учитывающей специфику нагрузочной характеристики.

Изучение влияния параметров ВПТК на статические, динамические и энергетические характеристики привода необходимо для использования этих приводов в различных системах ЛА. Исследование работы такого электромеханического привода в различных режимах проводится впервые.

Параметры, влияющие на динамические характеристики привода, включающего ВПТК:

- суммарная жёсткость исполнительного механизма, приведённая к выходному звену;
- суммарный люфт исполнительного механизма, приведённый к выходному звену;
- нелинейная нагрузочная характеристика и характеристика передаваемого момента ВПТК;
- момент инерции якоря электродвигателя;
- моменты инерции волнообразователя и выходного звена ВПТК;
- моменты инерции сопрягающих вращающихся валов и соединительных муфт;
- момент инерции объекта управления.

Известно влияние моментов инерции, люфтов и податливости валов на динамические характеристики привода [1], [49], [50]. Проведённые исследования ВПТК свидетельствуют о наличии в контуре многозначных нелинейностей. Исследование влияния специфических нелинейных нагрузочной характеристики и характеристики передаваемого момента ВПТК на динамику привода проводится методом математического моделирования и натурными экспериментами.

Параметры, влияющие на динамические характеристики механизма привода, такие как моменты инерции элементов передач и жёсткости валов, могут быть получены из твердотельной модели, приведённой на рисунке 1.1, и внесены в математическую модель привода. Также в математическую модель заносятся нагрузочные характеристики и характеристики передаваемого момента, описанные и полученные по методике, приведённой в главе 1.

Предполагается после моделирования и снятия статических и динамических характеристик провести коррекцию геометрических параметров ВПТК, внести изменения в твердотельную модель и скорректировать коэффициенты системы управления и её состав для получения желаемых характеристик.

3.1. Построение математической модели привода

В математической модели привода представлены следующие элементы: контроллер, электродвигатель с инвертором, две ступени редуктора – промежуточная и выходная, нагрузка, датчик обратной связи (ДОС). Реализация модели осуществлена в пакете MATLAB/Simulink.

Разработанная математическая модель позволяет построить и исследовать статические, механические, энергетические и динамические характеристики электромеханического привода, включающего ВПТК, с учётом влияния жёсткости, характеристики передаваемого момента, люфта и коэффициента демпфирования передачи. При этом вид входного сигнала и нагрузки может быть задан любым.

На рисунке 3.1 приведён общий вид математической модели привода на основе бесколлекторного двигателя постоянного тока и двух ступеней редукторов на основе ВПТК.

При построении математической модели использовался блок генератора сигнала, предназначенный для задания входного значения угла, которое должен отработать привод. Генератор способен воспроизводить постоянный и

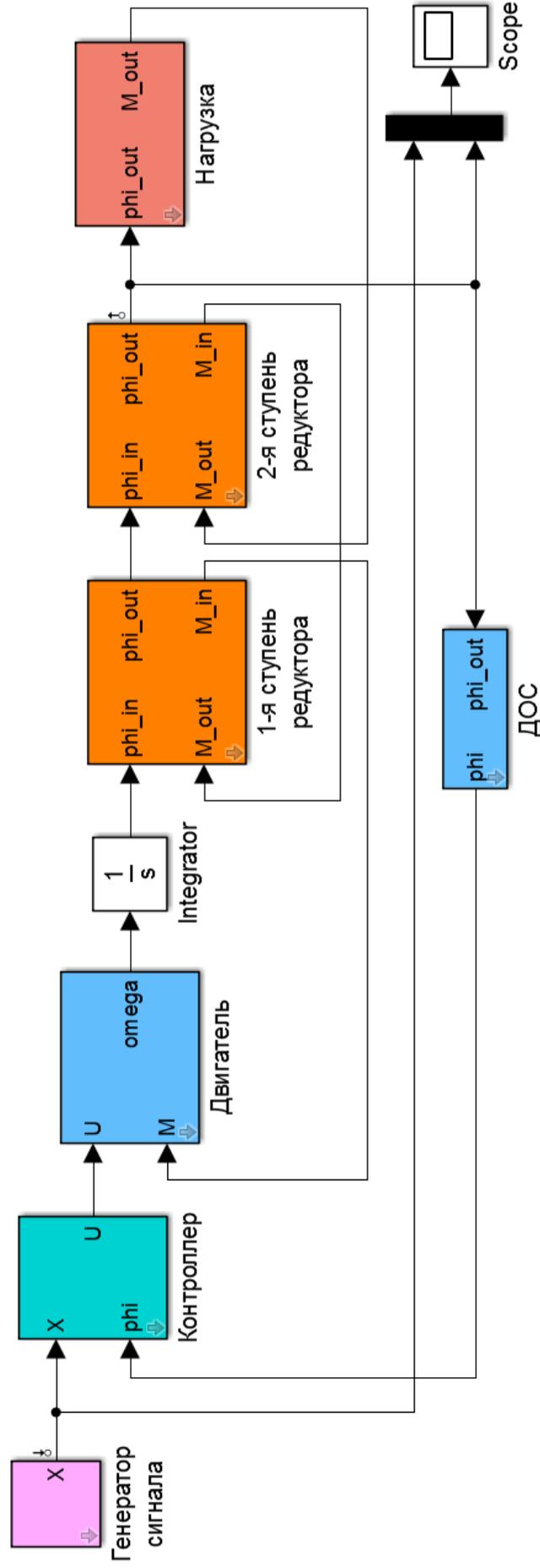


Рисунок 3.1. Реализация математической модели привода вращательного действия на основе ВПТК в Simulink.

периодический сигнал синусоидального, ступенчатого и пилообразного вида с заданной амплитудой и частотой.

Блок состоит из сумматора, складывающего постоянную и периодическую составляющие сигнала, четырёх блоков - генераторов сигнала и переключателя (см. рисунок 3.2).

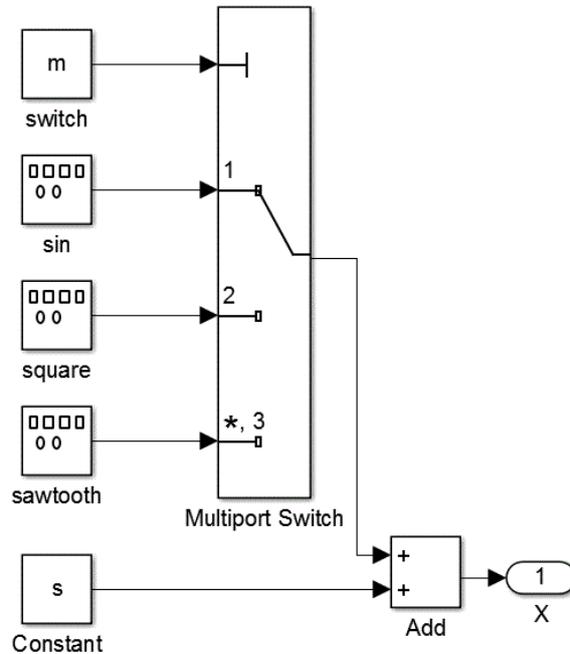


Рисунок 3.2. Реализация блока генератора в Simulink.

Контроллер

Блок контроллера (см. рисунок 3.3) включает два входа: сигнал от блока генератора и сигнал от датчика обратной связи привода; один выход – необходимая величина угловой скорости вала двигателя.

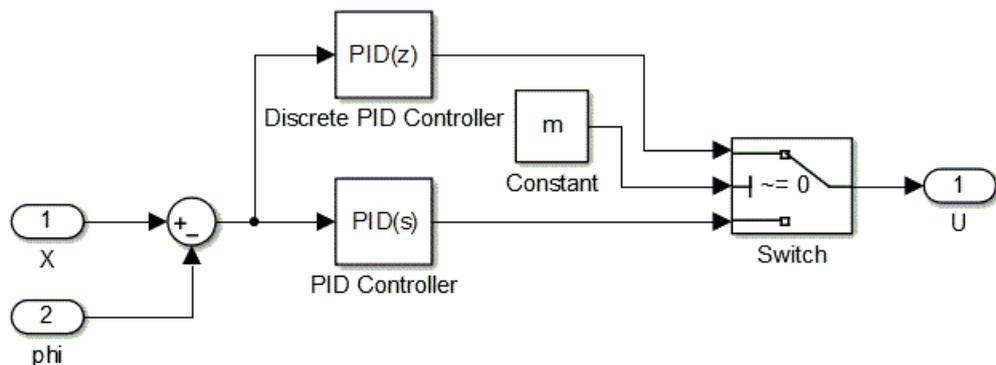


Рисунок 3.3. Реализация блока контроллера в Simulink.

Также блок управления содержит сумматор, вычитающий величину угла фактического положения вала привода из требуемого, и два пропорционально-интегрально-дифференциальных регулятора (ПИД-регулятор), работающих в непрерывном и в дискретном режимах соответственно, и преобразующих сигнал получившейся ошибки. Одновременно может быть включён только один из регуляторов в зависимости от требований к моделированию. ПИД-регуляторы могут работать в разных режимах: пропорциональном, пропорционально-интегральном, пропорционально-дифференциальном, интегральном, пропорционально-интегрально-дифференциальном. В зависимости от режима используются соответствующие коэффициенты усиления: пропорциональный - P , интегральный - I , дифференциальный - D и коэффициент фильтрации N , которые принимают нулевое или отличное от нуля значение.

Передаточная функция ПИД регулятора описывается выражением [51]:

$$u(s) = P \left(1 + I \frac{1}{s} + D \frac{N}{1 + N \frac{1}{s}} \right). \quad (3.1)$$

В блоке ПИД регулятора есть функция, позволяющая автоматически настраивать коэффициенты по желаемому виду переходного процесса и виду ЛАФЧХ при условии, что контур, включающий регулятор, замкнут.

Электродвигатель с инвертором

Электродвигатель, используемый в приводе, представляет собой бесколлекторный двигатель постоянного тока, имеющий датчик положения ротора, который подключён к инвертору, коммутирующему обмотки статора с частотой, соответствующей заданной блоком управления скорости. Так как устройство покупного инвертора неизвестно, в динамической модели он был объединён с электродвигателем в единый блок, реализующий паспортные характеристики этих элементов.

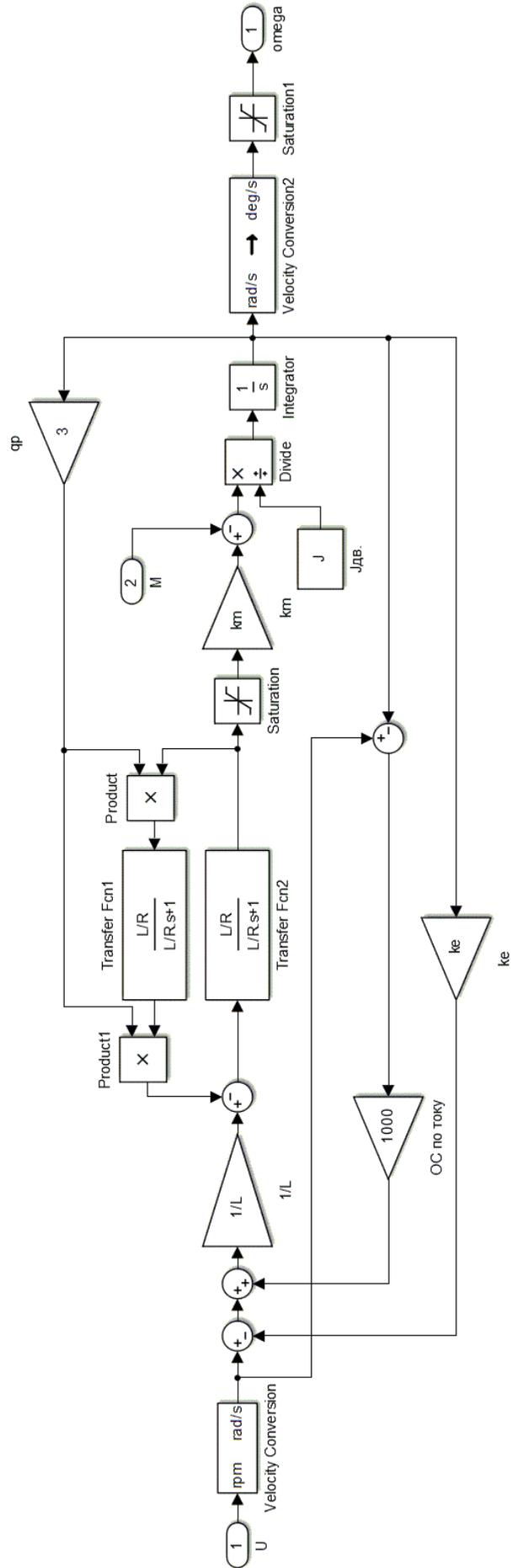


Рисунок 3.4. Реализация блока инвертора и двигателя в Simulink.

Входами в блок (см. рисунок 3.4) являются задаваемое значение скорости и момент нагрузки, приведённые к валу двигателя. Выходом является скорость вала двигателя.

Блок реализует следующие уравнения [52]:

$$\frac{di_d}{dt} = -\frac{R_{cm}}{L}i_d, \quad (3.2)$$

$$\frac{di_q}{dt} = \frac{R_{cm}}{L} \left(-i_q - \frac{k_e}{R_{cm}} \Omega_{\partial\theta} \right) + \frac{1}{L} u_q, \quad (3.3)$$

$$\frac{d\varphi_c}{dt} = \Omega_{\partial\theta}, \quad (3.4)$$

$$J \frac{d\Omega_{\partial\theta}}{dt} = k_M i_q - M_{c.n.c.}, \quad (3.5)$$

где i_d , i_q - компоненты статорного тока, R_{cm} - сопротивление статорных обмоток, L - индуктивность статорных обмоток, k_e , k_M - коэффициенты противо-ЭДС и момента двигателя соответственно, φ_c - угол вала двигателя, $\Omega_{\partial\theta}$ - угловая скорость вала двигателя, u_q - статорное напряжение, J - момент инерции ротора, $M_{c.n.c.}$ - момент нагрузки статический.

В блок также включена обратная связь по току статорных обмоток, ограничения по току и скорости вала.

Блок редуктора

Волновая передача с телами качения является передачей с многопарным зацеплением, поэтому описать её полностью в динамической модели весьма сложно, т.к. имеет место множественный контакт тел качения с другими элементами передачи. С точки зрения динамической модели, блок редуктора должен выполнять следующие функции:

- 1) Редукцию угла (скорости) и момента.
- 2) Реализацию нагрузочной характеристики и характеристики передаваемого момента ВПТК с учётом её нелинейностей.

- 3) Реализацию инерции подвижных элементов редуктора.
- 4) Реализацию люфта редуктора.

Редукция скорости осуществляется делением её текущего значения на передаточное число ступени ВПТК. Редукция момента осуществляется в соответствии с полученной по методике, изложенной в главе 1.2, характеристикой передаваемого момента (см. рисунок 3.5).

Нагрузочная характеристика и характеристика передаваемого момента ВПТК (см. рисунки 1.9, 1.14), полученные в главе 1.2, представляют собой сложные нелинейные функции, зависящие от направления вращения, величины и направления действия момента нагрузки.

Инерция валов ВПТК определяется из твердотельных моделей (см. рисунок 1.1) соответствующих деталей. Жёсткость валов определяется с помощью расчёта на кручение по размерам, взятым из твердотельной модели или с помощью конечно-элементного анализа, если геометрия вала сложна.

Математическая модель блока редуктора на основе волновой передачи с телами качения приведена рисунке 3.5.

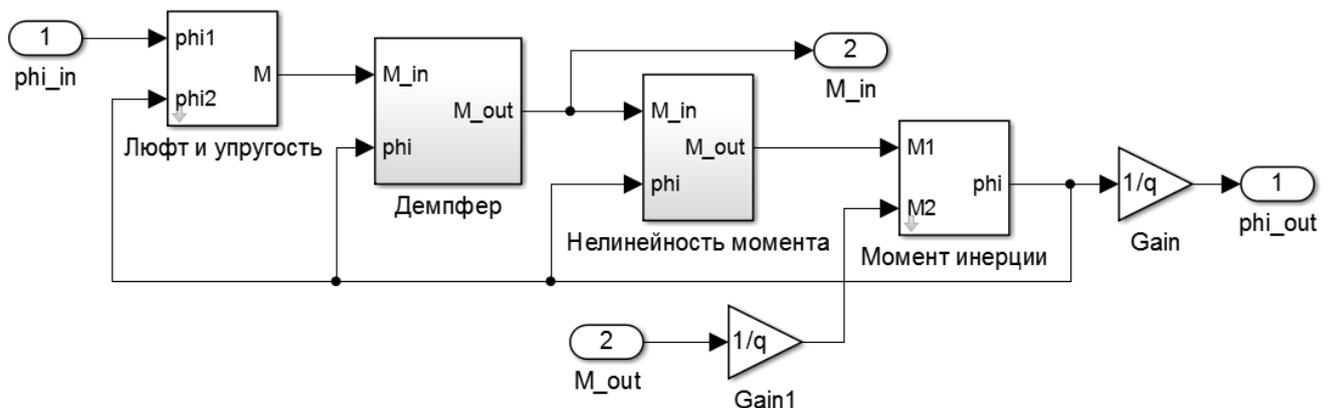


Рисунок 3.5. Реализация блока редуктора в Simulink.

Переменными входными параметрами являются значения момента нагрузки на выходном валу и угол входного вала. Выходными параметрами являются угол выходного вала, приведённый к входному валу момент нагрузки. Постоянными входными параметрами являются передаточное число, значение люфта, коэффициенты наклона нагрузочной характеристики и характеристики

передаваемого момента, моменты инерции входного и выходного валов редуктора, коэффициент демпфирования.

Блок «Люфт и упругость» в блоке «Редуктор» (см. рисунок 3.6) реализует люфт на входном валу ВПТК и приведённую к входному валу упругость всей передачи.

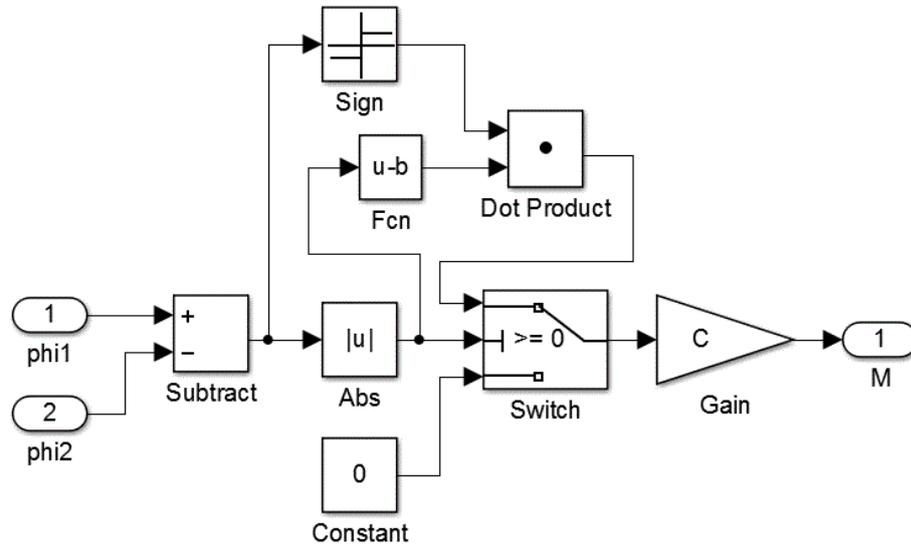


Рисунок 3.6. Реализация блока «Люфт и упругость» в Simulink.

Блок «Люфт» описывается уравнениями, связывающими углы концов упругого вала, эквивалентного по жёсткости ВПТК, с моментом, вызываемым его закручиванием с учётом люфта в передаче:

$$M = \text{sign}(\varphi_1 - \varphi_2) \cdot \left(|\varphi_1 - \varphi_2| - \frac{\beta}{2} \right) \cdot C_9, \text{ если } |\varphi_1 - \varphi_2| \geq \frac{\beta}{2}, \quad (3.11)$$

$$M = 0, \text{ если } |\varphi_1 - \varphi_2| < \frac{\beta}{2}, \quad (3.12)$$

где φ_1 и φ_2 – углы концов эквивалентного упругого вала, C_9 – эквивалентная жёсткость ВПТК, приведённая ко входному валу, β – полный угловой люфт входного вала передачи,

Блок «Демпфер» (см. рисунок 3.7) предназначен, для вычитания из передаваемого момента величины, пропорциональной скорости вращения входного вала ВПТК, возникающей из-за вязкого трения между её подвижными элементами.

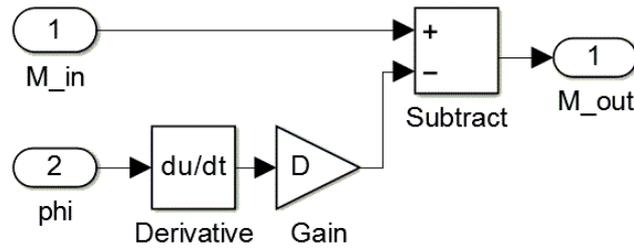


Рисунок 3.7. Реализация блока «Демпфер» в Simulink.

Математически данный блок можно описать уравнением:

$$M_{вых} = M_{вх} - c\omega, \quad (3.13)$$

где $M_{вх}$ и $M_{вых}$ – входной и выходной моменты, c – коэффициент демпфирования, ω – угловая скорость вала.

Блок «Нелинейность момента» (см. рисунок 3.8) реализует характеристику передаваемого момента по следующим выражениям:

$$M_{вых} = q \frac{M_{вх}}{k_{Mp}}, \text{ если } \omega_{вх} \geq 0; \quad (3.6)$$

$$M_{вых} = q \frac{M_{вх}}{k_{Mm}}, \text{ если } \omega_{вх} < 0; \quad (3.7)$$

где $M_{вх}$ и $M_{вых}$ – входной и выходной моменты, k_{Mp} , k_{Mm} – коэффициенты наклона характеристики передаваемого момента для работы передачи в режиме редуктора и мультипликатора соответственно, $\omega_{вх}$ – угловая скорость входного вала.

