



Научная статья

УДК 656

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=189167>

EDN: <https://www.elibrary.ru/WHBZPC>

ВЕРОЯТНОСТНАЯ ПОСТАНОВКА ЛОГИСТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ С ОГРАНИЧЕНИЕМ НА ВРЕМЯ ДОСТАВКИ

А.В. Наумов  

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),

г. Москва, Россия

 naumovav@mail.ru

Цитирование: Наумов А.В. Вероятностная постановка логистической задачи с ограничением на время доставки // Труды МАИ: электрон. журнал. № 149.

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=189167>

Аннотация. В современных условиях актуальной задачей является модификация классических постановок логистических задач на случай использования различных средств доставки, например, средств малой авиации в условиях ограниченности сроков доставки, которые являются неконтролируемым фактором, например, из-за наличия противодействия. В работе рассматривается логистическая задача в классических терминах минимизации стоимости доставки груза со складов до пунктов назначения, но в условиях случайности времени доставки. Задача формулируется в терминах стохастического линейного программирования с вероятностным ограничением на время доставки. При этом учитываются ограничения на объемы складов и грузоподъемности средств доставки. Предполагается, что траектория движения средств доставки может содержать несколько точек назначения. Время движения от склада до первой точки назначения и между точками назначения моделируется независимыми случайными величинами с дискретным законом распределения. Предложен эффективный алгоритм вычисления вероятности одновременного выполнения всех ограничений на время доставки в точки назначения по выбранной

траектории движения. Этот алгоритм может быть использован заранее для всех интересующих траекторий движения, что уменьшает время принятия логистического решения в онлайн режиме. Это позволяет свести исходную задачу поиска оптимального логистического решения по критерию минимума затрат с учетом вероятностного ограничения на время доставки к детерминированной задаче линейного программирования с булевыми переменными. Приводятся результаты численного эксперимента, иллюстрирующие эффективность работы алгоритма вычисления вероятности своевременной доставки при движении по выбранной траектории.

Ключевые слова: задача логистики; стохастическое линейное программирование; вероятностное ограничение.

Финансирование: исследование выполнено при финансовой поддержке АНО «Аналитический центр при Правительстве Российской Федерации» в рамках договора № 70-2025-000814 от 04.06.2025

PROBABILISTIC FORMULATION OF LOGISTIC PROBLEM WITH DELIVERY TIME LIMITATION

A.V. Naumov  

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

 naumovav@mail.ru

Citation: Naumov A.V. Probabilistic formulation of logistic problem with delivery time limitation // Trudy MAI. 2026. No. 149. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=189167>

Abstract. In modern conditions, an urgent problem is to modify the classic statements of logistics problem in case of using various means of delivery, for example, small aircraft in conditions of limited delivery time, which are an uncontrolled factor, for example, due to the presence of opposition. The paper considers the logistic task in classical terms of minimizing the cost of delivering cargo from warehouses to destinations, but in conditions of randomness of delivery time. The problem is formulated in terms of stochastic linear programming with a probabilistic constraint on delivery time. This problem into account restrictions on the volume of warehouses and the carrying capacity of delivery vehicles. It is contemplated that the path of the delivery means may comprise multiple delivery points. The travel time from the

warehouse to the first delivery point and between delivery points is modeled by independent random variables with a discrete distribution law. Disclosed is an efficient algorithm for calculating probability of simultaneous fulfillment of all restrictions on delivery time to delivery points along a selected trajectory. This algorithm can be used in advance for all trajectories of interest, which reduces the time for making a logistics decision online. This makes it possible to reduce the initial problem of finding the optimal logistic solution by the criterion of minimum costs, taking into account the probabilistic limitation on the delivery time, to the deterministic problem of linear programming with Boolean variables. The results of a numerical experiment illustrating the efficiency of the algorithm for calculating the probability of timely delivery when moving along a selected trajectory are presented.

Keywords: logistic problem; stochastic linear programming; probabilistic constraint.

