Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)

На правах рукописи

Клименко Дмитрий Викторович

МЕТОДИКА РАСЧЁТА ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ В ШНЕКОЦЕНТРОБЕЖНОМ НАСОСЕ ЖРД ТРЕХМЕРНЫМ АКУСТИКО-ВИХРЕВЫМ МЕТОДОМ

Специальность 05.07.05 – Тепловые, электроракетные двигатели и энергоустановки летательных аппаратов.

Диссертация на соискание ученой степени

кандидата технических наук.

Научный руководитель доктор технических наук Тимушев Сергей Федорович

Москва – 2016г.

Содержание

Введение	4
1 Аналитический обзор проблемы численного моделирования пульсаций	
давления в насосах 1	0
1.1 Гидродинамические источники вибрации и шума ЦБН 1	3
1.2 Обзор современного состояния проблемы расчетного определения	
пульсаций давления 2	23
2 Построение методики расчета пульсаций давления 3	31
2.1 Расширение акустико-вихревого метода на трехмерную задачу	
определения пульсаций давления в шнекоцентробежном насосе	31
2.1.1 Вывод акустико-вихревого уравнения	31
2.1.2 Вывод источниковой функции 3	37
2.1.3 Вывод конечно-разностного аналога акустико-вихревого	
уравнения	38
2.2 Методика расчёта пульсаций давления в шнекоцентробежном насосе	;
трехмерным акустико-вихревым методом 4	41
3 Определение амплитуд псевдозвуковых и акустических колебаний и их	
сравнение с экспериментальными данными испытаний шнекоцентробежного	0
насоса 4	18
3.1 Расчетная область, сетка и граничные условия 4	18
3.2 Результаты численного моделирования вариантов отвода 5	52
3.2.1 Относительный расход-1.0 5	52
3.2.2 Относительный расход-0.8	55
3.3 Сравнительный анализ пульсаций давления в вариантах	
направляющего аппарата 5	58

4 Получение амплитуд акустических пульсаций давления на выходе	
шнекоцентробежного насоса для натурных условий испытания двигателей	62
4.1 Расчетная область, сетка и граничные условия	62
4.2 Результаты численного моделирования	69
4.2.1 Оценка энергетических параметров насоса на сетке второго	
уровня адаптации	74
4.2.2 Генерация пульсаций давления на частоте следования рабочих	
лопаток	77
4.2.3 Параметры вихревой моды и пульсаций давления	81
4.2.4 Расчет амплитуды пульсаций давления ЧСЛ на выходе насоса	
акустико-вихревым методом	85
4.3 Исследование влияния угла установки каналов направляющего	
аппарата на амплитуду пульсаций давления	87
Выводы и рекомендации	90
Литература	91

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы диссертации вытекает из необходимости исследования проблем повышения надежности и ресурса жидкостных ракетных двигателей (ЖРД). В этой связи повышение надежности системы подачи компонентов топлива ЖРД, прежде всего турбонасосных агрегатов (ТНА), является ключевой проблемой. Узловым элементом ТНА является основной высокооборотный шнекоцентробежный насос (ШЦБН) компонента топлива (окислителя или горючего), обеспечивающий подачу рабочей жидкости в камеру сгорания и газогенератор при высоком давлении (свыше 100 бар). Шнекоцентробежный насос является основным источником гидродинамической вибрации ЖРД. системы подачи современных вибрация центробежного Гидродинамическая насоса (ЦБН) является серьезной проблемой на пути повышения его надежности и ресурса уже на протяжении длительного времени. Первые упоминания об этой проблеме появляются в 60-х годах прошлого века в связи с разрушением крупных насосов [1, 2]. Гидродинамическая вибрация возбуждается пульсациями давления, возникающими в проточной полости насоса вследствие разных по своей природе гидродинамических причин [3, 4], которые включают вихреобразование, рециркуляцию потока, кавитацию, шаговую неравномерность параметров потока на выходе центробежного колеса. Последний фактор вызывает генерацию пульсаций давления на так называемых лопаточных частотах или на частоте следования лопаток (ЧСЛ) и ее высших гармониках и комбинационных частотах. Эти колебания давления являются неотъемлемой частью рабочего процесса центробежного насоса. В центробежных насосах они имеют высокую амплитуду вследствие особенностей формирования шаговой неоднородности потока В центробежной лопаточной решетке.

Хорошо известно, что физическая природа пульсаций давления в центробежном насосе представляет собой сложное суммарное проявление так называемого «псевдозвука» и акустических колебаний. В определении

пульсаций давления, генерируемых трехмерным вихревым течением в шнекоцентробежном насосе необходимо принимать во внимание, что неоднородное распределение параметров потока на выходе центробежного колеса генерирует акустические возмущения, которые распространяются со скоростью звука в рабочей жидкости. Псевдозвук – вихревые возмущения, которые конвектируются основным течением [5, 6]. Такие колебания называют также вихревой модой [7, 8, 9]. Псевдозвуковые колебания быстро затухают вниз по течению от ротора [10], оставляя в напорном трубопроводе только акустическую моду колебаний давления. Таким образом, определение амплитуды пульсаций давления в шнекоцентробежном насосе на ранней актуальной сложной физикостадии проектирования является И математической задачей. На двойственную природу пульсаций давления в центробежных насосах было обращено внимание еще в ранних работах Покровского [3], далее указанный подход начал развиваться в работах Тимушева и соавторов [11] применительно к двумерной постановке задачи определения пульсаций давления в центробежном насосе с безлопаточным диффузором спиральной улиткой. Течение И В современных шнекоцентробежных насосах ЖРД имеет существенный трехмерный характер, поэтому возникает необходимость в расширении области акустико-вихревых уравнений для трехмерного применения случая и методики расчета пульсаций давления с использованием построении вычислительной гидродинамики и акустики. Использование акустиковихревого метода для задач трехмерного моделирования позволит на ранних этапах проектирования оценивать уровень амплитуды пульсаций давления и динамических нагрузок, применить современные методы обеспечивая многопараметрической оптимизации, снижение гидродинамической вибрации И надежную работу двигателя при многоразовом использовании.

Целью диссертационной работы является разработка методики расчета дискретных компонент спектра пульсаций давления в шнекоцентробежном насосе ЖРД с применением трехмерного акустиковихревого метода. Для достижения поставленной цели проведено решение следующих задач:

1. Аналитический обзор проблемы гидродинамической вибрации, методов расчета амплитуд пульсаций давления, а также задачи численного моделирования пульсаций давления в центробежном насосе.

2. Распространение акустико-вихревого метода на трехмерную задачу определения пульсаций давления в шнекоцентробежном насосе.

3. Разработка методики расчета пульсаций давления в шнекоцентробежном насосе с использованием пакета прикладного программного обеспечения FlowVision.

4. Анализ экспериментальных данных модельных испытаний шнекоцентробежного насоса и сравнение расчетных амплитуд дискретных компонент спектров пульсаций давления с измеренными величинами для проверки расчетной методики.

5. Апробация методики расчета для условий натурных испытаний при определении пульсаций давления на выходе шнекоцентробежного насоса с трубчатым направляющим аппаратом

6. Численный анализ трехмерного нестационарного течения В шнекоцентробежном насосе окислителя с отводами разного конструктивного исполнения ДЛЯ определения влияния угла установки трубчатого направляющего аппарата на гидравлические потери и амплитуды пульсаций давления.

Основными методами проведения исследований в диссертационной работе являются применение трехмерного акустико-вихревого подхода в математическом описании генерации и распространения пульсаций давления в отводе шнекоцентробежного насоса, численное моделирование трехмерного нестационарного течения для определения источниковой

функции неоднородного волнового акустико-вихревого уравнения, сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными модельных испытаний для проверки методики, применение методики расчета пульсаций давления для условий натурных испытаний.

Научная новизна. В ходе работы над диссертацией получены следующие новые результаты:

– сформулированы и реализованы конечно-разностные уравнения, формулы расчета источниковой функции в неоднородном акустико-вихревом уравнении и граничные условия в трехмерной постановке для численного моделирования генерации и распространения пульсаций давления на частоте следования лопаток (ЧСЛ) и ее гармониках в отводе шнекоцентробежного насоса ТНА ЖРД;

получены распределения амплитуд дискретных компонент спектра
 ЧСЛ по длине проточной части отвода шнекоцентробежного насоса с лопаточным направляющим аппаратом (НА), которые подтверждены экспериментальными данными;

 установлена взаимосвязь между относительной амплитудой пульсаций давления и коэффициентом напора насоса.

Практическая значимость данной работы:

 разработана методика расчета амплитуд пульсаций давления ЧСЛ в отводе шнекоцентробежного насоса ТНА ЖРД, дающая возможность оценки динамической нагрузки конструкции на ранних стадиях проектирования;

 расчетным путем подтверждено существенное изменение амплитуды пульсаций давления по длине проточной части отвода шнекоцентробежного насоса;

 определена связь амплитуды пульсаций давления дискретных компонент на частоте следования лопаток с напором шнекоцентробежного насоса ТНА ЖРД;

 показано, что угол установки каналов НА, при котором реализуется минимальная амплитуда пульсаций давления, не совпадает, по углу установки, с минимумом гидравлических потерь в НА.

Реализация результатов работы. Разработанная методика реализована в пробной версии пакета прикладного программного обеспечения FlowVision.

Апробация работы.

Основные положения и результаты диссертации представлены на международных конференциях:

Клименко Д.В., Тимушев С.Ф., Фирсов В.П. Численное моделирование параметров нестационарного потока в центробежном компрессоре. Международный форум Инженерные системы-2012.

Клименко Д.В., Федосеев С.Ю., Тимушев С.Ф. Численный анализ нестационарного течения в турбомашинах криорефрижератора. Международный форум Инженерные системы-2015.

Клименко Д.В., Тимушев С.Ф. Расчет пульсаций давления в отводе шнекоцентробежного насоса акустико-вихревым методом. Научнотехническая конференция "Гидравлика" МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015.

Клименко Д.В., Тимушев С.Ф., Корчинский В.В., Лотков Н.А. Сравнительный анализ пульсаций давления в вариантах трубчатого направляющего аппарата шнекоцентробежного насоса ЖРД. Динамика и виброакустика машин: сборник докладов второй международнойнаучнотехнической конференции 15-17 сентября 2014 г. – Самара: СГАУ, 2014.– 746 с.

Клименко Д.В., Тимушев С.Ф., Корчинский В.В., Лотков Н.А. Численное исследование вариантов трубчатого направляющего аппарата. 13-

я Международная конференция «Авиация и космонавтика – 2014». 17–21 ноября 2014 года. Москва. Тезисы.–СПб.: Мастерская печати, 2014.–712с.

Достоверность результатов исследования подтверждена результатами модельных испытаний насосов на воде и натурных огневых испытаний в составе двигательной установки на сертифицированных стендах, а также численным моделированием нестационарного трехмерного течения в насосе с помощью сертифицированного пакета программного обеспечения.

На защиту вынесены:

Расширение применения акустико-вихревого метода анализа пульсаций давления на трехмерные расчеты генерации и распространения пульсаций давления в шнекоцентробежном насосе;

Трехмерные конечно-разностные аналоги акустико-вихревых уравнений и импедансных граничных условий с учетом расщепления акустической и вихревой мод;

Методика расчета пульсаций давления;

Расчетные распределения амплитуд пульсаций давления дискретных компонент ЧСЛ по длине проточной части шнекоцентробежного насоса.

АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР ПРОБЛЕМЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ В НАСОСАХ

Снижение вибрации агрегатов подачи И. прежде всего. шнекоцентробежных насосов имеет критическое значение для решения проблемы создания ЖРД многократного применения, обеспечения надежной работы жидкостных ракетных двигателей [12,13]. Исследованиям по пульсаций рабочей проблеме давления среды, вибрации И шума центробежных насосов и других турбомашин посвящено много работ [14].

Основные источники вибрации ТНА имеют механическую или возникновения. К наиболее гидродинамическую природу известным источникам механической вибрации относятся неуравновешенные силы инерции вращающихся масс, остаточный дисбаланс ротора, несоосность валов, шарикоподшипниковые опоры, механическое взаимодействие во фланцевых соединениях [15]. Идентификация источников механической вибрации и методы ее устранения подробно анализируются в отечественной зарубежной литературе, патентных исследованиях [16,17,18,19,20]. И Экспериментальные данные показывают, что интенсивность вибрации турбомашин от дисбаланса изменяется пропорционально четвертой степени скорости вращения вала, от шарикоподшипников -- 2--3 степени [21]. Под интенсивностью вибрации или пульсаций давления (шума) понимается величина, пропорциональная квадрату амплитуды вибрации, пульсаций давления.

Экспериментальные исследования виброакустических характеристик центробежных насосов, радиальных вентиляторов [22,23] показывают, что интенсивность вибрации от гидродинамических источников пропорциональна 4-6 степени скорости вращения ротора, а при наличии кавитационных процессов – 8 – 12 степени. Амплитуда пульсаций давления и вибрации также существенно зависит от режима работы турбомашины по расходу. При больших частотах вращения ротора, что является характерной

особенностью центробежных насосов ТНА ЖРД, гидродинамическая вибрация дает основной вклад в динамическое нагружение конструкции, влияя на надежность и ресурс работы.

Из сравнения амплитудно-частотных спектров вибрации центробежного насоса при нормальной работе и с закрытыми каналами рабочего колеса, как описано в работе [24], также следует вывод, что уровни вибрации в широком диапазоне средних и высоких частот определяются рабочим процессом насоса – гидродинамическими источниками вибрации.

Экспериментальные данные показывают прямую связь между пульсациями давления в проточной полости ТНА и его виброшумовыми характеристиками.

Наличие интенсивных пульсаций давления характерно для всех типов центробежных насосов и (лопаточных) турбомашин. При определенных условиях пульсации давления в проточной части центробежного насоса, например, в спиральной камере отвода, могут достигать величин, опасных для целостности конструкции.

Изучение пульсаций давления в рабочей полости насоса дает информацию о нестационарных нагрузках, действующих на элементы конструкции ТНА – лопатки направляющего аппарата и рабочего колеса, сборник центробежного При корпус отвода И насоса. измерении тензометрическими датчиками динамических напряжений на входных кромках лопаток направляющего аппарата [25] центробежного насоса было установлено, что в диапазоне расходов 0,6 -- 1,0 от его оптимального значения, величина динамических напряжений прямо пропорциональна амплитуде пульсаций давления.

На рисунке 1.1, для примера, приведены спектры пульсаций давления в полости сборника, вибрации корпуса направляющего аппарата и динамической деформации в зоне сварного соединения спирального сборника с корпусом направляющего аппарата для первой ступени модельного насоса. Видно, что во всех спектрах доминируют колебания на

частоте следования лопаток и ее второй гармонике. Таким образом, установлена прямая связь между пульсациями давления в проточной части и нестационарными нагрузками, действующими на ответственные элементы конструкции.



Рисунок 1.1.: Амплитудно-частотные спектры центробежного насоса

Следует также отметить, что уровень дискретных составляющих спектра вибрации, измеряемых в разных точках корпуса, сильно зависит от упруго-массовых характеристик конструкции насоса и ТНА в целом, когда длины волн упругих колебаний сравнимы с характерными размерами агрегата. Поэтому, чтобы сделать достаточно общие и однозначные выводы о влиянии различных конструктивных и режимных факторов на гидродинамические источники вибрации, необходимо, наряду с измерением вибрации, исследовать пульсации давления в разных точках проточной части.

