На правах рукописи

Егорч

Егорчев Михаил Вячеславович

ПОЛУЭМПИРИЧЕСКОЕ НЕЙРОСЕТЕВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Специальность 05.13.18 —
«Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2018

Работа выполнена на кафедре «Вычислительная математика и программирование» Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» (МАИ, Московский авиационный институт)

Научный руководитель: доктор технических наук
Тюменцев Юрий Владимирович

Официальные оппоненты: **Васильев Александр Николаевич,**
доктор технических наук,
профессор кафедры «Высшая математика» ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»,

Доленко Сергей Анатольевич,
кандидат физико-математических наук,
зав. лабораторией адаптивных методов обработки данных НИИ ядерной физики им. Д. В. Скобельцына, ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова»,

Ведущая организация: Центр оптико-нейронных технологий ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН

Защита состоится 20 декабря 2018 года в 10 ч. 00 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.125.04 на базе Московского авиационного института по адресу: 125993, Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Московского авиационного института по адресу: 125993, Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, 4 или на сайте МАИ по ссылке:https://mai.ru/events/defence/index.php?ELEMENT_ID=98297.

Автореферат разослан «____» октября 2018 года.

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные печатью учреждения, просьба направлять по адресу: 125993, Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, 4, Отдел Учёного и диссертационных советов

Ученый секретарь диссертационного совета Д 212.125.04, кандидат физико-математических наук, доцент — Северина Наталья Сергеевна

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Математическое и компьютерное моделирование управляемых динамических систем (ДС) является неотъемлемым элементом процессов создания и эксплуатации объектов новой техники, в частности, летательных аппаратов (ЛА) различных классов. Одним из важных классов динамических систем являются детерминированные динамические системы с сосредоточенными параметрами. В рамках традиционного теоретического подхода к моделированию, такие системы описываются при помощи систем обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Методы формирования, анализа и применения подобных моделей к настоящему времени достаточно детально разработаны и с успехом используются для решения широкого круга задач.

Однако, по мере роста сложности создаваемых технических систем растут и требования к их моделям. В настоящее время возможности средств математического и компьютерного моделирования отстают от потребностей таких областей как авиация и ракетно-космическая техника, робототехника, управление сложными производственными процессами и т. п. Характерным для технических систем из этих областей является высокий уровень сложности моделируемых объектов и процессов, их многомерность, нелинейность и нестационарность, многообразие и сложность функций, реализуемых моделируемым объектом. Решение проблем моделирования таких систем обычно осложняется неполным и неточным знанием характеристик и свойств моделируемого объекта, а также условий, в которых он будет действовать. Кроме того, моделируемый объект может претерпевать изменения в его свойствах, в том числе резкие и существенные, непосредственно в процессе функционирования, например, вследствие повреждений в его конструкции. В этом случае модель объекта, сформированная ранее на основе его номинального состояния, становится неадекватной. Если эта модель используется, например, в системе управления высокоавтономным роботизированным беспилотным летательным аппаратом (БПЛА), возникает критическая ситуация.

В связи с этим актуальным является поиск новых средств моделирования сложных нелинейных управляемых ДС, действующих в условиях существенных и разнородных неопределенностей. Эти средства должны обеспечивать получение моделей с требуемым уровнем точности и быстродействия, которые, при необходимости, можно использовать в реальном и/или опережающем времени в составе бортовых комплексов управляемых объектов. Получаемые модели должны обладать свойством адаптивности для оперативного восстановления адекватности модели при изменениях в свойствах моделируемой системы. Традиционные модели ДС в форме дифференциальных уравнений при всех их несомненных достоинствах не удовлетворяют условию адаптивности. Требуемым свойством адаптивности обладают модели на основе искусственных нейронных сетей (ИНС), представляющие собой мощное средство моделирования нелинейных многомерных статических и динамических систем, в особенности при наличии значительного числа разнородных неопределенностей в моделируемых системах и условиях их использования.

Тем не менее, точность нейросетевых моделей (НС-моделей) на экспериментальных данных, не используемых при построении модели (обобщающая способность) существенно зависит от репрезентативности обучающего набора данных, а также от количества настраиваемых параметров модели. Так, при достаточно малом размере обучающего набора и достаточно большом количестве настраиваемых параметров, точность модели на тестовом наборе данных может быть крайне низкой (явление переобучения). В рамках традиционного нейросетевого подхода объект моделирования предполагается полностью неизвестным, т. е. рассматривается как «черный ящик», а соответствующие НС-модели (NARX, NARMAX, сети Элмана и др.) формируются исключительно на основе экспериментальных данных о поведении ДС. В связи с этим, перспективной представляется задача развития гибридного, полуэмпирического нейросетевого подхода к моделированию, позволяющего формировать НС-модель с привлечением как теоретических знаний в соответствующих предметных областях, так и методов обучения моделей, характерных для искусственных нейронных сетей. Данный подход позволяет уменьшить количество настраиваемых параметров по сравнению с чисто эмпирическими НС-моделями, сохранив при этом достаточную гибкость и возможность адаптации. Полуэмпирический нейросетевой подход может также рассматриваться как метод регуляризации модели за счет априорных теоретических знаний.

Целью данной работы является распространение полуэмпирического нейросетевого подхода к моделированию управляемых динамических систем, а также методов обучения полуэмпирических НС-моделей на случай непрерывного времени.

Для достижения поставленной цели решаются следующие **задачи**:

1. Распространить полуэмпирический нейросетевой подход к моделированию управляемых динамических систем на случай непрерывного времени.
2. Разработать алгоритм вычисления оценок значений производных функции ошибки для полуэмпирических НС-моделей в пространстве состояний и непрерывном времени.
3. Разработать алгоритм обучения полуэмпирических НС-моделей в пространстве состояний и непрерывном времени.
4. Разработать алгоритм планирования экспериментов для идентификации НС-моделей управляемых динамических систем в соответствии с критерием оптимальности, не зависящим от конкретной формы модели, а также позволяющего учесть ограничения на область значений управлений и переменных состояния системы.
5. Осуществить вычислительные эксперименты для оценки эффективности разработанного класса моделей и методов их обучения применительно к задаче моделирования движения маневренного самолета.