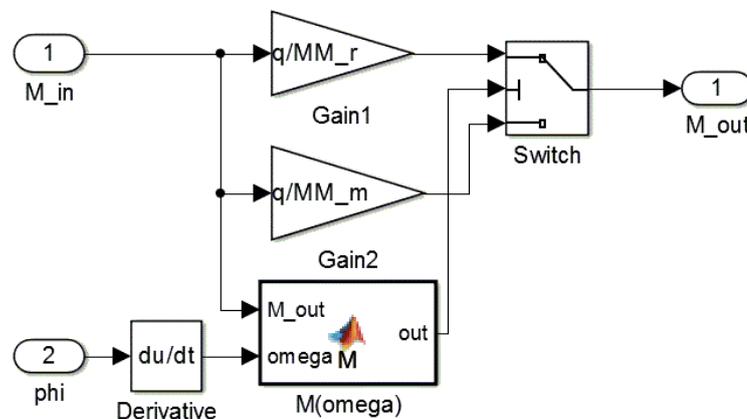


Рисунок 3.8. Реализация блока «Нелинейность момента» в Simulink.

Блок «Момент инерции» (см. рисунок 3.9) предназначен для реализации приведённого ко входному валу момента инерции ВПТК.

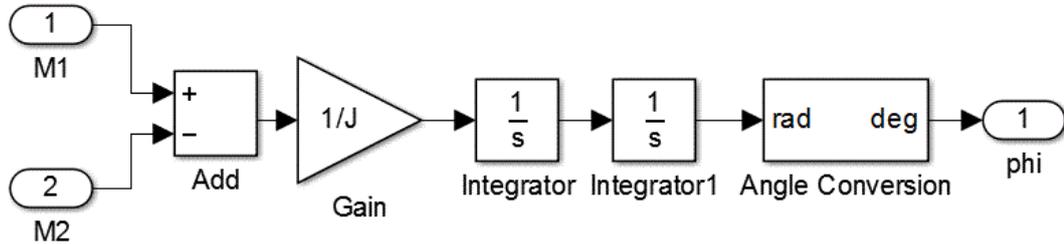


Рисунок 3.9. Реализация блока «Момент инерции» в Simulink.

Блок описывается следующим уравнением:

$$\varphi(t) = \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t \frac{(M_1 - M_2)}{J} dt^2, \quad (3.13)$$

где $\varphi(t)$ – угол поворота эквивалентного инерциального вала, J – приведённый ко входному валу момент инерции ВПТК, M_1 и M_2 – моменты, действующие на эквивалентный инерциальный вал.

Блок нагрузки

Блок нагрузки (см. рисунок 3.10) реализует постоянный или меняющийся во времени момент нагрузки и момент инерции от объекта управления, а также шарнирный момент. Входными переменными параметрами являются значение угла поворота выходной ступени. Входными постоянными параметрами являются момент инерции объекта управления, коэффициент вязкого трения, вид, амплитуда и частота циклической нагрузки, величина постоянной нагрузки. Выходными параметрами являются развиваемый момент нагрузки на выходном валу редуктора. В данном блоке также использована пара блоков «Люфт и упругость» и «Момент инерции».

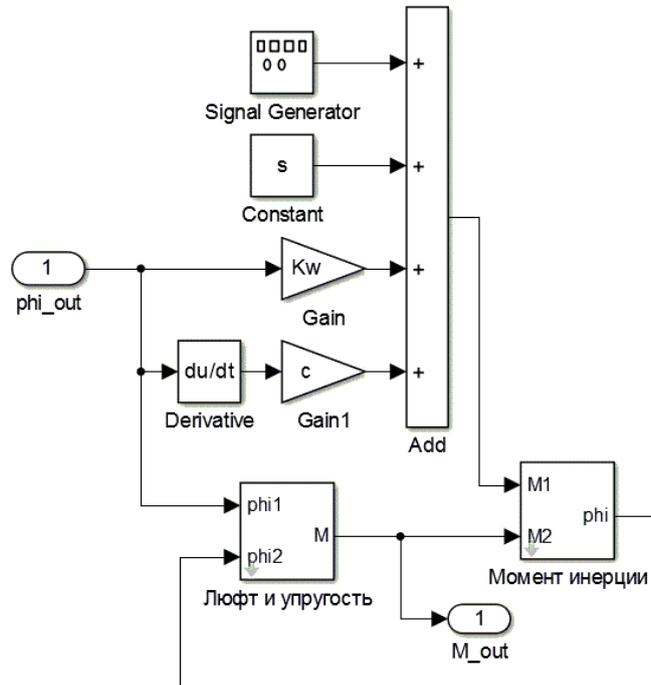


Рисунок 3.10. Реализация блока нагрузки в Simulink.

Блок датчика обратной связи.

Блок датчика обратной связи (см. рисунок 3.11) позволяет ввести в канал обратной связи зону нечувствительности и дискретизацию по уровню и по времени в соответствии с параметрами реального датчика или аналого-цифрового преобразователя.

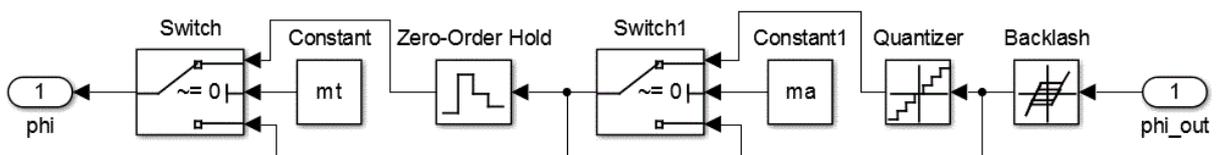


Рисунок 3.11. Реализация блока датчика обратной связи в Simulink.

3.2. Анализ результатов математического моделирования

Данная глава посвящена исследованию динамических характеристик электромеханического привода на основе ВПТК. Для исследования используется математическая модель, состоящая из элементов, рассмотренных в главе 3.1.

Результаты исследования получены для электромеханического привода с двухступенчатым редуктором на основе ВПТК и пропорционального

коэффициента усиления в прямой цепи при единичном коэффициенте обратной связи.

В качестве критериев для оценки динамических свойств выбраны амплитудно-фазово-частотная характеристика, вид переходного процесса при отработке скачкообразного сигнала и вид отработки синусоидального сигнала. Для всех случаев моделирования использовалась модель электродвигателя, описанная в главе 3.1 с параметрами, приведёнными в таблице 3.1.

Таблица 3.1

Сопротивление якоря, Ом	12,6
Индуктивность якоря, Гн	$9,6 \cdot 10^{-3}$
Момент инерции ротора, кг·м ²	$3,4 \cdot 10^{-5}$
Коэффициент момента	0,64
Коэффициент противо-ЭДС	0,56
Максимальная сила тока якоря, А	8
Максимальная скорость ротора, об/мин	9000

Контроллер включён в пропорциональном режиме с коэффициентом усиления $P=2000$ для всех случаев. Во всех случаях моделирования присутствует идеальный промежуточный редуктор с передаточным отношением 18 для согласования выходной ступени и двигателя и момент инерции объекта управления, равный $1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. В данном исследовании изучается влияние только выходной ступени на динамику привода, т.к. она находится ближе к объекту управления и влияет в наибольшей степени.

Идеальный редуктор

За идеальный редуктор примем две передачи – выходную и промежуточную, с передаточными числами 14 и 18 соответственно, отсутствием люфта и бесконечно большой жёсткостью.

Отработка приводом синусоидального входного сигнала с амплитудой $0,1^\circ$ и частотой 5 Гц под показана на рисунке 3.12. Отработка приводом ступенчатого

сигнала с амплитудой $0,1^\circ$ показана на рисунке 3.13. ЛАФЧХ привода при амплитуде входного сигнала $0,1^\circ$ показана на рисунке 3.14.

Из приведённых осциллограмм видно, что система обладает астатизмом первого порядка за счёт использования только пропорционального усиления в прямой цепи и наличия моментов инерции ОУ, двигателя и ступеней редуктора. Вид переходного процесса – аperiodический.

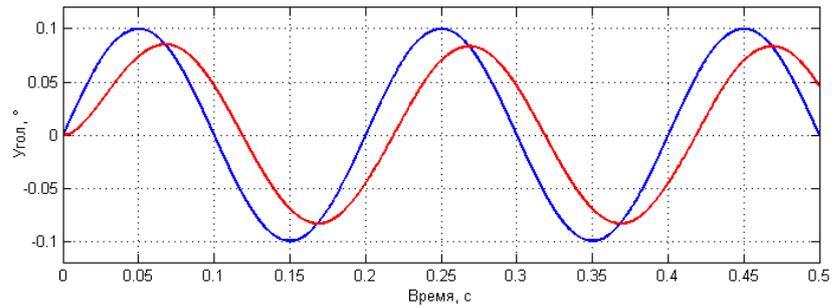


Рисунок 3.12. Отработка синусоиды приводом с идеальным редуктором.

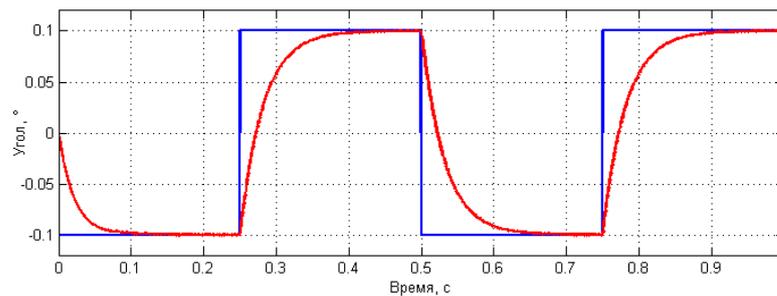


Рисунок 3.13. Отработка ступенчатого сигнала приводом с идеальным редуктором.

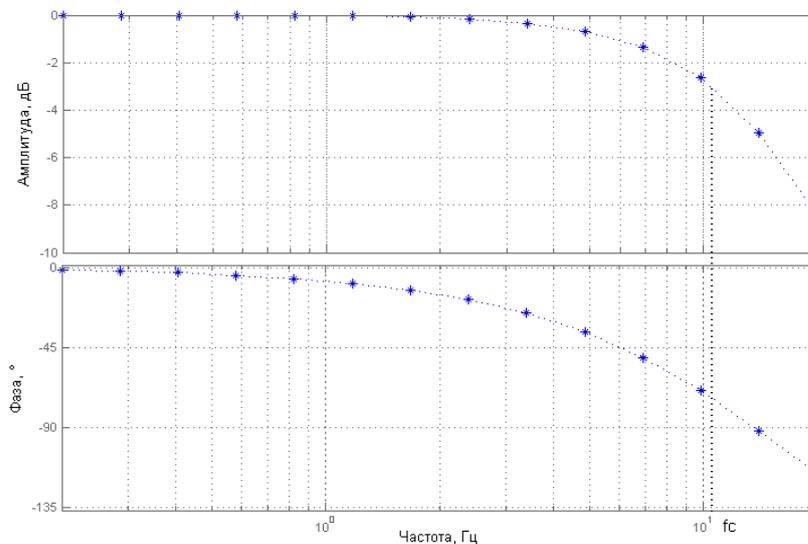


Рисунок 3.14. ЛАФЧХ замкнутого привода с идеальным редуктором.

Реальный редуктор

Чтобы оценить влияние на динамику привода момента нагрузки, коэффициента шарнирного момента, жёсткости, характеристики передаваемого момента, люфта и коэффициента демпфирования реального редуктора были заданы базовые значения этих параметров и рассмотрено влияние каждого из них в отдельности. Оценивалось влияние параметра на форму отработки приводом синусоидального и скачкообразного сигналов при амплитуде $0,1^\circ$. Базовые значения параметров и диапазоны их изменения приведены в таблице 3.2.

Таблица 3.2

Параметры нагрузки	Базовое значение	Переменные значения
Момент нагрузки, Нм	0	0, 10, 20, 50, 100, 200, 500
Коэффициент шарнирного момента, Нм/ $^\circ$	0	0, 20, 50, 100
Параметры выходной ступени редуктора	Базовое значение	Переменные значения
Жёсткость со стороны входного вала, Нм/ $^\circ$	15	1, 5, 10, 15, 100
Отношение выходного момента к входному в режиме редуктора/мультипликатора	10/30	14/14, 12/18, 10/30, 9/39, 8/50
Люфт входного вала, $^\circ$	1	0, 1, 2, 4, 6, 8
Коэффициент демпфирования Нм/ $^\circ$ /с	0.1	0.01, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 0.8

На рисунках 3.15 и 3.16 приведены осциллограммы отработки приводом синусоидального и ступенчатого сигналов соответственно при базовом значении всех параметров. При отработке синусоиды приводом с реальным редуктором, пики синусоиды «срезаются» за счёт наличия люфта в передаче, а также за счёт эффекта «залипания», соответствующего горизонтальным участкам

характеристики передаваемого момента ВПТК. При обработке ступенчатого сигнала появляются задержки переходного процесса и незначительная статическая ошибка.

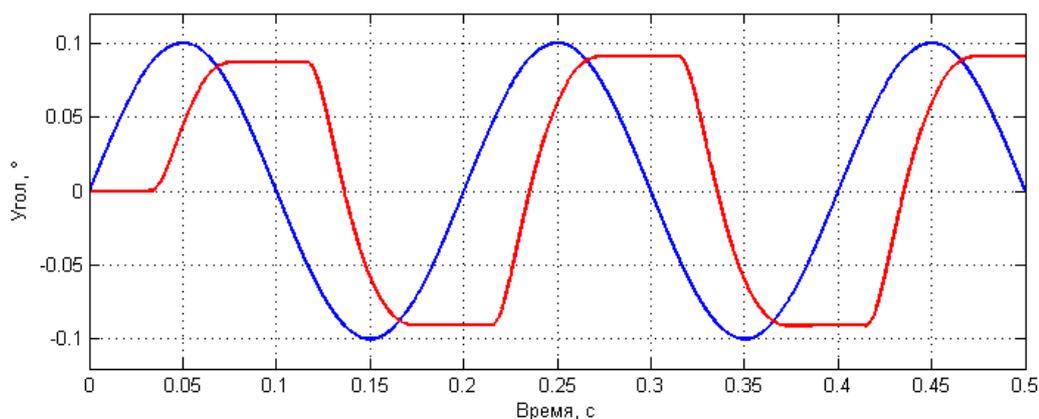


Рисунок 3.15. Отработка синусоиды приводом с базовыми значениями параметров.

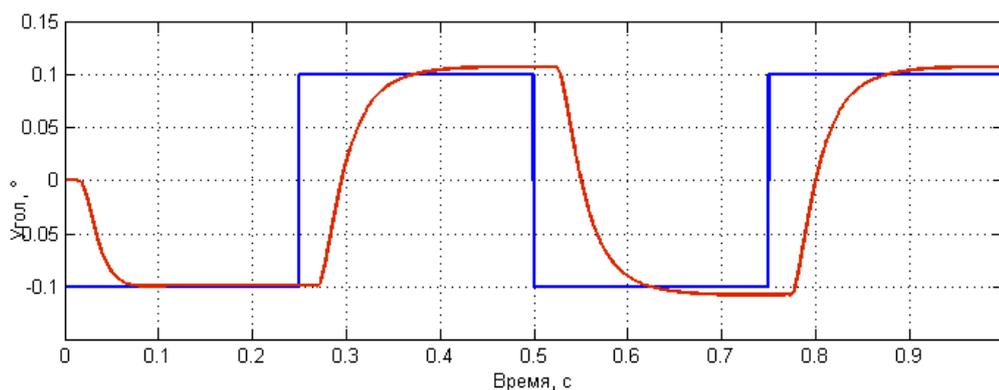


Рисунок 3.16. Отработка ступенчатого сигнала приводом с базовыми значениями параметров.

Для привода, отрабатывающего синусоидальный сигнал (см. рисунок 3.17), при моментах нагрузки от 10 до 50 Нм наблюдаются выбросы в пиках синусоиды, что физически означает выброс люфта передачи моментом нагрузки, приложенным к инерционному ОУ при изменении направления вращения. Чем больше момент нагрузки, тем круче наклон выброса. При отсутствии момента нагрузки (см. рисунок 3.15) выброс отсутствует, а при моментах 200 Нм и 500 Нм люфт выбирается один раз в первом пике синусоиды и привод отрабатывает входной

сигнал без срезов в пиках, т.к. момент нагрузки достаточен, чтобы постоянно удерживать выбранный люфт ВПТК в одном из крайних положений.

Подобные выбросы наблюдаются и при обработке приводом ступенчатого сигнала при различных значениях момента нагрузки (см. рисунок 3.18). Как и в случае с синусоидой, при средних значениях момента нагрузки выбросы имеют наклон тем круче, чем больше момент, а при больших моментах – люфт в передаче выбирается. Это приводит к тому, что в случае больших моментов выбросы и запаздывания переходного процесса, связанные с люфтом, отсутствуют.

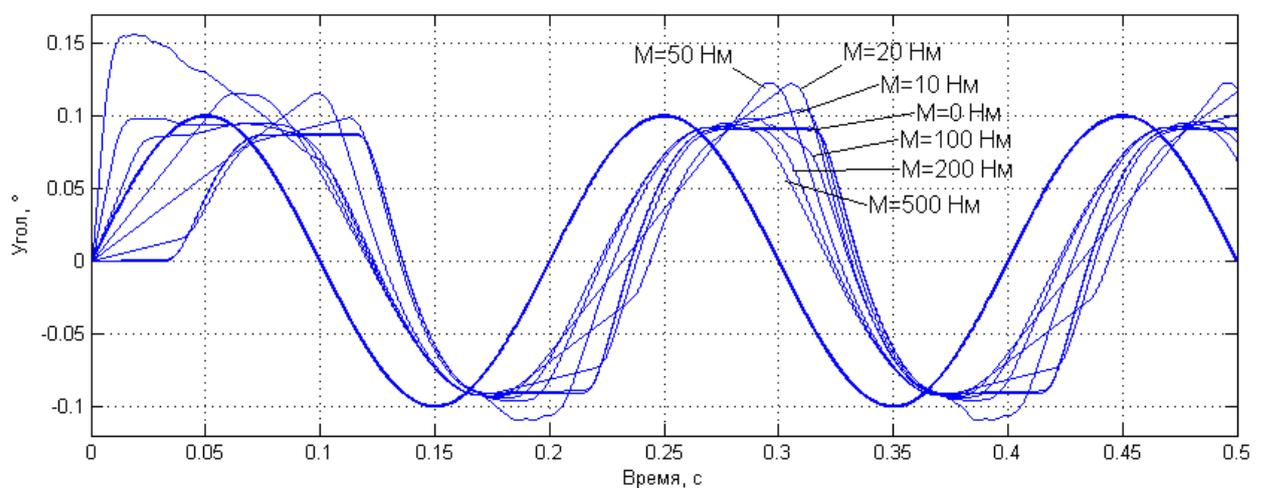


Рисунок 3.17. Отработка синусоиды приводом с разным моментом нагрузки.

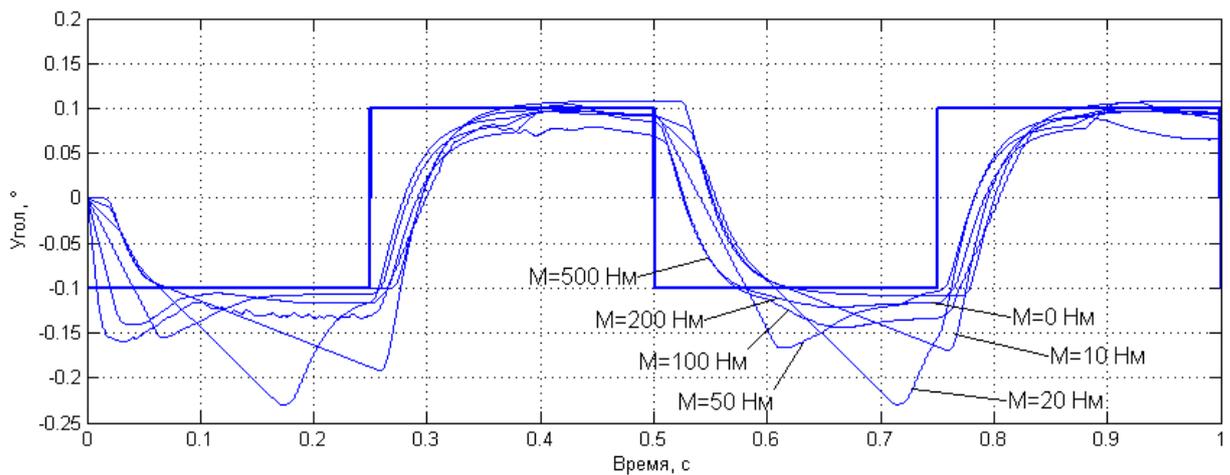


Рисунок 3.18. Отработка ступенчатого сигнала приводом с разным моментом нагрузки.

При увеличении шарнирного момента срезы пиков синусоиды немного искажаются, наклоняясь в сторону нейтрального положения (см. рисунок 3.19). Вид отработки приводом скачкообразного сигнала при увеличении шарнирного момента практически не изменяется (см. рисунок 3.20).

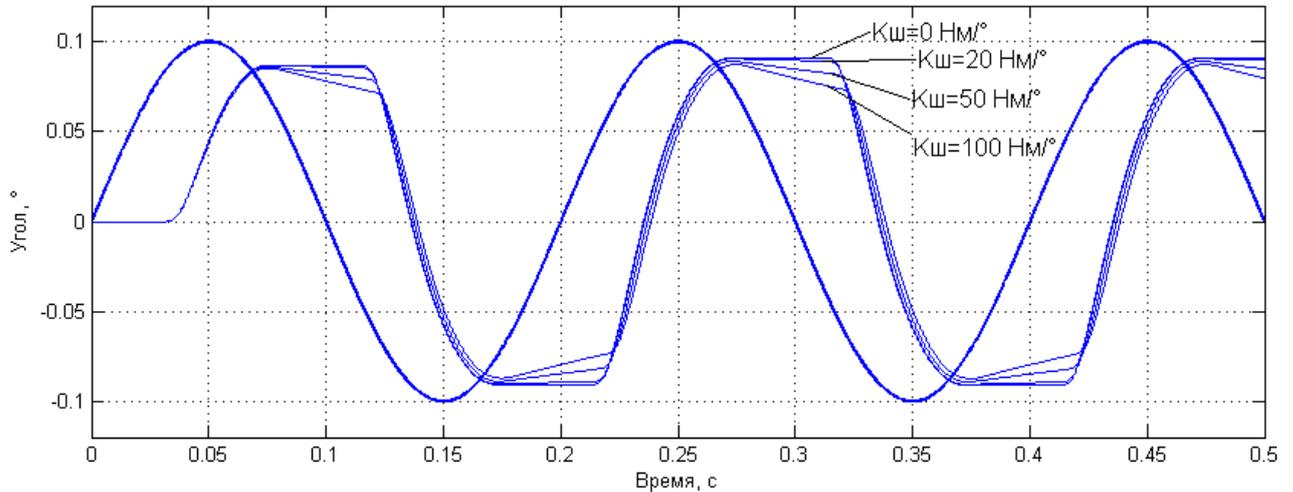


Рисунок 3.19. Отработка синусоиды приводом с разным коэффициентом шарнирного момента.

