

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

*На правах рукописи*



**Тант Зин Хейн**

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ РАЗМЕРА СФЕРИЧЕСКИХ  
ВКЛЮЧЕНИЙ В ПОЛИМЕРНОМ КОМПОЗИЦИОННОМ МАТЕРИАЛЕ НА  
ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ**

Специальность 1.1.7. Теоретическая механика, динамика машин  
диссертация на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

**Научный руководитель:**

доктор физико-математических наук, профессор

Рабинский Лев Наумович

Москва – 2023 г.

## Оглавление

Введение.....	3
1.Обзор работ по тематике исследований .....	10
2. Экспериментальные исследование.....	38
2.1 Изготовление образцов.....	38
2.2 Структурные исследования образцов .....	41
2.3 Статические испытания.....	44
2.4 Динамические испытания .....	50
3. Дифракция волн в упругой среде со сферической полостью, подкреплённой тонкой оболочкой.....	56
3.1 Уравнения движения упругой среды .....	58
3.2 Уравнения движения оболочки .....	59
3.3 Условия контакта оболочки и упругой среды .....	60
3.4 Падение плоской волны давления на оболочку в упругой среде .....	61
3.5 Построение оригиналов и анализ результатов.....	66
4. Численное моделирование композитных материалов. ....	70
4.1 Физико-механические свойства композиционных материалов .....	70
4.2 Моделирование испытания на изгиб.....	84
4.3 Моделирование испытаний на сжатие.....	88
Заключение .....	102
Список использованных источников .....	103

## Введение

Композиционные материалы (КМ) играют важную роль во многих областях техники, таких как: аэрокосмическая, авиационная, автомобильная, машиностроительная, приборостроительная и медицинская промышленность. При создании материалов с требуемыми механическими и тепловыми характеристиками часто используются различные добавки и наполнители, влияющие на прочность и упругость получаемых образцов.

**Актуальность** научной работы объясняется стабильным ростом композитной промышленности и потребностью создавать материалы с заданными свойствами.

Введение наполнителей и добавок может существенно улучшить физико-механические свойства композиционных материалов. Наиболее простым способом является введение сферических включений.

С ростом новых технологий в сочетании с увеличением требований по объемно (массовым) характеристиками и стойкости к агрессивным средам (к примеру коррозии) все чаще применяются полимерные материалы. Однако в чистой форме данные материалы обладают низкими механическими и тепловыми свойствами. Данные свойства возможно изменить, к примеру, путем добавления наполнителя в полимерную матрицу.

**Целью работы** является исследование влияния размера сферических включений и их объёмного содержания в полимерном композиционном материале на физико-механические характеристики, получение численных и аналитических моделей, позволяющих детально исследовать напряженно-деформированное состояние КМ в условиях статического и динамического нагружения.

**Объектом исследования** в данной диссертации является матрица из эпоксидной смолы, в которую добавлены сферические частицы стекла.

**Предметом исследования** являются композиционные материалы со сферическими включениями.

## **Методы исследования**

Для решения поставленной задачи по исследованию дифракции упругих волн использовались аналитический и численный методы МДТТ (механики твердого деформируемого тела). Метод решения основан на разложении в ряды по системе собственных функций и применении интегрального преобразования Лапласа по времени. Статические и динамические испытания проводились с использованием известных стандартных и апробированных методов испытаний и установок. Численное моделирование проводилось с использованием метода конечных элементов, реализованный в системах Digimat (MSC Software) и Ansys Workbench.

## **Научная новизна:**

1. Исследовано влияние объемного содержания сферических включений в композитном материале на физико-механические характеристики при статическом и динамическом нагружении;
2. Разработан метод исследования динамического поведения сферической оболочки в упругой среде, путем решения задачи о дифракции упругих плоских и сферических волн на распространяющемся композитном материале со сферическими включениями. Получены результаты, на основании которых построены аналитические выражения для всех необходимых функций, позволяющие исследовать нестационарное напряженно-деформированное состояние и перемещения как на оболочке, так и в любой точке упругой среды;
3. Получена и верифицирована конечно-элементная модель, позволяющая исследовать влияние формы, размера и объемного содержания включений на физико-механические характеристики материала.

**Обоснованность и достоверность** полученных результатов, при разработке аналитических методов расчета, определяется примененными строгими методами механики деформируемого твердого тела, теории упругости, теории дифференциальных уравнений. Достоверность численных расчетов проводимых с использованием вычислительных алгоритмов и компьютерных программ

оценивалось путем варьирования размера конечно-элементной сетки, а также сопоставлением полученных решений с решением в рамках упрощённых аналитических моделей.

**Теоретическая и практическая значимость.** Полученные результаты возможно использовать при создании материалов с требуемыми физико-механическими характеристиками путем использования различных наполнителей. Подобные материалы используются почти во всех областях техники, в особенности это касается аэрокосмической и авиационной промышленности. Полученные аналитические результаты позволят более эффективно и детально оценить прочность КМ с включениями.

**Апробация работы.** Основные положения и результаты работы докладывались на следующих конференциях:

1. Тант Зин Хейн, Рабинский Л.Н., Чжо Йе Ко. Исследование влияния сферических включений в полимерных материалах. // Материалы XXVI Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова Том 1. Вятчи, 18-22 марта 2019 г. М., МАИ, 2019, С. 196-197.

2. Тант Зин Хейн, Чжо Йе Ко, Рабинский Л.Н., Бабайцев А.В.. Моделирование и тепломеханические характеристики полимерного композиционного материала на основе эпоксидной смолы и стеклянных микросфер. // 18-й Международной конференции "Авиация и космонавтика", МАИ, 2019, С- 250.

3. Тант Зин Хейн, Чжо Йе Ко, Бабайцев А.В., Рабинский Л.Н., Исследование тепловых свойств полимерных материалов за счет введения сферических включений. // Материалы IX международной научно- 8 практической конференции (Проблемы безопасности на транспорте) Часть 2, 28 – 29 ноября 2019 г. БелГУТ, Гомель, Беларусь, 2019, С-267.

4. Тант Зин Хейн, Чжо Йе Ко, Рабинский Л.Н., Бабайцев А.В.. Исследование влияния объёмного содержания сферических включений в полимерном композитном

материале на прочностные и тепловые характеристики. // 18-я Международная конференция "Авиация и космонавтика ". МАИ, 18–22 ноября 2019 г, С- 250.

5. Тант Зин Хейн, Бабайцев А.В., Рабинский Л.Н., Исследование влияния размера сферических включений в полимерном композиционном материале на физико-механические характеристики // Материалы XXVI международный симпозиум «динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова. Том 1. Вятичи, 16-20 марта 2019 г. М., МАИ, 2019, С-17.

6. Тант Зин Хейн, Рабинский Л.Н., Рипецкий А. В.. Исследование влияния стеклянных включений в матрице из эпоксидной смолы на физико-механические свойства // Материалы XI Международной научно-практической конференции. (Проблемы безопасности на транспорте) Часть 2. Гомель, 25–26 ноября 2021 года. С-180.

7. Тант Зин Хейн, Рабинский Л.Н., Взаимодействие плоской волны давления со сферической оболочкой в упругой среде // Материалы XXIX международный симпозиум «динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова. Том 1. Кремёнки, 15-19 мая 2023 г. М., МАИ, 2023, С-201.

8. Тант Зин Хейн, Рабинский Л.Н., Бабайцев А.В. Моделирование образцов со сферическими включениями // Материалы XXIX Международного симпозиума им. А.Г. Горшкова. Москва, 15–19 мая 2023 г. М., МАИ, С-47.

**Основные публикации.** По теме диссертационной работы опубликовано 6 работ, в том числе 4 научная работа в международном журнале, индексируемом Scopus и 2 научные работы в изданиях, входящих в перечень ведущих рецензируемых научных журналов, рекомендованных ВАК РФ.

Работы в журналах, входящих в базы Scopus и WoS:

1) Zin Hein Thant, Babaytsev, A.V., Kyaw, Ye Ko, Vakhneev, Sergey N.. Study of the influence of spherical inclusions on mechanical characteristics // Periodico Tche Quimica. Volume 17, Issue 35, ISSN 2179-0302, 2020, Pages 654-662.

2) Thant Zin Hein, O. V. Egorova. Improvement of Mechanical Properties of Polymer Materials by the Nanosized Ceramic Particles // WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics. Volume 16, (2021) pp.134-141.

3) Thant Zin Hein, Y. A. Utkin, A. A. Orekhov. Tribological Properties of Polymer Composite with Impregnated Quasicrystal Nanoparticles // International Journal of Mechanics Vol;15(2021): pp.189-195.

4) Thant Zin Hein, O. V. Tushavina, G. I. Kriven. Study of thermophysical properties of polymer materials enhanced by nanosized particles // International Journal of Circuits, Systems and Signal Processing Open Access Volume 15, Pages 1436 – 1442, 2021

Научные статьи в журналах, рекомендуемых ВАК:

5) Тант Зин Хейн. Взаимодействие плоской волны давления со сферической оболочкой в упругой среде // Труды МАИ. 2023. № 129. [URL:https://trudymai.ru/published.php?ID=173020](https://trudymai.ru/published.php?ID=173020) . DOI: 10.34759/trd-2023-129-08

6) Тант Зин Хейн, Рабинский Л.Н., Шумская С.А. Исследование влияния объемного содержания включений в эпоксидной матрице на физико-механические характеристики композитного материала // МКМК. 2023. №4. (принята к публикации)

### **Структура и объём диссертации**

Диссертационная работа состоит из введения, 4 глав, заключения и библиографического списка. Общий объём диссертации составляет 121 страницу, в него входят 59 рисунков и 3 таблицы. Библиографический список состоит из 150 наименований.

Во введении дано обоснование актуальности поставленной задачи, сформулированы цели и задачи диссертационной работы, методы исследования и научная новизна. Представлена обоснованность и достоверность поставленной задачи. Приведены основные публикации по данной работе.

В первой главе представлен обзор работ по тематике исследований, дан краткий аналитический обзор литературы по диссертации. Из анализа цитируемых работ видно, что использование в качестве включений различного типа микросфер может привести к значительному улучшению физико-механических характеристик композита. Также было обнаружено, что в литературе практически отсутствуют аналитические исследования динамического поведения композита со сферическими включениями под действием нестационарных нагрузок.

Во второй главе исследовались образцы из эпоксидной смолы с включениями и чистой эпоксидной смолы. В качестве матрицы использовалась эпоксидная смола ЭД-20, а в качестве включений-стеклянные сферы ПБС-50 с характерным размером сферы около 50 мкм. Для проверки распределения включений по объему, их процентному содержанию, а также подтверждения размера включений проводилось исследование микроструктуры шлифа образца и отдельно порошка. Получены результаты микроскопии с частицами различной формы. Проведены экспериментальное исследование образцов с различным объёмным содержанием включений на изгиб. Проведены испытания на сжатие в условиях статического и динамического нагружения.

В третьей главе рассмотрена нестационарная задача о воздействии плоской волны давления на сферическую оболочку в упругой среде. Для решения используется метод разложения в ряд по системе собственных функций и применение интегрального преобразования Лапласа по времени. В результате получены аналитические выражения для всех необходимых функций, позволяющих исследовать нестационарное напряженно-деформированное состояние и перемещения как на оболочке, так и в любой точке упругой среды.

В четвертой главе проводится численное моделирование формирования композитного материала и оценивается механическое поведение с учетом репрезентативного объемного элемента полимерных композиционных материалов. Проводилось численное моделирование образцов в условиях трехточечного изгиба и



сжатия. Численное моделирование проводилось с использованием программных обеспечений Ansys и Digimat.

В заключении обобщаются результаты выполненного исследования и представлены выводы по работе.

## 1. Обзор работ по тематике исследований

В Российской Федерации с 1960-х годов промышленно выпускаются два вида микросфер: фенолформальдегидные и стеклянные. К настоящему времени технологии изготовления указанных микросфер практически не изменились, поэтому такие параметры, как плотность, прочность, теплопроводность, состояние поверхности, зачастую не могут в полной мере соответствовать современным требованиям, предъявляемым к материалам перспективной техники [1].

В России композиты на основе полых микросфер принято называть сфер пластиками или сфер пластами. Буквальное значение этих терминов – сферический пластик. Очевидно, что это совсем не соответствует структуре и составу композитного материала, наполненного полыми микросферами.

Стеклянные полые микросферы называют материалом 21-го века. В связи с тем, что стеклянные полые микросферы [2,3] представлены на рынках СНГ только размером от 5 до 120 мкм, и крупные полые микросферы размером до 500 мкм в настоящее время не представлены на рынке, немецкая компания зарегистрировала патент на их производство для Европы, России и Евразии. Быстрый рост в области исследований мирового океана в середине прошлого века был одним из основных стимулов для развития производства полых стеклянных микросфер (ПСМ).

Способ изготовления [4,5,6] полых микросфер включает обеспечение состава исходного сырья, включающего частицы вторичного стекла, формирование водной дисперсии частиц вторичного стекла и как минимум оксида бора или борной кислоты, сушку распылением водной дисперсии для формирования сферических стеклянных агломератов с последующим нагревом агломератов для формирования полых микросфер.

Полые микросферы можно изготавливать с использованием целого ряда процессов и материалов, включая, например, перлит, высушенный распылением силикат натрия и выработанные под воздействием пламени частицы стекла. Часто

продукт, изготовленный в результате подобных процессов и с использованием подобных материалов, является многоклеточным, слабым, химически неустойчивым или обладает другими ограничительными характеристиками.

Ни один из этих процессов не дает в результате полых микросфер высокого качества, например, с высокой прочностью при низкой плотности, если использовать стекломассу с высоким содержанием вторичного стекла. Проведенный анализ свойств алюмосиликатных микросфер показал, что благодаря своим уникальным свойствам микросферы из зол уноса могут использоваться в качестве составляющих элементов композиционных материалов.

В разное время изучением микросфер из зол уноса занимаются специалисты России, Англии, Индии, США, и к настоящему времени результатами их исследований стало развитие использования микросфер в качестве вторичного сырья [1-7].

Дополнительное введение в сферы пластики армирующих сеток или волокон значительно повышает изгибную и ударную прочность, что позволяет создавать объемные, легкие, высокопрочные конструкции аэрокосмической техники, непотопляемые корпуса шлюпок и катеров и другие изделия.

Полые полимерные и стеклянные микросферы кроме основного применения в сфере пластика имеют дополнительные сферы применения: добавка в буровые и тампонажные растворы при бурении скважин, адсорбент для сбора нефтепродуктов, в производстве взрывчатых веществ, стройматериалов и т.д.

На подготовительном этапе специалистами проведен комплекс научно-технологических исследований, позволивших разработать и оптимизировать основы технологических процессов и аналитического контроля производства. На базе опытно-промышленного участка данные процессы были отработаны и уже долгие годы продукция проекта активно используется потребителями, в первую очередь в аэрокосмической отрасли (Корпорацией «Роскосмос»).

Кроме этого, разработаны спецификации необходимого основного технологического, вспомогательного и сопутствующего оборудования и его оснастки для производства продукции проекта.

Важно отметить, что результаты исследований по проекту опубликованы в российских и зарубежных журналах, защищены двумя патентами на технологию получения полых микросфер, а также на материалы и технологию непрерывной изоляции труб сфер пластиком.

Что привело к созданию высокотехнологичного промышленного производства [8] по выпуску полых микросфер и специальных композитных материалов сфер пластиков – для максимально широкого их применения и импортозамещения в современных гражданских и оборонных отраслях российской экономики.

В ранних патентах на ПСМ были предложены различные области применения включая использование в пластмассах, резине и других смолистых материалах для уменьшения веса. Ранним и неожиданным применением стало использование ПСМ во взрывчатых веществах. До 1951 года было мало известно о взрывной реакции между аммиачной селитры и мазута. В 1970-х гг., ПСМ использовались в основном для взрывчатых веществ, а некоторые - для смолы.

Производство и потребление полимерных композиционных материалов (ПКМ) стабильно растет в России и в современном мире. В настоящее время играют жизненно важную роль полимерных композиционных материалов во многих областях применения, таких как: аэрокосмическая техника, авиационная, автомобильная и оборонная промышленность, машиностроительные отрасли, электроэнергетическая, медицинская, приборостроения и др.[9,10] Причинами быстрого роста композитной промышленности являются: низкая плотность изделий, высокие физико-механические характеристики, устойчивость к коррозии и агрессивным средам, возможность создания материалов с заданными уникальными и особыми свойствами и многое другое. [11,12] Однако в чистом виде эти материалы обладают низкими механическими и тепловыми свойствами. Эти свойства могут быть изменены,

например, путем добавления наполнителя в полимерную матрицу. С развитием нанотехнологий появилось более глубокое понимание взаимодействия наполнителя и матрицы, а также влияния объемного содержания включенных частиц на физико-механические характеристики. Именно поэтому изучение механических характеристик образцов из ПКМ с различными наполнителями и добавками является актуальной задачей. [13,14]

Многими исследователями было изучено, что различные наполнители широко используются для улучшения механических свойств полимерных композитов, поскольку наполнители могут изменять физико-механические свойства полимерных материалов. Механические свойства композитов зависят от структуры, формы частиц и объемной доли включений. [15-20] Частицы наполненных полимеров широко используются в разных видов композиционных материалов. Эффективный модуль упругости уменьшается с увеличением содержания полых стеклянных микросфер (ПСМ) в эпоксидной смоле, но увеличивается с увеличением содержания твердых стеклянных сфер (ТСС). Эффективный модуль упругости увеличивается в зависимости от объемной доли в композитной системе ПСМ/ТСС. [21,22] Работа по оценке упругих свойств и изгибным напряжениям композитных материалов со сферическими включениями показала, что на модули упругости и несущую способность композитов существенно влияет массовая доля частиц, размеры и тип применяемых частиц. В целом, добавление стеклянных частицы, к композитам увеличивает модуль упругости и несущую способность композитов. Соответственно, все композиты с массовым процентным наполнителем имели максимальные значения модулей упругости и наилучшую способность противостоять изгибающей нагрузке. Несмотря на то, что существуют работы по изучению влияния размера и объемной доли включений для сплошных включений, работ по исследованию включений полых сфер крайне мало. А потребность в их моделировании и прогнозируемых свойств неоднозначна. [23-28] Основная проблема в учете полых сфер это потребность

учитывать толщину и форму включения, а значит рассматривать частицу необходимо в качестве оболочки.

История развития теории оболочек идет в двух различных направлениях. В рамках первого, которое называют классическим, продолжают исследования по выводу уравнений теории оболочек из уравнений пространственной теории упругости. И второе неклассическое направление связано с непосредственным подходом к построению теории оболочек. Его сущность заключается в моделировании оболочки деформируемой поверхностью и последующем изучении механики таких поверхностей [29].

Для пластин и оболочек очень сложно решается краевая задача на основе трехмерных уравнений. Поэтому расчет таких конструкций основывается на двумерных моделях, учитывающих специфику (особенности) их геометрии и напряженно-деформированного состояния.

Создание таких моделей и разработки методов решения соответствующих краевых задач составляют отдельный раздел механики твердого тела - теорию пластин и оболочек [30].

В рамках классического направления теории оболочек в первую очередь выделяются теории типа Лява, которые были разработаны в [31-35]. К неклассическим теориям оболочек относятся прежде всего теории типа Тимошенко, учитывающие деформации поперечного сдвига [36]. Эти теории рассмотрены в [37-40]. Теории типа Тимошенко подходят для описания поведения таких оболочек, как многослойные оболочки с резко различными материалами слоев. Теории типа Лява и Тимошенко содержат в себе две определяющие особенности: 1) теории описываются в терминах двумерного многообразия, и 2) в теориях используются исключительно понятия сил и моментов.

При решении уравнений теории оболочек принимаются в расчет деформации поперечного сдвига, которые в теорию вводятся гипотезами Кирхгофа и Тимошенко. В случае устранения деформаций поперечного сдвига общие уравнения теории

оболочек сводятся к уравнениям классической теории оболочек, основанной на гипотезе Кирхгофа-Лява и позволяющей получить простейшую расчетную модель материала оболочки и свести трехмерные уравнения механики деформируемого твердого тела к простейшим двумерным уравнениям механики оболочек. Построение двумерной теории слоистых оболочек проводится с использованием метода физической дискретизации трехмерных уравнений механики деформируемого твердого тела.

Под гипотезой Кирхгофа-Лява обычно понимается принцип прямых и неизменных нормалей. Кроме того, предполагается, что не тангенциальные напряжения малы по сравнению с тангенциальными и ими можно пренебречь. В работе В. Новожилова и Р. Финкельштейна [41] была произведена попытка оценить погрешность, вносимую в уравнения теории оболочек гипотезами Кирхгофа-Лява. Однако влияние этой работы на улучшение теории не было конструктивным. Позднее Куйтер [42] подтверждал эти оценки и ввёл понятие согласованной теории, когда все уравнения записаны с одинаковой степенью точности.

С точки зрения теорий оболочек типа Лява [43-47], принимаются следующие соотношения отношение  $\gamma/R$  ( $\gamma$  - размерная координата, отсчитываемая по нормали к срединной поверхности поверхности оболочки,  $R$  - определенный характерный радиус срединной поверхности оболочки) мало по сравнению с единицей в выражениях для напряжений и деформаций. При этом некоторые авторы оставляют члены порядка  $\gamma^2/R^2$ , другие частично или полностью отказываются от гипотез о нормальности и не деформируемости.

При этом предполагается, что различие в отдельных подходах заключается в формулировке соотношений между напряжениями и деформациями. В последние оценки [48] были дополнены оценками погрешностей соотношений упругости [49-50], поскольку предполагалось [51], что уравнения статики оболочки и соотношения деформаций и перемещений если и не считаются точными, то могут считаться более

точными, чем при оценке  $\gamma/R$ . Однако вопрос об ошибочности гипотез типа Кирхгофа-Лява и соотношений упругости в теории оболочек не нашел исчерпывающего и обоснованного ответа. Однако различные уточненные теории, несмотря на их важность, также не являются полностью согласованными [52].

Воздействие деформации на изменение температурного поля оболочки весьма незначительно, и его пренебрежение вносит существенные упрощения во влияние деформации на температурное поле оболочки незначительно, и его пренебрежение вносит существенное упрощение в решение термоупругих задач. Такой метод позволяет разделить общее решение на два независимых решения. Для начала решается задача определения температурного поля оболочки, а затем, с учетом полученного температурного поля определение напряженно-деформированного состояния оболочки с учетом изменения температуры в ходе процесса ее деформирования.

Использование гипотез Кирхгофа-Тимошенко приносит изменения в уравнения классической теории оболочек и позволяет привести теорию оболочек в полное соответствие с естественными граничными условиями [53].

В работе [54] исследуется и сравнивается динамика эффективной теплопроводности композитов, наполненных полыми и сплошными металлическими частицами, и используется метод конечных элементов для решения задач численного моделирования. Использование полых частиц вместо сплошных привело к повышению теплопроводности и снижению веса композита.

В работе [55] исследуется влияние объемного содержания разбитых полых стеклянных микросфер (ПЗС) на плотность, механические свойства и теплопроводность композитного материала, состоящего из силиконовой резины (матрица) и разбитых и целых ПЗС (наполнитель). Морфологическое исследование проводилось с помощью сканирующего электронного микроскопа. Теплопроводность определяли с помощью прибора KYOTO ELECTRONICS QTM-500. Механические



свойства измерялись на приборе Instron 5966. Твердость по Шору А образцов измерялась с помощью резины с классом твердости ХУ-1. Удельную площадь поверхности наполнителей определяли с помощью анализатора площади поверхности и пористости Micromeritics ASAP 2020. [55]

Плотность, теплопроводность и механические свойства композита увеличиваются с увеличением объемного содержания, разрушенного ПСМ. Сравнение плотности, теплопроводности и механических свойств композита с известным объемным содержанием разрушенного ПСМ с такими же свойствами аналогичного композита с неизвестным количеством разрушенного ПСМ позволяет оценить объемное содержание разрушенного ПСМ в данном композите.

Оценивается [56] зависимости одноосных механических свойств (предел текучести, модуль Юнга, коэффициент Пуассона) от геометрических свойств соединяемых элементов (а и b) и свойств материала полых сфер, рисунок 1.1

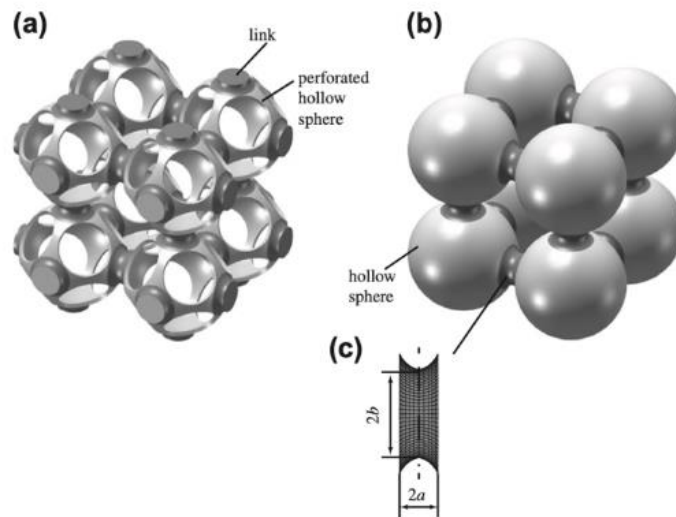


Рисунок 1.1. Схематическое изображение примитивных кубических сфер: (а) структура перфорированных полых сфер; (b) классическая полая сферическая структура; и (c) геометрические параметры соединительного элемента.

В случае, если диаметр соединительного элемента «b» остается постоянным, уменьшение толщины соединительного элемента «a» увеличивает значения модуля

Юнга. В отличие от этого поведения, уменьшение диаметра «b» показывает меньшие значения модуля Юнга при постоянных значениях «a».

В случае, если сферы изготовлены из стали, значения модуля Юнга неоднородных перфорированных полых сферических конструкций (ППСК) составляют прибл. на 58% ниже, чем для однородных ППСК. В другом случае, когда сферы изготовлены из алюминия, значения модуля Юнга неоднородного ППСК составляют прибл. на 53% ниже, чем для однородного ППСК.

Уменьшение размеров «a» и «b» не оказывает значительного влияния на значение коэффициента Пуассона. Кроме этого, коэффициент Пуассона неоднородных ППСК примерно равен коэффициенту Пуассона однородных ППСК.

Что касается предела текучести, то при изменении размеров «a» и «b» наблюдаются такие же тенденции, как и для модуля Юнга. Предел текучести неоднородных ППСК из стали примерно на 95% ниже предела текучести однородных ППСК, а предел текучести неоднородных ППСК из алюминия примерно на 29 % ниже предела текучести однородных ППСК.

В работе [57] оценивалась зависимость многоосных механических свойств (предел текучести, модуль Юнга, коэффициент Пуассона) от геометрических свойств соединяемых элементов (a и b). Авторы продемонстрировали, что упругие свойства ППСК изменяются при изменении диаметра отверстия. Если диаметр отверстия увеличивается, модуль Юнга и начальный предел текучести уменьшаются, но коэффициент Пуассона увеличивается. Кроме того, было изучено влияние различных связующих элементов на механические свойства ППСК. При увеличении толщины связующего элемента ( $a_1$ ) модуль Юнга и начальный предел текучести уменьшаются, но коэффициент Пуассона немного увеличивается. Кроме того, увеличение площади поверхности связующего элемента ( $b_1$ ) приводит к увеличению модуля Юнга и начального предела текучести. Однако коэффициент Пуассона остается приблизительно постоянным.

Существует множество методов, лабораторных технологий, получения микросфер с различными функциональными свойствами: прочных, ультралегких, чаще всего углеродных и или металлизированных. [58] Созданы экспериментальная и методическая базы, позволяющие получать и исследовать полые микросферы из различных материалов. Для изготовления микросфер и изучения их свойств используются специально разработанный высокотемпературный стенд и соответствующие методы контроля.

В рамках исследования [59] были рассмотрены и проанализированы экспериментальные тенденции теплопроводности и проницаемости при 1 МГц композитов с использованием различных моделей, включая типичные модели для композитов, наполненных частицами, и специальные модели, разработанные для композитов, наполненных полыми микросферами. Результаты, полученные с помощью подходящих модели показали тесную корреляцию с экспериментальными значениями.

В работе [60] для исследования были разработаны схемы моделирования для оценки упругих констант таких материалов. Упругие свойства бесконечно разбавленной дисперсии микрошариков в матричном материале сначала вычислялись путем решения задачи дилатации и сдвига. Экспериментальные результаты показали, что модуль Юнга синтактических пен с очень тонкими микрошариками ниже, чем у материала матрицы, в то время как толстые микрошарики увеличивают жесткость материала матрицы. Модель, отражающая это явление, и теоретические прогнозы оказались схожими с экспериментальными результатами.

Оценка [61] размеров полых стеклянных микросфер обеспечивается методом микроскопического анализа. Анализ проведен в АО «НПО Стеклопластик» с использованием ситового анализатора частиц HOSOKAWA ALPINE e200 LS. Результаты измерений диаметра полых стеклянных микросфер получены путем визуального анализа микрофотографий, которые были получены с помощью электронного и оптического микроскопов. Средний диаметр легких и тяжелых полых

стеклянных микросфер зависит от их плотности. Чем выше плотность микросфер, тем меньше их диаметр.

Для обеспечения хорошей адгезии между наполнителем и матрицей ПП в качестве компатибилизатора использован малеинизированный полипропилен (МАПП). Максимальные значения модуля упругости и предела текучести были достигнуты для композита ПП/МАПП/МС при небольшом количестве МС. При оптимальном отношении МАПП/МС ударная вязкость смеси ПП/СЭБ/МАПП/МС с содержанием МС в диапазоне 5-10% при отрицательных температурах выше, чем у ПП и остальных композитов, изложенной в работе [62].

В работе [63] разработаны методические подходы к оценке влияния геометрических и упругих характеристик и взаимного расположения полых сферических включений на концентрацию напряжений в материале с учетом их взаимодействия друг с другом и с границами среды. С помощью метода конечных элементов исследованы, программного обеспечения ANSYS, проведены различные численные решения полидисперсных задач. Отражены особенности результатов применения методов в расчетах с использованием характеристик различных марок микросфер. Численные методы позволяют получить реальные значения объемных долей содержания включений в сферы пластика. Качественное сравнение полученных структур показывает их сходство с реальной микроструктурой сфер пластика.

В ходе работы [64] были проведены исследования и сравнения поведения эффективной теплопроводности композитов, наполненных полыми и сплошными частицами. Использовано трехмерное численное моделирование с использованием безразмерных переменных. Результаты сравнены с экспериментальными измерениями для эпоксидных и этиленвинилацетатных композитных полимерных материалов, наполненных полыми металлическими частицами различных размеров и содержания. Полученные результаты показывают растущий интерес к использованию полых частиц вместо сплошных для улучшения теплопроводности и снижения веса композита.

В статье [65] для исследования влияния объемного содержания поврежденного и неповрежденного ПСМ на плотность, теплопроводность и механические свойства силиконовой резины с ПСМ были приготовлены образцы с различным содержанием поврежденного и неповрежденного ПСМ. Полые стеклянные микросферы, использованные в исследовании, были изготовлены методом мягкой химии.

Оценивается [66-67] зависимости одноосных механических свойств (предел текучести, модуль Юнга, коэффициент Пуассона) от геометрических свойств соединяемых элементов ( $a$  и  $b$ ) и свойств материала полых сфер. Трехмерный анализ методом конечных элементов использовался для изучения примитивных моделей кубических ячеек. Результаты были построены в зависимости от различных геометрических размеров соединительного элемента. Когда диаметр соединительного элемента  $b$ , остается постоянным, уменьшение толщины соединительного элемента  $a$ , увеличивает значения модуля Юнга. В противоположность этому поведению уменьшение диаметра  $b$  приводит к снижению значений модуля Юнга при постоянных значениях  $a$ .

Для решения задач по изучению полых микросфер из различных материалов ФГУП РФЯЦ-ВНИИЭФ создал экспериментальную и методическую базу. Для изготовления микросфер и исследования их свойств использовали специально разработанный высокотемпературный стенд и соответствующие методы контроля [68].

Авторами [69] получены композиты из полых стеклянных микросфер (ПМС), которые заполнялись полиэтиленом низкой плотности (ПЭНП). Проводилось исследование влияния плотности, содержания и модификации поверхности ПМС на тепловые и диэлектрические свойства композитов. Результаты микроволновых диэлектрических свойств композитов в [69] показали, что диэлектрическая проницаемость уменьшается с увеличением содержания ПСМ или уменьшением плотности ПСМ.

Целью исследования [70] являлась разработка схемы моделирования для оценки упругих констант композитных материалов. Упругие свойства бесконечно разбавленной дисперсии микросфер в матричном материале рассчитывались путем решения задач всестороннего нагружения и сдвига.

В статье [71] исследуются методы определения геометрических размеров полых частиц, которые традиционно применяются для гранулометрического анализа частиц микронного размера:

- 1) визуальный анализ изображений микросфер, полученных с помощью оптического и электронного микроскопов,
- 2) применение лазерных анализаторов и ситовой метод.

При этом лучшие результаты измерений диаметра полых стеклянных микросфер были получены путем визуального анализа микрофотографий, полученных с помощью электронного и оптического микроскопов.

Основной целью работы [73] было использование влияния геометрических и упругих характеристик и взаимного расположения полых сферических включений на концентрацию напряжений в материале с учетом их взаимодействия между собой и с границами среды. С помощью решения задачи линейной теории упругости и метода конечных элементов, реализованного в программном пакете ANSYS.

В работе [75] представлен анализ методом решетчатого Монте-Карло (МК) и методом конечных элементов (МКЭ) на эффективную теплопроводность эффективной теплопроводности спеченных металлических полых сферных структур (ПСС). Авторы данной работы использовали изображения компьютерной томографии в качестве входных геометрических данных. Как следствие, могут быть получены более точные результаты. Кроме того, использовалась конечно-элементная модель на основе данных компьютерной томографии с увеличенной детализацией.

Одно из направлений применения полых сфер является применение их в сотовых материалах. Так как в качестве существенного ограничивающего фактора для использования сотовых материалов выступают несопоставимые параметры материала

и относительно высокая стоимость производства. Оба фактора могут быть уменьшены за счет использования структур с полыми сферами.

Сравнение численных результатов с экспериментальными данными и использование более точных моделей материалов, например, для клеевых соединений, является предметом дальнейших исследований [76].

Исследование [77] влияния содержания ПСМ на механические, теплоизоляционные и динамические механические свойства композитного листа. Прочность на растяжение и удлинение при изгибе композитного листа были испытаны в соответствии с GB/T528-20. Кроме того, проведенные исследования показали, что совместимость и межфазные свойства между ПСМ и матрицей улучшились после обработки ПСМ силановыми связующим КН550. Композит, в котором содержание ПСМ составляло 7 % по весу, показал наиболее выгодные механические, изоляционные и демпфирующие свойства.

В работе [78] анализируются эффективные упругие свойства некоторых комплексных частиц. Анализируются и сравниваются результаты численного моделирования с результатами эксперимента. Трехмерная модель элементов используется для прогнозирования эффективных механических свойств двухфазного сложного материала с использованием методов гомогенизации для разных объемных долей.

Прогнозирование свойств композитов с наполнителями в наноразмерном диапазоне, к которым относятся политиканам калия (ПТК), исследуются в работе [79]. Использовались ПТК с размерами частиц: диаметр от 100 до 400 нм; толщина от 20 до 90 нм и длина от 5 до 20 мкм. Путем механоактивации композиций на планетарной мельнице были получены образцы, которые при испытаниях на изгиб не разрушались. При этом достаточно высок возрос предел прочности при изгибе, а устойчивость к ударным нагрузкам увеличилась в 1,5 раза.

Авторам работы [80] были исследованы количественные свойства уплотнительных материалов на основе эпоксидного полимера, наполненного

поликарбонатными микросферами. Результаты используются в различных отраслях промышленности: в микроэлектронике - для послойной инкапсуляции микроэлектронных устройств (внешний слой - проводящий, внутренний - диэлектрик), тем самым устраняя воздействие на них фонового электромагнитного излучения; в медицинской технике - для частичного снижения фонового электромагнитного излучения.

Методы оптической и электронной микроскопии, качественного фазового анализа проводилось с помощью рентгеновского дифрактометра ДРОН-4, визуализации в излучении железа были предложен в работе [81]. В работе также было исследовано влияние структурной неоднородности полых стеклянных микросфер натрий-силикатного состава на физико-химические процессы формирования горячепрессованных алюмотермических материалов и электродуговых покрытий на основе Св-АМг5 и Св-08Г2С.

В работе [82] определялись оптимальные технологические режимы для получения покрытий на основе полиакрилового связующего и полых стеклянных микросфер и исследуются физико-механические свойства полученных материалов. Для определения физико-механических свойств покрытий использовался метод определения модуля упругости ГОСТ 9550, а также метод определения отрыва от адгезии "Константа А" и метода определения адгезии ГОСТ 15140-78. Перспективным для изоляционных покрытий считается метод распыления состава на защищаемую поверхность.

В статье [83] показывается, что тепловые, диэлектрические и сжимающие свойства эпоксидно-матричных композитов могут быть изменены путем регулирования содержания и плотности полых стеклянных микросфер, что делает композиты, наполненные полыми стеклянными микросферами, перспективным кандидатом в смежных областях. Полученные результаты являются основой для применения эпоксидно-матричных композитов с наполнителем ПСМ, особенно для микроэлектронной промышленности.



В рамках оценки механических свойств композита были определены: прочность на растяжение, прочность на изгиб и ударная вязкость. Представленные результаты показывают улучшение механических свойств поверхностно обработанных стекловолокон ТРМ Е, которые армируют композиты с эпоксидной полимерной матрицей. Термообработанные стекловолокна ТРМ Е- Glass, покрытые этилсиликатом, демонстрируют превосходное улучшение механических свойств, которые содержатся в работе [85]. Данная исследовательская работа проводится для изучения механического и износостойкого поведения неорганических частиц наполненные полимерами. С помощью простых экспериментальных методов были разработаны методики определения механических свойств стеклянных микросфер различного состава. Разработаны простые экспериментальные методы определения механических свойств различных наборов стеклянных микросфер [86].

В работе [87] исследуется композитный материал из стекла матрицы, модифицированный пластинами NiCrAlY. Были исследована их микроструктура, измерены модуль Юнга, прочность при изгибе, твердость по Виккерсу и вязкость при вдавливании.

При испытаниях на вдавливание и закалку было установлено, что включение сплава NiCrAlY повысило критические температуры закалки для предварительного распространения трещин со 150 °С для стекла без NiCrAlY до 225 °С для композитов с 30 весовыми процентами NiCrAlY. Наблюдалось отслаивание и повреждение включений и трещин. Вероятно, работа включений и соответствующие им микромеханизмы объясняют улучшение сопротивления разрушению.