Методы исследования. В данной работе использовались методы нейросетевого моделирования, идентификации динамических систем, численные методы оптимизации, метод продолжения решения по параметру, численные методы решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений и методы теории чувствительности.

Научная новизна:

1. Полуэмпирический нейросетевой подход к математическому моделированию динамических систем распространен на случай непрерывного времени. Сформулированы и доказаны теоремы об аппроксимационных свойствах полуэмпирических НС-моделей.
2. Предложены два алгоритма оценки значений градиента и матрицы Гессе функции ошибки для полуэмпирической НС-модели в пространстве состояний и непрерывном времени, которые можно рассматривать как непрерывные версии алгоритмов RTRL и BPTT. Сформулирована и доказана теорема об оценке сверху для величины соответствующей погрешности в зависимости от величин шагов по времени.

3. Разработан численный алгоритм обучения полуэмпирических НС-моделей в пространстве состояний и непрерывном времени на основе метода продолжения решения по параметру с функцией гомотопии, в качестве параметра которой выступает величина горизонта прогноза.
4. Разработан численный алгоритм планирования экспериментов для идентификации НС-моделей управляемых динамических систем, предполагающий декомпозицию управляющих сигналов на опорный маневр, максимизирующий критерий дифференциальной энтропии, и возмущающее воздействие, минимизирующее пик-фактор.

Теоретическая и практическая значимость работы. Класс полуэмпирических НС-моделей в пространстве состояний позволяет снизить количество настраиваемых параметров и повысить обобщающую способность эмпирических моделей посредством учета априорных теоретических знаний предметной области в структуре модели. Рассмотрение данных моделей в непрерывном времени позволяет повысить их гибкость с точки зрения возможности применения к ним различных численных методов интегрирования. Алгоритм обучения на основе метода продолжения решения по параметру с использованием функции гомотопии с регулируемой величиной горизонта прогноза позволяет эффективно обучать полуэмпирические НС-модели в пространстве состояний и непрерывном времени осуществлению прогноза поведения объекта моделирования на долгих сегментах времени, снижая чувствительность к начальному приближению для значений параметров. Алгоритм планирования экспериментов для идентификации НС-моделей управляемых динамических систем позволяет автоматизировать процесс сбора репрезентативного обучающего набора. Рассмотренный класс моделей может быть применен к задачам идентификации и управления с прогнозирующей моделью для нелинейных, многомерных и нестационарных динамических систем. Таким образом, этот подход может быть использован для разработки систем управления движением перспективных маневренных беспилотных летательных аппаратов. В соавторстве с Тюменцевым Ю. В. разработан и зарегистрирован соответствующий программный комплекс «Нейросетевое полуэмпирическое моделирование управляемого движения летательных аппаратов» (свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2015611386).

Достоверность полученных результатов обеспечивается корректностью применения математического аппарата, а также результатами многочисленных вычислительных экспериментов. В качестве примера рассматривается задача моделирования движения маневренного самолета F-16 и идентификации его аэродинамических коэффициентов.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на следующих всероссийских и международных научных конференциях:

– 11-ая Всероссийская научная конференция «Нейрокомпьютеры и их применение» (Москва, 2013);
– 11-ая, 12-ая и 13-ая Международная конференция «Авиация и космонавтика» (Москва, 2012, 2013 и 2014);
– 15-ая, 16-ая, 17-ая и 19-ая Всероссийская научно-техническая конференция «Нейроинформатика» (Москва, 2013, 2014, 2015 и 2017);
– 29th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences, ICAS (St. Petersburg, 2014);
– 11-ая и 12-ая Международная научно-практическая конференция «Современные информационные технологии и ИТ-образование» (Москва, 2016 и 2017);
– 8th Annual International Conference on Biologically Inspired Cognitive Architectures, BICA (Moscow, 2017).

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 20 публикациях, в том числе: 7 статей в журналах из перечня ВАК РФ, 6 статей в изданиях, индексируемых в базе данных Scopus, 1 статья в журнале, индексируемом в базе данных Web of Science, 7 публикаций в изданиях, индексируемых в РИНЦ.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и приложения. Полный объем диссертации 151 страница текста с 35 рисунками и 5 таблицами. Список литературы содержит 124 наименования.

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируется цель, ставятся задачи работы, сформулированы научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

В **первой главе** приводится постановка задачи математического моделирования детерминированных управляемых нелинейных динамических систем с сосредоточенными параметрами. Традиционным классом математических моделей таких систем являются системы обыкновенных дифференциальных уравнений. На объект моделирования накладываются определенные требования, гарантирующие существование и единственность решения соответствующей задачи Коши, а также корректность постановки задачи моделирования.

Затем, дается краткое описание класса слоистых нейронных сетей прямого распространения (Layered Feedforward Neural Network, LFNN) и теорема об универсальной аппроксимации, показывающая, что соответствующее параметрическое семейство функций всюду плотно в пространстве непрерывных функций на компакте. Также, приводятся некоторые методы обучения искусственных нейронных сетей, алгоритмы прямого и обратного распространения для вычисления первых и вторых производных функции ошибки и один из подходов к выбору начальных значений параметров.

Далее описываются НС-модели динамических систем в дискретном времени: нелинейная авторегрессионная НС-модель с внешними входами (Nonlinear AutoRegressive model with eXogeneous inputs, NARX); НС-модель в пространстве состояний, частным случаем которой является рекуррентная нейронная сеть Элмана; нейронные сети долго-краткосрочной памяти (Long-Short Term Memory, LSTM). Приводятся методы вычисления производных функции ошибки: алгоритм обратного распространения во времени (BackPropagation Through Time, BPTT) и алгоритм рекуррентного обучения в реальном времени (Real-Time Recurrent Learning, RTRL). Обсуждаются различные проблемы, возникающие при обучении рекуррентных НС-моделей осуществлению прогноза поведения объекта моделирования на долгих сегментах времени и их причины: проблема экспоненциально уменьшающейся либо увеличивающейся нормы градиента; проблема бифуркаций настраиваемой модели динамической системы; проблема «ложных» оврагов в рельефе функции ошибки. Также приводятся различные подходы к заданию значений переменных состояния в начальный момент времени.