1.1 Гидродинамические источники вибрации и шума ЦБН

Гидродинамическая вибрация связана с особенностями течения рабочей жидкости в проточной части ЦБН [3,26,27]: нестационарное взаимодействие потока, выходящего из рабочего колеса, с отводящим устройством ЦБН (взаимодействие ротор-статор); вихреобразование, которое может проявляться мелкомасштабной турбулентностью и крупномасштабными вихревыми структурами в форме рециркуляции, обратных токов; кавитационные явления в проточной части ЦБН.

Спектральный состав гидродинамической вибрации и пульсаций давления в центробежных насосах представлен широкополосным фоном, на фоне которого доминируют дискретные составляющие, уровень которых определяет амплитуду пульсаций давления и вибрации ЦБН, а также вибронадежность конструктивных элементов.

Колебания на частотах этих дискретных компонент могут быть особенно опасны при совпадении с собственными резонансными частотами элементов конструкции [28]. В некоторых работах вибрация на лопаточных частотах объяснялась в основном передачей на корпус нестационарных нагрузок, действующих на лопатки направляющего аппарата [29], и на основе анализа фазовых соотношений между нестационарными силами, действующими на лопатки статора даются рекомендации по выбору оптимального соотношения чисел лопаток рабочего колеса и направляющего аппарата. Такой подход часто не оправдывает себя, так как в реальной конструкции необходимо учитывать полную реакцию корпуса насоса на действие поля пульсаций давления, то есть учитывать особенности генерации и распространения пульсаций давления в объеме проточной части ЦБН. Эта проблема была подробно описана в применении к насосам пропульсивных движителей [30]. Рассмотрим особенности течения рабочей жидкости, которые приводят к генерации пульсаций давления, а также спектральный состав пульсаций давления. Пульсации давления в проточной части центробежных насосов возникают вследствие различных нестационарных гидродинамических явлений. Это определяет необходимость глубокого экспериментального и теоретического изучения нестационарной гидродинамики течения рабочей жидкости в проточной части ЦБН, учета явлений интерференции волн давления, резонансных акустических характеристик проточной части и других эффектов, которые могут способствовать усилению пульсаций давления.

Нестационарные гидродинамические явления в проточной части ЦБН, которые приводят к генерации пульсаций давления, можно подразделить на три категории. К первой категории надо отнести нестационарность, возникающую в результате так называемого взаимодействия ротор-статор. Это результат гидродинамического взаимодействия потока, выходящего из рабочего колеса с отводящим устройством ЦБН; к второй категории можно отнести вихревые явления, к третьей – кавитационные.

Первая категория нестационарных процессов является органической особенностью рабочего процесса центробежных насосов, как и любых лопаточных машин: она связана с шаговой неравномерностью потока на выходе из рабочего колеса. В результате нестационарного гидродинамического взаимодействия шаговой неоднородности потока, вращающейся вместе с рабочими лопатками, с отводящим устройством ЦБН, генерируются пульсации давления на частотах, кратных частоте вращения ротора.

Вторая категория нестационарности потока вызвана вихревой природой течения жидкости. Поскольку давление в вихре распределено неравномерно, образование, отрыв и движение вихрей в рабочей среде вызывают пульсации давления. Вихревая нестационарность существует в форме мелкомасштабной турбулентности в пограничном слое, в зонах

турбулентных следов при обтекании неподвижных элементов корпуса, направляющих лопаток и в форме крупномасштабных вихревых структур при обтекании рабочих лопаток, отводящего устройства ЦБН на нерасчетных режимах работы. К последним относятся обратные токи на входе в предвключенный шнек, рециркуляция, обратные течения на входе и выходе рабочего колеса [31,32], явления типа "вращающегося срыва" на входе рабочего колеса [33], вторичные течения в сборнике отвода, спиральной камере.

Мелкомасштабные вихри вызывают турбулентный шум, который в спектрах пульсаций давления и вибрации дает широкополосную компоненту низкой интенсивности.

Крупномасштабные вихревые структуры [34] создают высокие импульсные слабокоррелированные вибронагрузки на элементы конструкции ЦБН. В спектрах сигналов пульсаций давления и вибрации это проявляется в виде резкого возрастания широкополосной компоненты в области низких и средних частот до 500 Гц. Даже при высоких кавитационных запасах в ядрах крупных вихрей, зонах обратных токов возникает кавитация, которая, в свою очередь, усиливает пульсации давления вследствие схлопывания каверн в областях высокого давления, вызывает эрозионное разрушение рабочих лопаток и неподвижных элементов корпуса. Наличие кавитационных каверн зонах обратных течений на входе в насос создает благоприятные В возможности для возникновения низкочастотных колебаний порядка 10 Гц большой интенсивности во всей насосной системе [35,36].

Рециркуляция потока на выходе из рабочего колеса усиливает пульсации давления на лопаточной частоте из-за увеличения неравномерности потока и кавитационных явлений на входных кромках лопаток направляющего аппарата.

Третья категория нестационарных процессов в проточной части ЦБН относится к кавитационным явлениям. Кавитация возникает при недостаточном кавитационном запасе на входе насоса. Кавитационные

явления могут возникать в зонах отрывных течений, обратных токов на режимах недогрузки – на входе и выходе рабочего колеса, на перегрузочных режимах – в отводе ЦБН [37]. Кавитация является самостоятельным источником пульсаций давления и вибрации из-за колебаний и схлопывания парогазовых пузырей или каверн [38,39]. Начало кавитации в насосе сопровождается резким усилением высокочастных пульсаций давления и шума. При снижении кавитационного запаса ниже первого критического режима кавитация в межлопаточных каналах рабочего колеса усиливает колебания на лопаточных частотах вследствие возрастания неравномерности потока по шагу лопаточной решетки. Такой вывод подтверждается результатами визуальных исследований кавитирующих насосов [40] и другими экспериментальными исследованиями.

Ниже приведены характерные спектры пульсаций давления и вибрации центробежных насосов [11]. На фоне широкополосного шума (так называемого «пьедестала») выделяются дискретные компоненты пульсаций давления на частотах, кратных частоте вращения ротора.



Рисунок 1.2. Амплитудно-частотные спектры пульсаций давления в улиточном отводе (вверху) и в канале направляющего аппарата (лопаточного диффузора) ШЦБН Особо следует отметить, что частоты всех дискретных составляющих спектров кратны частоте вращения ротора.



Рисунок 1.3 Амплитудный спектр вибрации шнекоцентробежного насоса

Исследования центробежных насосов показывают, что, как правило, максимальные амплитуды в спектрах пульсаций давления и вибрации на расчетных режимах имеют дискретные составляющие на частотах следования лопаток рабочего колеса ЧСЛ или лопаточных частотах и их гармониках, определяемые формулой

$$f_{b} = k \cdot z_{1} f_{r} \tag{1.1}$$

где

 f_r -- частота вращения ротора, Гц;

 Z_1 -- число лопаток центробежного колеса, шнека;

k -- номер гармоники.

Для объяснения этой особенности и ее численного моделирования исследование течения на выходе центробежного колеса имеет принципиальное значение. Существует много экспериментальных И расчетных исследований течения рабочей среды в центробежных лопаточных машинах в стране и за рубежом. Исследования течения в центробежных вентиляторах с различной геометрией лопаток рабочего колеса освещены в публикациях [41,42]. Подробные исследования параметров потока В

компрессорах [43,44] центробежных И течения абсолютном В И относительном движении на выходе рабочего колеса [45,46,47] центробежных насосов подтверждают, что поток в межлопаточном канале и на выходе центробежного колеса можно рассматривать как две области высокоэнергетическую – «струю» и низкоэнергетическую зону – «след». Низкоэнергетическая зона с малыми скоростями и углами потока в относительном движении примыкает к нерабочей стороне лопатки Такая особенность течения задает существенную неоднородность по шагу рабочей лопаточной решетки колеса относительных и абсолютных скоростей и углов потока. На выходе рабочего колеса распределение статического давления по шагу лопаточной решетки близко к равномерному, поэтому разница в полной энергии жидкости в основном связана с динамической составляющей напора. При прохождении лопаток рабочего колеса, из-за неоднородности потока по шагу лопаточной решетки, происходит периодическое, с частотой следования рабочих лопаток, изменение давления в каналах направляющего аппарата и спиральном сборнике или в улиточном отводе для ЦБН без направляющего аппарата. Особенно резкое изменение параметров потока происходит вблизи входных кромок лопаток направляющего аппарата и на языке улитки [48,49]. Поэтому такое большое внимание уделяется выбору оптимального зазора между рабочим колесом и направляющим аппаратом или языком улитки [50,51,52].

Разделение нестационарных процессов в ЦБН на три категории является условным. Вихреобразование и кавитация в межлопаточных каналах рабочего колеса усиливают шаговую неоднородность потока и приводят к увеличению амплитуды пульсаций давления от прохождения рабочих лопаток. Рециркуляция потока на выходе рабочего колеса также усиливает проявление пульсаций давления типа ротор-статор взаимодействия, поскольку известно, что конструктивные меры, снижающие частоте следования пульсации давления на лопаток одновременно уменьшают рециркуляцию потока на выходе рабочего колеса. В свою

очередь вихреобразование и кавитация в отводе могут периодически инициироваться прохождением лопаток рабочего колеса.

На расчетном режиме работы центробежного насоса, который соответствует зоне оптимальных расходов, и при высоком кавитационном запасе на входе, указанные эффекты взаимовлияния различных категорий нестационарных процессов не являются определяющими.

Нестационарность первой категории занимает особое место в виброакустическом портрете шнекоцентробежного насоса, определяя его вибронадежность на оптимальном режиме работы. Пульсации давления ЧСЛ являются важным объектом исследования в целях снижения вибрации и пульсаций давления на дискретных компонентах спектра, повышения ресурса работы при обеспечении высоких энергетических характеристик ШЦБН.

В спектрах пульсаций давления присутствуют колебания на частоте вращения ротора. Технологические отклонения геометрических параметров центробежного колеса и шнека в окружном направлении, а также круговая несимметрия в расположении лопаток колеса относительно лопастей предвключенного шнека вызывают пульсации давления на частоте вращения ротора и ее высших гармоник. Это объясняется возникновением окружной неравномерности в распределении параметров потока на выходе из колеса с порядком круговой симметрии равным единице. Вращаясь вместе с колесом, эта неравномерность возбуждает в отводе ШЦБН пульсации давления с частотой вращения ротора.

Существенную роль в образовании неравномерности потока по шагу межлопаточного канала рабочего колеса играют Кориолисовы И центробежные силы инерции. Это приводит к нелинейному характеру взаимодействия первоначальной неравномерности потока, вызванной круговой неоднородностью параметров потока и предвключенным шнеком, с центробежном колесе. Другими неоднородным потоком В словами. неравномерность потока, вызванная обтеканием лопаток центробежного

колеса, модулируется «роторной» и "шнековой" неравномерностью. При этом в спектре появляются комбинационные составляющие с частотами

$$f_m = f_r(mz_1 \pm z_a), \ m = 1,2,3...$$
 (1.2)

где z_a -- число лопаток предвключенного шнека.

Например, в шнекоцентробежном насосе с двухрядным центробежным колесом, имеющим 7 основных и 7 дополнительных укороченных лопаток и 3-лопастным шнеком в спектрах пульсаций давления зафиксированы комбинационные частоты, кратные 4, 10, 11, 17, 18, 24 частоты вращения Учитывая ротора. ЭТОТ факт, можно целенаправленно влиять на спектральный состав пульсаций давления и вибрации центробежного насоса. Экспериментально доказано, что применение в этом насосе центробежного колеса с шестью основными лопатками вместо семи полностью устраняет дискретную составляющую 4f_r.

Возникновение комбинационных гармоник [53] может быть связано также с глобальной нестабильностью входного потока или нестационарными отрывными процессами в центробежном колесе, такими как вращающийся срыв. Комбинационные гармоники могут существенно изменить спектральный состав пульсаций давления и маскировать проявление пульсаций давления на частоте следования рабочих лопаток.

Амплитуда суммарного сигнала пульсаций давления минимальна вблизи оптимального по расходу режима работы [54,55,56,57] и возрастает при расходах, меньше или больше оптимального. Минимальный уровень пульсаций давления не обязательно точно совпадает с оптимальной точкой на энергетических характеристиках насоса. Можно говорить о диапазоне расходов (0,8 – 1,1) от оптимального значения, при которых уровень амплитуды пульсаций давления сравнительно ниже. При снижении расхода пульсации давления растут вследствие усиления отрывных течений, обратных токов на входе и выходе рабочего колеса, увеличения шаговой неравномерности потока на выходе из центробежного колеса из-за сужения зоны активного потока. Как правило, на недогрузочных режимах увеличиваются амплитуды низкочастотных составляющих спектра.

При недостаточном подпоре на всасывании на низких расходах [26,58] увеличивается вероятность возникновения низкочастотных автоколебаний гидравлического контура.

На перегрузочных режимах пульсации давления возрастают из-за отрыва потока и возникновения кавитационных явлений на лопатках направляющего аппарата или вблизи горла спирального отвода [59]. При увеличении расхода суммарный уровень пульсаций давления может также возрастать за счет повышения амплитуд дискретных составляющих на частоте следования лопаток и ее гармониках [60], а также на комбинационных частотах.

Как показывает практика, амплитуда суммарного сигнала пульсаций, вибраций и шума ЦБН растет пропорционально 2 – 3 степени скорости вращения ротора в отсутствие кавитационных и резонансных явлений.

Известно [5], что нестационарный поток генерирует акустические волны. Периодическое изменение параметров течения в отводе ЦБН не только вызывает появление нестационарных нагрузок на элементы проточной части, образует акустические колебания, но и которые распространяются в рабочей среде со скоростью звука. В высокооборотном шнекоцентробежном насосе длины акустических волн могут быть сравнимы с размерами проточной части. Поэтому при изменении скорости вращения ротора изменение амплитуды пульсаций давления будет определяться совпадением характерных частот возбуждения, кратных частоте вращения ротора с резонансными частотами проточной части агрегата.

Усиление пульсаций давления может происходить не только в результате совпадения частоты колебаний с акустической резонансной частотой трубопровода, но и из-за интерференции акустических возмущений в сборнике спиральной камере отвода и при совпадении частоты возмущений с собственными резонансными частотами рабочей полости ШЦБН.

При снижении кавитационного запаса вплоть до I критического режима [61] пульсации давления на входе и выходе насоса практически не меняются. Анализ экспериментальных данных по исследованию пульсаций давления в различных точках проточной части центробежного насоса на кавитационных режимах с опубликованными данными кавитационных испытаний насосов [62,63] и результатами визуальных исследований [64] показывает, что при уменьшении давления на входе и образовании кавитационных зон на входных кромках рабочих лопаток, усиливается шаговая неравномерность потока на выходе из рабочего колеса. Это приводит к увеличению амплитуды пульсаций давления на частоте следования лопаток в отводе насоса и напорной магистрали. Для двухъярусных колес сказанное выше относится к основным удлиненным лопаткам, параметры потока в укороченных межлопаточных каналах меняются незначительно и амплитуда пульсаций давления на частоте следования суммарного числа лопаток не меняется вплоть до II критического режима.

На рисунке 1.4(а). приведены зависимости амплитуды пульсаций давления от входного давления на оптимальном режиме работы по расходу. Там же показана кавитационная характеристика насоса. Из этих данных видно, что на режимах кавитации пульсации давления возрастают в отводящем тракте насоса, а на входе наоборот падают, что обусловлено слабой акустической проводимостью парогазовой каверны. На рисунке 1.4(b) показаны зависимости амплитуды на частоте следования основных лопаток при разных расходах рабочей жидкости в диапазоне от 0,65 до 1,15 от оптимального.