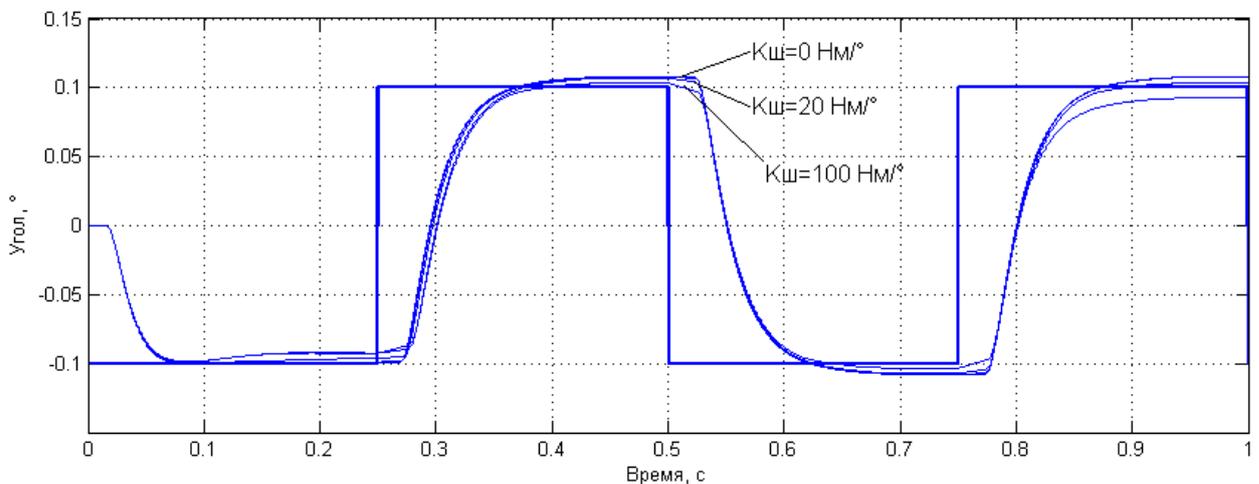


Рисунок 3.20. Отработка ступенчатого сигнала приводом с разным коэффициентом шарнирного момента.

Изменение жёсткости передачи ощутимо сказывается на искажении формы сигналов при отработке приводом (см. рисунки 3.21, 3.22). В случае синусоиды, при жёсткости ВПТК, равной 1 Нм/° , заметно существенное отставание по фазе и увеличение амплитуды по сравнению с базовым значением. С увеличением

жёсткости наблюдается уменьшение запаздывания по фазе до некоторого устойчивого значения, а также уменьшение амплитуды. При жёсткости передачи свыше 15 Нм/° форма отработки синусоиды практически не изменяется. При отработке ступенчатого сигнала наблюдаются те же искажения, что и в случае синусоиды. Также наблюдается статическая ошибка для жёсткости ВПТК меньше 15 Нм/° .

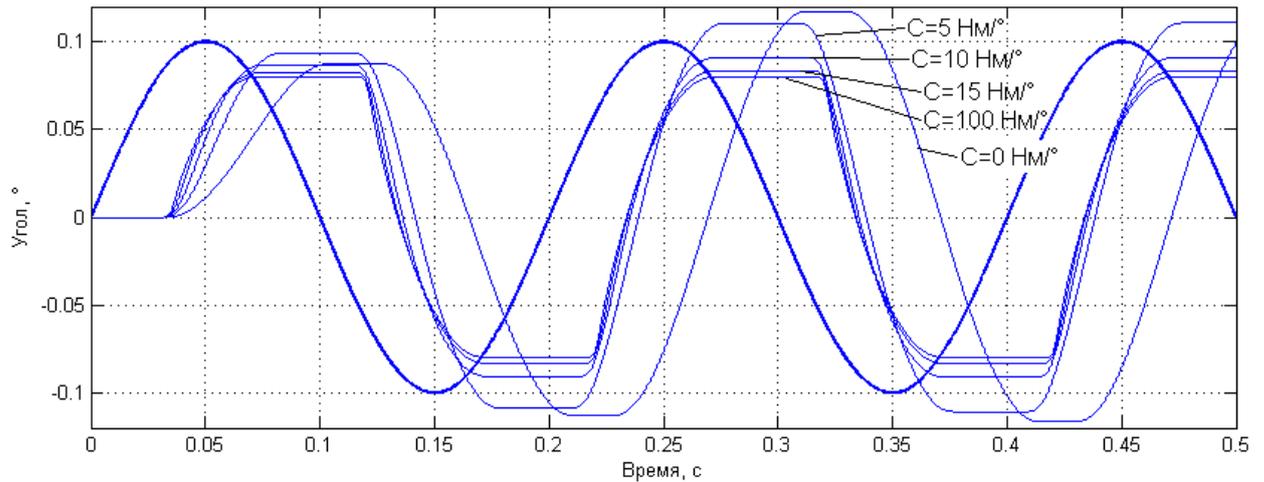


Рисунок 3.21. Отработка синусоиды приводом с разной жёсткостью ВПТК.

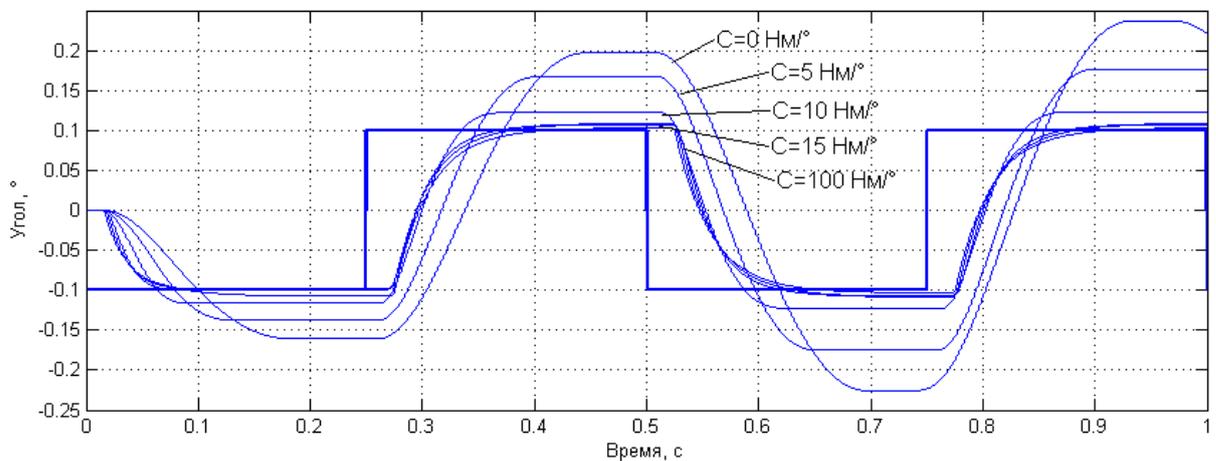


Рисунок 3.22. Отработка ступенчатого сигнала приводом с разной жёсткостью ВПТК.

Установлено, что изменение характеристики передаваемого момента ВПТК никак не влияет на вид осциллограмм при отработке приводом синусоидального или ступенчатого сигналов без момента нагрузки. Однако при наличии момента

нагрузки, влияние становится заметным (см. рисунки 3.23, 3.24). Для данного исследования был выбран момент, равный 500 Нм.

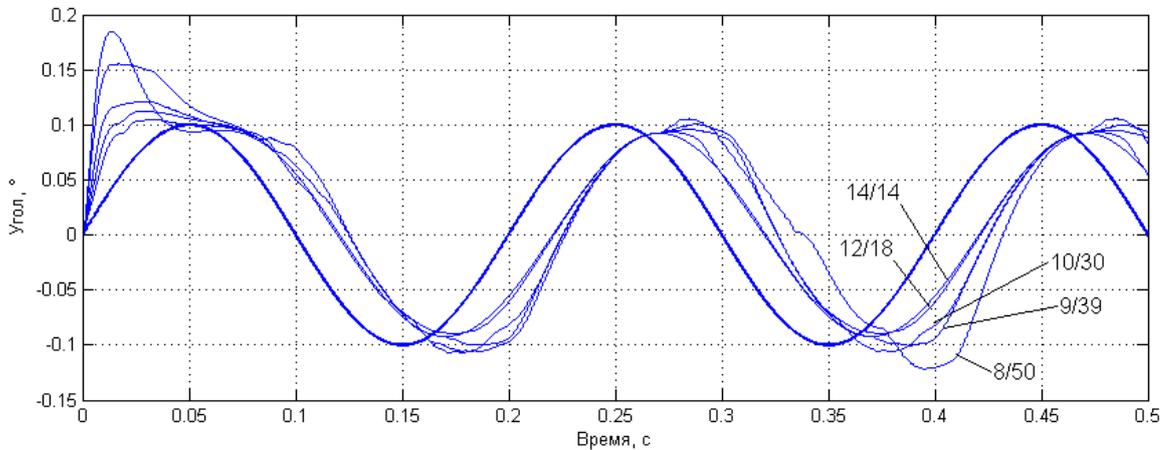


Рисунок 3.23. Отработка синусоиды приводом с разной характеристикой передаваемого момента ВПТК.

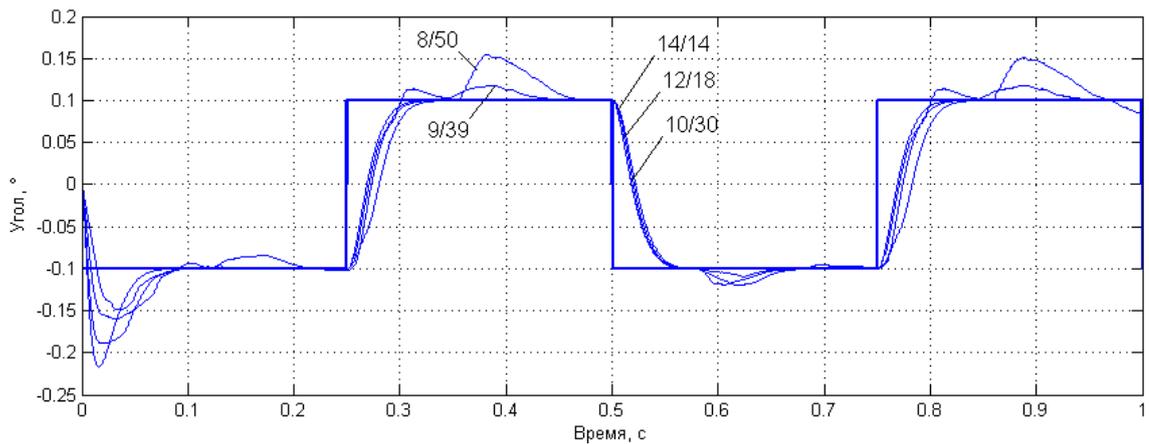


Рисунок 3.24. Отработка ступенчатого сигнала приводом с разной характеристикой передаваемого момента ВПТК.

Осциллограммы показали, что чем больше разница между отношениями выходного момента ко входному в режиме мультипликатора и редуктора, тем сильнее искажается синусоидальный сигнал. В случае ступенчатого сигнала, при отношениях 8/50 и 9/39 появляются выбросы после завершения переходного процесса. При других отношениях форма осциллограммы практически одинакова.

Люфт в передаче имеет существенное влияние на динамику привода. На рисунке 3.25 показана осциллограмма отработки приводом синусоидального

сигнала с разным значением люфта входного вала. Очевидно, что при отсутствии люфта, осциллограмма принимает вид правильной синусоиды, а с его увеличением увеличиваются срезы пиков синусоиды, увеличивается сдвиг по фазе, уменьшается амплитуда. При величине люфта, превышающей 6° , сигнал с амплитудой $0,1^\circ$ вообще перестаёт обрабатываться приводом. Однако при нагружении привода внешним моментом люфт выбирается, и привод способен обрабатывать синусоидальный сигнал с малой амплитудой без срезов вершин, как это было показано на рисунке 3.17.

При увеличении люфта запаздывание переходного процесса ступенчатого сигнала также увеличивается (см. рисунок 3.26), но амплитуда сигнала остаётся неизменной.

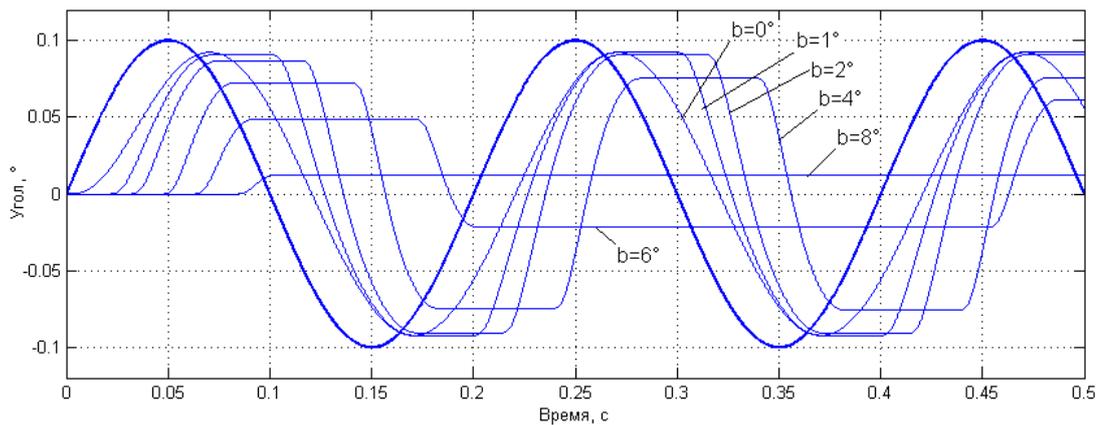


Рисунок 3.25. Отработка синусоиды приводом с разной величиной люфта ВПТК.

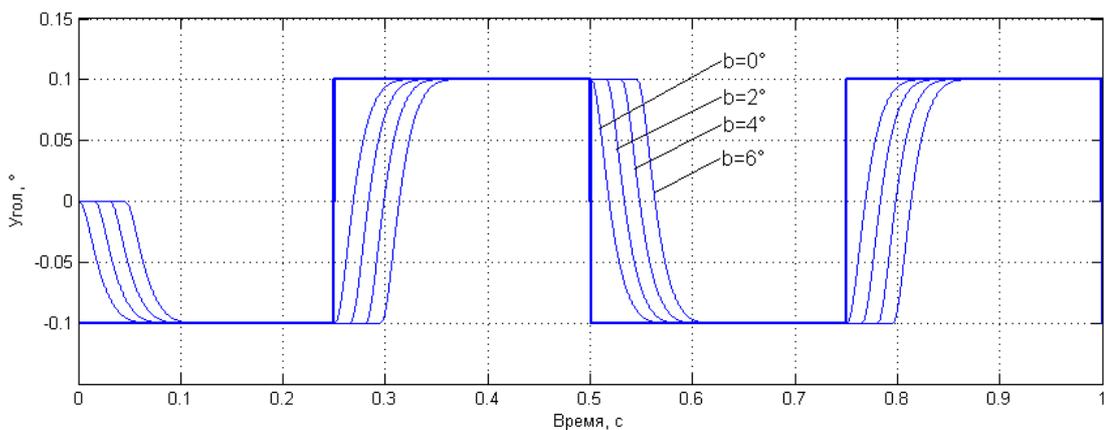


Рисунок 3.26. Отработка ступенчатого сигнала приводом с разной величиной люфта ВПТК.

При больших коэффициентах демпфирования, равных 0,8 и 0,5 Нм/°/с сдвиг фазы при обработке синусоиды весьма значителен, а амплитуда больше чем у заданного сигнала (см. рисунок 3.27). При обработке ступенчатого сигнала и больших коэффициентах наблюдается выброс во время продолжительного переходного процесса (см. рисунок 3.28). При коэффициентах демпфирования меньше 0,3 Нм/°/с форма осциллограмм практически одинакова.

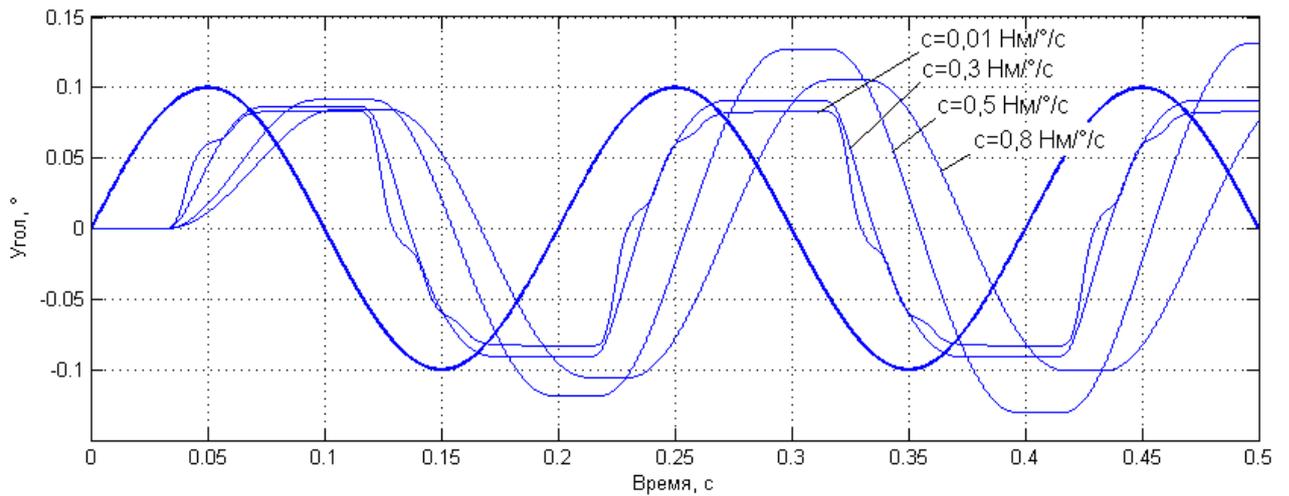


Рисунок 3.27. Отработка синусоиды приводом с разными коэффициентами демпфирования ВПТК.

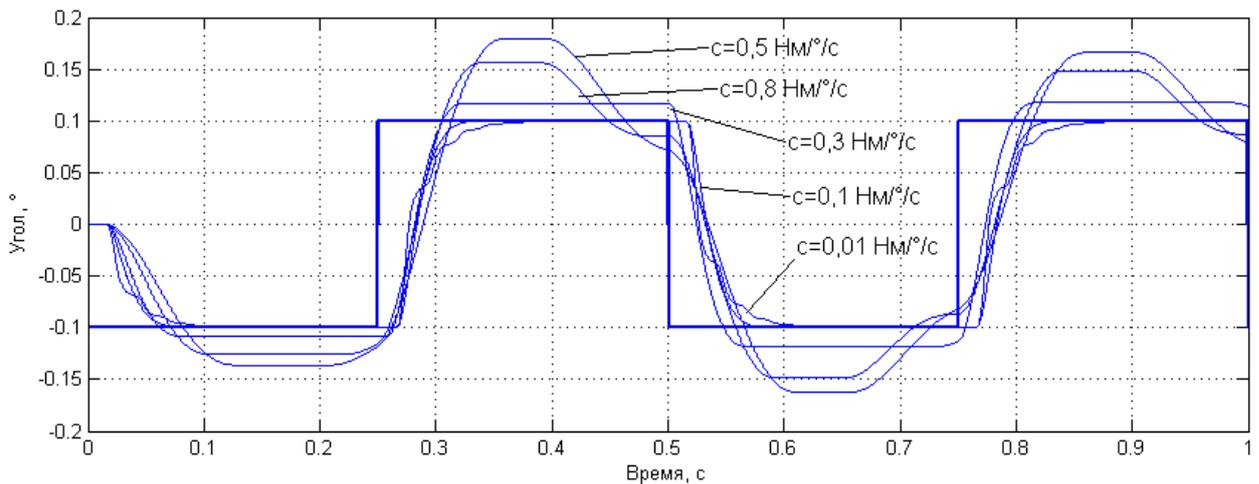


Рисунок 3.28. Отработка ступенчатого сигнала приводом с разными коэффициентами демпфирования ВПТК.

ЛАФЧХ привода, включающего ВПТК с базовыми параметрами, приведена на рисунке 3.29.