Вторая глава посвящена исследованию полуэмпирического подхода к моделированию, позволяющего формировать модель с использованием как теоретических знаний предметной области, так и экспериментальных данных о реакции системы на внешние воздействия. Сначала рассматривается полуэмпирический подход к аппроксимации функций. В рамках данного подхода предполагается наличие дополнительных априорных знаний о неизвестной функции, помимо ее непрерывности — за счет таких знаний выбирается более узкий класс параметрических функций, что позволяет упростить задачу минимизации функции ошибки. Подобный учет априорного теоретического знания имеет регуляризующий эффект и позволяет снизить количество настраиваемых параметров модели, сохранив при этом ее точность. Полуэмпирическая модель представляет собой параметрическое семейство функций, элементы которого являются композициями: некоторых фиксированных функций, отражающих точное знание отдельных зависимостей; функций, принадлежащих некоторому параметрическому семейству специального вида (взвешенные линейные комбинации, тригонометрические многочлены и т. д.), отражающего знание общего характера отдельных зависимостей; функций, принадлежащих некоторому параметрическому семейству общего вида (нейронные сети прямого распространения, многочлены и т. д.), всюду плотному в пространстве непрерывных функций на компакте, и отражающему отсутствие каких-либо знаний об отдельных зависимостях. В свою очередь, на основе имеющихся экспериментальных данных осуществляется настройка параметров модели и ее структурная корректировка, необходимые для достижения требуемой точности, а также для адаптации модели (в случае, если неизвестная функция является нестационарной).

Анализ полуэмпирических моделей показывает, что, хотя в общем случае они не являются универсальными аппроксиматорами непрерывных функций, они позволяют с любой заданной точностью аппроксимировать функции того вида, который был задан, исходя из теоретических знаний об объекте моделирования.

***Теорема* 1.** *Пусть $m > 0$ — целое число. Пусть $\mathcal{X}_i$ — замкнутые ограниченные подмножества $\mathbb{R}^{n_{x_i}}$, а $\mathcal{Y}_i$ — подмножества $\mathbb{R}^{n_{y_i}}$ для $i = 1, \ldots, m$. Пусть также $\mathcal{Z}$ — подмножество $\mathbb{R}^{n_z}$. Пусть $\mathcal{F}_i$ — подпространство пространства непрерывных вектор-функций из $\mathcal{X}_i$ в $\mathcal{Y}_i$, а $\hat{\mathcal{F}}_i$ — множество вектор-*

функций, всюду плотное в $\mathcal{F}_i$. Пусть $\mathcal{G}$ — подпространство пространства Липшицевых вектор-функций из $\mathcal{Y}_1 \times \cdots \times \mathcal{Y}_m$ в $\mathcal{Z}$, а $\hat{\mathcal{G}}$ — множество вектор-функций, всюду плотное в $\mathcal{G}$. Тогда множество вектор-функций $\hat{\mathcal{H}} = \left\{\hat{\mathbf{g}}(\hat{\mathbf{f}}_1(\mathbf{x}_1), \ldots, \hat{\mathbf{f}}_m(\mathbf{x}_m)) \mid \mathbf{x}_i \in \mathcal{X}_i, \hat{\mathbf{f}}_i \in \hat{\mathcal{F}}_i, \hat{\mathbf{g}} \in \hat{\mathcal{G}}\right\}$ всюду плотно в пространстве $\mathcal{H} = \{\mathbf{g}(\mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1), \ldots, \mathbf{f}_m(\mathbf{x}_m)) \mid \mathbf{x}_i \in \mathcal{X}_i, \mathbf{f}_i \in \mathcal{F}_i, \mathbf{g} \in \mathcal{G}\}$.

Также показано, при каких условиях свойство универсальной аппроксимации сохраняется.

***Теорема* 2.** *Пусть $\mathcal{X}$ — замкнутое ограниченное подмножество $\mathbb{R}^{n_x}$, $\mathcal{F}$ — пространство непрерывных вектор-функций из $\mathcal{X}$ в $\mathbb{R}^{n_y}$, а $\hat{\mathcal{F}}$ — множество вектор-функций, всюду плотное в $\mathcal{F}$. Пусть $\mathcal{G}$ — подпространство пространства Липшицевых вектор-функций из $\mathbb{R}^{n_y}$ в $\mathbb{R}^{n_y}$, имеющих непрерывную обратную вектор-функцию, а $\hat{\mathcal{G}}$ — множество вектор-функций, всюду плотное в $\mathcal{G}$. Тогда множество вектор-функций $\hat{\mathcal{H}} = \left\{\hat{\mathbf{g}}(\hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x})) \mid \mathbf{x} \in \mathcal{X}, \hat{\mathbf{f}} \in \hat{\mathcal{F}}, \hat{\mathbf{g}} \in \hat{\mathcal{G}}\right\}$ всюду плотно в $\mathcal{F}$.*

Применительно к задаче моделирования динамических систем, рассматривается следующий класс полуэмпирических моделей в непрерывном времени:

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt}(t) &= \hat{\mathbf{f}}(\hat{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t); \mathbf{w}^f) \\ \hat{\mathbf{y}}(t) &= \hat{\mathbf{g}}(\hat{\mathbf{x}}(t); \mathbf{w}^g) \end{aligned}, \tag{1}$$

где $\hat{\mathbf{x}} \colon [0, T] \to \mathbb{R}^{n_x}$ — оценка траектории в пространстве состояний, $\hat{\mathbf{y}} \colon [0, T] \to \mathbb{R}^{n_y}$ — оценка значений наблюдаемых выходов, $\hat{\mathbf{f}} \colon \mathbb{R}^{n_x + n_u} \times \mathbb{R}^{n_{\mathbf{w}^f}} \to \mathbb{R}^{n_x}$ и $\hat{\mathbf{g}} \colon \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_{\mathbf{w}^g}} \to \mathbb{R}^{n_y}$ — полуэмпирические НС-модели прямого распространения с параметрами $\mathbf{w}^f$ и $\mathbf{w}^g$.

