

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ**
МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

На правах рукописи



ВУ СУАН ХЫОНГ

**УПРАВЛЕНИЕ И КОНТРОЛЬ БЕЗОПАСНОГО
ПРИЧАЛИВАНИЯ РЕЧНЫХ СУДОВ**

Специальность 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (информатика, управление и вычислительная техника)

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:

доктор технических наук, профессор

Лебедев Георгий Николаевич

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
ГЛАВА I. АНАЛИЗ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ИЗВЕСТНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ПРИЧАЛИВАНИЕМ СУДОВ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ	9
1.1. Обзор известных систем причаливания судов	9
1.1.1. Выполнение привалов и отвалов	9
1.1.2. Способы привала судов	12
1.1.3. Привально – швартовные маневры толкачей	21
1.1.4. Привально – швартовные маневры буксировщиков	22
1.2. Обзор известных САУ движением судов	24
1.2.1. Силы и моменты, обусловленные воздействием на судно ветра и морских волн	24
1.2.1.1. Аэродинамические силы и моменты	24
1.2.1.2. Гидродинамические силы и моменты от действия волн	34
1.2.2. Синтез оптимального линейного регулятора при переменной функции штрафов в процессе сближения с малоразмерным препятствием ..	37
1.2.2.1. Синтез регулятора без учета динамики сближения с препятствием в математической модели объекта	37
1.2.2.2. Синтез регулятора с учетом динамики сближения с препятствием как функции штрафов, так и в модели объекта	46
1.2.3. Вычисление спрогнозированной функции риска с помощью уравнений Беллмана	48
1.3. Общая постановка задачи причаливания	51
1.4. Выводы по главе I	56

ГЛАВА II. СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРОВ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ СУДОВ ПРИ ПРИЧАЛИВАНИИ57

2.1. Анализ известных методов теории оптимального управления57	
2.1.1. Динамическое программирование57	
2.1.2. Аналитическое конструирование регуляторов и применение для их синтеза динамического программирования70	
2.1.3. Приближенный метод решения уравнения Беллмана для динамических систем альтернативного управления74	
2.2. Синтез линейных регуляторов стабилизации движения по линии пути с помощью динамического программирования80	
2.3. Синтез релейных регуляторов по критерию максимального быстродействия81	
2.4. Комплексированное управление боковым и продольным движением с помощью линейного и релейного регуляторов82	
2.5. Первые результаты моделирования на ЭВМ84	
2.6. Вывод по главе II86	

ГЛАВА III. ФОРМИРОВАНИЕ ДВУХКАНАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ КООРДИНИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ БОКОВЫМ И ПРОДОЛЬНЫМ ДВИЖЕНИЕМ СУДНА87

3.1. Анализ эффективности координации работы системы с использованием прогнозируемых оценок времени достижения терминальной точки в каждом канале управления87	
3.2. Постановка задачи интегрированного управления причаливанием89	
3.3. Формирование задачи оптимального управления с помощью динамического программирования91	
3.4. Сокращение числа алгебраических уравнений при нахождении коэффициентов функции Беллмана94	

3.5. Получение коэффициентов функции Беллмана и передаточных чисел квазилинейных регуляторов в квадратурах	95
3.6. Вычисление функции риска некоординированных действий системы с помощью уравнения Беллмана	97
3.7. Формирование структуры логического координатора работы каланов бокового и продольного движения с помощью функции риска	100
3.8. Общая структура двухканальной системы автоматического управления причаливаниями	101
3.9. Вывод по главе III	104
ГЛАВА IV. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ НА ЭВМ ПРЕДЛОЖЕННОЙ СИСТЕМЫ КООРДИНИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ ТЯГОЙ ДВИГАТЕЛЯ И РУЛЕМ СУДНА	105
4.1. Учёт при моделировании на ЭВМ реальных ограничений двигателя и рулевого привода судна	105
4.2. Сравнительная оценка эффективности предложенного подхода с учетом координации работы каналов управления и без неё при действия внешних возмущений	106
4.3. Анализ возможности применения предложенного подхода в задаче причаливания дирижабля	114
4.4. Вывод по главе IV	115
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	116
ЛИТЕРАТУРА	117

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность работы. В настоящее время причаливание судов при ручном управлении обладает существенным недостатком – время, потраченное на остановку судна в нужном месте пристани, слишком велико, либо при стремлении ускорить этот процесс возникают неизбежные терминальные ошибки, требующие дополнительного маневрирования у пристани.

Особенно сильно эти недостатки проявляются при управлении крупными грузовыми и пассажирскими речными судами, для которых в силу их большой инерции режим причаливания длится долго по сравнению общим временем транспортировки.

Для одновременного сведения к нулю линейных и скоростных координат судна в терминальной точке причаливания важно согласовывать управление тягой двигателя и рулем, когда отклонения в боковом и продольном направлении уменьшаются непропорционально друг другу. Однако известный способ ручного управления не дает нужных результатов при действии внешних аэродинамических и гидродинамических возмущений, особенно при стремлении осуществить причаливание как можно быстрее. Поэтому тема данной диссертационной работы, посвященная методам высокоточного причаливания судов с повышенным быстродействием, является актуальной.

Целью диссертационной работы является оценка возможностей автоматического управления причаливанием, чтобы при обеспечении требуемой терминальной точности добиться максимального быстродействия достижения заданной терминальной точки.

Объектом исследования является система автоматического управления причаливанием речных судов.

Предметом исследования являются методы оптимального по быстродействию и точности управления и контроля безопасности движения судов на конечном участке причаливания вблизи пристани.

На защиту выносятся следующие основные научные положения:

1. Алгоритм комплексированного управления боковым и продольным движением судна при использовании в каждом канале наряду с линейным релейного регулятора, чтобы сократить время отработки больших рассогласований по положению и скорости.

2. Алгоритм оперативного контроля безопасности движения судна вблизи пристани для формирования сигнала тревоги и последующей координации бокового и продольного движения.

3. Способ балансировки работы каналов управления продольным и боковым движением для обеспечения мягкого и точного причаливания.

4. Структура системы автоматического причаливания, имеющая логическую часть для переключения линейных и релейных регуляторов и координации управления.

5. Результаты моделирования причаливания судов, подтвердившие эффективность предложенного подхода.

Научная новизна полученных результатов состоит в следующем:

1. Алгоритм комплексированного управления движением в каждом канале учитывает знаки отклонений по положению и скорости. Если эти знаки совпадают, то действует релейный регулятор, в противном случае – линейный регулятор, обеспечивающий плавное завершение переходного процесса и максимальную терминальную точность. Переключение регуляторов осуществляется с помощью специально выбранных областей, при попадании в которые фазовой траектории применяется линейное управление.

2. Сигналом тревоги является результат сравнения с заданным порогом функции риска, вычисленной в виде правой части уравнения Беллмана при гипотезе о прогнозируемом оптимальном поведении системы вплоть до момента причаливания. В случае превышения порога используется релейное управление для отработки значительных отклонений.

3. Балансировка работы каналов бокового и продольного движения осуществляется путем уменьшения области использования линейного

регулятора в одном канале при одновременном её увеличении в другом канале, и наоборот, с учетом величины и знаков несоответствия бокового отклонения от продольного гипотезе о их линейной пропорциональности.

4. Логическая часть системы автоматического причаливания содержит три анализатора. Первые два следят в каждом канале за совпадением по знаку отклонений по положению и скорости и включают в этом случае релейный регулятор. Третий анализатор осуществляет координацию управления каналов с помощью вычисляемой функции риска.

Исполнительная часть содержит два линейных и два релейных регулятора, из которых первая пара используется для осторожного и мягкого причаливания, а вторая пара – для повышения быстродействия отработки значительных отклонений.

В целом предложена новая структура двухмерного нелинейного регулятора, обеспечивающего сочетание быстродействия и точности терминального управления судном.

Методы исследования. При исследовании поставленных в диссертации задач использовались теория дифференциальных уравнений, теория автоматического регулирования, метод динамического программирования и принцип максимума Понтрягина из теории оптимального управления. При моделировании нелинейной динамической системы управления использовался программный пакет MATLAB.

Практическая ценность работы состоит прежде всего в том, что время причаливания удалось сократить в два раза, что позволяет существенно повысить общую скорость перевозок на речном транспорте. Кроме того, показано, что за счет координации управления тягой двигателя и руля судна обеспечивается повышение терминальной точности причаливания в условиях изменяющихся внешних возмущений – при линейных отклонениях не более 0.2м и конечной скорости сближения с пристанью не более 0.2м/сек. Также предложенный подход был использован при выполнении лабораторных работ по дисциплине «Современные методы теории управления» в рамках

магистерской подготовки на кафедре 301 МАИ по учебному направлению «Управление и информационные технологии в технических системах».

Публикации и апробация работы. По теме диссертации опубликовано 7 работ, из них 5 – в изданиях, рекомендованных ВАК. Научные и прикладные результаты докладывались и обсуждались на международном научно – техническом семинаре «Современные технологии в задачах управления, автоматике и обработки информации» г. Алушта в 2012 и 2013 годах.

ГЛАВА I. АНАЛИЗ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ИЗВЕСТНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ПРИЧАЛИВАНИЕМ СУДОВ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

1.1. Обзор известных систем причаливания судов

Одна из задач управления причаливания судна в данной работе – это задача планирования траектории движения корабля при приближении к месту швартовки. На данный момент уже существуют определенные наработки в этой области. Рассмотрим наиболее распространенные из них [7-9, 16, 57].

1.1.1. Выполнение привалов и отвалов

Привалом называется маневр подхода судна к причалу, берегу, другому судну, плоту и т. д. Привалы являются наиболее сложными видами маневров. Существуют различные способы привалов, каждый из которых применяют при определенных сочетаниях ветра и течения в зависимости от конструктивных особенностей и маневренных качеств судна, характеристики причала и т. д. Задача судоводителя заключается в том, чтобы выполнить маневр безопасно, в короткий срок и с минимальным числом реверсов двигателя. По тому, как судоводитель выполняет привал (особенно в сложных условиях), судят обычно о его профессиональном мастерстве [32, 33, 40-44].

Процесс привала состоит из следующих основных элементов: подготовки к привалу, маневрирования при подходе к причалу, другому судну или берегу, швартовных операций. Подготовка к привалу заключается в оценке окружающей обстановки на подходе к причалу; оценке гидрометеорологических факторов в момент приближения к месту стоянки; приведении в готовность технических средств для маневрирования (подруливающего и якорного устройств, систем дистанционного управления); подготовке экипажа к маневру.

На основе информации об окружающей обстановке у причала и гидрометеорологических факторов вахтенный начальник принимает решение о способе привала. О своих намерениях по маневрированию он сообщает по

УКВ радиосвязи судоводителям других судов, находящихся на акватории. Наметив план маневрирования для привала, вахтенный начальник объявляет палубной команде о подготовке к швартовке.

Выбор способа выполнения привала зависит в основном от степени воздействия на судно ветра и течения, а также от маневренных возможностей судна. Наибольшую сложность для маневрирования при привалах вызывает ветер отвального или навалного направления и переменной силы. Течение в районе причалов, как правило, ровное и довольно стабильное по скорости. Поэтому его легко учесть при маневрировании.

Рассмотрим силы и моменты сил, действующих на судно в процессе маневрирования при ветре и течении (рис. 1.1). Можно считать, что сила ветра приложена в центре парусности судна, а сила течения - в центре гидродинамического давления. Места их приложения не остаются неизменными, а зависят от курса судна относительно направлений ветра и течения, а также загрузки и скорости судна. Эти силы можно разложить на боковые и продольные составляющие. Боковые составляющие P_{TY} и P_{BY} смещают судно в направлении, перпендикулярном направлению движения, а продольные составляющие P_{TX} и P_{BX} направлены вдоль линии движения и соответственно изменяют скорость поступательного движения судна. Кроме того, боковые составляющие сил ветра и течения создают поворачивающие моменты M_B и M_T , вызывая вращательное движение судна.

Для того чтобы обеспечить перемещение судна по безопасной траектории, судоводителю необходимо избрать правильный курс относительно причала и противопоставить силам течения и ветра силы упора T_1 и T_2 движителей и рулевую силу P_V , создав моменты руля M_B и движителей $M_{ДВ}$ противоположного направления, а при наличии подруливающих устройств - силы упора этих устройств. Кроме того, при необходимости можно использовать держащую силу якоря, приложенную к носовой оконечности или корме судна.

При одновременном наличии течения и ветра в процессе привала судно удерживают под углом к причалу по линии равнодействующей этих сил (рис. 1.1а), иначе под действием суммарной (течения и ветра) силы дрейфа (рис. 1.1б) судно может потерять управляемость и удариться о причал. В случае воздействия на судно только одного фактора, например течения, его влияние на траекторию судна аналогично. При этом если носовая оконечность судна отклонена в сторону причала под большим углом к течению, то под действием силы P_{Ty} может возникнуть опасность навала на причал.

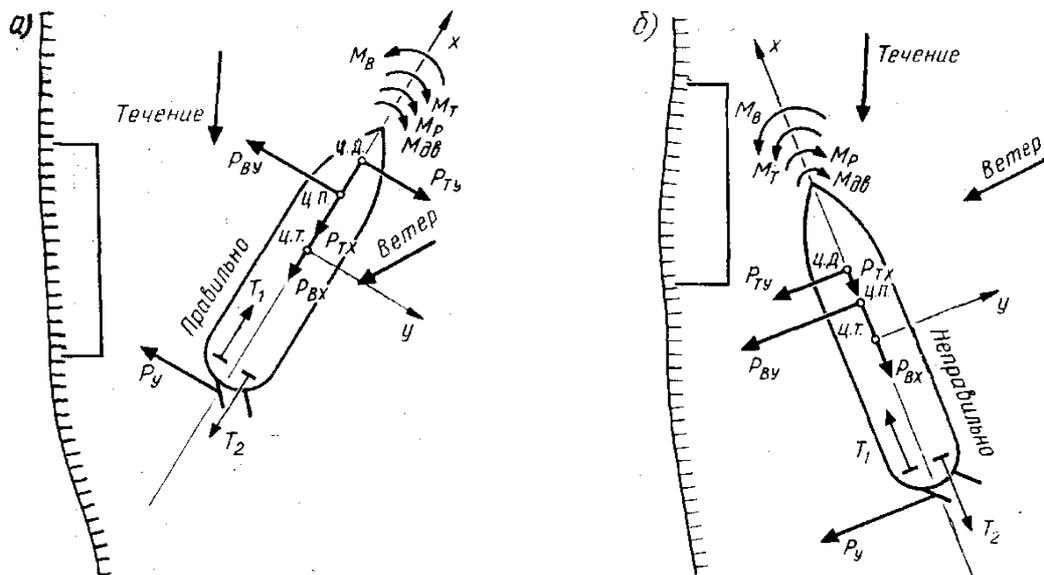


Рис. 1.1 - Схема сил, действующих на судно при подходе к причалу

Если судно в процессе подхода окажется отклоненным под большим углом в стрелневую сторону (рис. 1.1а), то под действием боковой составляющей P_{Ty} его развернет носовой оконечностью на стрелень и отбросит от причала. Чем больше скорость течения и угол между его направлением и ДП судна, тем сильнее влияние бокового сноса. Поэтому при привалах на течении необходимо выбирать оптимальное, направление движения к причалу с учетом скорости течения и не допускать резких отклонений судна и в сторону причала, и в сторону стрелень.