Funding: the study was carried out with the financial support of ANO Analytical Center under the Government of the Russian Federation under contract No. 70-2025-000814 dated 04.06.2025

Введение

Логистические задачи в детерминированной постановке хорошо исследованы в современной и классической литературе по данной тематике [1-4]. Для их решения используются как классические методы линейного и целочисленного программирования [3], так и современные методы теории графов [4]. В современных условиях острой конкурентной борьбы в области интернет и сетевой торговли важным конкурентным преимуществом компании является строгое соблюдение сроков доставки товара потребителю. С другой стороны, актуальными в сейчас являются задачи оптимизации способов доставки груза различными средствами доставки, например, средствами малой авиации, которым приходится часто работать в условиях противодействия. При этом сам факт доставки груза и время доставки являются неконтролируемыми факторами, которые нужно учитывать при оптимизации логистики. Для моделирования времени доставки можно использовать, при наличии определенной статистики, аппарат случайных величин, что переводит формулируемую оптимизационную

задачу в класс задач стохастического программирования. Логистические задачи стохастического программирования также широко представлены в современной литературе и в частности в работах автора [5-8]. Методы решения подобных задач нашли свое отражение в целом ряде монографий по теории стохастического программирования, например, [9]. В случае непрерывного распределения случайных параметров задачи чаще приходится использовать методы поиска гарантирующих решений, обеспечивающих верхнюю границу минимальному значению критерия [9, 10]. Для дискретных распределений случайных параметров удастся предложить детерминированный эквивалент [10,11], в виде детерминированной оптимизационной задачи большой размерности, для которой, как правило, также требуется разработка специализированных алгоритмов решения, учитывающих специфику задачи, например [12,13].

В данной работе обобщается на более широкий класс стратегий оптимизации задача формирования оптимального логистического плана доставки грузов с имеющихся складов до конечных потребителей, предложенная автором в [8]. Время доставки товара считается случайной величиной с известным дискретным законом распределения. Задача формулируется в терминах стохастического линейного программирования с вероятностным ограничением на соблюдение сроков доставки одновременно всем потребителям.

Материалы и методы

Необходимо осуществить доставку грузов со складов до точек назначения конечным потребителям в количестве M штук. Весь груз считается однотипным. К моменту формирования задания на доставку N средств доставки различной грузоподъемности находятся на L складах дистрибутора. В рамках формулируемой задачи средства доставки могут совершить одну доставку по маршруту, включающему одну или несколько точек выдачи груза конечному потребителю. Каждое средство доставки характеризуется максимальным объемом груза $v_i, i = 1, \dots, N$, который оно может доставить в рамках формируемого задания. На каждом складе содержится груз в объеме $z_l, l =$

$1, \dots, L$. В каждую точку доставки требуется доставить груз в объеме y_m , $m = 1, \dots, M$. Рассмотрим множество всех возможных траекторий доставки в рамках формируемого задания в количестве J штук. Под траекторией доставки будем понимать последовательность пунктов (точек назначения), которые должно обслужить используемое транспортное средство. Число J увеличивается с ростом максимально допустимого числа пунктов по траектории движения. Например, для двух допустимых пунктов по маршруту движения $J = (M + M!)$, для трех - $J = (M + M! + C_m^{m-1}(M - 1)!)$, и так далее. Для каждой точки доставки определено время τ_m , $m = 1, \dots, M$, за которое в рамках формируемого задания доставка должна быть осуществлена. Нарушение сроков доставки нежелательно, так как может привести к отрицательным последствиям и потерям. Поэтому, в силу случайной природы времени доставки, это ограничение требуется к выполнению одновременно во всех точках назначения груза с заданной вероятностью $\alpha \in (0,1)$. Время движения средства доставки между двумя соседними пунктами его траектории движения будем считать случайной величиной. Обозначим время движения между соседними пунктами траектории движения, за исключением куска траектории движения от склада до первой точки доставки, через T_{km} , с реализацией t_{km} , $k = 1, \dots, M$; $m = 1, \dots, M$. Величина $T_m(l)$ с реализацией $t_m(l)$ $m = 1, \dots, M$ определяет случайное время движения от склада с номером l до точки назначения с номером m . Будем предполагать, что все указанные случайные величины являются независимыми дискретными случайными величинами с π возможными реализациями. Будем также предполагать, что время движения между пунктами на траектории движения не зависит от типа средства доставки, равно как и время движения от склада до первого пункта. Стоимость (или потери несвоевременного выполнения задания, определяемые экспертами) доставки груза i -м средством доставки по j -й траектории движения равна c_{ij} , $i = 1, \dots, N$; $j = 1, \dots, J$. Пусть каждая рассматриваемая в задаче траектория движения содержит $\Lambda(j) \geq 1$ точек назначения груза. Для каждой пары $i = 1, \dots, N$; $j = 1, \dots, J$ введем в рассмотрение также вектор $x(i, j) \in N^{\Lambda(j)+1}$, $i = 1, \dots, N$; $j = 1, \dots, J$, первая координата которого является номером склада с которого стартует средство доставки с номером i , а остальные $\Lambda(j)$

