



Научная статья

УДК 539.4, 620.178.7

URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=188827>

EDN: <https://www.elibrary.ru/VJHCMG>

Оценка применимости феноменологических моделей для описания зависимостей остаточных механических характеристик полимерных композиционных материалов от энергии предварительных ударных воздействий

Артур Ильдарович Мугатаров¹✉, Евгения Вячеславовна Феклистова², Анастасия Викторовна Сивцева³, Олег Александрович Староверов⁴, Валерий Эрвинович Вильдеман⁵

^{1, 2, 3, 4, 5} Пермский национальный исследовательский политехнический университет,

Пермь, Российская Федерация

¹ iamugatarov@pstu.ru✉, ORCID 0000-0002-2229-8181

² cem.feklistova@mail.ru, ORCID 0000-0002-0025-6204

³ cem_sivtseva@mail.ru, ORCID 0000-0002-4348-7491

⁴ oastaroverov@pstu.ru, ORCID 0000-0001-6095-0962

⁵ wildemann@pstu.ru, ORCID 0000-0002-6240-4022

Аннотация. На основе обработки представленных в литературе данных проведена оценка применимости различных феноменологических моделей для описания экспериментальных зависимостей остаточных деформационных, прочностных и усталостных характеристик полимерных композиционных материалов от энергии предварительных ударных воздействий. Определены требования к функциям, применимым для аппроксимации экспериментальных зависимостей, рассмотрены четыре феноменологические модели, учитывающие существование порога чувствительности к удару и наличие остаточных механических характеристик при высоких энергиях удара. Определены границы характерных участков на диаграммах зависимости остаточных механических характеристик от энергии ударного воздействия. Для рассмотренного набора экспериментальных данных установлено, что наиболее целесообразно использовать модели на основе показательной функции и функции арктангенса.

Ключевые слова: полимерные композиционные материалы, низкоскоростной удар, остаточные механические характеристики, феноменологические модели, накопление повреждений

Финансирование: исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект № FSNM-2024-0013)

Для цитирования: Мугатаров А.И., Феклистова Е.В., Сивцева А.В., Староверов О.А., Вильдеман В.Э. Оценка применимости феноменологических моделей для описания зависимостей остаточных механических характеристик полимерных композиционных материалов от энергии предварительных ударных воздействий // Вестник Московского авиационного института. 2026. Т. 33. № 3. С. 108–119. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=188827>

Original article

Assessment of the Phenomenological Models Applicability for Describing the Dependencies of the Polymer Composites Residual Mechanical Characteristics on the Preliminary Impacts Energy

Artur I. Mugatarov^{1✉}, Eugenia V. Feklistova², Anastasia V. Sivtseva³, Oleg A. Staroverov⁴, Valeriy E. Wildemann⁵

^{1, 2, 3, 4, 5} Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

¹ iamugatarov@pstu.ru[✉], orcid 0000-0002-2229-8181

² cem.feklistova@mail.ru, orcid 0000-0002-0025-6204

³ cem_sivtseva@mail.ru, orcid 0000-0002-4348-7491

⁴ oastaroverov@pstu.ru, orcid 0000-0001-6095-0962

⁵ wildemann@pstu.ru, orcid 0000-0002-6240-4022

Abstract

Polymer composite materials are widely applied in the highly loaded assemblages and objects in civil aviation, shipbuilding, automotive manufacturing, etc. due to their low density and high physical and mechanical properties. When designing polymer composite structures, it is necessary to consider the presence of various external influences, including low-velocity impacts, which may lead to the damage accumulation and significant changes in the materials properties. Prediction of the residual mechanical characteristics of polymer composites after an impact can be based on the phenomenological models that describe the properties dependencies on the initial impacts energy with a certain set of functions.

The authors perform assessment of the applicability of various phenomenological models for describing experimental dependencies of the residual deformation, strength and fatigue characteristics of polymer composites on the preliminary impact energy. Requirements for the functions applicable for describing experimental dependences are determined. The article considers four phenomenological models taking into account the impact sensitivity threshold existence and presence of the constant residual mechanical properties at high impact energies.

It was revealed that the four models being examined accurately describe experimental dependences of the residual strength, stiffness, and durability of laminated glass and carbon fiber reinforced plastics on the energy of the preliminary low-velocity impacts. Of the models examined, the modification of the J.M. Koo model demonstrated the best descriptive ability and most adequately predicted transition to the stage of the minimum mechanical properties achieving. However, in case of a smooth change in mechanical characteristics without the evident impact sensitivity threshold, it is rational to apply the authors' model based on the arctangent function. Durability exhibited the greatest sensitivity to impacts among the properties being examined, strength exhibited an intermediate sensitivity, while stiffness exhibited the least sensitivity. The nature of the strength dependence on impact energy may differ herewith under tension and compression.

Thus, an inference can be made on the phenomenological models application practicality to describe dependencies of residual mechanical properties of the polymer composites on the preliminary impact energy.

Keywords: polymer composites, low-velocity impact, residual mechanical properties, phenomenological models, damage accumulation

Funding: the research was financed by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (Project no. FSNM-2024-0013).