В исследовании [88] изучалось влияние добавки-наполнителя в эпоксидных смолах, армированных стекловолокном с включённой в их состав летучей золой. Низкая стоимость летучей золы позволяет снизить общую стоимость компонента. В данном исследовании изучались только очень низкие объемные доли наполнителя. Также было исследовано влияние соотношения сторон образца на показатели прочности при сжатии путем испытания образцов с тремя различными

соотношениями сторон. Для лучшего понимания явлений, происходящих в системе материалов на микроскопическом уровне, были проведены исследование структуры с применением сканирующего электронно-микроскопического оборудования.

В рамках работы [89] было исследовано влияние стеклянных микросфер и алюминиевого наполнителя на механические свойства эпоксидных и модифицированных эпоксидных матриц. Эти материалы были подвергнуты резкой температурной обработке от 200°C до комнатной температуры для имитации охлаждения расплава термопласта во время литья под давлением.

В работе [90] было отмечено, что теплопроводность композитов также снижалась с увеличением содержания ПСМ. Для того чтобы получить относительно высокую теплопроводность и низкую диэлектрическую проницаемость одновременно, в данной работе предлагается добавить еще один наполнитель. По полученным результатам свойства композитов монотонно изменялись в зависимости от содержания ПСМ. По сравнению с чистой эпоксидной смолой, коэффициент теплового расширения, диэлектрическая проницаемость, диэлектрические потери и теплопроводность композитов, наполненных 51,3 об% ПСМ, были снижены на 54,3%, 28,6%, 44% и 13,3%, соответственно, а температура стеклования была увеличена приблизительно на 38°C.

В статье [91] представлено влияние загрузки наполнителя (параметр композиции) на механические свойства (растяжение, сжатие и изгиб) композитов, содержащих выбранные твердые наполнители (Al, Cu, SiC и Gr). В эксперименте, который был проведен на композитах с тремя различными наполнителями, представляющими вязкие (Cu и Al), хрупкие (SiC) и мягкие (Gr) типы материалов с точки зрения механических свойств, было обнаружено, что прочность при растяжении и изгибе композитов с частицами ухудшается с увеличением загрузки наполнителя, в то время как модуль упругости (как при растяжении, так и при изгибе) композитов увеличивается с увеличением загрузки наполнителя в диапазоне содержания наполнителей (10-40 масс. %).

Некоторые авторы в целях исследования создают композиты из эпоксидной смолы, армированной стекловолокном и натуральным порошком (зола из рисовой шелухи, морковный порошок и опилки). По результатам испытаний определялись: плотность, водопоглощение, твердость, прочность на изгиб и напряжение сдвига для каждого типа.

Результат показал, что оптимальное значение твердости для (эпоксидной смолы +6% стекловолокна +6% зола рисовой шелухи) было получено (82,7 по Шору D), значение прочности на изгиб для (эпоксидная смола +6% стекловолокна +6% зола рисовой шелухи) было 225МПа и максимальное напряжение сдвига для (эпоксидная смола +6% стекловолокна +6% зола рисовой шелухи) составило (6,20 МПа) при объемной доле (6% стекловолокна) и (6% зола рисовой шелухи), получили авторы работы и подробно проиллюстрировали это в статье [92].

В исследовании [93] путем спекания была успешно получена керамика ПСМ с низкой плотностью и теплопроводностью. Плотность и прочность на сжатие керамики ПСМ увеличиваются с повышением температуры спекания. Кроме того, были исследованы механизм теплопередачи и гидрофобность пористых керамических композитов.

В рамках работы [94] исследуется влияние соотношения малеинового ангидрида, привитого к полипропилену (МАПП), на термические и динамические механические свойства композитов полипропилен/полые стеклянные сферы (КП/ПСС). Как показывают результаты, увеличение содержания МАПП улучшило динамические механические свойства и свойства терм окислительного старения композитов КП/ПСС. Добавление МАПП не изменило кристаллическую структуру согласно результатам рентгеновской дифракции.

В статье [95] рассматриваются результаты экспериментальной группы, направленной на создание легких цементных композитов с полыми стеклянными микросферами. Показано, что химическая стабильность микросфер в условиях высокой температуры и высокого давления может напрямую контролироваться путем

изменения удельной площади поверхности и константы скорости растворения дополнительных кремнеземных добавок. С этой целью был синтезирован модельный облегченный цементный композит и охарактеризован различными экспериментальными методами для получения данных об изменениях в минералогии матрицы, текстуре, а также в физико-механических свойствах. Влияние легирования кремнеземом и гидротермальной обработки на структурную и химическую стабильность полых стеклянных сфер было оценено с помощью рентгеновской томографии.

В исследовании [96] полые стеклянные микросферы (ПМС), заполненные полипропиленом (ПП), были изготовлены методом экструзии расплава. Физические свойства модифицированных силоном и не модифицированных ПСМ были охарактеризованы с помощью инфракрасной спектроскопии с преобразованием Фурье и сканирующего электронного микроскопа.

В работе [97] были получены композитные изоляционные материалы из полых стеклянных микросфер/эпоксидной смолы (ПМС/смолы) с высокой прочностью. Высокопрочная, устойчивая к высоким температурам матрица эпоксидной смолы была выбрана из эпоксидных смол, отвержденных различными отвердителями.

В работе [98] изучается влияние частиц измельченного углеродного волокна на свойства синтактической пены при растяжении до разрушения. Объемная доля частиц поддерживается постоянной для всех рецептур синтактической пены, Объемная доля частиц поддерживается постоянной для всех рецептур синтактической пены на уровне около 60% для минимизации плотности. При аналитической моделировании этих механизмов упрочнения было получено хорошее согласие с экспериментальными данными и показано, что растяжение волокна вносит основной вклад в вязкость разрушения при более высоких нагрузках на фрезерованное углеродное волокно.

В работе [99] из эпоксидных композитов были получены полые стеклянные микросферы (ПМС), армированные триглицидил-п-аминофенолом. Механическое поведение композитов с различными весовыми долями ПСМ от 0 до 9% было

исследуется с точки зрения ударных свойств как при комнатной температуре, так и при температуре жидкого азота (77 К). Поверхности разрушения недатированной эпоксидной смолы и композитов были исследованы с помощью сканирующей электронной микроскопии. Результаты показали, что композиты ПСМ/эпоксидная смола являются перспективными криогенными материалами.

В работе [100] рассматриваются физико-механические свойства современных теплоизоляционных материалов на основе сфер пластиков с полиакриловом в качестве связующего и полыми стеклянными микросферами в качестве наполнителя для различных областей науки и техники. Изучаются процессы взаимодействия компонентов в сферах пластических образцах. Описываются методы применения разработанных теплоизоляционных покрытий на обрабатываемых поверхностях и технологические режимы применения при сохранении оптимальных физико-механических свойств.

В исследовании [101] исследуется влияние содержания влаги на механические свойства стеклоэпоксидных композитов с учетом различной ориентации волокон и различного объемного содержания волокон. Для настоящего исследования были рассмотрены схемы укладки [0, 90] и [45] ламинаты с симметричной и асимметричной укладкой. Полученные результаты свидетельствуют о значительном влиянии влаги на прочность материалов при растяжении и изгибе ламинатов и незначительном изменении поведения ламинатов при ударе.

В этой статье [103] содержится систематический обзор различных свойств композитов ПСМ/эпоксидная смола. Более того, также рассмотрено, что механические и тепловые свойства ПСМ /эпоксидной смолы улучшаются за счет введения nanoармирующих элементов.

Первая часть данного обзора посвящена различным свойствам синтактической пены НГМ/эпоксидной смолы. Во второй части обзора представлены наноматериалы для различных применений в композитах ПСМ /эпоксидная смола. Представлены различные стратегии армирования, используемые с этими наноматериалами.

Основной целью работы [104] заключается в том, чтобы понять процесс разрушения объемного материала, для чего предлагается механизм разрушения внутри микровключений и матрицы на основе прогнозов конечно-элементных моделей и экспериментальных исследований. Исследовались механизмы разрушения для различных объемных долей микровключений, которые связаны с прогнозируемыми локализованными напряжениями.

Авторы [105] обнаружили, что более низкие объемные доли ПСМ, а также микросферы с большой толщиной стенки позволяют получить синтактические пены с более высокими механическими свойствами. В данном исследовании использовались три различных типа полых стеклянных микросфер как с тонкой стенкой, которые были получены из синтактических пен средней и высокой плотности и поли(метилметакрилата). Увеличение плотности ПСМ в результате приводит к большему снижению плотности уменьшению плотности и улучшению механических свойств. Эффект от весового процента ПСМ обратно пропорционален измеренной плотности, прочности на изгиб и ударопрочности.

В рамках работы [106] поставлена цель изучить влияние размера частиц ПСМ на механические и физические свойства композитов ПСМ/боросиликатное стекло (БС) как при комнатной, так и при высокой температуре. Композит ПСМ/боросиликатное стекло (БС) с превосходной термостойкостью успешно изготовлен с помощью процесса гелеобразования в терт-бутиловом спирте, а также обсуждено влияние среднего размера частиц и истинной плотности ПСМ на механические и физические свойства композитов.

Моделирование процесса теплопередачи в полимерных композитах с наполнителем из полых стеклошариков (ПСШ) проводилось методом конечных элементов (МКЭ) с использованием программного обеспечения ANSYS. [107] Метод конечных элементов (МКЭ) с использованием программного обеспечения ANSYS для определения влияния содержания и размера ПСШ на эффективную теплопроводность. Проведено моделирование процесса теплопередачи в полимерных

композитах, наполненных полыми стеклянными шариками (ПСШ), и выявлено влияние содержания и размера ПСШ на эффективную теплопроводность.

В работе [108] проводится анализ свойств алюмосиликатных микросфер. Показывается, что благодаря своим уникальным свойствам микросферы из летучей золы могут быть использованы в качестве компонентов композиционных материалов. Представлены результаты исследований по выделению ценосфер из летучей золы нескольких тепловых электростанций Иркутской области и золы Новосибирской ТЭЦ и возможности их использования на предмет содержания естественных радионуклидов.

В работе [109] проводится оценка теплопроводности эпоксидно-матричных композитов, которые наполнены твердыми стеклошариками (микросферами) как экспериментально, так и численно с помощью методом конечных элементов. В исследовании показывается, что включение твердых стеклянных шариков снижает теплопроводность эпоксидной смолы и тем самым улучшает ее теплоизоляционные свойства. Экспериментально измеренные значения теплопроводности сравниваются с численно рассчитанными значениями, и обнаруживается, что результаты конечно-элементного анализа близки к измеренным значениям.

В работе [110] органические пенопласты характеризуются хорошими теплоизоляционными свойствами, а неорганические материалы являются негорючими. В качестве наполнителя выбираются полые стеклянные микросферы (ПМС), как один из видов легких негорючих неорганических материалов. Фенольная смола (ПС), как огнестойкий полимерный материал, была использована в качестве связующего.

Оценивается влияние поглощенной воды и давления на механические свойства двух композитных систем с аналогичными эпоксидными матрицами, одна из которых армирована стекловолокном, а другая - графитовыми волокнами [111]. Подвергая оба материала воздействию воды при атмосферном и повышенном давлении и испытывая их на изгиб в четырех точках. Полученные в ходе механических испытаний

поверхности изломов во время механических испытаний, были покрыты напылены золотом для исследования в сканирующем электронном микроскопе.

В работе [112] полимер, эпоксидная смола усиливалась биоразлагаемым материалом, частицами оболочки барвинка, с использованием метода ручной укладки. Сформированные таким образом образцы испытывались на следующие механические свойства: твердость, растяжение, сжатие и ударные испытания.

Цель работы [113] являлась оценка возможности использования волокон багассы в качестве арматуры в полимерном матричном композите. Проведено исследование влияния объемной доли волокна на механические свойства полученного полимерного композита и разработка оптимальной рецептуры для производства таких материалов. После полного отверждения материал был извлечен из формы и обрезан по размеру ручным напильником. Несколько образцов с различным содержанием наполнителя от 0 до 20% (0%, 2%, 4%, 6%, 8%, 10%, 15%, 20%) были приготовлены по вышеописанному методу.

Исследование влияния на полимерную матрицу композита с целью использования древесной золы, которая легко доступна и дешева, в качестве модификатора свойств для полимерных матричных композитов исследовалась в работе [114]. В сравнительном отношении в результате включения древесной золы в рецептуру полимерно-матричного композита (ПМК) привело к значительному увеличению ударной прочности и прочности на растяжение прочности.

В исследовании [115] целью является подготовка и оценка нового композитного материала, слагающегося из порцеланита и метасиликата лития, смешивая их в различных весовых соотношениях 20:80, 25:75, 40:60, 50:50 и 75:25, соответственно.

В рамках исследования [116] оцениваются механические свойства композита из эпоксидной смолы, армированного частицами кремнезема из рисовой шелухи. Выделялись субмикронные частицы кремнезема со средним размером частиц 0,5 мкм и были использованы в качестве армирующего материала для эпоксидной смолы.



В ходе исследования [117] была поставлена цель найти экономически эффективную композитную композицию, армированную частицами, обладающую малым весом, но достаточными механическими свойствами. С учетом экспериментальных данных сформулирована была решена многокритериальная задача оптимизации, для нахождения оптимальной конструкции материала.

Основной целью данной работы [118] было изучить влияние нанопорошков оксида циркония ( $ZrO_2$ ) и алюминия ( $Al_2O_3$ ) на физико-механические и адгезионные свойства эпоксидных полимеров. Результаты исследования свидетельствуют об очень сложном характере влияния нанопорошков  $ZrO_2$  и  $Al_2O_3$  на комплекс механических и триботехнических свойств эпоксидных полимеров.

При исследовании прочностных свойств при деформации объектами исследования использовались пленки толщиной  $\sim 100$  мкм. Которые были получены путем отверждения композиций между двумя полированными поверхностями металлических пластин, покрытых тонким слоем антиадгезива. Были получены результаты исследований по влиянию нанопорошка оксида алюминия на комплекс физико-механические, триботехнические и адгезионные свойства эпоксидных полимеров. Показано, что введение нанопорошка способствует значительному увеличению прочности на растяжение и сжатие, модуля упругости и деформации растяжения эпоксидных полимеров [119].

В работе [120] целью было понять, как композитный материал реагирует на механические испытания, а затем воспроизвести эти явления в виртуальной симуляции. Несмотря на используемые материалы, с учетом объемной доли, конкретных методов производства и условий испытаний, аналитические и численные методы могут не дать точных оценок, поскольку любые отклонения могут привести к различным механизмам, возникающим при нагружении образца.

Аналитические методы определения механических свойств представлены классической теорией ламината, экспериментальные методы включены в

стандартизированные ASTM испытания, а численные методы включают моделирование методом конечных элементов.

Основная цель исследования заключалась в определении наилучшей последовательности укладки, при которой физико-механические свойства и скорость истирания трех тел будут оптимальными. Результаты показали значимость расположения двух различных слоев ткани (стекло и углерод) и разницу в свойствах, которые получаются при их использовании, описывается в работе [121].

Авторами работы [122] проведено исследование влияния функциональных групп эпоксидной смолы на свойства композитов углеродное волокно-эпоксидная смола. При изготовлении матричных смол добавлялись такие добавки, как газовые педали или ингибиторы старения. Исследовались дополнительные методы оценки, помимо тех, которые демонстрировали прочность при растяжении, для выбора матричной смолы с целью оптимизации прочности композитов на растяжение и сжатие.

Основной целью работы [123] является разработка гибридных композитов, предназначенных для изготовления протезов нижних конечностей. Как показывают результаты, графит/эпоксидные композиты, армированные углеродным волокном, отличаются более высокими механическими характеристиками, чем обычные эпоксидные композиты, армированные углеродным волокном.

В работе [124] была поставлена цель изучить влияние углеродных нанотрубок и графеновых нанонаполнителей на механические и термические характеристики полых стеклянных микросфер, армированных композитами на основе эпоксидной смолы. Композиты испытывались на термические и механические свойства. Было обнаружено, что модули упругости при растяжении и изгибе увеличиваются с ростом концентрации ПСМ. Теплопроводность композитов ПСМ/эпоксидная смола была ниже по сравнению с другими композитами и чистой эпоксидной смолой. Сканирующая электронная микроскопия была использована для анализа

морфологического поведения поверхности композитов, подвергнутых испытанию на изгиб.

В работе [125] авторы разработали композитные материалы с низкой диэлектрической проницаемостью, содержащих эпоксидную смолу и полые стеклянные микросферы (ПСМ), путем покрытия  $\gamma$ -аминопропилтриэтоксисиланом (KH550) с последующей прививкой полиэдрического олигомерного силсесквиоксана.

Эффект модификации различными силановыми соединителями оценивался в работе [126] по микроскопической морфологии синтактических пен, фотопоглощению, механическим свойствам и межфазному соединению эпоксидной смолы и полых стеклянных микросфер. Полученные результаты показали, что синтактические пены, приготовленные с использованием полых стеклянных микросфер, модифицированные силановыми связующими агентами, демонстрируют улучшение фотопоглощения, характеристик сжатия, растяжения и изгиба по сравнению с пенопластами, приготовленными без них.

В качестве матрицы выбиралась фенольная смола путем смешивания ее с полыми стеклянными микросферами (ПСМ) и полыми фенольными микросферами (ПФМ). Было исследовано влияние полых микросфер на механические и теплоизоляционные свойства синтактической пены. Результаты механических испытаний показали, что прочность на изгиб фенольной синтактической пены постепенно снижается с увеличением объемной доли микросфер при комнатной температуре [127].

В работе [128] исследуются динамические механические свойства композитных пен на основе полимеров в зависимости от содержания матричной смолы, полых стеклянных микросфер, толщины стенок полых стеклянных микросфер, армирующих материалов и взаимодействия между матричной смолой и полыми стеклянными микросферами. Полученные результаты показали, что плотность, твердость и статические механические свойства композитных пенопластов из эпоксидной смолы/полых полимерных микросфер, а также их динамические механические

свойства при резонансе, были аналогичны свойствам композитных пенопластов из полимера/полых стеклянных микросфер.

В работе [129] рассматривается влияние условий измерения в режиме трехточечного изгиба: отношение пролета к глубине, отношение динамической нагрузки к статической и скорость нагрева. Для определения зависимости между толщиной волокнистого покрытия и вязкоупругими свойствами композита была использована микромеханическая модель.

В статье [130] исследовано влияние изменчивости, размера и содержания волокон на отдельные механические и физические свойства древесно-полимерных композитов свойства древесно-полимерных композитов. Все полученные свойства значительно отличаются в зависимости от происхождения волокна. Получено, что волокна большего размера имеют более высокую прочность и эластичность при растяжении.

Авторами проведено исследование [131] совместного влияния полифосфата аммония и талька на огнестойкость и механическое поведение композитных систем эпоксидная смола/стеклоткань и чистая эпоксидная смола. Исследование показывает, что когда требуется огнестойкость, лучшие огнезащитные характеристики могут быть получены путем добавления выбранных добавок в композиты, армированные стекловолокном. Такие композиты могут обеспечить повышенную огнестойкость без серьезной потери механических свойств.

В работе [132] было проведено исследование влияния содержания микропор на механические свойства эпоксидной пены, армированной волокнами. В качестве армирующего материала использовались стеклянные или углеродные ткани. Представленные результаты показали, что содержание микропор в испытанных армированных эпоксидных пенах по-разному влияет на механические свойства. Статическое поведение остается приблизительно постоянным. Значения удельных характеристик, по мере увеличения модуля Юнга модуля Юнга, не зависят от содержания микропор.

В работе [133] представлена технология изготовления гибридного композита с использованием джута и эпоксидного композита, армированного E-стекловолокном, методом ручной укладки. В ходе исследования для получения композитных ламинатов использовался метод ручной укладки. Чтобы избежать прилипания эпоксидной смолы к поверхности на поверхность формы распылялся разделительный гель.

В исследовании [134] продемонстрировано, что включение пыли сосновой древесины снижает проводимость эпоксидной смолы и тем самым улучшает ее теплоизоляционные свойства. Экспериментально измеренные значения проводимости сравнивались с численно рассчитанными значениями, а также с существующими теоретическими и эмпирическими моделями. Результаты, которые получены с помощью конечно-элементного анализа (КЭ), оказались сопоставимыми с экспериментальными значениями.

В статье [135] изучается плоская нестационарная задача динамики тонкой упругой оболочки в виде параболического цилиндра, погруженного в жидкость. Для решения задачи построена система уравнений в связанной формулировке.

В ряде случаев, встречаемой в практической деятельности, кривизной упругой оболочки, вблизи которой распространяется звук, нельзя пренебречь. При анализе картины распределения звукового давления в таких случаях в качестве упрощенной модели двояковогнутой оболочки можно использовать тонкостенную сферу [136].

В работе [137] описывается сравнение результатов эксперимента и математической модели отражения и интерференции волн. В процессе сравнения были получены хорошее согласование между ними. Полученная методика, алгоритм и комплекс программ, а также результаты решенных задач рекомендуются для использования в научно-технических организациях, специализирующихся в области динамического расчета конструкций при ударных, взрывных и сейсмических воздействиях.

## **2. Экспериментальные исследование**

### **2.1 Изготовление образцов**

В работе исследовались образцы из эпоксидной смолы с включениями и чистой эпоксидной смолы. В качестве матрицы использовалась эпоксидная смола ЭД-20, а в качестве включений-стеклянные сферы ПБС-50 с характерным размером сферы около 50 мкм. Объемное содержание включений составляло 5%, 10%, 15%. Материалом для образцов в данном исследовании служили эпоксидные композиты, заполненные сферическими частицами стекла, характерным размером порядка 50 мкм. Полимерные композиты, наполненные частицами, используемые в экспериментах, представляют собой партии образцов состоящих из четырех видов объемной доли наполнителя: 5%, 10%, 15% и образцы без включений (0%). До заливания эпоксидной смолы с добавленными включениями производилось тщательное перемешивание в течение 25 минут. После заливки смеси в форму применялся вакуум с дегазацией с вращающей формой для равномерного распределения частиц по объему. После этого охлаждение длилось 3 часа. Полная схема процесса создания образцов дана на рисунке 2.1.



Рисунок 2.1. Технологическая схема изготовления композита

Приготовление связующего состоит в подготовке состава, компонентов связующего в заданных весовых или объемных пропорциях. т.е. смешивание в специальных аппаратах (реакторах). В основной состав компаунда входят следующие компоненты:

- полимерная смола ЭД-20 и ПБС-50
- модификаторы - вещества, придающие связующему особые свойства;
- пластификаторы - вещества, улучшающие механические свойства.

Необходимое количество смолы и отвердителя предварительно рассчитывалось с учетом требований и рекомендациям производителя.

В первую очередь в ёмкость наливалась эпоксидная смола (ЭД-20) и в неё добавляется отвердитель (ПБС-50). Вливалась медленно, тонкой струйкой. В процессе добавления, сразу же происходило перемешивание компонентов, чтобы минимизировать сильный разогрев состава.

Сначала состав перемешивался при комнатной температуре в течение 5-7 минут в одной емкости, а затем переливали в другую емкость и перемешивать еще 2 минуты.

При помощи шпателя на низкой (средней) скорости перемешивалась смесь с помощью ультразвуковой установке и миксера.

По итогу из формы извлекалась плита, из которой в последствии вырезались образцы с помощью дремеля для испытаний на изгиб и сверлильной установки с коронкой для образцов цилиндрических. Полученные прямоугольные образцы на изгиб имели сечение 10 x 4 мм и длину 80 мм, а для образцов на сжатие диаметром 11 мм и высотой 8 мм. Для каждой партии образцов изготавливалось по 3 однотипных образцов. Фотографии исследуемых образцов представлено на рисунке 2.2.

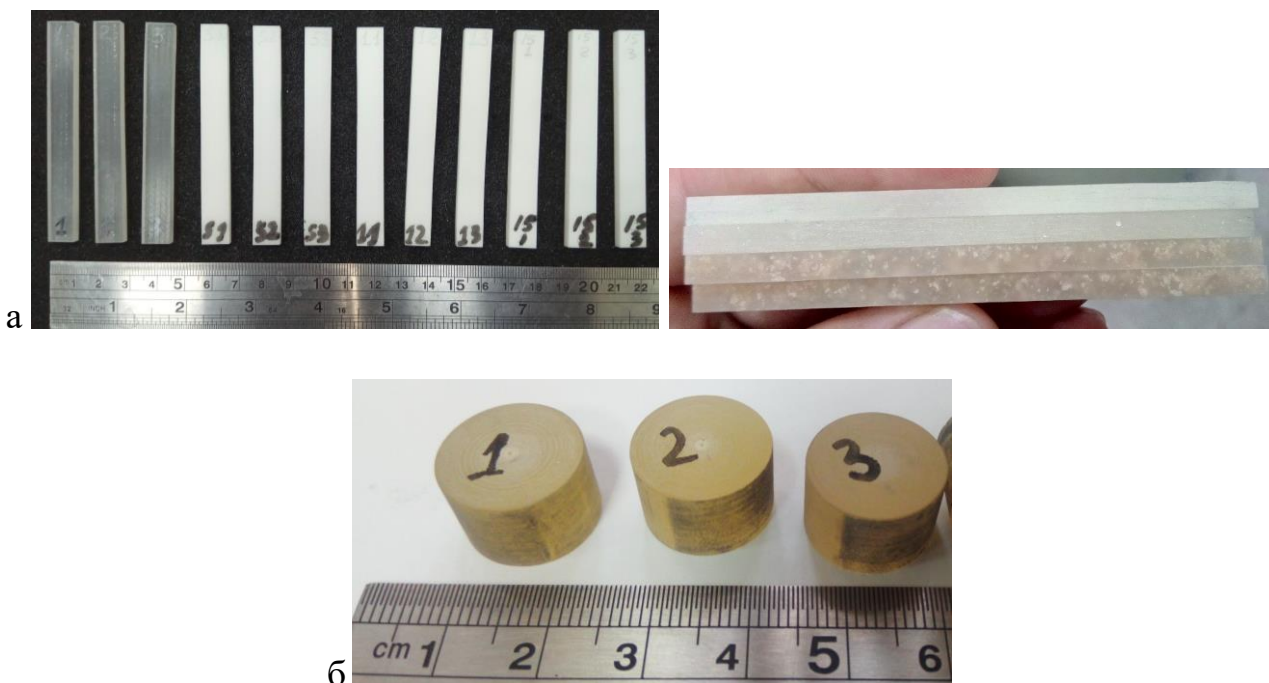


Рисунок 2.2. Полученные образцы

(а- образцы для испытания на изгиб, б-образцы для испытания на сжатие)



## 2.2 Структурные исследования образцов

Для проверки распределения включений по объему, их процентному содержанию, а также подтверждения размера включений проводилось исследование микроструктуры шлифа образца и отдельно порошка.

Для определения микроструктуры и химического состава использовался растровый электронный микроскоп Karl Zeiss Evo 40 (рисунок 2.3а). Исследовались образцы порошка. Исследуемые образцы на платформе микроскопа представлены на рисунке 2.3б.

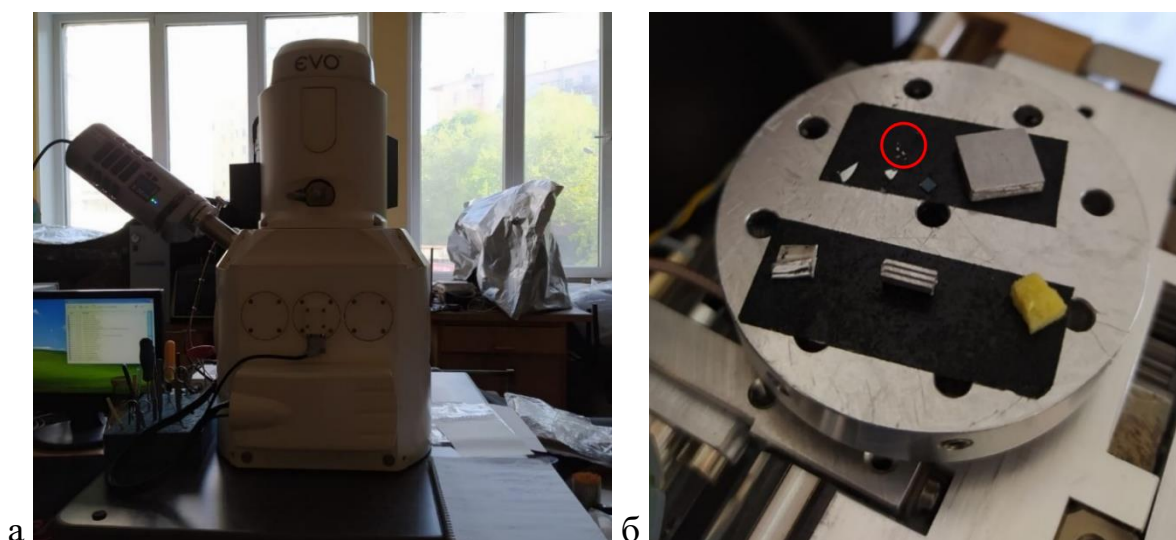


Рисунок 2.3. Исследуемый образец и применяемое оборудование (а-растровый электронный микроскоп Karl Zeiss 40, б- исследуемые образцы)

Исследование проводилось при режимах микроскопа: фокусное расстояние 31,5 мм, сила тока 9 рА, напряжение 5 кV. По результатам исследования проверялась форма и размер включений, рисунок 2.4.

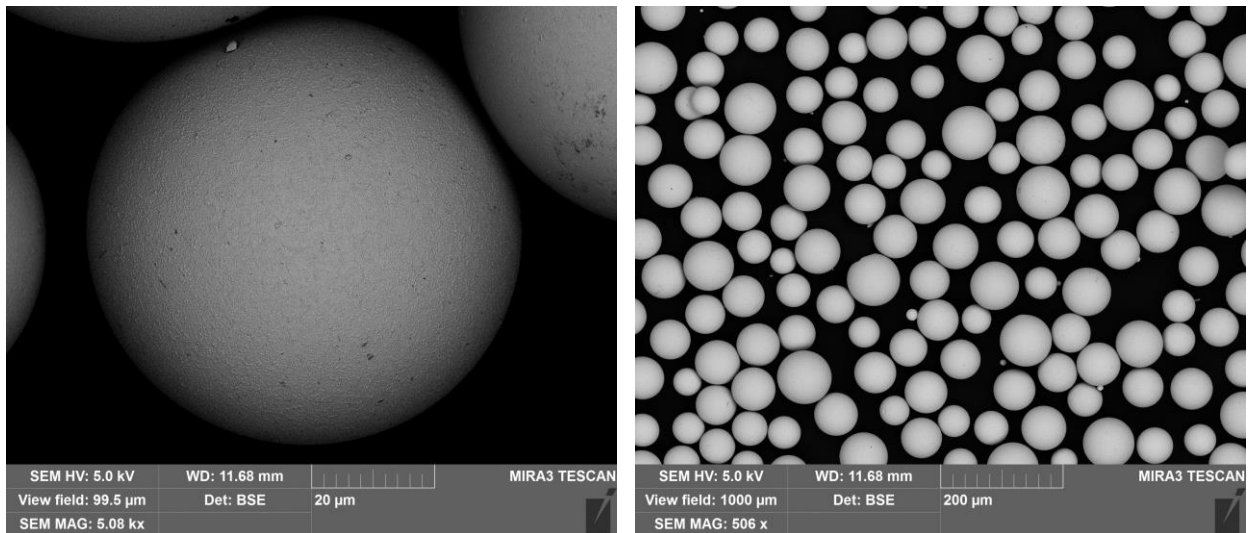


Рисунок 2.4. Результаты микроскопии

Для проверки распределения включений по объему, их процентному содержанию, а также подтверждения размера включений проводилось исследование микроструктуры шлифа образца и отдельно порошка.

Анализ изображений является одним из лучших методов для измерения распределения порошка по размерам. Программное обеспечение Image J, которое является бесплатное программное обеспечение для обработки изображений на базе Java, было использовано в данной работе для анализа распределения частиц по размерам. С помощью данного продукта можно достаточно быстро оценить различные параметры включений, такие как диаметр, округлость и т.д. Преимущество обработки изображений заключается в том, что она может быть автоматизирована, если метод был определен для конкретного типа порошка. Основная проблема при этом заключается в обработке перекрывающимися и соприкасающимися частицами.

Результаты частиц рассчитываются с помощью программы ImageJ представлены на рисунке 2.5 и представлены результаты микроскопии распределения частиц по размерам. Количество неправильно формы, не сферической приходилось менее 0,01% от объема всех включений.

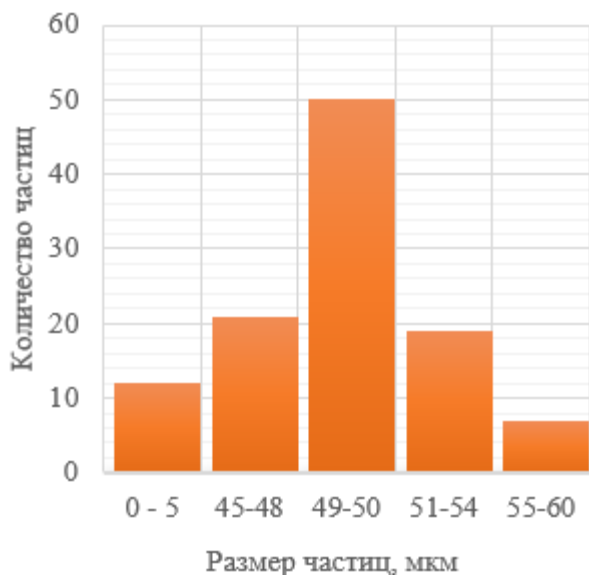
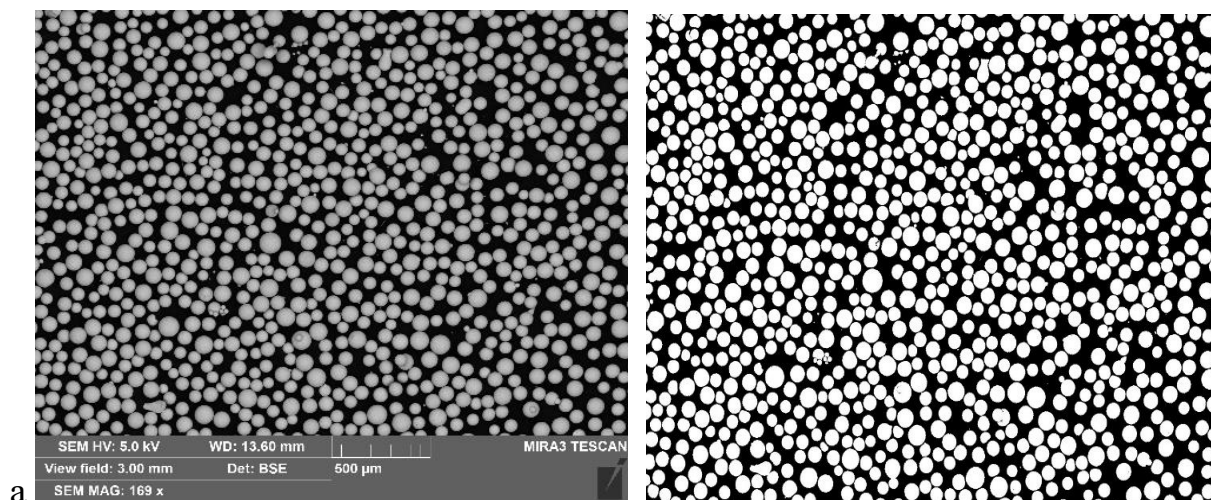


Рисунок 2.5. Результаты микроскопии (а) и их распределение по размерам частиц (б)

С помощью сканирующей электронной микроскопии была изучена морфология поверхностей разрушения композитов с частицами и качество дисперсии частиц в композитах с частицами размером 50 мкм.

В случае отсутствия на этапе затвердевания вращения формы частицы распределяются по объему неравномерно, а осаждаются на нижней поверхности, рисунок 2.6 а, б. При добавлении вращения в моменте затвердевания частицы распределяются равномерно. Подтверждение равномерного распределения частиц в матрице представлены на рисунке 2.7 а, б.

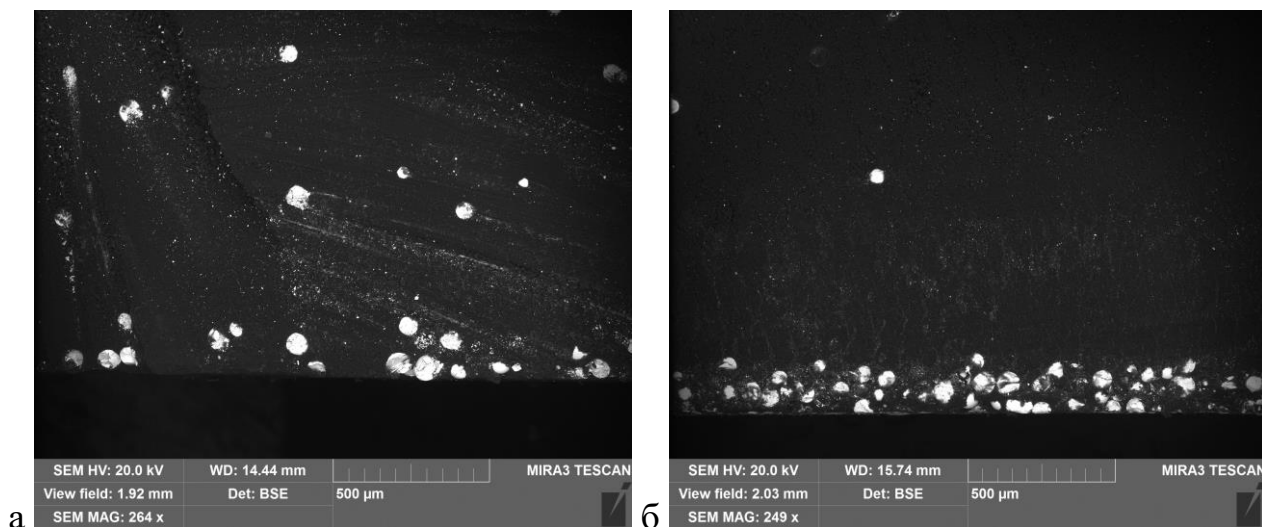


Рисунок 2.6. Распределение частиц(включений) по объему без вращения формы

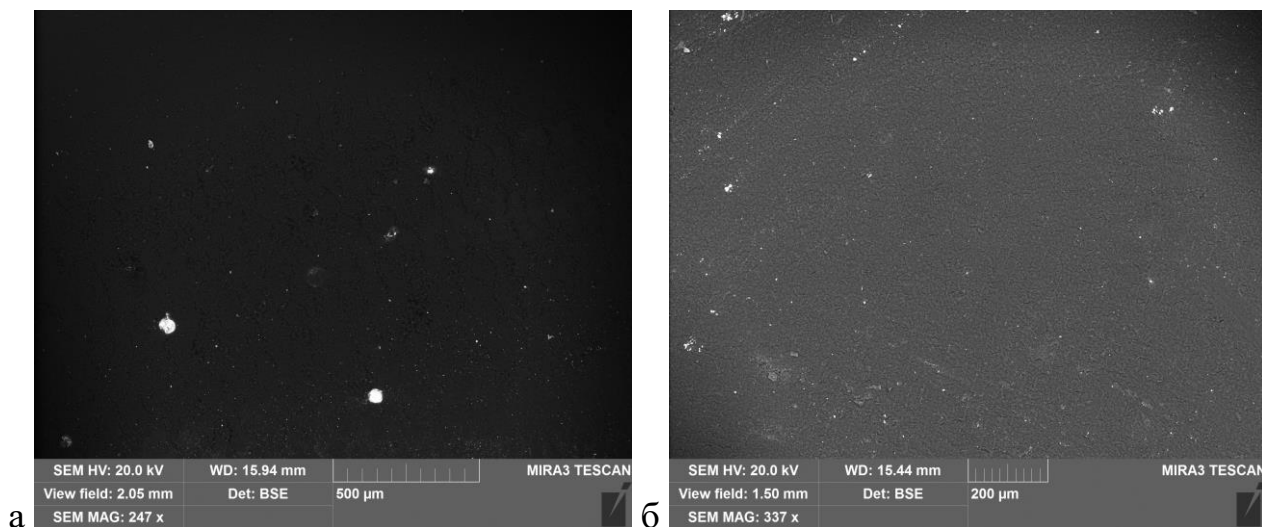


Рисунок 2.7. Распределение частиц(включений) по объему с вращением формы

### 2.3 Статические испытания

Для определения влияния включений на механические свойства КМ проводились испытания на сжатие и 3х точечный изгиб. Испытания проводились согласно стандартным методикам испытаний на универсальной испытательной машине Instron 5969 с программным обеспечением Bluehill.