В области II критического режима амплитуды суммарного сигнала и дискретных составляющих спектра пульсаций давления на частотах, кратных частоте вращения ротора, резко возрастают в несколько раз и снижаются только при глубоком срыве насоса.



Рисунок 1.4 Пульсации давления в высокооборотном шнекоцентробежном насосе. Зависимости амплитуды суммарного сигнала (а) и амплитуды основной частоты следования рабочих лопаток на выходе из центробежного колеса (б) от давления на входе.

Пульсации давления в полости ЦБН могут быть полезным диагностическим признаком, как при диагностировании технического состояния материальной части, так и опасного режима работы, в частности кавитации. В то время как на сигнал датчика вибрации влияют механические свойства конструкции в зоне его установки, датчик пульсаций давления непосредственно отражает изменение физических параметров рабочей среды.

Проведенные экспериментальные и численные исследования в частности показали возможность диагностирования поломки рабочего колеса центробежного насоса и наступления предсрывного режима работы осевого шнекового насоса по измерениям пульсаций давления.

1.2 Обзор современного состояния проблемы расчетного определения пульсаций давления

Развитие компьютерной техники, применение кластерной технологии параллельных вычислений дает возможности на ранних этапах вариантного проектирования расчетным путем определять уровень амплитуды пульсаций давления в разных точках проточной части шнекоцентробежного насоса. Применение численного моделирования процесса генерации И распространения пульсаций давления поможет на этапе проектирования ТНА обеспечить выбор конструкции, обладающей наименьшей вибрацией при заданных энергетических параметрах, а также оценить динамические нагрузки, действующие на элементы проточной части. Построение методов пульсаций расчета амплитуд давления В проточной части шнекоцентробежного насоса требует использования адекватной физикоматематической модели этого явления.

проблемой при проектировании ЦБН является Важной выбор оптимального числа лопаток рабочего колеса z_1 и направляющего аппарата z_2 . При определенных неблагоприятных соотношениях чисел лопаток z_1/z_2 может происходить усиление колебаний на частоте следования лопаток или ее гармониках. В модели Иоффе-Панченко вибрация на частоте следования лопаток И гармониках вызывается нестационарными ee силами, действующими на лопатки направляющего аппарата. Такую нестационарную силу можно представить в виде ряда Фурье

$$P_{i} = \sum_{-\infty}^{\infty} \Phi_{k} e^{i(kz_{1}\Omega t + \varphi_{jk})}$$
(1.3)

где коэффициенты Φ_k зависят от принятой функции изменения силы во времени (плотности рабочей жидкости, эпюры скоростей потока, геометрических параметров лопаточной решетки, величины зазора между рабочим колесом и направляющим аппаратом.

При этом фазовый сдвиг для к-гармоники на ј-лопатке равен

$$\varphi_{jk} = 2\pi k \frac{z_1}{z_2} (j-1),$$

$$j = 1, 2, \dots z_2.$$
(1.4)

Оптимальное соотношение чисел лопаток выбирается таким образом, чтобы нестационарная сила и момент, полученные суммированием по всем лопаткам, были минимальными. Для этого необходимо выполнение двух неравенств для первых 3 – 4 гармоник:

$$\frac{kz_1 \pm 1}{z_2} \neq J; \frac{kz_1}{z_2} \neq J$$
(1.5)

где

k -- номер гармоники,

J -- число натурального ряда.

Этот подход можно считать корректным, когда фазовый сдвиг возмущений от разных лопаток направляющего аппарата в фиксированной точке корпуса пренебрежимо мал, то есть длины волн упругих колебаний в материале корпуса велики по сравнению с размерами корпуса насоса. В этом случае можно считать, что корпус колеблется как твердое тело. Однако здесь не учитывается такой важный фактор как пульсации давления в объеме проточной части ЦБН. Распределение амплитуды пульсаций давления, как источник колебаний в ЦБН, может иметь определенную пространственную структуру, связанную с геометрией проточной части. Как уже отмечалось ранее, аналогичные подходы используются в работах Бросса, [65] и Бергхалта [30] для анализа результирующих вибраций и шума, возникающих в насосах при взаимодействии лопастных систем ротора и статора.

Впервые расчетная модель для определения амплитуд пульсаций давления на лопаточных частотах в сборнике центробежного насоса с направляющим аппаратом была предложена Ченом [1]. Расчетная модель Чена имитирует отвод центробежного насоса с направляющим аппаратом: каналы направляющего аппарата и спиральный сборник заменяются трубками постоянного сечения.

Граничные условия на входе в каналы направляющего аппарата заданы в виде акустических возмущений давления и скорости.

$$P'_{i} = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi^{p}_{k} e^{i\left(\frac{2\pi k f_{b}}{a} + \varphi_{jk}\right)}$$

$$(1.6)$$

$$V'_{i} = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi^{v}_{k} e^{i\left(\frac{2\pi k f_{b}}{a} + \varphi_{jk}\right)}$$

$$\tag{1.7}$$



Рисунок 1.5. Расчетная модель Чена

На выходе из каналов направляющего аппарата ставится условие неразрывности течения. В начале сборника и в выходном сечении у дросселя (сечения Т и О на Рисунок 1.5) граничные условия определяются соответствующими коэффициентами отражения.

В данной работе приведено линеаризованное одномерное волновое уравнение колебаний в сборнике. Решение записано в виде прямой E^+ и обратной E волн, распространяющихся соответственно к выходному сечению и в обратную сторону. Получены формулы для определения амплитуд пульсаций давления.

$$P'_{k} = -E_{k}^{+}e^{\left(i\frac{2\pi kf_{b}}{a}+r\right)x} + E_{k}^{-}e^{-\left(i\frac{2\pi kf_{b}}{a}+r\right)x}$$
(1.8)

где

r -- коэффициент трения,

х -- расстояние от дросселя.

С учетом граничных условий, в выходном сечении у дросселя амплитуда пульсаций давления k-гармоники

$$P'_{o} = -\frac{2\delta}{1+\delta} e^{-(i\frac{2\pi\delta f_{b}}{a}+r)} l_{ro} \frac{S_{c}}{2S_{o}} V'_{c} \cdot \sum_{j=1}^{z_{2}} \left[e^{rl_{j}+i\left(\frac{2\pi\delta f_{b}}{a}l_{j}-\varphi_{jk}\right)} - \alpha e^{-rl_{j}-i\left(\frac{2\pi\delta f_{b}}{a}l_{j}+\varphi_{jk}\right)} \right]$$
(1.9)

В начальном сечении сборника

$$P'_{T} = -(\alpha - 1) \frac{S_{c}}{2S_{O}} V'_{c} \cdot \sum_{j=1}^{z_{2}} \left[e^{-rl_{j} - i\left(\frac{2\pi kf_{b}}{a}l_{j} + \varphi_{jk}\right)} \right]$$
(1.10)
26

В этих формулах

δ -- коэффициент дросселя (при полностью открытой дроссельной заслонке и полном акустическом пропускании δ=1);

V'_c -- колебательная скорость в выходном сечении межлопаточного канала направляющего аппарата;

α -- коэффициент отражения волн в начальном сечении сборника;

l_{то} и l_j -- длина от языка до дросселя и длина межлопаточного канала соответственно;

S_c и S_o -- площади поперечного сечения межлопаточного канала и дросселя соответственно;

z₂ -- количество лопаток направляющего аппарата.

Для проведения вычислений по этим формулам необходимо знать источник колебаний – величину акустических пульсаций в выходном сечении межлопаточного канала направляющего аппарата. Это является ключевой проблемой данного метода.

В качественном плане такой подход позволяет получить приближенные критерии резонанса пульсаций давления в сборнике из-за интерференции акустических волн, возникающих в разных каналах направляющего аппарата. Аналогичные результаты могут быть получены более простым путем из анализа фазовых соотношений для импульсов давления [66, 67]. Аналогичные решения были получены В. Гаврилюком.

Так называемый "резонанс обратной волны" в начальном сечении сборника наступает при

$$\frac{z_2 - z_1}{z_2} \left(1 - \frac{\pi f_r D_m}{a - U_m} \cdot \frac{z_1}{z_2 - z_1} \right) = + \frac{J}{k}$$
(1.11)

"резонанс прямой волны" будет иметь место, согласно Чену, при

$$\frac{z_2 - z_1}{z_2} \left(1 + \frac{\pi f_r D_m}{a - U_m} \cdot \frac{z_1}{z_2 - z_1} \right) = -\frac{J}{k}$$
(1.12)

где

fr -- частота вращения ротора, Гц;

D_m -- средний диаметр сборника;

U_m -- средняя скорость жидкости в сборнике;

а -- средняя скорость звука;

k -- номер гармоники;

J=...-3, -2, -1, 0, +1, +2, +3.

Отсутствие данных по источнику пульсаций давления не дает возможности учета влияния геометрии проточной части шнекоцентробежного насоса на абсолютные величины пульсаций давления.

Для определения амплитуд пульсаций давления с частотой следования лопаток в отводе ЦБН необходимо знать распределение параметров потока в относительном движении по шагу рабочего колеса на наружном диаметре.

В приближении потенциального двумерного течения идеальной жидкости такая задача решена в работах Сукупа [68, 69]. Показано, что в выходном сечении каждого рабочего канала поток состоит из активной зоны и зоны обратных токов, поэтому при прохождении рабочих лопаток относительно каналов направляющего аппарата, на входе в последние возникают пульсации расхода. Пересчет в пульсации скорости и давления выполнен некорректно. Метод имеет серьезные недостатки: во-первых, применение теории потенциального течения идеальной жидкости В центробежном колесе дает принципиально неверную картину распределения относительных скоростей по шагу рабочей решетки; во-вторых, проведено сильное упрощение математической модели генерирования пульсаций давления: амплитуда колебаний давления в насосе прямо пропорциональна амплитуде пульсаций скорости в абсолютном движении на входе в направляющий аппарат.

Определенную пользу в работе инженеров могут дать полуэмпирические зависимости [70] относительной амплитуды пульсаций давления на выходе центробежного насоса от режимных и конструктивных параметров. Такие зависимости могут иметь лишь ограниченное применение

для близких типоразмеров насосов. Кроме того они не дают информации о величине пульсаций давления, действующих на элементы проточной части насоса и не учитывают возникновение акустических резонансов в проточной части и в напорной магистрали.

В последнее две декады бурно развивались методы расчета пульсаций давления на основе решения уравнений гидродинамики. Одной из первых работ в этой области предложен метод расчета нестационарного двумерного течения в центробежном колесе и улиточном отводе насоса на основе решения осредненных уравнений Навье-Стокса k-ε И модели турбулентности [71,72]. Расчет проводится прямым методом на двух разных сетках -- для колеса и улиточного отвода. При этом передача параметров из одной области расчета в другую осуществляется с помощью техники билинейной интерполяции в зоне перекрытия конечно-разностных сеток. В этом методе не преодолено существенное затруднение с постановкой граничного условия на выходе улиточного отвода для давления: оно принято постоянным, хотя очевидно, что давление на выходе улиточного отвода испытывает колебания с частотой следования рабочих лопаток. Это не дает возможности получить правильную амплитуду пульсаций давления в выходной части улиточного отвода и коническом диффузоре ЦБН.

Другой подход с использованием уравнений Рейнольдса предложен в работе [73]. Нестационарное давление в улиточном отводе получается путем интегрирования уравнения

$$\frac{\partial p}{\partial x_i} = -\rho \left[\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{u'_i u'_j} \right) \right]$$
(1.13)

где все члены в правой части определяются экспериментально лазерноанемометрическим методом.

Аналогичный подход развивается в работе [74], где также используются данные лазеро-анемометрии, но пульсации давления вычисляются путем решения уравнения

$$\left(\frac{\partial^2}{c^2 \partial t^2} - \nabla^2\right) i^* = \operatorname{div}(\nabla \times \mathbf{v} \times v)$$
(1.14)

где

 $i^* = \int \frac{dp}{\rho} + \frac{1}{2}v^2$ -- полная энтальпия жидкости;

v -- скорость жидкости.

Основная трудность в создании метода численного моделирования пульсаций давления в шнекоцентробежном насосе связана с необходимостью построения адекватной модели процесса генерирования и рапространения колебаний давления в отводе ЦБН. Необходимо учитывать, что колебания параметров основного течения вызывают появление акустических возмущений, распространяющихся со скоростью звука в рабочей среде. В то же время возмущения основного течения распространяются со скоростью потока жидкости. Последнюю форму нестационарного движения называют "псевдозвуком" [5] или вихревой модой [75,7, 76].

На двойственный характер пульсаций давления в центробежных насосах указывал Покровский в 60-х годах прошлого века, в расчетных методах представление нестационарного течения в центробежных насосах в виде совокупности вихревой и акустических мод получило развитие в работах Тимушева с соавторами. Далее будет рассмотрено расширение акустико-вихревого метод расчета пульсаций давления для трехмерной геометрии проточной части шнекоцентробежного насоса ТНА ЖРД.

2 ПОСТРОЕНИЕ МЕТОДИКИ РАСЧЕТА ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ

2.1 Расширение акустико-вихревого метода на трехмерную задачу определения пульсаций давления в шнекоцентробежном насосе

2.1.1 Вывод акустико-вихревого уравнения

В данной работе методика расчета пульсаций давления С использованием вычислительной гидродинамики и акустики разрабатывается трехмерного потока В шнекоцентробежном для случая насосе c направляющим аппаратом и спиральным сборником.

При этом используется представление нестационарного движения сплошной сжимаемой среды как совокупности акустической и вихревой мод движения.

Физико-математическая модель генерации акустико-вихревых колебаний основана на представлениях, выдвинутых Ландау, Блохинцевым, Артамоновым [1, 2, 3] с декомпозицией граничных условий при использовании комплексного акустического импеданса [11, 77].

При разработке физико-математической модели пульсационного течения в шнекоцентробежном насосе необходимо учитывать нелинейный характер процесса генерации колебаний нестационарным потоком и акустический характер их распространения в проточной части насоса.

Приняты следующие допущения:

-поток дозвуковой;

-течение изоэнтропийное;

-вязкая диффузия не учитывается в зоне распространения колебаний;

-акустические колебания (вследствие сжимаемости среды) существенно меньше по сравнению с вихревыми колебаниями (вихревого и поступательного движения жидкости).

Вводится акустическая и вихревая моды движения рабочей жидкости, так как на основании теоремы Коши-Гельмгольца скорость движения

сжимаемой жидкости можно представить в виде векторной суммы основного поступательного и вращательного движения жидкости как несжимаемой среды (вихревой моды) и малых колебаний, обусловленных сжимаемостью (акустической моды).