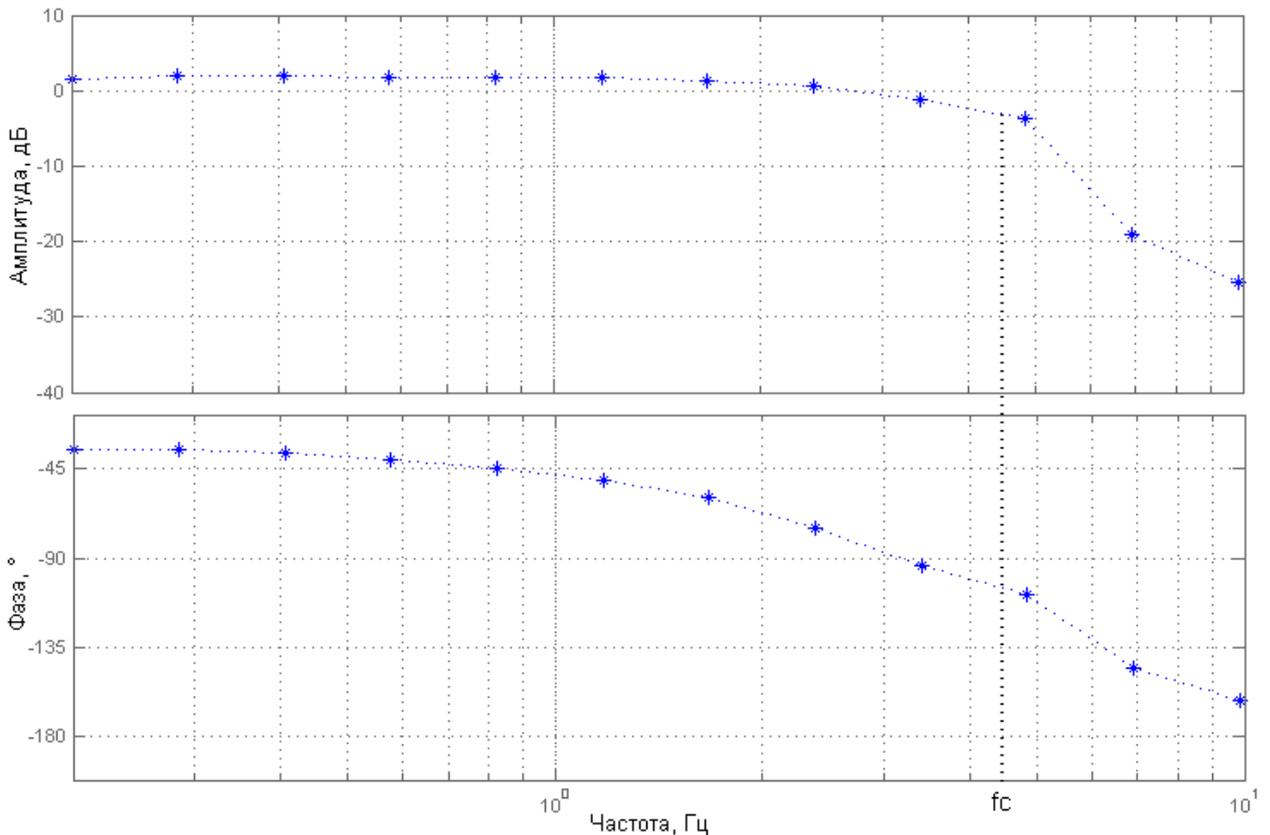


Рисунок 3.29. ЛАФЧХ привода, включающего ВПТК с базовыми параметрами.

Как видно из графика, частота среза уменьшилась до 5 Гц, а запас по фазе уменьшился до 72° по сравнению с идеальным случаем, где полоса пропускания составляла 11 Гц, а запас по фазе был равен 110° .

Чтобы улучшить частотные характеристики привода за счёт параметров выходной ступени редуктора, уменьшим люфт входного вала до 1° , увеличим жёсткость до 30 Нм/° и уменьшим разницу между наклонами линейных участков характеристики передаваемого момента до 12/18. Полученная ЛАФЧХ показана на рисунке 3.30. Как видно из графиков, за счёт изменения некоторых параметров, влияющих на динамику привода, удалось увеличить полосу пропускания до 9 Гц и запас по фазе до 92° .

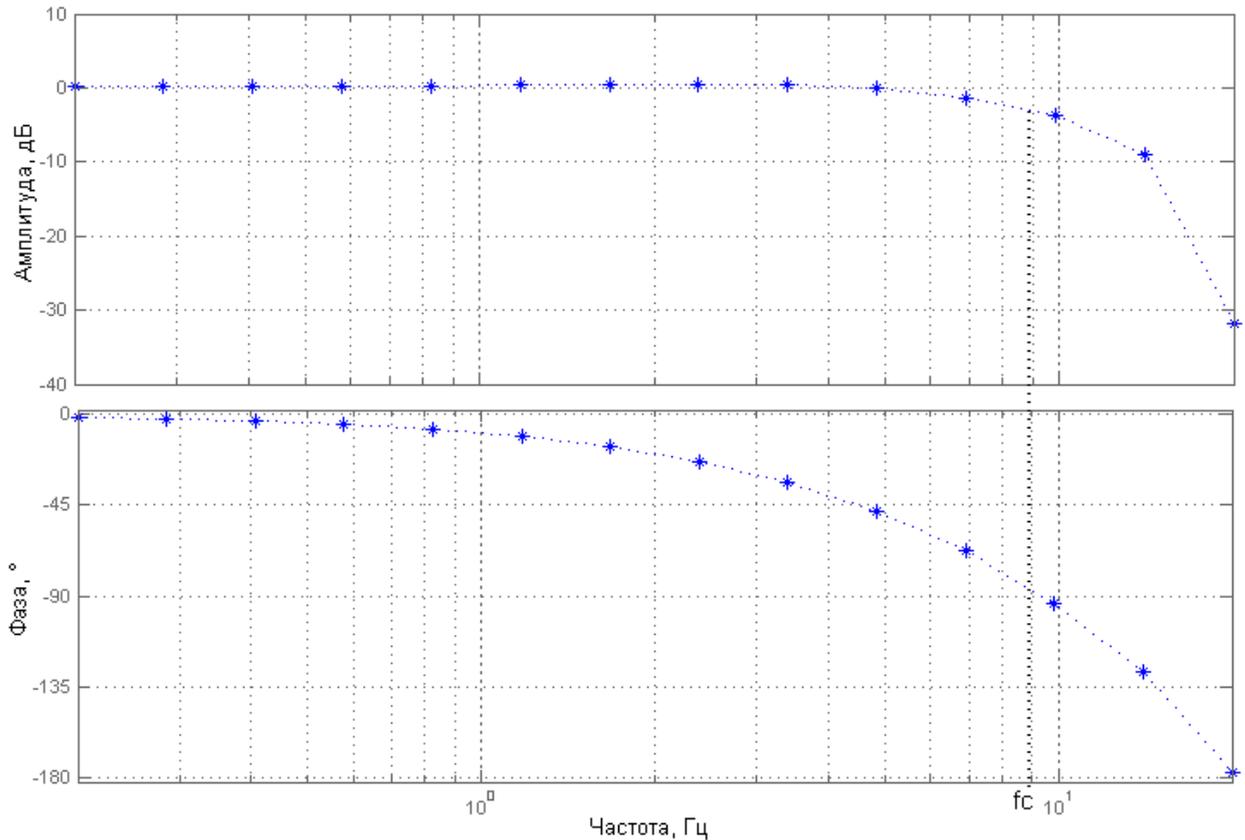


Рисунок 3.30. ЛАФЧХ привода, включающего ВПТК со скорректированными параметрами.

Рассмотрим конструктивные параметры ВПТК, влияющие на динамику привода. Как было показано в главе 1.4, на жёсткость ВПТК влияет её передаточное число, необходимая рабочая длина при неизменных наружном диаметре передачи и заданном максимальном допустимом контактом напряжении. Также на жёсткость влияет толщина стенки сепаратора и толщина стенки жёсткого колеса ВПТК. Таким образом, можно сделать вывод, что для обеспечения лучшей динамики привода необходимо увеличивать жёсткость ВПТК за счёт утолщения сепаратора и жёсткого колеса, увеличения числа тел качения и длины роликов.

На форму характеристики передаваемого момента ВПТК влияют коэффициенты трения в местах контакта роликов с сепаратором, жёстким колесом и диском волнообразователя. Чем больше коэффициенты трения, тем шире горизонтальная площадка характеристики передаваемого момента, и тем больше разница между наклонами её линейных участков. Как было показано ранее в этой

главе, большая разница между отношениями выходного момента к входному в режимах редуктора и мультипликатора, приводит к искажению формы отработки сигналов при наличии момента нагрузки. Поэтому для обеспечения лучшей динамики привода следует стремиться уменьшать трение в местах контакта роликов с другими элементами ВПТК. Для этого можно улучшать шероховатость поверхностей, применять антифрикционные материалы и высококачественные смазки, конструктивно обеспечивать переход от трения скольжения к трению качения.

Величина люфта в ВПТК зависит от точности изготовления дисков волнообразователя, гнезд сепаратора и профиля жёсткого колеса, если сделать допущение, что ролики изготовлены с высокой точностью, и отклонениями их размеров можно пренебречь. Люфт появляется в результате зазоров в системе диск волнообразователя – ролик – жёсткое колесо – сепаратор. Чем больше отклонение наружного диаметра диска волнообразователя, ширины гнезда сепаратора и профиля жёсткого колеса в сторону увеличения зазора, тем больше будет люфт. Как было показано, люфт существенно влияет на отработку приводом сигналов с малой амплитудой, поэтому для улучшения динамики следует уменьшать допуски на указанные поверхности, использовать конструктивные средства для выбирания люфта. Например, выполнение жёсткого колеса одной ступени ВПТК из двух частей позволяет выбрать люфт передачи за счёт их взаимного поворота друг относительно друга и фиксации в таком положении. Увеличение числа рядов роликов также позволяет уменьшить люфт за счёт разброса угловых отклонений гнезд сепаратора.

Хоть коэффициент демпфирования и влияет на динамику привода, в реальном редукторе этот коэффициент достаточно мал, т.к. силы вязкого трения, возникающие в нём, малы.

Для оценки результатов моделирования была использована математическая модель электромеханического привода элерона с двухступенчатым редуктором, описанная в главе 4. Вид модели в Simulink совпадает с моделью на рисунке 3.1, Данные, используемые в модели приедены в таблице 3.3.

Таблица 3.3

Параметр	Редуктор 1	Редуктор 2
Передаточное число	18	14
Жёсткость передачи со стороны входного вала, Нм/°	2	2
Отношение моментов в режиме редуктора	16	11,8
Отношение моментов в режиме мультипликатора	22	17,3
Люфт входного вала, °	8	10
Момент инерции, приведённый к входному валу, кг·м ²	$3,2 \cdot 10^{-5}$	$1,35 \cdot 10^{-4}$
Коэффициент демпфирования, Нм/°/с	0,01	0,062

На рисунке 3.31 приведена ЛАФЧХ, получившаяся при моделировании без нагрузки и при амплитуде входного сигнала, равной 1°. Характеристика близка к ЛАФЧХ, полученной экспериментально (см. рисунок 4.11). При этом полоса пропускания равна 4 Гц, запас по фазе - 60°.

Для улучшения динамических свойств данного привода требуется изменить некоторые параметры выходной ступени его редуктора: увеличить жёсткость до 4Нм/° и уменьшить люфт до 4°. ЛАФЧХ такого привода показана на рисунке 3.32. Как видно из характеристики, полоса пропускания осталась неизменной, однако запас по фазе увеличился до 95°. Это позволяет увеличить пропорциональный коэффициент усиления в прямой цепи привода с 760 до 1200 без потери устойчивости. При этом полоса пропускания увеличивается до 7,4 Гц, как показывает ЛАФЧХ на рисунке 3.33. Увеличить жёсткость данного редуктора в два раза можно увеличив наружный диаметр жёсткого колеса с 72 до 82 мм, чтобы толщина его стенки стала в два раза больше или увеличив вдвое количество рядов роликов. Уменьшить люфт можно за счёт уменьшения допусков на ширину гнезд сепаратора до 0,01 мм и диаметр дисков волнообразователя до -0,01 мм.

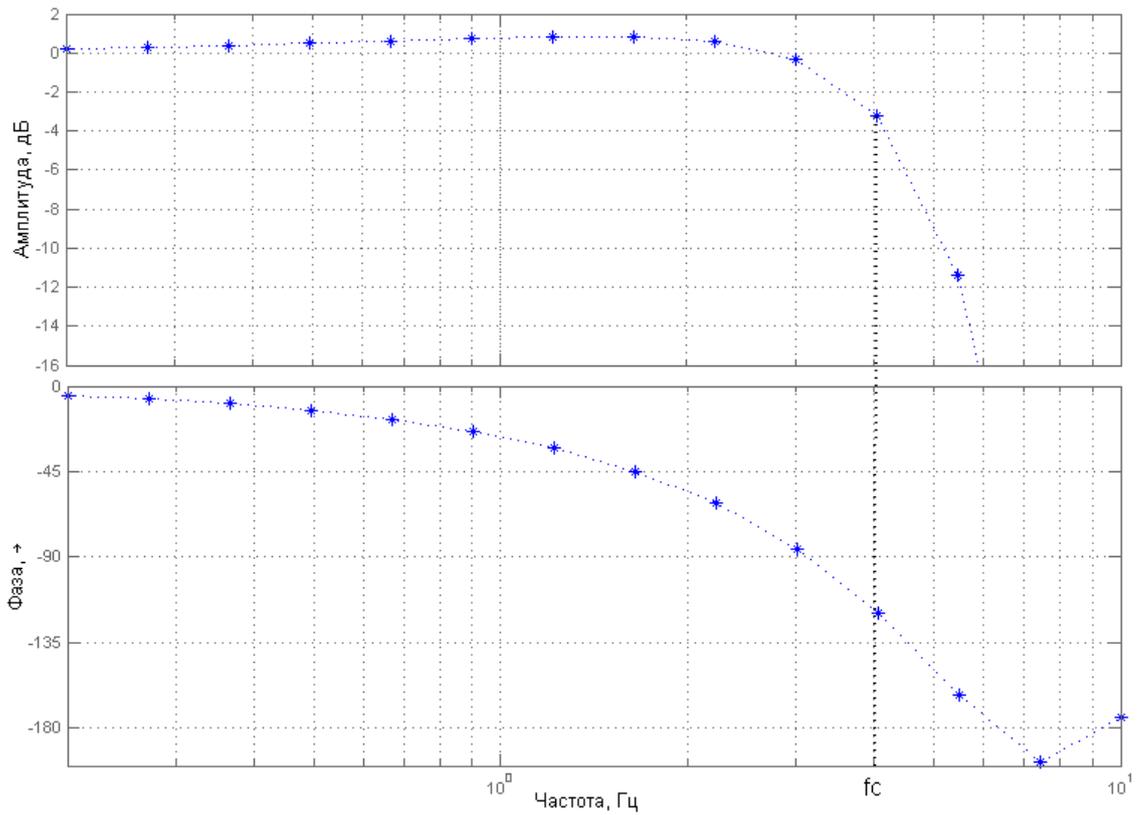


Рисунок 3.31. ЛАФЧХ привода элерона с параметрами экспериментальной модели.

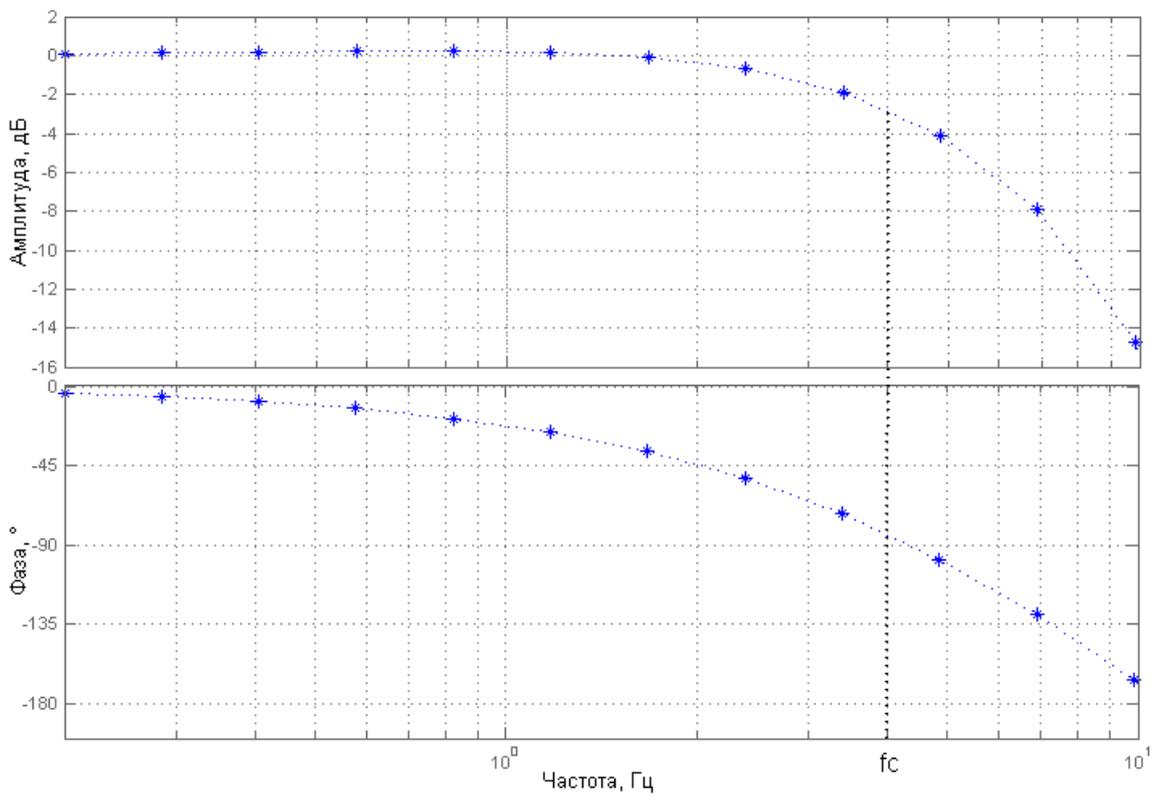


Рисунок 3.32. ЛАФЧХ привода элерона с увеличенной жёсткостью и уменьшенным люфтом ВПТК.

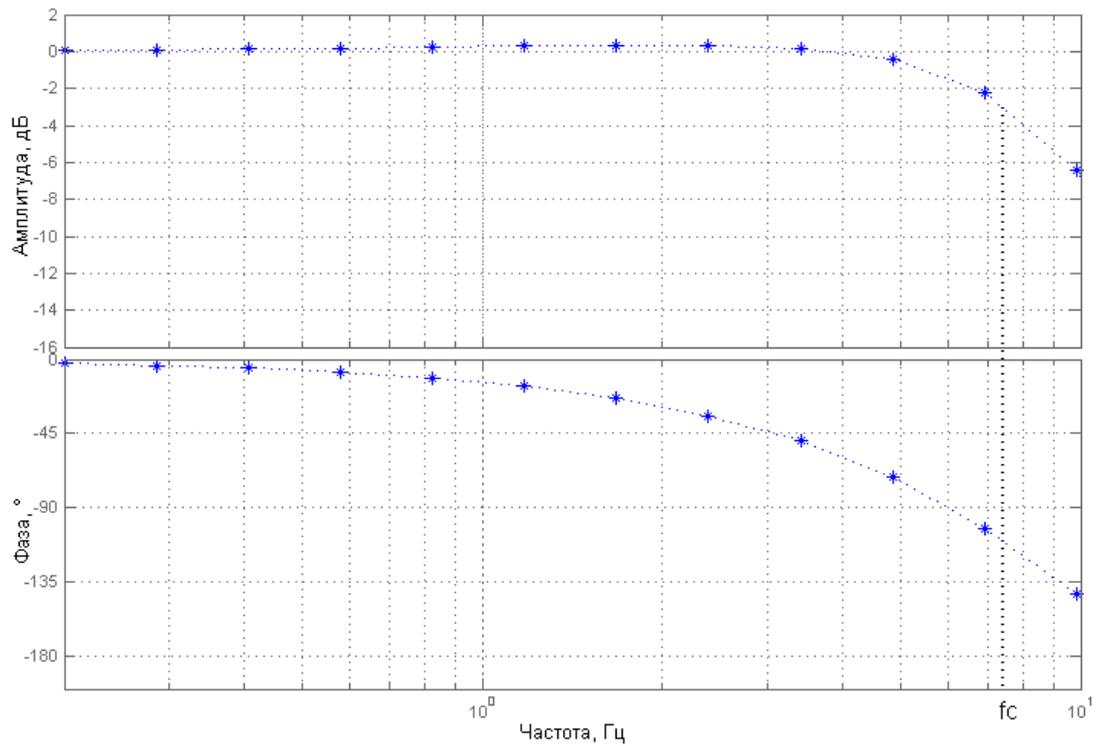


Рисунок 3.33. ЛАФЧХ привода элерона с изменёнными параметрами ВПТК и увеличенным коэффициентом усиления.

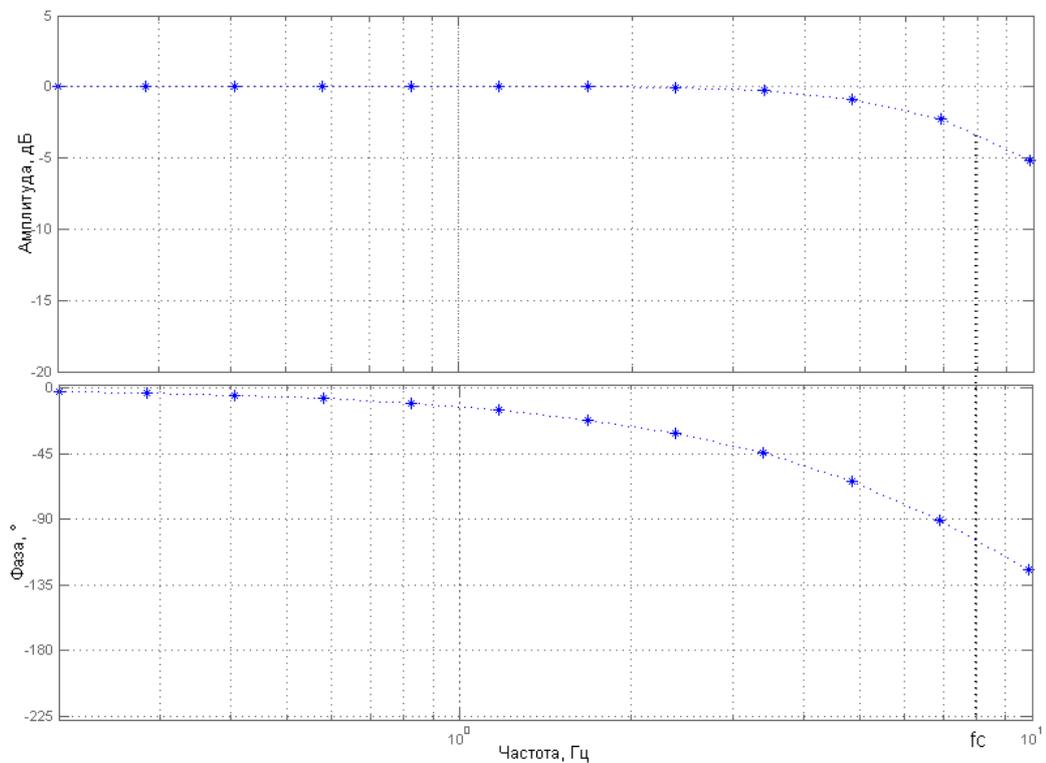


Рисунок 3.34. ЛАФЧХ привода элерона с изменёнными параметрами ВПТК и увеличенным коэффициентом усиления и люфтом 1° .