Испытания на изгиб проводилось с использованием ГОСТ Р 56810-2015. Образец на опорах и в процессе испытаний представлен на рисунке 2.8.



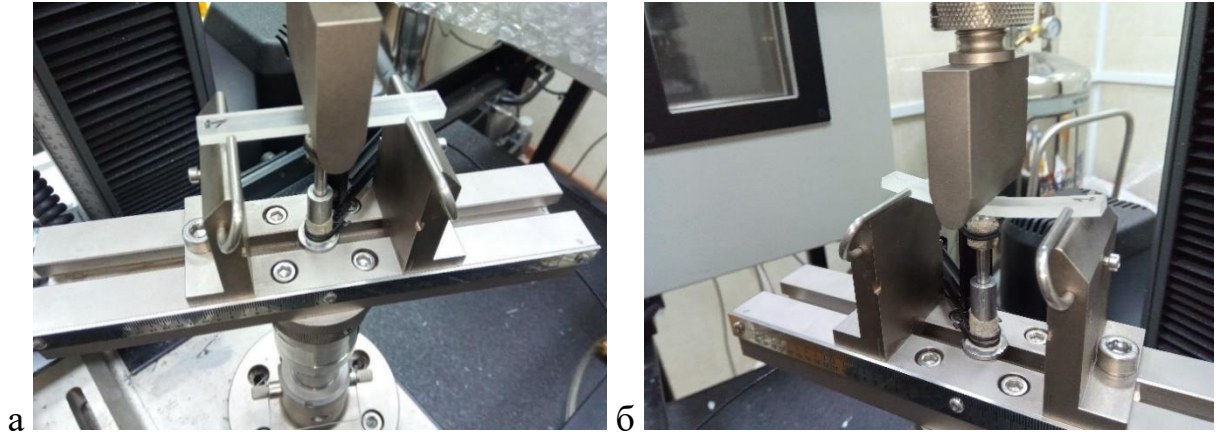


Рисунок 2.8. Образец до (а) и во время испытаний(б)

Фотографии образцов до и после испытаний представлены на рисунке 2.9.

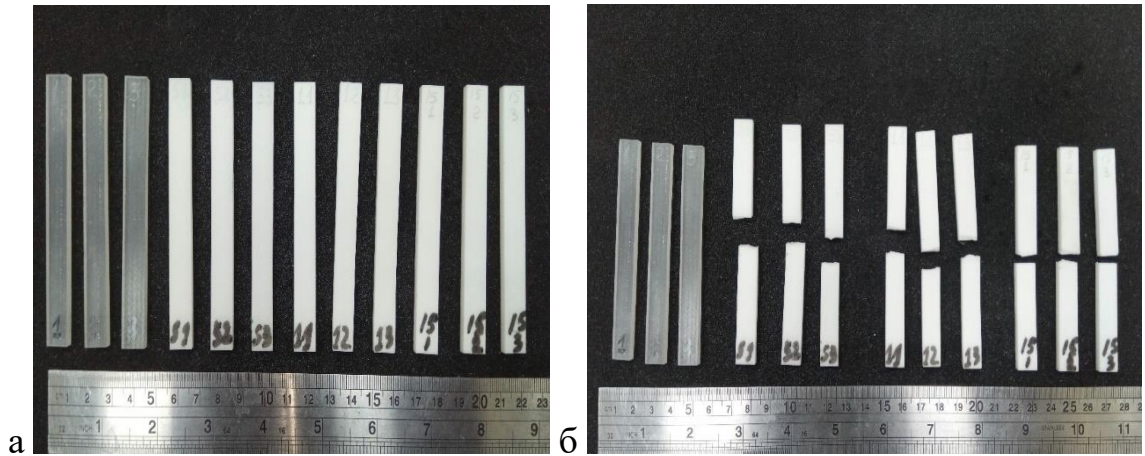


Рисунок 2.9. Исследуемые образцы до (а) и после (б)

Для каждой испытанной партии строилась кривая напряжения-деформация, рисунки 2.10-2.14. Результаты испытаний образцов без включений представлены на рисунке 2.10.

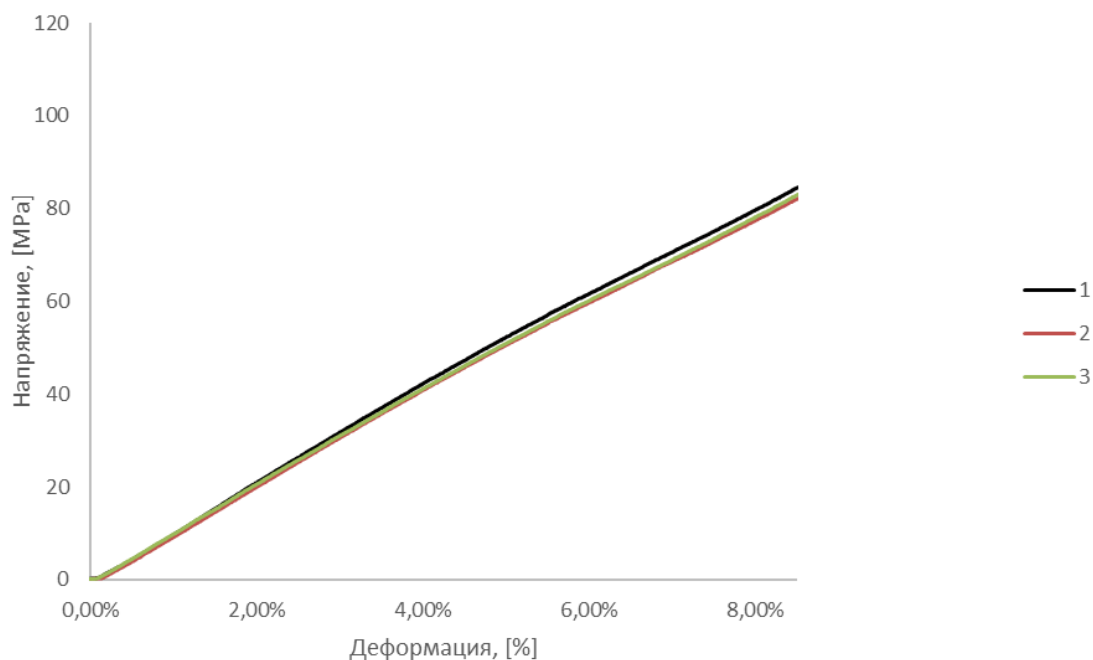


Рисунок 2.10. График напряжения-деформация для образцов без включений

Результаты испытаний образцов с объемным содержанием включений равном 5%, представлены на рисунке 2.11.

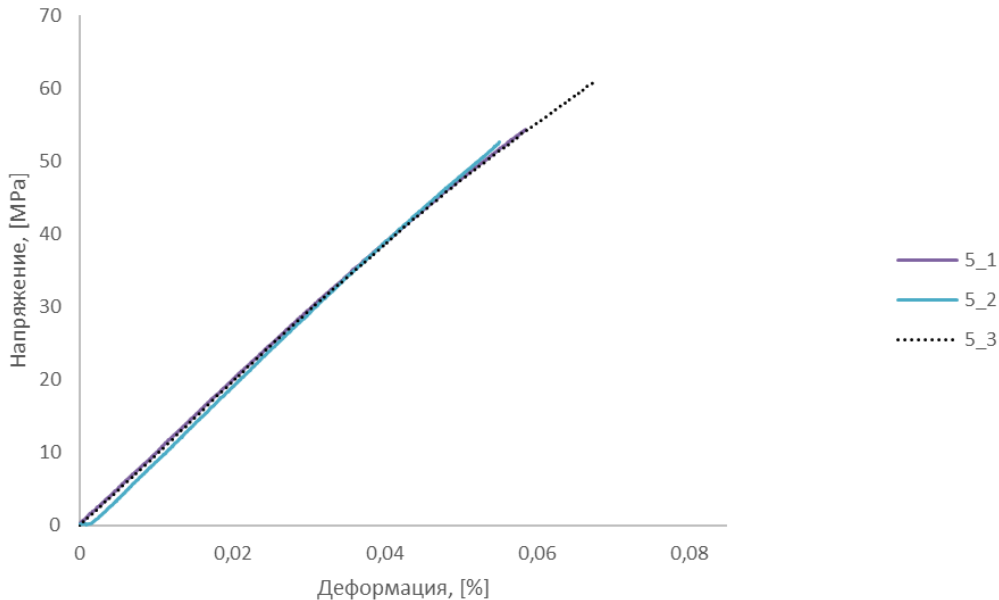


Рисунок 2.11. График напряжения-деформация с объемным содержанием включений равном 5%.

Результаты испытаний образцов с объемным содержанием включений равном 10%, представлены на рисунке 2.12.

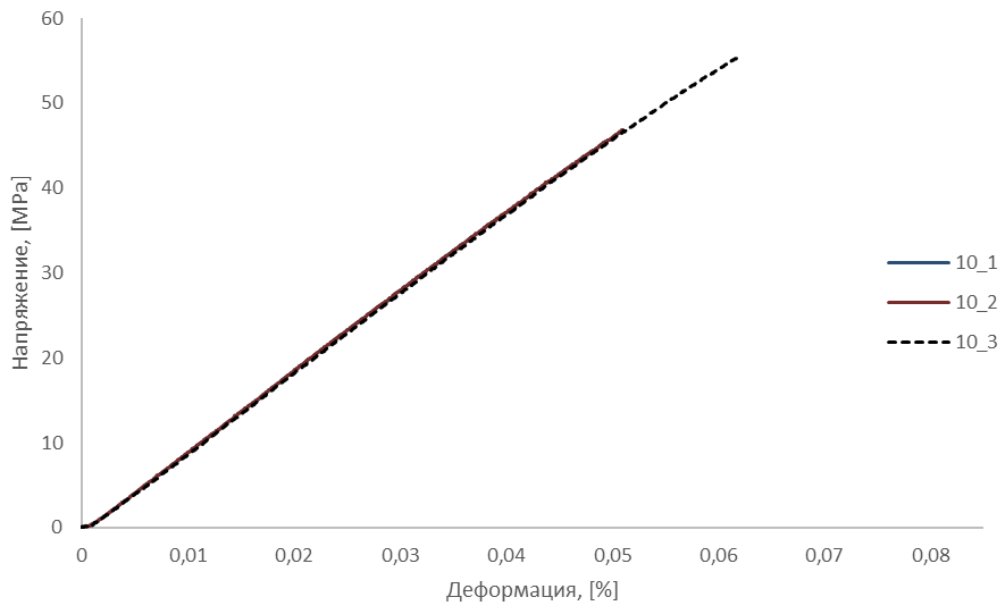


Рисунок 2.12. График напряжения-деформация с объемным содержанием включений равном 10%.

Результаты испытаний образцов с объемным содержанием включений равном 15%, представлены на рисунке 2.13.

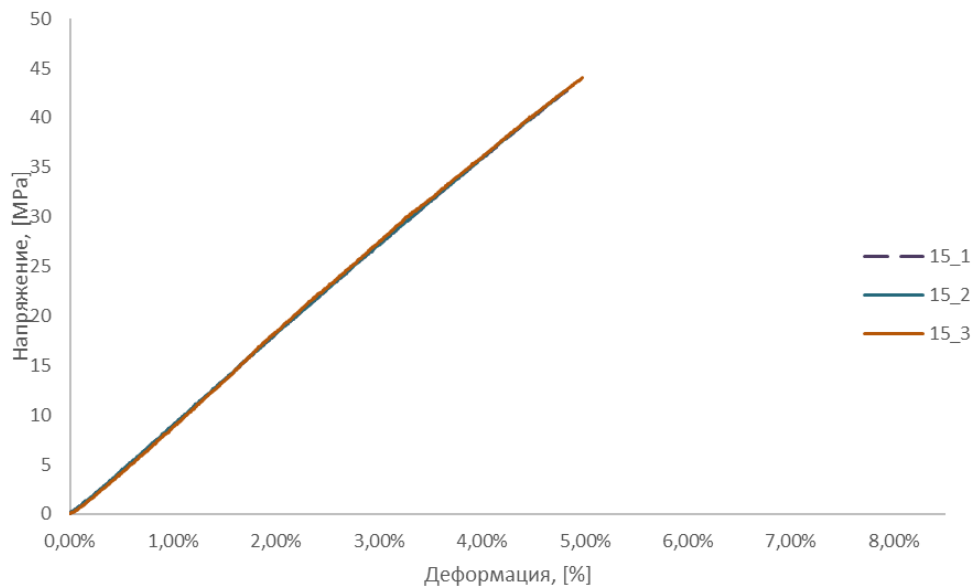


Рисунок 2.13. График напряжения-деформация с объемным содержанием включений равном 15%.

Для каждой испытанной партии строилась кривая нагрузка-перемещение и кривая напряжение-деформация (рисунок 2.14).

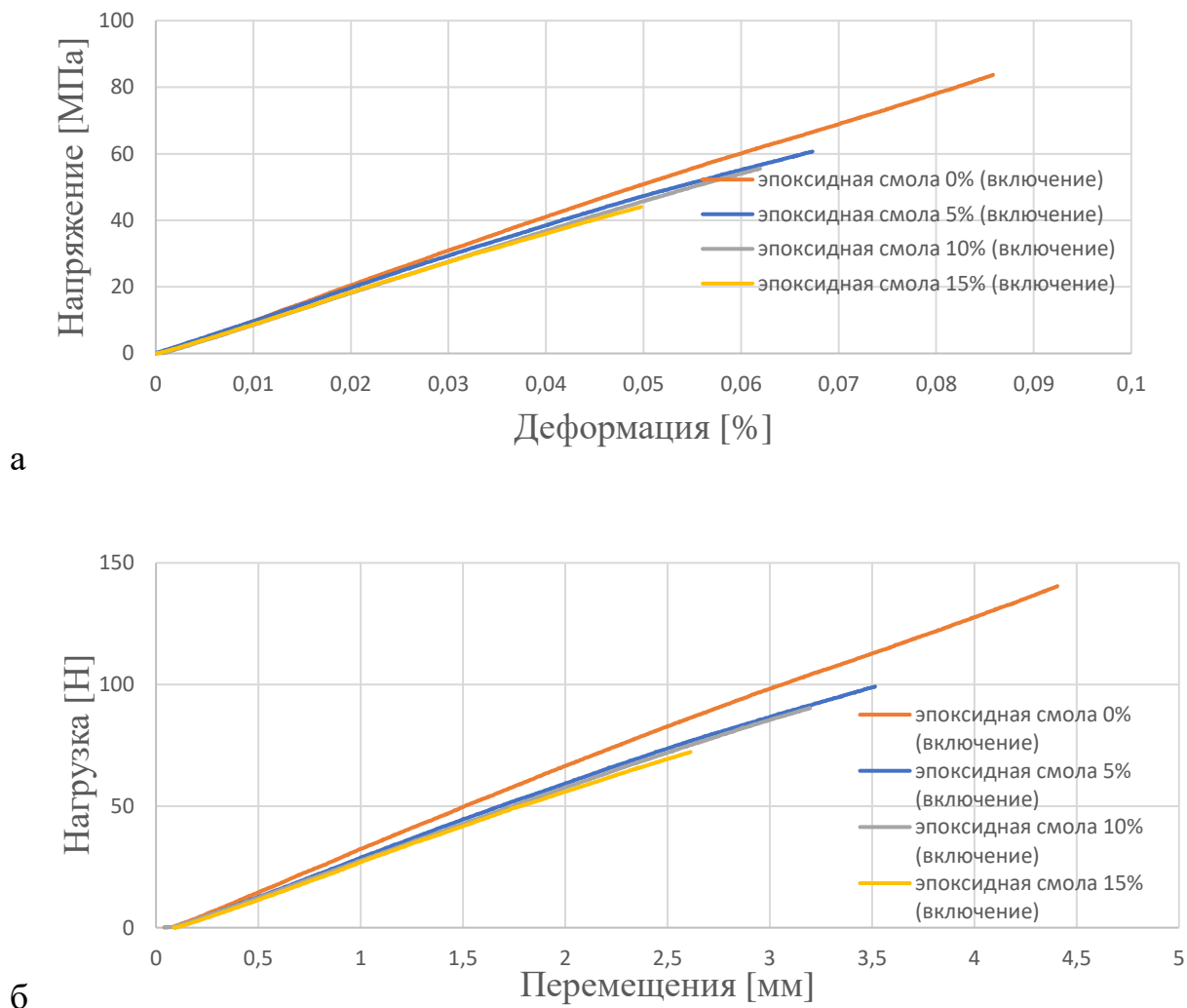


Рисунок 2.14. Графики кривых нагрузка-перемещение и напряжение-деформация по результатам испытаний на трехточечный изгиб

Как видно из результатов испытаний наличие включения существенно влияет на механические свойства КМ. Модуль упругости, предел прочности и соответствующие им деформации даны в таблице 1.



Таблица 1 Характеристики эпоксидного связующего ЭД-20 и СтеклЯнных сфер ПБС-50

Характеристики	Единица	Эпоксидная смола ЭД-20	Эпоксидная смола с включениями с различным объемным содержанием		
			5%	10%	15%
Модуль Юнга ( $E$ )	ГПа	3,66	3,5	3,3	3,1
Предел прочности ( $\sigma$ )	МПа	90	55	45	43

Испытания на сжатие проводилось с использованием ГОСТ Р 56810-2015. Образец на сжатие представлен на рисунке 2.15.



Рисунок 2.15. Образец до испытаний на сжатие

Результат испытаний на сжатие представлен на рисунке 2.16.

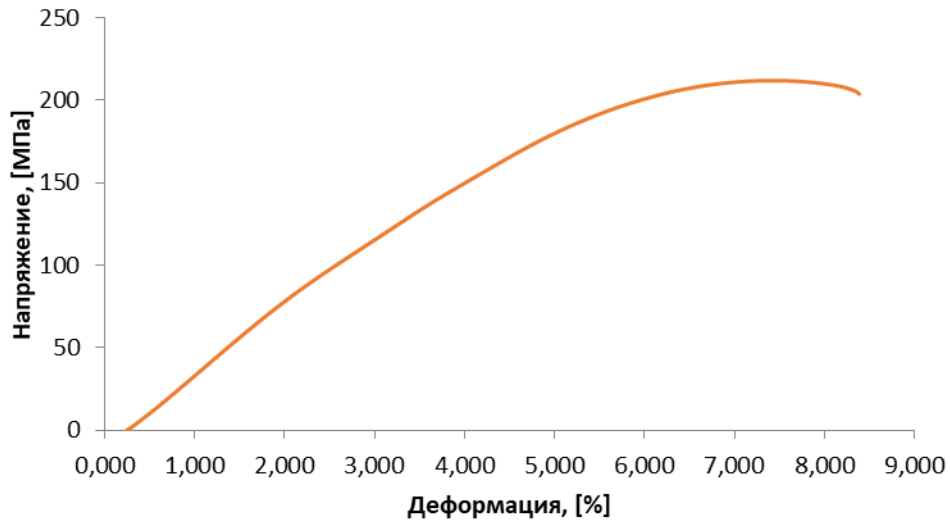


Рисунок 2.16. Кривая напряжение-деформация

## 2.4 Динамические испытания

Исследовалось поведение КМ с включениями при высокоскоростном нагружении. Испытание проводят для определения предела прочности, верификации численного и аналитического решений.

Скорость деформаций в процессе испытаний составляет порядка  $20 \text{ с}^{-1}$ . Исследование по методу Кольского осуществляется на экспериментальном стенде (рисунок 2.17) состоящем из системы двух одинаковых длинных цилиндрических стержней, при этом между ними размещается образец, образующий цилиндр.

В основе работы стержня Гопкинсона используется принцип определения динамических напряжений, деформаций или смещений на концах стержней, полученных в середине используемых стержней. Исходный импульс подается через ударник 1 на стержень 2, аналогичный по свойствам и геометрии, но меньший по длине. В предположении, что длины волн в нагрузочном импульсе много больше диаметра используемых стержней, возмущение будет расходиться вдоль стержня без дисперсии (с сохранением формы) со скоростью продольной волны.

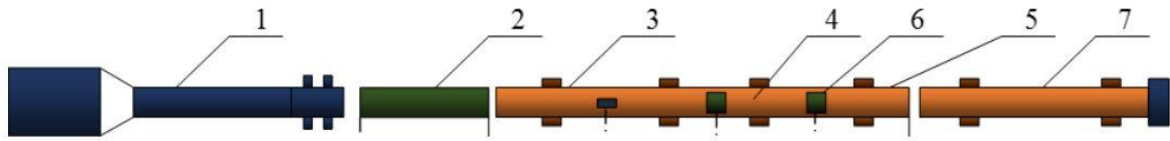


Рисунок 2.17. Схема метода Кольского

(1 – газовая пушка, 2 – ударник, 3 – передающий стержень, 4 – образец, 5 – опорный стержень, 6 – тензодатчики, 7 – демпфирующий стержень)

При достижении образца 4 падающая волна из-за разницы в площадях поперечных сечений и акустических жесткостей стержней и образцов делится: часть отражается от волны, часть проходит мимо волны через образец 4 во второй стержень 5. Образец в ходе испытаний подвергается упругопластической деформации, при этом стержни деформируются упругопластически. Зависимости деформаций отраженного удара и проходящего Деформации стержней регистрируются тензометрическими приборами 3 и 6.

Для определения напряженно-деформированного состояния в образце и построения диаграмм динамического нагружения по показаниям тензометрических датчиков используются следующие гипотезы метода Кольского [138- 146]:

- стержни являются линейно упругими, ненулевыми считаются только продольные составляющие всех компонент напряжений и деформаций, распределение напряжений и деформаций в поперечных сечениях предполагается однородным;
- при распространении волн в измеряемых стержнях отсутствует дисперсия;
- основная гипотеза метода: пренебрегая инерционными эффектами и трением, НДС в образце предполагается однородным.

Эксперименты на сжатие проводились на высокоскоростной системе "Strain Master High-Speed 3D DIC" (LaVision) с визуализацией деформации методом цифровой коррекции изображения с регистрацией быстрых деформационных процессов материалов по методу Кольского.

Воздействие осуществлялось с помощью ударного элемента диаметром 20 мм и длиной 300 мм, изготовленного из высокопрочной мартенситной стали. Испытание проводилось при скорости ударной волны 15 м/с. Скорость ударного элемента была выбрана на основании результатов статических испытаний и опыта проведения аналогичных высокоскоростных испытаний. высокоскоростные испытания. [147,148, 142-146] Скорость деформации составляла  $\sim 600 \text{ с}^{-1}$ . Образцы, установленные в испытательной машине, показаны на рисунке 2.18.

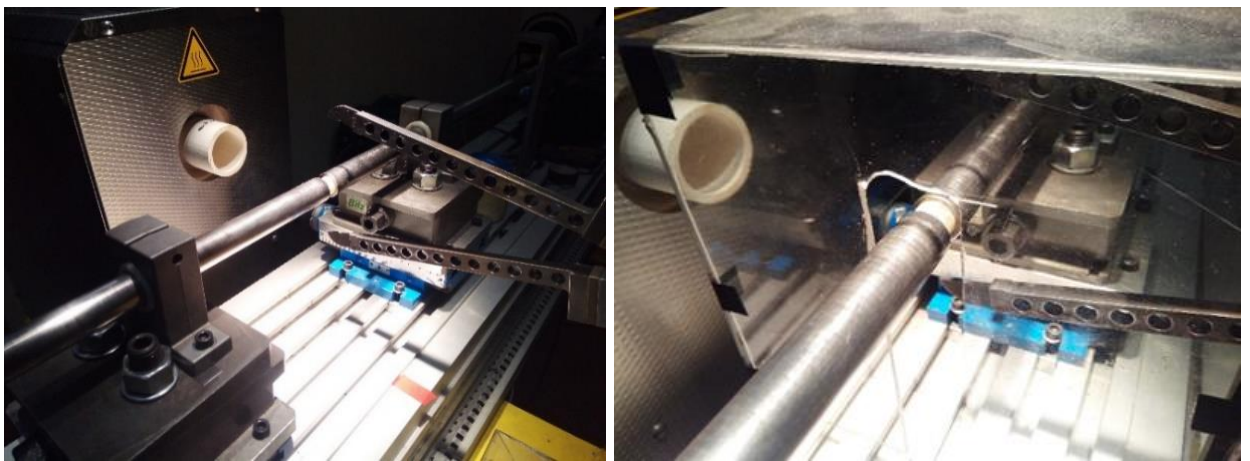


Рис. 2.18. Образец, закрепленный в испытательной машине.

Во время испытаний проводилась высокоскоростная съемка. В процессе испытаний использовалась система цифровой корреляции изображений, позволяющая визуализировать деформаций на поверхности образца в процессе испытаний в режиме реального времени. реального времени (Digital Image Correlation System, DIC).

Разработанная система DIC включала в себя аппаратное и программное обеспечение для анализа полей поля деформаций на поверхности образца, а также анализа перемещений и скоростей путем численной корреляции цифровых изображений. В состав аппаратуры входила стереоскопическая оптическая система, состоящая из двух камер, подвижно закрепленных на кронштейне и обеспечивающая диапазон измеряемой площади от  $10 \text{ мм}^2$  до  $10 \text{ м}^2$ .

Полученные образцы в момент его разрушения в ходе процесса приведены на рисунке 2.19 а. Фотография образцов до испытаний представлены на рисунке 2.19.

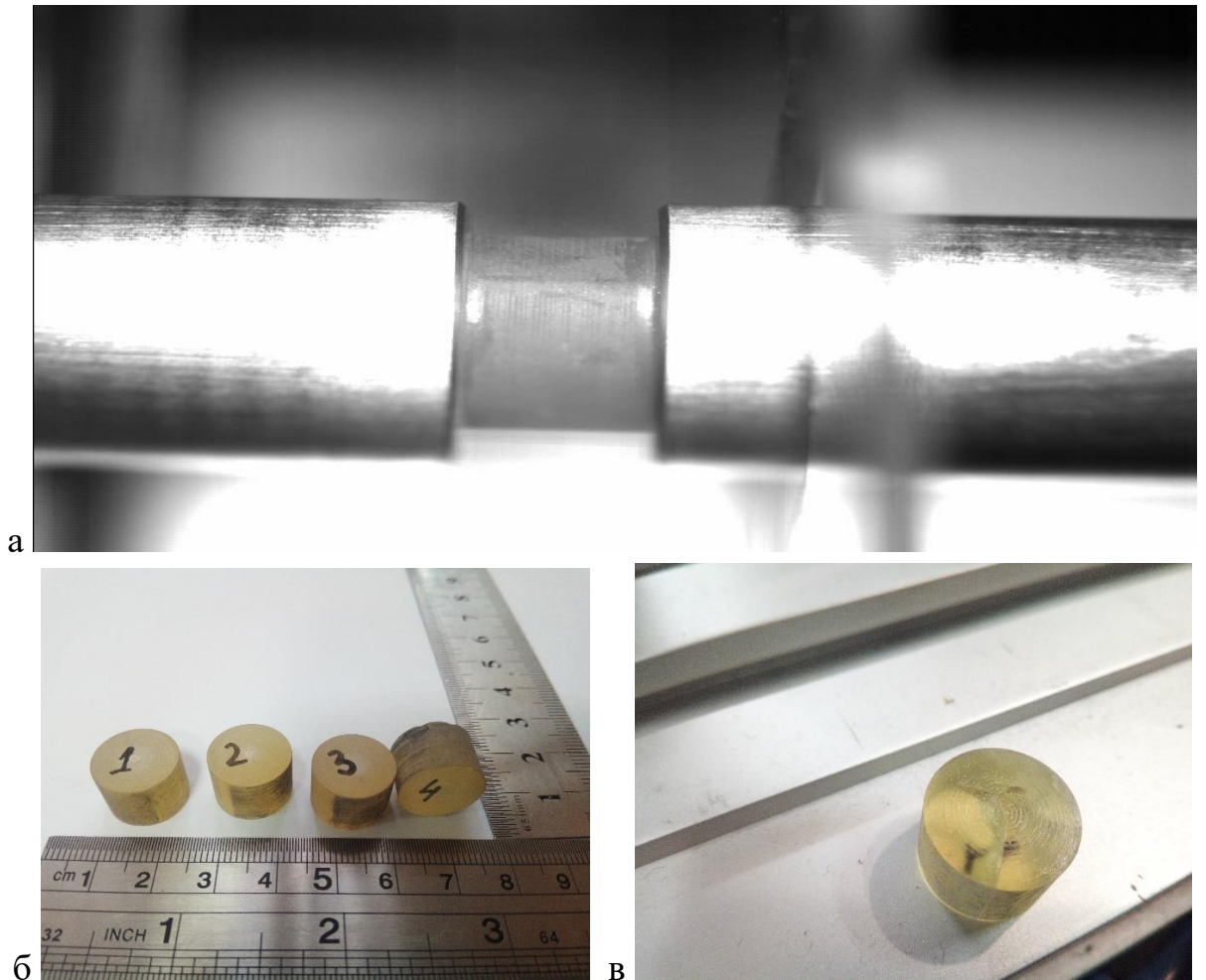


Рисунок 2.19. Образцы испытаний.

Для каждой партии была получена результирующая диаграмма в результате усреднения экспериментальных данных для двух однотипных образцов.

В процессе испытаний для каждого образца определялись модуль упругости и предел прочности. Результаты представлены в таблице 2.

Таблица 2. Результаты динамических испытаний

Диаметр (мм)	Высота образцы (мм)	Скорость деформации, (с <sup>-1</sup> )	Динамический предел прочности (МПа)	Скорость ударника (м/с)
11	7	579	451	10

Диаграммы зависимости скорости деформации от напряжения и соответствующие им диаграммы "напряжение-деформация" приведены на рис. 2.21.

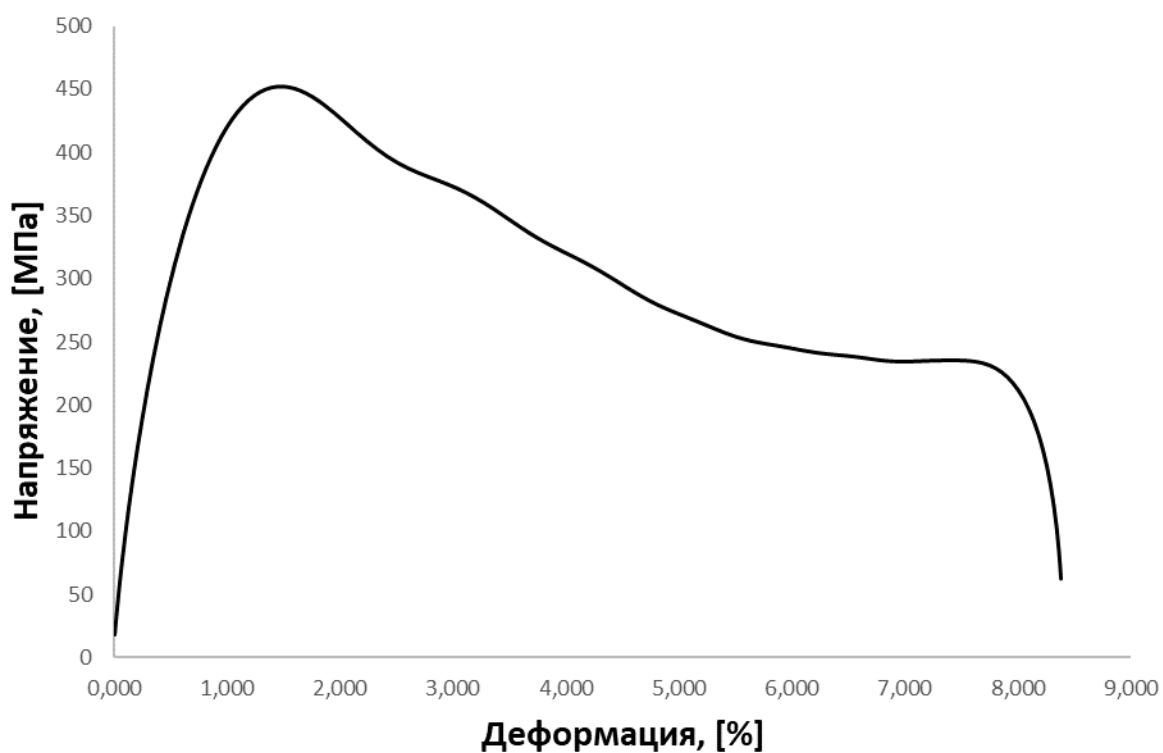


Рисунок 2.20. Характерная диаграмма напряжение-деформация, полученные при динамических испытаниях образцов

Сравнение статических и динамических результатов испытаний представлено на рисунке 2.21.

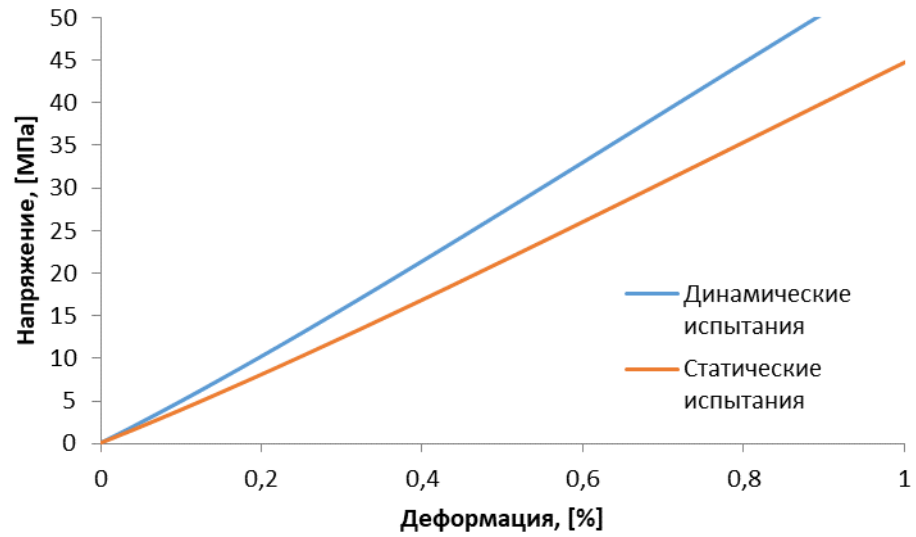


Рисунок 2.21. Полученная диаграмма растяжения-деформации, полученные при численных результатах и экспериментов образцов из эпоксидной смолы ЭД 20

### **3. Дифракция волн в упругой среде со сферической полостью, подкреплённой тонкой оболочкой**

Проблемы дифракции упругих волн на различного типа неоднородностях относятся к числу наиболее сложных и актуальных задач динамики, деформируемых тел. В прикладном отношении это объясняется тем обстоятельством, что информация о динамическом напряженно-деформированном состоянии в окрестности этих неоднородностей представляет большой интерес для различных целей. Кроме того, наличие неоднородности (включения, полости, выреза, локального изменения свойств и т.д.) является неперенным условием, возникающих в различных областях современной техники. К таким задачам относятся: создание новых конструкций, работающих при динамических нагрузках, разработка новых композитных материалов и внедрение их при создании инженерных сооружений, современные задачи геофизики и сейсмологии, а также ряд других задач научно-технического характера. В то же время задачи дифракций упругих волн на неоднородностях входят в состав классических фундаментальных задач динамики деформируемых тел, а их решение требует привлечения сложного математического аппарата.

В работе рассматривается нестационарная задача о воздействии плоской волны давления на сферическую оболочку в упругой среде (рисунок 3.1) [150]. Для построения аналитического решения нестационарной задачи дифракции плоской волны давления на сферической полости в упругой среде, подкреплённой тонкой оболочкой, искомые и заданные функции представлены в виде рядов по полиномам Лежандра и Гегенбауэра. Метод решения основан на разложении в ряды по системе собственных функций и применении интегрального преобразования Лапласа по времени. В результате построены аналитические выражения для всех искомым функций, что позволяет исследовать нестационарное напряженно-деформированное состояние и перемещения как на оболочке, так и в любой точке упругой среды.



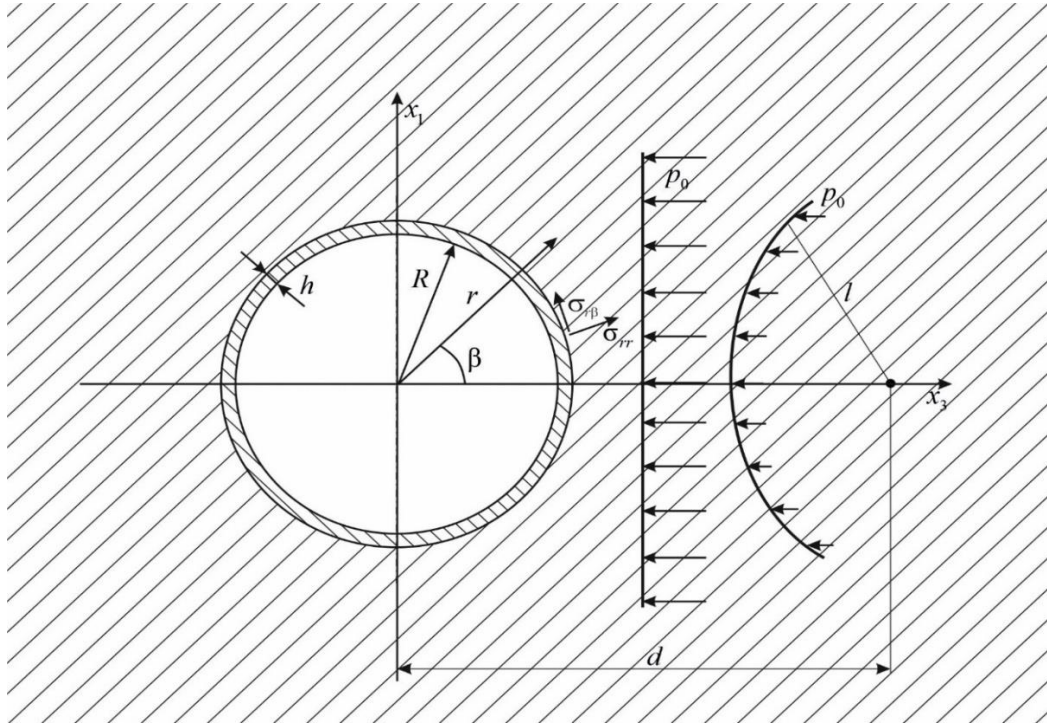
Сферическая система координат  $O\alpha\beta$ .