При малых скоростях судна течение особенно сильно влияет на его траекторию, поэтому во избежание потери управляемости необходимо своевременно переключать руль в нужную сторону или же движитель должен работать на передний ход. При маневрировании на сильном течении

рекомендуется постоянно удерживать судно носовой оконечностью вразрез струям течения.

1.1.2. Способы привала судов

Привал против течения при отсутствии ветра (рис. 1.2) осуществляют следующим образом. На расстоянии до причала, определяемом инерционными характеристиками судна и скоростью течения, судоводитель направляет судно на какой-либо ориентир, расположенный выше причала (положение I. Ход при этом постепенно убавляют (положения I - II) и начинают торможение (положения II - III) так, чтобы пролет судна в момент его остановки находился на 2-3 м выше пролета причала. Погасив инерцию, необходимо быстро подать и закрепить носовой швартов (положение IV).

Как только пролеты судна и причала совпадут, прямой и обратный швартовы закрепляют на кнехтах, выбирают слабинку носового и кормового швартовов, их также закрепляют на кнехтах. Закрепив швартовы и убедившись в том, что судно неподвижно относительно причала, подают трап.

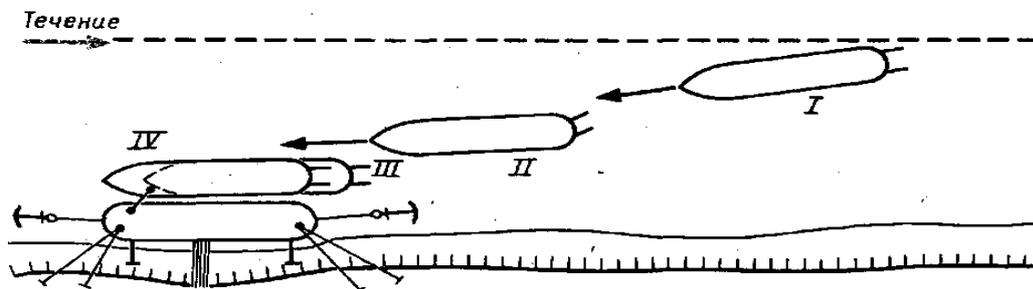


Рис. 1.2 - Схема привала против течения при отсутствии ветра

Привал против течения с оборотом - довольно часто встречающийся маневр. Если судно следует по течению, то для выполнения привала необходимо сделать оборот, так как подходить к причалу против течения намного легче, чем по течению. Оборот выполняют к причалу либо от причала. Выполнив оборот, судоводитель действует точно так же, как было описано выше. Если диаметр циркуляции выбран правильно, то судно, сделав оборот, окажется на одну-полторы длины корпуса судна ниже причала и в 10-20 м от него по траверзу. К этому моменту скорость уже небольшая вследствие ее естественного падения на циркуляции, и погасить инерцию судна не трудно.

Привал по течению без оборота при отсутствии ветра (рис. 1.3) выполняют значительно реже, чем привал с оборотом, так как он связан с большим риском навала судна на причал и может быть выполнен только опытным судоводителем. Такой привал выполняют в тех случаях, когда оборот судна невозможен. Существуют два способа выполнения этого маневра.

Более простым является привал кормой вперед (рис. 1.3а), его обычно применяют на колесных и одновинтовых судах.

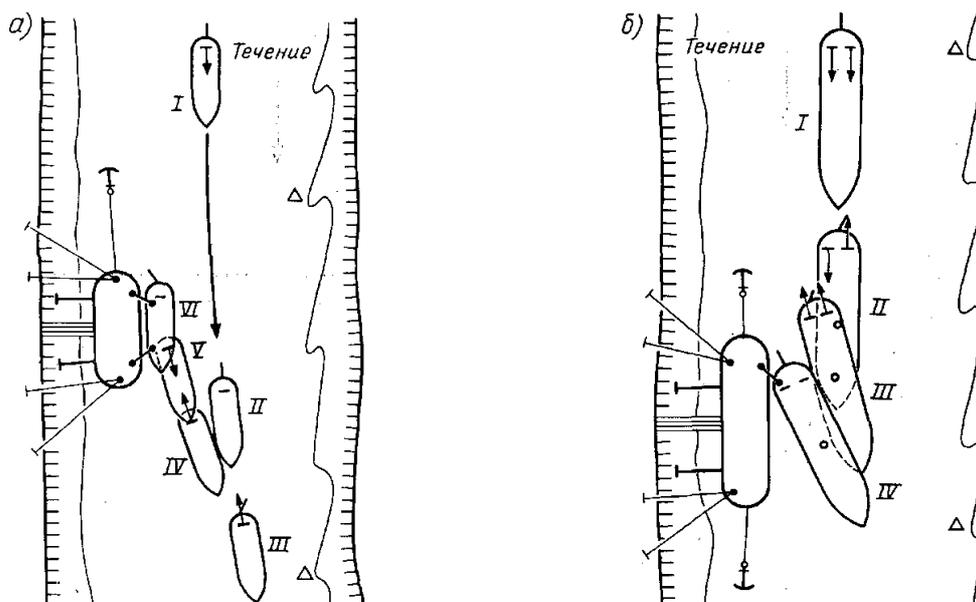


Рис. 1.3 - Схема привала по течению без оборота при отсутствии ветра

Судно приближается к причалу малым ходом (положение I). Пройдя причал (положение II), движитель останавливают, переключают руль в стрелневую сторону и дают задний ход (положение III), направляя корму судна на носовое плечо причала (положение IV). Угол между ДП судна и линией причала зависит от скорости течения: чем она больше, тем меньше должен быть угол. Обычно он составляет $10-15^\circ$. Вблизи причала гасят инерцию (положение V) и, когда корма судна поравняется с верхним плечом причала, подают кормовой швартов (положение VI).

Способ привала наплывом на причал или кормой с хода (рис. 1.3б) более сложен и применяется на двух- и трех- винтовых судах. Не доходя одного-полутора значений длины судна до причала, начинают гасить инерцию (положения I и II) и направляют судно несколько в сторону от причала

(положение III). При работе винтами враздрай или назад переключают руль в стрежневую сторону и начинают прижимать корму к причалу (положение IV). В момент касания судном причала, первым подают и закрепляют кормовой швартов, а затем средний и носовой. На трехвинтовых судах средний винт работает вперед, внешний - назад, а внутренний держат в режиме «Товсь назад», подруливающее устройство включают в сторону причала.

При слабом навальном ветре и встречном течении (рис. 1.4а) судно подходит к причалу по направлению равнодействующей сил течения и ветра (положение I). При этом на судно действуют боковые составляющие силы течения P_{TY} , силы ветра P_{BY} , а также продольные составляющие P_{TX} и P_{BX} . Для того чтобы исключить боковой снос судна силами P_{TY} и P_{BY} , его удерживают посредством перекладки руля в сторону ветра, создавая поворачивающий момент рулевой силы P_Y . Силы P_{TX} и P_{BX} оказывают на судно тормозящее воздействие, не вызывая бокового сноса.

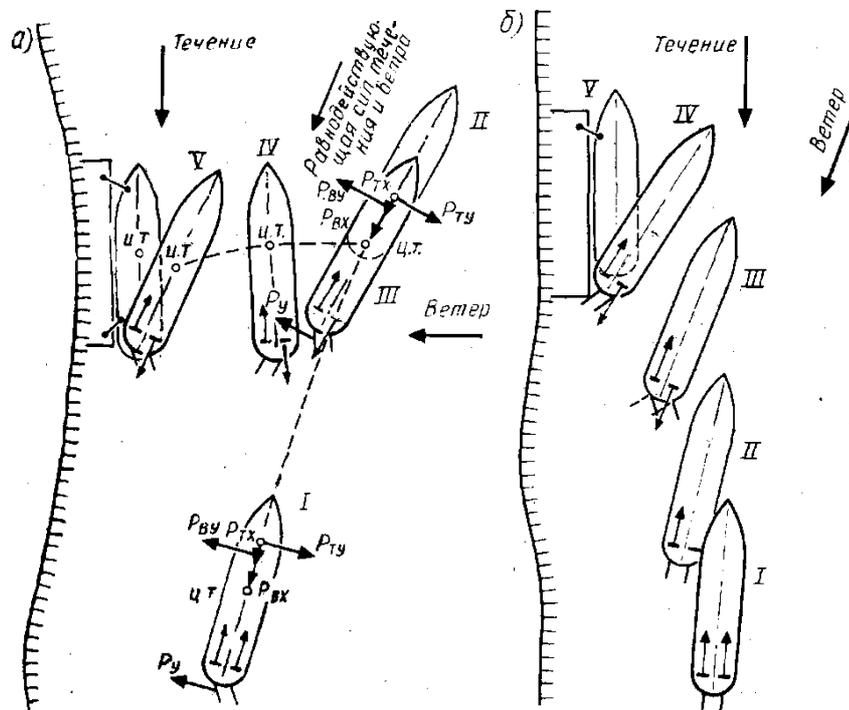


Рис. 1.4 - Схема привала при слабом навальном ветре и встречном течении

Погасив инерцию движения вперед (положение II), судно под действием силы течения спускается по течению и приближается к причалу. Чтобы судно

не снесло и оно приближалось к причалу по безопасной траектории (положения III и IV), движители работают враздрай малым ходом, кроме того, переключают рули. Необходимо стремиться к тому, чтобы судно коснулось причала кормой (положение V).

Если скорость сближения кормы с причалом слишком большая, руль переключают в сторону причала, а если слишком малая - в стрелковую сторону. Когда корма коснется причала, переключая рули, плавно подводят к нему носовую часть судна.

При сильном встречно - навалном ветре и слабом течении (рис. 1.4б) привал осуществляют носовой частью на ветер. На подходе к причалу, (положение I) судно удерживают почти параллельно ему под небольшим углом на ветер. Ход постепенно убавляют и останавливают движитель со стрелкового борта (положение II). Затем судно выводят на курс строго против ветра (положение III), движитель со стрелковой стороны включают на задний ход. При этом сила упора движителя, работающего на задний ход T_2 должна быть значительно больше силы упора движителя, работающего на передний ход T_1 , что обеспечивает гашение инерции.

Винты судна работают враздрай. Переключая рули, судно удерживают против ветра так, чтобы оно имело небольшой дрейф в сторону причала. Регулируя режим работы движителей и переключая рули, плавно подводят корму (положение IV), а затем и носовую часть судна к причалу (положение V). При этом работу винтов враздрай не прекращают до полной швартовки судна.

Привал при сильном навалном ветре и слабом течении (рис. 1.5а) обычно осуществляют с отдачей якоря. Приближаясь к причалу (положение I), винты включают на работу враздрай в сторону ветра (т. е. левый вперед, а правый назад), останавливают судно на траверзе или несколько выше причала (положение II) по направлению равнодействующей ветра и течения. При работе движителей враздрай, переключая рули, подводят судно к месту отдачи якоря и отдают его (положение III).

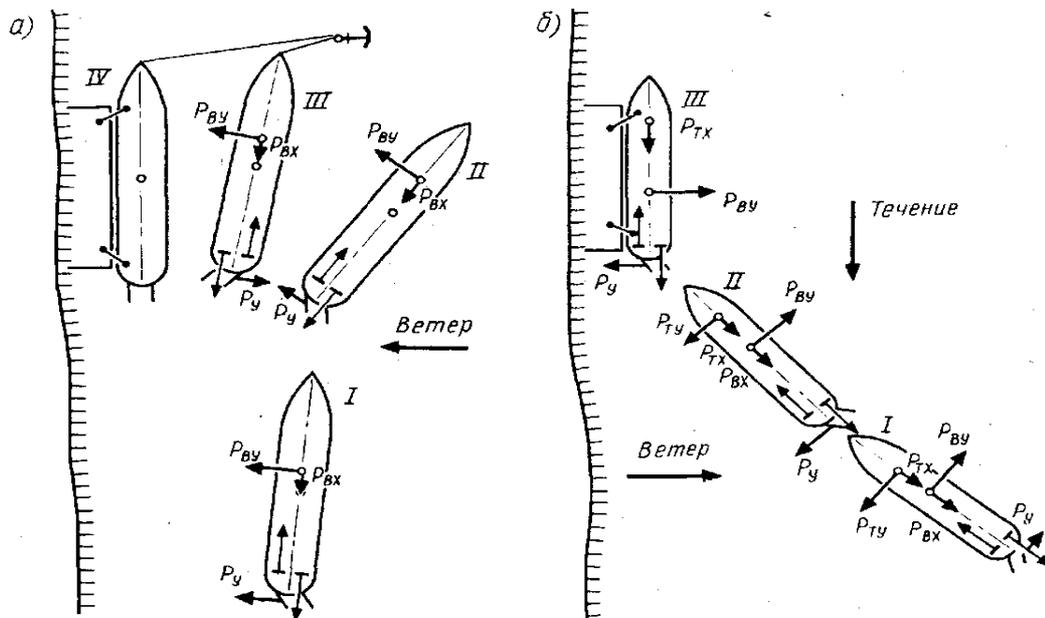


Рис. 1.5 - Схемы привала при сильном ветре

После этого винты переключают на работу враздрай в противоположную сторону (в сторону причала), потравливают якорную цепь и, переключая рули, осторожно подводят корму к причалу. Когда последняя коснется причала, подают кормовой швартов, рули переключают в сторону причала и, потравливая якорную цепь, осторожно подводят к причалу носовую часть судна (положение IV), затем подают носовой швартов.