Если уменьшить люфт входного вала до 1° за счёт выполнения жёсткого колеса из двух частей с их взаимным поворотом, то частота среза увеличится до 8 Гц, причём запас по фазе останется практически неизменным (см. рисунок 3.34).

Выводы к главе 3

- Построена математическая модель электромеханического привода, включающего нелинейную характеристику жёсткости ВПТК, позволяющая провести исследование его динамики с вариацией параметров.
- Установлено, что уменьшение жёсткости ВПТК увеличивает амплитуду синусоидального сигнала, обрабатываемого приводом, уменьшение люфта ВПТК приводит к уменьшению запаздывания сигнала по фазе; увеличение коэффициента вязкого трения ВПТК увеличивает колебательность контура привода; влияние характеристики передаваемого момента на динамику привода незначительно.
- Показано, что увеличение жёсткости ВПТК за счёт утолщения жёсткого колеса, увеличения её диаметра или увеличения её длины вместе с уменьшением люфта передачи за счёт уменьшения технологических допусков или выполнения жёсткого колеса из двух повернутых друг относительно друга частей, приводит к увеличению полосы пропускания привода и уменьшению сдвига по фазе.

4. Результаты экспериментальных исследований

Для проведения экспериментальных исследований были использованы образцы электромеханических приводов элерона, разработанного по теме «Разработка демонстраторов рулевых приводов пассажирского самолёта с повышенной степенью электрификации энергетических систем» и привода створки грузового отсека, разработанного по теме «Разработка электромеханической системы управления створками грузоотсека» и изготовленного Мичуринским заводом «Прогресс».

4.1. Описание разработанных конструкций исполнительных механизмов привода элерона и створок грузового отсека

Исполнительный механизм экспериментального образца привода элерона представляет собой мотор-редуктор, который состоит из бесколлекторного электродвигателя со встроенным тормозом и датчиком положения ротора и редуктора.

Электродвигатель: КЕВ А4.SM.50164В0. Характеристики электродвигателя представлены в таблице 4.1.

Таблица 4.1

Параметр	Значение
Номинальный момент, Н·м	1,05
Максимальный момент, Н·м	5,0
Номинальная частота вращения, об/мин	6000
Максимальная частота вращения, об/мин	9000
Момент инерции ротора, кг·см ²	0,34

Редуктор представляет собой двухступенчатую соосную волновую передачу с телами качения вращательного действия.

Промежуточная ступень является шариково-волновой передачей, с выходным звеном – сепаратором. Выходная ступень является роликово-волновой

передачей с выходным звеном – сепаратором, объединённым со шлицевым выходным валом. Сепаратор промежуточной ступени объединён со входным валом выходной ступени. В таблице 4.2 приведены параметры ступеней редуктора.

Таблица 4.2

Параметр	Промежуточная ступень	Выходная ступень
Тип тел качения	шарики	ролики
Диаметр тел качения	5 мм	6 мм
Длина роликов	-	10 мм
Число тел качения в одном ряду	18	14
Число рядов тел качения	2	4
Число периодов жёсткого колеса	19	15
Внутренний радиус профиля	31,0 мм	29,8 мм
Наружный радиус профиля	33,0 мм	32,2 мм
Наружный диаметр колеса	72 мм	72 мм
Внутренний радиус сепаратора	28,5 мм	26,7 мм
Наружный радиус сепаратора	30,5 мм	29,3 мм
Толщина сепаратора	2 мм	2,6 мм
Радиус диска волнообразователя	27 мм	25 мм
Эксцентриситет	1,0 мм	1,2 мм

На рисунке 4.1 приведён габаритный чертёж ИМ. На рисунке 4.2 приведено продольное сечение ИМ.

Электродвигатель крепится к корпусу муфты, а его вал передаёт вращение муфте через шпонку. Муфта фиксируется на валу входной ступени в продольном направлении с помощью установочного винта. Вал входной ступени закреплён с помощью подшипников, и на нём закреплён двойной эксцентрик, которому

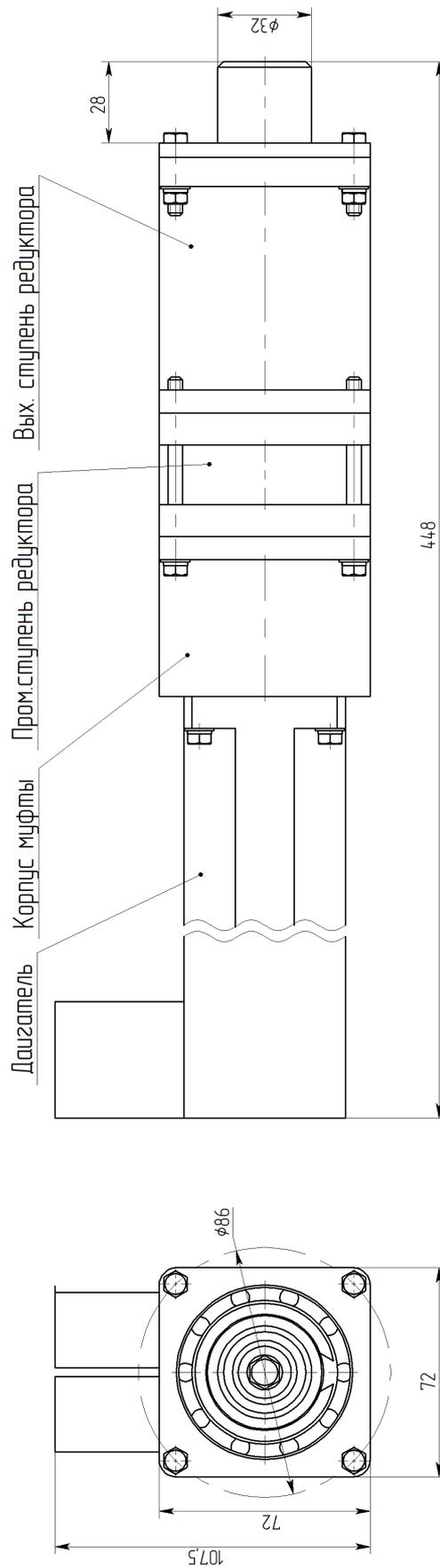


Рисунок 4.1. Габаритный чертёж ИМ привода элерона.

передаётся вращение через штифт. На эксцентрик посажены два волнообразователя, состоящих из подшипника, диска волнообразователя и стопорного кольца. Диски волнообразователей контактируют с шариками, катящимися по профильной поверхности жёсткого колеса промежуточной ступени. Шарика размещены в отверстиях сепаратора промежуточной ступени, который является выходным звеном промежуточной ступени и входным звеном выходной ступени, и передаёт вращение эксцентрикам выходной ступени через шпонки. Эксцентрики выходной ступени являются внутренними обоймами подшипников, а диски волнообразователей – наружными обоймами, телами качения которых являются ролики. Диски волнообразователя выходной ступени контактируют с роликам, катящимися по профильной поверхности жёсткого колеса выходной ступени. Ролики размещены в прямоугольных отверстиях сепаратора выходной ступени. Вращение с сепаратора передаётся на следующее звено кинематической цепи посредством шлицевого вала.

Кинематика привода элерона предусматривает параллельность осей ИМ и собственно элерона. Поэтому промежуточным звеном между редуктором ИМ и объектом управления является шарнир рычажный. Шарнир рычажный воспринимает поперечные нагрузки от объекта управления, сопрягает рычаг, идущий к неподвижной части крыла, с выходным валом редуктора, в шарнир встроен датчик положения выходного вала (потенциометр).

Габаритный чертёж шарнира рычажного показан на рисунке 4.3.

Общий вид ИМ (вариант с осью объекта управления, встроенной в шарнир рычажный) показан на рисунке 4.4.

Также был спроектирован и изготовлен ИМ электромеханического привода створок грузового отсека вращательного действия. Редуктор привода состоит из трёх ступеней ВПТК: две промежуточные ступени имеют одинаковые геометрические размеры и собраны в одном корпусе, а выходная ступень состоит из двух одинаковых секций с общим волнообразователем, причём каждая секция имеет собственный сепаратор и жёсткое колесо (см. рисунок 4.5). В таблице 4.3 указаны геометрические параметры выходной ступени.

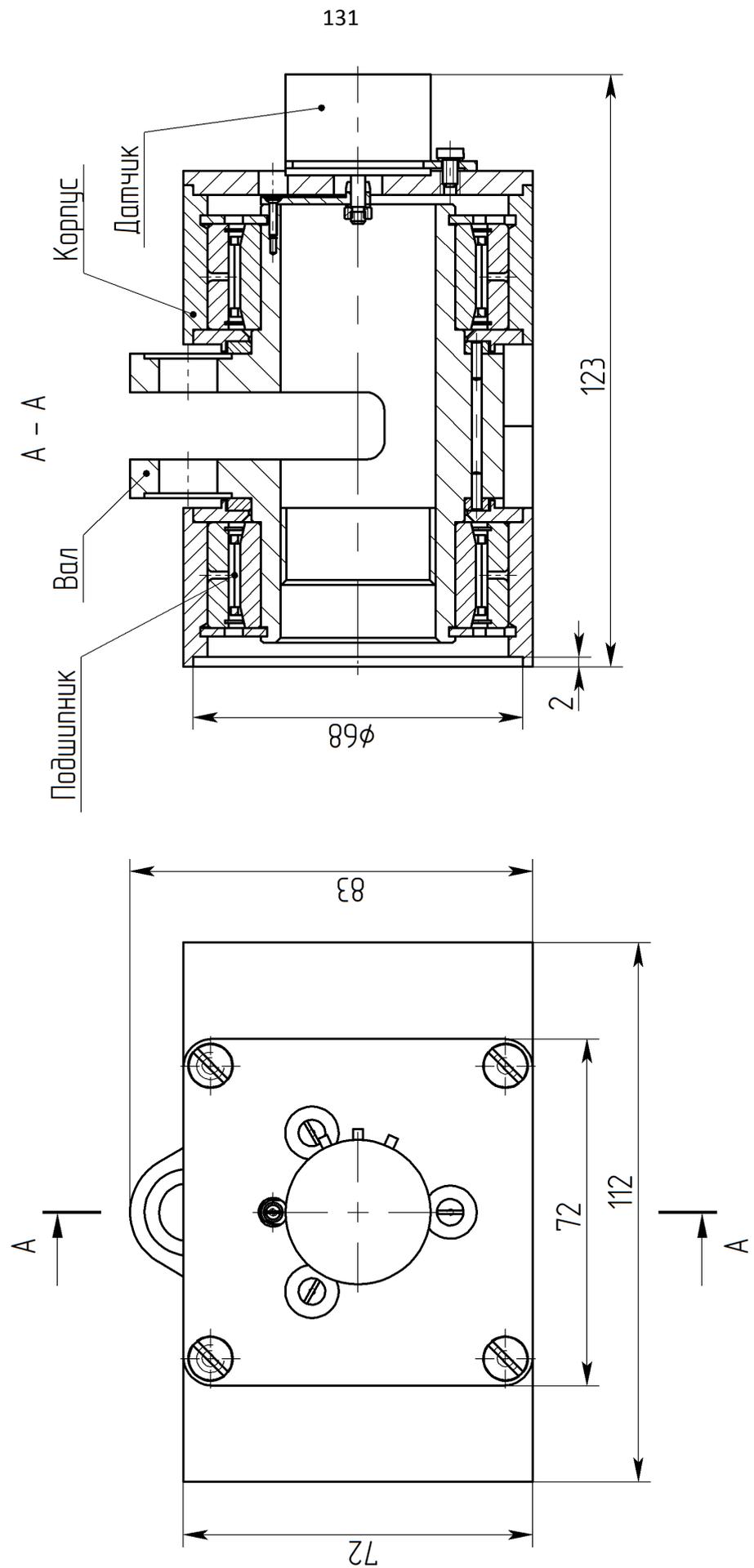


Рисунок 4.3. Габаритный чертёж шарнира рычажного.

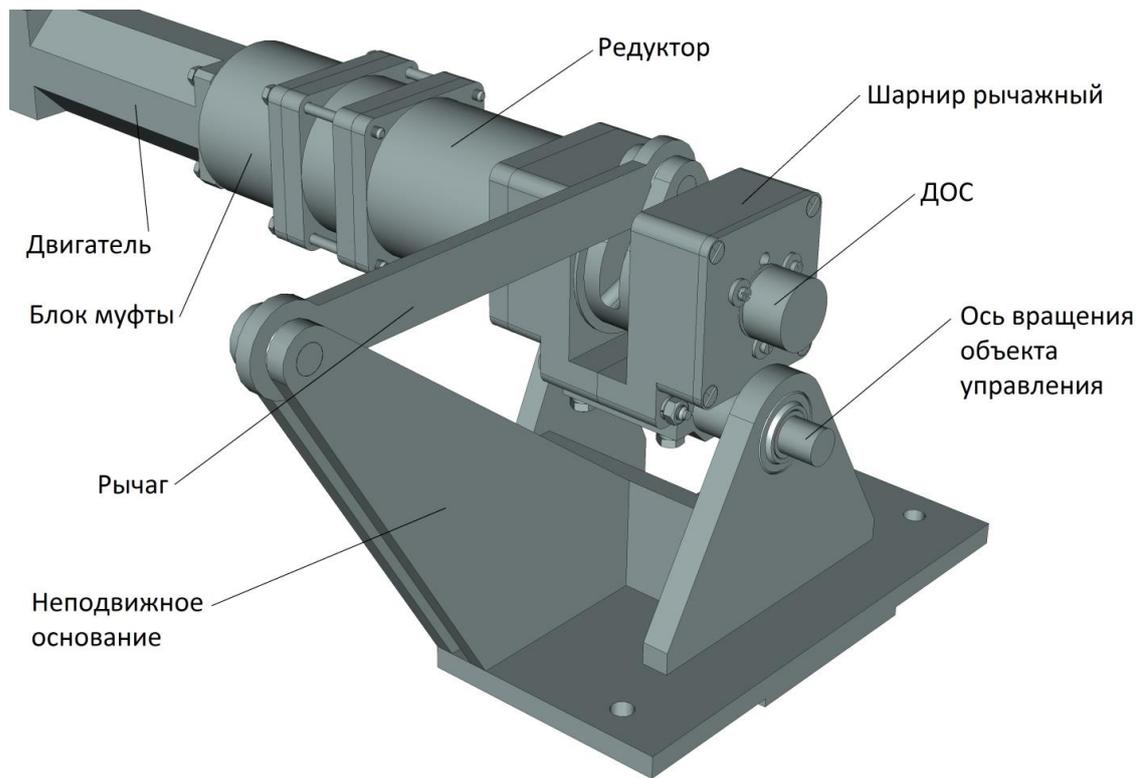


Рисунок 4.4. Общий вид ИМ привода элерона с неподвижным основанием.



Рисунок 4.5. Привод створок грузового отсека.

Таблица 4.3

Параметр	Выходная ступень
Тип тел качения	ролики
Диаметр тел качения	6 мм
Длина роликов	18 мм
Число тел качения в одном ряду	12
Число рядов тел качения	8
Число периодов жёсткого колеса	13
Внутренний радиус профиля	27 мм
Наружный радиус профиля	29 мм
Наружный диаметр колеса	65 мм
Внутренний радиус сепаратора	23,3 мм
Наружный радиус сепаратора	26,7 мм
Толщина сепаратора	3,4 мм
Радиус диска волнообразователя	22 мм
Эксцентриситет	1,2 мм

4.2. Описание испытательных стендов

1. Стенд для снятия нагрузочной характеристики и характеристики передаваемого момента выходной ступени редуктора исполнительного механизма.

Стенд состоит из станины, на которой закреплена выходная ступень редуктора. К выходному валу ступени закреплён аналоговый датчик момента, застопоренный одним из фланцев на станину, к входному валу – рычаг с грузами на концах (см рисунок 4.7). Изменяя количество грузов на концах рычага, достигается необходимый момент на входном звене редуктора. При этом момент на выходном звене редуктора измеряется с помощью моментомера, а угол закручивания входного вала под нагрузкой измеряется угломером или цифровым

индикатором. Также стенд позволяет снимать нагрузочную характеристику при нагружаемом выходном валу и остановленном входном.

2. Стенд для испытаний привода с пневматическим нагрузителем для снятия статических и динамических характеристик.

Стенд состоит из стойки управления, станины, закреплёнными на ней исполнительным механизмом привода, системой рычагов и качалок и пневмоцилиндром, соединительных кабелей и пневмомагистралей.

Стойка управления включает в себя ЭВМ, цифровой генератор сигналов/осциллограф, контроллер, инвертор (см. рисунок 4.6). Стенд позволяет задавать требуемый момент на выходном звене испытуемого привода с помощью регулировки давления в полостях пневмоцилиндра и снимать статические и динамические характеристики. Максимальное усилие, развиваемое пневмоцилиндром, составляет 14 кН.

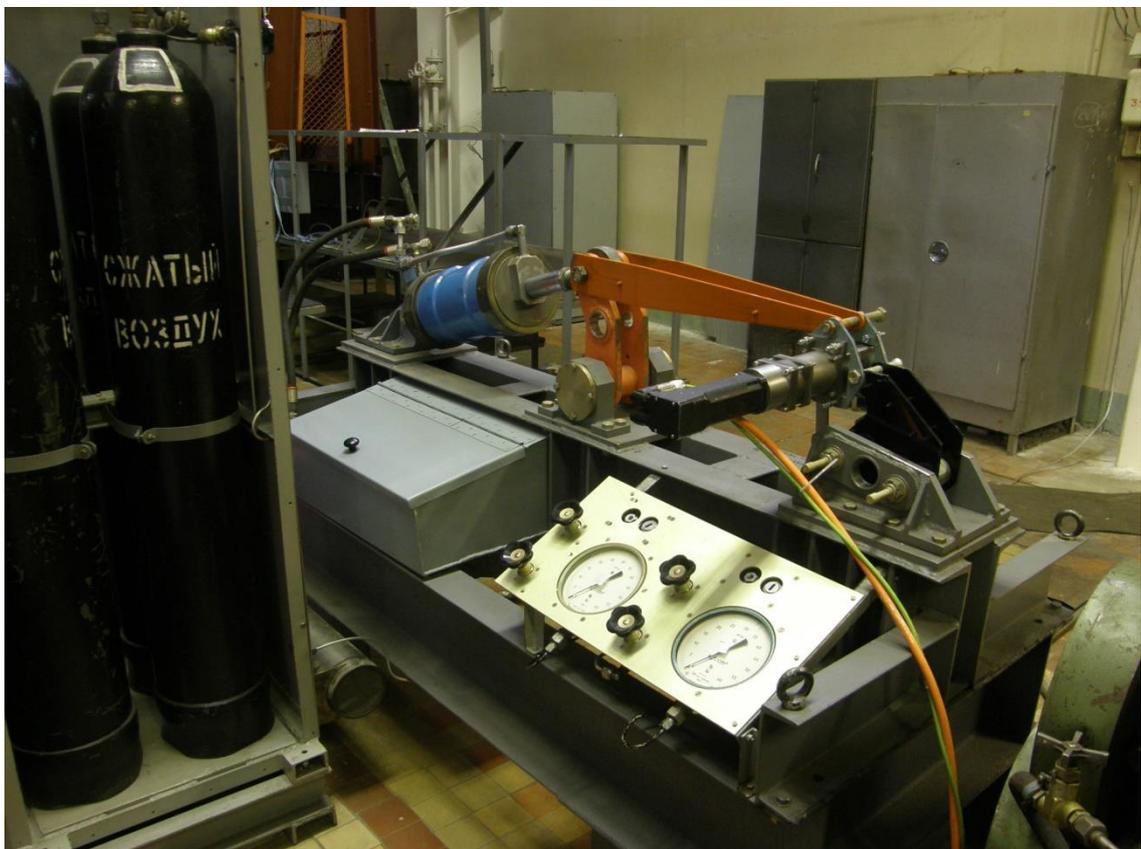




Рисунок 4.6. Фотографии испытательного стенда привода с пневматическим нагрузателем.



Рисунок 4.7. Испытательный стенд для снятия нагрузочной характеристики и характеристики передаваемого момента выходной ступени редуктора.

4.3. Результаты испытаний электромеханического привода элерона

Перечень проведённых испытаний:

- 1) Снятие нагрузочных характеристик выходной ступени редуктора.
- 2) Снятие зависимости момента на выходном валу выходной ступени от момента на входном валу при нулевой скорости.
- 3) Снятие статической характеристики по углу.
- 4) Снятие скоростной характеристики.
- 5) Снятие механических характеристик.
- 6) Снятие температурных характеристик.
- 7) Снятие амплитудных и фазовых частотных характеристик.
- 8) Ресурсные испытания на 100 часах типовых режимов работы.

Полученная статическая характеристика по углу представляет собой зависимость угла поворота выходного вала от напряжения управления, поданного на вход контроллера замкнутого привода, и имеет линейный вид (см. рисунок 4.8).

Скоростная характеристика является зависимостью угловой скорости вращения выходного вала замкнутого привода от ошибки, т.е. разницы между заданным углом и текущим углом выходного вала. Вид скоростной характеристики близок к линейному (см. рисунок 4.9).

Механические характеристики представляют зависимость угловой скорости выходного вала от момента нагрузки при разомкнутом контуре привода и заданном постоянном сигнале управления (см. рисунок 4.10). В эксперименте снимались механические характеристики для заданных угловых скоростей выходного вала. При всех сигналах управления привод показал жёсткие механические характеристики, т.е. скорость выходного вала практически не менялась от величины нагрузки, которая менялась в диапазоне от 0 до 860 Нм. Это связано с тем, что собственная механическая характеристика используемого электродвигателя является весьма жёсткой за счёт дополнительных обратных связей в контуре инвертор-электродвигатель.