Рис. 3.1. Нестационарная задача о воздействии плоской волны давления на сферическую оболочку в упругой среде

Далее используем систему безразмерных величин (штрихом обозначены размерные параметры)

$$r = \frac{r'}{R}, \quad \varphi = \frac{\varphi'}{R^2}, \quad \psi = \frac{\psi'}{R^2}, \quad \mathbf{u} = \frac{\mathbf{u}'}{R}, \quad \tau = \frac{c_* t}{R}, \quad \lambda = \frac{\lambda'}{\lambda_* + 2\mu_*}, \quad \mu = \frac{\mu'}{\lambda_* + 2\mu_*},$$

$$\sigma_{ij} = \frac{\sigma'_{ij}}{\lambda_* + 2\mu_*}, \quad \kappa_1 = \frac{c_1}{c_*}, \quad \kappa_2 = \frac{c_2}{c_*}, \quad \eta = \frac{\kappa_1}{\kappa_2} = \frac{c_1}{c_2}, \quad d = \frac{d'}{R},$$
(1)

где  $c_*$  – характерная скорость,  $\lambda_*$ ,  $\mu_*$  – характерные постоянные Ламе;  $\tau$  – безразмерное время,  $\varphi$  и  $\psi$  – скалярный и ненулевая компонента векторного потенциала упругих смещений,  $c_1$  и  $c_2$  – скорости упругих волн растяжения-сжатия и сдвига,  $\lambda$ ,  $\mu$  – упругие постоянные Ламе,  $\rho$  – плотность. При этом безразмерный радиус оболочки равен 1.

В упругой среде распространяется плоская или сферическая волна давления  $p_0$  (волна растяжения-сжатия), фронт которой в начальный момент времени  $\tau=0$  касается поверхности оболочки. В случае сферической волны полагается, что её источник располагается на оси  $Ox_3$  на расстоянии  $d > 1$  от начала координат (рисунок 3.1).

### 3.1 Уравнения движения упругой среды

Осесимметричное движение в сферической системе координат ( $\mathbf{u} = u_r \mathbf{e}_r + u_\beta \mathbf{e}_\beta$ ):

– уравнения движения в потенциалах

$$\begin{aligned} \kappa_1^2 \Delta \varphi &= \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \tau^2}, \quad \kappa_2^2 \left( \Delta \psi - \frac{\psi}{r^2 \sin^2 \beta} \right) = \frac{\partial^2 \psi}{\partial \tau^2}, \\ \Delta &= \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + \operatorname{ctg} \beta \frac{\partial}{\partial \beta} \right); \end{aligned} \quad (2)$$

– связь перемещений с потенциалами

$$u_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial \psi}{\partial \beta} + \psi \operatorname{ctg} \beta \right), \quad u_\beta = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial \beta} - \psi \right) - \frac{\partial \psi}{\partial r}; \quad (3)$$

– соотношения Коши

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\beta\beta} = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial u_\beta}{\partial \beta} + u_r \right), \quad \varepsilon_{\alpha\alpha} = \frac{1}{r} (u_\beta \operatorname{ctg} \beta + u_r), \\ \varepsilon_{r\beta} &= \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u_\beta}{\partial r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial u_r}{\partial \beta} - u_\beta \right) \right], \quad \varepsilon_{r\alpha} = 0, \quad \varepsilon_{\beta\alpha} = 0; \end{aligned} \quad (4)$$

– закон Гука

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \lambda \theta + 2\mu \varepsilon_{rr}, \quad \sigma_{\beta\beta} = \lambda \theta + 2\mu \varepsilon_{\beta\beta}, \quad \sigma_{\alpha\alpha} = \lambda \theta + 2\mu \varepsilon_{\alpha\alpha}, \\ \sigma_{r\beta} &= 2\mu \varepsilon_{r\beta}, \quad \sigma_{r\alpha} = 0, \quad \sigma_{\beta\alpha} = 0, \\ \theta &= \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\alpha\alpha} + \varepsilon_{\beta\beta}. \end{aligned} \quad (5)$$

### 3.2 Уравнения движения оболочки

Оболочка радиуса  $R$ , толщиной  $h$ .

Осесимметричное движение сферической оболочки Тимошенко.

$$\mathbf{L}\mathbf{w} + \mathbf{p} = \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial \tau^2}, \quad \mathbf{L} = (L_{ij})_{3 \times 3}, \quad (6)$$

$$\mathbf{w} = (u, w, \chi)^T, \quad \mathbf{p} = (q, p, 0)^T,$$

$$L_{11} = \eta_1^2 \left( \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + \operatorname{ctg} \beta \frac{\partial}{\partial \beta} \right) + \eta_2^2 (2 - k^2) - \frac{\eta_1^2}{\sin^2 \beta},$$

$$L_{12} = \left[ 2(\eta_1^2 - \eta_2^2) + \eta_2^2 k^2 \right] \frac{\partial}{\partial \beta}, \quad L_{13} = -\gamma^2 \eta_1^2 \left( \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + \operatorname{ctg} \beta \frac{\partial}{\partial \beta} - \frac{1}{\sin^2 \beta} \right) + \eta_2^2 k^2,$$

$$L_{21} = -\left[ 2(\eta_1^2 - \eta_2^2) + \eta_2^2 k^2 \right] \left( \frac{\partial}{\partial \beta} + \operatorname{ctg} \beta \right), \quad L_{22} = \eta_2^2 k^2 \left( \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + \operatorname{ctg} \beta \frac{\partial}{\partial \beta} \right) - 4(\eta_1^2 - \eta_2^2),$$

$$L_{23} = \eta_2^2 k^2 \left( \frac{\partial}{\partial \beta} + \operatorname{ctg} \beta \right), \quad L_{31} = \gamma^{-2} L_{13}, \quad L_{32} = -\eta_2^2 k^2 \gamma^{-2} \frac{\partial}{\partial \beta}, \quad L_{33} = -\gamma^{-2} L_{13}.$$

Здесь и далее дополнительно к (1) использованы безразмерные величины ( $c_*$  имеет тот же смысл, что и ранее, штрихом обозначены размерные величины):

$$\begin{aligned} u &= \frac{u'}{R}, \quad w = \frac{w'}{R}, \quad \eta_1 = \frac{c_{10}}{c_*}, \quad \eta_2 = \frac{c_{20}}{c_*}, \quad c_{10} = \sqrt{\frac{\lambda_0 + 2\mu_0}{\rho_0}}, \\ c_{20} &= \sqrt{\frac{\mu_0}{\rho_0}}, \quad \gamma^2 = \frac{h^2}{12R^2}, \quad \tilde{\gamma}^2 = \frac{\rho L}{\rho_0 h}, \quad p = \frac{p' \tilde{\gamma}^2}{\lambda_* + 2\mu_*}, \\ q &= \frac{q' \rho R}{\rho_0 h (\lambda_* + 2\mu_*)}, \quad k^2 = \frac{5}{6}, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $u$ ,  $w$  и  $\chi$  – тангенциальное, нормальное перемещения оболочки и угол поворота нормального к её срединной поверхности сечения за счёт сдвиговых деформаций,  $c_{10}$ ,  $c_{20}$  – скорости продольных и сдвиговых волн в материале оболочки,  $\lambda_0$ ,  $\mu_0$ ,  $\rho_0$  – упругие постоянные Ламе и плотность материала оболочки,  $q, p$  – касательная и нормальная составляющие вектора внешней нагрузки.

### 3.3 Условия контакта оболочки и упругой среды

Условия контакта запишем в обобщенной форме с использованием параметра  $k_c$ . Предельное значение  $k_c = 0$  соответствует условию свободного проскальзывания, а  $k_c = \infty$  – условию жесткого сцепления. Таким образом такая обобщённая запись позволяет одновременно рассмотреть два случая контакта окружающей среды и оболочки. Случай конечного значения  $k_c$  соответствует «упругому» контакту типа «винклеровского» основания:

$$\begin{aligned}\sigma_{rr}|_{r=1} + \sigma_{rrs}|_{r=1} &= p, \\ u_r|_{r=1} + u_{rs}|_{r=1} &= w, \\ \sigma_{r\beta}|_{r=1} + \sigma_{r\beta s}|_{r=1} &= q = k_c (u_\beta|_{r=1} + u_{\beta s}|_{r=1} - u_+), \quad u_+ = u - \frac{h}{2}\chi,\end{aligned}\tag{8}$$

где  $u_+$  – тангенциальное перемещение оболочки на внешней поверхности,  $\sigma_{rrs}$ ,  $\sigma_{r\beta s}$  – нормальные и тангенциальные напряжения в набегающей волне,  $u_{rs}$ ,  $u_{\beta s}$  – нормальные и тангенциальные перемещения в набегающей волне.

На бесконечности ( $r \rightarrow \infty$ ) возмущения в упругой среде отсутствуют.

До начала взаимодействия рассматриваемая механическая система находится в покое, что соответствует нулевым начальным условиям:

$$\begin{aligned}u|_{\tau=0} = w|_{\tau=0} = \chi|_{\tau=0} = \phi|_{\tau=0} = \psi|_{\tau=0} &= 0, \\ \dot{u}|_{\tau=0} = \dot{w}|_{\tau=0} = \dot{\chi}|_{\tau=0} = \dot{\phi}|_{\tau=0} = \dot{\psi}|_{\tau=0} &= 0.\end{aligned}\tag{9}$$

Выражения для потенциала в случае плоской волны давления имеет вид:

$$\varphi_s = f(\tau + x_3 - 1)H(\tau + x_3 - 1), \quad x_3 = r \cos \beta, \quad \psi_s = 0,\tag{10}$$

где  $f(\tau)$  – произвольная функция, задающая закон изменения потенциала во времени, например,  $f(\tau) = \tau$  задаёт падающую плоскую ступенчатую волну давления.

Потенциал  $\varphi_s$  в (10) описывает падающую плоскую волну давления, которая движется в отрицательном направлении оси  $Ox_3$  и достигает точки  $x_3 = 1$  в момент времени  $\tau = 0$  (рисунок 3.1).

В случае сферической волны давления:

$$\begin{aligned}\varphi_s &= \frac{d-1}{l} f(\tau + d - 1 - l) H(\tau + d - 1 - l), \\ l &= \sqrt{r^2 + d^2 - 2rd \cos \beta}, \quad \psi_s = 0.\end{aligned}\tag{11}$$

### 3.4 Падение плоской волны давления на оболочку в упругой среде

Пусть падающая плоская волна давления движется в отрицательном направлении оси  $Ox_3$  и достигает точки  $x_3 = 1$  в момент времени  $\tau = 0$  (рисунок 3.1). Положим, что падающая волна задана своим потенциалом (10).

Применяя к (2)-(6), (8), (10) интегральное преобразование Лапласа по времени, получим:

$$\begin{aligned}\kappa_1^2 \Delta \varphi^L &= s^2 \varphi^L, \quad \kappa_2^2 \left( \Delta \psi^L - \frac{\psi^L}{r^2 \sin^2 \beta} \right) = s^2 \psi^L, \\ \mathbf{L} \mathbf{w}^L + \mathbf{p}^L &= s^2 \mathbf{w}^L, \quad \mathbf{w} = (u^L, w^L, \chi^L)^T, \quad \mathbf{p} = (q^L, p^L, 0)^T, \\ \sigma_{rr}^L \Big|_{r=1} + \sigma_{rrs}^L \Big|_{r=1} &= p^L, \quad u_r^L \Big|_{r=1} + u_{rs}^L \Big|_{r=1} = w^L, \\ \sigma_{r\beta}^L \Big|_{r=1} + \sigma_{r\beta s}^L \Big|_{r=1} &= q^L = k_c \left( u_\beta^L \Big|_{r=1} + u_{\beta s}^L \Big|_{r=1} - u^L + \frac{h}{2} \chi^L \right), \\ \varphi_s^L &= f^L(s) e^{-s(1-x_3)}, \\ \varphi_s &= f(\tau + x_3 - 1) H(\tau + x_3 - 1), \quad x_3 = r \cos \beta, \quad \psi_s = 0, \\ \lim_{r \rightarrow \infty} \varphi^L &= \lim_{r \rightarrow \infty} \psi^L = 0.\end{aligned}\tag{12}$$

Уравнения (3)-(5) остаются в силе в пространстве изображений. Верхний знак « $L$ » у функции означает её преобразование по Лапласу,  $s$  – параметр этого преобразования.

Решение (12) представим в виде рядов по полиномам Лежандра и Гегенбауэра:

$$\begin{aligned}
u^L &= -\sin\beta \sum_{n=1}^{\infty} u_n^L(s) C_{n-1}^{3/2}(\cos\beta), \quad w^L = \sum_{n=0}^{\infty} w_n^L(s) P_n(\cos\beta), \\
\chi^L &= -\sin\beta \sum_{n=1}^{\infty} \chi_n^L(s) C_{n-1}^{3/2}(\cos\beta), \quad \varphi^L = \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n^L(r, s) P_n(\cos\beta), \\
\psi^L &= -\sin\beta \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n^L(s) C_{n-1}^{3/2}(\cos\beta), \quad u_r^L = \sum_{n=0}^{\infty} u_{rn}^L(r, s) P_n(\cos\beta), \\
u_{\beta}^L &= -\sin\beta \sum_{n=1}^{\infty} u_{\beta n}^L(r, s) C_{n-1}^{3/2}(\cos\beta), \quad \sigma_{rr}^L = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_{rm}^L(r, s) P_n(\cos\beta), \\
\sigma_{r\beta}^L &= -\sin\beta \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_{r\beta n}^L(r, s) C_{n-1}^{3/2}(\cos\beta), \tag{13} \\
p^L &= \sum_{n=0}^{\infty} p_n^L(s) P_n(\cos\beta), \quad q^L = -\sin\beta \sum_{n=1}^{\infty} q_n^L(s) C_{n-1}^{3/2}(\cos\beta), \\
P_n'(x) &= C_{n-1}^{3/2}(x).
\end{aligned}$$

Подставляя (13) в (12) с учётом равенств:

$$\begin{aligned}
\left( \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + \operatorname{ctg}\beta \frac{\partial}{\partial \beta} \right) P_n(\cos\beta) &= -n(n+1) P_n(\cos\beta), \\
\left( \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + \operatorname{ctg}\beta \frac{\partial}{\partial \beta} - \frac{1}{\sin^2\beta} \right) \frac{dP_n(\cos\beta)}{d\beta} &= -n(n+1) \frac{dP_n(\cos\beta)}{d\beta}, \tag{14} \\
\frac{dP_n(\cos\beta)}{d\beta} &= -\sin\beta C_{n-1}^{3/2}(\cos\beta)
\end{aligned}$$

Первые два уравнения в (12) в коэффициентах рядов запишутся так:

$$\begin{aligned}
\kappa_1^2 \Delta_n \varphi_n^L &= s^2 \varphi_n^L, \quad \kappa_2^2 \Delta_n \psi_n^L = s^2 \psi_n^L, \\
\Delta_n &= \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{n(n+1)}{r^2}. \tag{15}
\end{aligned}$$

Их ограниченные на бесконечности решения имеют вид:

$$\varphi_n^L = \frac{A_n(s)}{\sqrt{r}} K_{n+1/2} \left( \frac{rs}{\kappa_1} \right), \quad \psi_n^L = \frac{B_n(s)}{\sqrt{r}} K_{n+1/2} \left( \frac{rs}{\kappa_1} \right), \tag{16}$$

где  $A_n(s)$ ,  $B_n(s)$  – произвольные функции параметра  $s$ ,  $K_{n+1/2}(s)$  – модифицированная функция Бесселя второго рода (функция Макдональда), которая выражается через элементарные функции следующим образом:

$$K_{n+1/2}(s) = \sqrt{\frac{\pi}{2s}} \frac{e^{-s}}{s^n} R_{n0}(z), \quad R_{n0}(s) = \sum_{k=0}^n A_{nk} s^{n-k}, \quad A_{nk} = \frac{(n+k)!}{2^k k!(n-k)!}. \quad (17)$$

С учётом (14) в коэффициентах рядов уравнения движения оболочки примут вид:

$$\mathbf{L}_n \mathbf{w}_n^L + \mathbf{p}_n^L = s^2 \mathbf{w}_n^L, \quad \mathbf{w}_n^L = (u_n^L, w_n^L, \chi_n^L)^T, \quad \mathbf{p}_n^L = (q_n^L, p_n^L, 0)^T, \quad \mathbf{L}_n = (L_{ijn})_{3 \times 3}, \quad (18)$$

$$L_{11n} = -\eta_1^2 n(n+1) + \eta_2^2 (2 - k^2)$$

$$L_{12n} = 2(\eta_1^2 - \eta_2^2) + \eta_2^2 k^2, \quad L_{13n} = \gamma^2 \eta_1^2 n(n+1) + \eta_2^2 k^2,$$

$$L_{21n} = [2(\eta_1^2 - \eta_2^2) + \eta_2^2 k^2] n(n+1), \quad L_{22n} = -\eta_2^2 k^2 n(n+1) - 4(\eta_1^2 - \eta_2^2),$$

$$L_{23n} = -\eta_2^2 k^2 n(n+1), \quad L_{31n} = \gamma^{-2} L_{13n}, \quad L_{32n} = -\eta_2^2 k^2 \gamma^{-2}, \quad L_{33n} = -\gamma^{-2} L_{13n}.$$

Соотношения (3) в коэффициентах рядов приобретают вид:

$$u_{rn}^L = \frac{\partial \varphi_n^L}{\partial r} - \frac{n(n+1)}{r} \psi_n^L, \quad u_{\beta n}^L = \frac{1}{r} (\varphi_n^L - \psi_n^L) - \frac{\partial \Psi_n^L}{\partial r}. \quad (19)$$

Из (3)-(5) и (13) следуют связи коэффициентов рядов разложений для напряжений и перемещений:

$$\sigma_{rm}^L = \lambda \theta_n^L + 2\mu \frac{\partial u_{rm}^L}{\partial r}, \quad \sigma_{r\beta n}^L = \mu \left( \frac{\partial u_{\beta n}^L}{\partial r} + \frac{u_{rm}^L - u_{\beta n}^L}{r} \right), \quad (20)$$

$$\theta_n^L = \frac{\partial u_{rm}^L}{\partial r} + \frac{2u_{rm}^L}{r} - n(n+1) \frac{u_{\beta n}^L}{r}.$$

Разложение функции  $\varphi_s^L$  в ряд по полиномам Лежандра имеет вид:

$$\begin{aligned}\varphi_s^L &= f^L(s) e^{-s(1-r\cos\beta)} = \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_{sn}^L(r, s) P_n(\cos\beta), \\ e^{sr\cos\beta} &= \sqrt{\frac{\pi}{2sr}} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) I_{n+1/2}(rs) P_n(\cos\beta), \\ \varphi_{sn}^L(r, s) &= \sqrt{\frac{\pi}{2sr}} f^L(s) e^{-s} (2n+1) I_{n+1/2}(rs).\end{aligned}\quad (21)$$

$I_{n+1/2}(z)$  – модифицированная функция Бесселя первого рода  $I_{n+1/2}(z)$  (функция Инфельда). Она, аналогично (17), выражается через элементарные функции так:

$$I_{n+1/2}(s) = \frac{(-1)^n}{s^n \sqrt{2\pi s}} G_{n0}(s), \quad G_{n0}(s) = R_{n0}(-s)e^s - R_{n0}(s)e^{-s}. \quad (22)$$

Перемещения и напряжения в набегающей волне связаны с потенциалом  $\varphi_s$ , формулами (3)-(5), в которых следует применить подстановки  $\varphi = \varphi_s$ ,  $\psi = 0$ . Тогда, с использованием (19)-(22) в пространстве изображений по Лапласу получаем следующие выражение для коэффициентов рядов разложений перемещений и напряжений в набегающей волне:

$$\begin{aligned}\varphi_s^L &= f^L(s) e^{-s(1-r\cos\beta)} = \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_{sn}^L(r, s) P_n(\cos\beta), \\ \varphi_{sn}^L(r, s) &= \sqrt{\frac{\pi}{2sr}} f^L(s) e^{-s} (2n+1) I_{n+1/2}(rs). \\ I_{n+1/2}(s) &= \frac{(-1)^n}{s^n \sqrt{2\pi s}} G_{n0}(s), \quad G_{n0}(s) = R_{n0}(-s)e^s - R_{n0}(s)e^{-s}. \\ \varphi_{sn}^L(r, s) &= \frac{(-1)^n}{2r^{n+1}s^{n+1}} f^L(s) e^{-s} (2n+1) [R_{n0}(-rs)e^{rs} - R_{n0}(rs)e^{-rs}] \\ u_{rs}^L &= \sum_{n=0}^{\infty} u_{rsn}^L(r, s) P_n(\cos\beta), \\ u_{rsn}^L(r, s) &= \frac{\partial \varphi_{sn}^L}{\partial r}\end{aligned}\quad (23)$$



$$\begin{aligned}
\varphi_{sn}^L(r, s) &= \frac{(-1)^n}{2r^{n+1}s^{n+1}} f^L(s) e^{-s} (2n+1) [R_{n0}(-rs)e^{rs} - R_{n0}(rs)e^{-rs}] = \\
&= E_0(s) \frac{1}{r^{n+1}} [R_{n0}(-rs)e^{rs} - R_{n0}(rs)e^{-rs}], \quad E_0(s) = \frac{(-1)^n}{2s^{n+1}} f^L(s) e^{-s} (2n+1) \\
R_{n0}(s) &= \sum_{k=0}^n A_{nk} s^{n-k}, \quad A_{nk} = \frac{(n+k)!}{2^k k! (n-k)!}. \\
\frac{\partial \varphi_{sn}^L}{\partial r} &= -E_0(s) \frac{(n+1)}{r^{n+2}} [R_{n0}(-rs)e^{rs} - R_{n0}(rs)e^{-rs}] + \\
&+ E_0(s) \frac{1}{r^{n+1}} \left[ -\frac{\partial R_{n0}(s)}{\partial s} \Big|_{s=-rs} s e^{rs} + s R_{n0}(-rs) e^{rs} - \frac{\partial R_{n0}(s)}{\partial s} \Big|_{s=rs} s e^{-rs} + s R_{n0}(rs) e^{-rs} \right] \\
\frac{\partial R_{n0}(s)}{\partial s} \Big|_{s=-rs} &= s \sum_{k=0}^n A_{nk} (n-k) (-rs)^{n-k-1} = -\frac{1}{r} \sum_{k=0}^n A_{nk} (n-k) (-rs)^{n-k} \\
\frac{\partial R_{n0}(s)}{\partial s} \Big|_{s=rs} &= \frac{1}{r} \sum_{k=0}^n A_{nk} (n-k) (rs)^{n-k} \\
s R_{n0}(-rs) &= s \sum_{k=0}^n A_{nk} (-rs)^{n-k} = \frac{rs}{r} \sum_{k=0}^n A_{nk} (-rs)^{n-k} = \frac{1}{r} \sum_{k=0}^n A_{nk} (-1)^{n+k} (rs)^{n-k+1} = \\
&= -\frac{1}{r} \sum_{k=0}^n A_{nk} (-rs)^{n-k+1} \\
s R_{n0}(rs) &= \frac{1}{r} \sum_{k=0}^n A_{nk} (rs)^{n-k+1} \\
\frac{\partial \varphi_{sn}^L}{\partial r} &= -\frac{E_0(s)}{r^{n+2}} \left\{ (n+1) [R_{n0}(-rs)e^{rs} - R_{n0}(rs)e^{-rs}] - e^{rs} \sum_{k=0}^n A_{nk} (n-k) (-rs)^{n-k} + \right. \\
&+ e^{rs} \sum_{k=0}^n A_{nk} (-rs)^{n-k+1} + e^{-rs} \sum_{k=0}^n A_{nk} (n-k) (rs)^{n-k} - e^{-rs} \sum_{k=0}^n A_{nk} (rs)^{n-k+1} \left. \right\} = \\
&= -\frac{E_0(s)}{r^{n+2}} e^{rs} \left[ (n+1) R_{n0}(-rs) - \sum_{k=0}^n A_{nk} (n-k) (-rs)^{n-k} + \sum_{k=0}^n A_{nk} (-rs)^{n-k+1} \right] - \\
&- \frac{E_0(s)}{r^{n+2}} e^{-rs} \left[ -(n+1) R_{n0}(rs) + \sum_{k=0}^n A_{nk} (n-k) (rs)^{n-k} - \sum_{k=0}^n A_{nk} (rs)^{n-k+1} \right] \\
&(n+1) R_{n0}(-rs) - \sum_{k=0}^n A_{nk} (n-k) (-rs)^{n-k} + \sum_{k=0}^n A_{nk} (-rs)^{n-k+1} = \\
&= \sum_{k=0}^n A_{nk} (-rs)^{n-k} [(n+1) - (n-k) - rs] = \sum_{k=0}^n A_{nk} (-rs)^{n-k} (k+1-rs) \\
&-(n+1) R_{n0}(rs) + \sum_{k=0}^n A_{nk} (n-k) (rs)^{n-k} - \sum_{k=0}^n A_{nk} (rs)^{n-k+1} = \\
&= \sum_{k=0}^n A_{nk} (rs)^{n-k} [-(n+1) + (n-k) - rs] = -\sum_{k=0}^n A_{nk} (rs)^{n-k} (k+1+rs)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{nk} &= \frac{(n+k)!}{2^k k!(n-k)!} \\
\sum_{k=0}^n A_{nk} s^{n-k} (k+1+s) &= \sum_{k=0}^n A_{nk} s^{n-k} (k+1+s) = \sum_{k=0}^n A_{nk} s^{n-k} (k+1) + A_{nk} s^{n-k+1} = \\
&= \sum_{k=0}^n A_{nk} s^{n-k} (k+1) + A_{nk} s^{n-k+1} = \sum_{k=0}^{n+1} A_{n,k-1} s^{n+1-k} k + \sum_{k=0}^n A_{nk} s^{n+1-k} \\
\sum_{k=0}^n A_{nk} s^{n-k} (k+1) &= (k+1=m, k=m-1) = \\
&= \sum_{m=1}^{n+1} A_{n,m-1} s^{n+1-m} m = \sum_{k=1}^{n+1} A_{n,k-1} s^{n+1-k} k = \sum_{k=0}^{n+1} A_{n,k-1} s^{n+1-k} k \\
\sum_{k=0}^n A_{nk} s^{n+1-k} &= \sum_{k=0}^{n+1} A_{nk} s^{n+1-k} - A_{n,n+1}, \\
\sum_{k=0}^{n+1} A_{n,k-1} s^{n+1-k} k + \sum_{k=0}^n A_{nk} s^{n+1-k} &= \sum_{k=0}^n A_{n,k-1} s^{n+1-k} k + \sum_{k=0}^n A_{nk} s^{n+1-k} + A_{nn} (n+1) \\
A_{nn} (n+1) &= \frac{(n+1)(2n)!}{2^n n!0!} = \frac{(n+1)n!}{2^n n!0!} = \frac{(n+1)!}{2^n} \\
R_{n1}(s) &= \sum_{k=0}^{n+1} B_{nk} s^{n+1-k} \\
B_{nk} &= A_{nk} + kA_{n,k-1}, k \neq 0; B_{n0} = A_{n0}
\end{aligned}$$

### 3.5 Построение оригиналов и анализ результатов

Отметим, что с учётом теоремы запаздывания для преобразования Лапласа для нахождения оригиналов слагаемых в правых частях выражений (12) достаточно найти оригиналы функций (13)-(16). Все эти функции являются рациональными, степень знаменателя у которых выше степени числителя. Поэтому их оригиналы вычисляются аналитически с помощью вычетов.

В качестве примера рассмотрим задачу о распространении плоской ступенчатой волны давления с потенциалом вида (10) при  $f(\tau) = \tau$ . Материал полупространства – сталь, а оболочки – медь. В качестве характерных упругих постоянных приняты

упругие параметры Ламе материала полупространства. Соответствующие безразмерные параметры имеют следующие значения:

$$\begin{aligned} \kappa_1 = 1, \kappa_2 = 0.53, \lambda = 0.43, \mu = 0.29, k = 0.91, \\ \gamma = 2 \cdot 10^{-4}, \eta_1 = 0.8, \eta_2 = 0.73, h = 0.05. \end{aligned}$$

На рисунки 3.2 изображены зависимости от времени радиальных напряжений  $\sigma_{rr}(r, \beta, \tau)$  и радиальных перемещений  $u_r(r, \beta, \tau)$  в точке с координатами  $r=1, \beta=0$ . Сплошная кривая соответствует напряжениям, штриховая – перемещениям.

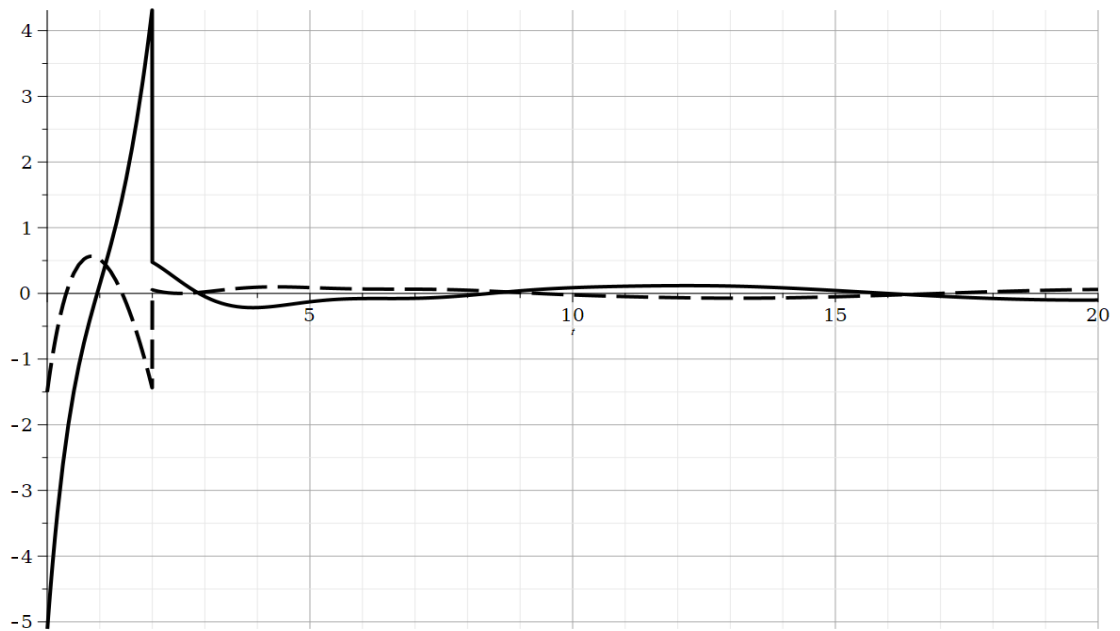


Рисунок 3.2. Зависимости от времени радиальных напряжений  $\sigma_{rr}(r, \beta, \tau)$  и радиальных перемещений  $u_r(r, \beta, \tau)$  в точке с координатами  $r=1, \beta=0$ .

Зависимости от времени меридиональных напряжений  $\sigma_{r\beta}(r, \beta, \tau)$  и перемещений  $u_\beta(r, \beta, \tau)$  в точке с координатами  $r=1, \beta=\pi/2$  представлены на рисунке 3.3. Сплошная кривая соответствует напряжениям, штриховая – перемещениям.

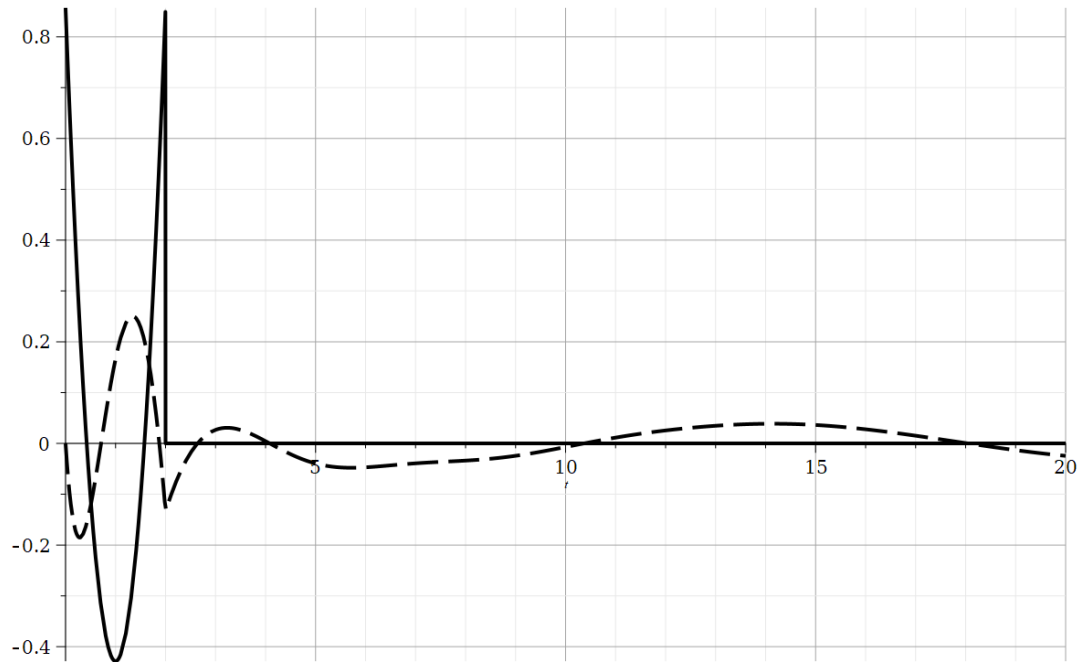


Рисунок 3.3. Зависимости от времени меридиональных напряжений  $\sigma_{r\beta}(r, \beta, \tau)$  и перемещений  $u_\beta(r, \beta, \tau)$  в точке с координатами  $r = 1$ ,  $\beta = \pi/2$ .

Аналогичные графики радиальных напряжений  $\sigma_{rr}(r, \beta, \tau)$  и радиальных перемещений  $u_r(r, \beta, \tau)$  в точке с координатами  $r = 2$ ,  $\beta = 0$  показаны на рисунке 3.4, а для меридиональных напряжений  $\sigma_{r\beta}(r, \beta, \tau)$  и перемещений  $u_\beta(r, \beta, \tau)$  в точке с координатами  $r = 2$ ,  $\beta = \pi/2$  – на рисунке 3.5.

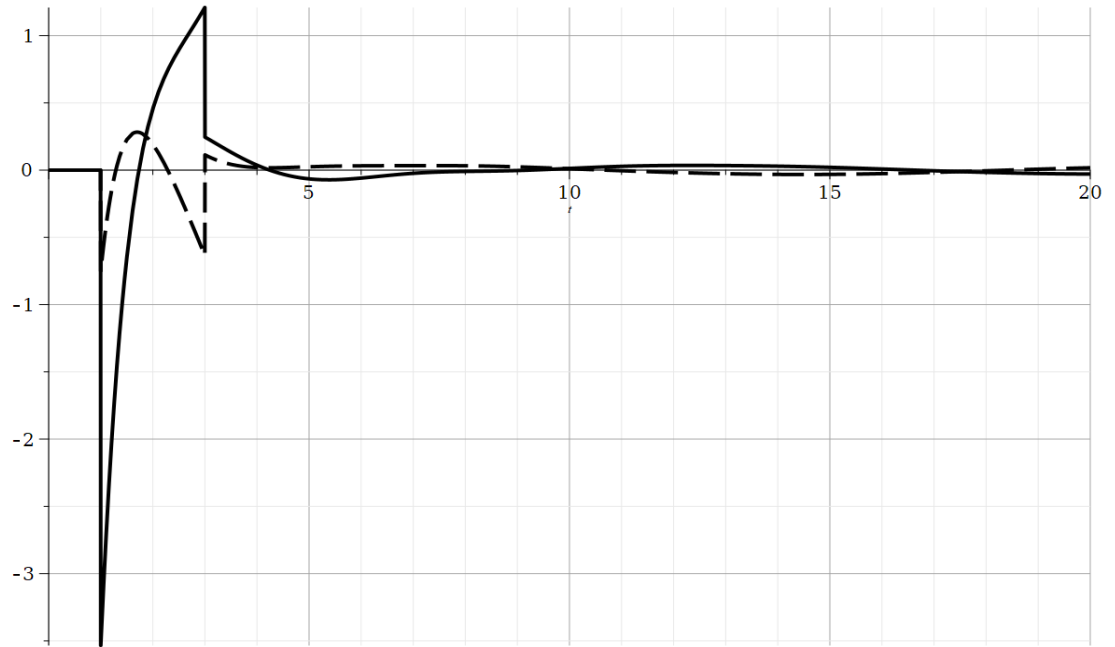


Рисунок 3.4. Зависимости от времени радиальных напряжений  $\sigma_{rr}(r, \beta, \tau)$  и радиальных перемещений  $u_r(r, \beta, \tau)$  в точке с координатами  $r = 2$ ,  $\beta = 0$ .

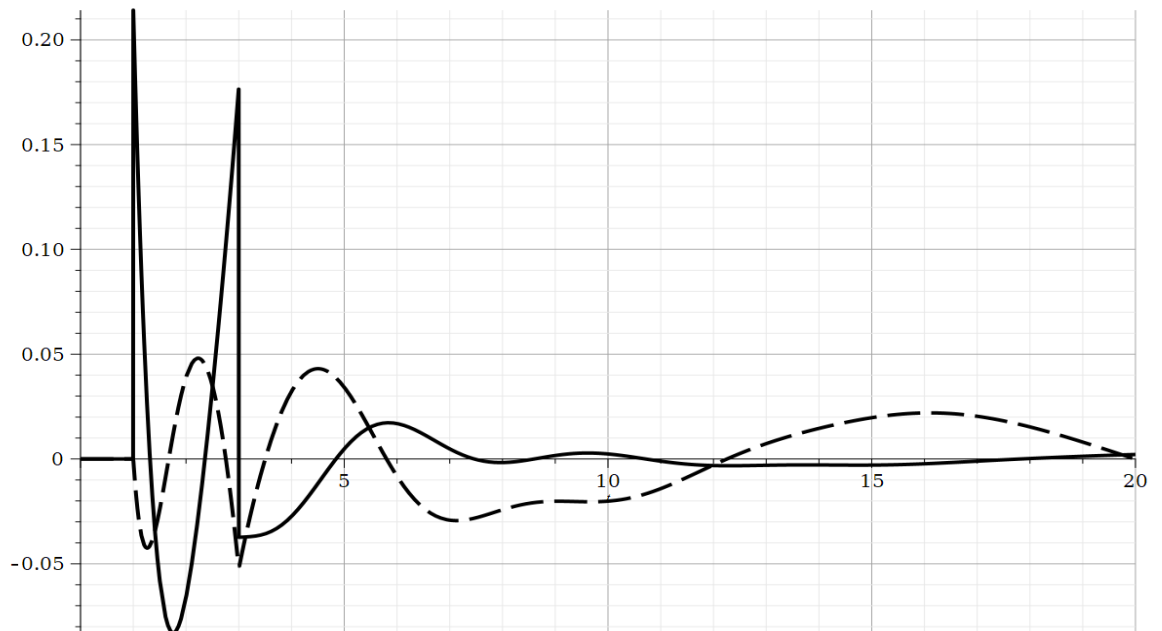


Рисунок 3.5. Зависимости от времени меридиональных напряжений  $\sigma_{r\beta}(r, \beta, \tau)$  и перемещений  $u_\beta(r, \beta, \tau)$  в точке с координатами  $r = 2$ ,  $\beta = \pi/2$ .