Привал при отвальном ветре и течении (рис. 1.5б) сложен тем, что ветер стремится отбросить судно от причала. Естественно, что в этом случае судоводитель старается подвести судно как можно ближе к причалу, чтобы успеть подать швартовы до того, как ветер отбросит судно. Это стремление может привести к сильному удару судна о причал. Однако чрезмерное опасение удара может привести к тому, что судно остановится слишком далеко по траверзу от причала и ветер отбросит его до того, как будут поданы швартовы.

Обычно привал выполняют двумя способами: с раскатом кормы и «постенно». При первом способе судно направляют на причал (положение I) в направлении равнодействующей течения и ветра на такой скорости, чтобы инерцию можно было начать гасить в непосредственной близости от причала. Не доходя примерно на длину корпуса судна до причала, руль переключают

на стречневой борт, чтобы судно двигалось по кривой, раскатывая корму на причал (положение II). В этот момент движитель работает назад полным ходом (или враздрай), что способствует быстрому гашению инерции, и в момент остановки судно коснется причала скулой, кормой или всем бортом (положение III). Носовой и кормовой швартовы подадут незамедлительно.

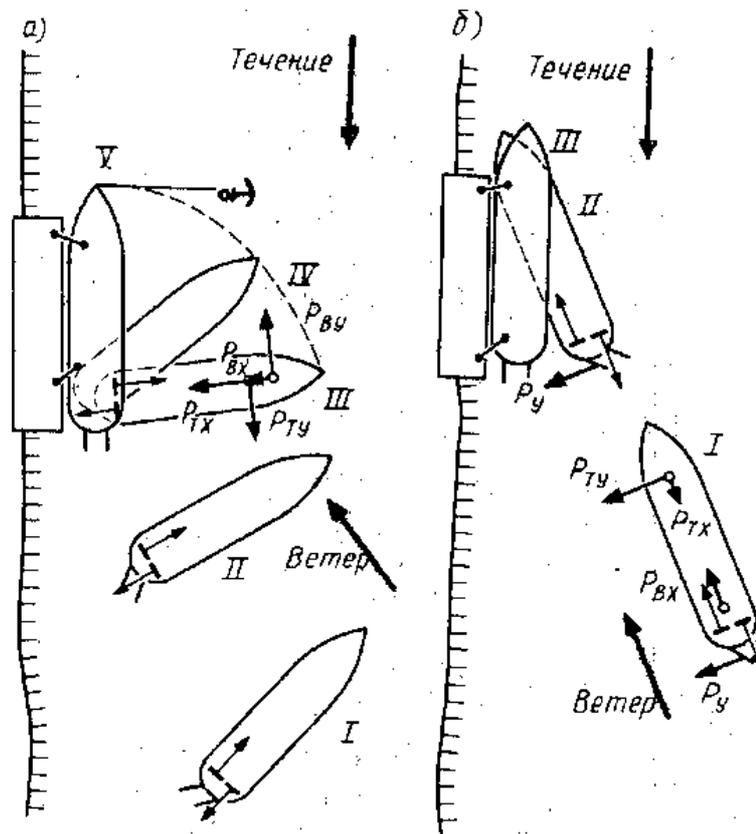


Рис. 1.6 - Схемы привала при продольно-навальном ветре и течении

При втором способе судно подходит к причалу на большой скорости параллельно ему и на минимальном траверсном расстоянии. Вблизи причала движитель включают в режим работы «Полный назад» и, пока судно гасит инерцию, быстро подают и закрепляют носовой и кормовой швартовы.

Привал с отдачей носового якоря при сильном продольно-навальном ветре рекомендуется осуществлять только при сильном встречном течении (рис. 1.6а) и достаточных глубинах вблизи причала. В этом случае судно заблаговременно (положение I) уклоняется под большим углом на ветер и при работе движителей враздрай удерживается так, чтобы не иметь поступательного движения вперед, а дрейфовать по ветру в сторону причала

(положение II). Вблизи причала (положение III), маневрируя посредством движителей и рулей, осторожно подводят к нему корму (положение IV). После того как корма коснется причала, подают кормовой швартов и при работе винтов враздрай уклоняют носовую часть судна под ветер. Под действием ветра носовую часть начинает быстро сносить на причал. В этот момент отдают носовой якорь с правого борта, что удерживает судно от сильного навала на причал. При протравливании якорной цепи носовая часть судна под действием ветра подойдет к причалу (положение V), после чего подают швартовы.

При слабом течении и сильном продольно-навальном ветре (рис. 1.6б) привал осуществляют следующим образом. На подходе к причалу судно заблаговременно выводят на курс строго по ветру и направляют его на верхнее (носовое) плечо причала (положение I). При этом движители работают враздрай в сторону от причала, что обеспечивает удержание кормы в нужном положении относительно причала и ветра и одновременное гашение инерции переднего хода. Вблизи причала (положение II) полностью гасят инерцию переднего хода и подают носовой швартов. Затем, при работе винтов враздрай, переключив рули, плавно подводят корму к причалу и подают кормовой швартов (положение III).

Если в момент приближения к причалу судно движется не строго по линии ветра, маневр не удастся: если корма пересечет линию направления ветра вправо, судно отбросит от причала, если влево - возникнет угроза сильного удара о причал.

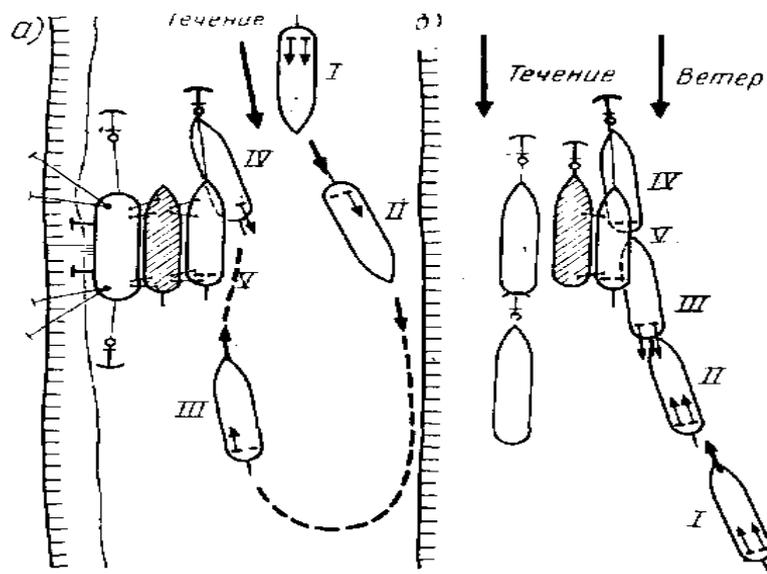


Рис. 1.7 - Схемы привала к другому судну

Маневрирование при привале к судну, стоящему у причала (рис. 1.7а) состоит в том, что судно, которое намерено подойти к другому судну, заблаговременно убавляет ход (положение I), выполняет (если идет сверху) оборот (положения II и III) и, убавив ход, направляется вверх по течению. Отдав якорь (положение IV), потравливают якорную цепь, регулируя работу двигателей и переключая рули, подходят к судну и ошвартовываются. Когда борта судов поравняются, подают швартовы (положение V).

Привал к судну, стоящему на якоре (рис. 1.7б), выполняют так же, как и к судну, стоящему у причала. Приближаясь к месту швартовки (положение I), судно, которое намерено выполнить привал, держится несколько выше стоящего на якоре судна. Затем на швартующемся судне своевременно убавляют ход (положение II), останавливают и реверсируют двигатель на задний ход (положение III), затем, погасив инерцию переднего хода, отдают правый якорь (положение IV). Потравливая якорную цепь и маневрируя посредством винтов и рулей, приближаются к стоящему судну и подают на него швартовы (положение V).

Нередко в крупных портах с несколькими причалами судну приходится подходить к причалу в стесненных условиях (рис. 1.8), когда нужный для швартовки причал находится между стоящими судами. Подход к причалу в таких условиях всегда труден и еще более осложняется в условиях навалного

ветра или сильного течения. Этот маневр суда, не имеющие подруливающих устройств (рис. 1.8а), осуществляют с раскатом кормы. На самом малом ходу при работе винтами враздрай судно направляется примерно к середине причала под углом 30 - 40° (положение I). При этом сила упора движителя, работающего назад, T_2 должна быть больше силы упора движителя, работающего вперед T_1 , что обеспечивает постепенное гашение инерции переднего хода. Когда корма пройдет носовую часть стоящего у нижнего причала судна (положение II), руль переключают в стрелневую сторону. После этого корма получает раскатку в сторону причала.

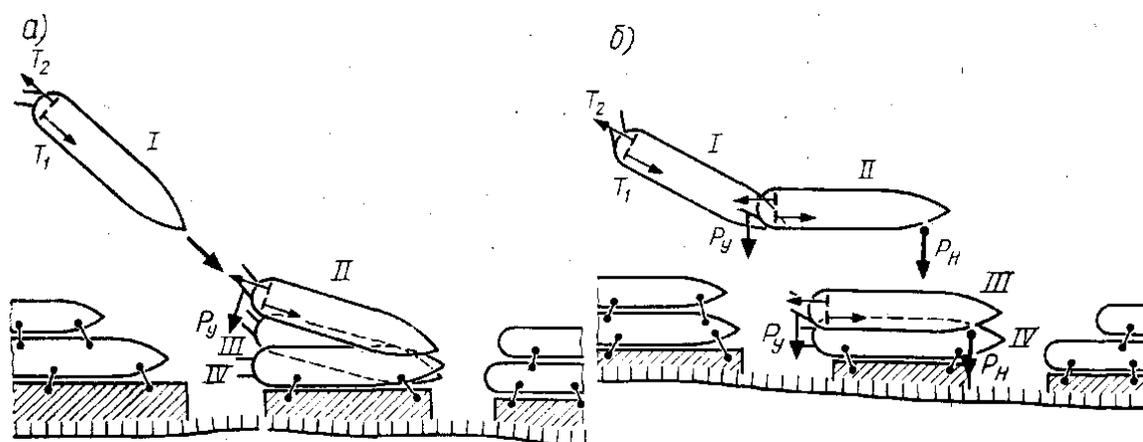


Рис. 1.8 - Схемы привала в стесненных условиях без использования и с использованием подруливающих устройств

В этот момент частоту вращения винта, работающего назад, увеличивают с таким расчетом, чтобы судно погасило инерцию, не доходя до судов, стоящих у верхнего причала. Скорость раската кормы регулируют изменением угла переключки руля. Когда носовая часть судна подойдет достаточно близко к причалу (положение III), подают и крепят носовой швартов. Затем поджимают корму и подают кормовой швартов (положение IV).

Суда с подруливающими устройствами подходят к причалу лагом (рис. 1.8б). На подходе к причалу (положение I) судно выводят на траверз места швартовки (положение II), гасят инерцию, при этом движители работают враздрай, рули переключают в стрелневую сторону и включают носовое подруливающее устройство в сторону причала. Регулируя режим работы

винтов (силы упора T_1 и T_2) и переключая рули, перемещают судно в нужном направлении (положение III). Когда судно плавно коснется причала бортом, подают швартовы (положение IV).

1.1.3. Привально-швартовные маневры толкачей

При подходе толкача к составу обращают внимание на занятость другими судами акватории в районе стоянки последнего, способ удержания состава на стоянке (на якорях, на бочке, ошвартован к берегу или причалу), силу и направление ветра и течения, готовность членов команды к швартовке.

При отсутствии ветра и течения подход толкача к составу особых затруднений не представляет и может осуществляться сразу к транцу кормы последней баржи (секции).

Если состав учаливают посредством автосцепа, толкач должен подойти к барже строго по линии ДП своей и баржи.

Гораздо сложнее осуществлять маневр подхода толкача и сцепку с составом при сильном ветре и течении (рис. 1.9). Прямой подход возможен только в том случае, если состав стоит неподвижно, в уравновешенном положении (по отношению к ветру и течению) и имеется свободный доступ для подхода к корме баржи. В этом случае судоводитель должен при подходе к составу учесть дрейф толкача под действием ветра, силу течения, режим работы движителей.

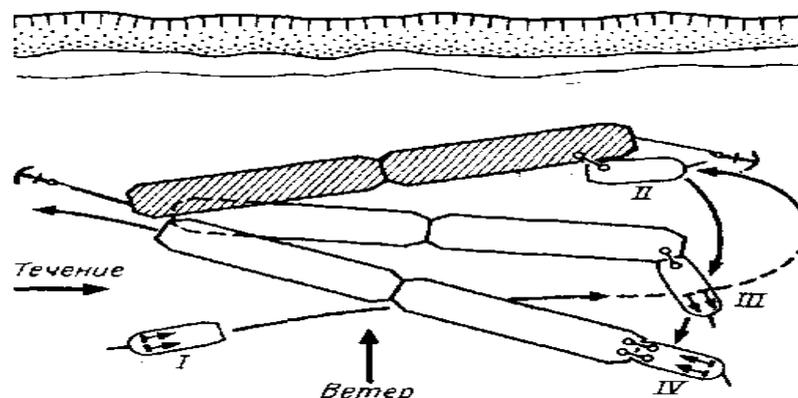


Рис. 1.9 - Схема привала и учаливания толкача к составу при сильном ветре и течении

В остальных случаях толкач сначала подходит к барже, (секции) состава (рис. 1.9, положения I и II), после подачи швартова развернуть состав в направлении ветра и течения (или с их учетом), затем подогнать автосцепные устройства при работе движителей враздрай или посредством подачи поперечного троса, выбираемого шпилем либо брашпилем (положения III и IV).

1.1.4. Привально-швартовные маневры буксировщиков

Буксировщик может подходить к составу двумя способами. Первый заключается в швартовке бортом к барже первого счала, ближе к носовой ее части, подаче с буксировщика буксирного троса, выборе его на баржу и креплении за кнехты. Второй способ - это постановка буксировщика на якорь выше первого счала состава, протравливание якорной цепи, всплытие кормой назад к носовой части баржи первого счала, подача кормового швартова на баржу, а затем - буксирного троса на кнехты баржи. Если первый счал баржучален в два пыжа, то корму буксировщика ставят в середину между баржами, после чего на них подают тросы, крепят их за кнехты и пропускают через уши. После выравнивания тросы соединяют замком с коренным буксирным тросом.