Возможности данного класса моделей показывает следующая Теорема.

***Теорема* 3.** *Пусть $\mathcal{U}$ — замкнутое ограниченное подмножество $\mathbb{R}^{n_u}$, $\mathcal{X}$ — замкнутое ограниченное подмножество $\mathbb{R}^{n_x}$, $\mathcal{Y}$ — подмножество $\mathbb{R}^{n_y}$. Пусть $\mathcal{F}$ — подпространство пространства непрерывных, локально Липшицевых по всем аргументам вектор-функций из $\mathcal{X} \times \mathcal{U}$ в $\mathbb{R}^{n_x}$, а $\hat{\mathcal{F}}$ — множество вектор-функций, всюду плотное в $\mathcal{F}$. Аналогично, пусть $\mathcal{G}$ — подпространство пространства непрерывных, локально Липшицевых по всем аргументам вектор-функций из $\mathcal{X}$ в $\mathbb{R}^{n_y}$, а $\hat{\mathcal{G}}$ — множество вектор-функций, всюду плотное в $\mathcal{G}$.*

Тогда для любых вектор-функций $\mathbf{f} \in \mathcal{F}$ *и* $\mathbf{g} \in \mathcal{G}$*, любых* $T \in \mathbb{R}_{>0}$ *и* $\varepsilon \in \mathbb{R}_{>0}$ *существует такое* $\delta \in \mathbb{R}_{>0}$ *и такие вектор-функции* $\hat{\mathbf{f}} \in \hat{\mathcal{F}}$*,* $\hat{\mathbf{g}} \in \hat{\mathcal{G}}$*, что для любого* $\mathbf{x}^0 \in \mathcal{X}$*, любого* $\tilde{\mathbf{x}}^0$*, лежащего в* δ*-окрестности* $\mathbf{x}^0$*, любого* $\tilde{T} \in (0, T]$*, и любой измеримой, локально интегрируемой функции* $\mathbf{u}\colon [0, \tilde{T}] \to \mathcal{U}$*, для которой решение* $\mathbf{x}\colon [0, \tilde{T}] \to \mathcal{X}$ *задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений с правой частью* $\mathbf{f}^{\mathbf{u}}(t, \mathbf{x}(t)) \equiv \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))$ *и начальным условием* $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}^0$ *существует на всем сегменте* $[0, \tilde{T}]$ *и содержится в* $\mathcal{X}$ *вместе с замыканием своей* ε*-окрестности, выполняется*

$$\begin{matrix} \|\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)\| < \varepsilon \\ \|\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)\| < \varepsilon \end{matrix} \quad \forall t \in [0, \tilde{T}],$$

где $\hat{\mathbf{x}}\colon [0, \tilde{T}] \to \mathbb{R}^{n_x}$ *— решение задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений с правой частью* $\hat{\mathbf{f}}^{\mathbf{u}}(t, \hat{\mathbf{x}}(t)) \equiv \hat{\mathbf{f}}(\hat{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t))$ *и начальным условием* $\hat{\mathbf{x}}(0) = \tilde{\mathbf{x}}^0$*;* $\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}(t))$*;* $\hat{\mathbf{y}}(t) = \hat{\mathbf{g}}(\hat{\mathbf{x}}(t))$.

Описаны этапы процедуры формирования полуэмпирических НС-моделей. Применение данной процедуры подробно демонстрируется на примере простой динамической системы. Затем данная процедура применяется для формирования структуры полуэмпирических НС-моделей движения самолета для случаев продольного углового, полного углового и продольного траекторного движения. Структурная схема полученной модели для случая продольного углового движения показана на рис. 1.

Набор экспериментальных данных, требуемых для формирования моделей (1), имеет следующий вид:

$$\left\{ \left\langle \left\langle {}^p\tilde{\mathbf{x}}^0, {}^p\tilde{\mathbf{y}}^0 \right\rangle, \left\{ \left\langle {}^p\Delta t^k, {}^p\mathbf{u}^k, {}^p\tilde{\mathbf{y}}^k \right\rangle \right\}_{k=0}^{{}^pK} \right\rangle \right\}_{p=1}^{P}, \tag{2}$$

где P — количество измеренных траекторий, ${}^pK$ — длина соответствующей траектории, ${}^p\mathbf{u}^k$ — известное управление, поданное на вход, а ${}^p\tilde{\mathbf{y}}^k$ — измеренные выходы. где P — общее количество траекторий, ${}^p\tilde{\mathbf{x}}^0$ — оценка начального состояния, ${}^pK$ — количество шагов по времени, ${}^p\Delta t^k$ — величины шагов по времени, ${}^p\mathbf{u}^k$ — известное управление, поданное на вход, а ${}^p\tilde{\mathbf{y}}^k$ — измеренные выходы. Предполагается, что вместо истинных значений выходов $\mathbf{y}(t)$ имеются лишь измеренные $\tilde{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{y}(t) + \eta(t)$, где $\eta(t)$ — белый гауссовский шум, т. е. стационарный векторный гауссовский случайный процесс $\eta(t)$ имеет математиче-