For citation: Mugatarov A.I., Feklistova E.V., Sivtseva A.V., Staroverov O.A., Wildemann V.E. Assessment of the Phenomenological Models Applicability for Describing the Dependencies of the Polymer Composites Residual Mechanical Characteristics on the Preliminary Impacts Energy. *Aerospace MAI Journal*. 2026;33(3):108-119. (In Russ.). URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=188827>

List of Figures

Fig. 1. Experimental impact sensitivity diagrams of the STEF fiberglass plates and their approximation by various models:

$a - K_F(E_{imp})$; $b - K_N(E_{imp})$

Fig. 2. Experimental impact sensitivity diagrams of the CFRP plates and their approximations by various models:

$a - K_T(E_{imp})$; $b - K_C(E_{imp})$

Fig. 3. Experimental impact sensitivity diagrams of the CFRP short beam and their approximations by various models:

and their approximations by various models: $a - K_B(E_{imp})$; $b - K_N(E_{imp})$

Fig. 4. Experimental impact sensitivity diagrams of the CFRP strips and their approximations by various models:

$a - K_T(E_{imp})$; $b - K_E(E_{imp})$

List of Tables

Table 1. The results of the experimental data processing on the residual strength F^{CAI} of the STEF fiberglass plates

Table 2. The results of the experimental data processing on the residual durability N^{res} of the STEF fiberglass plates

Table 3. The results of the experimental data processing on the residual tensile strength T^{res} of the CFRP plates

Table 4. The results of the experimental data processing on the residual compressive strength C^{res} of the CFRP plates

Table 5. The results of the experimental data processing on the residual interlayer shear strength τ_B^{res} of the CFRP short beam τ_B^{res}

Table 6. The results of the experimental data processing on the residual durability N^{res} of the CFRP short beam

Table 7. The results of the experimental data processing on the residual tensile strength σ_B^{res} of the CFRP strips

Table 8. The results of the experimental data processing on the residual Young's modulus E^{res} of the CFRP strips

1. Введение

Полимерные волокнистые композиционные материалы широко применяются в высоконагруженных узлах и объектах гражданской авиации, судостроения, автомобилестроения и др. благодаря малой удельной массе и высоким физико-механическим характеристикам [1, 2]. Различные внешние воздействия (циклические, вибрационные, эксплуатационные и т. д.) могут приводить к накоплению повреждений и существенному изменению свойств материала [3–5], что требуется учитывать при проектировании конструкций из полимерных композитов.

Одним из видов воздействий, вызывающих повреждение полимерных композитов, является ударное нагружение. Исследования в области влияния ударных воздействий на поведение конструкций из композитов проводятся как отечественными [6–8], так и зарубежными [9–11] учеными. В частности, рассматривается влияние предварительных низкоскоростных ударных воздействий на остаточные свойства при сжатии, растяжении, изгибе, кручении, в том числе с учетом геометрии ударника, толщины образцов и схемы укладки [12].

Прогнозировать остаточные механические характеристики полимерных композитов после нанесения ударных воздействий можно на основе численного моделирования [13, 14], однако для этого требуются данные о структуре, деформационных и прочностных характеристиках материала, геометрии тела, а также значительные вычислительные ресурсы. В связи с этим в некоторых случаях остаточные свойства конструкций прогнозируют на основе феноменологических моделей, которые описывают зависимости остаточных характеристик материала от энергии предварительных воздействий с помощью некоторой совокупности функций и для определения параметров которых

необходимо ограниченное число экспериментальных данных. Различные феноменологические модели были предложены в работах Carpino G. [15], Koo J.M. [16], Avva V.S. [17] и других авторов [12].

Целью работы является оценка применимости различных феноменологических моделей для описания экспериментальных зависимостей остаточных деформационных, прочностных и усталостных характеристик слоисто-волокнистых стекло- и углепластиков от энергии предварительных ударных воздействий.

2. Феноменологические модели описания зависимостей остаточных механических характеристик от энергии ударного воздействия

Экспериментальные зависимости остаточных механических характеристик элементов композитных конструкций (p^{res}) от энергии предварительного ударного воздействия (E_{imp}) имеют, как правило, три характерные стадии: I – слабо выраженного влияния предварительного удара на механические свойства; II – выраженного снижения свойств при повышенной энергии ударного воздействия (в некоторых работах допускается наличие минимума на данной стадии [18], объясняемого изменением механизма повреждения вследствие повышения скорости удара, однако в данной работе такой случай рассматриваться не будет); III – достижения постоянных значений механических характеристик, когда повышение энергии предварительного удара не приводит к дальнейшему падению свойств (чаще всего при этом реализуется сквозной пробой тела либо его разрушение).

Феноменологические модели, описывающие закономерности изменения остаточных механических характеристик композитных конструкций, могут быть построены на основе функций, аппроксимирующих экспериментальные зависимо-

сти, которые должны удовлетворять следующим требованиям:

1. Быть непрерывными на области определения (при неотрицательных значениях энергии удара E_{imp}).

2. При $E_{imp} = 0$ принимать значение p_0^{res} , соответствующее механической характеристике неповрежденного элемента конструкции.

3. Быть невозрастающими — предполагается, что нанесение ударных повреждений не может повысить прочность конструкции. Выполнению данного требования соответствует неположительное значение производной функции на области определения (при этом возможно наличие точек, в которых производная не существует — например, при использовании кусочно-заданных функций).

4. Быть ограниченными снизу прямой $p^{res} = p_{crit}^{res}$ — минимальным достигаемым значением механической характеристики (допустимым является значение $p_{crit}^{res} = 0$).

5. Иметь одну точку изменения кривизны либо излом (при использовании кусочно-заданных функций) — для корректного описания стадийности экспериментальных зависимостей остаточных свойств от энергии предварительного удара.

Функции, удовлетворяющие данным требованиям, используются в нескольких известных из литературы феноменологических моделях (далее приведены их модификации, учитывающие наличие порога чувствительности и минимального значения остаточных свойств) [12, 17]:

1. Модификация модели Carpiño G. (модель «С») [12, 15] с использованием степенной функции в виде

$$K_p = \frac{p^{res}}{p_0^{res}} = \begin{cases} 1, & E_{imp} \leq E_t; \\ \left(1 - \frac{p_{crit}^{res}}{p_0^{res}}\right) \left(\frac{E_t}{E_{imp}}\right)^k + \frac{p_{crit}^{res}}{p_0^{res}}, & E_{imp} > E_t, \end{cases} \quad (1)$$

где K_p — относительное значение остаточной механической характеристики композитного элемента конструкции; $E_t > 0$ — пороговое значение энергии удара, до достижения которого свойство практически не изменяется; $k > 0$ — параметр формы аппроксимирующей степенной функции. В модели необходим подбор трех параметров: E_t , k , p_{crit}^{res} . Недостатком модели является излом функции при $E_{imp} = E_t$.