Если состав стоит ошвартованным у причала или берега, буксировщик подходит бортом к первой (головной) барже, а при пыжевом счале становится несколько выше барж, затем корму буксировщика устанавливают между баржами первого счала и учаливают их.

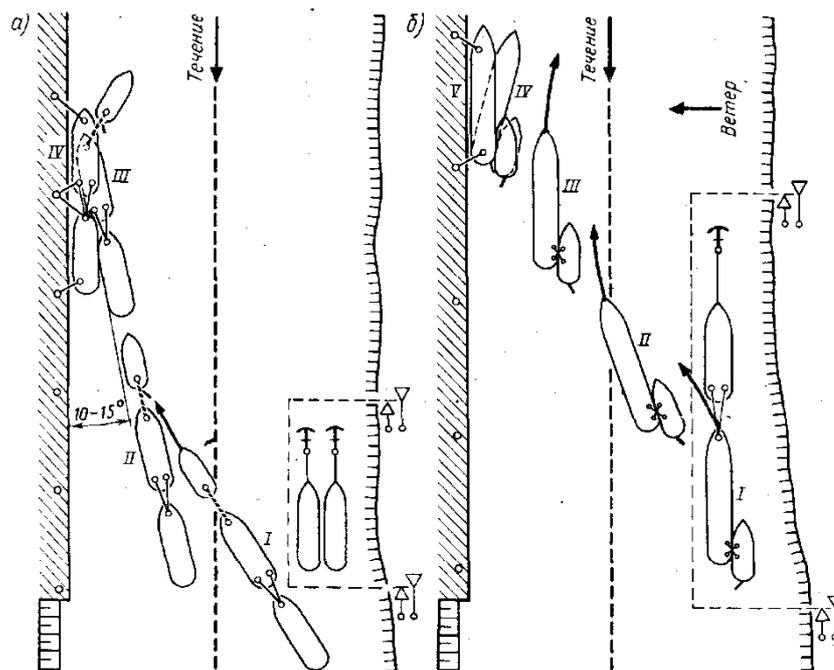


Рис. 1.10 - Схемы подведения состава к причалу на коротком буксирном тросе и под бортом

Буксируемый состав подводят к причалу обычно на коротком буксирном тросе (рис. 1.10а), чем достигается лучшая управляемость. Очень важно при этом не допустить удара барж о причал. Для этого при безветренной погоде состав подводят к причалу против течения под углом $10-15^\circ$ (положения I и II). Когда до места швартовки остается 30-50 м (в зависимости от массы состава и скорости течения), ход убавляют, и состав идет по инерции. Буксировщик уклоняется в противоположную причалу сторону. При приближении головной баржи к причалу на короткое время набивают буксирный трос, отводят носовую часть баржи от причала и одновременно подают носовой швартов на причал (положение III). После полной остановки состава с баржи подают и крепят остальные швартовы (положение IV).

Отдельные баржи состава могут быть подведены к причалу под бортом буксировщика (рис. 1.10б).

Для этого буксировщик выводит баржу с рейда (положение I) и следует к причалу средним ходом (положение II). Не доходя 30-50 м до причала, баржу выравнивают параллельно причалу, переключают движители на режим работы

враздрай (положение III). Далее стремятся держать носовую часть баржи на ветер, чтобы плавно наваливать ее на причал кормовой частью (положение IV). После этого баржа прижимается ветром к причалу и с нее подаются швартовы (положение V).

1.2. Обзор известных САУ движением судов

В последнее время всё большее внимание уделяется вопросам автоматического управления движением транспортных средств, в том числе речных судов [20-24]. При этом преследуется цель повышения безопасности движения путем исключения влияния человеческого фактора [17-19]. Так в [8-9] одновременно решаются две задачи – синтеза оптимального регулирования бокового движения судна при встрече с препятствием, и контроля безопасности при вычислении функции риска опасного сближения. Обе задачи решены в [8-9] методом динамического программирования.

1.2.1. Силы и моменты, обусловленные воздействием на судно ветра и морских волн

1.2.1.1. Аэродинамические силы и моменты

Под аэродинамическими силами и моментами понимаются усилия, обусловленные перемещением судна относительно воздуха и приложенные к надводной части судна. Эти усилия достигают значительных величин при наличии ветра [54-55].

Ветер представляет собой турбулентный воздушный поток, скорость g_a которого имеет пульсационный характер и является случайной функцией времени. Для количественного описания скорости ветра применяется аппарат теории случайных функций.

В общем случае скорость ветра складывается из двух составляющих - средней скорости [математического ожидания $\bar{g}_a(t)$], постоянной в течение определенного промежутка времени τ , колеблющегося от 10 мин до 3-5ч, и переменной составляющей, являющейся случайной стационарной центрированной функцией времен, удовлетворяющей требованию

эргодичности. Переменная составляющая, в свою очередь, состоит из турбулентной V_{aT} и волновой V_{aB} составляющих. Турбулентные пульсации скорости ветра наблюдаются во всех направлениях, однако для оценки управляемости и условий удержания судна на месте важны пульсации в направлении средней скорости ветра. Волновая составляющая скорости ветра определяется морским волнением. При развитии ветроволновом процессе, когда характеристики его являются стационарными функциями, средняя скорость ветра, волновая и турбулентная составляющие скорости ветра совпадают с генеральным направлением бета волн.

Для определения спектральных плотностей турбулентной S_T и волновой S_B , составляющих скорости ветра можно рекомендовать следующие формулы:

$$S_T(\sigma_a) = \frac{D_{v_a} \alpha_1}{\sigma_a^2 + \alpha_1^2} \quad (1.1)$$

где σ_a – круговая частота; D_{v_a} – дисперсия, вычисляемая по формуле:

$$D_{v_a} = \left[\frac{v_{a10}}{\ln\left(\frac{z}{z_R}\right)} \right]^2 \quad (1.2)$$

$\alpha_1 = 2/3$ (по средним статистическим данным) – коэффициент затухания;

$z_R = 0.65 \cdot 10^{-5} \bar{g}_{a10}^2$ – аэродинамическая шероховатость подстилающей поверхности; \bar{g}_{a10} – средняя скорость ветра на высоте $z=10$ м.

Спектральная плотность волновой составляющей скорости ветра вычисляется по той же формуле, что и спектральная плотность ординат морского волнения, если в ней изменить только величину дисперсии:

$$D_{g_B} = 1.49 \beta_1^2 D_\zeta e^{-2z/\lambda_0} \quad (1.3)$$

где D_ζ – дисперсия ординат волнения; $\beta_1 = 0.82 \bar{\sigma}_1$; $\bar{\sigma}_1$ – средняя частота волнения; λ_0 – расчетная длина морской волны.

Наряду с приведенными формулами для вычисления суммарной спектральной плотности переменной составляющей скорости ветра можно также пользоваться формулой Давенпорта:

$$S_a(\sigma_a) = \frac{9.510^5 k \sigma_a}{\left[1 + \left(\frac{194 \sigma_a}{\bar{g}_a}\right)^2\right]^{4/3}} \quad (1.4)$$

где $k = 0.005$ – коэффициент сопротивления подстилающей поверхности.

Средняя скорость ветра при развитии ветроволнового процессе изменяется в зависимости от высоты z над уровнем моря по закону:

$$\bar{g}_a = \bar{g}_{a_0} \frac{\ln(z / z_R)}{\ln(z_a / z_R)} \quad (1.5)$$

где \bar{g}_{a_0} – средняя скорость ветра на заданной высоте, например на высоте $z_a = 10\text{м}$, т.е. $\bar{g}_a = \bar{g}_a(10) = \bar{g}_{a10}$.

Средняя скорость ветра на высоте z над уровнем моря в зависимости от балльности определяется шкалой Бофорта (таб. I.1).

Таблица показывает, что скорость шквалистого ветра может примерно вдвое превышать среднюю скорость, поэтому мгновенная сила от ветра может примерно в четыре раза превосходить среднюю силу. В связи с этим сила от ветра может считаться постоянной лишь с учетом кратковременности действия шквала и так следствие относительно слабого его влияния на движение судна.

Сила от ветра, действующая на судно, зависит от скорости ветра, скорости судна, площади и конфигурации надстроек, расположения и габаритов палубного груза, а также от угла между ветровым потоком и диаметральной плоскостью судна.

Таблица I.1. Шкала Бофорта

Баллы	Характер ветра	Скорость ветра на высоте 6м над поверхностью моря, м/с	
		средняя	при шквале
0	Штиль	0-0.5	1.0
1	Тихий ветер	0.6-1.7	3.2
2	Легкий ветер	1.8-3.3	6.2
3	Слабый ветер	3.4-5.2	9.6
4	Умеренный ветер	5.3-7.4	13.6
5	Свежий ветер	7.5-9.8	17.8
6	Сильный ветер	9.9-12.4	22.2
7	Крепкий ветер	12.5-16.2	26.8
8	Очень крепкий ветер	16.3-18.2	31.6
9	Шторм	18.3-21.5	36.7
10	Сильный шторм	21.6-25.1	42.0
11	Жестокий шторм	25.2-29.0	47.5
12	Ураган	>29.0	53.0

При произвольном маневрировании судна в поле постоянного ветра неизменным остается только расположение надстроек и палубного груза, а величина и направление скорости судна относительно воздуха непрерывно меняются.

Для удобства расчетов скорость ветра часто представляется не случайной, а детерминированной функцией времени. Существует несколько видов этой функции, среди которых можно рекомендовать вид, показанный на рис. 1.11. С возрастанием скорости ветра в порыве \bar{v}_{an} её направление остается неизменным, а при уменьшении скорости до \bar{v}_{ac} направление ветра γ_a

изменяется 45° по отношению к генеральному шкалы Бофорта, а для промежутка времени, при котором падает $\bar{g}_{ac} = 0.65\bar{g}_{a_0}$.

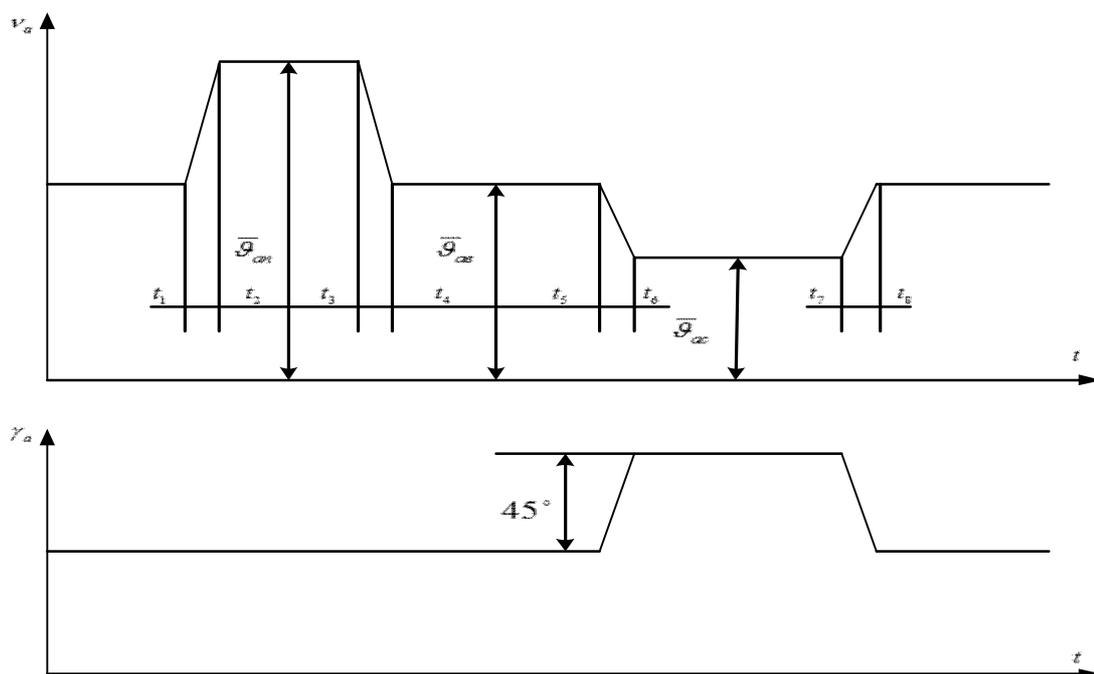


Рис. 1.11. Зависимости скорости и направления ветра от времени.

$$t_2 - t_1 = t_4 - t_3 = t_6 - t_5 = t_8 - t_7 = 10c; t_3 - t_2 = t_7 - t_6 = 60c; t_4 - t_5 = 300c$$

Силы ветрового воздействия в связанной с судном системе координат вычисляют по формулам:

$$X_A = \frac{1}{2} C_{AX} \rho_A g_R^2 A_{VB} \quad (1.6)$$

$$Y_A = \frac{1}{2} C_{AY} \rho_A g_R^2 A_{VL} \quad (1.7)$$

$$Z_A = \frac{1}{2} C_{AM} \rho_A g_R^2 A_{VL} L \quad (1.8)$$

где аэродинамические коэффициенты C_{AX} , C_{AY} и C_{AM} зависят от угла кажущегося ветра γ_R .

При решении большинства задач для математического описания сил от ветра мгновенное положение и скорость судна связывают с полем постоянного ветра, для чего используют понятия истинного и кажущегося ветра. Под истинным понимается ветер в координатах, связанных с Землей. Кажущийся

ветер – это ветер в координатах, связанных с судном; и только от него зависит аэродинамические силы и моменты.

Если судно неподвижно, скорости истинного и кажущегося ветра совпадают. Если судно движется, скорость истинного ветра геометрически складывается со скоростью потока, обусловленного движением судна, так что скорость кажущегося ветра отличается от скорости истинного ветра тем больше, чем больше скорость судна.

Истинный и кажущийся ветры характеризуются скоростями \mathcal{G}_a и \mathcal{G}_R и углами γ_a и γ_R соответственно. Угол истинного ветра γ_a отсчитывается от той же неподвижной оси, от которой отсчитывается курс судна χ (рис. 1.12). Угол кажущегося ветра γ_R в каждый момент времени отсчитывается от ДП судна.