Температурные характеристики показывают, как изменялась температура корпуса электродвигателя со временем при работе привода на разных режимах (см. таблицу 4.4). Графики изменения температуры представлены на рисунке 4.11.

Таблица 4.4

№ режима	Нагрузка, Н	Отклонение вых. звена, °	Частота, Гц
1	5000	$\pm 1^\circ$	0,2
2	10000	$\pm 10^\circ$	0,15
3	3000	$\pm 2,5^\circ$	0,3
4	1500	$\pm 1^\circ$	1,0
5	1500	$\pm 7,5^\circ$	0,3

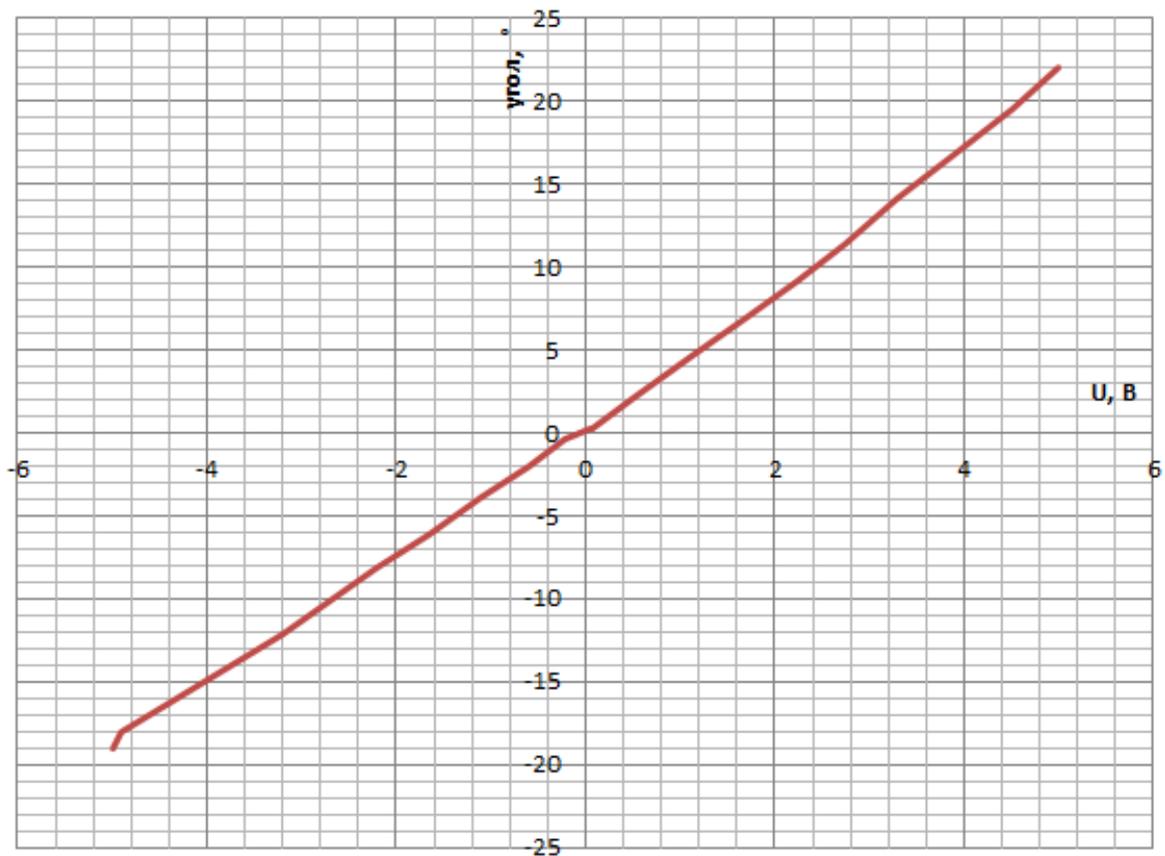


Рисунок 4.8. Статическая характеристика по углу привода элерона.

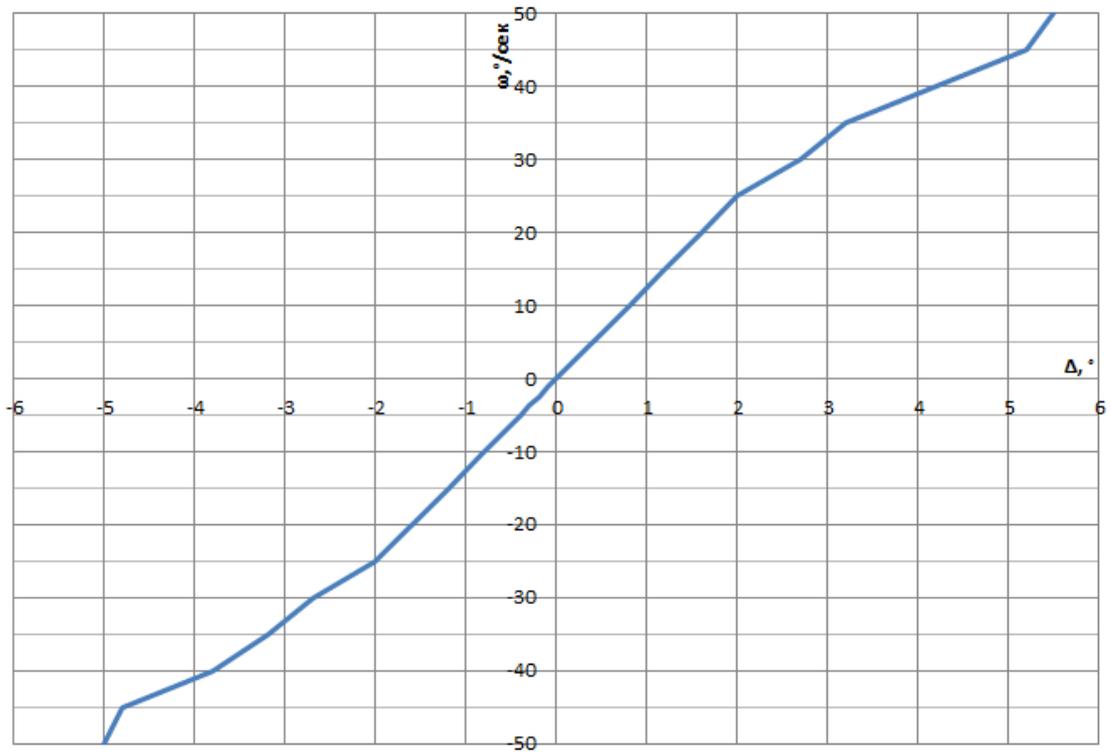


Рисунок 4.9. Скоростная характеристика замкнутого привода элерона.

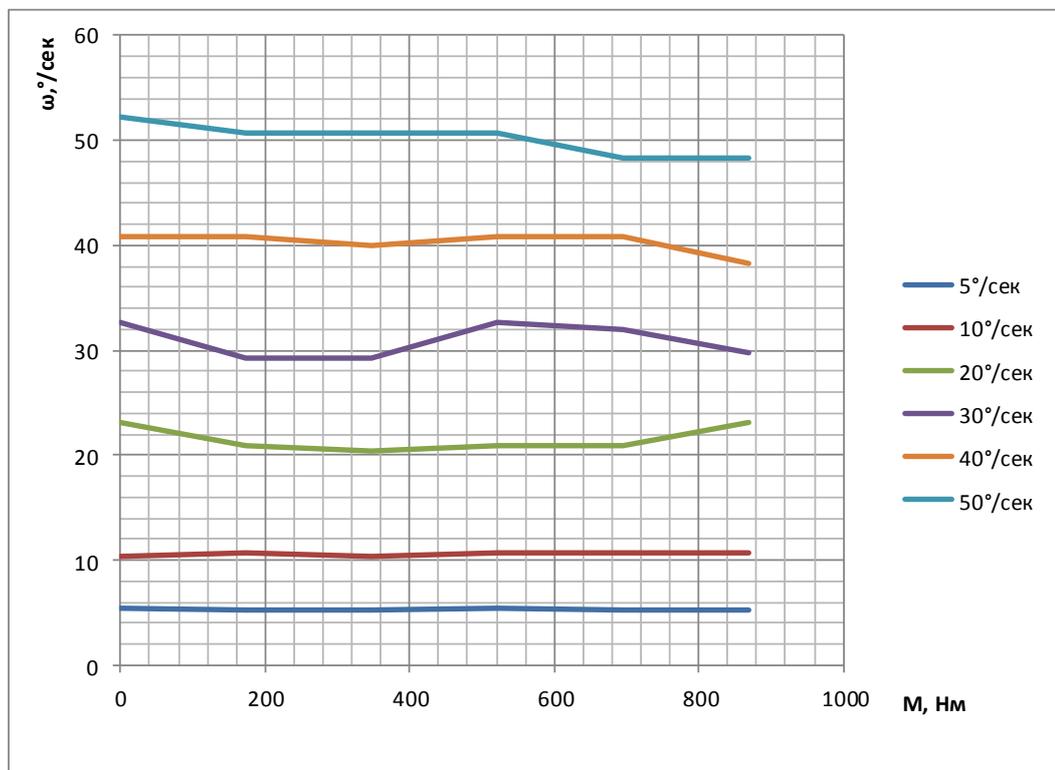


Рисунок 4.10. Механические характеристики привода элерона.

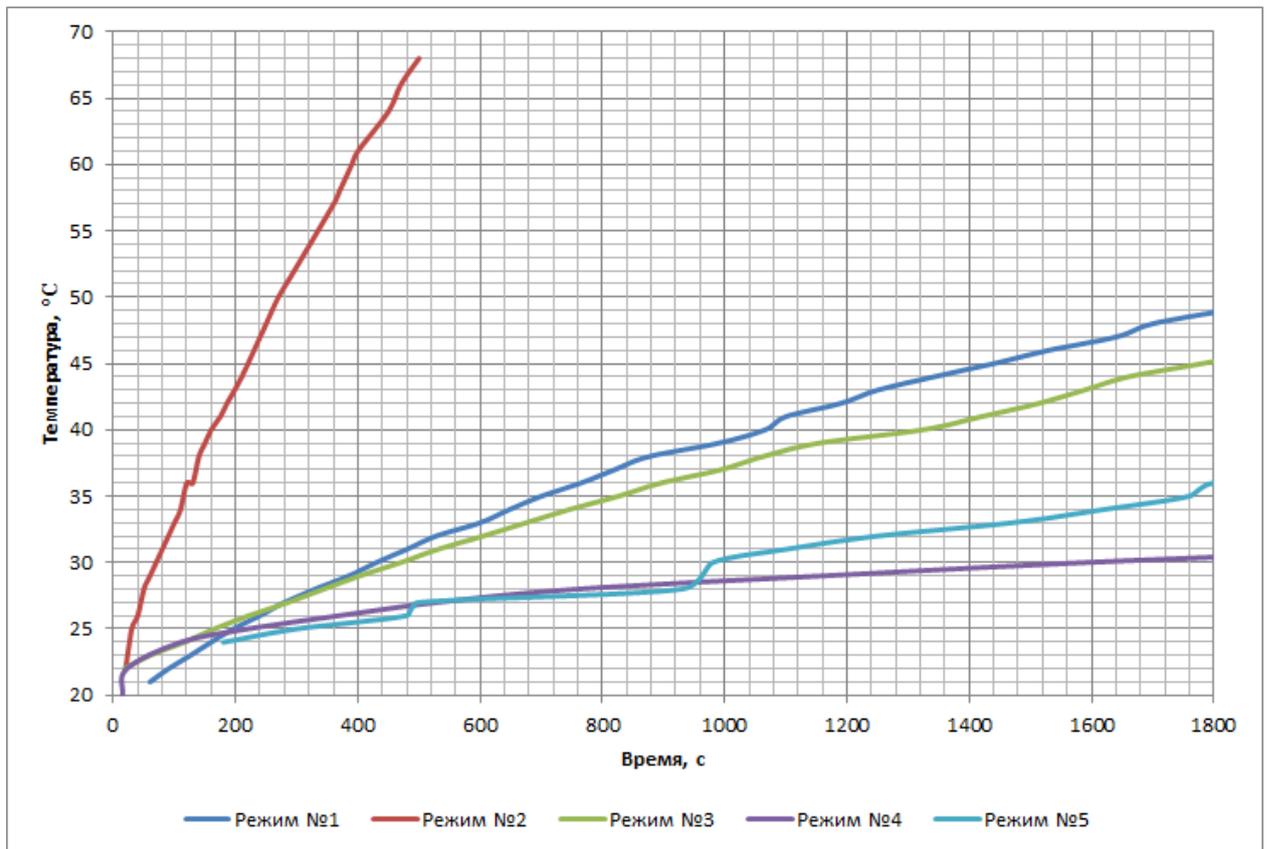


Рисунок 4.11. Температурные характеристики привода элерона.

Как видно из графиков температурных характеристик, скорость нагрева двигателя напрямую зависит от нагрузки. В случае режима №2, соответствующего максимальной нагрузке, температура двигателя за 500 секунд достигла 68°C. В случае остальных режимов температура не поднималась выше 50°C спустя продолжительное время.

Динамические экспериментальные и расчётные характеристики

Амплитудные фазовые и частотные характеристики снимались при отсутствии нагрузки и с нагрузкой 11450 Н на выходном звене при амплитудах углового поворота выходного звена равных 2,5°, 1°, 0,5°, 0,25°, 0,1° и 0,05°. Результаты испытаний приведены на рисунках 4.12 – 4.17.

Как видно из графиков, при нагрузке на привод амплитудные характеристики имеют полосу пропускания больше, а фазовые характеристики -

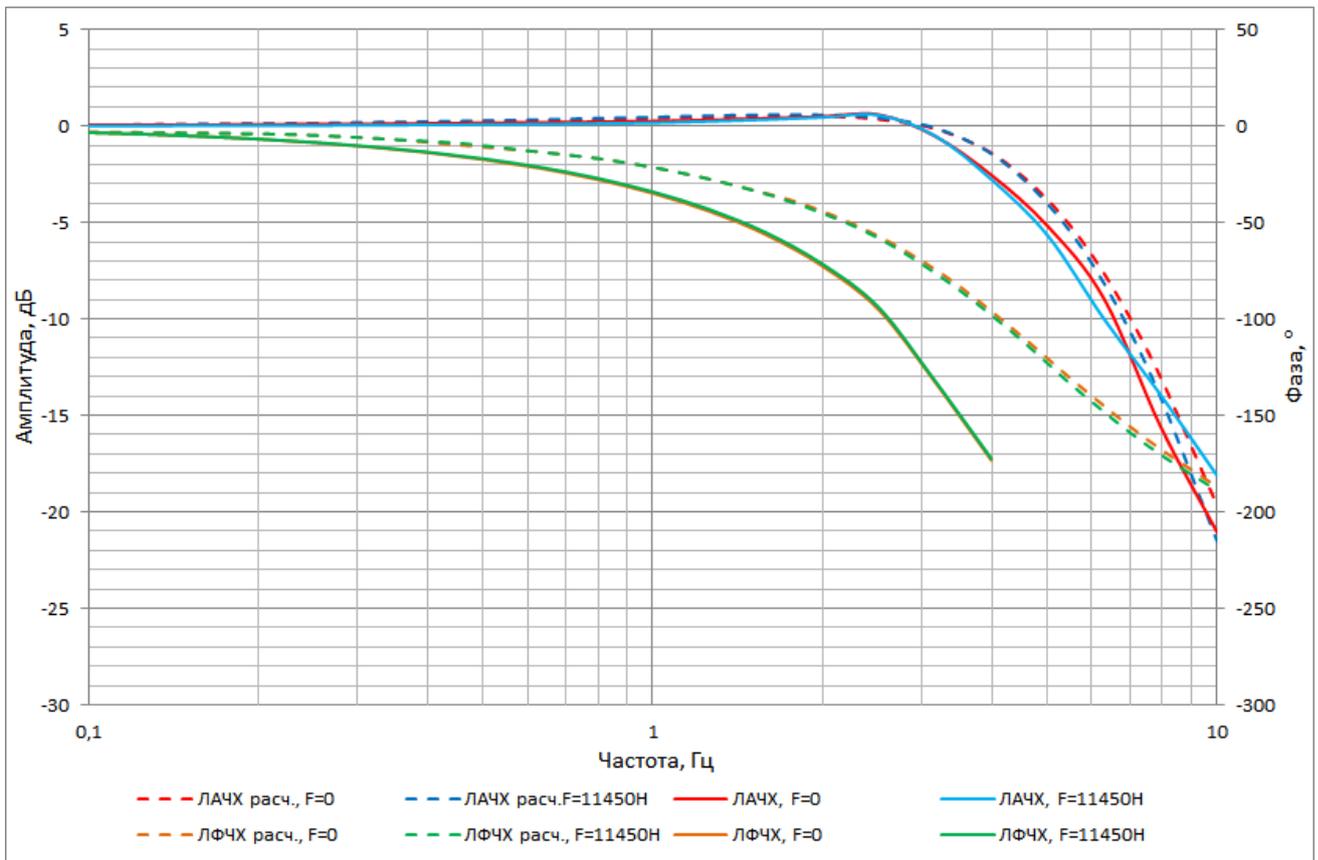


Рисунок 4.12. ЛАФЧХ привода при амплитуде 2,5°.

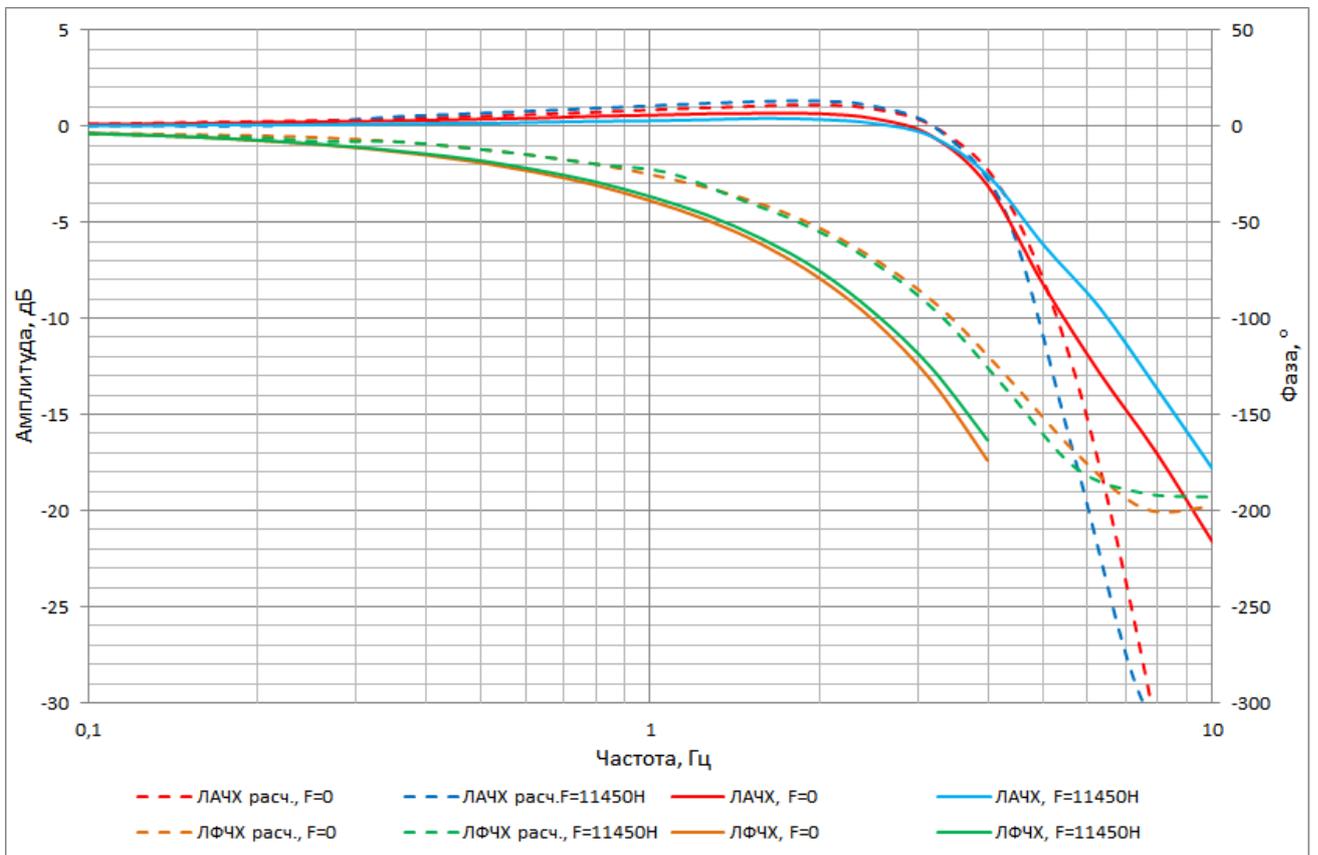


Рисунок 4.13. ЛАФЧХ привода при амплитуде 1°.