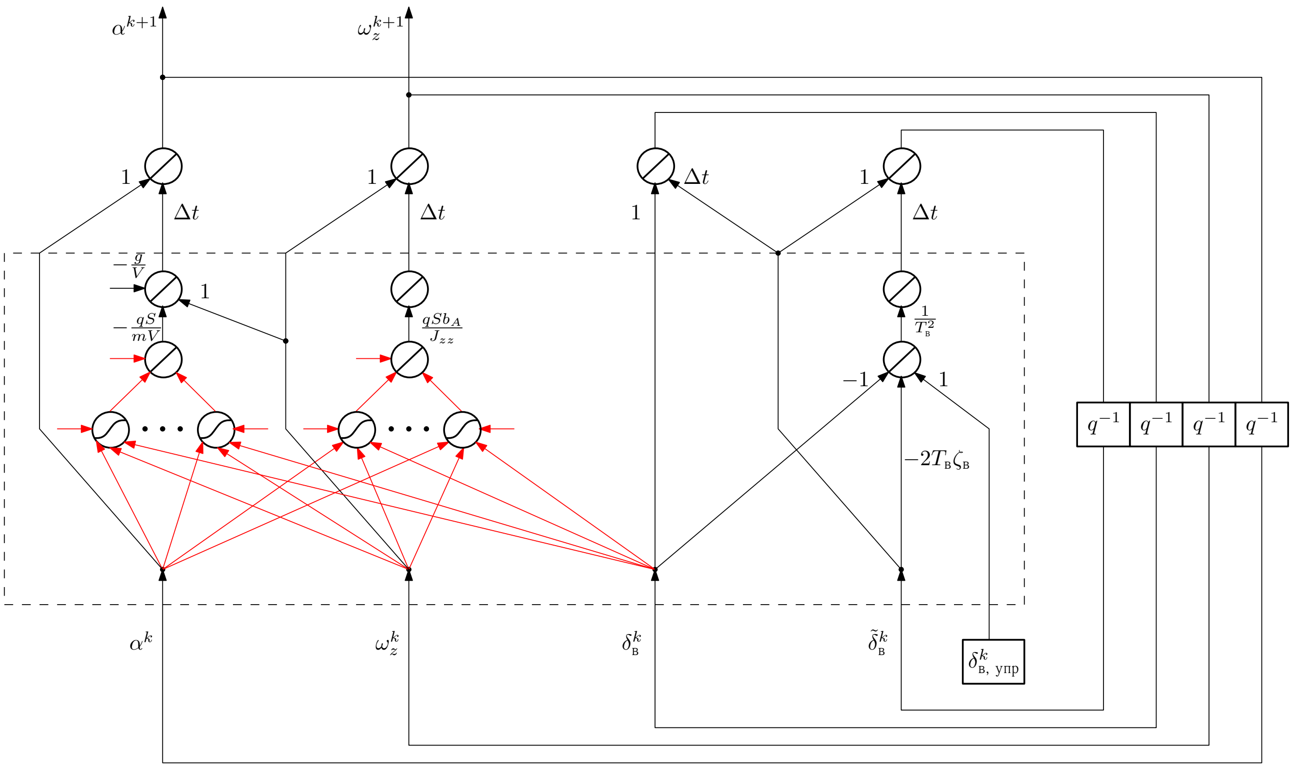

Рис. 1 — Полуэмпирическая НС-модель продольного углового движения ЛА

ское ожидание $M[\eta(t)] = 0$ и ковариационную функцию $K_\eta(t_1, t_2) = \delta(t_2 - t_1)\Sigma$, где $\Sigma = \operatorname{diag}(\sigma_1^2, \ldots, \sigma_{n_y}^2)$. Вводится обозначение для продолжительности траектории ${}^pT = \sum\limits_{k=0}^{{}^pK} {}^p\Delta t^k$.

Третья глава посвящена исследованию методов обучения полуэмпирических НС-моделей динамических систем. Предлагается гомотопия функции ошибки, позволяющая варьировать величину горизонта прогноза:

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{w}, \tau) = (1 - \tau)\frac{\|\mathbf{w} - \mathbf{a}\|^2}{2} + \frac{1}{2}\sum_{p=1}^{P}\int\limits_0^{\tau\,{}^pT}\sum_{j=1}^{n_y}\mathbf{w}_j^E\left({}^p\tilde{\mathbf{y}}_j(t) - {}^p\hat{\mathbf{y}}_j(t)\right)^2 dt,$$

где $\tau \in [0, 1]$ — параметр гомотопии, $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^{n_w}$ — общий набор параметров полуэмпирической НС-модели, включающий $\mathbf{w}^f$ и $\mathbf{w}^g$, $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^{n_w}$ — начальные значения для параметров модели, а $\mathbf{w}_j^E$ — веса, обычно выбираемые обратно пропорциональными дисперсии шума измерений. Оценки наблюдаемых выходов $\tilde{\mathbf{y}}(t)$ как функция времени на $t \in [0, T]$ получаются путем интерполяции соответствующих значений из обучающего множества.

Гомотопия градиента функции ошибки имеет вид:

$$\frac{\partial E(\mathbf{a},\mathbf{w},\tau)}{\partial \mathbf{w}_i} = (1-\tau)(\mathbf{w}-\mathbf{a}) - \sum_{p=1}^{P} \int_0^{\tau\, {}^pT} \sum_{j=1}^{n_y} \mathbf{w}_j^E \left({}^p\tilde{\mathbf{y}}_j(t) - {}^p\hat{\mathbf{y}}_j(t)\right) \frac{\partial\, {}^p\hat{\mathbf{y}}_j(t)}{\partial \mathbf{w}_i}\, dt.$$

Введем обозначение $\mathbf{H}(\mathbf{a},\mathbf{w},\tau) = \frac{\partial E(\mathbf{a},\mathbf{w},\tau)}{\partial \mathbf{w}}$ для гомотопии градиента функции ошибки. Для вычисления градиента требуются значения матрицы Якоби, получаемые посредством решения следующей задачи Коши:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \hat{\mathbf{x}}_j(0)}{\partial \mathbf{w}_i^f} = 0,\\
&\frac{d}{dt}\frac{\partial \hat{\mathbf{x}}_j(t)}{\partial \mathbf{w}_i^f} = \frac{\partial \hat{\mathbf{f}}_j(\hat{\mathbf{x}}(t),\mathbf{u}(t);\mathbf{w}^f)}{\partial \mathbf{w}_i^f} + \sum_{l=1}^{n_x} \frac{\partial \hat{\mathbf{f}}_j(\hat{\mathbf{x}}(t),\mathbf{u}(t);\mathbf{w}^f)}{\partial \hat{\mathbf{x}}_l(t)} \frac{\partial \hat{\mathbf{x}}_l(t)}{\partial \mathbf{w}_i^f},
\end{aligned}$$