координат являются номерами точек доставки груза по порядку их следования по траектории движения j . Для каждой траектории движения $j = 1, \dots, J$ введем в рассмотрение вектор $\mu(j) \in \{0,1\}^M$, каждая m -я координата которого равна 1, если m -я точка назначения принадлежит траектории j , и 0 в противном случае. Рассмотрим для каждого i -о средства доставки $i = 1, \dots, N$ вспомогательный вектор $f(i) \in \{0,1\}^L$, каждая l -я координата которого равна 1, если i -е средство доставки находилось перед началом выполнения транспортного задания на складе $l = 1, \dots, L$. Требуется минимизировать суммарные затраты (потери) на доставку груза по точкам с учетом выполнения совместного вероятностного ограничения на соблюдения сроков доставки. В роли оптимизационной стратегии выступает матрица булевых переменных $U = ||U_{ij}||$ размерностью $N \times J$, где

$$U_{ij} \triangleq \begin{cases} 1, & \text{если } i - \text{е средство доставки назначено на } j - \text{ю траекторию,} \\ 0, & \text{если не назначено.} \end{cases}$$

Рассмотрим также множество $E(U)$ пар индексов (i, j) для которых $U_{ij} = 1$.

Тогда оптимизационная задача может быть сформулирована следующим образом:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^J U_{ij} c_{ij} \rightarrow \min_{U \in \{0,1\}^{N \times J}}, \quad (1)$$

При ограничениях:

$$\sum_{i=1, N} U_{ij} \leq 1, \quad j = 1, \dots, J, \quad \sum_{j=1, J} U_{ij} \leq 1, \quad i = 1, \dots, N, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^J U_{ij} \mu_m(j) = 1, \quad m = 1, \dots, M, \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^J U_{ij} \sum_{\lambda=2}^{A(j)+1} y_{x_\lambda(i,j)} \leq v_i, \quad i = 1, \dots, N, \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^N U_{ij} f_l(i) \sum_{\lambda=2}^{A(j)+1} y_{x_\lambda(i,j)} \leq z_l, \quad l = 1, \dots, L, \quad (5)$$

$$\prod_{(i,j) \in E(U)} P(\{T_{x_2(i,j)}(x_1(i,j)) \leq \tau_{x_2(i,j)}\}) \times \prod_{d=1}^{A(j)-1} \{T_{x_2(i,j)}(x_1(i,j)) + \sum_{h=1}^d T_{x_{h+1}(i,j)x_{h+2}(i,j)} \leq \tau_{x_{d+1}(i,j)}\}) \geq \alpha, \quad (6)$$

где $\{\cdot\}$ обозначает случайное событие, $x_\lambda(i, j)$ - λ -я координата вектора $x(i, j)$. Будем считать по определению $\prod_{d=1}^D \{\cdot\} = \Omega$ при $D = 0$, где Ω - достоверное событие.

