



Научная статья

УДК 629.735

URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=188839>

EDN: <https://www.elibrary.ru/SLIPQO>

Бесконтактное возбуждение колебаний при частотных испытаниях легких композитных конструкций

Андрей Васильевич Смотров

Центральный аэрогидродинамический институт им. профессора Н.Е. Жуковского (ЦАГИ),
Жуковский, Московская область, Российская Федерация
andrey.smotrov@tsagi.ru, ORCID 0000-0002-8823-7664

Аннотация. Рассматривается проблема наземных частотных испытаний легких конструкций, таких как динамически подобные модели (ДПМ) лопастей винтов из полимерных композиционных материалов, заключающаяся в наличии искажений измеряемых характеристик из-за присоединенных масс, дополнительной жесткости и демпфирования, вносимых контактными электродинамическими возбудителями вибрации. Для оценки такого влияния выполнены частотные испытания и проведено сравнение характеристик, зарегистрированных разными методами: контактное возбуждение и измерение, бесконтактное возбуждение с бесконтактным измерением. Экспериментально подтверждено, что применение контактных средств испытаний приводит к росту значений резонансных частот за счет увеличения жесткости системы, причем картины резонансных форм колебаний не изменяются. Сделан вывод о том, что технология полностью бесконтактных наземных частотных испытаний, основанная на совместном применении устройства бесконтактного возбуждения колебаний и лазерного доплеровского вибromетра, позволяет исключить паразитное влияние средств возбуждения и измерения.

Ключевые слова: наземные частотные испытания, возбудители вибрации электродинамического типа, лопасть винта, полимерные композиционные материалы, резонансная частота колебаний

Для цитирования: Смотров А.В. Бесконтактное возбуждение колебаний при частотных испытаниях легких композитных конструкций // Вестник Московского авиационного института. 2026. Т. 33. № 3. С. 216–223. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=188839>

Original article

Contactless Excitation of Vibrations of Light Composite Structures Ground Vibration Testing

Andrey V. Smotrov

Central Aerohydrodynamic Institute named after professor N.E. Zhukovsky (TsAGI),
Zhukovsky, Moscow Region, Russian Federation
andrey.smotrov@tsagi.ru, orcid 0000-0002-8823-7664

Abstract

Ground vibration testing is a special technological process, during which dynamic characteristics of the mechanical structures are being determined in the assigned frequency range, primarily spectrum of the resonant (close to natural)

© Смотров А.В., 2026

frequencies, mode shapes, modal damping factors and generalized masses of the vibration tones. The purpose of such tests consists in creating a frequency passport (certificate), verifying and correcting the test object computed dynamic scheme or its aggregates, comparing dynamic characteristics of the full-scale structure and its model, and monitoring characteristics compliance with the specified requirements. For the external harmonic force application, the electrodynamic type exciters with constant field (vibrators), the force from which is being transmitted to the test object by the special rod with elastic hinge, fixed directly in the selected point of the load, are employed as a rule. The traditional method of contact excitation of vibrations by the attached vibrators has a number of disadvantages for the objects of low specific gravity. Despite modernization of both vibrators themselves (application of rare-earth magnets and and lightweight coils) and application of the force sensors, physical contact inevitably distorts the inertial-and-rigidity properties of the object. To start with, it is worth noting the the additional attached mass and additional rigidity occurrence, the presence of parasitic damping, the existing nonlinear electromagnetic effects in the coil circuit, as well as possible frequency losses in the extended cable lines. This problem is being solved by implementing a contactless vibration excitation method, which was demonstrated by comparative ground-based vibration testing of the dynamically similar model of a rotor blade from the polymer composite materials. The experiments were conducted by three methods:

- 1) standard procedure, where attached vibrators and contact sensors (accelerometers) are being employed;
- 2) a completely contactless method, in which the excitation is being performed with an impact hammer or a special contactless device, while measurement is being conducted with the laser Doppler vibrometer;
- 3) a hybrid method when vibrations are being excited by an attached vibrator, and their measurement is being performed contactless.