В качестве основной физической причины нестационарного процесса генерирования пульсаций давления в шнекоцентробежном насосе на частотах следования рабочих лопаток рассматривается перенос вихревых возмущений, которые возникают в результате движения периодически неоднородного потока с окружной скоростью U₂ центробежного колеса относительно отводящего устройства. Такая модель генерации колебаний в «взаимодействие ротор-статор». литературе называется Затухание акустических возмущений, обусловленное вязкостью, а также тепловые здесь второстепенное значение и, для упрощения, явления имеют соответствующие члены не будут учитываться в уравнениях движения. Основные уравнения движения сжимаемой среды записываются В следующем виде:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \nabla \frac{\mathbf{V}^2}{2} - \nabla \times (\nabla \times \mathbf{V}) = -\frac{\nabla \mathbf{P}}{\rho};$$
(2.1)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla (\rho \mathbf{V}) = 0; \tag{2.2}$$

$$s = const;$$
 (2.3)

$$\mathbf{P} = 2\,\mu\,\mathbf{S} - (p + \frac{2}{3}\,\mu\,\nabla\cdot\mathbf{V})\mathbf{E}; \tag{2.4}$$

В изоэнтропическом течении приращения энтальпии, давления и плотности связаны термодинамическими соотношениями

$$di = \frac{dP}{\rho}, \, dP = a^2 d\rho; \tag{2.5}$$

где а - скорость звука в рабочей среде.

С учетом соотношений (2.5), пренебрегая вязкостью в зоне распространения возмущений, перепишем уравнения (2.1) и (2.2) в форме, удобной для дальнейших преобразований:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \nabla \frac{\mathbf{V}^2}{2} - \nabla \times (\nabla \times \mathbf{V}) = -\nabla i; \qquad (2.6)$$
$$\frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial i}{\partial t} + (\nabla i) \mathbf{V} \right) + \nabla \mathbf{V} = 0; \qquad (2.7)$$

На основании теоремы Коши-Гельмгольца нестационарную скорость жидкости можно определить в виде суммы скорости U вихревой моды (поступательного и вращательного движения абсолютно несжимаемой среды) и скорости акустического движения V_a.

Введем скалярную функцию - акустический потенциал ф. Тогда акустическая скорость

$$V_a = \nabla \varphi$$

Таким образом для скорости жидкости получаем следующее выражение:

$$\mathbf{V} = \mathbf{U} + \nabla \varphi = \mathbf{U} + V_a \,; \tag{2.9}$$

Метод разложения уравнений движения сплошной среды в форме (2.9) широко применяется в задачах аэроакустики [78] и гидродинамической устойчивости. В работе Артамонова К.И. [7], Тимушева С.Ю. [11] проведены преобразования основных уравнений движения в наиболее полном виде.

Будем рассматривать дозвуковое течение M=U/a<<1 с малыми акустическими колебаниями (V_a<<a). Запишем также следующие очевидные соотношения:

$$\nabla \mathbf{U} = \mathbf{0}, \nabla \times \mathbf{V} = \nabla \times \mathbf{U} = \boldsymbol{\zeta} ; \qquad (2.10)$$

так как

$$\nabla \times V_a \equiv \nabla \times \nabla \varphi \equiv 0 \tag{2.11}$$

Таким образом вихревые возмущения потока определяются скоростью несжимаемого течения. Подставим теперь соотношение (2.9) в уравнение (2.6). После несложных преобразований уравнение (2.6) приводится к виду

$$\frac{d\mathbf{U}}{dt} = -\nabla j + v\Delta \mathbf{U} + \nabla \boldsymbol{\varphi} \times \boldsymbol{\zeta} ; \qquad (2.12)$$

33

(2.7)

где

$$j = i + \frac{d\varphi}{dt} + \frac{1}{2} \left(\nabla\varphi\right)^2; \qquad (2.13)$$

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{U}\nabla; \qquad (2.14)$$

В уравнении (2.12) член $\nabla \phi \times \zeta$ отражает взаимодействие акустической и вихревой мод. В этом уравнении учитывается действие вязких сил, которые участвуют в формировании неоднородности распределения параметров течения по шагу лопаточной решетки рабочего колеса.

Теперь, выразив i из формулы (2.13) и подставив в уравнение (2.7), одновременно разделяя в нем скорость V на акустическую и вихревую моды, получим:

$$\frac{1}{a^2}\frac{d}{dt}\left(\frac{d\varphi}{dt} + \frac{\left(\nabla\varphi\right)^2}{2}\right) - \Delta\varphi + \frac{1}{a^2}\nabla\varphi\nabla\left(\frac{d\varphi}{dt} + \frac{\left(\nabla\varphi\right)^2}{2}\right) = \frac{1}{a^2}\left(\frac{dj}{dt} + \nabla\varphi\nabla j\right);$$
(2.15)

С учетом ранее принятых допущений можно линеаризовать уравнение (2.15) относительно φ, и оно примет вид

$$\frac{1}{a^2}\frac{d^2\varphi}{dt^2} - \Delta\varphi = \frac{1}{a^2}\frac{dj}{dt}; \qquad (2.16)$$

Из уравнений (2.15) и (2.16) видно, что нестационарное вихревое движение жидкости генерирует акустические колебания. В качестве источника акустических колебаний в неоднородном волновом акустическом

уравнении выступает в правой части уравнения член $\frac{1}{a^2} \frac{dj}{dt}$.

В то же время энергия акустической моды может частично переходить в энергию вихревого движения, что выражается членом $\nabla \phi \times \zeta$ в уравнении (2.12).

В данной модели член $\nabla \phi \times \zeta$ опускается, что существенно упрощает задачу численного решения трехмерных акустико-вихревых уравнений на компьютере.

С учетом последнего допущения и линеаризации по φ соотношения (2.12), (2.13) записываются в следующем виде:

$$\frac{d\mathbf{U}}{dt} = -\nabla j + v \,\Delta \mathbf{U} \,; \tag{2.17}$$

$$-\frac{d\varphi}{dt} = i - j \,; \tag{2.18}$$

Таким образом, уравнения (2.17 – 2.18) обеспечивают решение задачи расщепления основных уравнений движения сжимаемой жидкости на вихревую и акустическую моды. Уравнение (2.17) описывает вихревое турбулентное движение несжимаемой вязкой жидкости под действием нестационарного градиента давления $\nabla P_{\nu} = \rho_0 \nabla j$.

Продифференцируем уравнение (2.16), взяв полную производную по времени, и подставим в него выражение для $d\phi/dt$ из формулы (2.18). После несложных преобразований получаем

$$\frac{1}{a^2}\frac{d^2i}{dt^2} - \Delta i = -\Delta j ; \qquad (2.19)$$

Источниковую функцию в правой части уравнения (2.19) можно выразить через поле скоростей вихревой моды из уравнения (2.17):

$$-\Delta j = \nabla \left(\mathbf{U} \nabla \mathbf{U} \right) = \nabla \left(\nabla \left(\frac{1}{2} \mathbf{U}^2 \right) - \mathbf{U} \times \zeta \right); \tag{2.20}$$

Пренебрегая конвективными членами [Ошибка! Закладка не определена.] в производной по времени уравнения (2.19), получаем:

$$\frac{1}{a^2}\frac{\partial^2 i}{\partial t^2} - \Delta i = S; \qquad (2.21)$$

где через *S* обозначена источниковая функция, определяемая из поля скоростей несжимаемого потока

$$S = \nabla(\nabla(\frac{1}{2}U^2) - \mathbf{U} \times \zeta); \qquad (2.22)$$

Перейдем к безразмерным переменным. В качестве пространственного масштаба и характерной скорости возьмем радиус R_2 и окружную скорость u_2 на выходном диаметре центробежного колеса. Тогда безразмерные величины запишутся в следующем виде:

$$\widetilde{x} = \frac{x}{R_2}; \quad \widetilde{\mathbf{U}} = \frac{\mathbf{U}}{u_2}; \quad \widetilde{t} = \frac{t}{(2\pi R_2)/(z_1 u_2)} = t f_{b_1}; \quad \widetilde{i} = \frac{i}{u_2^2};$$
(2.23)

Введем Л -- безразмерную частоту:

$$\Lambda = \frac{R_2}{\lambda} = \frac{R_2}{a/f_{b1}} = \frac{f_{b1}R_2}{a} = \frac{u_2}{a} \frac{f_{b1}R_2}{u_2} = M \cdot St ; \qquad (2.24)$$

Как правило, в центробежных насосах $\Lambda < 0,3$, поэтому для низких гармоник амплитуд пульсаций давления ЧСЛ конвективные члены в волновом уравнении можно не учитывать:

$$\Lambda^2 \frac{\partial^2 i}{\partial \tilde{t}^2} - \Delta \tilde{i} = \tilde{S}$$
(2.25)

Для невозмущенного потока акустический потенциал $\phi=0$ и

$$\tilde{i}_o = \tilde{j}_o ; \qquad (2.26)$$

Функции *i* и *j* можно выразить через средние величины и пульсационные составляющие

$$\tilde{i} = \tilde{i}_o + h; \quad \tilde{j} = \tilde{j}_o + g; \qquad (2.27)$$

Амплитуда пульсаций давления в отводе шнекоцентробежного насоса на порядок ниже среднего давления, поэтому для колебаний энтальпии можно приближенно записать

$$h \approx \frac{(P - P_0)}{\rho_0 u_2^2} = \frac{P'}{\rho_0 u_2^2}; \qquad (2.28)$$

Аналогично для колебаний вихревой моды g

$$g \approx \frac{P_{\nu}'}{\rho_0 u_2^2};$$
 (2.29)

Учитывая соотношения (2.27) -- (2.29), можно преобразовать формулу (2.18) к виду

$$P' = P_{v}' - \rho_{0} \frac{d\varphi}{dt} = P_{v}' + P_{a}'; \qquad (2.30)$$
Последнее выражение наглядно показывает, что пульсации давления рабочей жидкости в отводе шнекоцентробежного насоса равны сумме пульсаций от нестационарного вихревого движения (как несжимаемой среды) – "псевдозвука" и акустических колебаний.

Принимая во внимание формулы (2.28) -- (2.29), из (2.25) получим уравнение первого приближения для колебаний давления

$$\Lambda^2 \frac{\partial^2 \tilde{h}}{\partial \tilde{t}^2} - \Delta \tilde{h} = \tilde{S}' \,; \tag{2.31}$$

где $\widetilde{S}' = -\Delta g$ -- нестационарная часть функции **S**.

Для упрощения записи далее знак "~" в формулах опускается, и везде, где это не оговорено особо, рассматриваются безразмерные переменные.

Решение уравнения (2.31) разделяется на две задачи – расчет нестационарного течения для модели несжимаемой среды, которое определяет источниковую функцию, и решение неоднородного волнового уравнения относительно пульсаций давления *h*. В 2015 году появилась публикация, в которой используется аналогичный подход для численного исследования пульсаций давления, возникающих в отрывных течениях в трубопроводе [79].

2.1.2 Вывод источниковой функции

Выражаем источниковую функцию через поле скоростей несжимаемого течения из формулы:

$$S = \nabla \left(\vec{U} \nabla \vec{U} \right);$$

$$S = \nabla \left| \begin{array}{c} U_x \frac{\partial U_x}{\partial x} & U_y \frac{\partial U_x}{\partial y} & U_z \frac{\partial U_x}{\partial z} \\ U_x \frac{\partial U_y}{\partial x} & U_y \frac{\partial U_y}{\partial y} & U_z \frac{\partial U_y}{\partial z} \\ U_x \frac{\partial U_z}{\partial x} & U_y \frac{\partial U_z}{\partial y} & U_z \frac{\partial U_z}{\partial z} \end{array} \right|;$$

$$(2.32)$$

$$(2.33)$$

После преобразований на основе соотношений векторной алгебры, получаем:

$$S = \left(\frac{\partial U_x}{\partial x}\right)^2 + U_x \frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} + \frac{\partial U_y}{\partial x} \cdot \frac{\partial U_x}{\partial y} + U_y \frac{\partial^2 U_x}{\partial x \partial y} + \frac{\partial U_z}{\partial x} \cdot \frac{\partial U_x}{\partial z} + U_z \frac{\partial^2 U_x}{\partial x \partial z} + \frac{\partial U_y}{\partial x \partial z} + \frac{\partial U_y}{\partial x \partial y} + \frac{\partial U_y}{\partial y \partial y} + \frac{\partial U_z}{\partial z \partial y} + \frac{\partial U_z}{\partial y \partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial z \partial y} + \frac{\partial U_z}{\partial y}$$

Учитывая уравнение неразрывности для несжимаемой среды,

$$U_{x}\frac{\partial^{2}U_{x}}{\partial x^{2}} + U_{x}\frac{\partial^{2}U_{y}}{\partial x\partial y} + U_{x}\frac{\partial^{2}U_{z}}{\partial x\partial z} = 0; \quad U_{y}\frac{\partial^{2}U_{x}}{\partial x\partial y} + U_{y}\frac{\partial^{2}U_{y}}{\partial y^{2}} + U_{y}\frac{\partial^{2}U_{z}}{\partial y\partial z} = 0;$$

$$U_{z}\frac{\partial^{2}U_{x}}{\partial z\partial x} + U_{z}\frac{\partial^{2}U_{y}}{\partial z\partial y} + U_{z}\frac{\partial^{2}U_{z}}{\partial z^{2}} = 0;$$
(2.35)

Окончательно получаем следующее выражение:

$$S = 2 \left(\frac{\partial U_y}{\partial x} \cdot \frac{\partial U_x}{\partial y} + \frac{\partial U_z}{\partial x} \cdot \frac{\partial U_x}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial y} \cdot \frac{\partial U_y}{\partial z} - \frac{\partial U_x}{\partial x} \cdot \frac{\partial U_y}{\partial y} - \frac{\partial U_x}{\partial x} \cdot \frac{\partial U_z}{\partial z} - \frac{\partial U_y}{\partial y} \cdot \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) (2.36)$$

2.1.3 Вывод конечно-разностного аналога акустико-вихревого уравнения

Запишем акустико-вихревое уравнение в декартовой системе координат:

$$\Lambda^{2} \frac{\partial^{2} h}{\partial t^{2}} - \frac{\partial^{2} h}{\partial x^{2}} - \frac{\partial^{2} h}{\partial y^{2}} - \frac{\partial^{2} h}{\partial z^{2}} = S'; \qquad (2.37)$$

Источниковая функция в правой части уравнения представляет собой нестационарную часть функции *S* (2.36).

Конечно-разностные аналоги дифференциальных уравнений в декартовой системе координат получаются интегрированием акустиковолнового уравнения по пространству и времени с введением конечных объемов.

Все поле течения покрывается прямоугольной сеткой. Каждому узлу сетки ставится в соответствие три числа (i, j, k), которые определяют порядковый номер конечного объема (ячейки) на X-, Y- и Z- координатных

осях. Границы между соседними ячейками проходят через середины шагов сетки.