Критериальная функция в формуле (1) представляет собой стоимость проводимой логистической операции. Первое ограничение в (2) обеспечивает отсутствие возможности выполнения j -го маршрута более чем одним средством доставки. Второе ограничение в (2) обеспечивает отсутствие возможности выполнения одним средством доставки более одного логистического маршрута. Ограничение (3) обеспечивает присутствие всех точек назначения груза в выбранных оптимальных маршрутах (траекториях движения). Ограничение (4) обеспечивает возможность перевозки i -м средством доставки суммарного объема груза по обеспечиваемому им логистическому маршруту. Ограничение (5) обеспечивает необходимость наличия на каждом складе необходимого объема груза для отправки с него выбранных оптимальных логистических маршрутов. Ограничение (6) обеспечивает одновременное выполнение ограничений по времени доставки во все пункты, с заранее выбранной доверительной вероятностью α . Проверка этого ограничения облегчается возможностью заранее (до решения задачи) для каждого логистического маршрута просчитать вероятность выполнения временных ограничений на все точки назначения, задействованные на нем. Дальнейшая проверка выполнения ограничения (6) сводится к проверке неравенства (6) для произведения найденных вероятностей по всем логистическим маршрутам из оптимального решения, что обеспечивается независимостью случайных величин T_{km} , $k = 1, \dots, M$; $m = 1, \dots, M$ и $T_m(l)$ $m = 1, \dots, M$.

Алгоритм 1. Вычисление вероятности выполнения временных ограничений на j -м маршруте средством доставки с номером i .

Шаг 0. Полагаем целую величину $\lambda = 0$. Введем в рассмотрение матрицы $Y(\lambda)$ размерностью $2 \times \pi^{A(j)}$, $\lambda = 1, \dots, A(j)$. Положим все элементы этих матриц равными 0.

Шаг 1. Полагаем $\lambda := \lambda + 1$. Заполняем первую строку матрицы $Y(\lambda)$, начиная с первого элемента, реализациями $t_{x_2(i,j)}(x_1(i,j))$ случайной величины $T_{x_2(i,j)}(x_1(i,j))$, для которых выполнены ограничения $t_{x_2(i,j)}(x_1(i,j)) \leq \tau_{x_2(i,j)}$. Вторая строка заполняется аналогичным образом вероятностями соответствующих реализаций.

Шаг 2. Полагаем $\lambda := \lambda + 1$. В цикле, по λ от $\lambda = 2$, до $\lambda = \Lambda(j)$, заполняем элементы матриц $Y(\lambda)$ следующим образом. Ко всем ненулевым элементам первой строки матрицы $Y(\lambda - 1)$ прибавляем по очереди все реализации $t_{x_{\lambda-1}(i,j),x_{\lambda}(i,j)}$ случайной величины $T_{x_{\lambda-1}(i,j),x_{\lambda}(i,j)}$, каждый раз проверяя временные ограничения на время доставки в пункт с номером $x_{\lambda}(i,j)$. Если для соответствующего элемента верхней строки матрицы $Y(\lambda - 1)$ и реализации $t_{x_{\lambda-1}(i,j),x_{\lambda}(i,j)}$ ограничение выполняется, то присваиваем следующему элементу (начиная с первого) первой строки матрицы $Y(\lambda)$ значение равное сумме соответствующего элемента первой строки матрицы $Y(\lambda - 1)$ и $t_{x_{\lambda-1}(i,j),x_{\lambda}(i,j)}$. В соответствующий элемент второй строки матрицы $Y(\lambda)$ заносим вероятность появления полученной в результате суммирования реализации времени доставки в точку j -го маршрута с номером $x_{\lambda}(i,j)$. Эта вероятность получается произведением вероятности реализации $t_{x_{\lambda-1}(i,j),x_{\lambda}(i,j)}$ и вероятности, хранящейся в соответствующем элементе второй строки матрицы $Y(\lambda - 1)$.

Если $\lambda = \Lambda(j)$, то переходим к шагу 3. В противном случае продолжаем цикл по λ шага 2.

Шаг 3. Суммируем все отличные от нуля элементы второй строки матрицы $Y(\Lambda(j))$, получая вероятность выполнения всех вероятностных ограничений при движении средством доставки с номером i по траектории движения с номером j .