Analysis of the obtained results confirmed that the contact excitation creates additional parasitic stiffness in the vibrator-rod-structure system when measuring vibrations with a laser vibrometer, which was clearly demonstrated by the increase in the frequency values of the lowest tones. At the same time, application of the standard contact technique leads to a general underestimation of resonant frequencies due to the attached masses of sensors and their cables. The patterns of the mode shapes (nodal lines) herewith remained almost identical for all methods, which confirms the adequacy of the separation of the shapes themselves, but proves the absolute resonant frequency values incorrectness during the contact measurement. The errors elimination method (the data extrapolation with two vibrators with various weight of the coils) applied by the colleagues is non-effective due to the high labor costs. The technology of fully contactless ground based vibration testing developed at TsAGI became an alternative and optimal solution. Application of the specialized device for the contactless excitation of mechanical vibrations paired with a laser vibrometer completely eliminates negative impact of the test equipment on the recorded data. This approach ensures high reliability of the results for the structures of any scale, from light rotor blades to full-size fuselage floor beams, opening a new frontier of precision in experimental aeroelasticity and strength.

Keywords: ground vibration testing, electrodynamic type vibration exciters, rotor blade, polymer composite materials, resonant vibration frequency

For citation: Smotrov A.V. Contactless Excitation of Vibrations of Light Composite Structures Ground Vibration Testing. *Aerospace MAI Journal*. 2026;33(3):216-223. (In Russ.). URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=188839>

List of Figures

- Fig. 1. Vibrations exciter connection to the test object: 1 – exciter; 2 – stud bolt; 3 – elastic rod with integrated force sensor; 4 – structure (rotor blade), 5 – test bench frame
- Fig. 2. Location of the exciting points (●) and vibrations measurement (□) points
- Fig. 3. One of the options of the a unit for contactless mechanical vibrations excitation location relative to the test object (rotor blade) while the ground vibration frequency test conducting

List of Tables

- Table 1. Experimental values of the blade oscillations dimensionless resonant frequencies p and logarithmic decrements η
- Table 2. Resonant waveforms graphs in the form of animated picture freeze frame with nodal lines assessment

Введение

Наземные частотные испытания (НЧИ) конструкций, т. е. экспериментальное определение основных динамических характеристик (частот, форм и показателей затухания резонансных тонов колебаний), как правило, проводятся при использовании одного из двух режимов возбуждения: при свободных затухающих или при вынужденных колебаниях [1–4]. В случае отличия свойств объекта испытаний от свойств линейной системы, в том числе наличия большого демпфирования, используют режим генерации вынужденных колебаний, создаваемый присоединенными электродинамическими возбудителями вибрации с постоянным полем (ЭДСВ) [5–7].

К объектам испытаний ЭДСВ крепятся с помощью специальных соединительных элементов – упругих (рис. 1) или жестких механических с шарнирными узлами тяг [8–10].



Рис. 1. Присоединение ЭДСВ к объекту испытаний:

- 1 – ЭДСВ, 2 – цапфа;
- 3 – упругая тяга с встроенным датчиком силы;
- 4 – конструкция (лопасть винта);
- 5 – рама испытательного стенда

К основным требованиям, предъявляемым к системе «контактного» возбуждения при НЧИ, относится условие минимального влияния на инерционные, жесткостные и демпфирующие свойства исследуемой конструкции [11–15]. Удовлетворение этому условию достигается несколькими техническими решениями. Во-первых, необходимо подобрать нужный номинал ЭДСВ для НЧИ конкретной конструкции, учитывая, что его электромагнитная система в настоящее время намного эффективнее, чем в 1980-х годах: постоянные магниты – из высокопрочных сплавов с редкоземельными металлами (например, магниты на основе неодима, железа и бора имеют массу меньше на 67% по сравнению с

применявшимися ранее сплавами алюминия, никеля и кобальта [16]), подвижная катушка – малогабаритная и легкая (например, в устройстве Prodera EX12, развивающем динамическую силу 10 Н, масса подвижной системы составляет всего 30 г [17]). Во-вторых, вместо косвенной оценки приложенной к объекту испытаний внешней возбуждающей силы, которая определялась нашими предшественниками только по напряжению (или силе тока) усилителя мощности [12], для непосредственного измерения входного силового усилия применяют датчики силы (рис. 1), которые закрепляются на тяге ЭДСВ со стороны самой исследуемой конструкции [16]. Считается [18, 19], что для достоверного измерения передаточной функции, т. е. построения амплитудно-частотной характеристики, перечисленных мер достаточно.