Кроме того введем временную сетку с верхним индексом (m) и равномерным шагом по времени Δt , в которой каждому моменту времени соответствует номер m так, что

$$t + \Delta t = (m+1)\Delta t . \tag{2.38}$$

Рассмотрим вывод конечно-разностных уравнений для внутренних узлов сетки (ячейка 1 на рисунке 2.1). Для уравнения (2.37) используем интегральный метод [80] Проинтегрируем уравнение (2.37) по пространству и времени в пределах одной ячейки и одного шага по времени:

$$\int_{t-\frac{\Delta t}{2}}^{t+\frac{\Delta t}{2}x_2y_2z_2} \int_{z_1}^{z_2} \left(\Lambda^2 \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} - S' \right) \partial t \partial x \partial y \partial z = 0 ; \qquad (2.39)$$

здесь для внутренней ячейки 1 пределы интегрирования по объему: $x_1 = x - \frac{1}{2}\Delta x, y_1 = y - \frac{1}{2}\Delta y, z_1 = z - \frac{1}{2}\Delta z, x_2 = x + \frac{1}{2}\Delta x, y_2 = y + \frac{1}{2}\Delta y, z_2 = z - \frac{1}{2}\Delta z$ (2.40)

Будем считать, что давление, его вторая производная по времени и источниковая функция постоянны внутри объема ячейки. Тогда можно записать для каждой гармоники ЧСЛ

$$\Lambda^{2} l^{2} \int_{t-\frac{\Delta t}{2}}^{t+\frac{\Delta t}{2}} \frac{\partial^{2} h}{\partial t^{2}} \partial t \int_{x_{1}}^{x_{2}} dx \int_{y_{1}}^{y_{2}} dy \int_{z_{1}}^{z_{2}} dz - \int_{t-\frac{\Delta t}{2}}^{t+\frac{\Delta t}{2}} \left(\int_{x_{1}}^{x_{2}} \int_{y_{1}}^{y_{2}} \int_{z_{1}}^{z_{2}} \left(\frac{\partial^{2} h}{\partial x^{2}} - \frac{\partial^{2} h}{\partial y^{2}} - \frac{\partial^{2} h}{\partial z^{2}} \right) dx \, dy \, dz \, dt = 0;$$

$$(2.41)$$

С учетом формул для конечно-разностных аналогов производных

$$\int_{t-\frac{\Delta t}{2}}^{t+\frac{\Delta t}{2}} \frac{\partial^2 h}{\partial t} dt = \frac{\partial h}{\partial t} \Big|_{t-\frac{\Delta t}{2}}^{t+\frac{\Delta t}{2}} = \frac{h_{ijk}^{m+1} - h_{ijk}^m}{\Delta t} - \frac{h_{ijk}^m - h_{ijk}^{m-1}}{\Delta t} = \frac{h_{ijk}^{m+1} - 2h_{ijk}^m + h_{ijk}^{m-1}}{\Delta t};$$
(2.42)

уравнение (2.41) преобразуется к виду

$$h_{ijk}^{m+1} = 2h_{ijk}^{m} - 2h_{ijk}^{m-1} + \frac{\Delta t}{\Lambda^2 l^2 V} \Psi_c \quad ; \tag{2.43}$$

Здесь l – номер гармоники ЧСЛ, V – объем ячейки. Функция $\Psi_c(c$ -- тип ячейки) определяется выражением

$$\Psi_{c} = \int_{t-\frac{\Delta t}{2}}^{t+\frac{\Delta t}{2}} \left[\int_{y_{1}}^{y_{2}} \int_{z_{1}}^{z_{2}} \left(\frac{\partial^{2}h}{\partial x^{2}} \Big|^{x_{2}} - \frac{\partial^{2}h}{\partial x^{2}} \Big|_{x_{1}} \right) dy dz \right] dt + \int_{t-\frac{\Delta t}{2}}^{t+\frac{\Delta t}{2}} \left[\int_{z_{1}}^{z_{2}} \int_{x_{1}}^{x_{2}} \left(\frac{\partial^{2}h}{\partial y^{2}} \Big|^{y_{2}} - \frac{\partial^{2}h}{\partial y^{2}} \Big|_{y_{1}} \right) dz dx \right] dt + \int_{t-\frac{\Delta t}{2}}^{t+\frac{\Delta t}{2}} \left[\int_{x_{1}}^{y_{2}} \int_{x_{1}}^{x_{2}} \left(\frac{\partial^{2}h}{\partial y^{2}} \Big|^{z_{1}} - \frac{\partial^{2}h}{\partial z^{2}} \Big|_{z_{1}} \right) dy dx \right] dt + \int_{t-\frac{\Delta t}{2}}^{t+\frac{\Delta t}{2}} S' \partial t \int_{x_{1}}^{x_{2}} dx \int_{y_{1}}^{y_{2}} dy \int_{z_{1}}^{z_{2}} dz = 0;$$

$$(2.44)$$

и зависит от типа ячейки, т.к. x_1 , y_1 , z_1 , x_2 , y_2 , z_2 различны для разных типов ячеек.



Рисунок 2.1. Типы ячеек: 1) внутренняя, 2) стенка, 3) импедансная граница

Для внутренних ячеек типа 1 (рисунок 2.1)

$$\frac{\partial h}{\partial x}\Big|_{x_1} = \frac{h_{i+1,j,k}^m - h_{i,j,k}^m}{\Delta x} \quad \frac{\partial h}{\partial x}\Big|_{x_2} = \frac{h_{i,j,k}^m - h_{i-1,j,k}^m}{\Delta x} \qquad (2.45)$$

Для ячеек находящихся на стенке, нормальной к оси X, получаем(ячейка 2 на рисунке 2.1)

$$\frac{\partial h}{\partial x}\Big|_{x_{1}}^{x_{1}} = \frac{h_{i,j,k}^{m} - h_{i+1,j,k}^{m}}{\Delta x} \qquad \frac{\partial h}{\partial x}\Big|_{x_{2}} = 0;$$
(2.46)

а для ячеек находящихся на входной границе с нормалью n

$$\frac{\partial h}{\partial n}\Big|^{n} = -\frac{l}{Z_{l}}\left(\frac{h^{m+1} - h^{m-1}}{2\Delta t}\right) + \frac{\partial g}{\partial n} + \frac{l}{Z_{l}}\frac{\partial g}{\partial t};$$
(2.47)

Таким образом, соответствующая производная от h по нормали к граничной поверхности определяется через производную по времени и удельный комплексный акустический импеданс на данной границе для Z_l соответствующей гармоники ЧСЛ. Производные от колебаний вихревой моды известны из решения для нестационарного течения несжимаемой вязкой среды.

2.2 Методика расчёта пульсаций давления в шнекоцентробежном насосе трехмерным акустико-вихревым методом

Алгоритм решения трехмерного акустико-вихревого уравнения применительно к высокооборотному шнекоцентробежному насосу ЖРД реализован в так называемой «акустической модели» вета - версии пакета прикладного программного обеспечения FlowVision. Схема получения решения с помощью акустической модели показана на рисунке 2.2. Решение разделено на два шага. На первом шаге выполняется численное нестационарного турбулентного моделирование течения несжимаемой жидкости. На втором шаге выполняется решение волнового уравнения. Оба этапа решения проводятся в среде программного комплекса FlowVision [81].



Для численного моделирования нестационарного турбулентного течения несжимаемой жидкости (вихревой моды) используется технология «скользящих сеток». Вся область расчета подразделяется на несколько подобластей, часть из которых входит в ротор, то есть вращающуюся часть. Передача параметров потока из ротора в неподвижные области расчета (статор) производится через специальный интерфейс «скользящая поверхность», который обеспечивает интерполяцию параметров потока с учетом «виртуального» углового смещения сеток ротора и статора.

Для численного моделирования используется математическая модель несжимаемой жидкости с применением *k*-*є* модели турбулентности [81].

В модели используются уравнения Навье-Стокса (осредненные по объему ячейки конечно-разностной сетки) (2.48) с учетом уравнения неразрывности (2.49) :

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \nabla (\mathbf{V} \otimes \mathbf{V}) = -\frac{\nabla P}{\rho} + \frac{1}{\rho} \nabla ((\mu + \mu_t) (\nabla \mathbf{V} + (\nabla \mathbf{V})^T)$$
(2.48)

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0; \tag{2.49}$$

Эти уравнения дополнены соответствующими уравнениями модели турбулентности. Расчеты проведены с помощью стандартной *k-є* (*турбулентная энергия-скорость диссипации*) модели турбулентности, в которой турбулентная вязкость ^µ выражается через величины *k-є* следующим образом

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{2.50}$$

Уравнения модели турбулентности:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \nabla(\mathbf{V}k) = \frac{1}{\rho} \nabla \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right) + \frac{G}{\rho} - (\varepsilon - \varepsilon_{ini})$$
(2.51)

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla (\mathbf{V}\varepsilon) = \frac{1}{\rho} \nabla \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \nabla \varepsilon \right) + \frac{\varepsilon}{k} \left(C_1 \frac{G}{\rho} - C_2 (\varepsilon - \varepsilon_{ini}) \right)$$
(2.52)

где ε_{ini} – начальное значение турбулентной диссипации. Через *G* обозначено выражение

$$G = \mu_{eff} \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right)$$
(2.53)

Значения параметров модели турбулентности равны:

$$\sigma_k = 1; \ \sigma_{\varepsilon} = 1.3; \ C_{\mu} = 0.09; \ C_1 = 1.44; \ C_2 = 1.92$$
 (2.54)

Граничное условие для скорости жидкости в турбулентном течении на стенке задается с использованием численной аппроксимации логарифмического закона для тангенциальной компоненты скорости на стенке U, которая определяется из следующих соотношений

$$\frac{U}{U_*} = \begin{cases} y^+, & y^+ < y^+_* \\ u^+ & y^+ \ge y^+_* \end{cases}$$
(2.55)

$$U_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}, \qquad (2.56)$$

где U_* -- динамическая скорость, τ_w -- напряжение вязкого трения на стенке, кинематические параметры на границе вязкого подслоя определяются формулами:

$$u^{+} = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^{+})$$
$$y^{+} = \frac{\rho U_{*}h}{\mu}$$
(2.57)

где $\kappa = 0.41$, E = 9 и $y_*^+ \approx 11$.

Расчет выполняется для относительных величин давления, отсчитываемых от заданного опорного значения. В качестве граничного условия на входе в расчетную область устанавливается нулевое статическое давление, то есть давление, равное опорному значению. На выходе насоса объемный расход задается значением нормальной компоненты скорости в выходном сечении расчетной области. Численный метод реализован на прямоугольной сетке с локальной адаптацией и подсеточным разрешением сложной геометрии. Во всей расчетной области вводится прямоугольная сетка. Выделяются подобласти с особенностями геометрии или течения, в которых необходимо провести расчет на более мелкой, чем исходная, сетке. При этом расчетная ячейка, в которую попала выделяемая особенность, делится на 8 равных ячеек. Далее, если необходимо, ячейки делятся еще раз и так до достижения необходимой точности. Ячейки начальной сетки называются ячейками уровня 0, ячейки, получаемые измельчением уровня 0, называются ячейками уровня 1 и т.д. При генерации сетки накладывается условие, что гранями и ребрами могут граничить друг с другом только ячейки с номерами уровней, отличающимися не более, чем на единицу. Метод подсеточного разрешения геометрии предназначен для аппроксимации криволинейных границ на прямоугольной сетке. Ячейки, через которые проходит граница, расщепляются на 2, 3 и т.д. ячеек. При этом они теряют свою первоначальную форму параллелепипеда и превращаются в многогранники произвольной формы. Уравнения математической модели аппроксимируются для этих многогранников без каких-либо упрощений. В целом такой подход позволяет с достаточной степенью точности производить расчеты эффективно, используя минимальные вычислительные ресурсы. Опыт показывает, что использование такой технологии позволяет получать инженерные решения на сетках с количеством узлов в 10 раз меньше, чем традиционные методы, при соответствующем снижении процессорного времени.

Поскольку обмен данными между ротором И неподвижными подобластями выполняется помощью интерполяции С на границе подобластей – на «скользящих» поверхностях, временной шаг итерационной процедуры выбирается так, чтобы в течение одной итерации взаимное смещение подобластей не превышало минимальных размеров ячейки конечно-разностной сетки в зоне «скользящих» поверхностей. Кроме того, для обеспечения акустического расчёта шаг корректируется так, чтобы число итераций за период было нечетным. Это необходимо для корректного

применения процедуры гармонического анализа с целью определения амплитуд пульсаций давления.

В процессе расчёта определяется источниковая функция *S*,которая раскладывается в гармонический ряд по заданному количеству гармоник ЧСЛ и хранится в виде коэффициентов гармонического представления для каждой ячейки конечно-разностной сетки. Источниковая функция на скользящей поверхности имеет добавленный член в виде производной по нормали к скользящей поверхности от давления вихревой моды. Эта часть источниковой функции также хранится в виде коэффициентов гармонического представления для каждой ячейки конечно-разностной сетки на скользящих поверхностях.

После сходимости расчета нестационарного турбулентного течения для модели несжимаемой жидкости идет переход к решению акустико-вихревого уравнения. При этом становятся нерасчетными подобласти, которые не рассматриваются в акустическом расчете. Уравнения вихревой моды (Навье-Стокса) и модели турбулентности «замораживаются», то есть данные уравнения не участвуют в расчете.. Расчёт ведётся отдельно для каждой гармоники пульсаций давления.

Для всех граничных условий задаются значения акустического импеданса. При этом на стенке задается импеданс «бесконечность». Во входном и выходном сечении отвода ШЦБН граничные условия задаются с учетом комплексного удельного акустического импеданса. На входной границе также используются сохраненные с предыдущего шага данные по колебаниям давления вихревой моды (см. 2.47). В данной работе использован удельный акустический импеданс, равный единице (отсутствие отражения акустических волн). Шаг по времени акустического расчета (безразмерный в долях текущего периода колебаний) рассчитывается и фиксируется для последующего расчета исходя из требований динамической устойчивости решения.

В каждой ячейке явным методом определяются значения пульсаций давления на заданной гармонике. Для этого решаются уравнения приведенные в разделе 2.1. В ходе решения происходит гармонический анализ колебаний в каждой ячейке сетки за период основной гармоники ЧСЛ. После достижения сходимости (через 5 – 10 периодов) полученные коэффициенты гармонического представления для каждой ячейки конечноразностной сетки записываются в файл.

Вывод полученных значений производится с помощью стандартного постпроцессора FlowVision.

3 ОПРЕДЕЛЕНИЕ АМПЛИТУД ПСЕВДОЗВУКОВЫХ И АКУСТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ И ИХ СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ ИСПЫТАНИЙ ШНЕКОЦЕНТРОБЕЖНОГО НАСОСА

3.1 Расчетная область, сетка и граничные условия

Расчетная область в математическом пространстве состоит из ряда подобластей (рисунок 3.1): подвода, ротора, отвода, которые виртуально объединяются через скользящие поверхности и граничные условия, расположенные на входе и выходе шнекоцентробежного колеса, на ответных поверхностях подобластей подвода и отвода.



Рисунок 3.1 Расчетные подобласти

На рисунке 3.2 изображена изометрическая проекция расчетной области, Данная геометрия адекватно отражает реальные условия течения рабочей жидкости, учитывая гидродинамическое взаимодействие всех

элементов проточной части, включая направляющие ребра в подводе, вращающуюся лопаточную систему ротора с трехзаходным предвключенным шнеком и центробежным колесом, имеющим дополнительные укороченные лопатки (семь основных и семь укороченных лопаток), а также направляющий аппарат, включающий двенадцать лопаток.



Рисунок 3.1 Вид расчетной области в изометрии

Численное моделирование проводилось нестационарным итерационным методом от нулевых начальных условий. Для выхода на стационарный режим течения требуется семь полных оборотов центробежного колеса. Стационарный режим работы достигается, для расчетной сетки, при минимальной адаптации первого уровня с целью экономии процессорного времени и ресурсов. В качестве начальных условий в области жидкого объема задаются нулевые значения скорости и давления. Сходимость численного решения контролируется по напору насоса.

При расчётах использовалась сетка с третьим уровнем адаптации (приведена на рисунках 3.3 и 3.4). Она содержит свыше 334000 расчетных ячеек, временной шаг нестационарных расчетов составляет 0.000015 с физического времени (т.е. времени процесса).



Рисунок 3.3 Расчетная сетка в меридиональной проекции



Рисунок 3.4 Расчетная сетка на виде в плане

В качестве граничного условия на входе в расчетную область устанавливается нулевое статическое давление, то есть давление, равное опорному значению, которое принято равным 101000 Па.