2. Модификация модели Коо J.M. (модель «К») [12, 16] с использованием показательной функции в виде

$$K_p = \frac{p^{res}}{p_0^{res}} = \begin{cases} 1, & E_{imp} \leq E_t; \\ \left(1 - \frac{p_{crit}^{res}}{p_0^{res}}\right) \beta^{\left(\frac{E_{imp}}{E_t} - 1\right)} + \frac{p_{crit}^{res}}{p_0^{res}}, & E_{imp} > E_t, \end{cases} \quad (2)$$

где $\beta > 0$ — параметр формы аппроксимирующей показательной функции. В модели необходим подбор трех параметров: E_t , β , p_{crit}^{res} . Недостатком модели также является излом функции при $E_{imp} = E_t$.

3. Модификация модели Avva V.S. (модель «А») [17] с использованием степенной функции

$$K_p = \frac{p^{res}}{p_0^{res}} = \begin{cases} 1, & E_{imp} \leq E_t; \\ \left(1 - \frac{p_{crit}^{res}}{p_0^{res}}\right) \left[2\alpha \left(\frac{E_{imp}}{E_t} - 1\right) + 1\right]^{-\frac{1}{2}} + \frac{p_{crit}^{res}}{p_0^{res}}, & E_{imp} > E_t, \end{cases} \quad (3)$$

где $\alpha > 0$ — параметр модели. Как и в предыдущих двух моделях, необходим подбор трех параметров и недостатком функции является наличие излома.

4. Авторская модель [12] с использованием функции арктангенса (модель «АТ»):

$$K_p = \frac{p^{res}}{p_0^{res}} = \frac{1 + \frac{2}{\pi} \arctg\left(\frac{E_t - E_{imp}}{\lambda}\right)}{1 + \frac{2}{\pi} \arctg\left(\frac{E_t}{\lambda}\right)} \times \left(1 - \frac{p_{crit}^{res}}{p_0^{res}}\right) + \frac{p_{crit}^{res}}{p_0^{res}}, \quad (4)$$

где $E_t > 0$ — параметр, определяющий горизонтальный сдвиг графика арктангенса (можно показать, что он соответствует энергии удара, при которой изменяется кривизна графика, т. е. угол наклона касательной минимален); $\lambda > 0$ — параметр масштаба аппроксимирующей функции. Как и в предыдущих случаях, в модели необходим подбор трех параметров: E_t , λ , p_{crit}^{res} . Производная предложенной функции является непрерывной, соответственно, она способна отражать плавные процессы изменения свойств. Тем не менее у предлагаемой функции есть недостаток — ее производная является симметричной относительно прямой $E_{imp} = E_t$, что может не соответствовать экспериментальным данным.

При прогнозировании остаточных механических характеристик элементов композитных конструкций целесообразным является также определение границ стадий ударной чувствительности: при слишком низких энергиях ударного воздействия остаточные свойства могут приниматься практически неизменными (стадия I), при высоких энергиях в расчетах могут быть использованы минимальные значения свойств элемента конструкции (стадия III).

Для рассмотренных моделей был применен следующий подход к определению границ стадий ударной чувствительности. Первый порог E_{st1} , соответствующий завершению области нечувствительности, для моделей «С», «К» и «А» вводится явно и равен значению параметра E_t . Для модели «АТ» данный порог предложено определять в точке, где достигается значение $K_p = 0,95$, т. е. происходит падение характеристики на 5%. Второй порог E_{st2} , соответствующий переходу от второй стадии к третьей, для всех моделей вводится как точка, в которой значение K_p на 0,05 превышает минимальное относительное значение механической характеристики p_{crit}^{res}/p_0^{res} .

Для определения параметров моделей могут быть применены различные методы. В данной работе вычисление оптимальных параметров проводится численно методом наименьших квадратов [19].

Рассмотренные модели могут быть использованы для анализа зависимостей различных остаточных характеристик композитных элементов конструкций (прочности, жесткости, долговечности и т. д.) от энергии предварительного ударного воздействия. В общем случае в моделях могут учитываться зависимости параметров от характера нанесения ударного воздействия (ортогонально поверхности, под углом к ней), площади поврежденной области (связанной с геометрией ударника), температуры и других факторов, при этом вид функций, аппроксимирующих рассматриваемые зависимости, может оставаться неизменным.

3. Результаты применения феноменологических моделей для описания экспериментальных зависимостей

С целью оценки описательной способности моделей при прогнозировании остаточных характеристик композитов обрабатывались экспериментальные данные, опубликованные в открытых источниках. Анализ ударной чувствительности

полимерных композитов проведен в рамках программы развития ПНИПУ на 2025–2036 гг. при поддержке программы стратегического академического лидерства «Приоритет-2030», соглашение № 075-15-2026-102 от 07.04.2026 г.

В работе [20] отражены результаты испытаний на предварительный низкоскоростной удар падающим грузом и последующее квазистатическое и циклическое сжатие образцов пластин ($150 \times 100 \times 2,5$ мм), изготовленных из стеклотекстолита СТЭФ (ГОСТ 12652-74). По результатам испытаний определялись остаточная прочность при сжатии F_{CAI} (ГОСТ 33495-2015) и остаточная долговечность N_{res} при неизменных параметрах цикла (их относительные значения K_F и K_N). Значения параметров моделей, коэффициента детерминации, а также энергий, соответствующих границам стадий ударной чувствительности, приведены в табл. 1 и 2.