Однако при НЧИ обладающих малым удельным весом конструкций, к которым, например, относятся динамически подобные модели (ДПМ) лопастей винтов из полимерных композиционных материалов (масса ≈ 2 кг при длине консоли ≈ 2 м и хорде $\approx 0,3$ м), накладываются дополнительные ограничения. Так, в [5, 15] указано, что нелинейные эффекты влияния присоединенного ЭДСВ (рассеивание тока обратной ЭДС в цепи катушки) на исследуемую конструкцию минимальны только при малых ходах его штока. Следовательно, важен выбор точки приложения динамической силы. Например, при проведении НЧИ лопасти винта с граничными условиями «вывешивания на ножах» (лопасть с требуемым моментом затяжки фиксируется болтовым соединением в рукаве втулки винта, который, в свою очередь, насажен на вал, шарнирно опирающийся на специальные диски, закрепленные на тарировочном стенде) желательно выбирать точку возбуждения колебаний как можно ближе к оси вращения (рис. 1).

Измеряемые характеристики могут искажаться не только из-за влияния присоединенной массы подвижных частей ЭДСВ, вносимого нелинейного демпфирования, обусловленного электромагнитными свойствами цепи катушки, и дополнительной жесткости и демпфирования механической системы резьбовых соединений «шток ЭДСВ – упругая тяга – датчик силы – конструкция», но также из-за различий в режимах работы усилителя мощности «по напряжению» или «по току» [15].

Еще одним источником помех могут быть кабели протяженных линий «генератор сигнала – усилитель мощности – ЭДСВ», в случае значительной удаленности испытательного стенда от рабочего места оператора. Даже если устранены паразитные гармоники сетевого питания (50 Гц), а также минимальны искажения дискретизации и квантования

сигналов при цифро-аналоговых (аналого-цифровых) преобразованиях [20, 21], то в длинной линии существуют так называемая частотная зависимость потерь и частотная зависимость спектральных компонентов передаваемого сигнала, не связанная с потерями [22].

Эксперименты с ДПМ лопасти винта из ПКМ

НЧИ подвергалась ДПМ лопасти винта (рис. 2), имеющая стеклопластиковый лонжерон коробчатого сечения, пенопластовый заполнитель хвостовой части, углестеклопластиковую обшивку и противобаттерные грузы и снабженная тензодатчиками.

Для экспериментального определения динамических характеристик применялись следующие способы:

1) контактное возбуждение и измерение колебаний; использование штатной методики ЦАГИ [1], с применением 128-канального генератора-анализатора частотных характеристик на базе блоков LMS SC316 и LMS SC317S с усилителями измерительными V12-L SCADAS III, к которым непосредственно подключались датчик силы PCB 208C02 и датчики

ускорения (акселерометры) PCB 333B32, а также ЭДСВ Prodera EX 303A (эквивалентная масса его подвижного узла составляет 54 г при собственной частоте колебаний ≈ 13 Гц, максимальное развиваемое усилие $\square 50$ Н), сигнал на который поступал с усилителя мощности Prodera A436; возбуждение колебаний в точке 1 (рис. 1 и 2);

2) бесконтактное возбуждение и измерение колебаний; использование разработанной в ЦАГИ базовой промышленной технологии [23], с применением сканирующего лазерного доплеровского виброметра Polytec PSV-400H4, к которому непосредственно подключались либо ударный силоизмерительный молоток PCB 086C02 $\square$ возбуждение колебаний в точке 2 (рис. 2), либо устройство бесконтактного возбуждения механических колебаний (УБВМК) [24] $\square$ возбуждение колебаний в точке 3 (рис. 2);

3) контактное возбуждение (ЭДСВ Prodera EX 303A с усилителем Prodera A436) и бесконтактное измерение (виброметр Polytec PSV-400H4) колебаний.