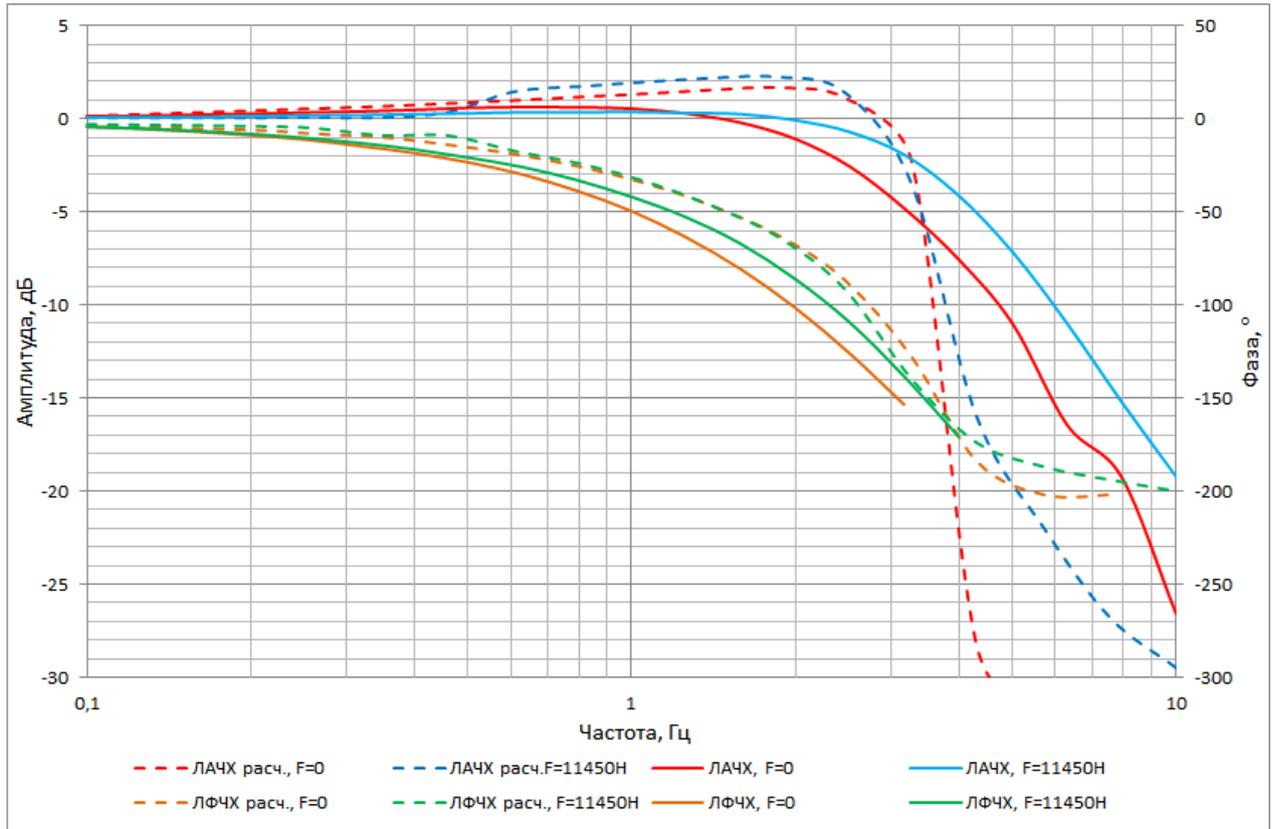


Рисунок 4.14. ЛАФЧХ привода при амплитуде 0,5°.

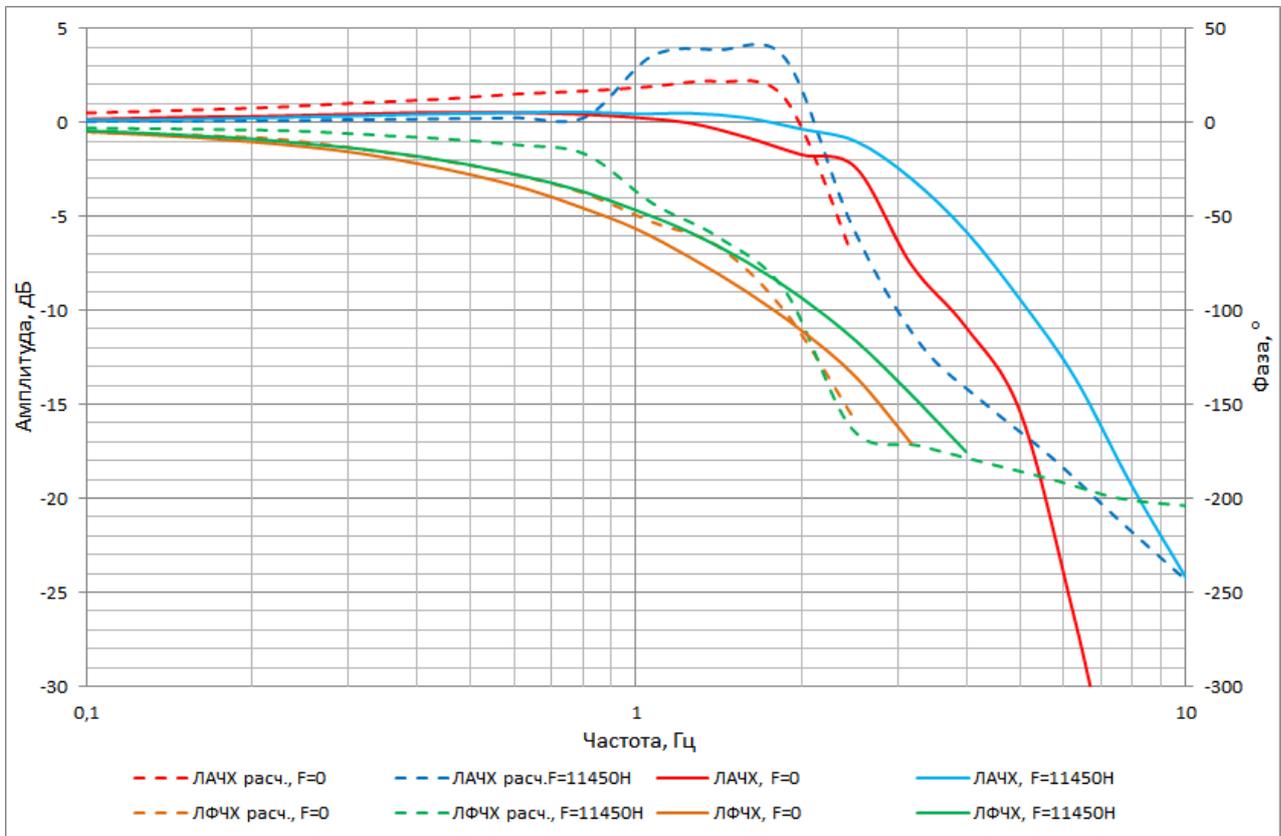


Рисунок 4.15. ЛАФЧХ привода при амплитуде 0,25°.

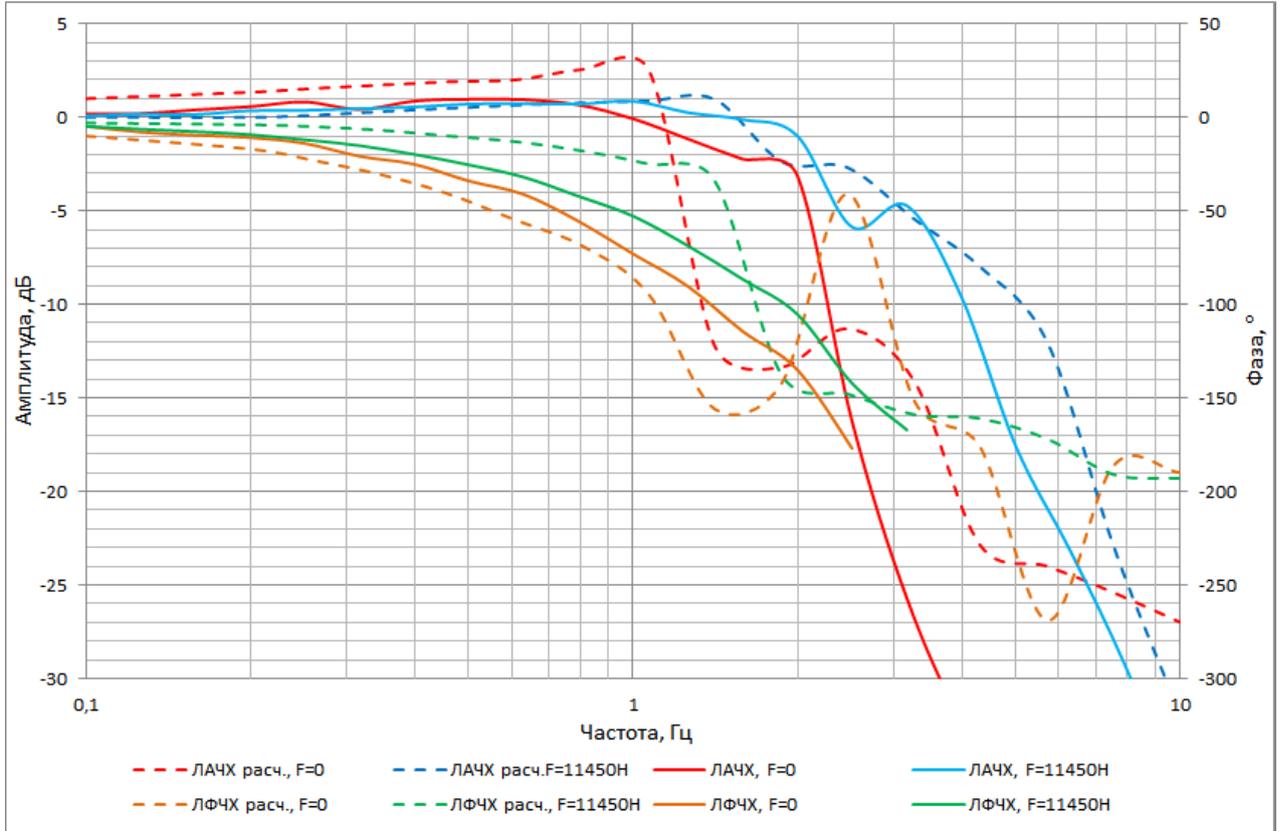


Рисунок 4.16. ЛАФЧХ привода при амплитуде 0,1°.

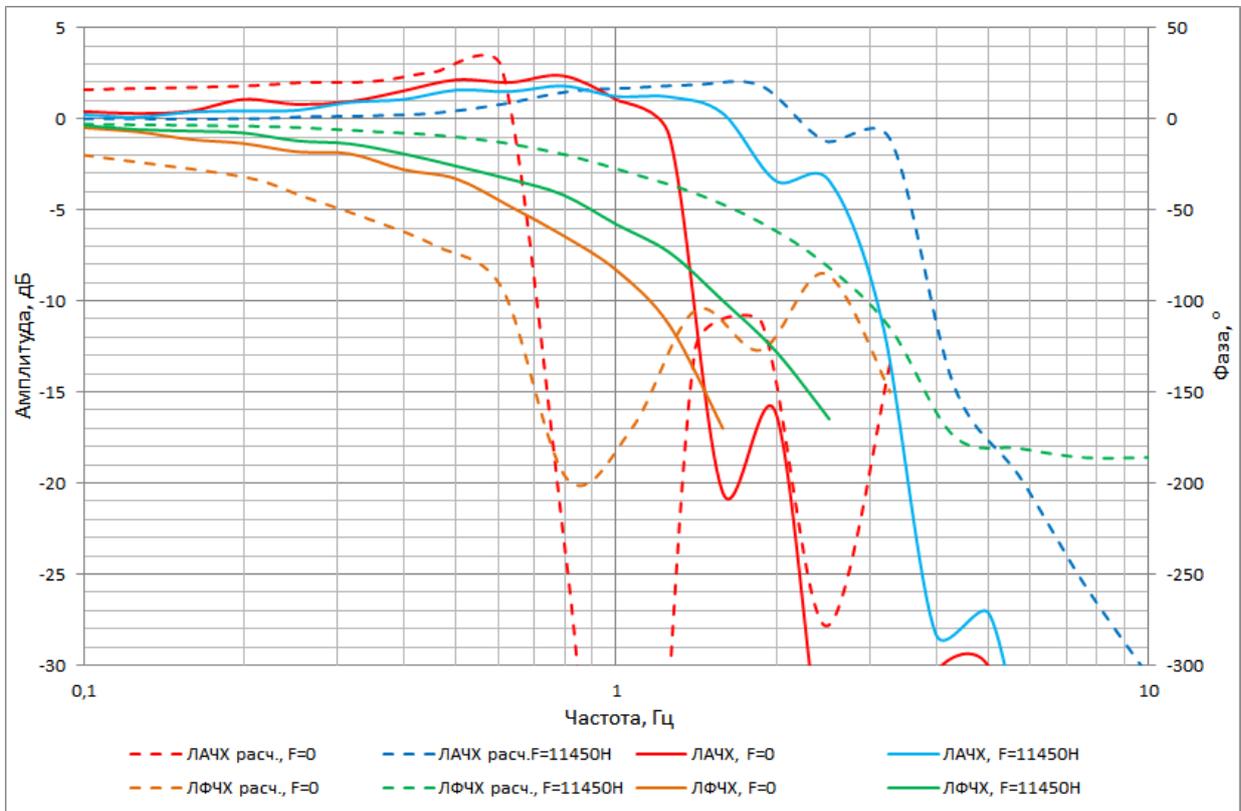


Рисунок 4.17. ЛАФЧХ привода при амплитуде 0,05°.

большой запас по фазе, чем без нагрузки. Особенно чётко это выражено для амплитуд меньше 1° . Это связано с тем, что при воздействии нагрузки на выходной вал, люфты передач выбираются, что благоприятно влияет на динамику привода. Вместе с этим, механическая характеристика данного двигателя, является жёсткой, что позволяет сохранять высокую динамику привода даже при максимальной входной нагрузке. Экспериментальная ЛФЧХ отличается от моделируемой в сторону увеличения сдвига фазы, и не коррелирует с соответствующей ей ЛАЧХ, из чего можно предположить, что имеет место погрешность измерительного прибора.

Ресурсные испытания проводились на режимах, указанных в таблице 4.5.

Таблица 4.5

№ режима	Нагрузка, Н	Отклонение вых. звена, °	Частота, Гц	Время испытания, ч
1	± 5000	$\pm 1^\circ$	0,2	5
2	± 10000	$\pm 10^\circ$	0,15	10
3	± 3000	$\pm 2,5^\circ$	0,3	30
4	± 1500	$\pm 1^\circ$	1,0	10
5	± 1500	$\pm 7,5^\circ$	0,3	20
6	0	$\pm 10^\circ$	0,2	5
7	± 1500	$\pm 1^\circ$	0,3	20

Целью ресурсных испытаний является сравнение характеристик до и после их проведения. Амплитудные фазовые и частотные характеристики привода были сняты до и после испытаний на ресурс. Наиболее чёткое различие между ЛАФЧХ оказалось при амплитуде $0,5^\circ$ и отсутствии нагрузки (см. рисунок 4.18).

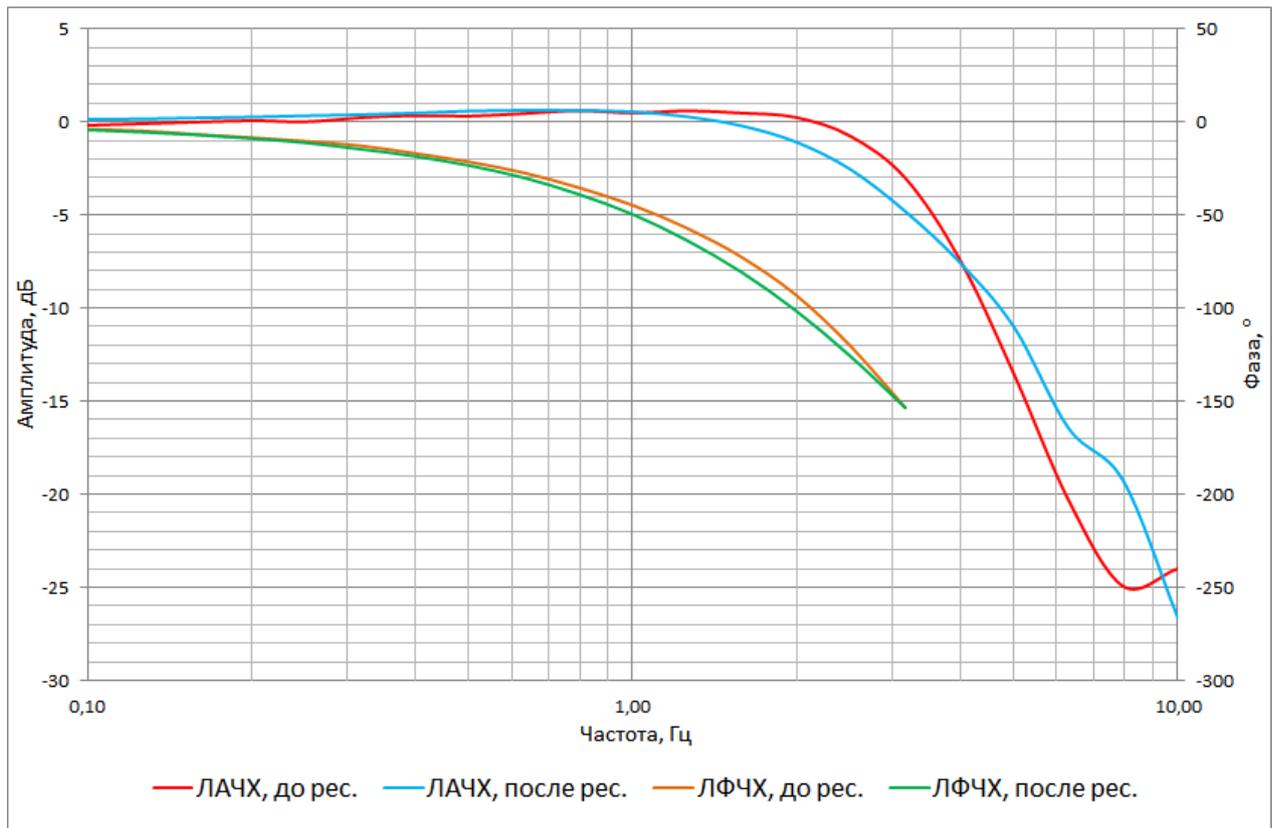


Рисунок 4.18. ЛАФЧХ привода при амплитуде $0,5^\circ$ до и после ресурсных испытаний.

Как видно из графиков, после проведения ресурсных испытаний частота среза уменьшилась на $0,7$ Гц, при этом наибольший сдвиг фазы увеличился на $7,3^\circ$. Запас по фазе, соответственно, увеличился.

Характеристика передаваемого момента и нагрузочная характеристика

Нагрузочная характеристика – зависимость угла закручивания входного или выходного вала от прилагаемого к нему момента нагрузки при остановленной передаче. Были сняты нагрузочные характеристики для входного и выходного валов выходной ступени редуктора привода элерона (см. рисунки 4.19, 4.20). На рисунке 4.20 также показана расчётная нагрузочная характеристика. Экспериментальная и расчётная характеристика передаваемого момента, то есть зависимости выходного момента от входного при нулевой скорости, приведены на рисунке 4.21.

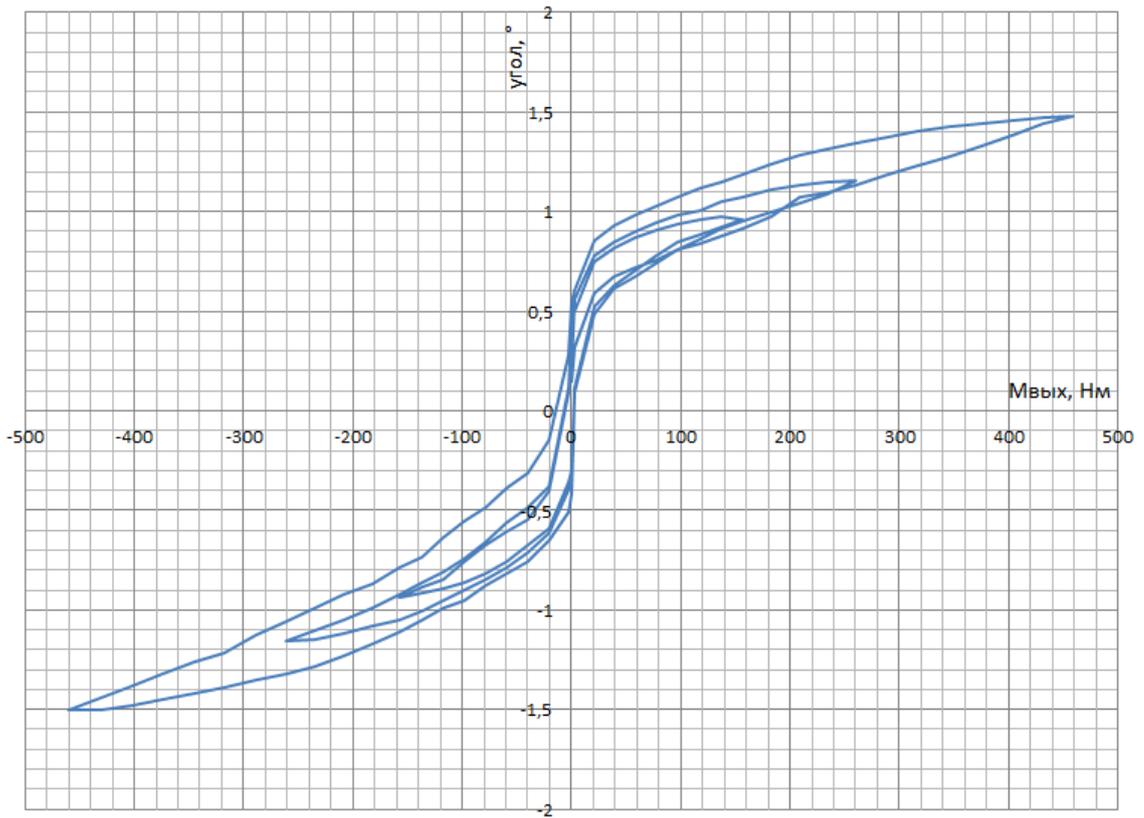


Рисунок 4.19. Нагрузочная характеристика выходной ступени при нагружаемом выходном валу.