которая может рассматриваться как непрерывная версия алгоритма рекуррентного обучения в реальном времени. Полученное решение используется для вычисления производных:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \hat{\mathbf{y}}_j(t)}{\partial \mathbf{w}_i^f} = \sum_{l=1}^{n_x} \frac{\partial \hat{\mathbf{g}}_j(\hat{\mathbf{x}}(t);\mathbf{w}^g)}{\partial \hat{\mathbf{x}}_l(t)} \frac{\partial \hat{\mathbf{x}}_l(t)}{\partial \mathbf{w}_i^f},\\
&\frac{\partial \hat{\mathbf{y}}_j(t)}{\partial \mathbf{w}_i^g} = \frac{\partial \hat{\mathbf{g}}_j(\hat{\mathbf{x}}(t);\mathbf{w}^g)}{\partial \mathbf{w}_i^g}.
\end{aligned}$$

Несмотря на то, что выражения для функции ошибки и ее производных являются точными, использование численных методов для решения соответствующих задач Коши и для вычисления определенного интеграла по времени, а также для интерполяции целевых значений наблюдаемых выходов вносит в них определенную погрешность. Анализируется асимптотическое поведение этой погрешности в зависимости от величины шагов по времени, в предположении, что неустранимая погрешность отсутствует.

Также предлагается аналог алгоритма обратного распространения во времени для случая непрерывного времени, основанный на использовании сопряженных уравнений. Данный алгоритм является более вычислительно эффективным по сравнению с вышеупомянутой непрерывной версией алгоритма рекуррентного обучения в реальном времени, поскольку не требует расчета вторых производных всех переменных состояния, а лишь их линейных комбинаций. Например, в задаче моделирования продольного углового движения самолета данный алгоритм позволяет вычислять матрицу Гессе функции ошибки для 472 настраиваемых параметров в 11.8 раз быстрее, чем алгоритм рекуррентного обучения в реальном времени, и выигрыш в скорости увеличивается с ростом сложности задачи. Однако, алгоритм обратного распространения во времени применим только при условии, что все обучающее множество известно заранее, а также требует наличия дополнительной памяти.

В соответствии с параметризованной теоремой Сарда, для почти всех значений параметров **a** существует гладкая кривая $\gamma \subset \mathbb{R}^{n_w} \times [0, 1)$, проходящая через точку $(\mathbf{a}, 0)$ и удовлетворяющая необходимым условиям локального экстремума функции ошибки. Более того, если эта кривая ограничена, то у нее имеется предельная точка в $(\bar{\mathbf{w}}, 1)$. Наконец, если матрица Якоби гомотопии градиента функции ошибки является невырожденной в этой точке, то кривая γ имеет конечную длину дуги. В частном случае, когда матрица Гессе $\frac{\partial^2 E(\mathbf{a},\mathbf{w},\tau)}{\partial \mathbf{w}^2}$ является невырожденной во всех точках кривой γ, имеют место следующие свойства: матрица Гессе является положительно определенной; кривая состоит из локальных минимумов функции ошибки; параметр гомотопии τ монотонно возрастает вдоль кривой γ. В данном случае, вместо наилучшего параметра продолжения решения (длины дуги) можно использовать τ. Продолжение решения в таком случае заключается в решении задачи Коши для системы уравнений Давиденко:

$$\frac{d\mathbf{w}}{d\tau} = -\frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{a}, \mathbf{w}, \tau)}{\partial \mathbf{w}}^{-1} \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{a}, \mathbf{w}, \tau)}{\partial \tau}, \tag{3}$$

с начальным условием $\mathbf{w}(0) = \mathbf{a}$. Для того, чтобы избежать накопления ошибки численного решения задачи Коши, метод Левенберга-Марквардта используется в качестве корректора, т. е. для фиксированных значений τ решается задача минимизации функции ошибки. Аппроксимация матрицы Гессе функции ошибки, требуемой для продолжения решения, может быть получена методом Гаусса-Ньютона:

$$\frac{\partial \mathbf{H}_i(\mathbf{a}, \mathbf{w}, \tau)}{\partial \mathbf{w}_k} = \frac{\partial^2 E(\mathbf{a}, \mathbf{w}, \tau)}{\partial \mathbf{w}_i \partial \mathbf{w}_k} \approx (1-\tau)\delta_{ik} + \sum_{p=1}^{P} \int\limits_0^{\tau\, {}^pT} \sum_{j=1}^{n_y} \mathbf{w}_j^E \frac{\partial\, {}^p\hat{\mathbf{y}}_j(t)}{\partial \mathbf{w}_i} \frac{\partial\, {}^p\hat{\mathbf{y}}_j(t)}{\partial \mathbf{w}_k}\, dt,$$

где δ_{ik} — символ Кронекера.

Также рассматривается задача формирования репрезентативного набора данных вида (2), характеризующего поведение моделируемой системы на всей области допустимых значений переменных состояния и управления. Для получения такого набора данных необходимо сперва разработать план эксперимента. Предлагается подход к получению эффективного плана эксперимента на основе декомпозиции управляющих сигналов на две составляющие — опорный маневр и возмущающее воздействие. Опорные маневры имеют значительно более низкую частоту и более высокую амплитуду, и предназначены для приведения опорной траектории в некоторую исследуемую область пространства допустимых состояний. Они получаются путем решения задачи оптимального управления с целью максимизации дифференциальной энтропии прогнозируемых траекторий в компактной области допустимых значений. В свою очередь, возмущающее воздействие имеет высокую частоту и малую амплитуду, и предназначено для обеспечения разнообразия состояний в малой окрестности опорной траектории. Оно представлено полигармоническим сигналом с богатым частотным содержимым и с небольшим по величине значением пик-фактора.