Значение частоты вращательных колебаний лопасти вокруг шарнира (в плоскости взмаха) составило 0,88 Гц.

Результаты проведения НЧИ ДПМ лопасти винта из ПКМ и анализа зарегистрированных данных представлены в виде численных данных частотного спектра с наименованием тонов (табл. 1) и графиков резонансных (близких к собственным) форм колебаний в виде стоп-кадра анимированной картины с оценкой узловых линий (табл. 1).

Результаты НЧИ с ударным возбуждением носят иллюстративный характер.

Представленные в табл. 1 численные данные очевидно подтверждают, что исследованная в экспериментах система, состоящая из объекта испытаний (лопасть винта), совокупности подвижных частей ЭДСВ и элементов, соединяющих его с объектом испытаний, приобретает дополнительную жесткость в случае присоединенного ЭДСВ, что ярко иллюстрируют пять низших тонов колебаний (измерение без датчиков).

Применение штатной методики ЦАГИ с контактными средствами возбуждения и измерения колебаний приводит, как правило, к уменьшению значений резонансных частот, в отличие от бесконтактной технологии, что объясняется добавлением масс набора датчиков и их соединительных кабелей.

Картины резонансных форм колебаний (табл. 2) показывают практическое тождество, несмотря на кардинальное различие как физических принципов измерения параметров колебаний, так и графического оформления.



Рис. 2. Расположение точек возбуждения (○) и измерения (□) колебаний

Таблица 1. Экспериментальные значения безразмерных резонансных частот p и логарифмических декрементов η колебаний лопасти

Наименование зарегистрированного тона резонансных колебаний	Возбуждение колебаний					
	ЭДСВ		Молоток	УБВМК		
	Измерение колебаний					
	датчиками		лазерным доплеровским виброметром			
	<i>p</i>	9	<i>p</i>	<i>p</i>	<i>p</i>	9
Изгиб 1-го тона	0,993	0,051	1,004	1,001	1,000	0,024
Изгиб 2-го тона	3,303	0,023	3,361	3,342	3,340	0,026
Кручение 1-го тона	6,503	0,036	6,623	6,607	6,597	0,036
Изгиб 3-го тона	7,467	0,034	7,523	7,512	7,528	0,040
Изгиб 4-го тона	11,92	0,009	12,52	12,01	11,96	0,091
Изгиб 5-го тона	18,94	0,052	18,90	18,94	19,13	0,191
Кручение 2-го тона	23,02	0,051	23,21	23,18	23,39	0,075

Устранение влияния присоединенных ЭДСВ на экспериментальные данные

Существует несколько технических решений по экспериментальному определению резонансных частот колебаний непосредственно испытуемого объекта, без погрешностей, вносимых средствами возбуждения колебаний. Среди них можно отметить достаточно эффективный способ [25], основными недостатками которого являются большие временные затраты на повторные измерения и перестановки оборудования, а также требование наличия двойного набора ЭДСВ с различающимися массами подвижных частей.

Этих недостатков лишен новый подход [23], использующий устройство [24], предложенное автором с коллегами. Применение устройства бесконтактного возбуждения механических колебаний

(УБВМК) (рис. 3) в совокупности с лазерным доплеровским виброметром позволяет перейти на уровень «полностью бесконтактных НЧИ».

Выводы

В ходе проведенного экспериментального исследования были получены следующие значимые результаты:

1) доказано, что традиционный метод «контактного» возбуждения колебаний вносит существенные искажения в результаты измерений динамических характеристик легких композитных конструкций;

2) выявлены основные источники погрешностей при контактном методе, в том числе:

- появление дополнительной присоединенной массы;
- возникновение паразитной добавочной жесткости;
- паразитное демпфирование;
- нелинейные электромагнитные эффекты в вибраторах;
- возможные частотные потери в длинных кабельных линиях;

3) подтверждено, что использование «гибридного» способа (контактное возбуждение с бесконтактным измерением) также создает дополнительную паразитную жесткость в системе «вибратор □ тяга □ конструкция»;

4) установлено, что «контактный» метод приводит к систематическому занижению значений резонансных частот.