Скорость \mathcal{G}_a и угол γ_a истинного ветра, как правило, при оценке движения судна являются величинами заданными. Связь между ними и необходимыми для оценки усилий от ветра величинам \mathcal{G}_R и γ_R , определяемая мгновенным положением судна на поверхности воды, представляется как:

$$\mathcal{G}_R^2 = \mathcal{G}_a^2 + \mathcal{G}^2 + 2\mathcal{G}_a\mathcal{G}\cos(\gamma_a - \chi + \beta) \quad (1.9)$$

$$\gamma_R = \arccos \frac{\mathcal{G} + \mathcal{G}_a \cos(\gamma_a - \chi + \beta)}{\sqrt{\mathcal{G}_a^2 + \mathcal{G}^2 + 2\mathcal{G}_a\mathcal{G}\cos(\gamma_a - \chi + \beta)}} - \beta \quad (1.10)$$

где \mathcal{G} – скорость движения судна.

При прямолинейном движении судна в поле ветра, характеризуемого скоростью \mathcal{G}_a и углом γ_a , угол дрейфа судна β становится равным курсу χ и формулы (1.9) и (1.10) приобретают вид:

$$\mathcal{G}_R^2 = \mathcal{G}_a^2 + \mathcal{G}^2 + 2\mathcal{G}_a\mathcal{G}\cos\gamma_a \quad (1.11)$$

$$\gamma_R = \arccos \frac{\mathcal{G} + \mathcal{G}_a \cos\gamma_a}{\sqrt{\mathcal{G}_a^2 + \mathcal{G}^2 + 2\mathcal{G}_a\mathcal{G}\cos\gamma_a}} - \beta \quad (1.12)$$

Аэродинамические силы и моменты выражаются формулами (1.6) – (1.8).

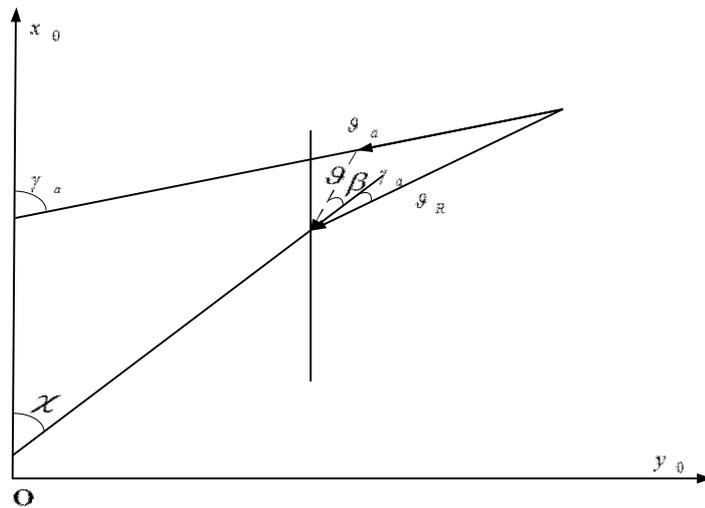


Рис. 1.12. Истинный к кажущийся ветры

Аэродинамические коэффициенты тангенциальной силы C_{AX} , нормальной силы C_{AY} и момента C_{AM} зависят от угла γ_R и от особенностей формы надводной части судна. Выражения, описывающие указанные зависимости и основанные на аппроксимации результатов аэродинамических испытаний моделей надводных частей судов, приведены ниже.

Поскольку влияние тангенциальной аэродинамической силы на движение судна мало, точность оценки коэффициента C_{AX} особой роли не играет; величину этого коэффициента можно найти. Из других имеющих материалов можно указать на формулу А.Д. Гофмана [56].

$$C_{AX} = 1.3C_{AX}(0)th\left(\frac{\pi}{2} - \gamma_R\right) \quad (1.13)$$

относящуюся к двух островным речным судам, и выражение, полученное А.П. Тумашиком применительно к крупнотоннажным танкерам:

$$C_{AX} = 0.03 + 0.08\cos\gamma_R \quad (1.14)$$

Входящий в формулу (1.13) коэффициент $C_{AX}(0)$, представляющий коэффициент C_{AX} при $\gamma_R = 0$ (т.е. при встречном ветре), определяется приближенной формулой:

$$C_{AX}(0) = \frac{(0.6 - 10\psi_1)A_{VB\sigma} + 0.25A_{VBH} + 0.6A_{VBK}}{A_{VL}} \quad (1.15)$$

в которой A_{VB_σ} , A_{VB_H} и A_{VB_K} – площади проекций на плоскость шпангоута надводного борта, носовой и кормовой надстроек судна соответственно, а ψ_1 – тангенс угла дифферента судна.

Выражениями (1.13) и (1.15) можно пользоваться для всех типов двух островных судов, если расстояние между надстройками превышает размеры последних.

Нормальная аэродинамическая сила и аэродинамический момент весьма сильно влияют на движение судна. Наилучшим способ определения этих коэффициентов следует считать испытание модели надводной части рассчитываемого судна, для чего необходимо производить круговую продувку модели в аэродинамической трубе.

Если результаты испытаний модели отсутствуют, зависимость коэффициента C_{AY} от угла γ_R данного судна может быть подсчитана по приближенной формуле, являющейся аппроксимацией результатов испытаний серии моделей речных судов и пригодной для всех типов судов с плохообтекаемыми надстройками:

$$C_{AY} = 1.05 \sin \gamma_R \quad (1.16)$$

Для определения коэффициента момента C_{AM} применяется приближенная формула:

$$C_{AM} = 1.05 \left(0.25 + \sigma - \frac{\gamma_R}{2\pi} \right) \sin \gamma_R \quad (1.17)$$

Входящая в формулу (1.17) величина σ представляет относительное отстояние центра парусности боковой поверхности надводной части судна (центра тяжести площади) от мидель-шпангоута, т.е.:

$$\sigma = b_{\text{ц.н}} / L \quad (1.18)$$

где $b_{\text{ц.н}}$ - отстояние центра парусности от мидель-шпангоута.

Величина $b_{\text{ц.н}}$ принимается положительной, если центр парусности располагается в нос от мидель-шпангоута, и отрицательной при расположении

центра парусности в противоположном направлении.

Более общие результаты, относящиеся к судам с произвольно расположенными надстройками любой формы, могут быть получены по материалам Н.П. Мелкозеровой и Р.Я. Першина. Согласно этим материалам аппроксимирующие зависимости, определяющие коэффициенты C_{AY} и C_{AM} , имеет вид:

$$C_{AY} = (1 - 28\bar{S}_{\text{коз}}^2) [1 + \bar{S}_H (1.12 - 65\bar{F}^2)] (7\bar{F} + 0.62) \sin \gamma_R + \frac{f}{[1 + \bar{S}_H (1.12 - 65\bar{F}^2)]^6} \sin 3\gamma_R \quad (1.19)$$

$$C_{AM} = (\bar{F} + 0.04) \sin 2\gamma_R - 0.25\bar{F} \sin 4\gamma_R + 1.4\bar{b} \sin 1.5(90 - |\gamma_R - 90|) - \bar{F}(\bar{S}_H + \bar{S}_{\text{коз}})k_m [1 + \sin(4\gamma_R - 90)] \quad (1.20)$$

$$C_{AM}^p = C_{AM} \left[1 + \bar{l}_p \frac{A_{VL_{M,H}}}{A_{VL_{\sigma,H}}} (0.02\gamma_R - 1.8) \text{sign} C_{AM} \right] \quad (1.21)$$

В этих формулах C_{AM} - коэффициент аэродинамического момента судна с одной сплошной по длине надстройкой; C_{AM}^p - коэффициент аэродинамического момента судна с двумя разнесенными по длине надстройками; $\bar{F} = H / L$ - относительная высота надводного борта судна; $\bar{S}_H = A_{VL_H} / A_{VL}$ - относительная площадь парусности надстроек судна (A_{VL_H} - суммарная площадь парусности всех надстроек и рубок); $\bar{S}_{\text{коз}} = A_{VL_{\text{коз}}} / A_{VL}$ - относительная площадь парусности носового козырька ($A_{VL_{\text{коз}}}$ - площадь парусности козырька); σ - относительное положение центра парусности судна в целом, определяемое формулой (1.18); $\bar{l}_p = l_p / L$ - относительное расстояние между внутренними стенками двух разнесенных по длине судна надстроек (l_p - расстояние между надстройками); если $\bar{l}_p > 0.5$ то в формуле (1.21) следует принимать $\bar{l}_p = 0.5$.

Коэффициент F в формулу (1.19) при $\bar{F} < 0.005$ или $\bar{F} > 0.1$ равен 0, при $0.005 \leq \bar{F} \leq 0.1$:

$$f = 0.53\bar{F}^2 - 5.7\bar{F} + 0.03 \quad (1.22)$$

Коэффициент k_m в формуле (1.20) равен 1.0 при $\gamma_R \leq 90^\circ$ и нулю при $\gamma_R > 90^\circ$.

Под величинами $A_{V_{L_{M.H}}}$ и $A_{V_{L_{\sigma.H}}}$ понимаются площади парусности меньшей и большей надстроек соответственно.

Символ $\text{sign}C_{AM}$ означает, что знак второго члена формулы (1.21) совпадает со знаком величины C_{AM} при данном γ_R . В формулах (1.20) и (1.21) угол γ_R берется в градусах.

Формулы (1.19) – (1.21) не содержат дифферента судна в явном виде, однако они применимы для произвольно сидящего судна, поскольку опыты показали, что наличие дифферента на коэффициенте C_{AY} сказывается незначительно, а коэффициент $z_a = 10m$ меняется при наличии дифферента так же, как и при соответствующем ему смещении центра парусности. Иначе говоря, влияние дифферента полностью учитывается изменением величины σ .

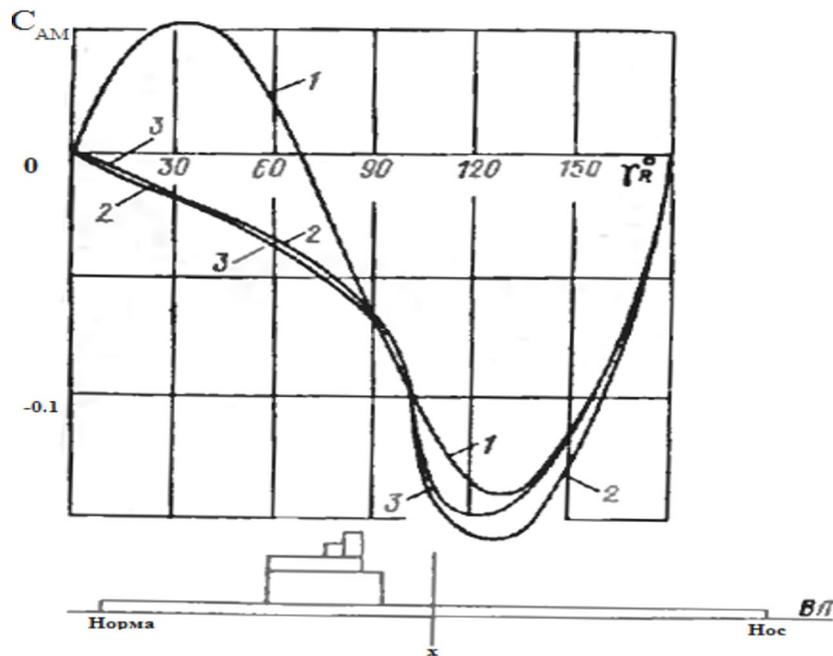


Рис. 1.13. График значений коэффициента C_{AM} .

1 – расчет по формуле (1.17); 2 – расчет по формуле (1.20); 3 – эксперимент с моделью судна.

Формула (1.19) сравнительно мало уточняет коэффициент C_{AY} по сравнению с формулой (1.16), однако для коэффициента C_{AM} расхождение

между результатами расчета по формулами (1.20) – (1.21) и (1.17) может оказаться весьма значительны. Особенно это относится к судам, палуба которых в одной из окончателности на большом протяжении свободна от надстроек.

Для примера на графике рис. 1.13 показаны значения коэффициента C_{AM} для модели, боковой вид которой изображен на рисунке, с центром парусности, смещенным в корму, и с палубой, свободной от надстроек в носовой её части. Видно, что при ветре, направленном со стороны носовой окончателности, характер кривой, рассчитанной по формуле (1.20). Экспериментальная кривая, также нанесенная на этот график, показывает, что формула (1.20) значительно лучше соответствует опыту, чем формула (1.17).

1.2.1.2. Гидродинамические силы и моменты от действия волн

Величины гидродинамических сил и моментов, возникающих на корпусе судна при действии морских волн, зависят от высоты и частоты волн, скорости судна и направления его движения по отношению к волнам и определяются суммой переменной (периодической) и постоянной (точнее, медленно меняющейся) составляющих [54].

Постоянные силы и моменты могут оказать заметное влияние на поведение судна при малых скоростях, характерных, в частности, для режимов позиционирования. В настоящее время общепризнанные методики их расчета отсутствуют. Поэтому для конкретного судна указанные силы и моменты определяются обычно экспериментальным путем. Результаты испытаний по определению постоянных составляющих сил и моментов на регулярном волнении представляются в виде безразмерных коэффициентов:

➤ силы сопротивления:

$$C_{BX} = \frac{2X_{B_0}}{\rho g \zeta_B^2 L} \quad (1.23)$$

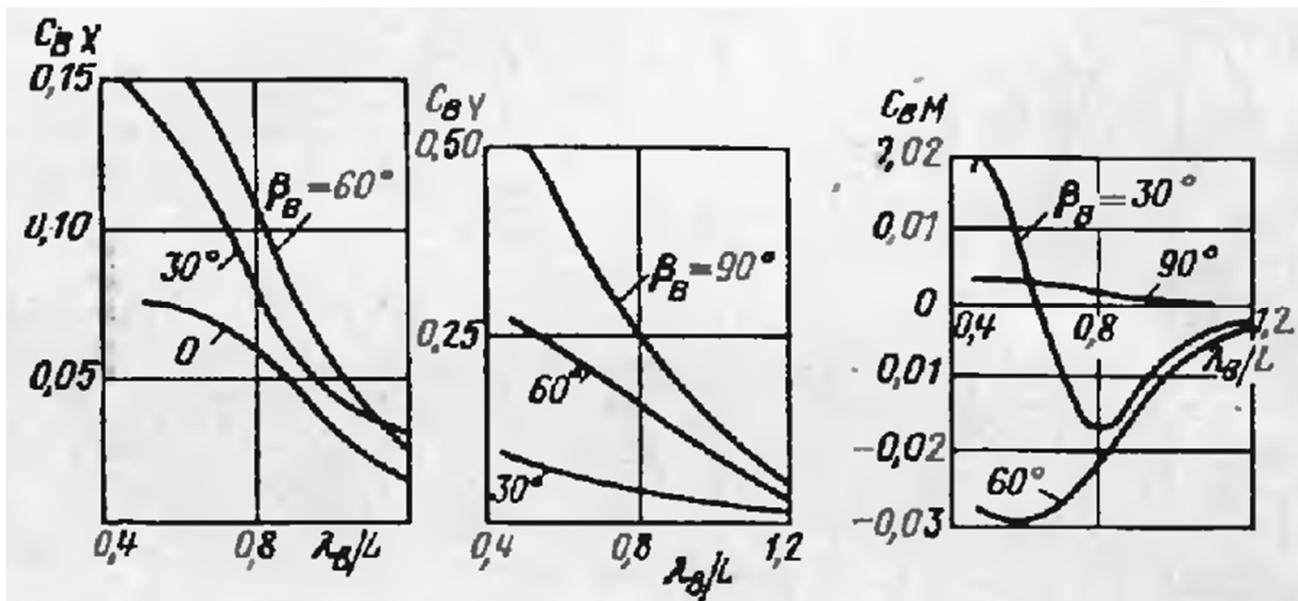


Рис. 1.14. Коэффициенты постоянных составляющих волновых сил судна с

$$\delta_V = 0.58; V = 17900 \text{ м}^3.$$

➤ боковой силы:

$$C_{BY} = \frac{2Y_{B_0}}{\rho g \zeta_B^2 L} \quad (1.24)$$

➤ момента:

$$C_{BM} = \frac{M_{B_0}}{\rho g \zeta_B^2 L} \quad (1.25)$$

где ζ_B – амплитуда регулярной волны.