Результаты демонстрируют высокую описательную способность моделей для прогнозирования остаточной прочности и долговечности пластин из стеклотекстолита СТЭФ (коэффициенты детерминации во всех случаях превышали 0,93). Использование моделей также позволило выявить существенные различия в характере изменения прочности и долговечности: порог ударной чувствительности (параметр E_{st1}) значительно ниже в случае циклических воздействий, кроме этого, по достижении некоторой энергии удара композитные элементы теряют способность выдерживать циклические нагрузки. Данная особенность объясняется изменением механизма роста усталостной трещины при циклическом воздействии вследствие появления концентратора напряжений. Отмечено, что модель «К» не только обладает лучшей описательной способностью среди рассмотренных моделей, но и позволяет более адекватно прогнозировать переход между стадиями II и III на диаграммах ударной чувствительности (в других моделях данный переход прогнозируется при завышенных значениях энер-

Таблица 1. Результаты обработки экспериментальных данных об остаточной прочности F_{CAI} пластин из стеклотекстолита СТЭФ

Модель	«С»	«К»	«А»	«АТ»
F_0^{CAI} , МПа	251,5			
Параметр 1, Дж	$E_t = 8,85$	$E_t = 6,66$	$E_t = 7,71$	$E_t = 23,67$
Параметр 2	$k = 0,3756$	$\beta = 0,8188$	$\alpha = 0,2363$	$\lambda = 19,74$
F_{crit}^{CAI} , МПа	0	82,57	0	78,25
R^2	0,9856	0,9957	0,9936	0,9853
E_{st1} , Дж	8,85	6,66	7,71	7,11
E_{st2} , Дж	25733	93,3	6517	133,7

Таблица 2. Результаты обработки экспериментальных данных
об долговечности N^{res} пластин из стеклотекстолита
СТЭФ

Модель	«С»	«К»	«А»	«АТ»
N_0^{res} , циклов	8183			
Параметр 1, Дж	$E_t = 2,18$	$E_t = 1,48$	$E_t = 2,33$	$E_t = 4,15$
Параметр 2	$k = 1,0207$	$\beta = 0,7616$	$\alpha = 2,6950$	$\lambda = 3,1014$
N_{crit}^{res} , циклов	0	0	0	0
R^2	0,9645	0,9826	0,9312	0,9752
E_{st1} , Дж	2,18	1,48	2,33	0,9298
E_{st2} , Дж	41,0	17,7	175	28,8

гии ударного воздействия). Экспериментальные диаграммы ударной чувствительности и их аппроксимации представлены на рис. 1, вертикальными

линиями обозначены границы стадий ударной чувствительности.

В работе [17] отражены результаты испытаний на предварительный низкоскоростной удар падающим грузом и последующее квазистатическое растяжение и сжатие образцов слоисто-волокнутого углепластика в виде пластин (180×50 мм, длина захватных частей по 40 мм), изготовленных методом автоклавного формования из препрега (объемная доля волокон около 60 %, атласное плетение ткани, эпоксидная смола), схема укладки $[0^\circ/90^\circ, \pm 45^\circ/2,0^\circ/90^\circ]_s$. По результатам испытаний определялись остаточные прочность при растяжении T_{res} и прочность при сжатии C_{res} (их относительные значения K_T и K_C). Результаты обработки экспериментальных данных представлены в табл. 3 и 4.

Результаты демонстрируют высокую описательную способность моделей для прогнозирования остаточной прочности и долговечности пластин из слоисто-волокнутого углепластика (коэффициенты детерминации во всех случаях превышали 0.87, их сниженное значение по сравнению с предыдущим случаем объясняется большим статистическим разбросом данных). Наблюдаются небольшие различия в характере зависимостей остаточной прочности при растяжении и при сжатии от энергии предварительного удара: при сжатии область нечувствительности к удару несколько больше. Наиболее адекватно поведение материала описывает модификация модели Коо J.M. (модель «К»), поскольку она не прогнозирует чрезвычайно завышенную энергию перехода к стадии III диаграмм ударной чувствительности и заниженные предельные значения свойств композита. Экспериментальные и расчетные диаграммы ударной чувствительности представлены на рис. 2, вертикальными линиями обозначены границы стадий ударной чувствительности.

В работе [21] отражены результаты испытаний на предварительный низкоскоростной удар пада-

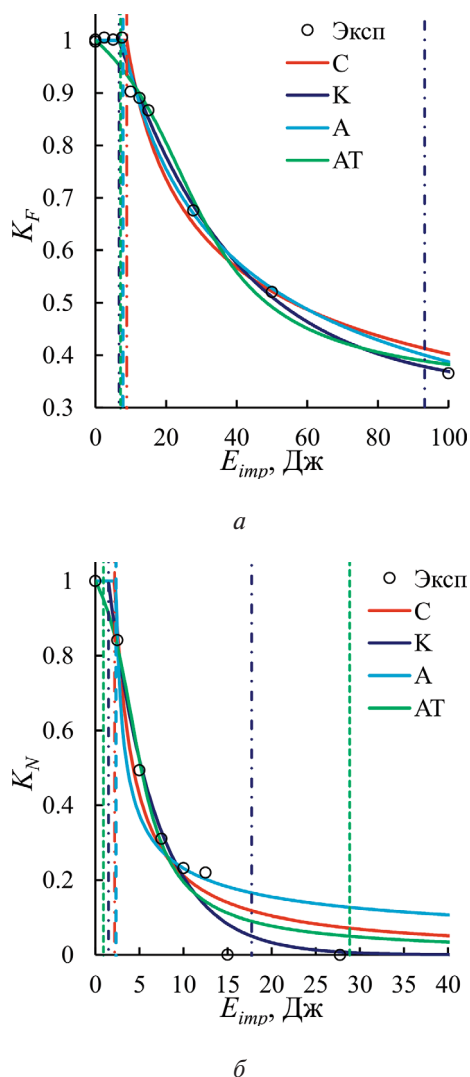


Рис. 1. Экспериментальные диаграммы ударной чувствительности пластин из стеклотекстолита СТЭФ и их аппроксимации различными моделями: а – $K_F(E_{imp})$; б – $K_N(E_{imp})$