В результате работы Алгоритма 1 мы получаем возможность для каждого возможного значения матрицы переменных U заранее, до работы основного алгоритма оптимизации вычислить вероятность в (6) как произведение всех вероятностей, соответствующим парам (i,j) , для которых $U_{ij} = 1$. Это сводит исходную задачу (1)-(6) с вероятностным ограничением к детерминированной задаче целочисленного программирования, решение которой может быть найдено существующими стандартными решателями, основанными, на методе ветвей и границ. Однако поиск ее оптимального решения может быть затруднен большой размерностью задачи. Поэтому не лишено смысла в предложении специальных алгоритмов, использующих ее специфику, что является перспективным направлением дальнейшего исследования.

Результаты численного эксперимента

Проиллюстрируем работу предложенного алгоритма вычисления вероятности выполнения временных ограничений. Пусть $L = 3, M = 3, N = 8$. Средства доставки с номерами 1,2,3 находятся на первом складе, с номерами 4,5,6 находятся на втором складе, с номерами 7,8 находятся на третьем складе.

Распределения времени движения между складом, с которого начинается движение средство доставки, и первым пунктом на траектории движения отражены в таблице 1. Таблица 2 отражает распределения времени движения между точками доставки, в таблице 3 отражено максимальное время доставки с момента принятия решения.

Таблица 1

Распределение времени движения между l -м складом и m -й точкой доставки.

	m=1					m=2					M=3			
$l = 1$	$t_m(l)$	2.0	2.6	3		$t_m(l)$	2.1	2.7	3.5		$t_m(l)$	3.0	3.8	5.0
	p	0.65	0.25	0.1		p	0.6	0.3	0.1		p	0.55	0.35	0.1
$l = 2$	$t_m(l)$	3.0	3.5	4.7		$t_m(l)$	2.2	2.8	3.8		$t_m(l)$	2.0	2.5	3.0
	p	0.62	0.28	0.10		p	0.58	0.32	0.10		p	0.54	0.36	0.10
$l = 3$	$t_m(l)$	4.5	5.0	5.5		$t_m(l)$	3.5	4.6	5.0		$t_m(l)$	2.1	2.7	3.1
	p	0.68	0.22	0.10		p	0.64	0.26	0.10		p	0.60	0.30	0.10

Таблица 2

Распределение времени движения между k -й и m -й точками доставки.

	m=1					m=2					M=3			
$k = 1$	—					t_{km}	0.7	1.0	1.2		t_{km}	4.2	4.8	5.2
						p	0.6	0.3	0.1		p	0.55	0.35	0.1
$k = 2$	t_{km}	0.9	1.1	1.5		—					t_{km}	2.3	2.7	3.1
	p	0.62	0.28	0.10							p	0.54	0.36	0.10
$k = 3$	t_{km}	4.4	4.9	5.4		t_{km}	2.7	2.9	3.4		—			
	p	0.68	0.22	0.10		p	0.64	0.26	0.10					

Таблица 3

Максимальное допустимое время доставки груза в m -ю точку доставки с момента принятия логистического решения в часах.

m	1	2	3
τ_m	6	5	5

Отличие в распределении времени доставки от склада до точки доставки и между точками доставки объясняется взаимным расположением этих объектов,

обстановкой на траектории движения, оперативностью работы складских служб, техническим состоянием средства доставки и квалификацией его оператора.

Вероятность своевременной доставки во все пункты на четырех траекториях движения 1-м и 4-м средствами доставки, находящимися на первом и втором складе соответственно, отражены в таблице 4. Траектории движения отражены в верхней строке таблицы последовательностью точек доставки, а номера средств доставки в левом столбце.

Таблица 4

Результаты работы Алгоритма 1				
	(1,2)	(2,3,1)	(3,2)	(2,3)
1	1	0	0	0.702
4	0.9	0	0.486	0.522

Полученные результаты работы алгоритма демонстрируют существенную зависимость вероятности одновременного выполнения временных ограничений по маршруту движения средства доставки от взаимного расположения склада, с которого стартует средство доставки, и точек доставки на траектории движения. Очевидно, исходное расположение логистических объектов выбиралось исходя из того, что время доставки практически с любого склада до одной точки доставки не превышает максимальное выделяемое на доставку время с вероятностью 1, поэтому в таблице 4 не приводятся траектории, состоящие из одной точки доставки. В то же время движение средств доставки по длинным траекториям движения, в нашем случае содержащих все три точки доставки, часто приводит к одновременному выполнению всех временных ограничений с вероятностью 0. Таким образом, интерес, с точки зрения выбора логистического решения минимальной стоимости, могут представлять траектории движения, состоящие в нашем модельном примере из двух или одной точки доставки.