#### **4. Численное моделирование композитных материалов.**

Численное моделирование проводилось с использованием двух комплексов, работающих с использованием метода-конечных элементов: Digimat и Ansys Workbench. При этом для определения эффективных свойств композитного материала использовался уже ранее апробированный способ моделирования включений с использованием Digimat и недавно появившийся новый расчетный модуль в Ansys Workbench. Данные программы предназначены для быстрого и высоко точного прогнозирования нелинейного поведения многокомпонентных материалов, таких как пластмассы, полимеры, углеродные и стекловолокна, наноматериалы и т.д. Данное программное обеспечение (ПО) активно используют для точной оценки локального и общего поведения многокомпонентных структур.

##### **4.1 Физико-механические свойства композиционных материалов**

Проведено численное моделирование формирования полимерного композита и оценено механическое поведение с учетом репрезентативного объемного элемента. Моделирование проводилось с использованием ПО Digimat, представляющего собой нелинейную многомасштабную платформу для моделирования материалов и конструкций. Моделирование проводилось для различных объемных фракций полимерных композиционных материалов.

Численное моделирование проводилось для формирования композитного материала из матрицы - смолы ЭД-20 и различных объемных включений (5%, 10%, 15%, 20%) – из марки ПВС-50. Моделирование проводилось для элемента представительного объема этого композитного материала. Для моделирования механического поведения этих композитов используются свойства упругого материала матрицы и включений, таблица 3

Таблица 3. Характеристики эпоксидного связующего ЭД-20 и стеклянных сфер ПБС-50.

Характеристики	Единица	Эпоксидная смола ЭД-20	Стеклянные сферы ПБС-50
Модуль Юнга ( $E$ )	ГПа	4.9	7.0
Коэффициент Пуассона ( $\nu$ )	-	0.3	0.2
Плотность ( $\rho$ )	кг/м <sup>3</sup>	1200	2200
Теплопроводности	W/м. К	0.92	1.15
Объемный модуль	ГПа	4.08	3.88
Модуль сдвига	ГПа	1.88	2.91

Микромеханическое моделирование металлического композита проводилось поэтапно. Во-первых, в программу Digimat FE были введены данные о механических свойствах композита, а в качестве микроструктуры материала выбрана матрица ЭД-20 и включения ПСБ 20. Во-вторых, была получена RVE-модель (представительный фрагмент) и путем загрузки модели, в Digimat FE.

Граничные условия для прямоугольной формы были определены следующим образом: граничное условие перемещения в направлении  $x$ , которое является направлением приложенного перемещения, было применено на одной стороне формы. Предполагалось, что контакт между частицами и матрицей идеально связан, и не допускалось никакого скольжения или разделения на границе раздела. Все материалы были обработаны как линейно упругие.

Репрезентативные элементарные объемы с различными объемными долями включений представлен на рисунке 4.1, а конечно-элементная модель с включениями представлена на рисунке 4.2.

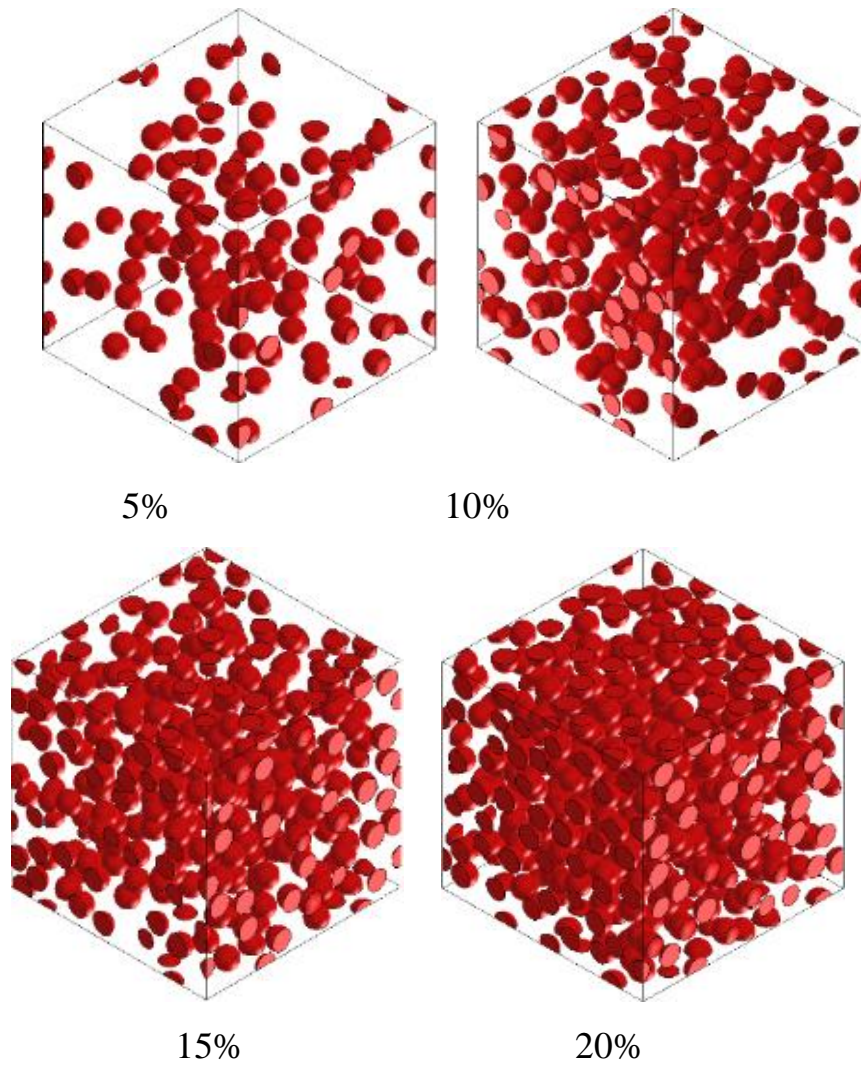


Рисунок 4.1. Репрезентативный элементарный объем с объемной долей включений в программе Digimat



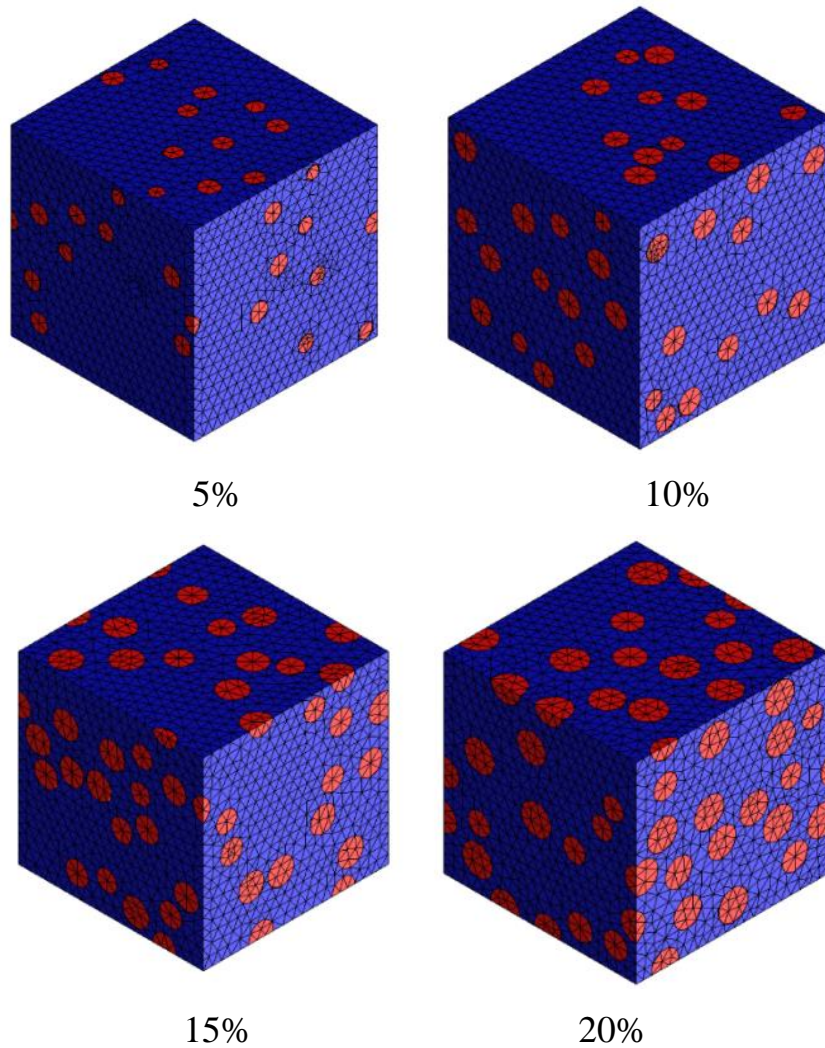


Рисунок 4.2. Представительный вид конечных элементов элементарных с объемной долей включений

Для каждого варианта объемного содержания включений проводился расчет и определение кривой напряжения-деформации исследуемой структуры. На основе численных расчетов была получена зависимость процентного содержания включений [149] от максимальных напряжений и модуля упругости. Результат, полученный в процессе данного моделирования для каждого рассматриваемого случая представлен на рисунке 4.3.

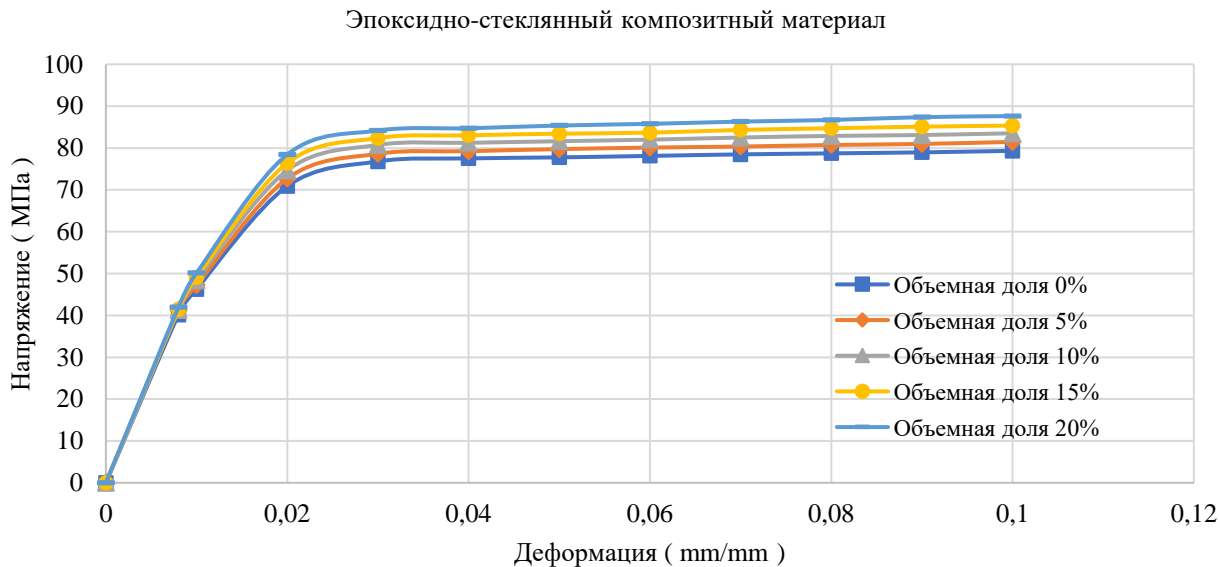


Рисунок 4.3. Линейный напряжения – деформации с различной объемной долей включения полученный с использованием в программе Digimat

Для исследований включений на тепловые характеристики получаемых композитных материалов использовалось ПО ANSYS Workbench. Подход к моделирования оставался прежним, рассматривался репрезентативный элементарный объем с различным объемным содержанием включений. Но в отличие от Digimat появилась возможным получить эффективные характеристики коэффициента теплового расширения, теплопроводности, теплоемкости, коэффициента Пуассона, модуля Юнга и плотности.

Помимо получения эффективных характеристик проводилось исследование влияние размера включений на описанные выше свойства. Рассматривался диаметр включений: 30мкм, 40мкм, 50мкм и 60мкм. Объемное содержание включений при этом составляло 5%, 10%, 15%, 20% и 25%. Конечно-элементная сетка для включений с диаметром 30мкм представлен на рисунке 4.4-4.7.

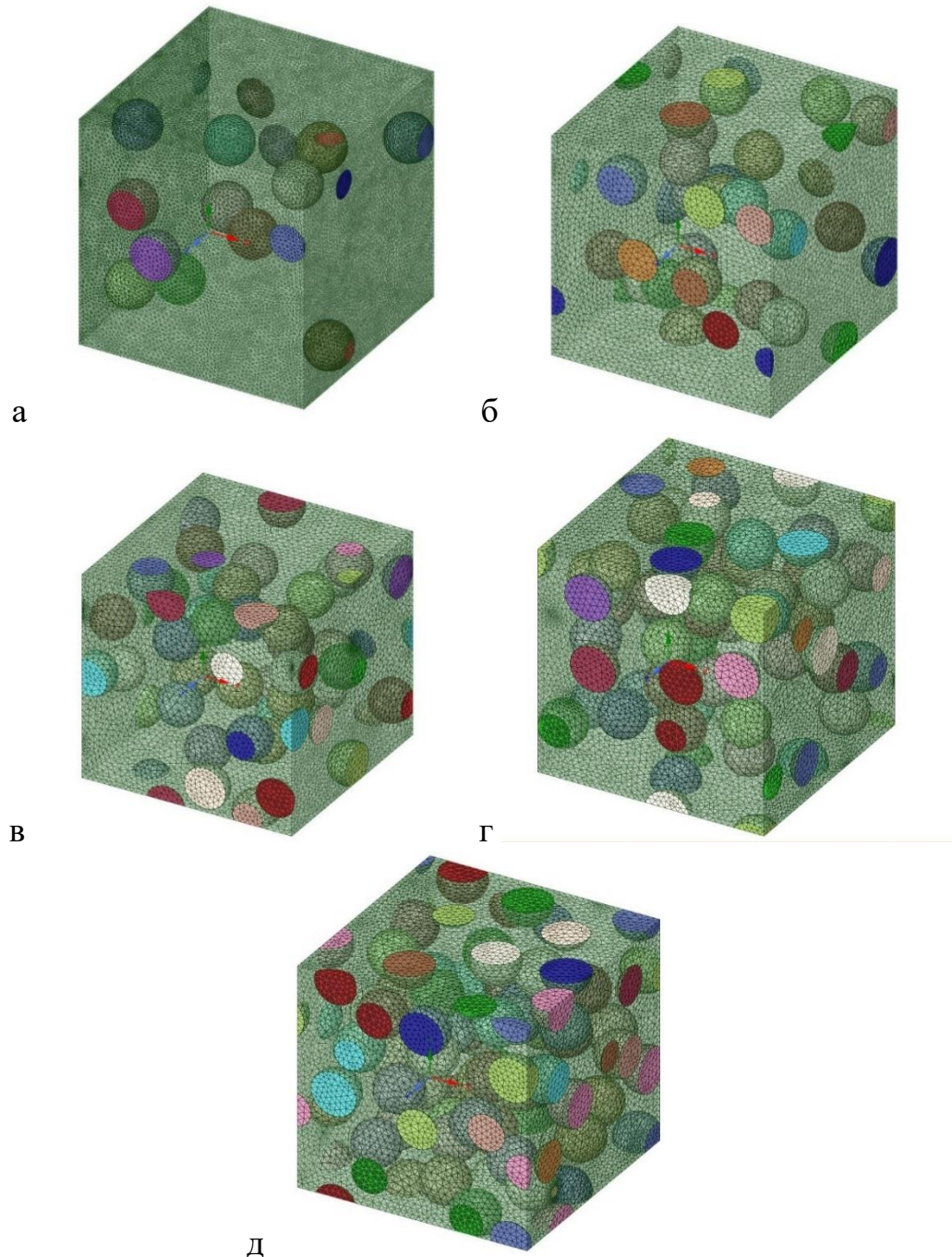


Рисунок 4.4. Конечно-элементная модель при диаметре включений 30мкм  
(а - объемное содержание 5%, б - объемное содержание 10%, в - объемное содержание 15%, г - объемное содержание 20%, д - объемное содержание 25%)



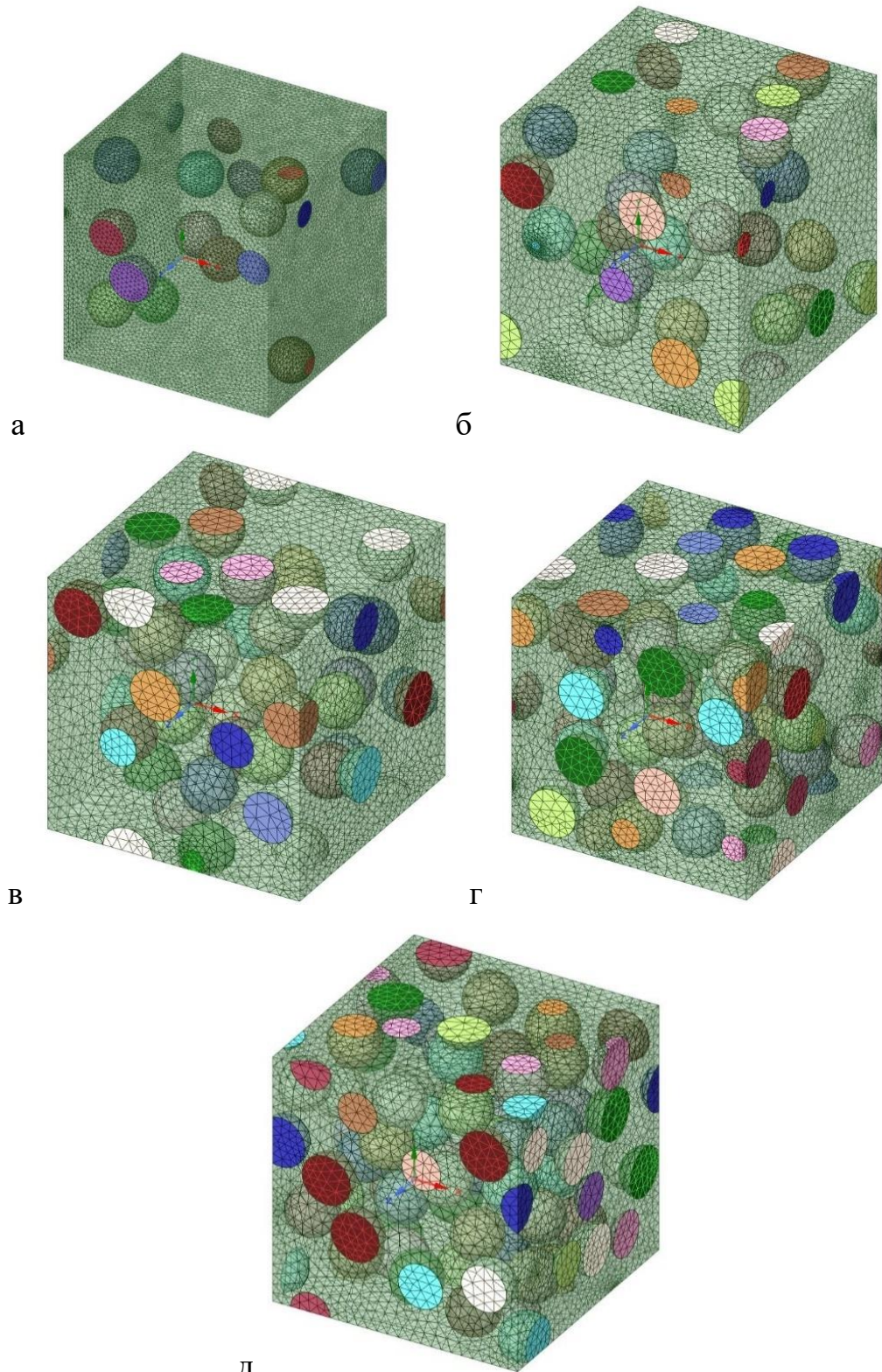


Рисунок 4.5. Конечно-элементная модель при диаметре включений 40мкм  
(а - объемное содержание 5%, б - объемное содержание 10%, в - объемное содержание 15%, г - объемное содержание 20%, д - объемное содержание 25%)

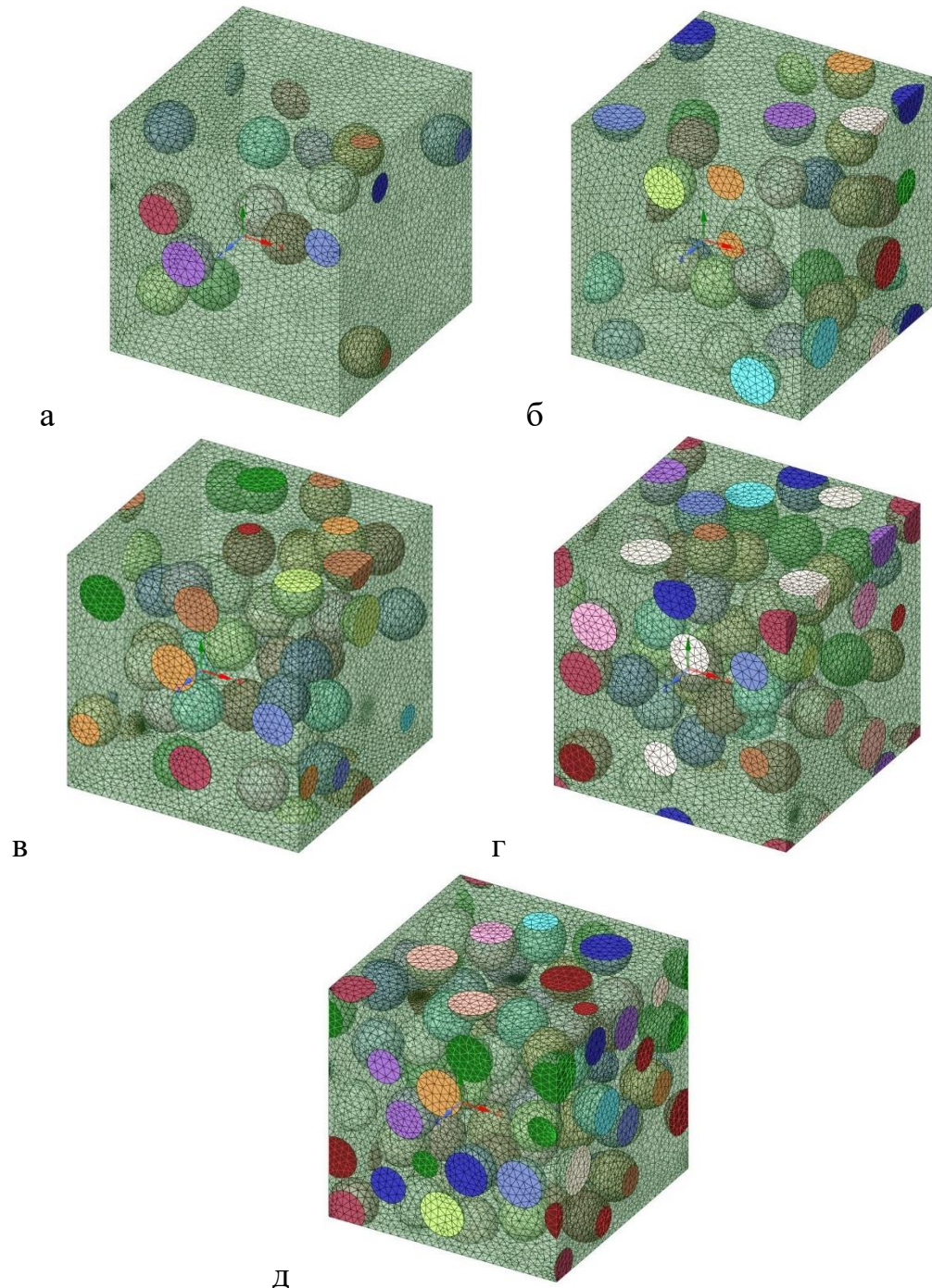


Рисунок 4.6. Конечно-элементная модель при диаметре включений 50мкм  
(а-объемное содержание 5%, б-объемное содержание 10%, в-объемное  
содержание 15%, г-объемное содержание 20%, д-объемное содержание 25%)



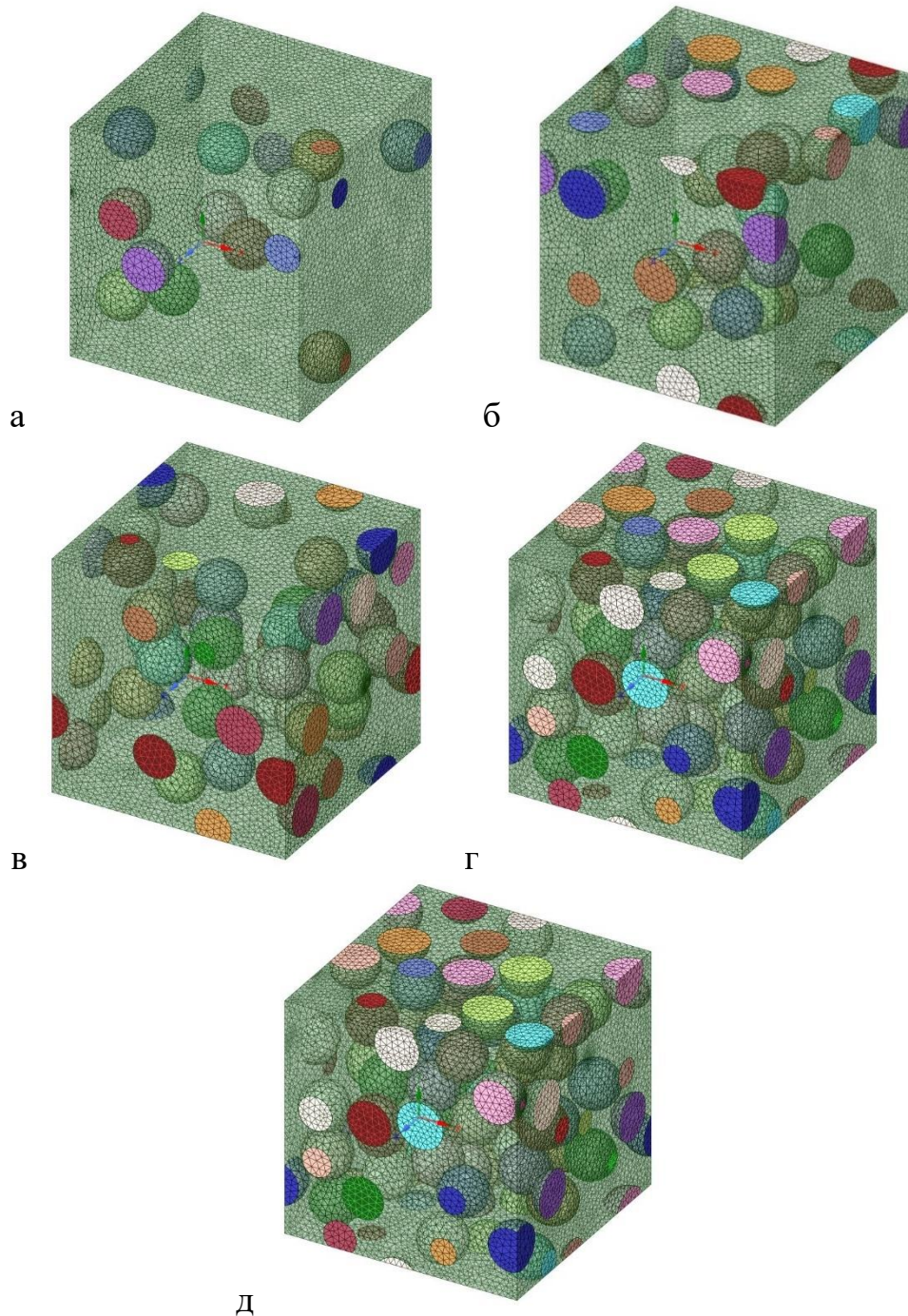


Рисунок 4.7. Конечно-элементная модель при диаметре включений 60мкм  
(а-объемное содержание 5%, б-объемное содержание 10%, в-объемное содержание 15%, г-объемное содержание 20%, д-объемное содержание 25%,)

Кривые зависимости объемного содержания включений (от 5 до 25%) от эффективного модуля упругости КМ для различного диаметра включения (от 30 до 60 мкм) представлен на рисунке 4.8.

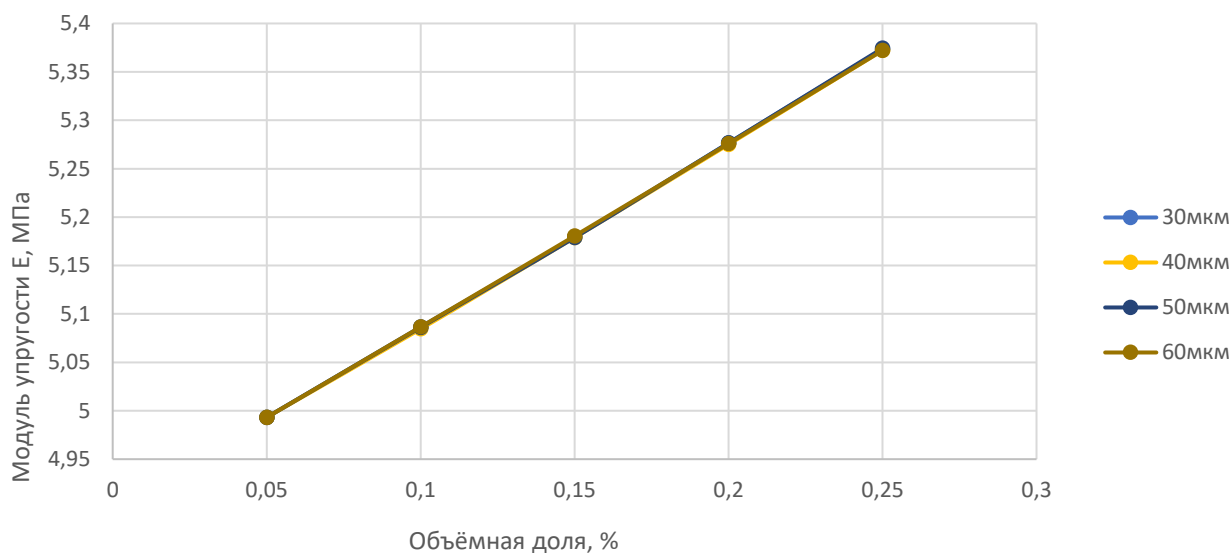


Рисунок 4.8. Результаты зависимости различных объемных включений (5%, 10%, 15%, 20% и 25%) от модуля упругости для моделей с различным диаметром включений (30 мкм, 40 мкм, 50 мкм, 60 мкм).

Кривые зависимости объемного содержания включений (от 5 до 25%) от эффективного модуля сдвига КМ для различного диаметра включения (от 30 до 60 мкм) представлен на рисунке 4.9. Кривые зависимости объемного содержания включений (от 5 до 25%) от коэффициента Пуассона сдвига КМ для различного диаметра включения (от 30 мкм до 60 мкм) представлен на рисунке 4.10.

Кривые зависимости объемного содержания включений (от 5 до 25%) от плотности КМ для различного диаметра включения (от 30 до 60 мкм) представлен на рисунке 4.11.

Кривые зависимости объемного содержания включений (от 5 до 25%) от коэффициента температурного расширения КМ для различного диаметра включения (от 30 до 60 мкм) представлен на рисунке 4.12. Кривые зависимости объемного содержания включений (от 5 до 25%) от теплопроводности КМ для различного

диаметра включения (от 30мкм до 60 мкм) представлен на рисунке 4.13. Кривые зависимости объемного содержания включений (от 5 до 25%) от теплоемкости для различного диаметра включения (от 30 до 60 мкм) представлен на рисунке 4.12.

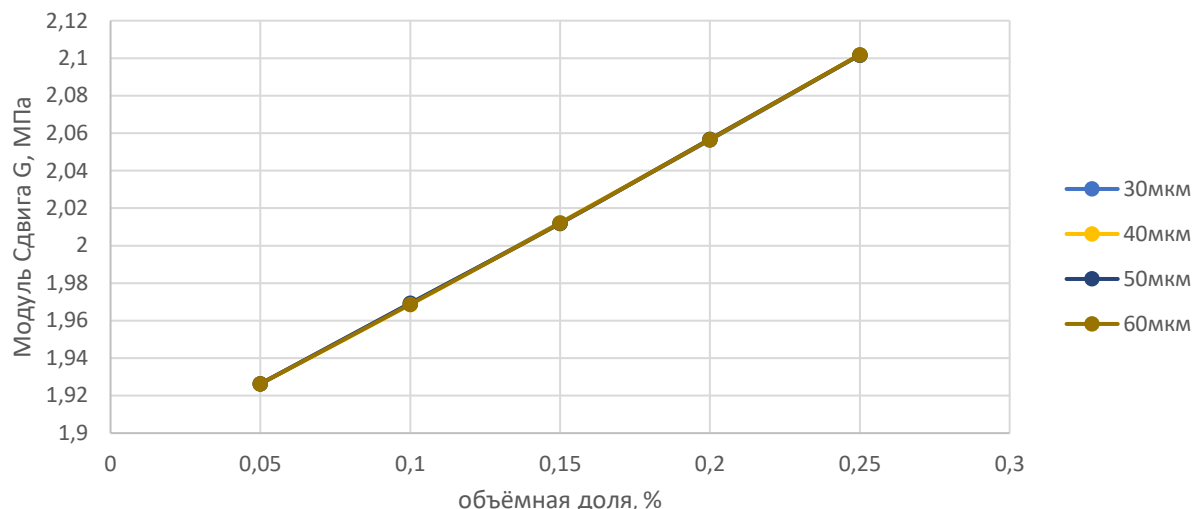


Рисунок 4.9. Результаты зависимости различных объемных включений (5%,10%,15%,20% и 25%) от модуля сдвига для моделей с различным диаметром включений (30мкм, 40мкм, 50мкм, 60мкм).

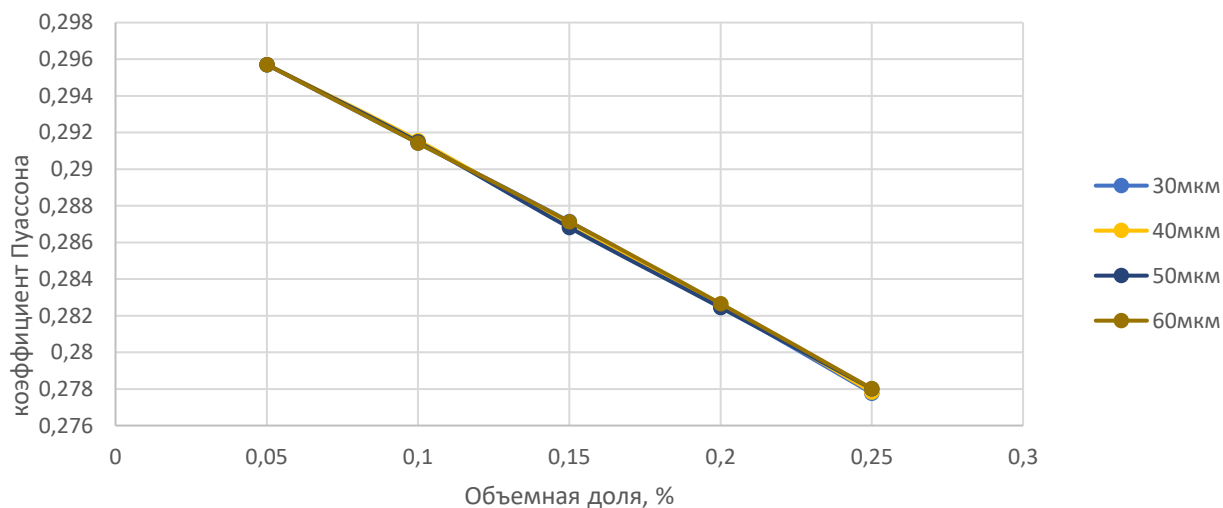


Рисунок 4.10. Результаты зависимости различных объемных включений (5%,10%,15%,20% и 25%) от коэффициента Пуассона для моделей с различным диаметром включений (30мкм, 40мкм, 50мкм, 60мкм).



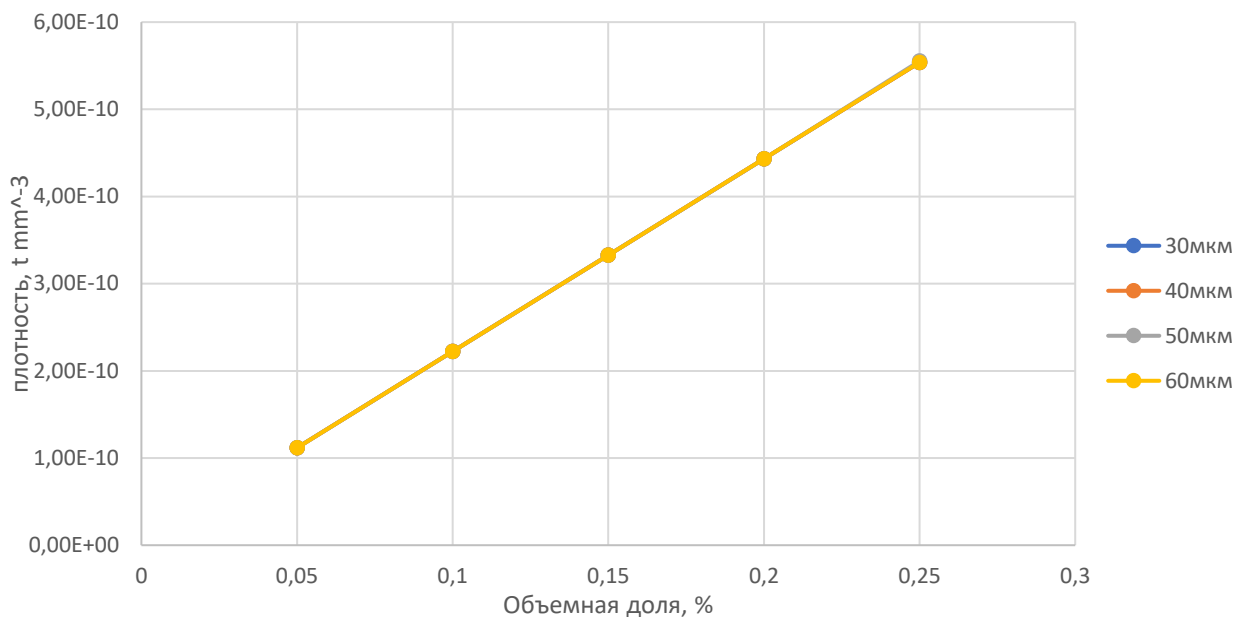


Рисунок 4.11. Результаты зависимости различных объемных включений (5%,10%,15%,20% и 25%) от плотности для моделей с различным диаметром включений (30мкм, 40мкм, 50мкм, 60мкм).