В **четвертой главе** приведены результаты многочисленных вычислительных экспериментов по обучению полуэмпирических НС-моделей движения маневренного самолета F-16. Полученные результаты показывают, что ошибки по всем наблюдаемым переменным незначительны и, кроме того, максимальные значения этих ошибок с течением времени практически не растут, что свидетельствует о хороших обобщающих свойствах полученной НС-модели. В качестве примера, абсолютные погрешности идентификации аэродинамического коэффициента момента тангажа на тестовом множестве приведены на рис. 2. Структура разработанного программного комплекса приведена на рис. 3.

В **заключении** приведены общие выводы, которые позволяют сделать полученные результаты. Они состоят в том, что методы нейросетевого моделирования в сочетании со знаниями и опытом из соответствующей предметной области, а также из традиционного вычислительного моделирования, являются мощным и перспективным инструментом, потенциально пригодным для решения сложных прикладных проблем для управляемых систем различных

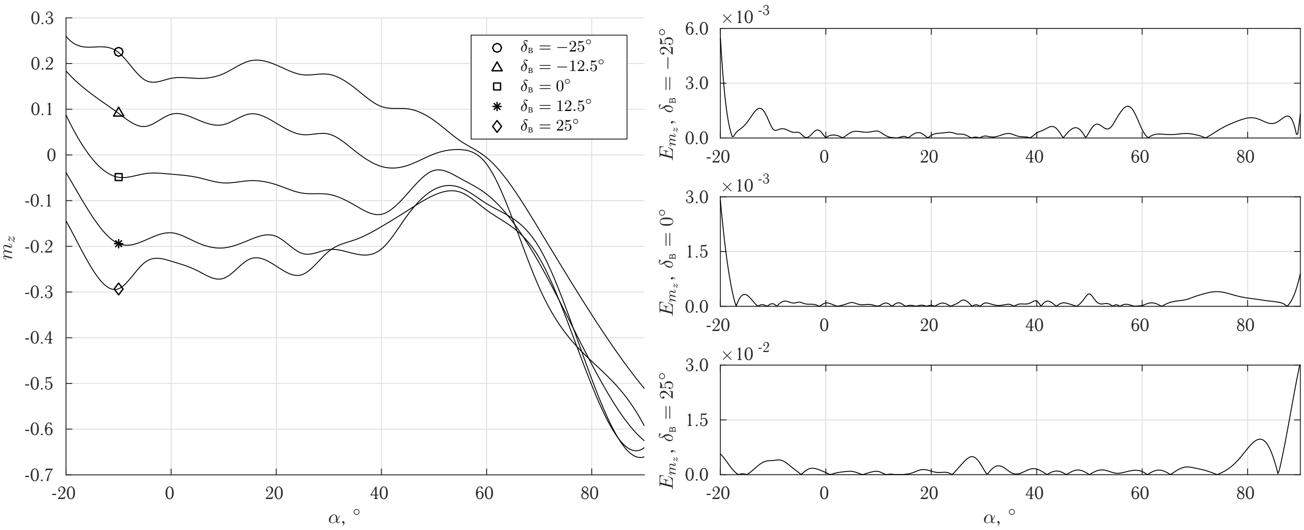

Рис. 2 — Оценки значений аэродинамического коэффициента m_z и их абсолютные погрешности E_{m_z} при фиксированных $\omega_z = 0$ °/c, $V = 150$ м/c

Рис. 3 — Структура программного комплекса

классов. Рассмотренный класс моделей может быть применен к задачам идентификации и управления с прогнозирующей моделью для нелинейных, многомерных и нестационарных динамических систем. Таким образом, этот подход может быть использован для разработки систем управления движением перспективных маневренных беспилотных летательных аппаратов.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Распространение полуэмпирического нейросетевого подхода к математическому моделированию динамических систем на случай непрерывного времени. Сформулированы и доказаны теоремы об аппроксимационных свойствах полуэмпирических НС-моделей.
2. Два алгоритма оценки значений градиента и матрицы Гессе функции ошибки для полуэмпирической НС-модели в пространстве состояний и непрерывном времени, которые можно рассматривать как непрерывные версии алгоритмов RTRL и BPTT. Сформулирована и доказана теорема об оценке сверху для величины соответствующей погрешности в зависимости от величин шагов по времени.
3. Численный алгоритм обучения полуэмпирических НС-моделей в пространстве состояний и непрерывном времени на основе метода продолжения решения по параметру с варьируемым горизонтом прогноза.
4. Численный алгоритм планирования экспериментов для идентификации НС-моделей управляемых динамических систем на основе декомпозиции управляющих сигналов на опорный маневр, максимизирующий дифференциальную энтропию распределения обучающих примеров и полигармоническое возмущающее воздействие, имеющее минимальный пик-фактор.
5. Разработан и зарегистрирован программный комплекс, реализующий предложенные численные алгоритмы. Эффективность программного комплекса подтверждается результатами вычислительных экспериментов применительно к задаче моделирования управляемого движения маневренного самолета и идентификации его аэродинамических коэффициентов.