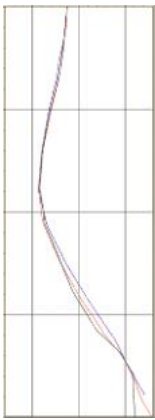
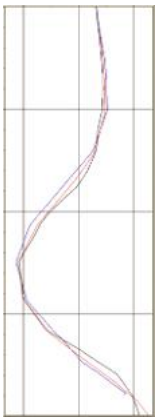
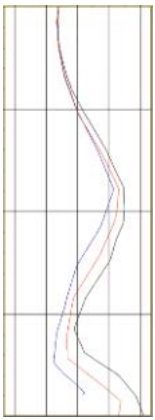
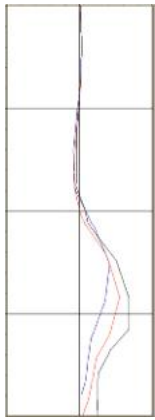
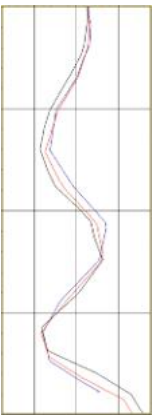
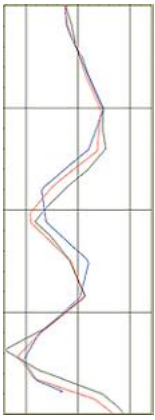
Проведенное исследование позволило:

- подтвердить теоретические предположения о влиянии контактного возбуждения на результаты испытаний, изложенные в работах Д.Дж. Эвинса, В.И. Смылова, В.А. Бернса и др.;



Рис. 3. Один из вариантов расположения УБВМК относительно объекта испытаний (лопасти винта) при проведении НЧИ

Таблица 2. Графики резонансных форм колебаний в виде стоп-кадра анимированной картины с оценкой узловых линий

	Изгиб 1-го тона	Изгиб 2-го тона	Кручение 1-го тона	Изгиб 3-го тона	Изгиб 4-го тона	Изгиб 5-го тона	Кручение 2-го тона
Измерение колебаний датчиками							
Измерение колебаний лазерным доплеровским виброметром							
							

□ дополнить существующие сведения практическими данными о характере искажений экспериментальных данных при использовании различных методов возбуждения;

□ обосновать нерациональность запатентованного метода компенсации погрешностей путем экстраполяции результатов измерения резонансных частот с использованием двух вибраторов, имеющих подвижные части разной массы.

Разработанная технология бесконтактных испытаний:

□ обеспечивает высокую достоверность результатов для конструкций любых размеров;

□ устраняет влияние испытательного оборудования на регистрируемые данные;

□ открывает новые возможности в области экспериментальной аэроупругости и динамической прочности;

□ может применяться как для легких малогабаритных элементов (лопасти винтов), так и для крупномасштабных конструкций (силовые балки фюзеляжа).

Полученные результаты имеют важное значение для развития методов экспериментального исследования динамических характеристик легких композитных конструкций.

Конфликт интересов / Conflict of Interests

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов / The author declares no relevant conflict of interests