Зависимости коэффициентов C_{BX} , C_{BY} , C_{BM} от относительной длины и курсового угла волны β_B , позволяющие судить о порядке рассматриваемой категории сил, показаны на рис. 1.14.

Переменные составляющие волновых возмущений – боковой силы Y_B и моменты рыскания M_B – рассчитываются в предположении отсутствия рыскания и дрейфа судна. Считается, что величины Y_B и M_B изменяются по гармоническому закону с частотой встречи судна с волной ω_K .

При движении судна на регулярном волнении со скоростью \mathcal{G} , курсовым углом β_B к направлению бега волны с частотой ω_B и высотой $h_B = 2\xi_B$ величины Y_B и M_B определяются формулами:

$$Y_B = Y_{Ba} \cos \omega_K t \quad (1.26)$$

$$M_B = M_{Ba} \sin \omega_K t \quad (1.27)$$

где

$$\omega_K = \omega_B \left(1 - \mathcal{G} \frac{\omega_B}{g} \cos \beta_B \right) \quad (1.28)$$

Y_{Ba} – амплитуда возмущающей боковой силы; M_{Ba} – амплитуда момента рыскания, обусловленного воздействием регулярной волны.

Период изменения боковой силы и момента рыскания рассчитывается по формуле:

$$T = 2\pi / \omega_K \quad (1.29)$$

Входящие в формулы (1.26) – (1.27) амплитуды силы и момента определяются соотношениями:

$$Y_{Ba} = \alpha_{B_0} Y_B^0 \quad (1.30)$$

$$M_B = \alpha_{B_0} M_B^0 \quad (1.31)$$

где α_{B_0} – амплитуда угла волнового склона, при этом

$$\alpha_{B_0} = k \xi_B \quad (1.32)$$

ξ_B – амплитуда волны; k – частота формы;

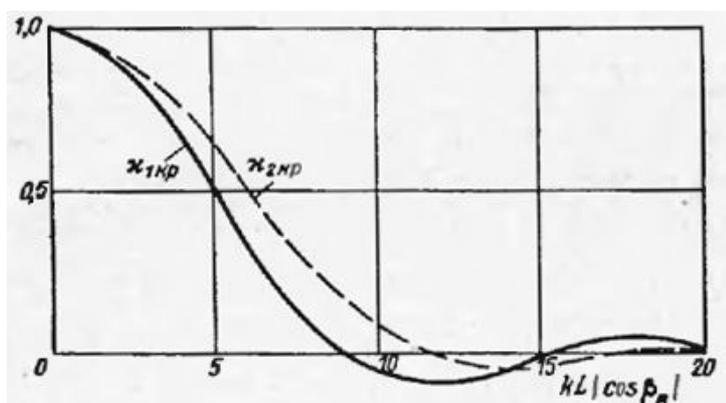


Рис. 1.15. Поправочные коэффициенты χ_{1kp} ; χ_{2kp} .

$$Y_B^0 = \rho g V \chi_y \sin \beta_B \quad (1.33)$$

$$M_B^0 = glk \chi_m \sin \beta_B \quad (1.34)$$

$$\chi_y = \left(1 + k_{22} \frac{\omega_K}{\omega_B} \right) e^{-kz_c} \chi_{1kp} \quad (1.35)$$

$$\chi_m = \left[\chi_{2kp} \cos \beta_B \left(1 + k_{66} \frac{\omega_K}{\omega_B} \right) + \frac{C_{M\beta}^\beta}{2} \chi_{1kp} \frac{\rho A_{L\sigma} L}{I_{zz}} \frac{g}{k\omega_B} \right] \quad (1.36)$$

где Z_c – погружение центра величины под ватерлинией.

В свою очередь коэффициенты χ_{1kp} , χ_{2kp} находятся в функции от параметра $kL |\cos \beta_B|$ по рис. 1.15.

На реальном нерегулярном морском волнении возмущающие боковая сила Y_B и момент рыскания M_B являются стационарными случайными процессами, которые характеризуются спектральными плотностями. Необходимые для их расчет передаточные функции силы и момента относительно угла волнового склона выражаются формулами:

$$W_{\alpha_{B_0} Y_B} = Y_B^0 \quad (1.37)$$

$$W_{\alpha_{B_0} M_B} = -i M_B^0 \quad (1.38)$$

Здесь Y_B^0 , M_B^0 находятся по соотношениям (1.33), (1.34).

1.2.2. Синтез оптимального линейного регулятора при переменной функции штрафов в процессе сближения с малоразмерным препятствием

1.2.2.1. Синтез регулятора без учета динамики сближения с препятствием в математической модели объекта

Рассмотрим другой случай синтеза закона управления транспортом малоразмерного неподвижного препятствия, когда штраф при приближении к препятствию растет, а при удалении уменьшается [8].

Постановка задачи оптимального управления может быть сформулирована следующим образом.

Заданы уравнения движения транспорта:

$$\begin{cases} x_1' = dx_2 + C_1 \\ x_2' = -ax_2 + bu \\ y_1' = -v_1 \end{cases} \quad (1.39)$$

где v_1 - скорость продольного движения управляемого объекта, y_1 - величина дистанции между судном и препятствием.

Задан интегральный критерий в виде:

$$J = \int_0^{t_k} f_0(\bar{x}, u, t) dt$$

$$f_0 = r_0 \frac{u^2}{2} + r_1 \frac{x_1^2}{2} + r_2 \frac{x_2^2}{2} + M(y_1) \frac{(x_1 + C_0 - D)^2}{2} \quad (1.40)$$

где $M(y_1) = r_3 \frac{D^2}{1 + (x_1 + C_0)^2 + y_1^2}$ - выбранная новая штрафная функция удаления от препятствия.

Требуется найти решение прямой задачи методом динамического программирования [2].

Решение задачи получено следующим образом. Заменяя в уравнении Беллмана $M(y_1)$ вместо r_3 , после преобразования выше изложенных выражений получим:

$$\begin{cases} \beta_1 = \frac{\beta_2}{d} \left(\frac{b^2}{r_0} \gamma_2 + a \right) - \frac{C_1}{d} \psi \\ \beta_2 = \frac{r_0}{b^2} \left[\frac{M(C_0 - D)}{\psi} + \frac{C_1}{d} \left(a + \frac{b^2}{r_0} \gamma_2 \right) \right] \\ \gamma_1 = \frac{\psi}{d} \left(a + \frac{b^2}{r_0} \gamma_2 \right) \\ \gamma_2 = \frac{r_2}{2a} + \frac{d}{a} \psi \\ \psi = \sqrt{\frac{r_0(r_1 + M)}{b^2}} \end{cases} \quad (1.41)$$

С помощью найденных коэффициентов определён закон оптимального управления в квадратурах:

$$u = -\frac{b}{r_0} (\beta_2 + \gamma_2 x_2 + \psi_{12} x_1)$$

$$u = -\frac{b}{r_0} \left\{ \frac{r_0}{b^2} \left[\frac{M(C_0 - D)}{\psi} + \frac{C_1}{d} \left(a + \frac{b^2}{r_0} \gamma_2 \right) \right] + \left(\frac{r_2}{2a} + \frac{d}{a} \psi \right) x_2 + \psi x_1 \right\}$$

или более детально передаточное число линейного регулятора имеют вид:

$$u = -\frac{b}{r_0} \left\{ \frac{r_0}{b^2} \frac{M(C_0 - D)}{\psi} + \frac{r_0}{b^2} \frac{C_1}{d} \left[a + \frac{b^2}{r_0} \left(\frac{r_2}{2a} + \frac{d}{a} \psi \right) \right] + \left(\frac{r_2}{2a} + \frac{d}{a} \psi \right) x_2 + \psi x_1 \right\} \quad (1.42)$$

$$u = -\frac{b}{r_0} \left[\frac{C_1}{d} \left(\frac{r_0 a}{b^2} + \frac{r_2}{2a} + \frac{d}{a} \psi \right) + (C_0 - D) \psi \frac{M}{r_1 + M} + \left(\frac{r_2}{2a} + \frac{d}{a} \psi \right) x_2 + \psi x_1 \right]$$

Полученный результат позволяет промоделировать движение судна, если к уравнению (1.42) присоединить уравнения (1.43) модели объекта:

$$\begin{cases} x_1' = x_2 + C_1 \\ x_2' = -ax_2 + bu \\ y_1' = -v_1 \end{cases} \quad (1.43)$$

Моделирование обхода малого препятствия на приведенном ниже примере подтвердило факт возвращения судна на фарватер после обхода препятствия при следующих условиях:

$$r_0 = 1, r_1 = 4, r_2 = 2, r_3 = 16, d = 1, D = 20m, C_0 = 10m, a = 0.5, b = 0.1, C_1 = 0(m/c), v_1 = 4(m/c).$$

После подстановки всех вышеуказанных параметров в выражение (1.42) и уравнения (1.43) получим:

$$\begin{cases} u = -\frac{b}{r_0} \left[(C_0 - D) \psi \frac{M}{r_1 + M} + \left(\frac{r_2}{2a} + \frac{d}{a} \psi \right) x_2 + \psi x_1 \right] \\ x_1' = x_2 \\ x_2' = -ax_2 + bu \\ y_1' = -v_1 \end{cases} =$$

$$\begin{cases}
 u = \frac{64000}{\left[1+(x_1+10)^2+y_1^2\right]\sqrt{4+\frac{6400}{1+(x_1+10)^2+y_1^2}}} - \left[0.2+2\sqrt{4+\frac{6400}{1+(x_1+10)^2+y_1^2}}\right]x_2 - \\
 - \sqrt{4+\frac{6400}{1+(x_1+10)^2+y_1^2}}x_1 \\
 x_1' = x_2 \\
 x_2' = -0.5x_2 + \frac{6400}{\left[1+(x_1+10)^2+y_1^2\right]\sqrt{4+\frac{6400}{1+(x_1+10)^2+y_1^2}}} - 0.2\sqrt{1+\frac{1600}{1+(x_1+10)^2+y_1^2}}x_1 - \\
 - (0.02+0.2\sqrt{4+\frac{6400}{1+(x_1+10)^2+y_1^2}})x_2 \\
 y_1' = -4
 \end{cases}$$

Построение графиков обхода препятствия слева и справа при отсутствии боковой скорости течения $C_1 = 0 \text{ м/сек}$ проиллюстрировано на рис. 1.16 и 1.17.

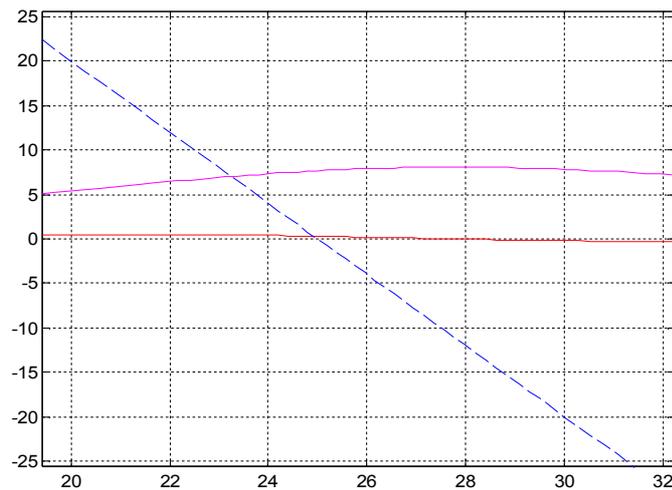


Рис.1.16. График обхода малоразмерного неподвижного препятствия слева при возвращении на форватер при $y_1(0)=100 \text{ м}$

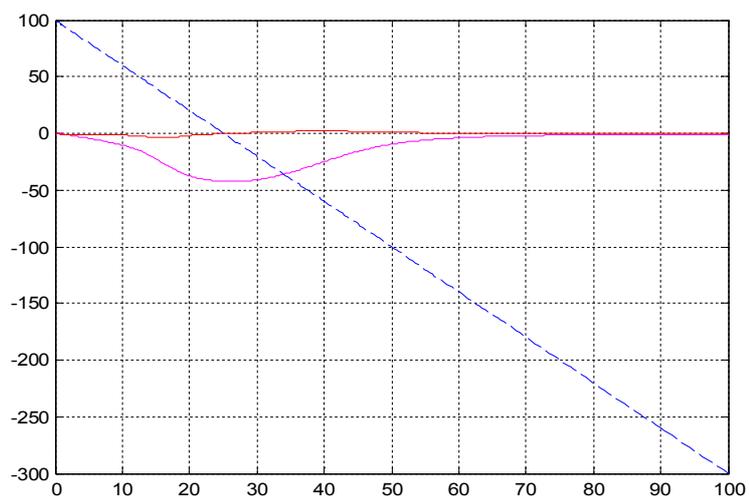


Рис. 1.17. График обхода малоразмерного неподвижного препятствия справа при возвращении на фарватер при $y_1(0)=100\text{м}$

Кроме того, получены графики для различных начальных дистанций $y_1(0)$ при маневрировании.