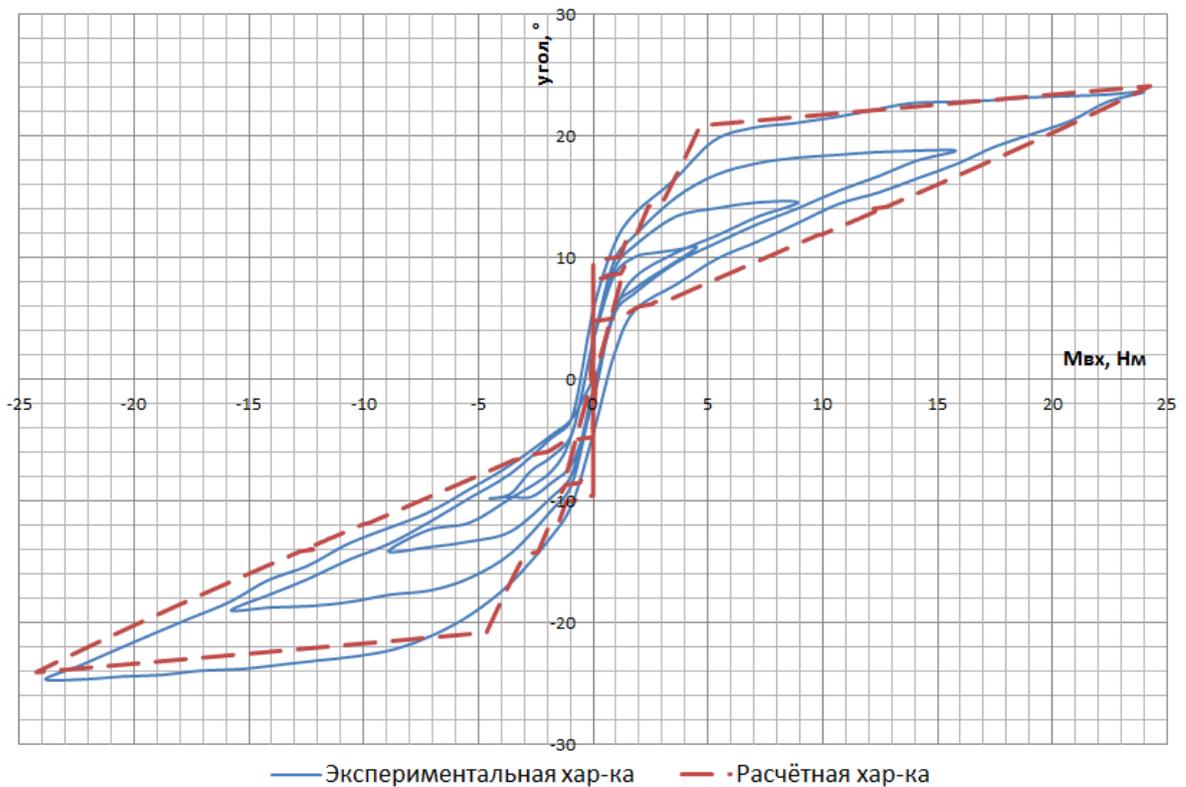


Рисунок 4.20. Нагрузочная характеристика выходной ступени при нагружаемом входном валу.

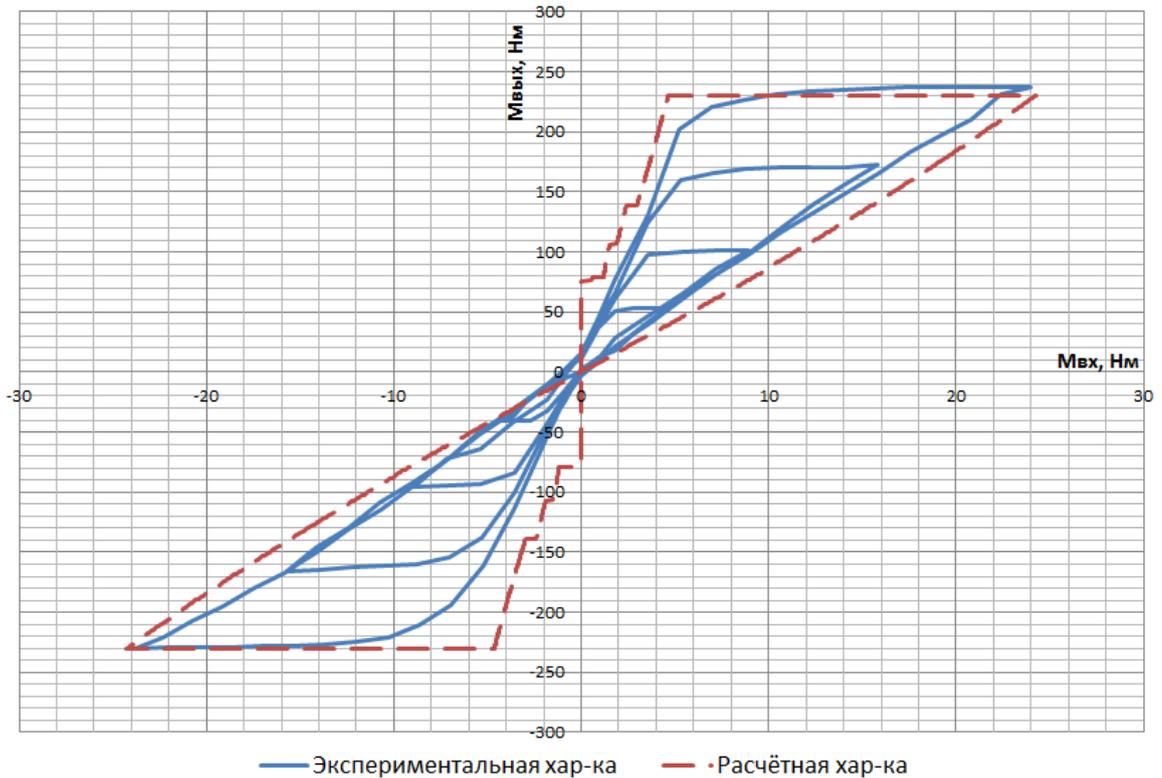


Рисунок 4.21. Характеристика передаваемого момента выходной ступени при нагружаемом входном валу.

Была снята нагрузочная характеристика выходной ступени редуктора привода створок грузового отсека. На рисунке 4.22 показана экспериментальная и расчётная нагрузочные характеристики, снимаемые со входного вала передачи.

За счёт того, что выходная ступень ИМ привода грузового отсека состоит из двух одинаковых секций, каждая из которых имеет своё жёсткое колесо, появилась возможность поворота жёстких колёс друг относительно друга, что позволило существенно выбрать люфт входного вала, который составил 1° .

Как видно из приведённых графиков, расчётные характеристики достаточно близки к экспериментальным, что подтверждает справедливость методики силового расчёта ВПТК, описанной в главе 1.

Результаты испытаний привода элерона были опубликованы в работе [53].

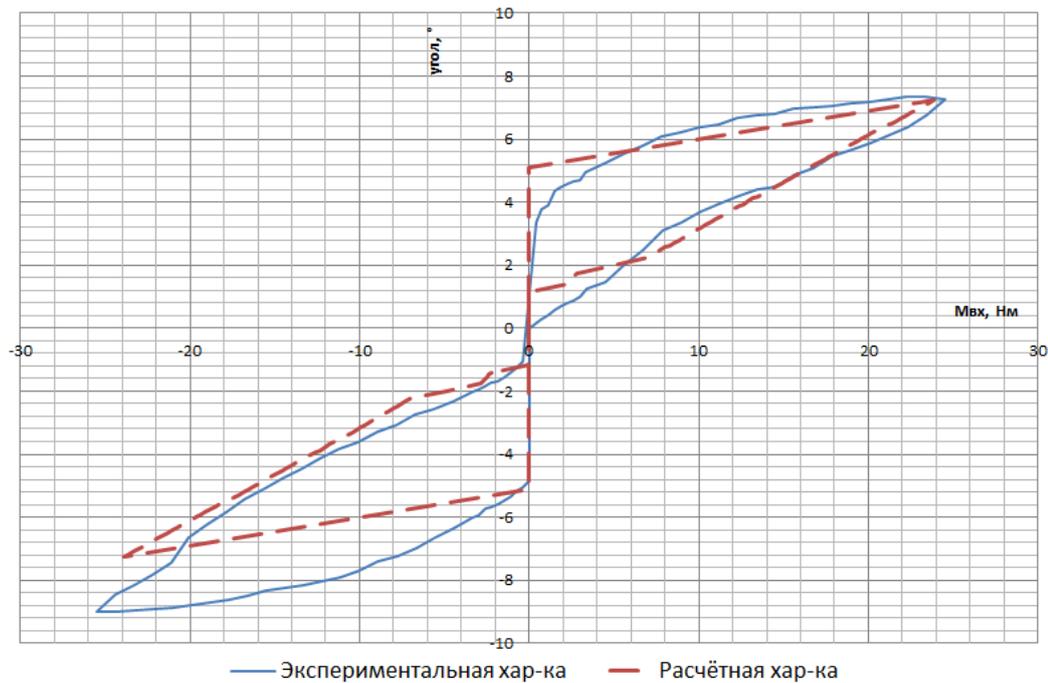


Рисунок 4.22. Нагрузочная характеристика выходной ступени редуктора ИМ привода грузового отсека при нагружаемом входном валу.

Выводы к главе 4

- Экспериментальные характеристики ИМ привода элерона и ИМ привода створок грузового отсека имеют характерную форму характеристики передаваемого момента и нагрузочной характеристики с «зоной залипания» и соответствуют расчётным.
- Полученные регулировочная, скоростная и механические характеристики замкнутого привода элерона свидетельствуют о линейности статических характеристик и высокой жёсткости механических.
- Показано, что использование выходной ступени с двумя секциями, позволяющими повернуть жёсткие колёса друг относительно друга, позволило сократить люфт на входном валу до 1° .
- Экспериментальные ЛАФЧХ замкнутого привода элерона соответствует характеристикам, полученным в результате моделирования.
- Ресурсные испытания привода элерона на 100 часов показали, что ЛАФЧХ практически не изменились.

Общие выводы

- Выявлены, описаны математически и подтверждены экспериментально специфичные нагрузочная характеристика и характеристика передаваемого момента ВПТК, проведены исследования динамики привода с учётом этих характеристик.
- Разработана методика силового расчёта выходной и промежуточных ступеней ВПТК, позволяющая рассчитать прочностные параметры передачи под заданные технические требования с учётом упругости жёсткого колеса и сепаратора.
- Уточнены формы гнёзд сепаратора, позволяющие увеличить прочность сепаратора в 2...6 раз и определено число рядов тел качения, позволяющее устранить динамическую неуравновешенность ВПТК и увеличить ресурс работы.
- Проведены исследования по выбору формы тел качения и установлено, что для силовых приводных систем в качестве тел качения целесообразно использовать ролики.
- Рассмотрены возможности улучшения динамических характеристик привода на основе ВПТК. Предложено улучшение динамических характеристик за счёт выбора люфта путём использования двух секций выходного редуктора с взаимным поворотом их жёстких колёс друг относительно друга.
- Разработано программное обеспечение, позволяющее провести комплексный расчёт параметров ВПТК под заданные технические требования электромеханического привода.
- Предложена новая схема волновой передачи с эксцентриковыми роликами, позволяющая повысить нагрузочную способность по моменту в несколько раз.

Список сокращений и условных обозначений

ВПТК – волновая передача с телами качения

ДОС – датчик обратной связи

ИМ – исполнительный механизм

КПД – коэффициент полезного действия

ЛА – летательный аппарат

ЛАФЧХ – логарифмическая амплитудно-фазовая частотная характеристика

ЛАЧХ – логарифмическая амплитудная частотная характеристика

ЛФЧХ – логарифмическая фазовая частотная характеристика

ОУ – объект управления

ПИД – пропорционально-интегрально-дифференциальный

ЭВМ – электронная вычислительная машина

Список литературы

1. Геращенко А.Н., Постников В.А., Самсонович С.Л. Пневматические, гидравлические и электрические приводы летательных аппаратов на основе волновых исполнительных механизмов: Учебник. – 2 е изд., перераб. и доп. – М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2010 – 548 с.: ил.
2. Крылов Н.В., Борисов М.В., Степанов В.С., Самсонович С.Л. О возможности размещения исполнительного механизма электропривода в габаритах опорного устройства рулевой поверхности беспилотных атмосферных летательных аппаратов. Тезисы докладов II Всероссийской научно-технической конференции «Системы управления беспилотными космическими и атмосферными ЛА. М.: МОКБ «МАРС» 2012.
3. Крымов Б.Г., Рабинович Л.В., Стеблецов В.Г. Исполнительные устройства систем управления летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1987.
4. Самсонович С.Л., Стеблецов В.Г., Степанов В.С., Константинов С.А. Силовой минипривод. Патент РФ №2281597. Оpubл. Бюлл. №22 за 2006 г.
5. Пашин А.А. Синтез асинфазных многопоточных зубчатых передач для ресурсосберегающих силовых приводов машин: дис. док. техн. наук. – Тула, 2011.
6. Pascale L., Neagoe L., Diaconescu D., Patric P. C. The dynamic modeling of a new cycloidal planetary gear pair with rolles used in robots orientation system. - Scientific Bulletin of the Electrical Engineering Faculty – no. 1 / 2009.
7. Становский В.В., Ремнева Т.А., Казакиявичюс С.М. Передачи со свободными телами качения // Прогрессивные Зубчатые передачи: сборник научных трудов. // Новоуральский Государственный технологический институт, - Новоуральск, 2003. - С.61-94.
8. Волков Д.П., Зубков Ю.Н. Колебания в приводе с волновой зубчатой передачей // Вестник машиностроения. 1978. №5. С. 17-21.

9. Гавриленко В.А., Скворцова Н.А., Семин Ю.И., Солдаткин Е.П. Волновые зубчатые передачи. Роботы-манипуляторы. – М.: МВТУ, 1980.
10. Зубчатые волновые передачи в системах привода и управления робота // Японская техника и промышленность в станкостроении и роботостроении. Сер. Информационно-рекламных сборников. 1982 Вып. 1. С122-127.
11. Руденко Н.Ф. Планетарные передачи. Теория, применение, расчет и проектирование. М. : Машгиз, 1947. - 756 с.
12. Borislavov B., Borisov I., Panchev V. Design of a Planetary-Cyclo-Drive Speed Reducer Cycloid Stage, Geometry, Element Analyses, Växjö, 2012-05-30, 15p, Mechanical Engineering/ 2MT00E, Linnæus University, Sweden.
13. Брюховецкий, В. П. Исследование планетарной эксцентриковой передачи с шариками в зацеплении : дис. ... канд. техн. наук : 05.02.02 / В. П. Брюховецкий. – Томск, 1978. – 185 с. : ил..
14. Гданский Н.И. Силовой расчёт планетарно-цевочных редукторов с учётом зазоров в кинематических парах // Информатика-Машиностроение. (М.). - 1996-№3.-С. 20-24.
15. Киреев С.О. О геометрии центроидной планетарной цевочной передачи / С.О. Киреев, Ю.В. Ершов // Фундаментализация и гуманизация технических университетов: материалы 49 науч.- техн. конф. студентов и аспирантов ЮРГТУ. Новочеркасск, 2001. - С. 50 - 51.
16. Кудрявцев В.Н. Планетарные передачи с цевочным зацеплением // Тр. семинара по ТММ (М.). 1949. - Т. VIII. Вып. 29. - С. 64-67.
17. Шанников В.М. Планетарные редукторы с внецентроидным цевочным зацеплением / В.М. Шанников. М.: Машгиз, 1946.- 304 с.
18. Шанников В.М. Теория и конструирование редукторов с внецентроидным циклоидальным зацеплением, встроенных в электродвигатели // Зубчатые и червячные передачи. М., 1959.- С. 74-109.

19. Юдин В.А. Основы теории планетарно-цевочного редуктора с внутренним внеполюсным зацеплением // Тр. семинара по ТММ (М.). 1948.- Т.IV, вып. 13.-С. 42-76.
20. Юдин В.А. К теории проектирования реальных планетарных передач с цевочным внеполюсным зацеплением / В.А. Юдин, В.К. Лобастов // Теория передач в машинах. М.: Наука, 1971. - С. 83-95.
21. Волновые зубчатые передачи / Под ред. Д.П. Волкова и А.Ф. Крайнева. – Киев, Техника, 1976.
22. Иванов М.Н. Волновые зубчатые передачи. – М.: Высшая школа, 1981.
23. Зиновьев В.А., Левитский Н.И., Рубцов В.К. О силовом расчёте волновой передачи // Механические волновые передачи и механизмы. – М.: ВЗПИ, 1969. С.9-22.
24. Проектирование механических передач: Учеб. Пособие / С.А. Чернавский, Г.А. Снесарев, Б.С. Козинцов, К.Н. Боков, Д.В. Чернилевский, Д.Д. Корж, С.Ф. Мороз, С.Л. Самсонович – 7-е изд., перераб. и доп. – М.: ИНФРА-М, 2013. – 536 с. – (Высшее образование: Бакалавриат).
25. Степанов В.С., Методика проектирования привода на основе волновой передачи с телами качения: дис. канд. техн. наук: 31.03.2009/ Степанов Вилен Степанович. - М., 2009. - 163 с..
26. Янгулов В.С., Беляев А.Е. Элементы расчёта жёсткости волновой передачи с промежуточными телами качения – Известия Томского политехнического университета. 2008. Т. 313. №3.
27. "Янгулов В.С. Кинематическая погрешность волновой передачи с промежуточными телами качения – Известия Томского политехнического университета. 2009. Т. 314. №2."
28. "Янгулов В.С., Беляев А.Е. Расчёт мёртвого хода волновых передач с промежуточными телами качения – Известия Томского политехнического университета. 2008. Т. 313. №3."

29. "Янгулов В.С. Силовой расчёт волновых передаточных механизмов с промежуточными телами качения с адаптивным генератором – Известия Томского политехнического университета. 2008. Т. 312. №2."
30. "Янгулов В.С. Геометрические и конструктивные соотношения в волновых передачах с промежуточными телами качения – Известия Томского политехнического университета. 2008. Т. 312. №2."
31. "Янгулов В.С. Редуктор системы автоматического регулирования повышенной долговечности: Автореф. дис. канд. техн. наук. – Томск, 1984. – 24 с."
32. "Янгулов В.С. Волновые передачи с промежуточными телами (состояние, результаты и задачи) – Известия Томского политехнического университета. 2007. Т. 311. №2."
33. Ершов Ю. В. Анализ и синтез планетарных передач К–Н–V с промежуточными телами качения : дис. ... канд. техн. наук : 05.02.18 /Ю. В. Ершов. – М. : МГТУ им. Баумана, 2007. – 242 с. : ил..
34. Передачи с промежуточными телами качения: определение и минимизация потерь мощности : монография / М. Е. Лустенков. – Могилев : Беларус.-Рос. ун-т, 2010. – 274 с. : ил.
35. "Бакалов С.И. и др. Передача с промежуточными звеньями. Патент СССР №1716227 МКИ F16H1/00, 1992."
36. "Панкратов Э.Н., Передача с промежуточными звеньями. Патент РФ №2029167 МКИ F16H1/00 / F16H25/06 , 1995."
37. Панкратов Э. Н. Волновые редукторы с промежуточными звеньями / Э. Н. Панкратов, В. В. Шумский, С. В. Лушников // Бурение и нефть. – 2003. – № 2. – С. 28–30.
38. Попов П.К. Крутильная жёсткость волновой зубчатой передачи, // Изв. Вузов. Машиностроение. 1972. №4. С.43-47.

39. Самсонович С.Л. Характеристика крутильной жёсткости механизмов с волновой передачей // Вестник Московского авиационного института. 1988 Т5. №1. С.3-10.
40. Шувалов С.А., Баранов А.Г., Чуркин В.И., Сачин А.П. Влияние конструкции генератора на крутильную жёсткость волновой передачи // Известия вузов. Машиностроение. 1972. №3. С.170-172.
41. Самсонович С.Л. Основы конструирования электрических, пневматических и гидравлических исполнительных механизмов приводов летательных аппаратов. – М.: Изд-во МАИ, 2002.
42. Заплетохин В.А. Конструирование деталей механических устройств: Справочник. – Л.: Машиностроение. Ленингр. Отд-ние, 1990. -669 с.: ил.
43. Крылов Н.В., Самсонович С.Л., Степанов В.С., Исследование прочностных характеристик высоконагруженных волновых передач с телами качения, Сборник «Материалы XX международного научно-технического семинара Современные технологии в задачах управления, автоматики и обработки информации». Алушта, Пенза, изд-во ПГУ, 2011 г.
44. Крылов Н.В., О распределении сил и напряжений в элементах волновых передач с телами качения, 11-я Международная конференция «Авиация и космонавтика – 2012». 13–15 ноября 2012 года. Москва. Тезисы докладов. – СПб.: Мастерская печати, 2012. – 385 с.
45. Крылов Н.В., О прочностном расчёте волновых передач с телами качения с вращательным движением выходного звена, Электронный журнал «Труды МАИ». Выпуск № 65. Москва, 2013 г.
46. Крылов Н.В., Борисов М.В., Степанов В.С., Самсонович С.Л., Волновой редуктор с эксцентриковыми роликами // Патент РФ №2491455. Оpubл.: 27.08.2013, бюл. №24.
47. Крылов Н.В., Борисов М.В., Степанов В.С., Самсонович С.Л., Планетарно-цевочный редуктор. Патент РФ №2491454. Оpubл.: 27.08.2013, Бюл. №24.

48. Крылов Н.В., Сравнительный анализ волновых передач с телами качения, имеющими различный контакт с жёстким колесом в точке, по линии или поверхности, Сборник докладов IX Всероссийской научно-технической конференции «Проблемы совершенствования робототехнических и интеллектуальных систем летательных аппаратов, Москва, МАИ, 2012 г.
49. Динамика следящих приводов / под ред. Рабиновича Л.В. – М.: Машиностроение, 1982.
50. Петров Б.И., Полковников В.А., Рабинович Л.В., Стеблецов В.Г. и др. Динамика следящих приводов. – М.: Машиностроение, 1982.
51. Денисенко В.В. ПИД-регуляторы: принципы построения и модификации // Современные технологии автоматизации. 2006. № 4. С. 66_74; 2007. № 1. С. 78-88.
52. Полковников В.А., Петров Б.И., Рывкин С.Е. Электропривод летательных аппаратов: Учебное пособие для авиационных вузов. - 3-е издание, переработанное и дополненное, М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2009. – 304 с..
53. Крылов Н.В., Самсонович С.Л., Испытания электромеханического привода элерона, Московская молодёжная научно-практическая конференция «Инновации в авиации и космонавтике – 2013». 16-18 апреля 2013 года. Москва. Сборник тезисов докладов. – М.: ООО "Принт-салон".