Список источников / References

1. Карклэ П.Г., Малютин В.А., Мамедов О.С. и др. О современных методиках наземных испытаний самолетов в аэроупругости // Труды ЦАГИ. 2012. № 2708. С. 1–34.
Karkle PG, Malyutin VA, Mamedov OS, Popovsky VN, Smotrov AV, Smyslov VI. On modern methods of ground testing of aircraft in aeroelasticity. *Trudy TSAGI*. 2012;2708:1–34. (In Russ.).
2. Templeton JD, Buehrle RD, Gaspar JL, et al. Ares I-X launch vehicle modal test measurements and data quality assessments. In: Proulx T. (ed) *Structural Dynamics. Vol. 3. Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series*. Springer, New York; 2011. p.1017–1027. DOI: 10.1007/978-1-4419-9834-7_90
3. Карклэ П.Г., Смыслов В.И. Модальные испытания летательных аппаратов и воспроизведение силовых воздействий. М.: Техносфера, 2017. С. 40–62.
Karkle PG, Smyslov VI. *Modal tests of aircraft and reproduction of force effects*. Moscow: Technosphere; 2017. p. 40–62. (In Russ.).
4. Долгополов А.В., Казанцев Д.А., Маркин И.В. и др. Современный метод создания динамически подобных моделей для исследования флаттерных характеристик летательных аппаратов // Ученые записки Казанского университета. Серия Физико-математические науки. 2020. Т. 162. Кн. 4. С. 441–454. DOI: <https://doi.org/10.26907/2541-7746.2020.4.441-454>
Dolgoplov AV, Kazancev DA, Markin IV, et al. The modern method of creating dynamically scaled models to study aircraft flutter characteristics. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*. 2020;162(4):441–454. (In Russ.).
5. Колесников К.С., Александров Д.А., Асташев В.К. и др. Динамика и прочность машин. Теория механизмов и машин // Машиностроение: Энциклопедия. М.: Машиностроение, 1994. Т. 1–3. Кн. 1. С. 389–393.
Kolesnikov KS, Alexandrov DA, Astashev VK, et al. Dynamics and strength of machines. Theory of mechanisms and machines. In: *Mechanical engineering: Encyclopedia*. Moscow: Mashinostroenie; 1994. Vol. 1–3. Book 1. p. 389–393.
6. Olejnik A, Kachel S, Rogólski R, et al. Technology of Ground Vibration Testing and its application in light aircraft prototyping. MATEC Web of Conferences. Vol. 304. *9th EASN International Conference on Innovation in Aviation & Space (September 3–6, 2019; Athens, Greece)*. 2019;304:01005. DOI: 10.1051/mateconf/201930401005
7. *Digital industries software. Aircraft ground vibration testing. Enhancing the efficiency of aircraft structural dynamics testing*. Paper 81896-D4 1/22 A, 2022. URL: <https://www.sw.siemens.com/en-US/>
8. Микишев Г.Н., Рабинович Б.И. Динамика тонкостенных конструкций с отсеками, содержащими жидкость. М.: Машиностроение, 1971. С. 352–356.
Mikishev GN, Rabinovich BI. *Dynamics of thin-walled structures with compartments containing liquid*. Moscow: Mashinostroenie; 1971. p. 352–356. (In Russ.).
9. Межин В.С., Обухов В.В. Сравнительный анализ методов экспериментального подтверждения конечно-элементных динамических моделей конструкции космических аппаратов // Космическая техника и технологии. 2016. № 4(15). С. 14–23.
Mezhin VS, Obukhov VV. The comparative analysis of experimental methods of spacecraft structure dynamic finite element models verification. *Space Engineering and Technology*. 2016;(4):14–23. (In Russ.).