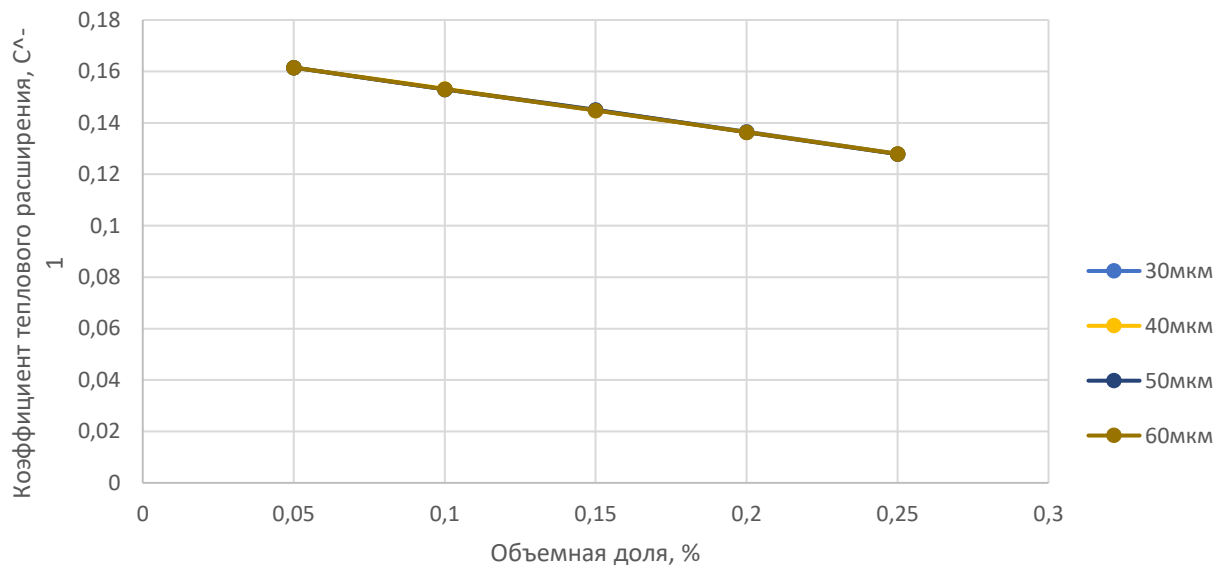


Рисунок 4.12. Результаты зависимости различных объемных включений (5%,10%,15%,20% и 25%) от для моделей с различным диаметром включений (30мкм, 40мкм, 50мкм, 60мкм).

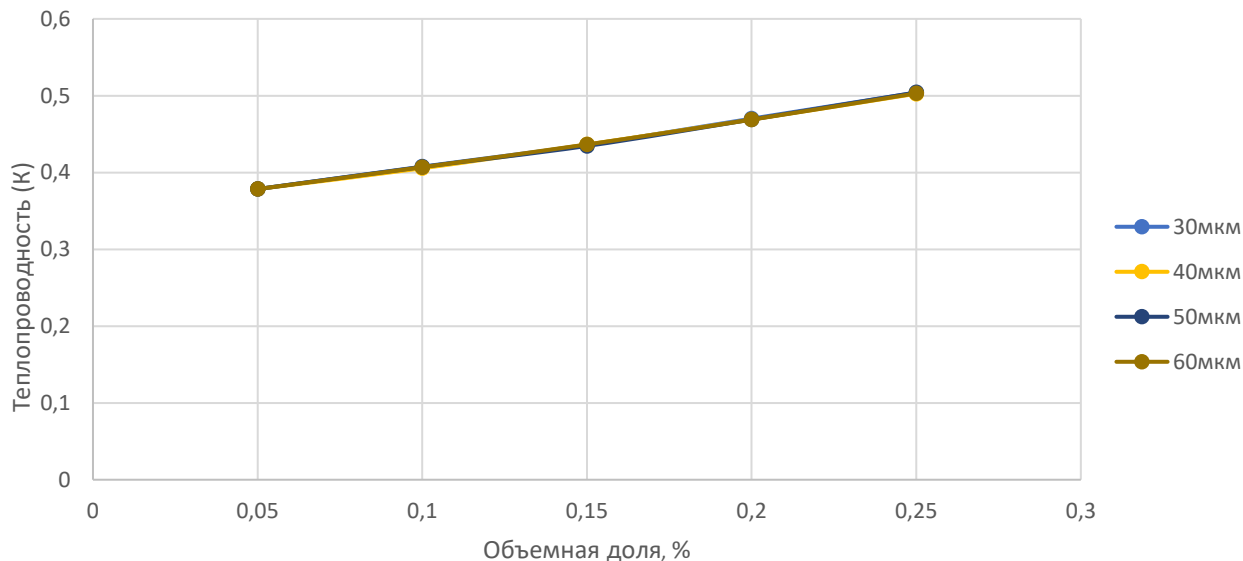


Рисунок 4.13. Результаты зависимости различных объемных включений (5%,10%,15%,20% и 25%) от теплопроводности для моделей с различным диаметром включений (30мкм, 40мкм, 50мкм, 60мкм).

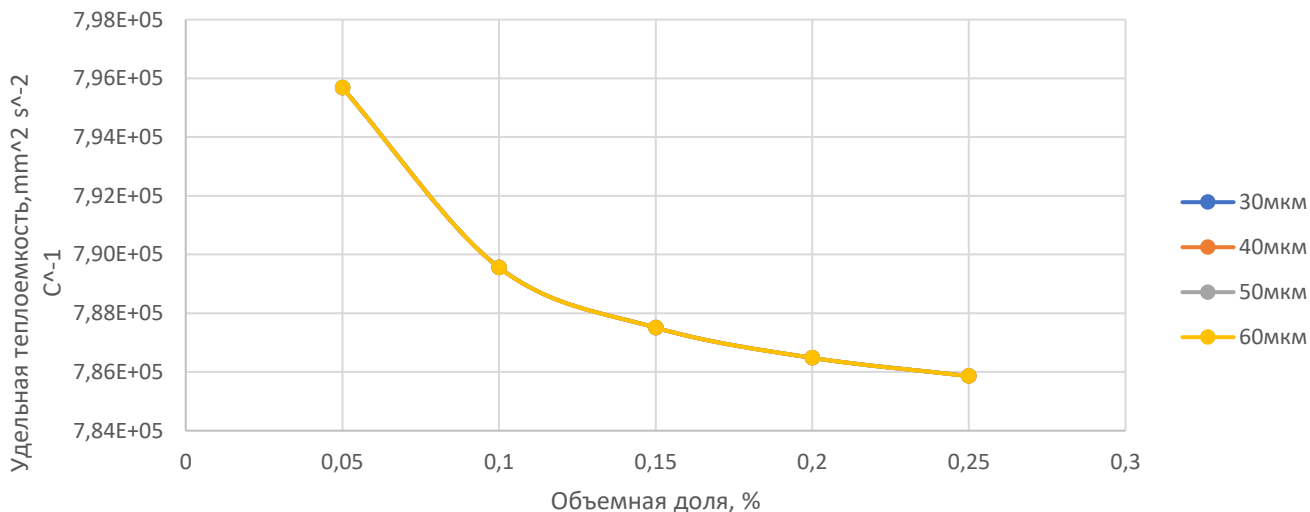


Рисунок 4.14. Результаты зависимости различных объемных включений (5%,10%,15%,20% и 25%) от удельной теплоемкости для моделей с различным диаметром включений (30мкм, 40мкм, 50мкм, 60мкм).

Из полученных результатов мы можем видеть, что размер включений на фоне объемного содержания не существенно влияет на свойства. Объемное содержание

несет около линейный характер кроме параметра теплоемкости, где наибольший перепад осуществляется при объемном содержании 5-10 %.

## 4.2 Моделирование испытания на изгиб

Для детального исследования напряженно-деформированного состояния КМ в условиях трехточечного нагружения проводится моделирование методом конечных элементов в среде ANSYS Workbench. Расчет проводился для объемного содержания включений порядка 5%, 10%, 15% и 20% и при отсутствии включений.

При моделировании принималась та же геометрия, что и для испытываемого образца в главе 2.3: 80 x 10 x 40 мм, рисунок 4.15

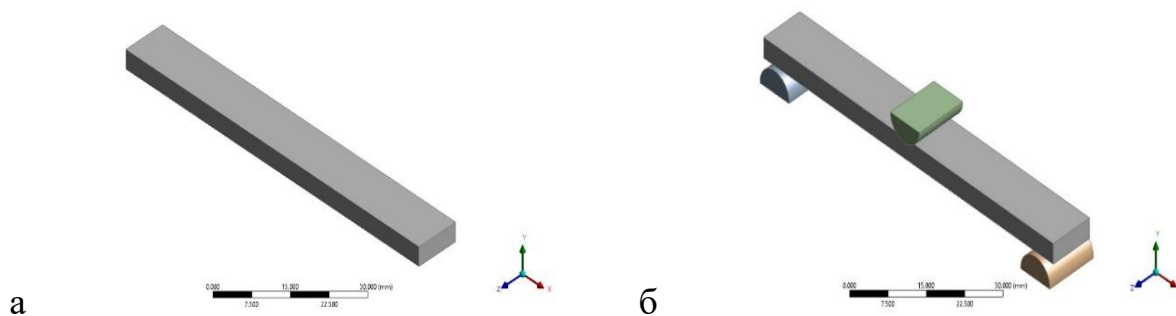


Рисунок 4.15. Геометрия образца (а) и опор с пуансоном (б)

Свойств КМ использовались полученные в разделе 4.1. Проводилось моделирование процесса испытаний на трехточечный изгиб, где граничные условия для прямоугольной пластины принимались из условия свободного оперения на опоры. Конечно элементная модель состояла из 16469 узлов и 3200 элементов, с размером элемента ~1мм, рисунок 4.16. Пример НДС пластины из эпоксидной смолы без включения представлен на рисунке 4.17.

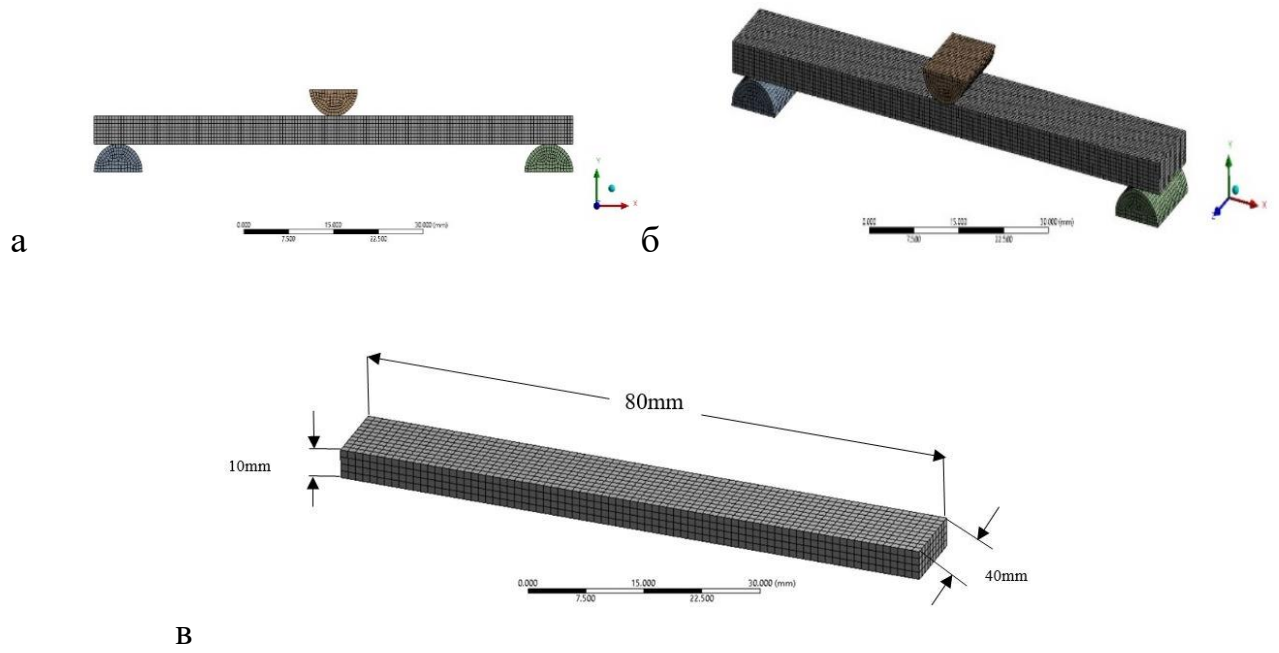


Рис. 4.1.6. Конечно-элементная модель.

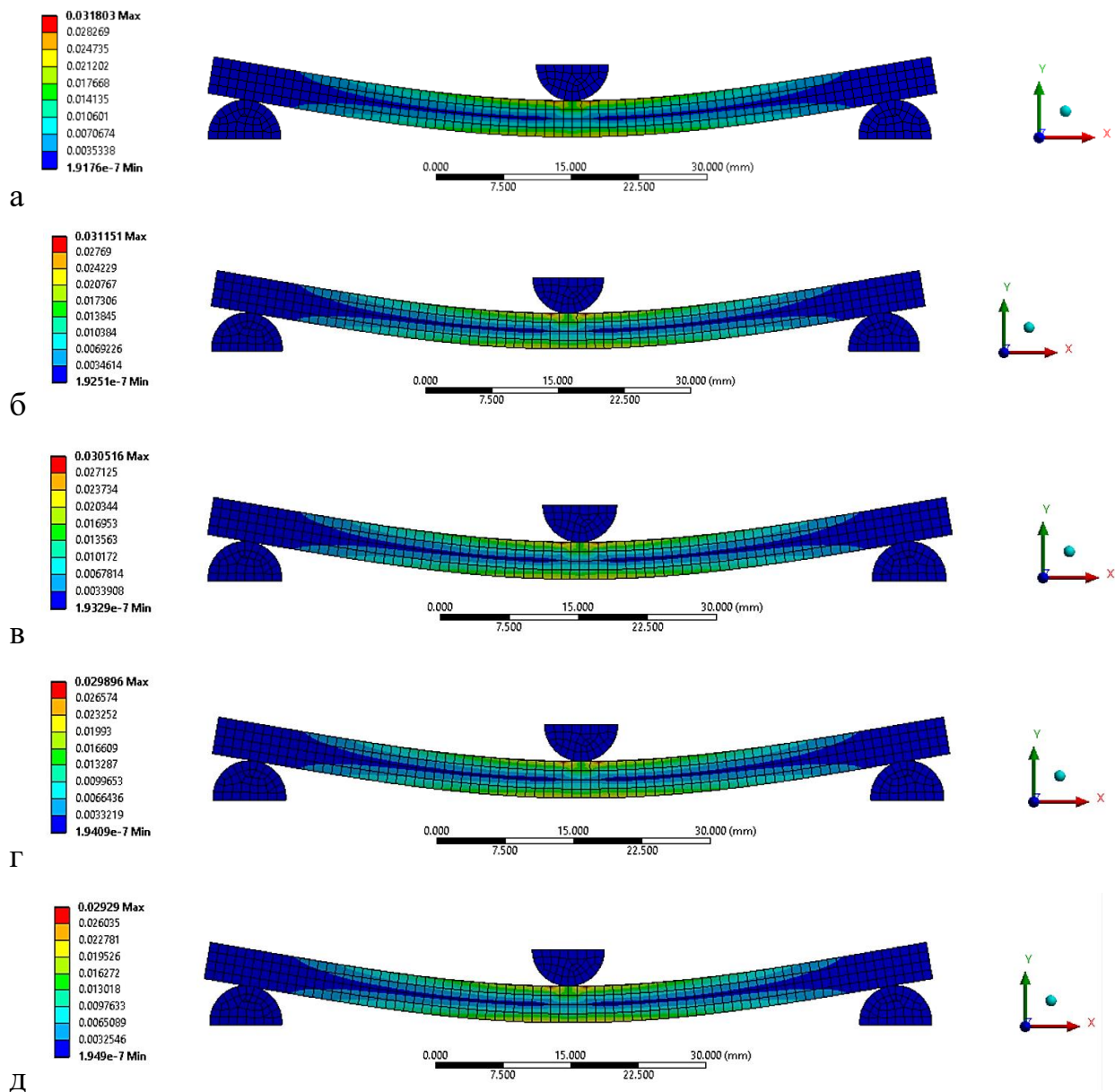
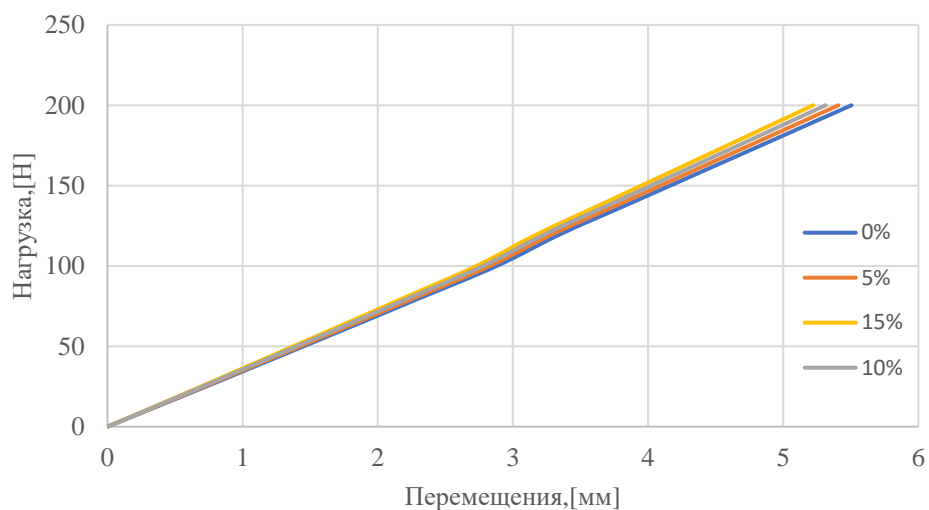


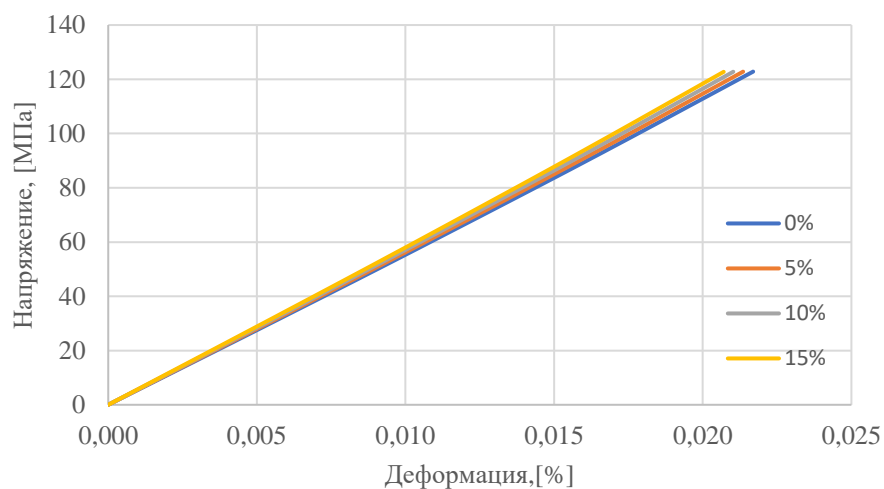
Рисунок 4.17. НДС полученное в Ansys Workbench для модели

при максимальном нагружении. а) 0%, б) 5%, в) 10%, г) 15%, д) 20%

Полученные результаты в виде симметричной формы деформации-нагрузки и смещения-нагрузки по данным программы Ansys Workbench представлены на рисунках 4.18. а и б.



а



б

Рисунок 4.18. Результаты моделирования (а - диаграмма нагрузка перемещение, б - диаграмма напряжение-деформация)

Полученные численные результаты хорошо согласовываются с экспериментальными результатами, что дает возможность подбора такого объемного содержания включений чтоб получить необходимые физико-механические характеристики КМ. Однако в подобных КМ при достаточно большом количестве включений данные частицы становятся концентратами напряжений и могут существенно снизить предел прочности и предельные деформации.

### 4.3 Моделирование испытаний на сжатие

Для детального исследования напряженно-деформированного состояния КМ в условиях статического и высокоскоростного сжатия проводится моделирование с использованием ПО Digimat и ANSYS Workbench. Для удобства рассматривались цилиндры на сжатие диаметром и высотой равной 1мм. В Digimat получали 2х компонентную сложную геометрию, а затем ее экспортировали в программное обеспечение Ansys Workbench. Расчет проводился с использованием метода конечных элементов. Для моделирования в условиях статического сжатия использовался модуль Static, а для моделирования высокоскоростного нагружения использовался модуль Transient Structural. Расчет проводился для объемного содержания включений порядка 5%, 10% и 15% и при отсутствии включений. Геометрия полученная в Digimat представлена на рисунке 4.19.

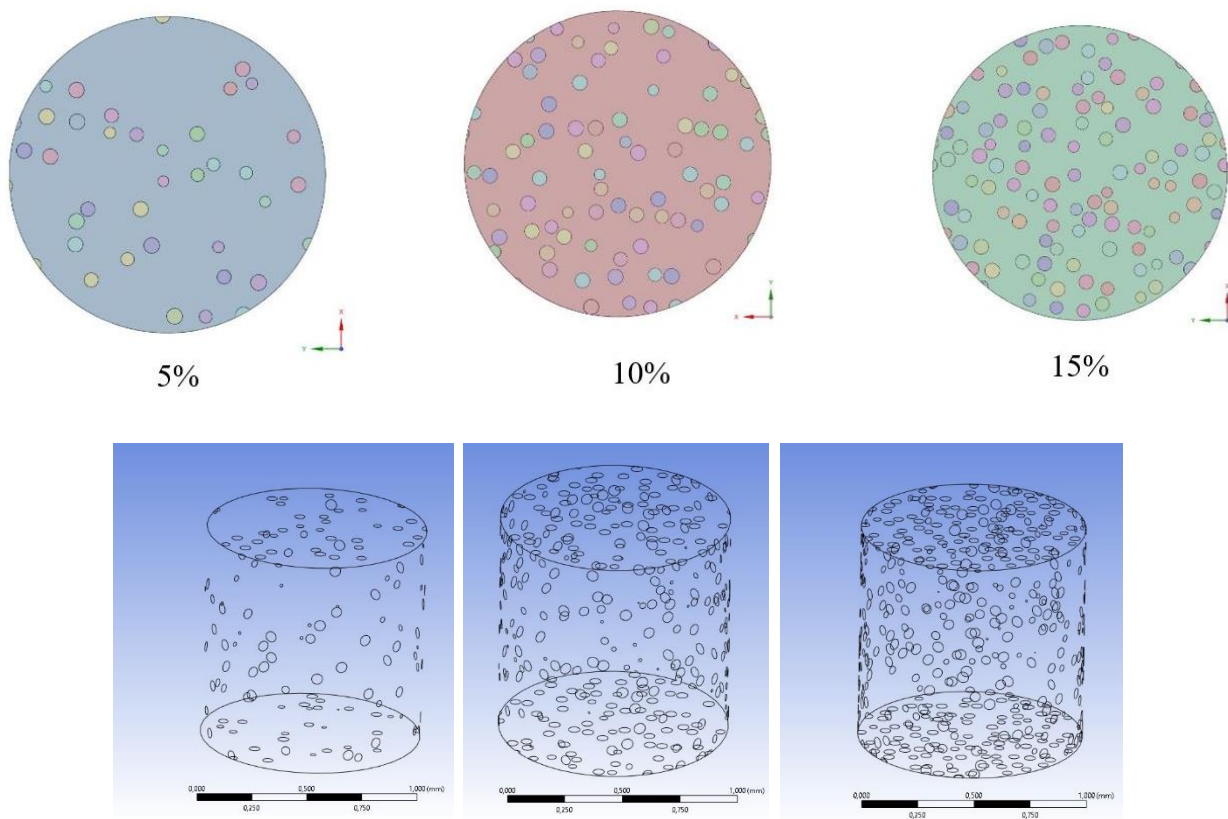


Рисунок 4.19. Полученная геометрия в Digimat и экспортированная в Ansys Workbench



Пример конечно-элементной модели изделия представлен на рисунке 4.20.

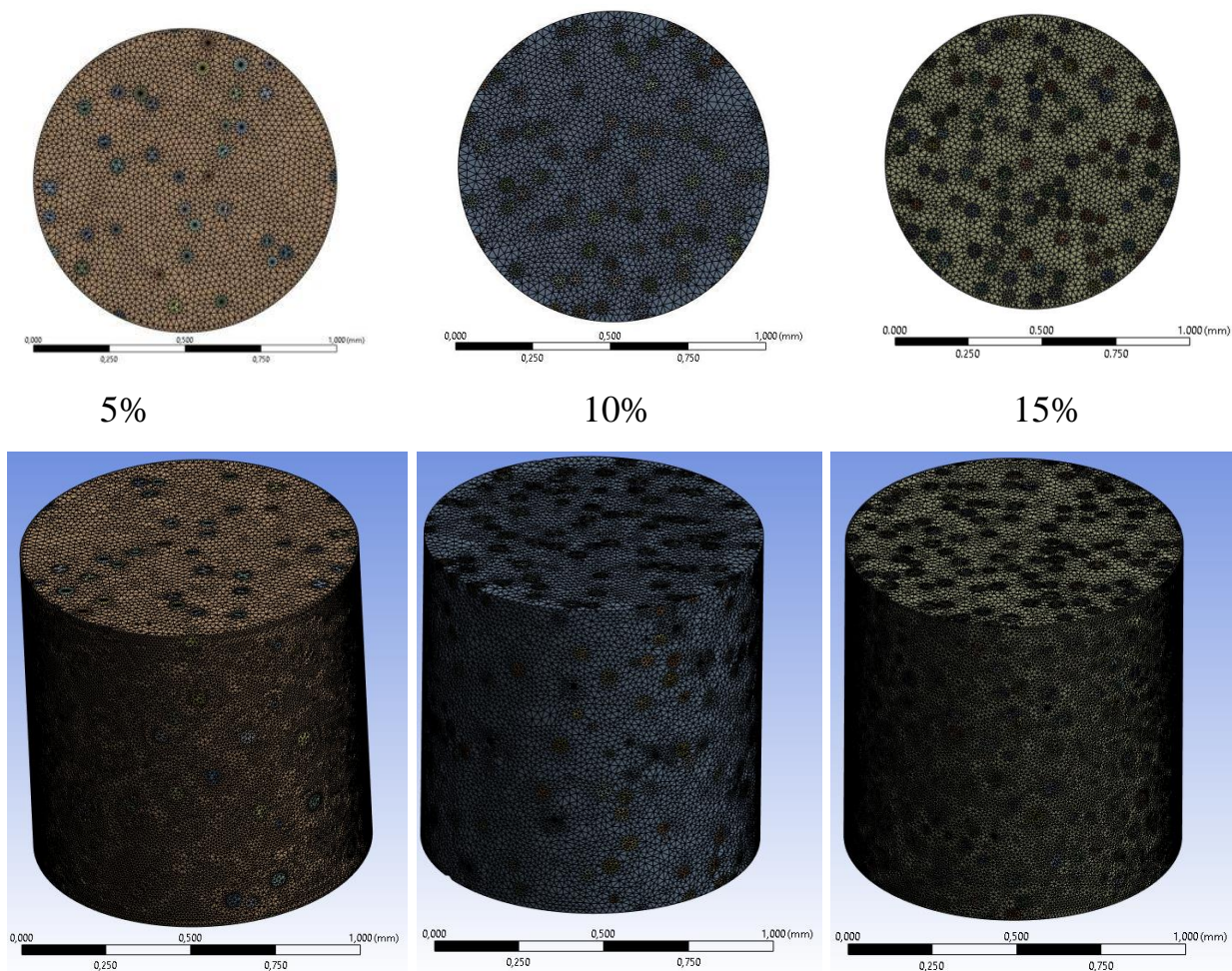


Рисунок 4.20. Конечно-элементная модель

Модель состояла из 596344 конечных элементов для 5% объемного включения, 1643913 конечных элементов для 10% объемного включения и 1846072 конечных элементов для 15% объемного включения.

Результаты численного моделирования в условии статического сжатия представлены на рисунках 4.21 и 4.22 для объемного содержания 5%, на рисунках 4.23 и 4.24 для объемного содержания 10% и на рисунках 4.25 и 4.26 для объемного содержания 15%.

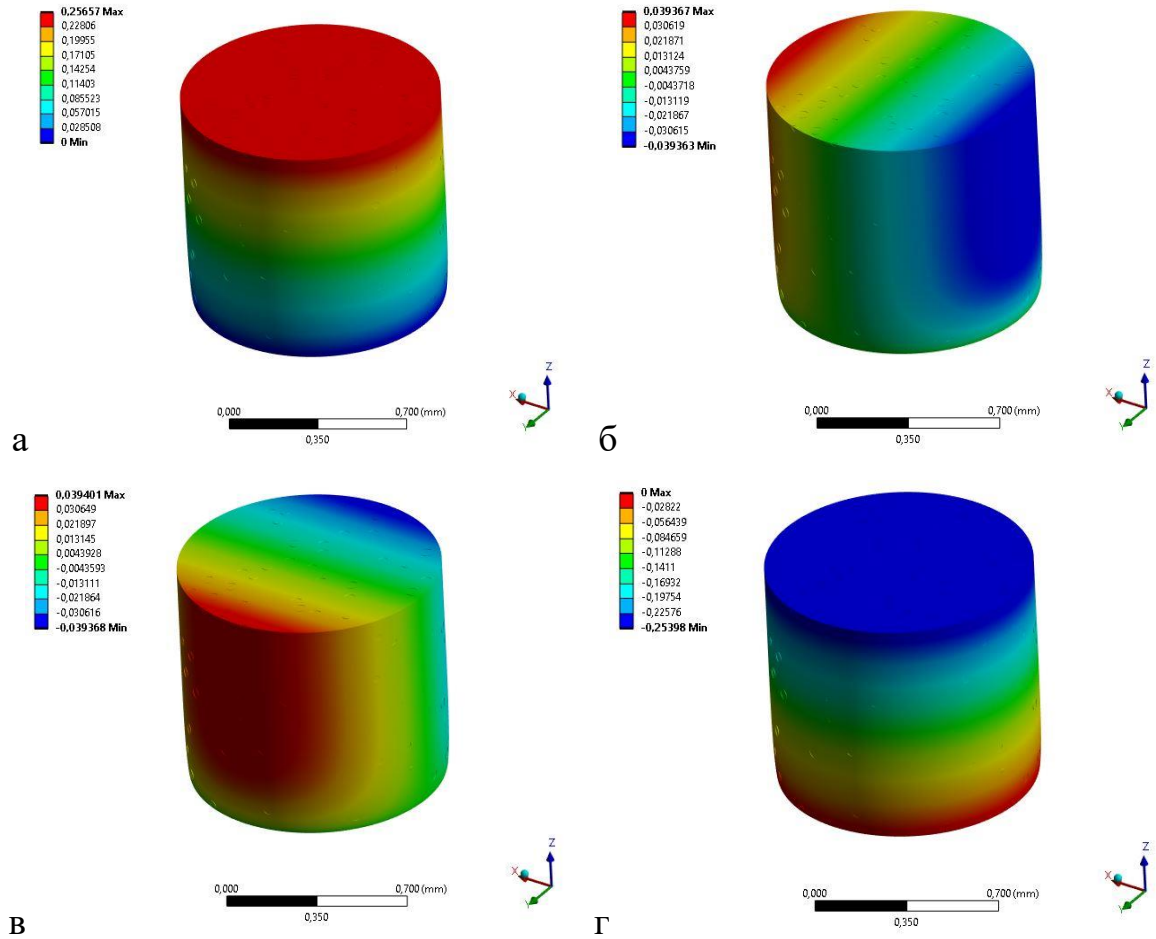


Рисунок 4.21. Результаты конечно-элементного моделирования для 5% в  
условии статического нагружения  
(а-общее деформированное состояние в мм, б-деформированное состояние в  
направлении x в мм, в-деформированное состояние в направлении y в мм, г-  
деформированное состояние в направлении z в мм).

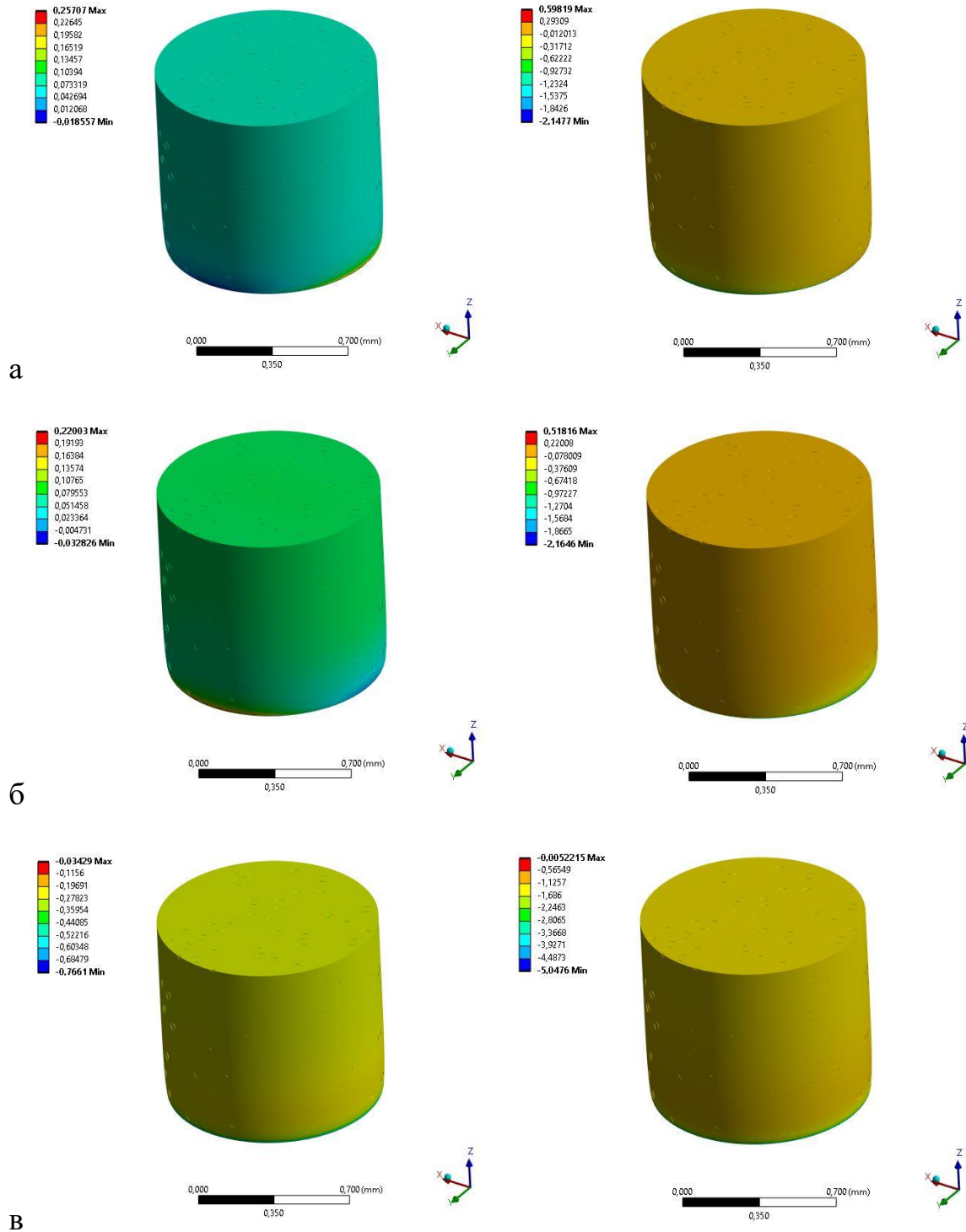


Рисунок 4.22. Результаты конечно-элементного моделирования для 5% в условии статического нагружения, слева деформация [мм/мм] справа нормальные напряжения [МПа] (а- в направлении оси x, б- в направлении оси y, в- в направлении оси z)

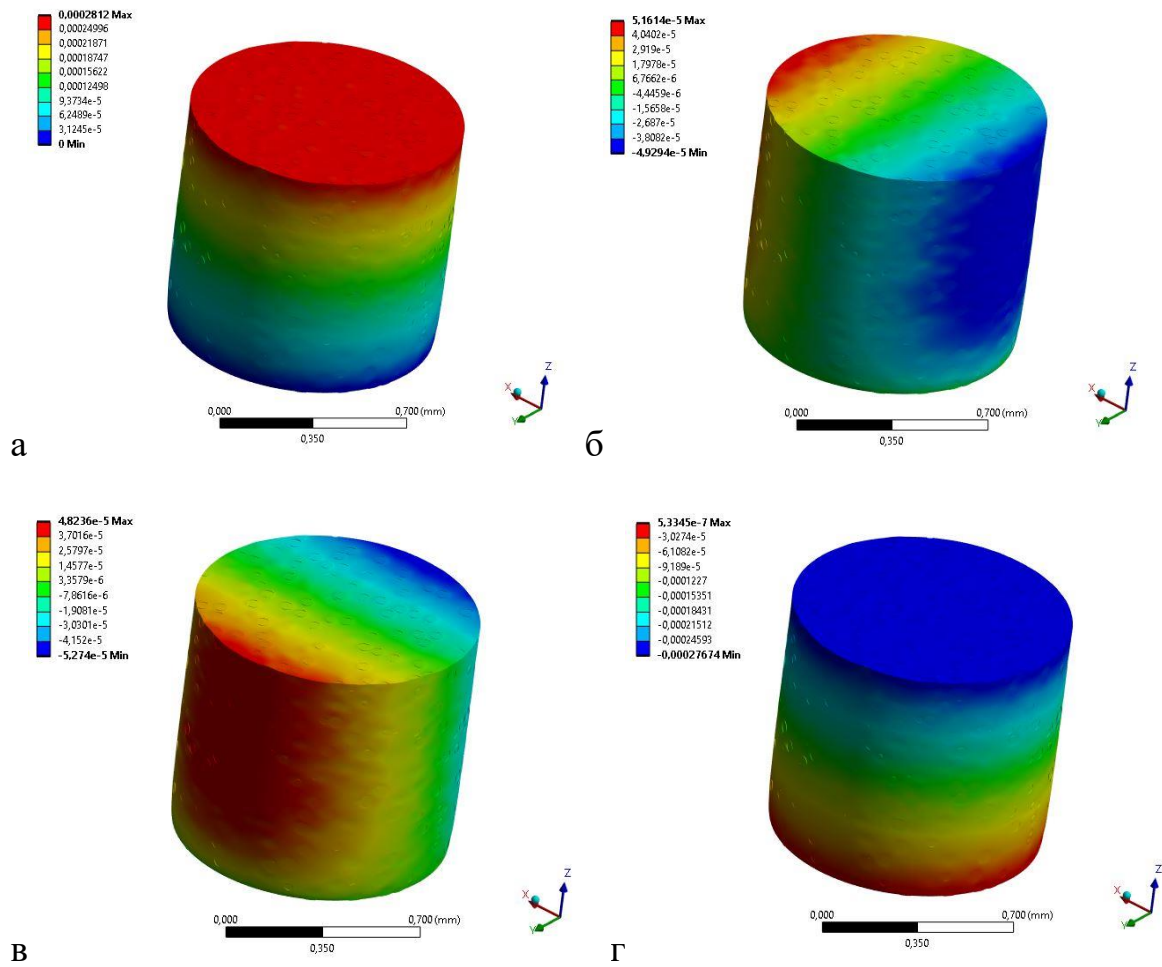


Рисунок 4.23. Результаты конечно-элементного моделирования для 10% в условии статического нагружения (а: общее деформированное состояние в мм, б: деформированное состояние в направлении x в мм, в: деформированное состояние в направлении y, г-деформированное состояние в направлении z в мм).