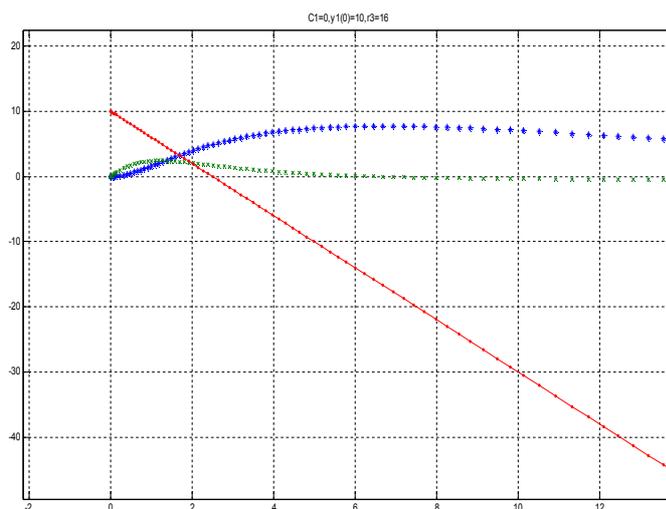


Рис.1.18 Процесс маневрирования для бокового движения судна при $y_1(0)=10\text{м}$

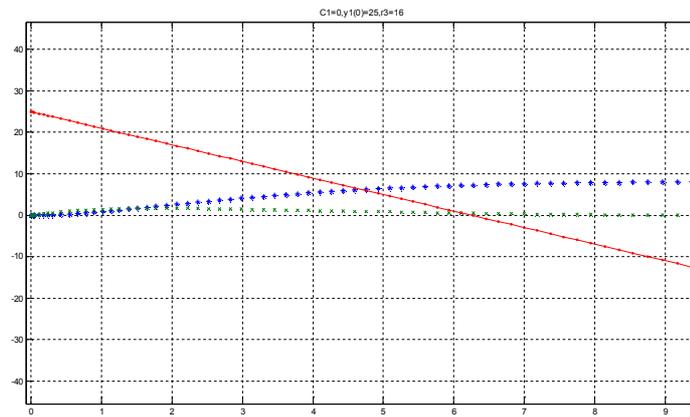


Рис.1.19. Процесс маневрирования для бокового движения судна при $y_1(0)=25м$

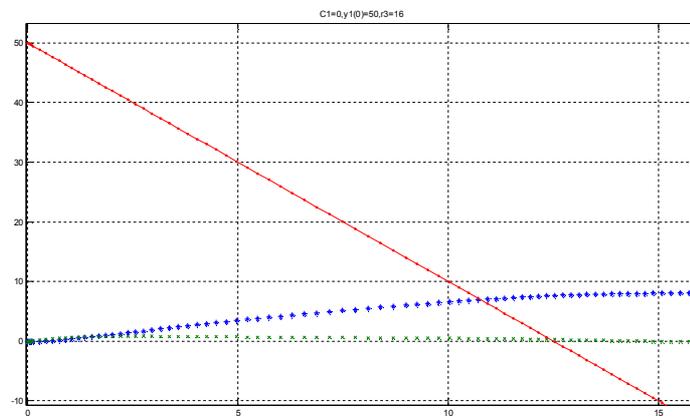


Рис.1.20 Процесс маневрирования для бокового движения судна при $y_1(0)=50м$

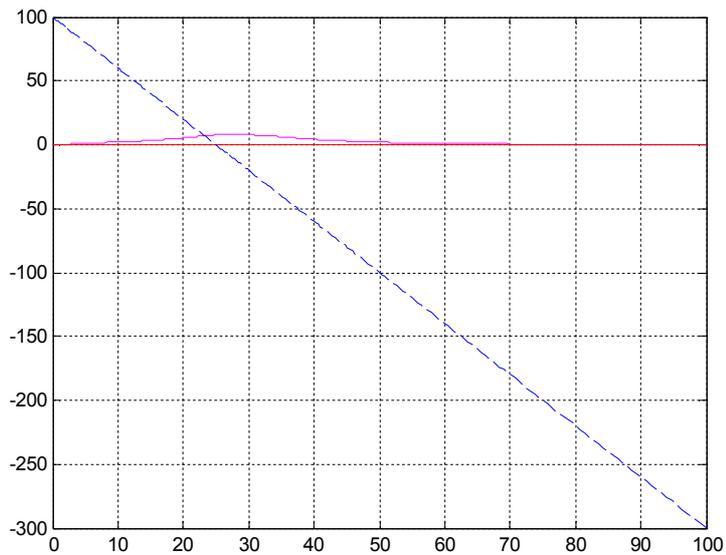


Рис.1.21 Процесс маневрирования для бокового движения судна при $y_1(0)=100м$

Эти графики показывают, что на малых дистанциях при $y_1(0) < 20\text{м}$ судно не успевает безопасно обойти препятствия. Это наводит на мысль проанализировать значение функции риска в виде правой части уравнения Беллмана $F(x)$. Оказалось, что эта функция сильно увеличена при малых дистанциях маневрирования и поэтому может быть использована для контроля безопасности движения.

Также были получены результаты с новыми весовыми коэффициентами r_1 и r_3 при других условиях:

$$r_0 = 1, r_1 = 4, r_2 = 2, r_3 = 25, d = 1, D = 20\text{м}, C_0 = 10\text{м}, a = 0.5, b = 0.1, C_1 = 0(\text{м/с}), v_1 = 4(\text{м/с})$$

После подстановки всех вышеуказанных параметров в выражение (1.42) и уравнения (1.43) и было получено:

$$\left\{ \begin{array}{l} u = \frac{10^5}{\left[1 + (x_1 + 10)^2 + y_1^2\right] \sqrt{4 + \frac{10^4}{1 + (x_1 + 10)^2 + y_1^2}}} - \left[0.2 + 2\sqrt{4 + \frac{10^4}{1 + (x_1 + 10)^2 + y_1^2}}\right] x_2 - \\ - \sqrt{4 + \frac{10^4}{1 + (x_1 + 10)^2 + y_1^2}} x_1 \\ x_1' = x_2 \\ x_2' = -0.5x_2 + \frac{10^4}{\left[1 + (x_1 + 10)^2 + y_1^2\right] \sqrt{4 + \frac{10^4}{1 + (x_1 + 10)^2 + y_1^2}}} - 0.2\sqrt{1 + \frac{2500}{1 + (x_1 + 10)^2 + y_1^2}} x_1 - \\ - (0.02 + 0.2\sqrt{4 + \frac{10^4}{1 + (x_1 + 10)^2 + y_1^2}}) x_2 \\ y_1' = -4 \end{array} \right.$$

Построение графиков при отсутствии боковой скорости течения $C_1 = 0$ проиллюстрировано на рис. 1.22 и 1.23.

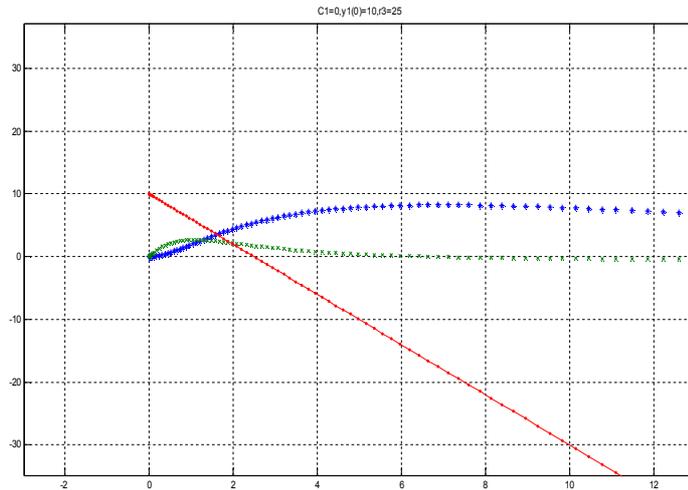


Рис.1.22. Процесс обхода препятствия при $y_1(0)=25m$, $r_3=25$

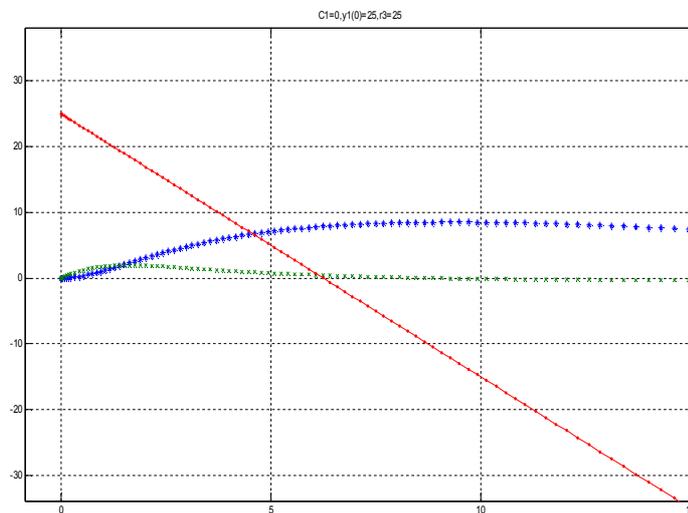


Рис.1.23. Процесс обхода препятствия при $y_1(0)=50m$, $r_3=25$

Также были промоделированы боковые маневры судна при условиях:

$$r_0=1, r_1=4, r_2=2, r_3=125, d=1, D=20m, C_0=10m, a=0.5, b=0.1, C_1=0(m/c), v=4(m/c)$$

После подстановки всех вышеуказанных параметров в выражение (1.42) и уравнения (1.43) получено:

$$\left\{ \begin{array}{l} u = \frac{5 \times 10^5}{[1 + (x_1 + 10)^2 + y_1^2] \sqrt{4 + \frac{5 \times 10^4}{1 + (x_1 + 10)^2 + y_1^2}}} - \left[0.2 + 2 \sqrt{4 + \frac{5 \times 10^4}{1 + (x_1 + 10)^2 + y_1^2}} \right] x_2 - \\ - \sqrt{4 + \frac{5 \times 10^4}{1 + (x_1 + 10)^2 + y_1^2}} x_1 \\ x_1' = x_2 \\ x_2' = -0.5x_2 + \frac{5 \times 10^4}{[1 + (x_1 + 10)^2 + y_1^2] \sqrt{4 + \frac{5 \times 10^4}{1 + (x_1 + 10)^2 + y_1^2}}} - 0.2 \sqrt{1 + \frac{12500}{1 + (x_1 + 10)^2 + y_1^2}} x_1 - \\ - (0.02 + 0.2 \sqrt{4 + \frac{5 \times 10^4}{1 + (x_1 + 10)^2 + y_1^2}}) x_2 \\ y_1' = -4 \end{array} \right.$$

Построение графиков при отсутствии боковой скорости течения $C_1 = 0$ м/сек показано на рис. 1.24 и 1.25.

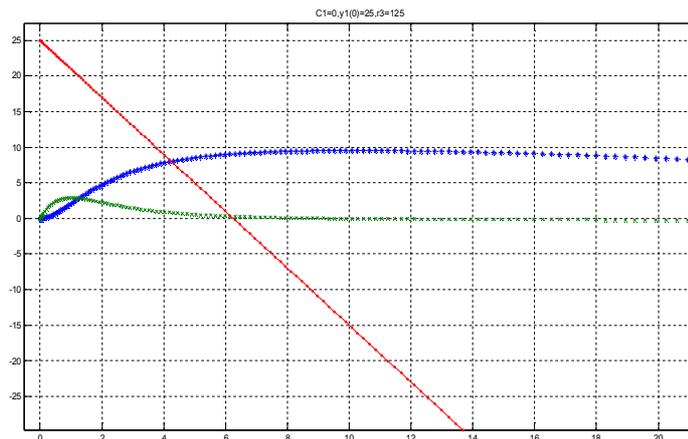


Рис.1.24 Процесс обхода препятствия при $y_1(0) = 25$ м, $r_3 = 125$

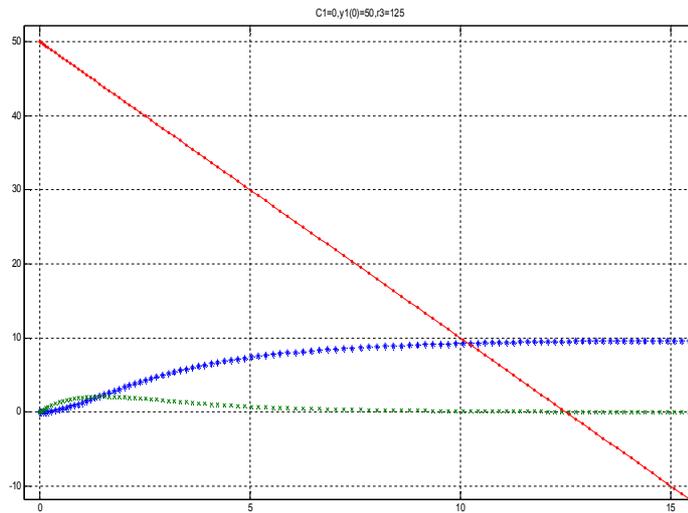


Рис.1.25 Процесс обхода препятствия при $y_1(0)=50\text{м}$, $r_3=125$

Полученные результаты показали, что наилучшие траектории обхода препятствия возникают, если $r_3 > r_1 > r_2$, и все эти коэффициенты больше единицы, в то время как $r_0 = 1$, а $r_3 > 10$.

Вместе с тем, найденный путь синтеза обладает тем недостатком, что при малых дистанциях, когда боковой маневр по обходу препятствия успеха не имеет, не возникает нужный сигнал тревоги для торможения судна. Кроме того, в самом синтезе никак не учитывается скорость v_1 сближения транспорта с препятствием, и этот параметр не входит в правую часть уравнения Беллмана, определяющую функцию риска. Между тем с увеличением скорости сближения транспорта с препятствием опасность столкновения с ним растет, и это обстоятельство необходимо учитывать.