Заключение

В работе предложена значительно более общая по сравнению с [8] модель оптимального планирования доставки груза со складов до точек назначения груза на траектории движения. В данной модели рассматриваются более сложные логистические траектории, состоящие из нескольких точек доставки,

при этом учитываются ограничения на грузоподъемности средств доставки и объемы складов. Более трудоемким оказывается в этом случае проверка выполнения вероятностного ограничения на время доставки, что делает актуальным разработку эффективного алгоритма вычисления вероятности выполнения временных ограничений, который и предложен в работе. Дальнейшие шаги в исследовании данной модели состоят в разработке алгоритма поиска оптимального логистического решения в рассмотренной задаче эффективно сопрягаемого с предложенным в работе алгоритмом вычисления вероятности.

Конфликт интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Conflict of interest

The author declares no conflict of interest.

Список источников

1. Ашманов С.А. Линейное программирование. –М.: Наука. 1981. -303 с.
2. Шестаков А.В., Зуенко, А.А. Задачи логистики: классификация и методы решения // Труды Кольского научного центра РАН, Серия: Технические науки/ 2022. Т.13. № 2. С. 144–150. DOI: 10.37614/2949-1215.2022.13.2.014
3. Хайрулин Р.З. Моделирование развоза грузов по разветвленной сети автодорог // Вестник МГСУ. 2014. № 7. С. 184-191.
4. Агапова Е.Г., Попова, Т.М. Математическая модель задачи логистики с переменным тарифом // International Journal of Advanced Studies: Transport and Information Technologies. 2021. Т. 11. №2. С. 7-20. DOI: 10.12731/2227-930X-2021-11-2-7-20
5. Наумов А.В., Уланов С.В. Учет риска в двухэтапных задачах оптимального распределения ресурсов // Автоматика и Телемеханика/ 2003. №7. С. 109-116. <https://doi.org/10.1023/A:1024786218814>
6. Наумов А.В., Богданов А.Б. Решение двухэтапной задачи логистики в квантильной постановке // Автоматика и Телемеханика. №12. С. 36-42. <https://doi.org/10.1134/S0005117906120034>

7. Гайнанов Д. Н., Игнатов А. Н., Наумов А. В., Рассказова В. А. О задаче назначения “технологического окна” на участках железнодорожной сети // Автоматика и Телемеханика. №6. С. 3-16. <https://doi.org/10.31857/S0005231020060013>
8. Наумов А.В. Решение задачи логистики в квантильной постановке с ограничениями на время доставки // Моделирование и анализ данных. 2026. Т. 16. № 1. С. 74-86
9. Кан Ю.С., Кибзун А.И. Задачи стохастического программирования с вероятностными критериями. -М.: Физматлит. 2009. -372 с.
10. Наумов А.В. Игнатов А.Н. Решение задач стохастического линейного программирования с квантильным критерием. -М: Издательство «Доброе слово и Ко», 2022 г. – 182 с.
11. Кибзун А.И., Наумов А.В., Норкин В.И. О сведении задачи квантильной оптимизации с дискретным распределением к задаче смешанного целочисленного программирования // Автоматика и Телемеханика. № 6, С. 66–86. <https://doi.org/10.1134/S0005117913060064>.
12. Наумов А.В., Устинов А. Э., Степанов А.Е. О задаче максимизации вероятности успешного прохождения ограниченного по времени теста // Автоматика и Телемеханика. 2024. № 1, С. 97-108. <https://doi.org/10.31857/S0005231024010061>
13. Наумов А.В., Мхитарян Г.А., Черыгова Е.Е. . Стохастическая постановка задачи формирования теста заданного уровня сложности с минимизацией квантили времени выполнения // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2019. № 2, С. 37–46. DOI: 10.14489/vkit.2019.02.pp.037-046.
14. Хорсик И. А., Шатовкин Р. Р. Алгоритм маршрутизации обмена информацией в распределенной системе «группа беспилотных летательных аппаратов и пункт управления» в условиях нарушения связи // Электронный журнал «Труды МАИ». 2025. № 142.