Таблица 3. Результаты обработки экспериментальных данных об остаточной прочности при растяжении T^{res} пластин из слоисто-волокнутого углепластика

Модель	«С»	«К»	«А»	«АТ»
T_0^{res} , МПа	421,9			
Параметр 1, Дж	$E_t = 1,82$	$E_t = 1,76$	$E_t = 1,81$	$E_t = 3,37$
Параметр 2	$k = 0,7014$	$\beta = 0,4790$	$\alpha = 0,6112$	$\lambda = 1,356$
T_{crit}^{res} , МПа	126,5	216,1	80,6	210,8
R^2	0,9207	0,9225	0,9205	0,9233
E_{sf1} , Дж	1,82	1,76	1,81	1,61
E_{sf2} , Дж	78,3	7,21	387,7	8,16

Таблица 4. Результаты обработки экспериментальных данных об остаточной прочности при сжатии C^{res} пластин из слоисто-волокнутого углепластика

Модель	«С»	«К»	«А»	«АТ»
C_0^{res} , МПа	416,3			
Параметр 1, Дж	$E_t = 1,96$	$E_t = 1,96$	$E_t = 1,96$	$E_t = 2,92$
Параметр 2	$k = 1,2154$	$\beta = 0,3066$	$\alpha = 1,1601$	$\lambda = 0,1831$
C_{crit}^{res} , МПа	187,6	225,3	127,6	244,0
R^2	0,9009	0,8992	0,9012	0,8777
E_{sf1} , Дж	1,96	1,96	1,96	2,52
E_{sf2} , Дж	14,1	5,63	163,6	3,39

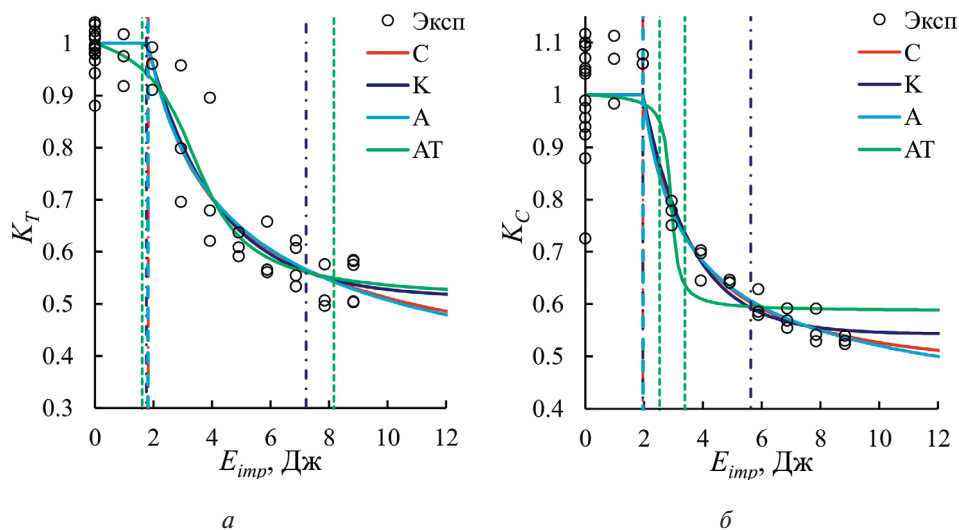


Рис. 2. Экспериментальные диаграммы ударной чувствительности пластин из слоисто-волокнутого углепластика и их аппроксимации различными моделями: а – $K_T(E_{imp})$; б – $K_C(E_{imp})$

ющим грузом и последующий квазистатический и циклический изгиб образцов в виде короткой балки ($5 \times 10 \times 30$ мм), вырезанных из слоисто-волокнутого углепластика, изготовленного методом автоклавного формования из препрега ВКУ-39 и связующего ВСЭ 1212 (содержание связующего около 32%), схема укладки $[\pm 45]_s$. По результа-

там испытаний определялись остаточные предел прочности при межслоевом сдвиге τ_B^{res} и долговечность N_{res} (их относительные значения K_B и K_N). Поскольку под воздействием удара по указанным композитам с энергией более 8 Дж происходит практически полная потеря несущей способности (разрушение тела), критическое значение предела

прочности при межслоевом сдвиге $\tau_{B\text{crit}}^{\text{res}}$ и критическое значение долговечности $N_{\text{crit}}^{\text{res}}$ были приняты нулевыми. Значения параметров моделей, коэффициента детерминации, а также границ стадий ударной чувствительности приведены в табл. 5 и 6.

Экспериментальные и расчетные диаграммы ударной чувствительности представлены на рис. 3. Результаты демонстрируют хорошую описательную способность моделей для прогнозирования остаточных характеристик образцов в виде короткой балки из слоисто-волокнутого углепластика (коэффициенты детерминации во всех случаях превышали 0,86). Как и в первом случае, наблюдается более высокая чувствительность долговечности тела к ударным воздействиям в сравнении с прочностью. Лучшей описательной способностью обладала модель «А», однако модель «К» более адекватно прогнозировала переход между стадиями II и III на диаграммах ударной чувствительности. Отсутствие данных об энергии, при которой происходило разрушение образцов, явилось причиной завышения прогнозируемых остаточных свойств при больших значениях энергии, а также смещения прогнозируемого перехода к стадии III вправо. Соответственно, включение в обработку указанных данных необходимо.

В работе [22] отражены результаты испытаний на предварительный низкоскоростной удар падающим грузом по схеме трехточечного изгиба и последующее квазистатическое растяжение образцов в виде полосок ($125 \times 25 \times 2,65$ мм), изготовленных из слоисто-волокнутого углепластика. По результатам испытаний определялись остаточные предел прочности при растяжении σ_B^{res} и модуль Юнга E_{res} (их относительные значения K_T и K_E). Поскольку под воздействием удара с энергией более 6,5 Дж происходила практически полная потеря несущей способности (разрушение тела), критическое значение предела прочности при растяжении $\sigma_{B\text{crit}}^{\text{res}}$ и модуля Юнга $E_{\text{crit}}^{\text{res}}$ были приняты нулевыми. Результаты аппроксимации приведены в табл. 7 и 8.