На выходе насоса объемный расход задается значением нормальной компоненты скорости в выходном сечении расчетной области.

Расчеты проводятся для режимов, соответствующих модельным испытаниям. В качестве рабочей жидкости используется вода. Обороты составляют 7030 об/мин.

Проведено два расчёта: в одном расход составляет 868.5 кг/с, что соответствует номинальному расходу. Во втором 654.4 кг/с что соответствует 0.8 от номинального расхода.

В процессе расчётов проведено определение амплитуд пульсаций давления в плоскости проходящей через каналы направляющего аппарата (рисунок 3.5).



Рисунок 3.5 Расположение плоскости фиксации пульсаций давления (показана красной линией)

На этой плоскости взяты шесть точек. Их расположение показано на рисунке 3.6.



Рисунок 3.6 Точки фиксации пульсаций давления

Точки 1 и 2 расположены в каналах направляющего аппарата (на входе и выходе в канал соответственно). Точки 3, 4 и 5 расположены в спиральном сборнике, а точка 6 расположена на выходе из расчётной области. Положение точек соответствует положению датчиков датчиков пульсаций давления в эксперименте.

3.2 Результаты численного моделирования вариантов отвода

3.2.1 Относительный расход-1.0

Характер сходимости численного решения по напору в процессе расчета (в зависимости от физического времени) показан на рисунке 3.7.



Рисунок 3.7 Изменение напора насоса от физического времени.

Значение напора колеблется около значения 11700 Дж/кг, что соответствует напору полученному в эксперименте.

После достижения сходимости по напору, проведен акустический расчёт. На рисунке 3.8 представлено сравнение амплитуд пульсаций давления на 1-ой гармонике частоты следования лопаток.





На этом и последующих рисунках амплитуда дана в децибелах. В качестве опорной величины пульсаций давления используется 1 мбар. Для первой гармоники частоты следования лопаток разница между расчётными и экспериментальными значениями составляет менее 1 дБ. Амплитуда в каналах направляюшего аппарата составляет 2.5 % от коэффициента напора насоса, а на выходе из колеса – 0.2%.

На рисунке 3.9 показаны амплитуды пульсаций давления на 2-ой гармонике лопаточной частоты.



Рисунок 3.9. Амплитуды пульсаций давления на 2-ой гармонике лопаточной частоты при относительном расходе 1.

В целом амплитуды, полученные расчётным путём, качественно согласуются с экспериментальными данными. Отклонение не превышает 5 дБ. Во всех точках, кроме точки 3, расчётная амплитуда завышена относительно экспериментальных данных. Отклонение в точке 3, возможно, связано с особенностями установки датчика: данный датчик повернут на 90 градусов к плоскости установки остальных датчиков, и мембрана датчика испытывает действие динамического напора от неоднородного потока, обтекающего лопатку и язык улитки. Это подтверждается и тем фактом, что

в аналогичных испытаниях этого же насоса с «торовым» отводом такого высокого уровня амплитуды не зафиксировано. Общее расхождение расчётных и экспериментальных значений амплитуд в основном связано с двумя факторами. Во-первых, Погрешность системы измерения пульсаций давления при модельных испытаниях, включая спектральный анализ, составляет в среднем 30 – 40% по амплитуде дискретных составляющих спектра. Во-вторых, в расчете, осреднение источниковой функции акустиковихревого уравнения производится в течение одного периода прохождения основных лопаток рабочего колеса. Это обусловлено особенностями программного обеспечения. Из-за использования 32-х битной архитектуры программа не может адресовать более 3 Гб оперативной памяти, что делает невозможным запись данных об источниковой функции для каждой ячейки за большой интервал времени (например, за период оборота рабочего колеса). Данное обстоятельство будет устранено в окончательной версии программы, которая создается на базе ПО FlowVision 3 для параллельных вычислений.

3.2.2 Относительный расход-0.8

Характер сходимости численного решения по напору во втором расчете показан на рисунке 3.10.



Рисунок 3.10. Изменение напора насоса от физического времени.

Значение напора колеблется в районе значения 11500 Дж/кг, что ниже напора, полученного в эксперименте на 4%.

Как и в первом случае, после сходимости расчёта по напору, получены амплитуды пульсаций давления в лопаточном направляющем аппарате и спиральном сборнике.

На рисунке 3.11 показано сравнение амплитуд пульсаций давления на частоте следования основных лопаток рабочего колеса (первой гармонике ЧСЛ). Для пониженного расхода разница между расчётными И экспериментальными значениями получена больше, чем на номинальном расходе. На режимах низких подач, усиливаются вихревые явления, возможно наличие обратных токов, которые вызывают пульсации давления частотах. Низкочастотные колебания параметров на низких потока усиливают такой фактор погрешности, как недостаточное осреднение источниковой функции акустико-вихревого уравнения.



Рисунок 3.11. Амплитуды пульсаций давления на первой гармонике ЧСЛ при относительном расходе 0.8.

Несмотря на этот фактор, полученные данные качественно согласуются с экспериментом, отклонения не превышают 5 дБ. Амплитуда пульсаций давления увеличивается и составляет 3.1% от коэффициента напора в каналах направляющего аппарата и 0.7% на выходе из насоса.

На рисунке 3.12 показано сравнение амплитуд пульсаций давления на второй гармонике ЧСЛ.



Рисунок 3.12. Амплитуды пульсаций давления на второй гармонике ЧСЛ при относительном расходе 0.8.

Полученные данные качественно согласуются с экспериментом. Отклонение в большинстве точек не превышает 4.5 дБ. Только в точке расположенной в начале спирального сборника, отклонение составляет 8 дБ. Как указано выше, эта погрешность связана с особенностью установки датчика пульсаций давления в эксперименте.

3.3 Сравнительный анализ пульсаций давления в вариантах направляющего аппарата.

Проведен расчёт нестационарного течения в шнекоцентробежном насосе с двумя вариантами направляющего аппарата: классического лопаточного направляющего аппарата и канального направляющего аппарата с круглым сечением каналов. На рисунке 3.13 показана геометрия входной части отвода направляющего аппарата, которая в значительной степени влияет на амплитуду пульсаций давления и вибрации насоса на частоте следования рабочих лопаток и ее высших гармониках.



Рисунок 3.13. Геометрия входного участка направляющего аппарата

Трубчатый направляющий аппарат формирует на входном участке эллиптическую входную кромку, которая способствует «сглаживанию» генерируемого импульса давления при прохождении лопаток центробежного колеса.

Расчёты проведены для натурных условий. В качестве рабочего тела используется жидкий кислород. Частота вращения составляет 13200 об/мин. Подача составляет 1730 кг/с, что соответствует номинальному расходу. В остальном параметры расчета (постановка граничных условий, размеры и

уровень адаптации сетки) оставлены такими же, как и для предыдущих расчётов.

В ходе вычислительных экспериментов проведён расчетный анализ для подтверждения характеристик трубчатого направляющего аппарата. путем сравнения потерь энергии и пульсаций давления в каналах направляющего аппарата. В таблице 3.1 приведены данные сравнения потерь полного давления для лопаточного направляющего аппарата (прямоугольный канал) и для трубчатого направляющего аппарата (круглый канал).

Таблица 3.1. Потери полного давления в различных вариантах конструкций направляющего аппарата

Вариант отвода (форма сечения)	Потери полного
	давления, Па
Лопаточный НА (прямоугольная)	8,31E+06
Трубчатый НА (круглая)	6,88E+06

Анализ потерь энергии в исследованных направляющих аппаратах что наименьшие потери полного давления – 6,88 МПа показывает, трубчатом направляющем В достигаются В аппарате. лопаточном направляющем аппарате (прямоугольное сечение) потери выше на 0,143 MПа.

При расчётах фиксируются пульсации давления в каналах направляющего аппарата. На рисунках 3.14 и 3.15 приведены расчетные значения (Р') и амплитуды дискретных составляющих (А) пульсаций давления для точки, расположенной в середине канала.

Пульсации ЧСЛ в спектрах выделяются на дискретных компонентах 1540 Гц и 3080 Гц. Эти компоненты соответствуют прохождению основных (длинных) семи лопаток и второй гармонике ЧСЛ, высокая амплитуда

которой обусловлена наличием семи дополнительных (укороченных) лопаток, расположенных между основными лопатками.



Рисунок 3.14. Пульсации давления на входе лопаточного НА



Рисунок 3.15.Пульсации давления на входе трубчатого НА

Применение трубчатого направляющего аппарата снижает амплитуду первой гармоники ЧСЛ в каналах в два раза.

В ходе расчета акустико-вихревым методом были получены амплитуды пульсаций давления на первой ЧСЛ на выходе из насоса. Они составили 0.017 МПа для трубчатого направляющего аппарата и 0.028 МПа для лопаточного направляющего аппарата. Амплитуда пульсаций давления на выходе из насоса при применении трубчатого направляющего аппарата снизилась в 1.6 раза.

Аналогичный результат получен и в экспериментальных данных, приведённых на рисунке 3.16.



Рисунок 3.16. Пульсации давления на первой гармонике ЧСЛ в зависимости от частоты вращения вала насоса: • – лопаточный направляющий аппарат. • – направляющий аппарат с каналами круглого сечения.

Сравнительный анализ результатов численного моделирования нестационарного течения в шнекоцентробежном насосе ЖРД с разными вариантами направляющих аппаратов [82] показывает, что новый трубчатый направляющий аппарат с круглыми проходными сечениями каналов обеспечивает снижение амплитуды пульсаций давления на первой гармонике частоты следования лопаток в два раза, а также снижение потерь полного давления. Эти результаты подтверждаются экспериментальными данными.

4 ПОЛУЧЕНИЕ АМПЛИТУД АКУСТИЧЕСКИХ ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ НА ВЫХОДЕ ШНЕКОЦЕНТРОБЕЖНОГО НАСОСА ДЛЯ НАТУРНЫХ УСЛОВИЙ ИСПЫТАНИЯ ДВИГАТЕЛЕЙ

4.1 Расчетная область, сетка и граничные условия

Расчетная область в математическом пространстве состоит из трех подобластей (рисунок 4.1): подвода, ротора и статора, которые виртуально объединяются через скользящие поверхности, расположенные на входе и выходе шнекоцентробежного колеса и на ответных поверхностях подобластей подвода и статора.



Рисунок 4.1.Расчетная область по направлению координаты Х

На рисунках 4.2 и 4.3 расчетная область показана в меридиональной и изометрической проекции со снятыми скользящими поверхностями.

Данная расчетная область покрывается начальной прямоугольной сеткой, которая адаптируется к особенностям геометрии, обеспечивая необходимую точность расчета.



Рисунок 4.2. Общий вид расчетной области по направлению координаты Z.



Рисунок 4.3. Расчетная область в изометрической проекции

Изометрическая проекция расчетной области, где все три подобласти виртуально объединены по скользящим поверхностям, позволяет лучше

представить реальную форму проточной части насоса (рисунок 4.4). Таким образом, расчетная область адекватно отражает реальные условия течения рабочей жидкости, учитывая гидродинамическое взаимодействие всех элементов проточной части, включая направляющие ребра в подводе, вращающуюся лопаточную систему ротора с трехзаходным предвключенным шнеком и центробежным колесом, имеющим дополнительные укороченные лопатки (семь основных и семь укороченных лопаток), а также двенадцати-канальный (трубчатый) направляющий аппарат.



Рисунок 4.4. Изометрическая проекция виртуально объединенной расчетной области

Численное моделирование проводится нестационарным итерационным методом от нулевых начальных условий. Для выхода на квази-стационарный (колебательный) режим течения в этом случае требуется обеспечить не менее шести полных оборотов центробежного колеса. Стационарный режим работы достигается для расчетной сетки при минимальной адаптации первого уровня с целью экономии процессорного времени и ресурсов. В качестве начальных условий, в области жидкого объема задаются нулевые значения скорости и давления. Расчет ведется как процесс «раскрутки» насоса до достижения сходимости к периодическому осциллирующему решению. Как правило, шести – десяти полных оборотов рабочего колеса достаточно для получения установившегося периодического решения. Сходимость численного решения контролируется по напору насоса. Далее осреднением по входному и выходному граничному условию и времени можно получить энергетические параметры насоса и сигналы и спектры пульсаций давления в разных точках проточной части.

Сетка первого уровня адаптации приведена на рисунках 4.5 – 4.7. Она содержит свыше 51000 расчетных ячеек, временной шаг нестационарных расчетов составляет 0.02 мс физического времени (т.е. времени процесса). Расчеты на этой сетке выполнялись, в основном, для достижения сходимости к колебательному решению при минимальных затратах процессорного времени.



Рисунок 4.5. Сетка первого уровня адаптации в меридиональной проекции.



Рисунок 4.6. Сетка первого уровня адаптации в меридиональной

проекции



Рисунок 4.7. Сетка первого уровня адаптации на виде в плане

Характер сходимости численного решения по напору при расчете на сетке второго уровня адаптации показан на рисунке 4.8.



Рисунок 4.8. Изменение напора насоса от физического времени

Таким образом, значение эффективного напора по результатам на сетке первого уровня адаптации составляет на контрольном режиме свыше 58000+/-500 Дж/кг.

Для установления степени влияния конечно-разностной сетки на погрешность результатов численного моделирования, проведены аналогичные расчеты на сетке второго уровня адаптации, которая представлена на рисунках 4.9 и 4.10. Эта сетка содержит свыше 250000 ячеек. Временной шаг нестационарного расчета составляет 0.00001 с. Процессорное время расчета одного полного оборота ротора составляет около 2 часов.



Рисунок 4.9. Расчетная сетка второго уровня адаптации в меридиональной проекции



Рисунок 4.10. Расчетная сетка второго уровня адаптации на виде в

плане

Дальнейшие расчеты проведены на сетке первого и второго уровня адаптации по граничным поверхностям, включая скользящие поверхности. Утечки в уплотнениях колеса и сброс утечки на вход рабочего колеса не моделируются.

В расчетах применена геометрия расчетной области с учетом входного трубопровода. Это снижает влияние граничного входного условия на характеристики потока в подводе и позволяет применить граничное условие заданного расхода в выходном сечении насоса. Последнее обеспечивает возможность моделирования обратных токов на входе шнека при малых подачах. Статическое давление в расчетах отсчитывается от опорной величины 0.101 МПа. Во входном сечении расчетной области задано статическое давление. В расчетах это давление принято равным нулю. При постпроцессорном анализе динамических характеристик определяются амплитуды дискретных компонент спектров пульсаций давления.

4.2 Результаты численного моделирования

Характер изменения параметров течения в проточной части насоса демонстрируется распределением полного давления и векторного поля скорости в меридиональной плоскости (рисунки 4.11 и 4.12). Цвет векторов соответствует цветовой шкале модуля абсолютной скорости потока, приведенной на рисунке. Чтобы легче интерпретировать эти данные, они приведены в изометрии.



Рисунок 4.11. Расчет на сетке первого уровня адаптации: поле скорости в меридиональной плоскости в изометрии, м/с



Рисунок 4.12. Расчет на сетке первого уровня адаптации: поле полного давления в меридиональной плоскости в изометрии, Па.

На сетке второго уровня адаптации и улучшенной геометрии расчетной области (наличие входного трубопровода) получены результаты по влиянию изменения расхода на параметры потока и пульсации давления (рисунки 4.13 – 4.17).



Рисунок 4.13. Относительный расход 1.0. Векторное поле абсолютной скорости, м/с

Векторное поле абсолютной скорости отражает характер течения жидкости в проточной части насоса. Можно отметить, что при снижении расхода наблюдается перестройка течения в проточной части насоса как в подводе, так и в отводящем устройстве.