References.

1. Ashmanov S.A. *Lineynoe pogrammirovanie* (Linear programming), Moscow, Nauka, 1981, 303 p.

2. Shestakov A.V., Zuenko A.A. Logistics tasks: classification and solution methods // *Trudy Kolskogo nauchnogo centra RAN, Seria: Tekhnicheskie nauki*, 2022, vol. 13, no. 2, pp. 144–150.
3. Khayrulin R.Z. Modeling of cargo delivery along an extensive road network // *Vestnic MGSU*, no.7, pp. 184-191.
4. Agapova E.G., Popova T.M. Mathematical model of the variable rate logistics problem // *International Journal of Advanced Studies: Transport and Information Technologies*, 2021, vol. 11, no. 2, pp. 7-20.
5. Naumov A.V., Ulanov S.V. Consideration of risk in two-stage tasks of optimal resource allocation// *Avtomatika i telemekhanika*, 2003, no. 7, pp. 109-116.
6. Naumov A.V., Bogdanov A.B. Solving the two-stage problem of logistics in a quantile formulation//*Avtomatika i telemekhanika*, 2006, no.12, pp. 36-42.
7. Gainanov D. N., Ignatov A. N., Naumov A. V., Rasskazova V. A. On the task of assigning a "technological window" on sections of the railway network// *Avtomatika i telemekhanika*, 2020, no. 6, pp. 3-16.
8. Naumov A. V. Solving the problem of logistics in a quantile formulation with restrictions on delivery time//*Modelirovanie I analiz dannyx*, 2026, Vol. 16 , № 1, pp. 74-86
9. Kan Yu.S, Kibzun A.I. *Zadachi stokhasticheskogo programmirovania s veroyatnostnymi kriteriami (Stochastic programming problems with probabilistic criteria)*, Moscow, Fizmatlit, 2009, 372 p.
10. Naumov A. V., Ignatov A.N. *Reshenie zadach stokhasticheskogo lineynogo programmirovania skvantilnym kriteriem (Solving stochastic programming problem with quantile criteria)*, Moscow, Izdatelstvo «Dobroe slovo i Ko», 2022, 182 p.
11. Kibzun A.I., Naumov A.V., Norkin V.I. On reducing the quantile optimization problem with discrete distribution to the mixed integer programming problem// *Avtomatika i telemekhanika*, 2013, no. 6, pp. 66–86.
12. Naumov A.V., Ustinov A. Ie., Stepanov A.E. On the task of maximizing the probability of successful passing a time-limited test // *Avtomatika i telemekhanika*, 2024, no. 1, pp. 97-108.

13. Naumov A.V., Mkhitarian G.A., Cherygova E.E. Stochastic statement of the task of forming a test of a given complexity level with minimization of the quantile of the execution time// *Vestnic kompiuternyh I informazionnyh tekhnologiy*, 2019, no. 2, pp. 37–46.

14. Khorsic I. A., Shatovkin R.R. Algorithm for routing information exchange in a distributed system "group of unmanned aerial vehicles and a control room" in conditions of communication failure// *Elektronnyi Zhurnal "Trudy MAI"*.2025. no. 142.

Информация об авторах

Андрей Викторович Наумов, доктор физико-математических наук, профессор Образовательного центра Института № 8, МАИ, Москва, Россия; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3631-6168>; e-mail: naumovav@mail.ru

Information about the authors

Andrey V. Naumov, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Educational Center of Institute No. 8, MAI, Moscow, Russia; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3631-6168>; e-mail: naumovav@mail.ru

Получено 24 июня 2026 ● Принято к публикации 20 июля 2026 ● Опубликовано 31 августа 2026
Received 24 June 2026 ● Accepted 20 July 2026 ● Published 31 August 2026