Результаты демонстрируют хорошую описательную способность моделей для прогнозирования остаточного предела прочности при растяжении и модуля Юнга образцов в виде полоски из слоисто-волокнутого углепластика (коэффициенты детерминации во всех случаях превышали 0,75). В данном случае лучшей описательной способностью обладала модель «АТ» благодаря возможности учета постепенного снижения механических характеристик при низких энергиях ударного воздействия,

Таблица 5. Результаты обработки экспериментальных данных об остаточном пределе прочности при межслоевом сдвиге τ_B^{res} слоисто-волокнутого углепластика

Модель	«С»	«К»	«А»	«АТ»
τ_{B0}^{res} , МПа	67,5			
Параметр 1, Дж	$E_t = 2,44$	$E_t = 1,80$	$E_t = 2,89$	$E_t = 4,00$
Параметр 2	$k = 1,0194$	$\beta = 0,6835$	$\alpha = 2,8344$	$\lambda = 3,2948$
$\tau_{B\text{crit}}^{\text{res}}$, МПа	0			
R^2	0,9064	0,8876	0,9340	0,8626
E_{st1} , Дж	2,44	1,80	2,89	0,88
E_{st2} , Дж	46,1	16,0	207	30,7

Таблица 6. Результаты обработки экспериментальных данных об остаточной долговечности N^{res} слоисто-волокнутого углепластика

Модель	«С»	«К»	«А»	«АТ»
N_0^{res} , циклов	180137			
Параметр 1, Дж	$E_t = 0,85$	$E_t = 0,76$	$E_t = 0,97$	$E_t = 1,12$
Параметр 2	$k = 2,3008$	$\beta = 0,2816$	$\alpha = 15,593$	$\lambda = 0,3391$
$N_{\text{crit}}^{\text{res}}$, циклов	0			
R^2	0,9717	0,9641	0,9611	0,9625
E_{st1} , Дж	0,85	0,76	0,97	0,39
E_{st2} , Дж	3,12	2,56	13,4	3,48

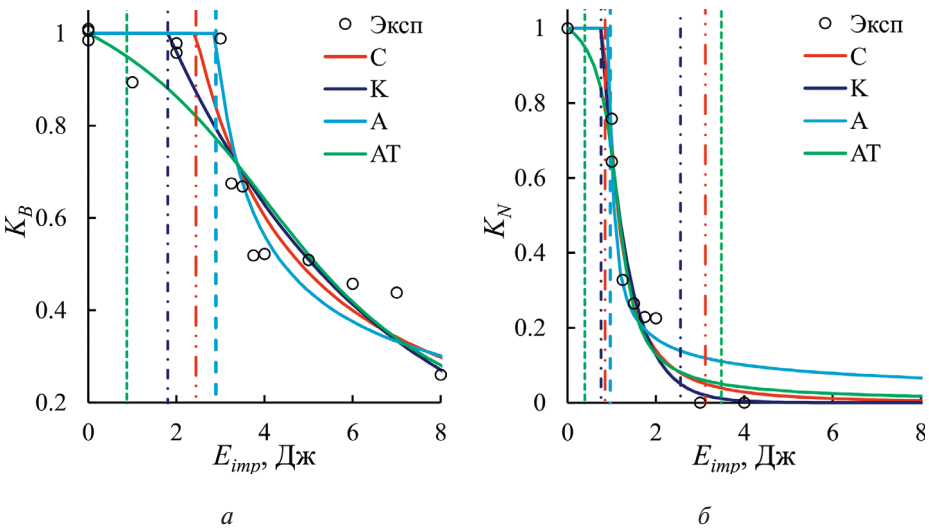


Рис. 3. Экспериментальные диаграммы ударной чувствительности образцов в виде короткой балки из слоисто-волокнутого углепластика и их аппроксимации различными моделями: а – $K_B(E_{imp})$; б – $K_N(E_{imp})$

Таблица 7. Результаты обработки экспериментальных данных об остаточной прочности σ_B^{res} образцов в виде полосок из слоисто-волокнутого углепластика

Модель	«С»	«К»	«А»	«АТ»
σ_{B0}^{res} , МПа	180137			
Параметр 1, Дж	$E_t = 0,85$	$E_t = 0,76$	$E_t = 0,97$	$E_t = 1,12$
Параметр 2	$k = 2,3008$	$\beta = 0,2816$	$\alpha = 15,593$	$\lambda = 0,3391$
σ_{Bcrit}^{res} , МПа	0			
R^2	0,9717	0,9641	0,9611	0,9625
E_{st1} , Дж	0,85	0,76	0,97	0,39
E_{st2} , Дж	3,12	2,56	13,4	3,48

Таблица 8. Результаты обработки экспериментальных данных об остаточном модуле Юнга E^{res} образцов в виде полосок из слоисто-волокнутого углепластика

Модель	«С»	«К»	«А»	«АТ»
E_0^{res} , МПа	65,9			
Параметр 1, Дж	$E_t = 4,94$	$E_t = 5,33$	$E_t = 5,48$	$E_t = 5,6308$
Параметр 2	$k = 6,3764$	$\beta = 8,77 \cdot 10^{-6}$	$\alpha = 152,5$	$\lambda = 0,4459$
E_{crit}^{res} , МПа	0			
R^2	0,7417	0,7720	0,7566	0,8413
E_{st1} , Дж	4,94	5,33	5,48	3,74
E_{st2} , Дж	7,90	6,70	12,65	8,52

однако при этом прогнозируемый переход между стадиями II и III был несколько завышенным, как и в предыдущем случае. В результате обработки определено, что модуль Юнга материала обладает меньшей чувствительностью к ударным воздействиям, чем предел прочности при растяжении.