В подводе на режимах 0.65 и, особенно, 0.3 относительного расхода фиксируются обратные токи на входе в шнек. На режиме 0.3 относительного расхода обратные токи проникают глубоко вверх по потоку, несмотря на наличие разделительного направляющего ребра (рисунок 4.17). Конечно, такой характер течения вызывает дополнительные нестационарные нагрузки, действующие на корпус насоса и ротор. Кроме того, обратные токи вызывают круговую неоднородность потока в роторе, что приводит к усилению генерации колебаний на роторной частоте и на комбинационных частотах.



Рисунок 4.14. Относительный расход 1.0. Векторное поле абсолютной скорости, м/с



Рисунок 4.15. Относительный расход 1.35. Векторное поле абсолютной скорости, м/с


Рисунок 4.16. Относительный расход 0.65. Векторное поле абсолютной скорости, м/с



Рисунок 4.17. Относительный расход 0.3. Векторное поле абсолютной скорости, м/с

Этот вывод подтверждается анализом данных по нестационарным нагрузкам, действующим на элементы ротора и направляющего аппарата. На режиме обратных токов течение в отводе насоса также теряет симметричный характер, который характерен для расчетного расхода.

4.2.1 Оценка энергетических параметров насоса на сетке второго уровня адаптации

По результатам расчетов на сетке второго уровня адаптации получены энергетические параметры насоса на различных значениях расхода от 0,65 до 1,35 от номинального расхода.

Получены следующие зависимости:

Напорная характеристика Н [кДж/кг] в зависимости от относительного расхода



Рисунок 4.18. Напорная характеристика насоса

Зависимость момента сопротивления ротора Мкр [H·м] от относительного расхода



Рисунок 4.19. Зависимость момента сопротивления на роторе от расхода

Зависимость мощности N [Вт] от относительного расхода



Рисунок 4.20. Зависимость мощности от расхода

Гидравлический к.п.д. насоса η в зависимости от относительного расхода.



Рисунок 4.21. Зависимость гидравлического к.п.д. от расхода

На расчетном режиме получены следующие значения энергетических параметров насоса:

Н=57909 Дж/кг, Мкр=36796Н м, N=65.21 МВт, η=0.836.

Сравнивая с результатом расчетов на сетке первого уровня адаптации, можно заключить, что погрешность сеточной аппроксимации по энергетическим параметрам на номинальном режиме по расходу составляет менее одного процента и находится на уровне общей погрешности расчетной схемы – около одного процента.

В данной оценке пока не учтен ряд факторов, которые влияют на эффективный напор и к.п.д.: утечки и течение в пазухах основного и покрывного дисков, радиальный зазор предвключенного шнека, впуск рабочей жидкости из дисковой полости на вход ротора, фактическое положение замеров, механические потери. Это потребует увеличения вычислительных ресурсов и применения кластерных технологий с использованием программного обеспечения, обеспечивающего параллельные вычисления на многопроцессорном кластере.

4.2.2 Генерация пульсаций давления на частоте следования рабочих лопаток

Шаговая неравномерность потока на выходе шнека и центробежного колеса приводит к генерации пульсаций давления в статоре, вследствие кругового движения рабочей решетки относительно отвода насоса. Кроме того, движение рабочей решетки может приводить к генерации пульсаций давления на «роторной» частоте, частоте следования лопаток шнека, комбинационных гармониках указанных частот с частотами следования рабочих лопаток центробежного колеса и шнека.

В данном случае центробежное колесо имеет семь основных и семь дополнительных укороченных лопаток. Вследствие влияния кориолисовых сил и вторичных течений на развитие пограничного слоя в межлопаточном канале центробежного колеса, на выходе межлопаточных каналов образуется так называемая «зона следа» на стороне всасывания межлопаточных каналов с существенной шаговой неравномерностью потока в выходном сечении центробежного колеса, в которой относительная скорость и угол потока имеют относительно низкие значения. Особенно заметно эта особенность проявляется в зоне потока, примыкающей к покрывному диску.



Рисунок 4.22. Мгновенное поле относительной скорости вблизи покрывного диска колеса, м/с



Рисунок 4.23. Мгновенное поле радиальной компоненты абсолютной скорости на покрывном диске, м/с



Рисунок 4.24. Мгновенное поле тангенциальной компоненты абсолютной скорости на покрывном диске, м/с

На рисунках 4.22 – 4.24 приведены поля скоростей на расстоянии 2 мм от поверхности покрывного диска центробежного колеса. Эти данные

демонстрируют существенную неравномерность поля скоростей, которая выражается в образовании следовой зоны потока с явлениями отрыва и обратного течения на стороне всасывания межлопаточных каналов.

Кроме того, важно отметить, что поля компонент скорости имеют существенную круговую несимметрию, что может приводить к генерации пульсаций давления и вибрационных нагрузок на роторной частоте.

Для дальнейшего анализа взята плоскость, нормальная к оси вращения и проходящая в радиальной части колеса по средней поверхности тока между основным и покрывным дисками (рисунок 4.25). В этой плоскости построены кольцевые графики мгновенного распределения окружной (тангенциальной) и радиальной компонент абсолютной скорости на выходе колеса, на радиусе 168 мм (рисунки 4.26 и 4.27).



Рисунок 4.25. Плоскость построения кольцевых графиков скорости



Рисунок 4.26. Распределение радиальной компоненты абсолютной скорости на выходе центробежного колеса, на радиусе 168 мм



Рисунок 4.27. Распределение окружной компоненты абсолютной скорости на выходе центробежного колеса, на радиусе 168 мм

Значения скоростей составили от 5.6 м/с до 70 м/с для радиальной компоненты и от 170 м/с до 277 м/с для тангенциальной компоненты. Распределение компонент скорости на выходе центробежного колеса также подтверждает наличие низкоэнергетической зоны потока, примыкающей к всасывающей стороне лопатки и занимающей порядка от 30 до 50 процентов шага лопаточной решетки на внешнем диаметре колеса.

4.2.3 Параметры вихревой моды и пульсаций давления

Основные результаты расчетов представлены в плоскости фиксации пульсаций давления (рисунки 4.28 и 4.29), проходящей через каналы направляющего аппарата.



Рисунок 4.28. Расположение плоскости фиксации пульсаций давления (показана красной линией)



Рисунок 4.29. Точки фиксации пульсаций давления

В этой же плоскости зафиксированы пульсации давления в десяти точках на выходе центробежного колеса на радиусе 175 мм и на входе в каналы трубчатого направляющего аппарата на радиусе 185 мм.

Сигналы и спектры пульсаций давления в указанных ранее точках отвода, а именно: по ходу потока в улиточном отводе (точки 5, 6, 7, 8) и в каналах направляющего аппарата (точки 9, 10) показывают, что в спектрах превалируют дискретные компоненты на частоте следования основных лопаток (1974 Гц) и суммарного числа лопаток центробежного колеса (3948 Гц). Кроме того, в суммарном сигнале и спектрах наблюдаются существенные колебания на роторной частоте (282 Гц). Последнее связано с отмеченным ранее нарушением круговой симметрии поля скоростей на выходе из центробежного колеса.

Для оценки погрешности сеточной аппроксимации при определении амплитуды пульсаций давления, расчеты пульсаций давления проведены на сетке первого уровня адаптации. По данным этих расчетов амплитуда пульсаций давления в горле улиточного отвода (точка 8) на первой лопаточной частоте составляет около 0.1 бара. Такой уровень амплитуды не соответствует экспериментальному уровню 1.8 бар и является следствием того факта, что не учитывается акустическая мода колебаний. По результатам расчета на разных сетках в точке 5, в начальном сечении улиточного отвода, разница в амплитуде доминирующей в спектре дискретной компоненты составляет около 20% (амплитуда выше на более густой сетке).

Был проведён анализ спектров пульсаций давления, полученных при расчетах на сетке второго уровня адаптации, с граничным условием расхода на выходе насоса.

Сигналы и спектры пульсаций давления в точках отвода по направлению потока в улиточном отводе (точки 5, 6, 7, 8) и в каналах направляющего аппарата (точки 9, 10) так же показывают, что в спектрах доминируют дискретные компоненты на частоте следования основных лопаток (1928 Гц) и суммарного числа лопаток колеса (3950 Гц).

Спектральный анализ пульсаций давления на входе канала направляющего аппарата в точке 9 проведён в зависимости от расхода.

Рассматривая основные дискретные компоненты спектров для точки 9, можно отметить, что существенное изменение амплитуды дискретных компонент происходит при значениях относительного расхода 0.65 – 0.8, где при снижении расхода амплитуда основной лопаточной частоты и комбинационной гармоники 4fr резко возрастают. При дальнейшем снижении расхода и усилении интенсивности обратных токов амплитуды лопаточных частот и комбинационной гармоники снижаются. Соответствующие данные по указанным амплитудам дискретных компонент спектров пульсаций давления в точке 9 приведены в таблице 4.1.

Относительный	Амплитуда	Амплитуда	Амплитуда
расход	7fr	14fr	4fr
	МПа	МПа	МПа
0.3	0.6	0.55	0.62
0.65	1.02	1.05	0.9
0.75	0.75	1.07	1.05
0.85	0.57	1.12	0.85
0.95	0.54	1.15	0.48
1	0.57	1.13	0.45
1.15	0.55	1.03	0.315
1.25	0.52	0.959	0.3
1.35	0.54	0.907	0.3

Таблица 4.1. Зависимость амплитуд дискретных составляющих спектра от расхода

Эти результаты подтверждают сделанный ранее вывод о том, что возникновение обратных токов в подводе насоса сопровождается нарушением круговой симметрии потока в роторе и симметрии спирального течения в улиточном отводе насоса, способствуя генерации нестационарных нагрузок на роторной частоте.



Рисунок 4.30. Изменение амплитуд дискретных составляющих спектра пульсаций давления в т.9

4.2.4 Расчет амплитуды пульсаций давления ЧСЛ на выходе насоса акустико-вихревым методом

В каналах направляющего аппарата амплитуда первой гармоники ЧСЛ (7 f_r) на расчетном режиме составляет 5.5 бар. На рисунке 4.31 показано изменение амплитуды пульсаций давления первой гармоники ЧСЛ (7 f_r) при изменении расхода по результатам акустико-вихревого моделирования на выходе насоса. На расчетном режиме расчетная величина амплитуды составляет 0.75 бар. Это в 7 раз ниже, чем в направляющем аппарате. Экспериментальный уровень амплитуды пульсаций давления давления на выходе составляет 1.8 бар. Такое несоответствие может быть связано с резонансным увеличением колебаний в реальном трубопроводе, так как в расчете использовано граничное условие акустического импеданса бесконечно длинной трубы.



Рисунок 4.31. Изменение амплитуды пульсаций давления на первой гармонике ЧСЛ

При относительном расходе от 0.8 до 1.35 от расчетного наблюдается плавный рост амплитуды. В зоне расхода менее 0.8 амплитуда пульсаций давления на данной частоте ведет себя нестабильно. Есть тренд к увеличению амплитуды при снижении расхода до 0.3 от расчетного. Такая нестабильность расчетных величин амплитуды, очевидно, связана с недостаточным осреднением источниковой функции акустико-вихревого уравнения: определение источниковой функции производится в течение одного периода движения лопаточной решетки. При наличии возмущений более низких частот, что характерно для режимов с обратными токами, точность определения амплитуды источниковой функции снижается.

4.3 Исследование влияния угла установки каналов направляющего аппарата на амплитуду пульсаций давления

В ходе работы проведена серия вычислительных экспериментов с целью определения влияния угла установки каналов трубчатого направляющего аппарата на амплитуду пульсаций давления и потери полного давления. Расчеты проведены для условий натурных испытаний на номинальном расходе. В качестве рабочего тела принят жидкий кислород. Параметры расчётной сетки и граничные условия определены такими же, как и для предыдущих расчётов преведённых в 3-й главе. Разработано три варианта геометрии с углами установки каналов 18, 20 и 22 градуса. На рисунке 4.32 показано сравнение сечений направляющего аппарата средней плоскостью. Синий цвет соответствует НА с углом установки 22 градуса, зелёный – 20, а красный – 18 градусов.



Рисунок 4.32. Сравнение различных геометрий направляющего аппарата на виде в плане.

По результатам расчётов сделаны оценки энергетических параметров (напора и КПД), а также фиксируется разница полных давлений в сечениях на выходе из центробежного колеса и на выходе из спирального сборника. Эти данные приведены в таблице 4.2

Угол установки, град	18	20	22
Напор, кДж/кг	55.51	56.04	55,99
КПД	0.813	0.825	0.82
Потери в отводе, МПа	6,29	5,82	5,84

Таблица 4.2. Сравнение характеристик различных вариантов отвода.

Полученные значения показывают, что максимальный напор достигается при угле установки 20 градусов.

В расчётах проведена фиксация пульсаций давления в каналах направляющего аппарата. На рисунках 4.33 и 4.34 представлены результаты спектрального анализа пульсаций давления в каналах направляющего аппарата.



Рисунок 4.33. Спектр пульсаций давления в каналах направляющего аппарата для углов установки 18 и 20 градусов.



Рисунок 4.34. Спектр пульсаций давления в каналах направляющего аппарата для угла установки 22 градуса.

Анализ спектров пульсаций давления показывает, что для амплитуд первой (1520Гц) и второй (3040Гц) гармоник ЧСЛ наименьшую амплитуду даёт направляющий аппарат с углом установки каналов 18 градусов. Амплитуда пульсаций давления в таком аппарате на 20% ниже чем в направляющем аппарате с углом установки 20 градусов, который является наилучшим по энергетическим параметрам.

ВЫВОДЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ

Применение акустико-вихревого метода расширено на трехмерные задачи определения пульсаций давления в высокооборотном шнекоцентробежном насосе.

Разработана и проверена методика расчета дискретных компонент спектров пульсаций давления в шнекоцентробежном насосе акустиковихревым методом. Отклонение от экспериментальных данных составляет не более 5 дБ по результатам измерения в разных точках отвода и на выходе насоса.

Получено распределение амплитуды дискретных компонент спектра пульсаций давления по длине проточной части отвода шнекоцентробежного насоса. Теоретически подтверждена существенная разница (5 – 10 раз) в амплитуде пульсаций давления на входе в каналы направляющего аппарата по сравнению с выходным сечением насоса.

Применение трубчатого направляющего аппарата понижает уровень амплитуды первой гармоники ЧСЛ псевдозвуковых пульсаций в каналах направляющего аппарата в два раза, при этом на выходе насоса эффект снижения составляет 1.6 раза, последнее согласуется с экспериментальными данными.

По результатам исследований доказано что, в каналах НА относительная амплитуда ЧСЛ составляет от 2.5% до 6% от коэффициента напора насоса, на выходе насоса это соотношение составляет 0.2% до 0.7%;

Угол установки канала трубчатого направляющего аппарата влияет на амплитуду пульсаций давления, при этом точка минимума амплитуды не совпадает с максимумом напора и гидравлического КПД.

Для повышения точности расчета амплитуды пульсаций давления акустико-вихревым методом необходимо увеличить период осредненения источниковой функции в акустико-вихревом уравнении с переходом на многопроцессорные вычисления.

1 Chen Y.N. Water - Pressure Oscillations in the Volute Casings of Storage Pumps.-*Sulzer Technical Review*. 1961. Research number. C. 21-34.