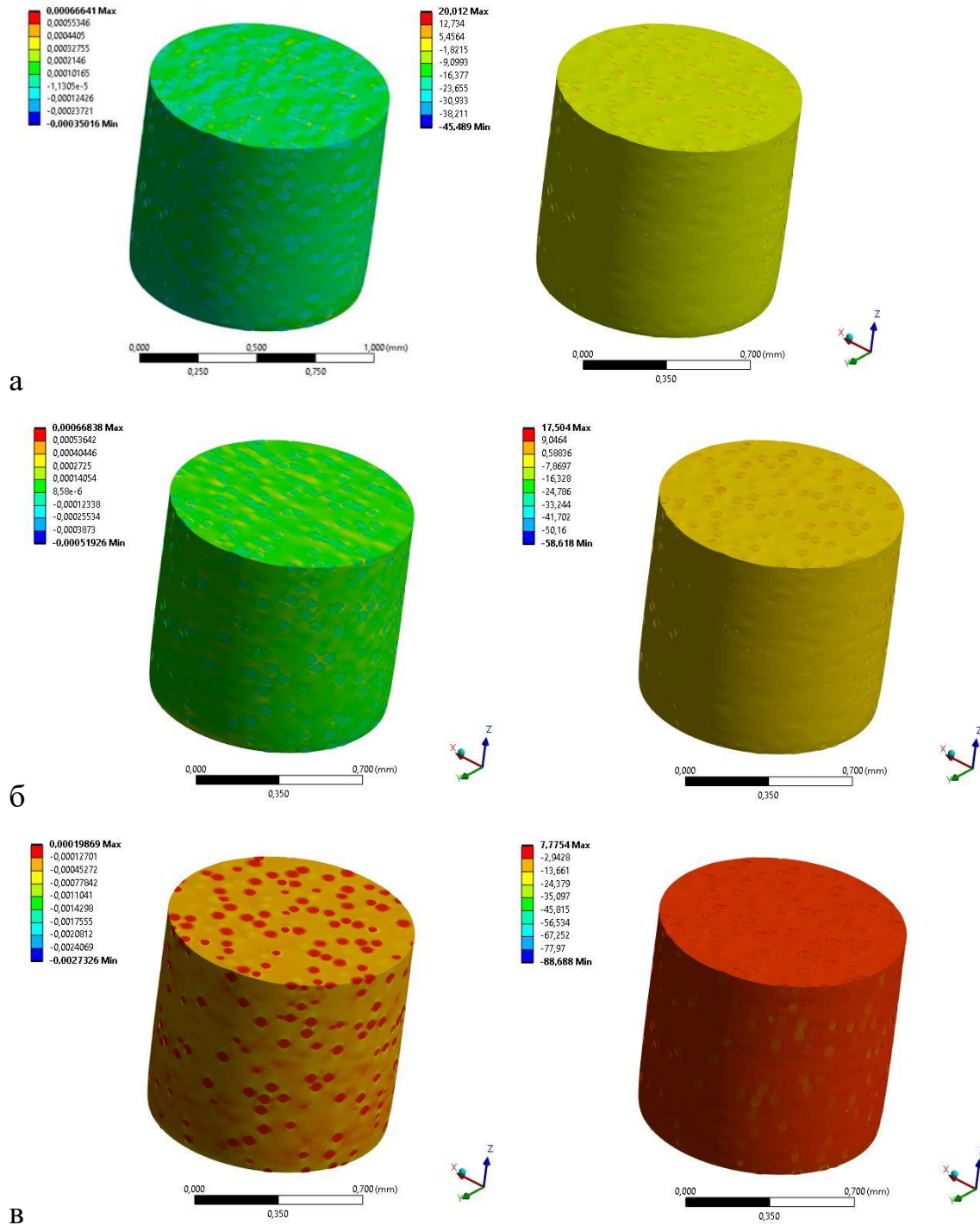


Рисунок 4.24. Результаты конечно-элементного моделирования для 10% в условии статического нагружения, слева деформация [мм/мм] справа нормальные напряжения [МПа] (а- в направлении оси x, б- в направлении оси y, в- в направлении оси z).

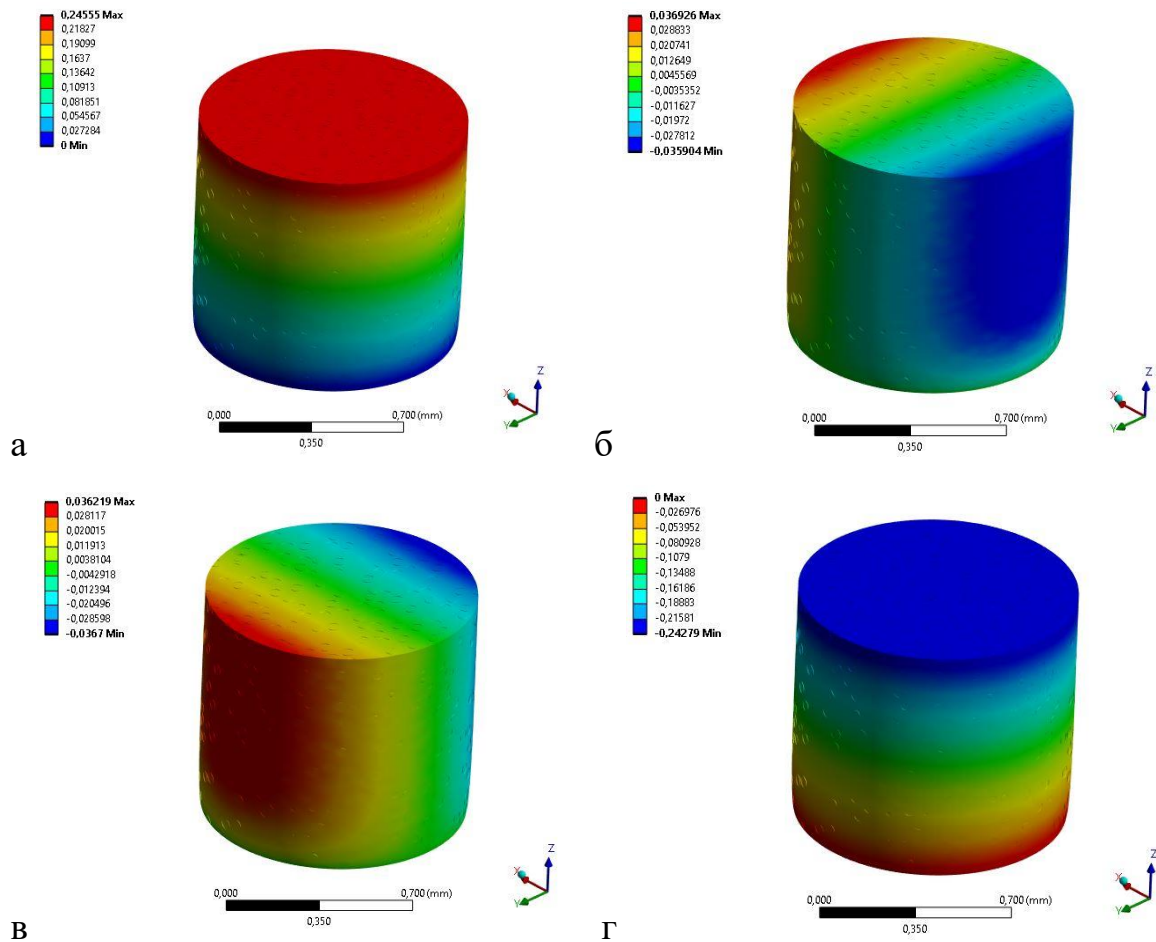


Рисунок 4.25. Результаты конечно-элементного моделирования для 15% в условии статического нагружения, а: общее деформированное состояние, б: деформированное состояние в направлении  $x$  в мм, в: деформированное состояние в направлении  $y$  в мм, деформированное состояние в направлении  $z$  в мм.

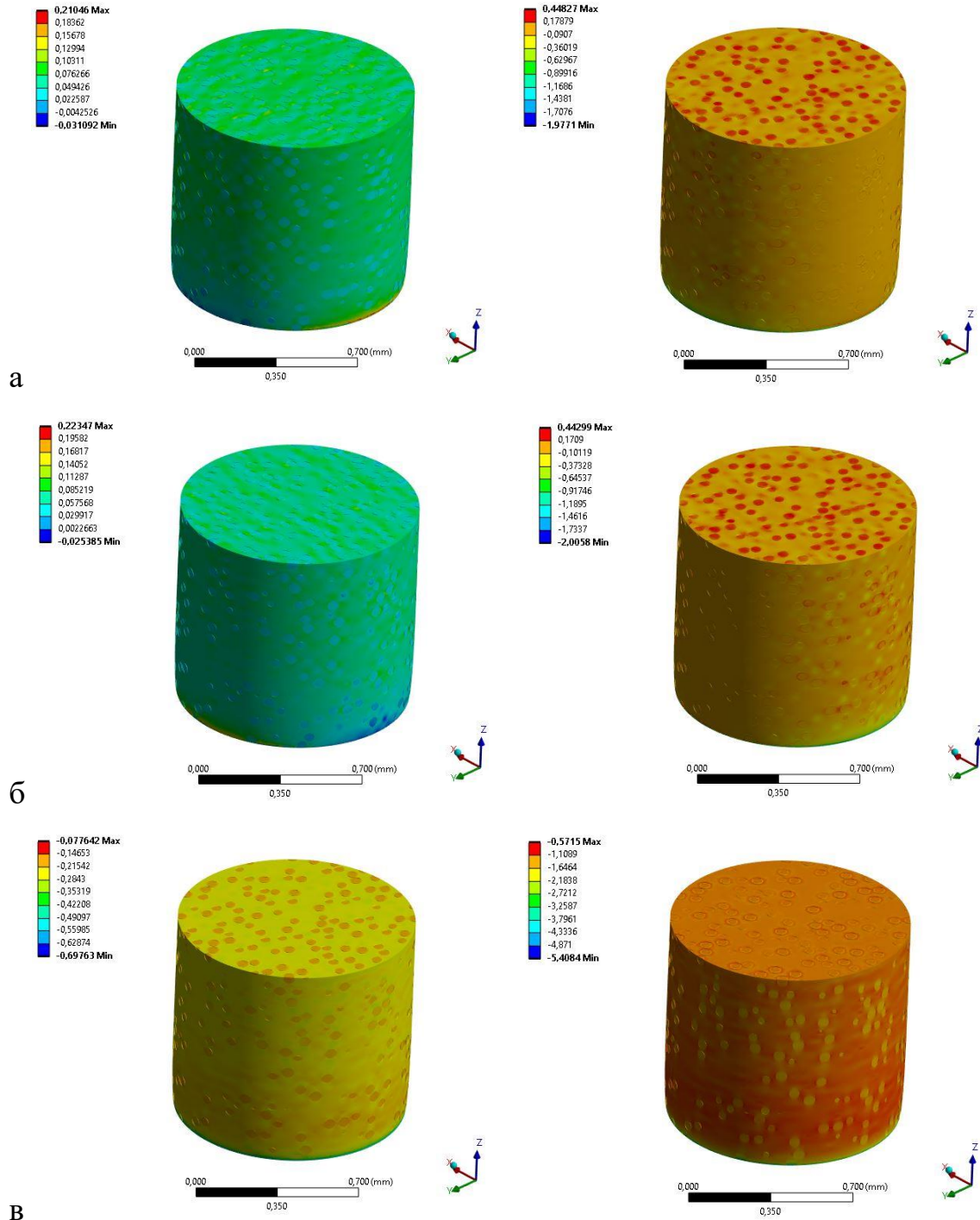


Рисунок 4.26. Результаты конечно-элементного моделирования для 15% в условии статического нагружения, слева деформация [мм/мм] справа нормальные напряжения [МПа] в условии статического нагружения (а- в направлении оси x, б- в направлении оси y, в- в направлении оси z).

Результаты численного моделирования в условии динамического сжатия представлены на рисунке 4.27 для объемного содержания 5%, на рисунке 4.28 для объемного содержания 10% и на рисунке 4.29 для объемного содержания 15%.

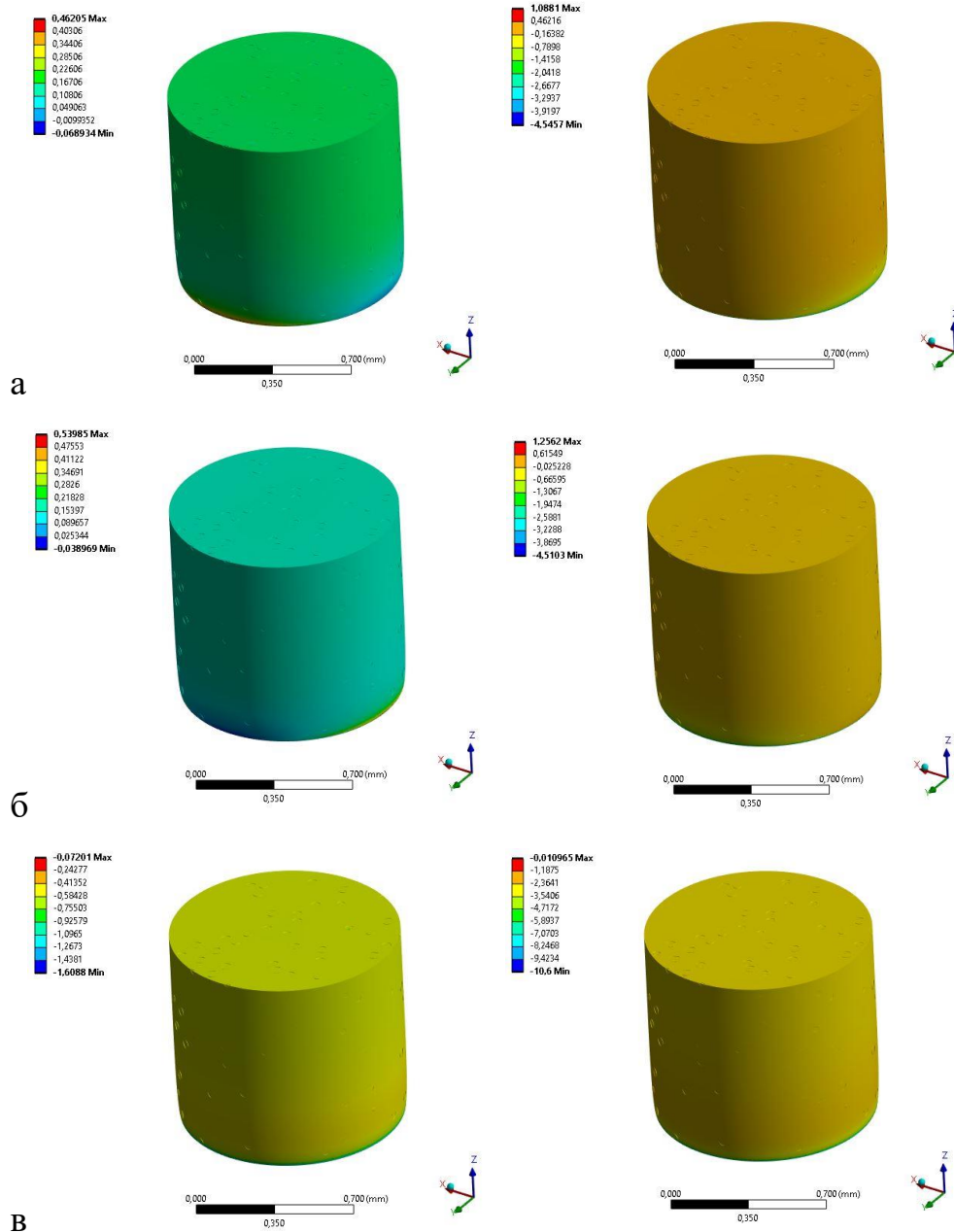


Рисунок 4.27. Результаты конечно-элементного моделирования для 5% в условии динамического нагружения, слева деформация [мм/мм] справа нормальные напряжения [МПа] (а- в направлении оси x, б- в направлении оси y, в- в направлении оси z).



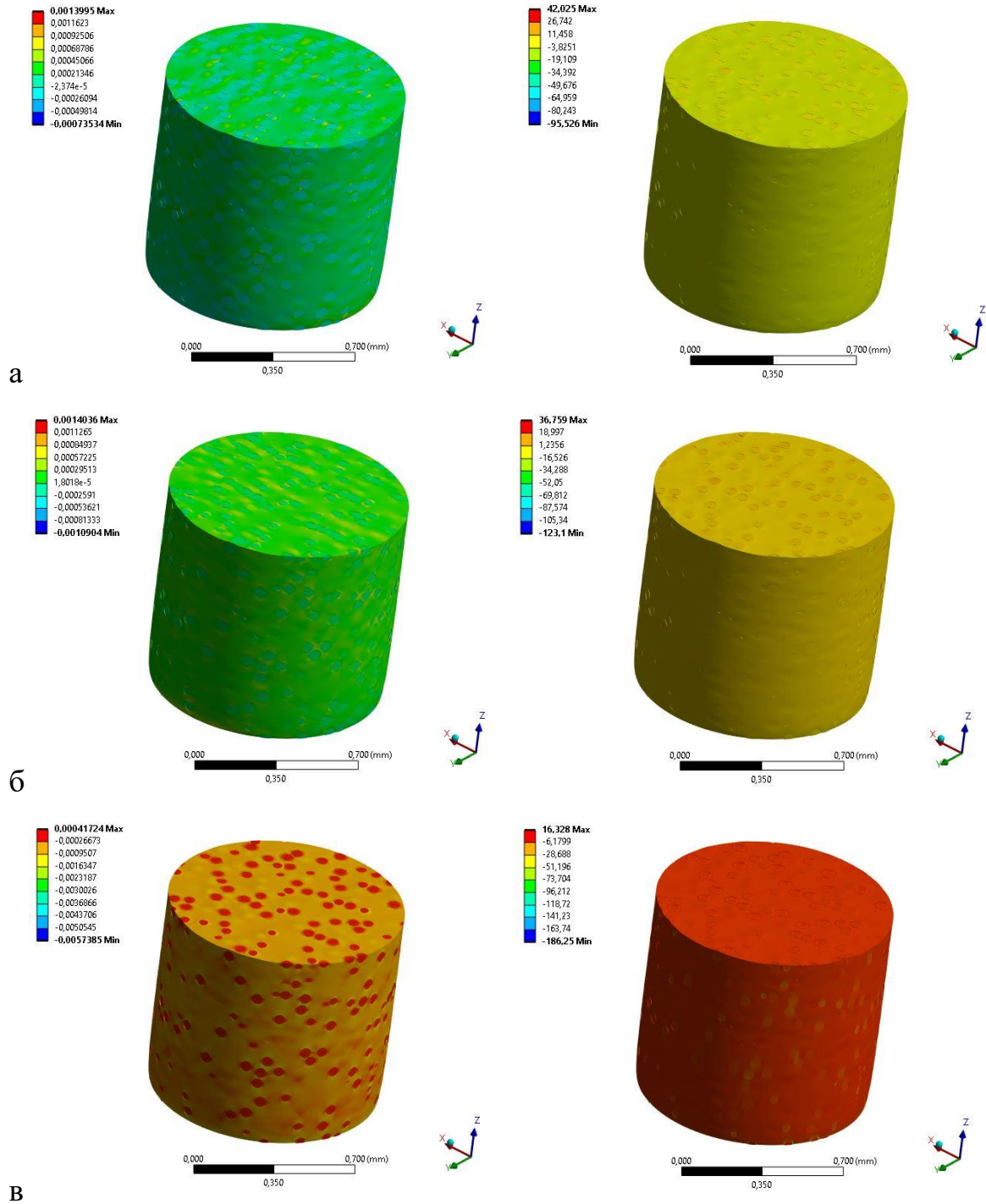


Рисунок 4.28. Результаты конечно-элементного моделирования для 10% в условии динамического нагружения, слева деформация [мм/мм] справа нормальные напряжения [МПа]

(а- в направлении оси x, б- в направлении оси y, в- в направлении оси z).

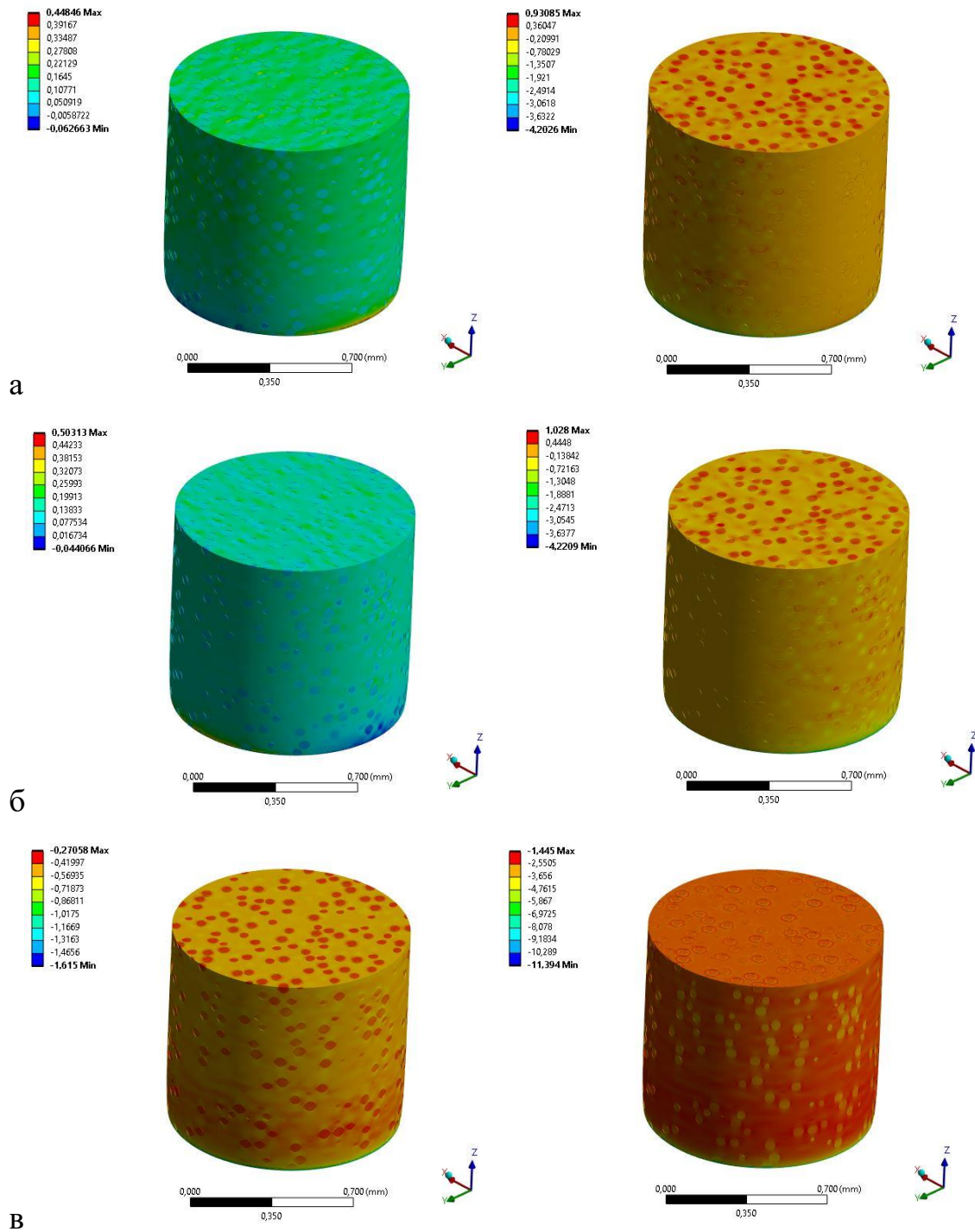


Рисунок 4.29. Результаты конечно-элементного моделирования для 15% в условии динамического нагружения, слева деформация [мм/мм] справа нормальные напряжения [МПа] (а- в направлении оси x, б- в направлении оси y, в- в направлении оси z).

Распределение напряжений на частицу располагающейся по середине образца в условии высокоскоростного нагружения дана на рисунках 4.30-4.32. Для образца с объемным содержанием 5%, на рисунке 4.31, для образца с объемным содержанием 10%, на рисунке 4.32, для образца с объемным содержанием 15%, на рисунке 4.33.

Полученные результаты позволяют сравнить с аналитическим решением получив распределение напряжений на границе включения из главы 3

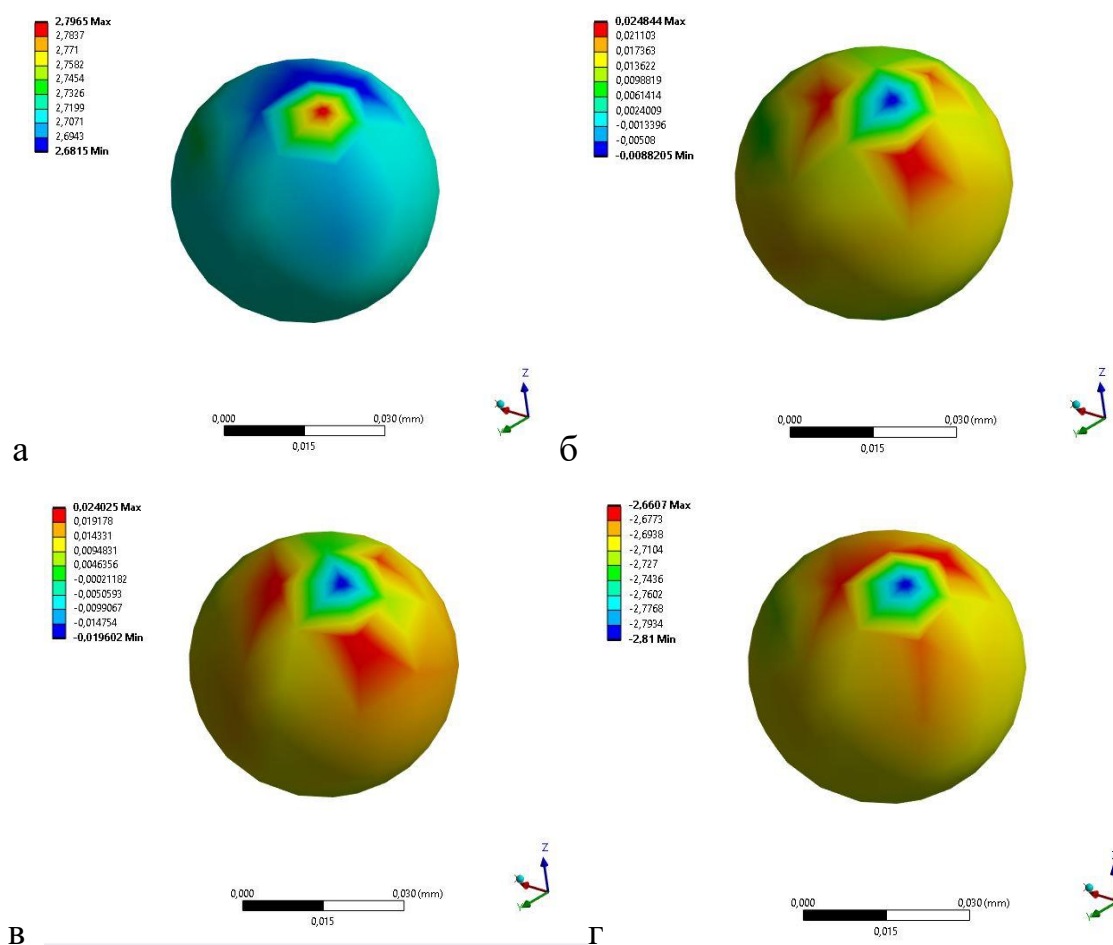


Рисунок 4.30. Результаты конечно-элементного моделирования для 5% в условии динамического нагружения (а- максимальные напряжения, б- нормальные напряжения в направлении оси x, в- нормальные напряжения в направлении оси y, г- нормальные напряжения в направлении оси z).

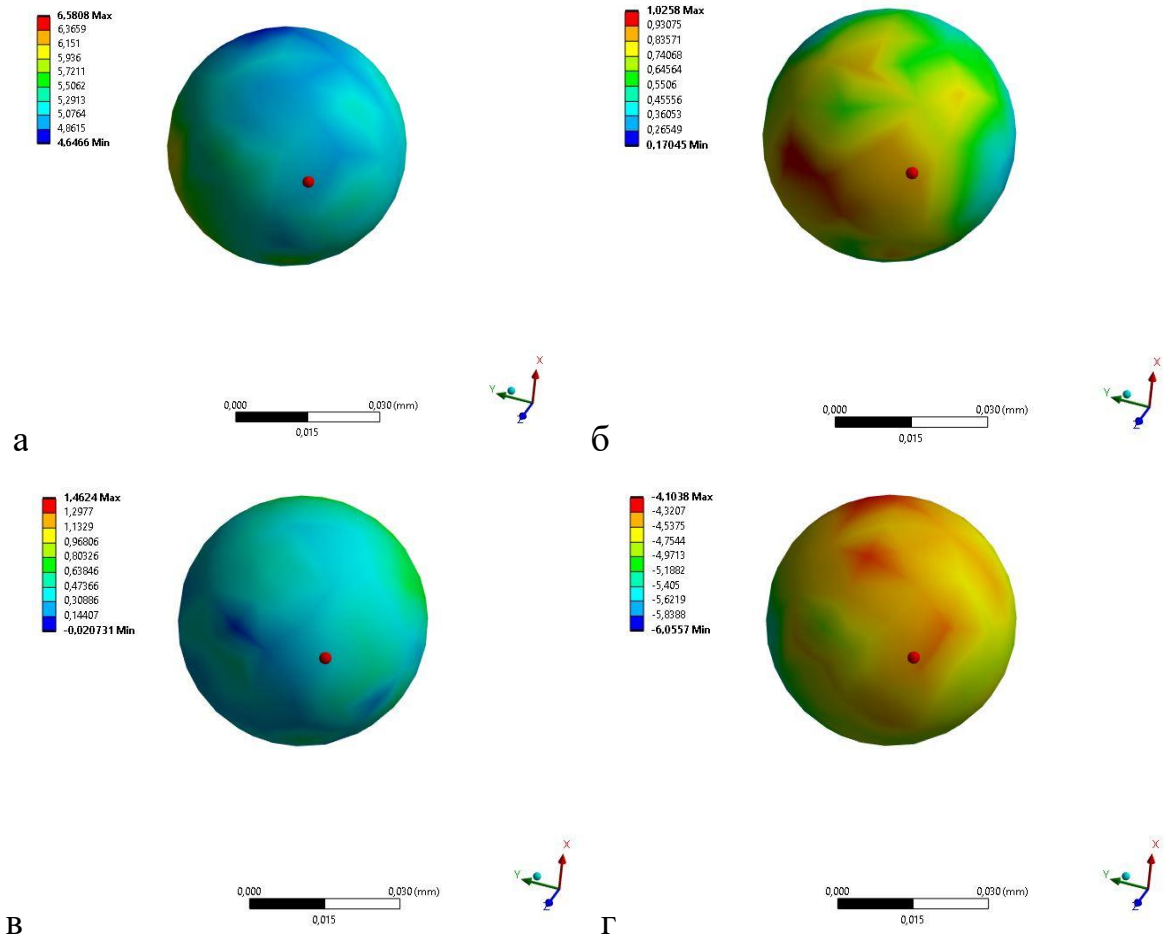


Рисунок 4.31. Результаты конечно-элементного моделирования для 10% в условии динамического нагружения (а- максимальные напряжения, б- нормальные напряжения в направлении оси x, в- нормальные напряжения в направлении оси y, г- нормальные напряжения в направлении оси z).

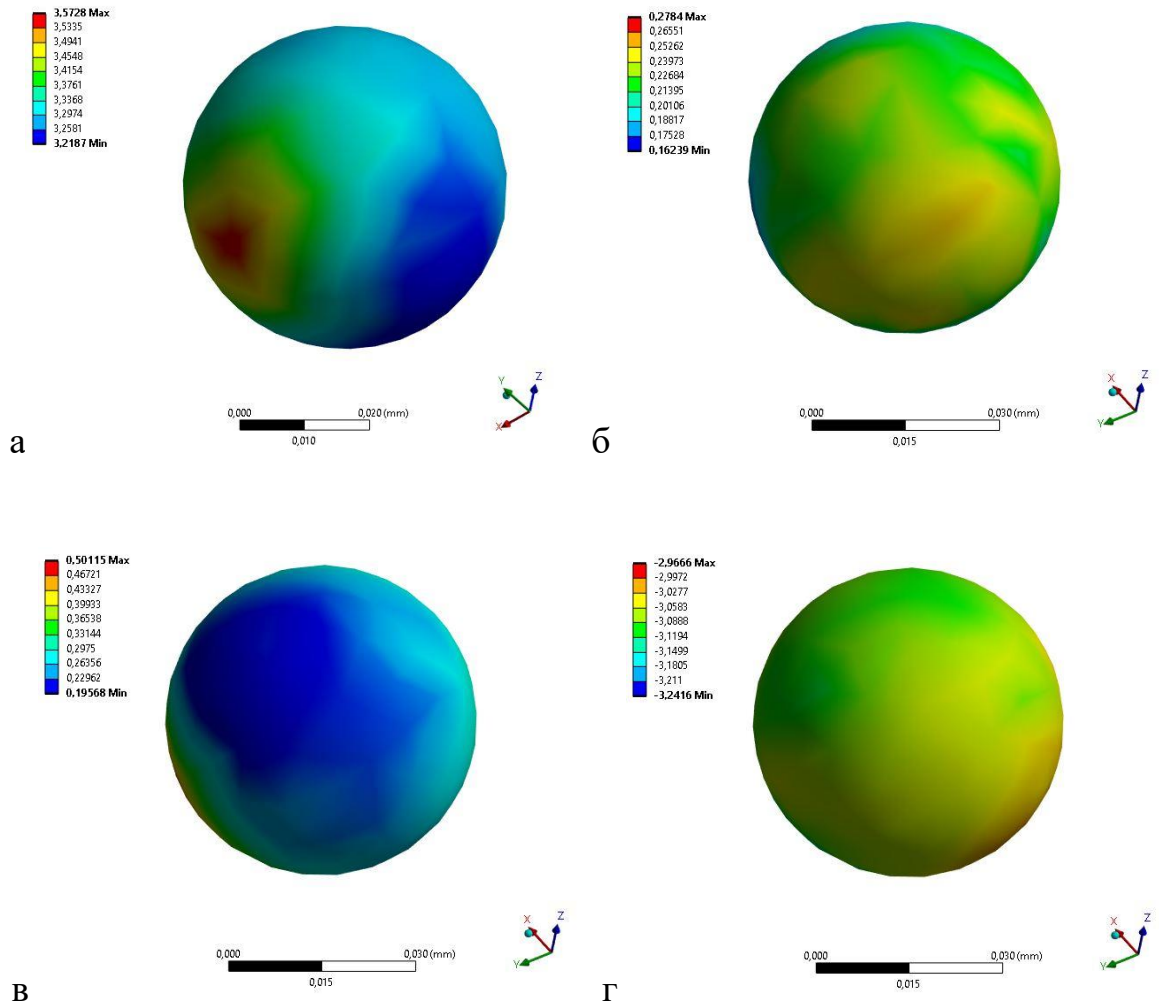


Рисунок 4.32. Результаты конечно-элементного моделирования для 15% в условии динамического нагружения (а- максимальные напряжения, б- нормальные напряжения в направлении оси x, в- нормальные напряжения в направлении оси y, г- нормальные напряжения в направлении оси z).

## Заключение

Основные результаты диссертационной работы:

1. В результате исследования были изготовлены образцы с различным содержанием включений. Проведена микроскопия и механические испытания образцов. Структурные исследования подтвердили размер включений и распределение их по объему образца. Изготовленные образцы испытывались на трехточечный изгиб. Определены физико-механические характеристики образцов с различным объемным содержанием включений. Проведенные испытания показали существенное влияние наличие включений более 15% на предел прочности и предельные деформации. Проведены высокоскоростные испытания эпоксидной смолы.
2. Результаты численного моделирования хорошо согласуются с результатами эксперимента до наличия включения равного 10%. А при увеличении объемного содержания включений начинается расхожимость результатов численного и экспериментального результата. Это по всей видимости связано с условием контакта включений и матрицы и с возможными внутренними дефектами, поэтому требует дополнительных исследований и более точного моделирования.
3. Приведена математическая постановка и аналитическое решение нестационарной задачи дифракции плоской волны давления на сферической полости в упругой среде, подкрепленной тонкой оболочкой. В результате были построены аналитические выражения для всех искомым функций, что позволяет исследовать нестационарное напряженно-деформированное состояние и перемещения как на оболочке, так и в любой точке упругой среды.