Статьи в рецензируемых журналах из перечня ВАК РФ

1. Нейросетевые полуэмпирические модели управляемых динамических систем / М. В. Егорчев [и др.] // Вестник компьютерных и информационных технологий. — 2013. — № 9. — С. 3—10. — (ВАК, РИНЦ).
2. *Егорчев М. В.*, *Козлов Д. С.*, *Тюменцев Ю. В.* Идентификация аэродинамических характеристик летательного аппарата: нейросетевой полуэмпирический подход // Вестник Московского Авиационного Института. — 2014. — Т. 21, № 4. — С. 13—24. — (ВАК, РИНЦ).
3. *Егорчев М. В.*, *Козлов Д. С.*, *Тюменцев Ю. В.* Моделирование продольного углового движения самолета: сопоставление теоретического, эмпирического и полуэмпирического подходов // Научный вестник МГТУ ГА.. — 2015. — № 211. — С. 116—123. — (ВАК, РИНЦ).
4. *Егорчев М. В.*, *Козлов Д. С.*, *Тюменцев Ю. В.* Нейросетевое полуэмпирическое моделирование продольного короткопериодического движения маневренного самолета // Общероссийский научно-технический журнал «Полет». — 2015. — № 1. — С. 53—60. — (ВАК, РИНЦ).
5. *Егорчев М. В.*, *Тюменцев Ю. В.* Адаптивное нейросетевое моделирование динамических систем // Международный научный журнал «Современные информационные технологии и ИТ-образование». — 2016. — Т. 12, № 3—1. — С. 195—201. — (ВАК, РИНЦ).
6. *Егорчев М. В.*, *Тюменцев Ю. В.* Полуэмпирические нейросетевые модели управляемых динамических систем // Международный научный журнал «Современные информационные технологии и ИТ-образование». — 2017. — Т. 13, № 4. — С. 241—255. — (ВАК, РИНЦ).
7. *Егорчев М. В.*, *Тюменцев Ю. В.* Нейросетевой полуэмпирический подход к моделированию продольного движения и идентификации аэродинамических характеристик маневренного самолета // Труды МАИ.. — 2017. — № 94. — С. 31—55. — (ВАК, РИНЦ).

Статьи в изданиях, индексируемых в международных наукометрических базах данных

8. *Egorchev M. V.*, *Kozlov D. S.*, *Tiumentsev Y. V.* Neural network adaptive semi-empirical models for aircraft controlled motion // Proceedings of the 29th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences (St. Petersburg, Russia). — Sept. 2014. — Pp. 1–8. — ISBN 3-932182-80-4. — (Scopus).
9. *Egorchev M. V.*, *Tiumentsev Y. V.* Learning of semi-empirical neural network model of aircraft three-axis rotational motion // Optical Memory and Neural Networks (Information Optics). — 2015. — Vol. 24, no. 3. — Pp. 210–217. — (ВАК, Scopus).
10. *Egorchev M. V.*, *Tiumentsev Y. V.* Adaptive neural network based simulation of dynamical systems // CEUR Workshop Proceedings. — 2016. — Vol. 1761. — Pp. 348–355. — Selected Papers of the XI International Scientific-Practical Conference Modern Information Technologies and IT-Education (SITITO 2016), Moscow, Russia. — (Scopus, РИНЦ).
11. *Egorchev M.*, *Tiumentsev Y.* Neural Network Semi-empirical Modeling of the Longitudinal Motion for Maneuverable Aircraft and Identification of Its Aerodynamic Characteristics // Studies in Computational Intelligence. — 2018. — Vol. 736. — Pp. 65–71. — (Scopus).
12. *Egorchev M. V.*, *Tiumentsev Y. V.* Semi-empirical Neural Network Based Approach to Modelling and Simulation of Controlled Dynamical Systems // Procedia Computer Science. — 2018. — Vol. 123. — Pp. 134–139. — (Scopus).
13. *Egorchev M. V.*, *Tiumentsev Y. V.* Neural network identification of aircraft non-linear aerodynamic characteristics // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. — 2018. — Vol. 312, no. 1. — Pp. 1–5. — (Scopus, Web of Science, РИНЦ).

Статьи в рецензируемых сборниках трудов конференций

14. *Егорчев М. В.*, *Тюменцев Ю. В.* Нейросетевые полуэмпирические модели управляемых динамических систем // Сборник научных трудов XV Всероссийской научно-технической конференции «Нейроинформатика — 2013». Ч. 2. — МИФИ. М. : Изд-во МИФИ, янв. 2013. — С. 22—31. — ISBN 978-5-7262-1782-6. — (РИНЦ).

15. *Егорчев М. В.*, *Тюменцев Ю. В.* Обучение полуэмпирической нейросетевой модели управляемого движения самолета // Сборник научных трудов XVI Всероссийской научно-технической конференции «Нейроинформатика — 2014». Ч. 2. — МИФИ. М. : Изд-во МИФИ, янв. 2014. — С. 263—272. — ISBN 978-5-7262-1899-1. — (РИНЦ).

16. *Егорчев М. В.* Обучение полуэмпирической нейросетевой модели полного углового движения самолета // Сборник научных трудов XVII Всероссийской научно-технической конференции «Нейроинформатика — 2015». Ч. 2. — МИФИ. М. : Изд-во МИФИ, янв. 2015. — С. 20—30. — ISBN 978-5-7262-2044-4. — (РИНЦ).

Публикации по теме диссертации в других изданиях

17. *Козлов Д. С.*, *Егорчев М. В.*, *Тюменцев Ю. В.* Использование нейросетевых полуэмпирических моделей для обеспечения отказоустойчивого управления // Тезисы докладов XI Всероссийской научной конференции «Нейрокомпьютеры и их применение». — М. : МГППУ, март 2013. — С. 59. — (РИНЦ).

18. *Егорчев М. В.*, *Козлов Д. С.*, *Тюменцев Ю. В.* Нейросетевое моделирование управляемых динамических систем: полуэмпирический подход // Тезисы докладов 11-й Международной конференции «Авиация и космонавтика — 2012». — М. : МАИ, нояб. 2012. — С. 260—261. — ISBN 978-5-905176-17-3. — (РИНЦ).

19. *Егорчев М. В.*, *Тюменцев Ю. В.* Полуэмпирическое нейросетевое моделирование продольного углового движения летательного аппарата // Тезисы докладов 12-й Международной конференции «Авиация и космонавтика — 2013». — М. : МАИ, нояб. 2013. — С. 46—48. — ISBN 978-5-905176-20-3. — (РИНЦ).

20. *Егорчев М. В.*, *Тюменцев Ю. В.* Полуэмпирическое нейросетевое моделирование полного углового движения летательного аппарата // Тезисы докладов 13-й Международной конференции «Авиация и космонавтика — 2014». — М. : МАИ, нояб. 2014. — С. 613—615. — ISBN 978-5-206-00927-9. — (РИНЦ).