2 Штруб Р.А. Колебания давления и усталостные напряжения в насосах и обратимых гидромашинах гидроаккумулирующих электростанций.-Энергетические машины и установки. 1964. Т.86. №1. С. 117-121.

3 Покровский Б.В. Юдин Е.Я. Основные особенности шума и вибрации центробежных насосов. - *Акустический журнал*. 1966. Т.ХІІ. вып.3. С. 355-364.

4 J.F. Guelich. U. Bolleter. Pressure Pulsations in Centrifugal Pumps. *Transactions of the ASME. Journal of Vibration and Acoustics*. April 1992. Vol.114. C. 272-279.

5 Блохинцев Д.И. *Акустика неоднородной движущейся среды*. М.: Наука. 1981. 206 с.

6 Ландау Л.Д.. Лифшиц Е.М. *Механика сплошных сред*. М.: Гос. изд-во тех.-теоретической литературы. 1954. 795 с.

7 Артамонов К.И. *Термогидроакустичекая устойчивость*. М.: Машиностроение. 1982. 261 с.

8 Голдстэйн М.Е. *Аэроакустика*: Пер с англ. М.: Машиностроение. 1981. 295 с.

9 Столяров Е.П. Возбуждение звука малыми возмущениями энтропии и завихренности в пространственно неоднородных течениях сжимаемого идеального газа.- В кн.: *Акустика турбулентных потоков*. М.: Наука. 1983. С. 3-14.

10 Юаса Т., Хината Т. Пульсации потока за центробежным колесом.--Эхара Дзихо. 1980. №114 (*Перевод с япон. №Г-39508*. М.: ВЦП. 1981). 7 с.

11 Тимушев С.Ф. Численное моделирование нестационарных гидродинамических процессов в центробежных насосах и вентиляторах с

целью снижения их виброактивности и шума. Диссертация на соискание ученой степени д-ра техн.наук:05.07.05. М. 1995. 145 с.

12 Шерстянников В.Д., Калнин В.М. Гидродинамическое моделирование рабочего процесса ЖРД на режимах запуска - М. Машиностроение. 1981.

13 Неустойчивость горения в ЖРД / Под ред. Харрье Д.Т. и Рирдона Ф.Г. - М. Мир. 1975. 869 с.

14 Тимушев С.Ф.. Толстиков Л.А.. Юновидов С.А. Пульсации давления и вибрации центробежных насосов. Обзор по материалам отечественной и зарубежной печати за 1960--1983гг. ГОНТИ-17. серия IV. №42(22). 1985.

15 Вибрация энергетических машин: Справочное пособие. /Под ред. Григорьева Н.В. М.: Машиностроение. 1974. С. 35-43.

16 Шум, вибрация и борьба с ними в центробежных насосах: Обзор патентной информации. номер гос. регистрации Я32002. Б.М. 1981.

17 Meyer R.J. Solving the Problem of Vertical Puump Vibration. Pumps. Pompes. Pumpen. 1978.№141. (Приводится по переводу №13-29073. М.: ВЦП. 1980.

18 Покровский Б.В., Рубинов В.Я. Шум и вибрация центробежных электронасосных агрегатов и методы их снижения. М.: ЦИНТИ -- Химнефтемаш. 1981. Насосостроение: обзор информационный. Сер.ХМ-4/центр. ИНТИ и техн.-экон. исслед. по хим. и нефтяному машиностроению.

19 Вибрации в технике: Справочник в 6 т./ Под ред. Челомея В.Н. М.: Машиностроение. 1978. 47с.

20 Корбен Ф. Контроль по уровню вибрации: Перевод с англ. Vibration monitoring. 1976. v.7. No7.

21 Покровский Б.В. Шум и вибрация центробежных насосов и меры по их снижению. // Труды ВНИИгидромаш М.: 1970. Вып. 41 с.118-132.

22 Покровский Б.В. Подобие виброшумовых характеристик центробежных насосов. // Труды ВНИИгидромаш М.: 1974; Вып. 45.

23 Суверина Н.Н.. Соломахова Т.С. К расчету акустических характеристик радиальных вентиляторов. // Повышение эффективности вентиляторных установок. М. 1982.

24 Покровский Б.В., Юдин Е.Я. Основные особенности шума и вибрации центробежных насосов. // Акустический журнал. 1966. т.ХМ. вып.З С.355-364.

25 Offenhäuser. Druckschwankungsmessungen an Kreiselpumpen mit Leitrad.- VDI-Berichte. 1973. Nr.193 (приводится по переводу №5/77. Кишинев 1977).

26 Боровский Б.И., Ершов Н.С., Овсянников Б.В., Петров В.И., Чебаевский В.Ф.: Шапиро А.С. Высокооборотные лопаточные насосы./ Под ред. Овсянникова Б.В.: Чебаевского В.Ф. М.: Машиностроение. 1975 336 с.

27 Селифонов В.С.. Овсянников Б.В. Кавитационные автоколебания в насосах. Вестник МАИ. №1. 1995.

28 Покровский Б.В., Рубинов В.Я. О снижении дискретных составляющих от неоднородности потока в спектре вбрации центробежного насоса. - Тезисы докладов к совещанию-семинару "Вопросы гашения вибраций и шумов в кострукциях и машинах". Киров. 1970.

29 Иоффе Р.Л., Панченко В.И. К исследованию влияния чисел лопастей рабочих колес гидродинамических машин на их виброакустические характеристики. - Машиноведение. 1972. №1.

30 Berghult L. Investigation of the phenomenon of domination of certain orders of the waterjet blade-passing frequency harmonics. International Conference on Fast Sea Transportation FAST'2005. June 2005. St.Petersburg. Russia .

31 Fraser W.N. Kasassik I.J. Bush A.R. Study of Pump Pulsation. Surge and Vibration Throws Light On Reliability vs Efficiency. - Power. 1977 August.

32 Fraser W.N. Recirculation in centrifugal pumps. - World Pumps. 1982. No.5.

33 Сазонов А.А. Исследование некоторых нестационарных явлений в центробежных насосах. - В кн.: Лопаточные машины и струйные аппараты. М.: Машиностроение. 1972. вып.6.

34 Левченко Е.Л. Учет газодинамических процессов в кавитационной полости в математической модели полого жидкостного вихря. - В сб.: Кавитационные колебания и динамика двухфазных систем. Киев: Наукова думка. 1985.

35 Пилипенко В.В., Задонцев В.А., Натанзон М.С. Кавитационные колебания и динамика гидросистем. М.: Машиностроение. 1977.

36 Hobson D.E. Marshall A. Surge in centrifugal pumps. - Proc. 6th Conf. Fluid Mech. Budapest. 1979.

37 Покровский Б.В., Рубинов В.Я. Кавитация в отводе и ее влияние на вибрацию центробежного насоса. - В кн.: Труды ВНИИгидромаш. М. 1974. вып.45.

38 Покровский Б.В. Кавитационный шум и вибрации центробежных насосов. - В кн: Труды ВНИИгидромаш. М. 1969. вып. 39.

39 Хорошев Г.А. Вибрации насосов. вызванные кавитацией. -Энергомашиностроение. 1960. №4.

40 Козелков В.П., Зиземский В.Я., Ефимочкин А.Ф. Визуальное исследование кавитирующего центробежного насоса. - В кн.: Гидродинамика лопаточных машин и общая механика./ Воронежский политехн. ин-т. 1977

41 Локшин И.Л. Исследование потока за колесами центробежных вентиляторов в относительном движении.- В кн.: Промышленная аэродинамика./ ЦАГИ. М.: Оборонгиз. 1959. №12.

42 Радж. Свим. Измерения средней скорости потока и пульсаций скорости на выходе центробежного венттилятора с отогнутыми вперед лопатками.- Энергетические машины и установки. 1981. №2.

43 Селезнев К.П., Галеркин Ю.Б. Центробежные компрессоры. Л.: Машиностроение. 1982.

44 Экардт Мнгновенные измерения в выходящем из рабочего колеса центробежного компрессора потоке типа "струя-след".- Энергетические машины и установки. 1975. №3.

45 Тимшин А.И. Экспериментальное исследование структуры потока на выходе из центробежного колеса насоса.- В кн. Гидравлические машины. Харьков: Изд-во ХГУ. 1971. вып.4.

46 Тимшин А.И. Структура потока на выходе из колеса и ее влияние на характеристики центробежного насоса: Автореферат дис. ... канд. техн. наук. Харьков. 1972.

47 Эрдрайх В.С.. Жуковский Р.Н. Исследование нестационарностей потока в модельной насосотурбине радиально-осевого типа в насосном режиме.- Труды ВНИИгидромаш. М. 1972. вып.44.

48 Измайлов Р.А., Караджи В.Г., Соломахова Т.С. Влияние языка спирального корпуса радиальных вентиляторов на их аэроакустические характеристики.- В кн.: Повышение эффективности вентиляторных установок. М. 1982.

49 Иванюшин А.А., Наконечный Л.П. Экпериментальное исследование пульсаций давления за центробежным колесом.- В кн.: Гидравлические машины. Харьков. 1980. №14.

50 Bunjes J.S. Diffuser or volute pump? A comparison of perfomances: Fluid Machinery for the Oil. Petrochemical and Related Industries./ Eur. Congr. The Hague. 24-26 March. 1981. London: Mech. Eng. Publ.. 1981.

51 Покровский Б.В., Рубинов В.Я. Влияние отвода на виброакустические характеристики центробежного насоса.- В кн.: Труды ВНИИгидромаш. М. 1970. вып.40.

52 Fraser W.H. Karassik I.J. Bush A.R. Study of Pump Pulsation. Surge and Vibration Throws Light on Reliability vs Efficiency.- Power. 1977. August.

53 G. Pavesi. G. Cavazzini. and G. Ardizzon Time-Frequency Characterization of Rotating Instabilities in a Centrifugal Pump with a Vaned Diffuser. International Journal of Rotating Machinery Volume 2008. Article ID 202179. 10 pages.

54 Иванюшин А.А., Наконечный Л.П., Новак В.А. Определение пульсаций давления в центробежной ступени.- В кн.: Гидравлические машины. Харьков. 1983. №17.

55 Shork and Vibration Measurement Technology Seminar f. Endevco. Dynamic Instrumental Division. USA. 1976. (Приводится по переводу Моск.отд. переводов Торгово-пром. палаты СССР №7649/4 М. 1977)

56 Pitkanen R. Pressure Fluctuations in Centrifugal Pumps.-- Pumps --Pompes -- Pumpen. 1979. No.156.

57 Зубарев Н.И., Сапунов С.Г. Исследование пульсаций давления в проточной части модельных ступеней питательных насосов мощных турбоблоков.-- Энергомашиностроение. 1978. №7.

58 Васильев В.А.. Чегурко Л.Е. Исследование вибрации ротора и пульсации давления жидкости в центробежном насосе.-- Химическое и нефтяное машиностроение. 1979. №5.

59 Покровский Б.В., Рубинов В.Я. Кавитация в отводе и ее влияние на вибрацию ценробежного насоса.-- В кн.: Труды ВНИИгидромаш. М. 1974. вып.45.

60 Chen Y.N. Water - Pressure Oscillations in the Vlute Casings of Storage Pumps.-Sulzer Technical Review. 1961. Research number.

61 Козелков В.П., Ефимочкин А.Ф., Варенбуд Л.Р. Исследование характеристик кавитационной зоны в насосах акустическим методом.-- В кн.: Летательные аппараты и их технология. Гидродинамика лопаточных машин./ ВПИ. Воронеж. 1976.

62 Л.Е. Чегурко и др. Кавитационные исследования питательного насоса ПН-1500-350. Химическое и нефтяное машиностроение. 1983. №9.

63 Завьялов П.С. Некоторые результаты исследования пульсаций давлений в диагональном насосе.-- В кн.: Гидравлические машины. Харьков. 1978. №12.

64 Козелков В.П., Зиземский В.Я., Ефимочкин А.Ф. Визуальное исследование кавитирующего центробежного насоса.-- В кн.: Гидродинамика лопаточных машин и общая механика./ Воронежский политехнический институт. 1977.

65 Bross. P. Amann. B. Miiller Theoretical and experimental investigations of noise reduction in aradial pump with swept leading edge design of the diffuser blades pp. 443-455. 4 European conference on turbomachinery. fluid dynamics and thermodynamics. Conference Proceedings. 2001.

66 Штруб. Колебания давления и усталостные напряжения в насосах и обратимых гидромашинах гидроаккумулирующих электростанций.-Энергетические машины и установки. 1964. т.86. №1.

67 Nechleba M. Wasserdruckschwingungen in Druckrohrleitungen von radialen hydraulischen Maschinen. besonders Pumpen.- Maschinenbau - technik 1972. (21) 3.

68 Сукуп Я.К. К проблематике пульсаций давления в радиальном центробежном насосе: Перевод №Ц-30915. М.: ВЦП. 1974.

69 Сукуп Я.К. К проблеме пульсаций давления в центробежном насосе: Перевод №Ц-62734. М.: ВЦП. 1975.

70 Шильман А.Х. Теоретический анализ зависимости колебаний давления в центробежном насосе от его конструктивных и гидродинамических параметрор.- В кн.: Труды МВТУ. 1984. №430.

71 D. Croba. J.L. Kueny. Unsteady flow computation in a centrifugal pump coupling of the impeller and the volute. Fan Noise. An International INCE Symposium. Senlis (France). Proceedings. 1992.

72 D. Croba. J.L. Kueny. F. Hureau. J. Kermarec. Numerical and experimental unsteady flow analysis in centrifugal pumps. Impeller and volute

interaction. Pump noise and vibrations. 1st International Symposium. Clamart (France). 1993.

73 S. Chu. R. Dong. J. Katz. The effect of blade-tongue interactions on the flow structure. pressure fluctuations and noise within a centrifugal pump. Pump noise and vibrations. 1st International Symposium. Clamart (France). 1993.

74 M.C. Thompson. K. Hourigan. A.N. Stokes. Prediction of the noise generation in a centrifugal fan by solution of the acoustic wave equation.

75 Голдстейн М.Е. Аэроакустика. М.: Машиностроение. 1981.

76 Столяров Е.П. Возбужденгие звука малыми возмущениями энтропии и завихренности в пространственно неоднородных течениях сжимаемого идеального газа.- Вкн.: Аукстика турбулентных потоков. М.: Наука. 1983.

77 Клименко Д.В., Тимушев С.Ф., Фирсов В.П., Антюхов И.В. Численное моделирование пульсаций давления и нестационарных нагрузок в радиальной турбине турбодетандера. Электронный журнал труды МАИ. №82. 2015г.

78 Crow S.C. Aerodynamic Sound Emission as a Singular Perturbation Problem.- *Studies in Applied Mathematics*. 1970. vol. XLIX. No.1. P. 41-46.

79 N. Witkowski. A. Hueppe and M. Kaltenbacher Comparison of compressible and incompressible CFD methods for the acoustic analysis of flow induced noise in confined flows.. *NOVEM 2015*. No.49310. 9 p.

80 Baumeister K.J. Time-dependent difference theory for noise propogation in a two-dimensional duct.- *AIAA Pape*r. 1980. No.80-0098. 7 p.

81 Software package for gas and fluid flow simulation FlowVision. Version 2.5.0. Manual CAPVIDIA. 1999-2007 Leuven. Belgium.

82 Клименко Д.В., Тимушев С.Ф., Корчинский В.В. Сравнительный анализ пульсаций давления в вариантах трубчатого направляющего аппарата шнекоцентробежного насоса ЖРД. Электронный журнал труды МАИ. №82. 2015г.