**Список использованных источников**

1. Е.Ю. Аристова, В.А. Денисова, В.С. Дрожжин, М.Д. Куваев, С.А. Куликов, Н.В. Максимова, И.В. Пикулин, Г.А. Потемкин, С.А. Редюшев, Г.Ю. Самсонов, Ю.В. Композиционные материалы с использованием полых микросфер // Скорочкин, Композиционные материалы, DOI: 10.18577/2071-9140-2018-0-1-52-57.
2. А.Н. Трофимов, Л.В. Плешков, А.В. Байков, И.В. Стогова A.N. Trofimov, L.V. Pleshkov, A.V. Baykov, I.V. Stogova. Морфология и свойства полых стеклянных микросфер. Часть 1. О размерах промышленных полых стеклянных микросфер. // Сырьё и вспомогательные материалы Пластические массы, №11-12, 2020.
3. Завод по производству Стеклянных Микросфер, <https://business-platform.ru/projects/p61125/>
4. В.Э. Самороков, Е.В. Зелинская, Использование микросфер в композиционных материалах // ВЕСТНИК ИрГТУ №9 (68) 2012.
5. Christian Augustin and Wolfgang Hunger Bach, A. Öchsner, C. Augustin (Eds.). History and Production of Hollow Spheres, // Multifunctional Metallic Hollow Sphere Struct., EM, pp. 5–30. springerlink.com Springer-Verlag Berlin Heidelberg ,2009.
6. Создание промышленного производства полых микросфер и сферопластиков для нужд гражданских и оборонных отраслей российской экономики. <https://vse-investory.ru/projects/23278-sozdanie-romyishlennogo-proizvodstva-polyih-mikrosfer-i-sferoplastik>
7. Stephen E. Amos, Baris Yalcin, Hollow glass microspheres for plastics, elastomers, and adhesives compounds // Elsevier Science, April 2015- Total pages: 292, ISBN: 9781455775507
8. Плолухин Михаил Сергеевич, Шмотьев Александр Сергеевич, Способ изготовления стеклянных микросфер, Описание изобретения к патенту, RU 2 537 946 С1

9. Юшкова Н.А., Бастратов В.М., Забродин А.Г. Исследование свойств матрицы для полимерных композиционных материалов // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2010. Т. 12. № 4(3). С. 702 - 705.
10. Бондалетова Л.И., Бондалетова В.Г., Полимерные Композиционные Материалы. Томск.: Изд-во Томского политехнического университета, 2013. –118 с.
11. Шершак П.В., Особенности национальной стандартизации методов испытаний полимерных композиционных материалов // Труды ВИАМ. 2019. № 2 (74). С. 77 - 88.
12. Малаховский С.С., Мишкин С.И. Основные тенденции получения и применения вторичных углеродных волокон (обзор) // Труды ВИАМ. 2019. № 9 (81). С. 73 - 79. DOI: 10.18577/2307-6046-2019-0-9-73-79.
13. Mittal V., Spherical and Fibrous Filler Composites. ISBN: 978-3-527-67025-3(ePDF). 2016. – 288 с.
14. Астахов М.В., Сорокина И.И. Исследование влияния наночастиц оксидов алюминия на механические свойства полимерных композиционных материалов // Известия высших учебных заведения. 2011. № 11. С. 56 – 60.
15. Jae-soon Jang. Particle Size Effect on Mechanical and Thermal Properties of SiO<sub>2</sub> Particulate Polymer Composites // University of Delaware. 2012.
16. R. S. Lakes., S. Kose., H. Bahia. Analysis of High-Volume Fraction Irregular Particulate Damping Composites // Journal of Engineering Materials and Technology. APRIL 2002. Vol.124, pp.174 -178.
17. Xianfeng Wu., Bo Tang., Jinhong Yu., Xiao Cao., Chongyin Zhang., Yonggen Lv. Preparation and Investigation of Epoxy Syntactic Foam (Epoxy/Graphite Reinforced Hollow Epoxy Macro sphere/Hollow Glass Microsphere Composite) // Fibers and Polymers. 2018. Vol.19, № 1. pp. 170 – 187.
18. G. Tagliavia., M. Porfiri., N. Gupta. Analysis of flexural properties of hollow-particle filled composites // Composites: Part B (41). 2010. pp. 86 – 93. Doi: 10.1016/j.compositesb.2009.03.004.



19. P. Jeyaprakash., A. Devaraju. Prediction of effective elastic modulus for glass microspheres loaded polymer composites // *Materials Today: Proceedings*. 2019. URL: <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2019.08.064>
20. Debasmitamishra. A study on Thermal and Dielectric Characteristics of Solid Glass Microsphere Filled Epoxy Composites // National Institute of Technology, Rourkela (India). 2014.
21. Markus K U., Tadaharu A., Kouzo O., Masahiro Higuchi., Zoltan Major. Mechanical properties of nano-silica particulate-reinforced epoxy composites considered in terms of crosslinking effect in matrix resins // *Journal of Material Science*. 2013. С.5148–5156. DOI 10.1007/s10853-013-7300-2
22. Hurang Hua., Landon Onyebuekea., Ayo Abatanb. Characterizing and Modeling Mechanical Properties of Nanocomposites // *Journal of Minerals & Materials Characterization & Engineering*. 2010. Vol. 9, № 4. pp.275-319
23. Odegard G.M., Clancy T.C., Gates T.S., Modeling of the mechanical properties of nanoparticle/polymer composites // *Polymer* .2005. № 46. С. 553–62.
24. Веттегрень В.И., Башкарев А.Я., Суслов М.А. Влияние формы частиц наполнителя на прочность полимерного композита // *Журнал технической физики*. 2007. Т. 77. Вып. 6. С.135 – 138.
25. Кенжаев Д.Р., Свойства полимерно-композиционных материалов, модифицированных с наночастицами оксалата меди (II) // *Universum: Химия и биология. электрон. научн. журн.* 2019. № 6(60). URL: <http://7universum.com/ru/nature/archive/item/7442>
26. Metin Sayer. Elastic properties and buckling load evaluation of ceramic particles filled glass/epoxy composites, *Composites Part B: Eng.* 59. 2014. pp. 12 – 20
27. M. Sanchez-Soto., P. Page., T. Lacorte., K. Bricen., F. Carrasco. Study and mechanical characterization of glass bead filled tri-functional epoxy composites // *Composites Science and Technology*, 67. 2007. pp. 1974 – 1985.

28. M. Song. Effects of volume fraction of SiC particles on mechanical properties of SiC/Al composites // *T Nonferr Metal Soc*, 19 (6).2009. pp. 1400 – 1404.
29. Жилин П.А. Прикладная механика. Основы теории оболочек. – Санкт Петербург: Издательство Политехнического университета, 2006.
30. Б.Д. Аннин, Ю.М. Волчков. Неклассические модели теории пластин и оболочек. *Прикладная механика и техническая физика*. 2016. Т. 57, N-о 5.
31. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. - Л.: Судпромгиз, 1962. 431 с.
32. Лурье А.И. Статика тонкостенных упругих оболочек. М.: Гостехиздат, 1947. 252 с.
33. Власов В.З. Общая теория оболочек и ее приложения в технике. М.: Гостехиздат, 1949. 784 с.
34. Лурье А.И. Общая теория упругих тонких оболочек. *ПММ*. 1940. 4, вып. 2. С. 7–34.
35. Новожилов В.В., Финкельштейн Р.М. О погрешности гипотез Кирхгофа–Лява в теории оболочек. *ПММ*. 1943. 7, вып. 5. С. 323–330.
36. Григолюк Э.И., Селезов И.Т. Неклассические теории колебаний стержней, пластин и оболочек. *Итоги науки и техники. Механика твердых деформируемых тел*. Т.5, М., 1973 - 272 с.
37. Григолюк Э.И., Селезов И.Т. Неклассические теории колебаний стержней, пластин и оболочек. *Итоги науки и техники. Механика твердых деформируемых тел*. Т.5, М., 1973 - 272 с.
38. Амиро И.Я., Заруцкий В.А., Поляков П.С. Ребристые цилиндрические оболочки. Ки-ев: Наук. думка, 1973. 248 с.
39. Александров А.Я., Куршин Л.М. Многослойные пластины и оболочки. *Тр. VIII Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластин*. М.: Наука, 1969.
40. Галимов К.З. Нелинейная теория тонких оболочек типа Тимошенко. *Исслед. по теор. пластин и оболочек*, 1975. Выпуск 11. – С. 92–126.

41. Новожилов В.В., Финкельштейн Р.М. О погрешности гипотез Кирхгофа–Лява в теории оболочек. ПММ. 1943. Т.7, Вып. 5. С. 323-330.
42. Koiter W.T. A consistent first approximation in the general theory of thin elastic shells. Proc. IUTAM Symp. on the theory of thin elastic shells (Delft. 1959). North- Holland Publishing Company. Amsterdam. 1960. P. 12-33.
43. А.Е.Н. Love, М.А. A treatise on the mathematical theory of elasticity. Cambridge at the university press. Vol. 1. 1892.
44. Ляв А. Математическая теория упругости. М-Л.: ОНТИ. 1935. 674.
45. Власов В.З. Общая теория оболочек и ее приложения в технике. М.: Гостехиздат. 1949. 784 с.
46. Лурье А.И. Статика тонкостенных упругих оболочек. М.: Гостехиздат, 1947. 252 с.
47. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. Л.: Судопромгиз. 1962. 432 с.
48. Новожилов В.В., Финкельштейн Р.М. О погрешности гипотез Кирхгофа–Лява в теории оболочек. ПММ. 1943. Т.7, Вып. 5. С. 323-330.
49. Гольденвейзер А.Л. Теория тонких упругих оболочек. М.: Наука. 1976. с. 512.
50. Зверьев Е.М. О соотношениях упругости в линейной теории тонких упругих оболочек. ПММ. 1970. 34. Вып. 6. С. 1136-1138.
51. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. Л.: Судопромгиз. 1962. 432 с.
52. Рогачева Н.Н. О соотношениях упругости Рейсснера-Нахди. ПММ. 1974. Вып. 6. С. 1063-1071.
53. Григолюк Э.И., Селезов И.Т. Неклассические теории колебаний стержней, пластин и оболочек. Итоги науки и техники. Механика твердых деформируемых тел. Т.5. М. 1973. 272 с
54. Bertrand Garnier, Abderrahim Boudenne, Use of hollow metallic particles for the thermal conductivity enhancement and lightening of filled polymer // Polymer Degradation and Stability, 127, (2016), С. 113-118.

55. Yan Hu, Ruo Mei, Zhen Guo, Jingjie Zhang, Silicon rubber/hollow glass microsphere composites: Influence of broken hollow glass microsphere on mechanical and thermal insulation property // *Composites Science and Technology* 79, (2013), 64–69.
56. Seyed Mohammad Hossein Hosseini, Markus Merkel, Andreas Öchsner, Influence of the joint shape on the uniaxial mechanical properties of non-homogeneous bonded perforated hollow sphere structures // *Computational Materials Science* 58 (2012) 183–187.
57. Seyed Mohammad Hossein Hosseini, Andreas Ochsner, Thomas Fiedler, Numerical investigation of the initial yield surface of perforated hollow sphere structures (PHSS) in a primitive cubic pattern // *Finite Elements in Analysis and Design* 47 (2011) 804–811.
58. Е.Ю. Аристова<sup>1</sup>, В.А. Денисова, В.С. Дрожжин, М.Д. Куваев, С.А. Куликов<sup>1</sup>, Н.В. Максимова, И.В. Пикулин, Г.А. Потемкин, С.А. Редюшев, Г.Ю. Самсонов, Ю.В. Скорочкин, Композиционные материалы с использованием полых микросфер // *Композиционные материалы*, DOI: 10.18577/2071-9140-2018-0-1-52-57.
59. B.L. Zhu, H. Zheng, J. Wang, J. Ma, J. Wu, R. Wu, Tailoring of thermal and dielectric properties of low-density polyethylene matrix composites by the volume fraction, density, and surface modification of hollow glass microsphere filler // *Composites: Part B* 58 (2014) 91–102.
60. Maurizio Porfiri, Nikhil Gupta, Effect of volume fraction and wall thickness on the elastic properties of hollow particle filled composites // *Composites: Part B* 40 (2009) 166–173.
61. А.Н. Трофимов, Л.В. Плешков, А.В. Байков, И.В. Стогова А.Н. Трофимов, Л.В. Плешков, А.В. Байков, И.В. Стогова, Морфология и свойства полых стеклянных микросфер. Часть 1. О размерах промышленных полых стеклянных микросфер // *Сырьё и вспомогательные материалы: Пластические массы*, №11-12, 2020.
62. Чан Ван Кыонг, Чалая Н. М., Осипчик В. С., Композиционные материалы на основе смеси полипропилена и полиолефинового эластомера, наполненные

полыми стеклянными микросферами // Успехи в химии и химической технологии. ТОМ XXXIV. 2020. № 7.

63. Н.С. Берденников, П.А. Додонов, А.В. Задумов, Н.Н. Исследование влияния характеристик и взаимного расположения сферических включений на напряженное состояние среды, Федонюк ФГУП «Крыловский государственный научный центр», Санкт-Петербург, Россия, Труды Крыловского государственного научного центра. Специальный выпуск 1, 2020.

64. Bertrand Garnier, Abderrahim Boudenne, Use of hollow metallic particles for the thermal conductivity enhancement and lightening of filled polymer // *Polymer Degradation and Stability* 127 (2016) 113-118.

65. Yan Hu he, Ruo Mei, Znguo, Jingjie Zhang, Silicon rubber/hollow glass microsphere composites, Influence of broken hollow glass microsphere on mechanical and thermal insulation property // *Composites Science and Technology* 79 (2013) 64–69.

66. Seyed Mohammad Hossein Hosseini, Markus Merkel, Andreas Öchsner, Influence of the joint shape on the uniaxial mechanical properties of non-homogeneous bonded perforated hollow sphere structures // *Computational Materials Science* 58 (2012) 183–187.

67. Seyed Mohammad Hossein Hosseini, Andreas Ochsner, Thomas Fiedler, Numerical investigation of the initial yield surface of perforated hollow sphere structures (PHSS) in a primitive cubic pattern // *Finite Elements in Analysis and Design* 47 (2011) 804–811.

68. Е.Ю. Аристова, В.А. Денисова, В.С. Дрожжин, М.Д. Куваев, С.А. Куликов, Н.В. Максимова, И.В. Пикулин, Г.А. Потемкин, С.А. Редюшев, Г.Ю. Самсонов, Ю.В. Скорочкин, Композиционные материалы с использованием полых микросфер // Композиционные материалы, DOI: 10.18577/2071-9140-2018-0-1-52-57.

69. B.L. Zhu, H. Zheng, J. Wang, J. Ma, J. Wu, R. Wu, Tailoring of thermal and dielectric properties of low-density polyethylene matrix composites by the volume fraction,

density and surface modification of hollow glass microsphere filler // *Composites: Part B* 58 (2014) 91–102.

70. Maurizio Porfirio, Nikhil Gupta, Effect of volume fraction and wall thickness on the elastic properties of hollow particle filled composites // *Composites: Part B* 40 (2009) 166–173.

71. А.Н. Трофимов, Л.В. Плешков, А.В. Байков, И.В. Стогова А.Н. Трофимов, Л.В. Плешков, А.В. Байков, И.В. Стогова, Морфология и свойства полых стеклянных микросфер. Часть 1. О размерах промышленных полых стеклянных микросфер // *Сырьё и вспомогательные материалы: Пластические массы*, №11-12, 2020.

72. Чан Ван Кыонг, Чалая Н. М., Осипчик В. С., Композиционные материалы на основе смеси полипропилена и полиолефинового эластомера, наполненные полыми стеклянными микросферами // *Успехи в химии и химической технологии. ТОМ XXXIV. 2020. № 7*

73. Н.С. Берденников, П.А. Додонов, А.В. Задумов, Н.Н., Исследование влияния характеристик и взаимного расположения сферических включений на напряженное состояние среды, Федонюк ФГУП «Крыловский государственный научный центр», Санкт-Петербург, Россия, Труды Крыловского государственного научного центра. Специальный выпуск 1, 2020

74. Traian Lucian Severin, Maria Poroch-Seritan, Gheorghe Gutt, *TEHNOMUS - New Technologies and Products in Machine Manufacturing Technologies* Theoretical considerations about energetical parameters of sheet metal bending on machines with rollers, January 2010. <https://www.researchgate.net/publication/236624733>

75. T. Fiedler, R. Löffler, T. Bernthaler, R. Winkler, I.V. Belova, G.E. Murch, A. Öchsner, Numerical analyses of the thermal conductivity of random hollow sphere structures // *Materials Letters* 63 (2009) 1125–1127.

76. T. Fiedler, B. Sturm, A. Öchsner, J. Gracio, G. Kühn, Modelling the mechanical behavior of adhesively bonded and sintered hollow-sphere structures // *Mechanics of Composite Materials* 42(6), November 2006,559-570. DOI:10.1007/s11029-006-0067-7

77. Shui sheng Chen, Yan Qin, Jiuqiang Song, Bo Wang, The effect of hollow glass microspheres on the properties of high-silica glass fiber fabric/liquid silicone rubber composite sheet // "Polimery" journal, Vol. 63 No. 3 (2018) DOI: [dx.doi.org/10.14314/polimery.2018.3.2](https://doi.org/10.14314/polimery.2018.3.2)

78. Mohamed Said Boutaani, Salah Madani, Kamel Fedaoui, Toufik Kanit, Evaluation of effective mechanical properties of complex multiphase materials with finite element method, U.P.B. Sci. Bull., Series D, Vol. 79, Iss. 3, 2017 ISSN 1454-2358

79. Яковлев Е.А., Мостовой А.С., Влияние различных методов физической модификации на физико-механические и физико-химические характеристики эпоксидных композитов // V Международная студенческая научная конференция, Полимерные композиционные материалы, Студенческий научный форум, 2013, [https://science\\_forum.ru/2013/article/2013008697](https://science_forum.ru/2013/article/2013008697)

80. Черняшкина Я.И., Исследование влияния полых углеродных микросфер на свойства композиции на основе эпоксидиановой смолы // Международный студенческий научный журнал. 2017. №6, С.155-155. <https://Eduherald.ru/en/article/view?id=17953>

81. Казимиренко Ю. А., Влияние структурной неоднородности полых стеклянных микросфер на физико-химические процессы формирования материалов и покрытий // Технологический аудит и резервы производства, Том-6, Номер: 7 (26), 2015, С. 20-25. DOI: 10.15587/2312-8372.2015.55479.

82. Чухланов Владимир Юрьевич, Селиванов Олег Григорьевич, Трифонова Татьяна Анатольевна, Ильина Марина Евгеньевна, Чухланова Наталия Владимировна, Физико-механические свойства сферопластиков на основе полых стеклянных микросфер и полиакрилового связующего // БУТЛЕРОВСКИЕ СООБЩЕНИЯ Учредители: ООО "Инновационно-Издательский Дом "Бутлеровское Наследие", Том-50, Номер: 6, 2017 С.141-146. ISSN: 2074-0212

83. Bailin Zhu, Jing Ma, Jian Wang, Jun Wu and Dongsheng Peng, Thermal, dielectric and compressive properties of hollow glass microsphere filled epoxy-matrix

composites // Journal of Reinforced Plastics and Composites, 2012, Volume 31, Issue 19.  
<https://doi.org/10.1177/0731684412452918>

84. Guruprasad H.L, Dr. J.N. Prakash, Influence on Mechanical Properties of Epoxy Polymer Matrix Composites reinforced with Surface Treated Woven Strand Mat E-Glass fibers // International Journal of Research in Advent Technology, Vol.6, No.8, September 2018, E-ISSN: 2321-9637

85. Sunny Bhatia, Surjit Angra, Sabah Khan, Mechanical and wear properties of epoxy matrix composite reinforced with varying ratios of solid glass microspheres // Journal of Physics Conference Series, July 2019, vol.1240. DOI:10.1088/1742-6596/1240/1/012080

86. Ignacio Gana Watkins, Miguel Prado, Mechanical Properties of Glass Microspheres // Procedia Materials Science, Volume 8, 2015, Pages 1057-1065. DOI: 10.1016/j.mspro.2015.04.168

87. Minghui Chen, Shenglong Zhu, Mingli Shen, Fuhui Wang, Yan Niu, Effect of NiCrAlY platelets inclusion on the mechanical and thermal shock properties of glass matrix composites // Materials Science and Engineering A, Volume 528, Issue 3, 25 January 2011, Pages 1360-1366. DOI: 10.1016/j.msea.2010.10.015

88. Nikhil Gupta, Balraj Singh Brar, Eyassu Woldeesenbet, Bull. Mater. Effect of filler addition on the compressive and impact properties of glass fiber reinforced epoxy, // Bulletin of Materials Science volume 24, page 219–223 (2001). DOI:10.1007/BF02710105

89. K. Elangovan, K. K. Iynesh kumar, B. Kothandaraman, Effect of glass microspheres and aluminium filler in the properties of epoxy and modified epoxy matrix composite for rapid tooling applications // International Journal of Plastics Technology 13(1), 2009, page 38-46. DOI:10.1007/s12588-009-0005-3

90. K.C. Yung, B.L. Zhu, T.M. Yue, C.S. Xie, Preparation and properties of hollow glass microsphere-filled epoxy-matrix composites // Composites Science and Technology Volume 69, Issue 2, February 2009, Pages 260-264. DOI: 10.1016/j.compscitech.2008.10.014



91. M. S. Bhagyashekar, R. M. V. G. K. Rao, Characterization of Mechanical Behavior of Metallic and Non-metallic Particulate Filled Epoxy Matrix Composites // Journal of Reinforced Plastics and Composites Volume 29, Issue 1, November 11, 20, DOI:10.1177/0731684408095034
92. Dr. Aseel Basim Abdul-Hussein, Dr. Emad Saadi AL-Hassani, Reem Alaa Mohammed, Effect of Nature Materials Powders on Mechanical and Physical Properties of Glass Fiber / Epoxy Composite // Eng. &Tech.Journal, Vol.33, Part (A), No.1,2015
93. Junjie Ding, Qiang Liu, Biao Zhang, Feng Ye, Ye Gao, Preparation and characterization of hollow glass microsphere ceramics and silica aerogel/hollow glass microsphere ceramics having low density and low thermal conductivity // Journal of Alloys and Compounds, vol 831, (2020) DOI: 10.1016/j.jallcom.2020.154737
94. Özlem Yağci, Beril Eker Gümüş & Münir Taşdemir, Thermal, structural and dynamical mechanical properties of hollow glass sphere-reinforced polypropylene composites // Polymer Bulletin, volume 78, pages 3089–3101, 2021.DOI: 10.1007/s00289-020-03257-6
95. Konrad J. Krakowiaka, Raj Gopal Nannapanenia, Amir Moshiria, Tejasree Phataka, Damian Stefaniukb, Lukasz Sadowskib, Mohammad Javad Abdolhosseini Qomic, Engineering of high specific strength and low thermal conductivity cementitious composites with hollow glass microspheres for high-temperature high-pressure applications // Cement and Concrete Composite, Volume 108, April 2020, 103514. DOI: 10.1016/j.cemconcomp.2020.103514
96. Hande ÇELEBİ, Thermal conductivity and tensile properties of hollow glass microsphere / polypropylene composites // Anadolu University Journal of Science and Technology A - Applied Sciences and Engineering. 2017, Volume: 18 Issue: 3, 746 - 753. <https://doi.org/10.18038/aubtda.323483>
97. Jianping Yang, Ling Chen, Zhiqiang He, Cong Li,4 Bo Yu, Zijie Wei, Zhiyu Zhao, and Zongxin Hao, High-Strength Hollow Glass Microsphere/Epoxy Resin Composite

Insulation Materials for Deep In-Situ Condition Preserved Coring // *Geofluids Journal*, 2022, vol-12, pages 1-10. DOI:10.1155/2022/1118434

98. Sammy He, Declan Carolan, Alexander Fergusson and Ambrose C. Taylor, Mechanical and fracture properties of epoxy syntactic foams modified with milled carbon fiber // 18th European Conference on Composite Materials (ECCM-18), Volume 1 of 8, ISBN: 978-1-5108-9693-2.

99. Z. X. Wu, R. J. Huang, X. X. Chu, C. J. Huang, J. J. Zhang<sup>1</sup> and L. F. Li, Cryogenic properties of hollow glass microsphere/epoxy composites // *AIP Conference Proceedings*, 2012, Volume 1435, Issue 1, pages 156–163. <https://doi.org/10.1063/1.4712092>

100. Чухланов Владимир Юрьевич, Селиванов Олег Григорьевич, Трифонова Татьяна Анатольевна, Ильина Марина Евгеньевна, Чухланова Наталия Владимировна, Физико-механические свойства сферопластиков на основе полых стеклянных микросфер и полиакрилового связующего // БУТЛЕРОВСКИЕ СООБЩЕНИЯ Учредители: ООО "Инновационно-издательский дом "Бутлеровское наследие", 2017. Том 50. №6. С.141-146, ISSN: 2074-0212

101. Prakaipetch Panchaipet 'ch, Nandika Anne D'Souza, Witold Brostow, Ali E. Akinay, And Jonathan Reed, Effects of Glass Fibers and Polypropylene/Glass Fiber Hybrid Fibers on the Kinetics and Mechanical Properties of Epoxy Composites // *Polymer Composites*, 2001, Volume-22, Issue1, Pages 32 – 41. DOI:10.1002/pc.10513

102. H. Saidulu, M. Manzoor Hussain, Effect of moisture on the mechanical properties of e-glass/epoxy laminates // *International Journal of Engineering Sciences & Research Technology (IJESRT)*, Vol.7, No. 1, 2018, Page. 561-564. DOI: 10.5281/zenodo.1158801

103. A. Rahaman, M. Imran and Soumen Pal, A Review on Epoxy Composites using Hollow Glass Microspheres and Nano reinforcements // *Journal of Chemical and Pharmaceutical Sciences, JCHPS Special Issue 3: 2016*, pages 23-30. ISSN: 0974-2115

104. Ruoxuan Huang, Peifeng Li, R. Huang, P. Li, Elastic behavior and failure mechanism in epoxy syntactic foams: The effect of glass microballoon volume fractions // *Composites Part B: Engineering*, Volume 78, 2015, Pages 401-408. DOI: 10.1016/j.compositesb.2015.04.002
105. Merve Ozkutlu, Cerag Dilek, Goknur Bayram, Effects of hollow glass microsphere density and surface modification on the mechanical and thermal properties of poly (methyl methacrylate) syntactic foams // *Composite Structures*, Volume 202, 2018, Pages 545-550. DOI: 10.1016/j.compstruct.2018.02.088
106. Sue Ren, Xiutao Li, Xiuju Zhang, Xiqing Xu, Xue Dong, Jiachen Liu, Haiyan Du, Anran Guo, S. Ren et al, Mechanical properties and high-temperature resistance of the hollow glass microspheres/borosilicate glass composite with different particle size) // *Journal of Alloys and Compounds*, Volume 722, 2017, Pages 321-329. DOI: 10.1016/j.jallcom.2017.06.092
107. J.Z. Liang, F.H. Li, Simulation of heat transfer in hollow-glass-bead-filled polypropylene composites by finite element method // *Polymer Testing*, Volume 26, Issue 3, 2007, Pages 419-24. DOI: 10.1016/j.polymertesting.2006.12.014
108. Самороков Виталий Эдуардович, Зелинская Елена Валентиновна, Использование микросфер в композиционных материалах // *Вестник Иркутского Государственного Технического Университета*, Номер: 9 (68), 2012 Страницы: 201-205. ISSN: 1814-3520
109. Debasmita Mishra, Lucy Mohapatra, Alok Satapathy and Amar Patnaik, Determination of Thermal Conductivity of Polymer Composites Filled with Solid Glass Beads // *International Conference on Advancement in Polymeric Materials 2011*, CIPET, Chennai.
110. Hongyu Yang, Yuping Jiang, Hongyin Liu, Daibin Xie, Chaojun Wan, Haifeng Pan, Saihua Jiang, H. Yang et al. Mechanical, thermal and fire performance of an inorganic-organic insulation material composed of hollow glass microspheres and phenolic resin //

Journal of Colloid and Interface Science 530 (2018) 163-170. DOI: 10.1016/j.jcis.2018.06.075

111. M. R. Stoudt, E. Escalante and R. E. Ricker, The Influence of Moisture and Pressure on the Mechanical Properties of a Glass-Epoxy Matrix Composite and a Graphite-Epoxy Matrix Composite // Technical Report No. 2 Cont. No. N00014-89-F-0072, Doc. No. 855.05:91-34, 1991.

112. Mfon Udo, Sunday A. Afolalu, Omolayo M. Ikumapayi, Philip Babalola, Victoria Obasa, Oluseyum Akpalikpo, Effect of particle size and weight percentage variation on the mechanical properties of periwinkle shell reinforced polymer (epoxy resin) matrix composite // International Journal of Applied Science and Engineering 2022, vol.19(3), pages1-7. DOI:10.6703/IJASE.202209\_19(3).004

113. Fatai Olufemi ARAMIDE, Isiaka Oluwole OLADELE, and Davies Oladayo FOLORUNSO, Leonardo. Evaluation of the Effect of Fiber Volume Fraction on the Mechanical Properties of a Polymer Matrix Composite Electronic // Journal of Practices and Technologies ISSN 1583-1078, Issue 14, January-June 2009 p. 134-141

114. Olawale Monsur Sanusi, Adeyinka Kofoworola Oyinlola, Jacob Olaitan Akindapo, Influence of Wood Ash on the Mechanical Properties of Polymer Matrix Composite Developed from Fiber Glass and Epoxy Resin // International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT) Vol. 2 Issue 12, 2013 IJERT ISSN: 2278-0181

115. Raghad Saad zinad, Dr. Amel Salih Merzah and Sarah Kareem Mohammed. Studying the Physical and Mechanical Properties of Porcelanite: lithium metasilicate Composite as a Dental Veneer Material // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2021, Volume 518, Issue 3. DOI:10.1088/1757-899X/518/3/032010

116. O. Daramola, O.S. Akintayo, Mechanical Properties of Epoxy Matrix Composites Reinforced with Green Silica Particles, 10 September 2018.

117. Aare Aruniita, Jaan Kersa, Jüri Majakb, Andres Krummec, and Kaspar Talla. Influence of hollow glass microspheres on the mechanical and physical properties and cost

of particle reinforced polymer composites // Proceedings of the Estonian Academy of Sciences, 2012, vol.61, Issue 3, pages 160–165 Doi: 10.3176/proc.2012.3.03

118. Золотарева В.В., Influence of nanopowders on mechanical and adhesive properties of epoxy polymers // Международный журнал гуманитарных и естественных наук. 2016, vol.1, pages 1-6. <https://sciup.org/170190240>

119. Кочергин Ю.С., Золотарева В.В., Григоренко Т.И., Влияние нанопорошка оксида алюминия на свойства эпоксидных композиционных материалов, Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова 2017, Том 2, №9, DOI: 10.12737/article\_59a93b08935688.44148112.

120. Matthew Crossan, Mechanical characterization and comparison of shear tests for continuous fiber polymer composites // (2018). Electronic Thesis and Dissertation Repository. 5408.

121. Gaurav AGARWAL, Amar PATNAIK, Rajesh Kumar SHARMA, Jyoti AGARWAL, Influence of stacking sequence on physical, mechanical and tribological properties of glass-carbon hybrid composites, Friction 2(4): 354–364 (2014) ISSN 2223-7690, Doi 10.1007/S40544-014-0068-9.

122. Yoshida S, Effect of Epoxy Functional Groups on the Properties of Carbon Fiber-Epoxy Composites // Journal of Applied Mechanical Engineering 06(04). 2017, Volume 6, Issue 4. DOI:10.4172/2168-9873.1000276.

123. Ricardo Baptistaa, Ana Mendãoa, Mafalda Guedesa, Rosa Marat-Mendesa, Ricardo Baptista et al. An experimental study on mechanical properties of epoxy-matrix composites containing graphite filler // Procedia Structural Integrity 1 (2016) 074–081.

124. Kumar D, Kiran Shahapurkar, C. Venkatesh, Muruganandhan R, Vineet Tirth, Chandru Manivannan, Ibrahim M. Alarifi, Manzoore Elahi M. Soudagar and Ahmed S. El-Shafay, Influence of Graphene Nano Fillers and Carbon Nano Tubes on the Mechanical and Thermal Properties of Hollow Glass Microsphere Epoxy Composites, Processes 2022, 10, 40. <https://doi.org/10.3390/pr10010040>.

125. Xiaolin Zhang, Man Liu, Yu Chen, Jiacheng He, Xuelin Wang, Jian Xie, Ziwei Li, Zhimin Chen, Yuheng Fu, Chuanxi Xiong, Shan Wang. Epoxy resin/hollow glass microspheres composite materials with low dielectric constant and excellent mechanical performance // Wiley Periodicals LLC. [wileyonlinelibrary.com/ /app J Appl Polym Sci. 2022;139: e52787, https://doi.org/10.1002/app.52787.](https://doi.org/10.1002/app.52787)

126. Rui Li, Guisen Fan, Peng Wang, Xiao Ouyang, Ning Ma and Hao Wei, Effects of silane coupling agent modifications of hollow glass microspheres on syntactic foams with epoxy matrix // *Polymers and Polymer Composites* 2021, Vol. 29(9S) S1191–S1203.

127. Jing Dai, Chao Peng, Shuyue Zhang, Shun Wu, Minxian Shi, and Zhixiong Huang, Hindawi. Investigation on the Mechanical and Thermal Insulation Properties of Hollow Microspheres/Phenolic Syntactic Foams // *Advances in Materials Science and Engineering* Volume 2022, Article ID 2509090, 10 pages [https://doi.org/10.1155/2022/2509090.](https://doi.org/10.1155/2022/2509090)

128. Rui Li, Guisen Fan, Xiao Ouyang, Guojun Wang and Hao Wei, Dynamic mechanical behaviors of epoxy resin/hollow polymeric microsphere composite foams under forced non-resonance and forced resonance // *Composites and Advanced Materials*, Volume 30,2021. DOI:10.1177/26349833211008195

129. V.A. Alvarez, M.E. Valdez, A. Va'zquez, V.A. Alvarez et al. Dynamic mechanical properties and interphase fiber/matrix evaluation of unidirectional glass fiber/epoxy composite // *Polymer Testing* Volume 22, Issue 6, September 2003, Pages 611-615. DOI:10.1016/S0142-9418(02)00164-2

130. Hassine Bouafif, Ahmed Koubaa, Patrick Perré, Alain Cloutier, H. Bouafif et al. Effects of fiber characteristics on the physical and mechanical properties of wood plastic composites // *Composites: Part A* 40 (2009) 1975–1981

131. Mohammad Rajaei, De-Yi Wang, Debes hattacharyya, Combined effects of ammonium polyphosphate and talc on the fire and mechanical properties of epoxy/glass fabric composites // *Composites Part B* vol.113, 2017, pages.381-390.

132. A. K. Bledzki, K. Kurek, J. Gassan, The influence of micropores on the dynamic–mechanical properties on reinforced epoxy foams // Journal Of Materials Science 33 1998, pages.3207 — 3211.

133. M. R. Sanjay, B. Yogesha, Studies on Mechanical Properties of Jute/E-Glass Fiber Reinforced Epoxy Hybrid Composites // Journal of Minerals and Materials Characterization and Engineering, Vol.4 No.1, January 2016, <https://www.scirp.org/journal/paperinformation.aspx?paperid=62739>

134. Rajlakshmi Nayak, Tarkes Dora P., Alok Satapathy, A computational and experimental investigation on thermal conductivity of particle reinforced epoxy composites // Computational Materials Science, Volume 48, Issue 3, May 2010, Pages 576-581.

135. Rabinskiy, Lev N., Non-stationary problem of the plane oblique pressure wave diffraction on thin shell in the shape of parabolic cylinder, Periódico Tchê Química. ISSN 2179-0302. (2019); vol.16 (n°32) // Periodico Tche Quimica. Volume 16, Issue 32, ISSN 2179-0302, 2019, Pages 328-337.

136. Д. Д. Плахов, Г. И. Саволайивн, Дифракция сферической звуковой волны на упругой сферической оболочке, акустический журнал, Том XXI, 1975, Вып, 5, Pages 789-796.

137. Musayev V.K., To evaluate the accuracy and reliability of numerical simulation in solving problems about the reflection and interference of non-stationary elastic stress waves, Physical and Mathematical Sciences, Advances in current natural sciences № 1, 2015, Pages 1184-1187.

138. Vasiliev V. V., Morozov E. V. Advanced Mechanics of Composite Materials and Structures. – Elsevier, 2018

139. Mechanical behavior of glass and carbon fiber reinforced composites at varying strain rates and temperatures C. Elanchezhian, B.Vijaya Ramnath, J.Hemalatha Procedia Materials Science 6 (2014) Pages 1405–1418 <https://doi.org/10.1016/j.mspro.2014.07.120>

140. Wisnom M. R. The effect of fiber waviness on the relationship between compressive and flexural strengths of unidirectional composites //Journal of composite materials. – 1994. – Т. 28. – №. 1. – С. 66-76.

141. Hsiao H. M., Daniel I. M. Effect of fiber waviness on the high-strain-rate behavior of composites //Journal of Thermoplastic Composite Materials. – 1999. –Т. 12. – №. 5. – С. 412-422.

142. Моссаковский П.А., Костырева Л.А. О новом способе экспериментального исследования материалов на динамический сдвиг при высокоскоростном деформировании. Проблемы прочности и пластичности, издательство ФГАОУ ВПО "ННГУ им. Н.И. Лобачевского" (Нижний Новгород), том 80, № 1, с. 127-135

143. Mechanical behavior of glass and carbon fiber reinforced composites at varying strain rates. R.O. Ochola, K. Marcus, G.N.Nurick, T.Franz. Composite Structures. Volume 63, Issues 3–4, February–March 2004, Pages 455-467. [https://doi.org/10.1016/S0263-8223\(03\)00194-6](https://doi.org/10.1016/S0263-8223(03)00194-6).

144. Failure analysis of quasi-isotropic CFRP laminates under high strain rate compression loading. R.M. Guedes, M. F. S. F. de Moura F.J. Ferreira. Composite Structures. Volume 84, Issue 4, August 2008, Pages 362-368.<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2007.10.001>.

145. Mechanical behavior of glass and carbon fiber reinforced composites at varying strain rates and temperatures C. Elanchezhian, B. Vijaya Ramnath, J. Hemalatha Procedia Materials Science 6 (2014) Pages 1405–1418 <https://doi.org/10.1016/j.mspro.2014.07.120>

146. High strain rate compression response of carbon/epoxy laminate composites M.V. Hosur, J. Alexander, U.K. Vaidya, S. Jeelani Composite Structures 52-2001) Pages 405-417 [https://doi.org/10.1016/S0263-8223\(01\)00031-9](https://doi.org/10.1016/S0263-8223(01)00031-9)

147. Hsiao H. M., Daniel I. M. Elastic properties of composites with fiber waviness // Composites Part A: Applied Science and Manufacturing. – 1996. – Т. 27. – №. 10. – С. 931-941.



148. Wilhelmsson D. et al. An experimental study of fiber waviness and its effects on compressive properties of unidirectional NCF composites //Composites Part A: Applied Science and Manufacturing. – 2018. – Т. 107. – С. 665-674.

149. Babaytsev, A.V., Kyaw, Ye Ko, Vakhneev, Sergey N., Zin Hein, Thant. Study of the influence of spherical inclusions on mechanical characteristics // Periodico Tche Quimica. Volume 17, Issue 35, ISSN 2179-0302, 2020, Pages 654-662.

150. Тант Зин Хейн. Взаимодействие плоской волны давления со сферической оболочкой в упругой среде // Труды МАИ. 2023. № 129.  
[URL:https://trudymai.ru/published.php?ID=173020](https://trudymai.ru/published.php?ID=173020) . DOI: 10.34759/trd-2023-129-08