Данная особенность объясняется тем, что модуль упругости характеризует материал в некоторой протяженной области, а предел прочности – наиболее слабое сечение, поврежденное при ударе. Результаты обработки экспериментальных данных различными выражениями представлены на рис. 4.

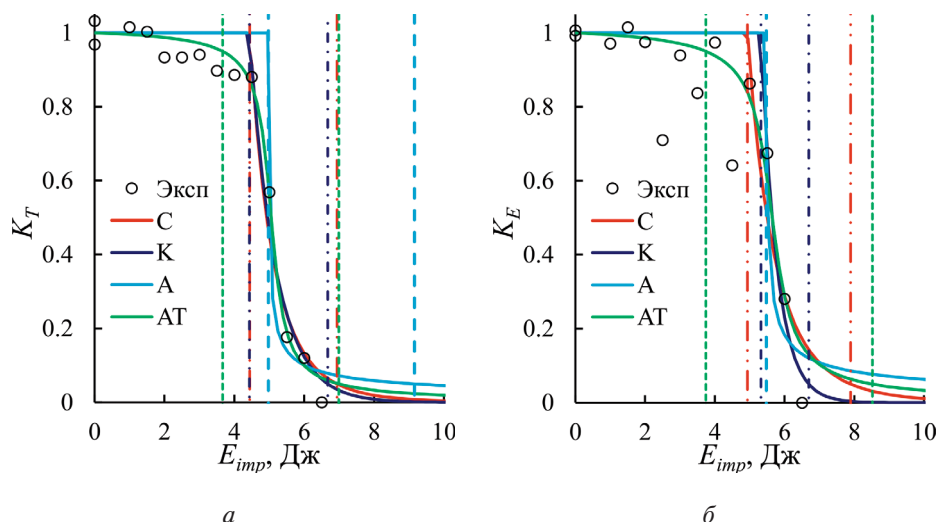


Рис. 4. Экспериментальные диаграммы ударной чувствительности образцов в виде полосок из слоисто-волокнутого углепластика и их аппроксимации различными моделями: а – $K_T(E_{imp})$; б – $K_E(E_{imp})$

4. Выводы

Четыре рассмотренные феноменологические модели (на основе использования степенных функций – модификации моделей Caprino G., Avva V.S., показательной функции – модификация модели Коо J.M., функции арктангенса – авторская модель) хорошо описывают экспериментальные зависимости остаточной прочности, жесткости и долговечности слоисто-волокнутого стеклопластика и углепластика от энергии предварительных низкоскоростных ударных воздействий.

Из рассмотренных моделей лучшей описательной способностью обладала модификация модели Коо J.M.; кроме того, ее использование позволяло наиболее адекватно прогнозировать переход к стадии достижения минимальных значений механических характеристик (в том числе при разрушении тела). Однако при плавном изменении механических характеристик без явного порога

ударной чувствительности целесообразным представляется использование авторской модели на основе функции арктангенса.

Из рассмотренных свойств наибольшей чувствительностью к ударным воздействиям обладает долговечность, промежуточной – прочность, наименьшей – жесткость тела. Характер зависимости прочности тела от энергии ударного воздействия при растяжении и при сжатии может быть разным.

Таким образом, можно сделать вывод о целесообразности применения феноменологических моделей для описания зависимостей остаточных механических характеристик полимерных композитов от энергии предварительных ударных воздействий. Планируется расширение области применения данных моделей для композитных элементов конструкций (сотовых панелей, конструктивно подобных элементов и т. д.).

Конфликт интересов / Conflict of Interests

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов / The authors declare no relevant conflict of interests

Список источников / References

1. Макаров А.В., Иноземцев А.А., Дегтярь В.Г. и др. Обеспечение технологического суверенитета России в металлургии и машиностроении // Вестник Российской академии наук. 2024. Т. 94. № 3. С. 232–245. DOI: 10.31857/S0869587324030068
Makarov AV, Inozemtsev AA, Degtyar VG, et al. Ensuring of technological sovereignty of Russia in metallurgy and machine building. *Herald of the Russian Academy of Sciences*. 2024;94(3):232–245. (In Russ.).
2. Каблов Е.Н., Антипов В.В. Роль материалов нового поколения в обеспечении технологического суверенитета Российской Федерации // Вестник Российской академии наук. 2023. Т. 93. № 10. С. 907–916. DOI: 10.31857/S0869587323100055
Kablov EN, Antipov VV. The role of new generation materials in ensuring the technological sovereignty of the Russian Federation. *Herald of the Russian Academy of Sciences*. 2023;93(10):907–916. (In Russ.).