10. Бернс В.А., Жуков Е.П., Лакиза П.А. и др. Опыт диагностики авиационных конструкций в процессе вибрационных испытаний // Вестник Московского авиационного института. 2024. Т. 31. № 4. С. 113–122.
Berns VA, Zhukov EP, Lakiza PA, et al. Practice of Aircraft Structures Health Monitoring During Vibration Testing. *Aerospace MAI Journal*. 2024;31(4):113–122. (In Russ.).
11. Соболев Е.И. (сост.) Теория наземных частотных испытаний. Рефераты ЦАГИ. 1967. № 221. С. 18–22.
Sobolev EI. (comp.) Theory of ground frequency tests. *Referaty TsAGI*. 1967(221):18–22. (In Russ.).
12. Смыслов В.И. Об экспериментальных способах исследования колебаний летательных аппаратов // Труды ЦАГИ. 1970. № 1217. С. 36–39.
Smyslov VI. On experimental methods for studying the vibrations of aircraft. *Trudy TsAGI*. 1970(1217):36–39. (In Russ.).
13. Васильев К.И., Смыслов В.И., Ульянов В.И. Экспериментальное исследование упругих колебаний летательных аппаратов с помощью многоканального оборудования АВДИ-1Н // Труды ЦАГИ. 1975. № 1634. С. 21–25.
Vasiliev KI, Smyslov VI, Ulyanov VI. Experimental investigation of elastic vibrations of aircraft using AVDI-1N multichannel equipment. *Trudy TsAGI*. 1975(1634):21–25. (In Russ.).
14. Васильев К.И. Методика и результаты исследования электродинамических силовозбудителей // Труды ЦАГИ. 1983. № 2160. С. 100–127.
Vasiliev KI. Methodology and results of the study of electrodynamic force exciters. *Trudy TsAGI*. 1983(2160):100–127. (In Russ.).
15. Varoto PS, de Oliveira LPR. Interaction between a vibration exciter and the structure under test. *Sound and vibration*. 2002(36):20–25.
16. Peres MA, Bono RW. Modal testing excitation guidelines. *Sound and vibration*. 2011;45(11):8–12.
17. *Prodera modal analysis systems and software*. URL: http://www.prodera.com/uk/prodera_software.htm
18. Ewins DJ. *Modal testing: Theory and practice*. Taunton (Somerset, England): Research Studies Press Ltd.; 1985. p. 113–117.
19. Бернс В.А., Долгополов А.В., Жуков Е.П. и др. Экспериментальный модальный анализ летательных аппаратов. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2017. С. 18–23.
Berns VA, Dolgoplov AV, Zhukov EP, et al. *Experimental modal analysis of aircraft*. Novosibirsk: NGTU; 2017. p. 18–23.
20. Брюханов Ю.А., Лукашевич Ю.А. Нелинейные искажения гармонических сигналов при квантовании // Радиотехника. 2009. № 10. С. 57–60.
Bryukhanov YuA, Lukashovich YuA. Nonlinear distortion of harmonic signals during quantization. *Radiotekhnika*. 2009(10):57–60.
21. Грицутенко С.С. Квантование синусоидальных сигналов // Вестник ИЖГТУ им. М.Т. Калашникова. 2010. № 4(48). С. 173–176.
Gritsutenko SS. Quantization of sine signals. *Vestnik IzhGTU im. M.T. Kalashnikova*. 2010(4):173–176.
22. Якушев А.Я., Серeda А.Г., Василенко М.Н. и др. Анализ электромагнитных процессов в однородной длинной линии // Электротехника. 2017. № 10. С. 23–28.
Yakushev AY, Sereda AG, Vasilenko MN, et al. Analysis of electromagnetic processes in a homogeneous long line. *Elektrotehnika*. 2017(10):23–28.
23. Смотров А.В., Смотровa С.А., Зайцев М.Ю. и др. Технология бесконтактных частотных испытаний композитных элементов силовых установок и винтомоторных групп воздушных судов // Применение композиционных материалов в двигателестроении: Сборник тезисов Межотраслевого семинара памяти профессора Т.Д. Каримбаева (12–14 сентября 2023; Москва). М.: Изд-во ЦИАМ, 2023. С. 58–60.
Smotrov AV, Smotrova SA, Zaytsev MV, et al. Noncontact ground vibration test technology for composit elements of propulsion systems and engine-propeller units of aircraft. *Materialy Mezhotraslevogo seminara pamyati professora T.D. Karimbaeva – Primenenie kompozitsionnykh materialov v dvigatelestroenii* (September 12–14, 2023; Moscow). Moscow: CIAM; 2023. p. 58–60.
24. Агарков А.В., Мишаков Н.М., Смотровa С.А. и др. Устройство бесконтактного возбуждения механических колебаний. Патент RU 2682582 C1. Бюл. № 8, 19.03.2019.
Agarkov AV, Mishakov NM, Smotrova SA, et al. *Device of contactless excitation of the mechanical vibrations*. Patent RU 2682582 C1. Bull. 8, 19.03.2019. (In Russ.).
25. Бетковский Ю.Я., Вершинин Г.А., Чупин И.П. Способ экспериментального определения частот собственных колебаний и обобщенной массы испытываемого объекта. Патент RU 2499239 C1. Бюл. № 32, 20.11.2013.
Betkovskij JJ, Vershinin GA, Chupin IP. *Method for experimental detection of frequencies and generalised masses of internal oscillations of tested object*. Patent RU 2499239 C1. Bull. 32, 20.11.2013. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию / Received 30.06.2026
Одобрена после рецензирования / Revised 23.07.2026
Принята к публикации / Accepted 03.08.2026