3. Staroverov O, Mugatarov A, Sivtseva A, et al. Phenomenological models of residual mechanical properties of polymer composites under fatigue loading: review, analysis of descriptive ability and classification. *Fracture and Structural Integrity*. 2026;20(77):138-172. DOI: 10.3221/igf-esis.77.10
4. Staroverov O, Mugatarov A, Kuchukov A, et al. Influence of proportional multiaxial fatigue loading on the residual mechanical properties of glass-reinforced plastic pipes. *Engineering Failure Analysis*. 2024;163(9):108586. DOI: 10.1016/j.engfailanal.2024.108586
5. Чеботарева Е.А., Лобанов Д.С. Оценка влияния эксплуатационных дефектов и наружных повреждений на механическое поведение полимерного слоистого композиционного материала // Проблемы прочности и пластичности. 2025. Т. 87. № 4. С. 539-551. DOI: 10.32326/1814-9146-2025-87-4-539-551
Chebotareva EA, Lobanov DS. Assessment of the influence of operational defects and external damage on the mechanical behaviour of polymer laminated composite material. *Problems of Strength and Plasticity*. 2025;87(4):539-551. (In Russ.).
6. Sapozhnikov SB, Dubovikov EA. The assessment of the severity of local impact on a pro-bionic composite lattice shell by the use of fiber-optic sensors. *Fracture and Structural Integrity*. 2025;19(73):1-11. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.73.01
7. Погосян М.А., Турбин Н.В., Староверов О.А. и др. Исследование живучести деталей ЛА из конструкционных полимерных композиционных материалов в условиях циклического сжатия после удара // Вестник Московского авиационного института. 2025. Т. 32. № 4. С. 126-136.
Pogosyan MA, Turbin NV, Staroverov OA, et al. Investigation of the Damage Tolerance of Aircraft Polymer Composite Structures under Conditions of Cyclic Compression after Impact. *Aerospace MAI Journal*. 2025;32(4):126-136. (In Russ.).
8. Беззаметнов О.Н., Митряйкин В.И., Халиулин В.И. Испытания низкоскоростным ударом различных композиционных материалов // Вестник Московского авиационного института. 2019. Т. 26. № 4. С. 216-229. DOI: 10.34759/vst-2019-4-216-229
Bezzametnov ON, Mitryaikin VI, Khaliulin VI. Low-speed impact testing of various composites. *Aerospace MAI Journal*. 2019;26(4):216-229. (In Russ.).
9. Sadighi M, Alderliesten R. Impact fatigue, multiple and repeated low-velocity impacts on FRP composites: A review. *Composite Structures*. 2022;297:116962. DOI: 10.1016/j.compstruct.2022.115962
10. Zhang N, Zhou G, Guo X, et al. High-velocity impact damage and compression after impact behavior of carbon fiber composite laminates: Experimental study. *International Journal of Impact Engineering*. 2023;181(3):104749. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2023.104749
11. Wan Y, Wang L, Liu Y, et al. Experimental investigation on the low-velocity impact response and the residual strength of CFRP tubes. *Polymer Composites*. 2024;45(10):8677-8693. DOI: 10.1002/pc.28368
12. Staroverov O, Sivtseva A, Mugatarov A, et al. A novel approach to estimation of residual strength of laminated polymer composites under compression after impact. *Fracture and Structural Integrity*. 2025;19(74):358-372. DOI: 10.3221/igf-esis.74.22
13. Вай Я.У., Михайловский К.В. Моделирование напряженно-деформированного состояния панели из полимерных композиционных материалов при действии однократной ударной нагрузки и оценка областей появления дефектов // Вестник Московского авиационного института. 2025. Т. 32. № 1. С. 112-123.
Wai YO, Mikhailovsky KV. Stress-Strain State Modeling of a Panel from Composite Materials under the Impact of One-Time Sock Loading and Assessment of the Defect Areas Occurrence. *Aerospace MAI Journal*. 2025;32(1):112-123.
14. Сапожников С.Б., Буслаева О.С. Расчетно-экспериментальное исследование сжатия после удара (CAI-тест) тканевого композита со сквозным дефектом // Вестник ЮУрГУ. Серия «Математика. Механика. Физика». 2023. Т. 15. № 3. С. 43-54. DOI: 10.14529/mmph230305
Sapozhnikov SB, Buslaeva OS. Numerical and experimental study of compression after impact (CAI-test) of a fabric composite with open hole defects. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mathematics. Mechanics. Physics*. 2023;15(3):43-54.
15. Caprino G. Residual Strength Prediction of Impacted CFRP Laminates. *Journal of Composite Materials*. 1984;18(6):508-518. DOI: 10.1177/002199838401800601
16. Koo JM, Choi JH, Seok CS. Prediction of residual strength of CFRP after impact. *Composites Part B: Engineering*. 2013;54:28-33. DOI: 10.1016/j.compositesb.2013.04.020
17. Oxley M. *The Effect of Low-Velocity Impact Damage on the Performance of a Woven CFRP*. PhD thesis. Sheffield: University of Sheffield; 1991. 342 p.
18. Richardson MOW, Wisheart MJ. Review of low-velocity impact properties of composite materials. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. 1996;27:1123-1131.
19. Мугатаров А.И., Сивцева А.В., Феклистова Е.В. и др. Вычисление параметров моделей ударной чувствительности по экспериментальным данным. Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ RU2026611718. Бюл. № 2, 22.01.2026.
Mugatarov AI, Sivtseva AV, Feklistova EV, et al. *Calculation of parameters of shock sensitivity models based on experimental data*. Certificate of State registration of the computer program RU2026611718. Bull. 2, 22.01.2026. (In Russ.).

20. Староверов О.А., Струнгарь Е.М., Мугатаров А.И. и др. Остаточная прочность и усталостная долговечность слоистого полимерного композита в условиях сжатия после удара // Вестник ПНИПУ. Механика. 2024. № 5. С. 106-119. DOI: 10.15593/perm.mech/2024.5.09
Staroverov OA, Strungar EM, Mugatarov AI, et al. Residual Strength and Fatigue life of Woven Composite under Compression after Impact Loading. *PNRPU Mechanics Bulletin*. 2024(5):106-119. (In Russ.).
21. Староверов О.А., Мугатаров А.И., Чеботарева Е.А. Изучение закономерностей механического поведения слоисто-волоконистых полимерных композитов в условиях предварительных ударных и последующих квазистатических и циклических воздействий // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2023. № 4. С. 21-30.
Staroverov OA, Mugatarov AI, Chebotareva EA. Studying the regularities of mechanical behavior of fiber reinforced plastic composites under preliminary impact and subsequent quasistatic and cyclic loads. *Russian Aeronautics*. 2023;66(4):652-662.
22. Staroverov OA, Wildemann VE, Mugatarov AI, et al. Critical States of Laminated Polymer Composite under Quasi-Static Deformation after Preliminary Low-Velocity Impact Loads. *Mechanics of Solids*. 2024;59(5):3244-3253. DOI: 10.1134/S0025654424606116

Статья поступила в редакцию / Received 30.06.2026
Одобрена после рецензирования / Revised 22.07.2026
Принята к публикации / Accepted 23.07.2026