1.2.2.2. Синтез регулятора с учетом динамики сближения с препятствием как в функции штрафов, так и в модели объекта

Постановка задачи оптимального управления, когда меняется и штраф за сближение с препятствием, и меняется вектор состояния, учитывающий изменение дистанции, может быть сформулирована следующим образом:

1. Заданы уравнения бокового и поступательного движения:

$$\begin{cases} x_1' = dx_2 + C_1 \\ x_2' = -ax_2 + bu \\ y_1' = -v_1 \end{cases}$$

2. Задан переменный штраф за сближение препятствия:

$$III = \frac{r_3 [x_1 - (z - D)]^2}{2 \left(1 + \frac{y^2}{(x_1 + D)^2}\right)} \quad (1.44)$$

3. Нужно представить в данном случае функцию Беллмана по-новому – в неё входит координата y :

$$\begin{aligned} \varepsilon = & \beta_1 x_1 + \gamma_1 \frac{x_1^2}{2} + \beta_2 x_2 + \gamma_2 \frac{x_2^2}{2} + \beta_3 y + \gamma_3 \frac{y^2}{2} + \psi_{12} x_1 x_2 + \psi_{13} x_1 y + \psi_{23} x_2 y + \\ & + \theta y^2 x_2 + p y^2 x_1 x_2 \end{aligned} \quad (1.45)$$

4. Тогда частные производные равны:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_1} &= \beta_1 + \gamma_1 x_1 + \psi_{12} x_2 + \psi_{13} y + p y^2 x_2; \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_2} &= \beta_2 + \gamma_2 x_2 + \psi_{12} x_1 + \psi_{23} y + \theta y^2 + p y^2 x_1; \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} &= \beta_3 + \gamma_3 y + \psi_{13} x_1 + \psi_{23} x_2 + 2\theta y x_2 + 2p y x_1 x_2 \end{aligned}$$

Это позволяет записать уравнение Беллмана в новом усложненном виде:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \min_{u_1} \{ & r_0 \frac{u_1^2}{2} + r_1 \frac{(x_1 - m)^2}{2} + r_2 \frac{x_2^2}{2} + \frac{1}{2} \frac{r_3 (x_1 - z + D)^2}{1 + \frac{y^2}{(x_1 + D)^2}} + \\ & + (\beta_1 + \gamma_1 x_1 + \psi_{12} x_2 + \theta y^2 + \psi_{13} y + p y^2 x_2)(dx_2 + C_1) + \\ & + (\beta_2 + \gamma_2 x_2 + \psi_{12} x_1 + \psi_{23} y + \theta y^2 + p y^2 x_1)(-ax_2 + bu_1) - \\ & - (\beta_3 + \gamma_3 y + \psi_{13} x_1 + \psi_{23} x_2 + 2\theta y x_2 + 2p y x_1 x_2)v_1 \} \end{aligned} \quad (1.46)$$

5. Оптимизируя функцию риска в виде правой части уравнения Беллмана по параметру u_1 . Получено оптимальное управление u_1 по формуле:

$$u_1 = -b(\beta_2 + \gamma_2 x_2 + \psi_{12} x_1 + \psi_{23} y + \theta y^2 + p y^2 x_1)$$

Подставив найденное значение u_1 в уравнение (1.46), можно получить степенные полиномы в его левой и правой частях. Приравнявая сомножители

при одинаковых степенях, можно получить следующую систему алгебраических линейных уравнений:

$$\begin{cases} -r_1 m + r_3(D-z) - \psi_{13} v_1 - b^2 \psi_{12} \beta_2 = 0; \\ \beta_1 - a \beta_2 - \psi_{23} v_1 - b^2 \gamma_2 \beta_2 = 0; \\ -\gamma_3 v_1 - b^2 \beta_2 \psi_{23} = 0; \\ r_1 + r_3 - b^2 \psi_{12}^2 = 0; \\ r_2 + 2\psi_{12} - 2a\gamma_2 - b^2 \gamma_2^2 = 0; \\ -\frac{2r_3(D-z)^2}{D^2} - b^2 \psi_{23}^2 - 2\theta \beta_2 b^2 = 0; \\ \gamma_1 - a\psi_{12} - b^2 \psi_{12} \gamma_2 = 0; \\ \psi_{13} - a\psi_{23} - b^2 \gamma_2 \psi_{23} - 2\theta v_1 = 0; \\ -\frac{z(D-z)r_3}{D^3} - b^2 \theta \psi_{12} - b^2 \beta_2 p = 0; \\ \frac{r_3 z(D-1.5z)}{D^4} - p\psi_{12} b^2 = 0; \end{cases} \quad (1.47)$$

Необходимо заметить, что нужный вид полинома был найден при замене функции штрафов $M(y)$ на следующее приближение:

$$\frac{r_3(x_1 - z + D)^2}{2(1 + \frac{y^2}{(x_1 + D)^2})} \approx r_3(D-z)x_1 + r_3 \frac{x_1^2}{2} - \frac{2(D-z)^2}{D^2} \frac{y^2}{2} r_3 - \frac{z(D-z)r_3}{D^3} y^2 x_1 + \frac{r_3 z}{D^4} (D-1.5z) y^2 x_1^2$$

6. В результате удается вычислить искомые коэффициенты функции Беллмана:

$$\begin{aligned} \gamma_1 = \psi_{12}(a + b^2 \gamma_2) = \psi_{12} B; \gamma_2 = \frac{1}{a}(\psi_{12} + 0.5r_2); \gamma_3 = -\frac{b^2 \beta_2 \psi_{23}}{v_1}; \beta_1 = \beta_2 B + v_1 \psi_{23}; \\ \beta_2 = \frac{1}{b^2 \psi_{12}} \left[A - \frac{2B^2 v_1^2}{b^4 \psi_{12}^3} (B\psi_{12} - 2pA) \right]; \beta_3 \approx -\gamma_3 y_{\max}; \end{aligned} \quad (1.48)$$

$$\psi_{12} = \frac{\sqrt{r_1 + r_3}}{b}; \psi_{13} = B\psi_{23} + 2v_1 \theta; \psi_{23} = \frac{2Bv_1}{b^4 \psi_{12}^3} (B\psi_{12} - 2pA) \left(1 + \frac{2pB^2 v_1^2}{b^4 \psi_{12}^3} \right);$$

$$B = a + b^2 \gamma_2; A = r_3(D-z) - r_1 m; B = -\frac{z(D-z)r_3}{D^3}; p = \frac{r_3 z(D-1.5z)}{D^4 b^2 \psi_{12}}; \theta = \frac{B}{b^2 \psi_{12}}.$$

7. С помощью найденных коэффициентов можно определить закон управления u_1 как явную функцию от пяти параметров x_1, x_2, y, C_0, D .

Полученные результаты позволяют промоделировать движение судна, которое показывает, что после обхода препятствия судно возвращается на форватер. Таким образом, предложенную в [8] методику синтеза можно повторить не для обхода препятствия, а при сближении с заданной точкой встречи при нулевой относительной скорости.

1.2.3. Вычисление спрогнозированной функции риска с помощью уравнений Беллмана

В результате синтеза найдены все коэффициенты функции Беллмана, часть которых необходима для оптимального управления. Кроме того, синтез позволяет определить значение функции риска в виде правой части уравнения Беллмана $F(x)$:

$$F(x) = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \min_{u_1} \left\{ r_0 \frac{u_1^2}{2} + r_1 \frac{(x_1 - m)^2}{2} + r_2 \frac{x_2^2}{2} + \frac{1}{2} \frac{r_3 (x_1 - z + D)^2}{1 + \frac{y^2}{(x_1 + D)^2}} + \right. \\ \left. + (\beta_1 + \gamma_1 x_1 + \psi_{12} x_2 + \varphi y^2 + \psi_{13} y + p y^2 x_2)(dx_2 + C_1) + \right. \\ \left. + (\beta_2 + \gamma_2 x_2 + \psi_{12} x_1 + \psi_{23} y + \theta y^2 + p y^2 x_1)(-ax_2 + bu_1) - \right. \\ \left. - (\beta_3 + \gamma_3 y + \psi_{13} x_1 + \psi_{23} x_2 + 2\theta y x^2 + 2p y x_1 x_2)v_1 \right\}$$

Проведен дополнительный анализ поведения этой функции, представив их графиком[9].

Проанализирована зависимость правой части уравнения Беллмана от начальной дистанции $y_1(0)$ от маневрирующего судна до препятствия. Дело в том, что сама правая часть по определению является такой функцией текущего риска, которая при оптимальном управлении есть сумма текущего штрафа f_0 и спрогнозированных последствий в будущем. Иными словами, необходимый учет динамики изменения опасности ситуации в самом методе уже предусмотрен, нужно только оценить эту опасность количественно.

На рис.1.26, 1.27.показано изменение функции риска $F(x_1, x_2, y)$ по мере приближения к препятствию.

Во-первых отчетливо видно, что это функция растет и максимальна в момент обхода препятствия, а затем величина ожидаемого риска снижается и

стремится к нулю. Это полностью соответствует физическому смыслу тех ощущений человека-оператора, который осуществляет ручное управление при обходе препятствия.

Во-вторых, при увеличении начальной дистанции маневрирования величина ожидаемого риска снижается из-за увеличения располагаемого ресурса времени на маневрирование, что тоже верно.

Значит, предложенная математическая модель оптимизации адекватна с точки зрения ее зависимости от удаления судна от препятствия.

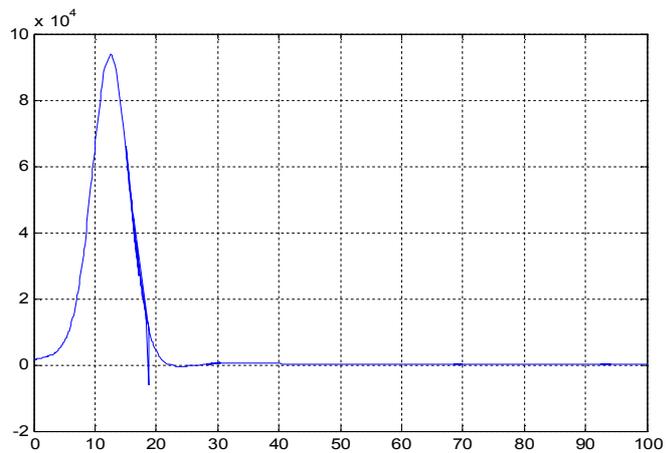


Рис.1.26. Функция риска при условиях $y_0 = 50, r_3 = 100, r_1 = 4, v_{\max} = v_{\min} = 4 \text{ м/с}$

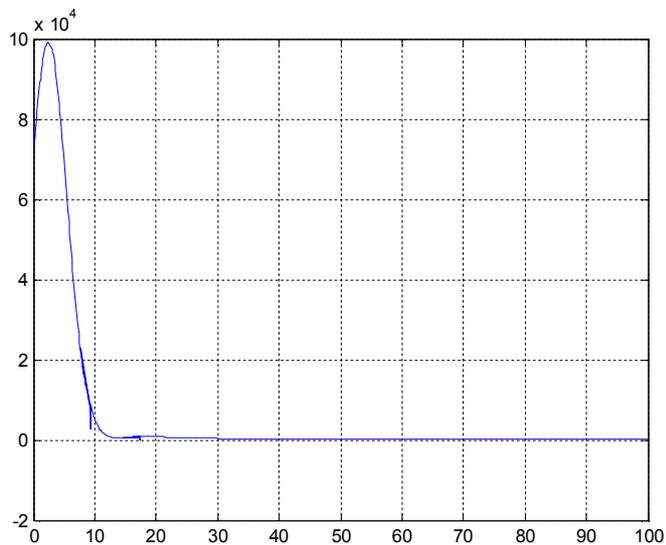


Рис.1.27. Функция риска при условиях, увеличенная по сравнению с функцией на рис.1.26 $y_0 = 10, r_3 = 100, r_1 = 4, v_{\max} = v_{\min} = 4 \text{ м/с}$

Количественная оценка безопасности движения транспортов

Вычисляемая функция риска $F(x_1, x_2)$ с помощью правой части уравнения Беллмана определяет стоимость ущерба при аварийном сближении транспорта. Поэтому при большом удалении от препятствия этот ущерб равен нулю, что соответствует условию полной безопасности. Наоборот, при столкновении максимальному ущербу F_{\max} соответствует отсутствию безопасности.

Поэтому в первом приближении количественную оценку безопасности G можно определить следующим образом: $G = 1 - \frac{F}{F_{\max}}$.

1.3. Общая постановка задачи причаливания

Главный замысел постановки задачи в данной работе состоит в том, чтобы при нужной точности обеспечить максимальное быстродействие причаливания судна. Для достижения этой цели предлагается, с одной стороны, использовать в ряде случаев релейное управление, чтобы сократить время отработки больших рассогласований по положению и скорости, и с другой стороны – линейное высокоточное управление поблизости от цели – конечной терминальной точки причаливания.

При попадании судна в зону комфортной швартовки, происходит разворот судна в необходимое положение и непосредственно швартовка к причалу.

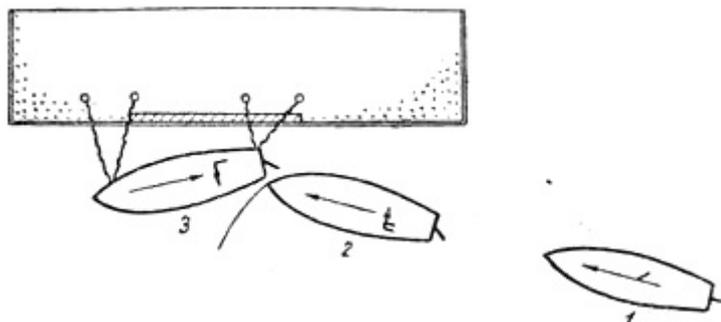


Рис. 1.28. Траектория подхода судна к берегу при осуществлении маневра причаливания

В данной работе решается «прямая» задача динамического программирования, когда при назначенной модели критерия оптимальности траектории подхода к берегу учитывается известная динамика бокового движения судна. При этом в первую очередь принимаются во внимание ограниченные возможности по развороту судна и недопустимость процесса перерегулирования его траектории.

Условия решаемой задачи можно формализовать в виде следующих представленных ниже пунктов.

Дано:

1. Управление судном осуществляется по двум каналам – продольного движения за счет изменения тяги двигателя и изменения продольной скорости, и бокового движения путем изменения положения руля, чтобы обеспечить общее движение судна по траектории, показанной на рис. 1.29.

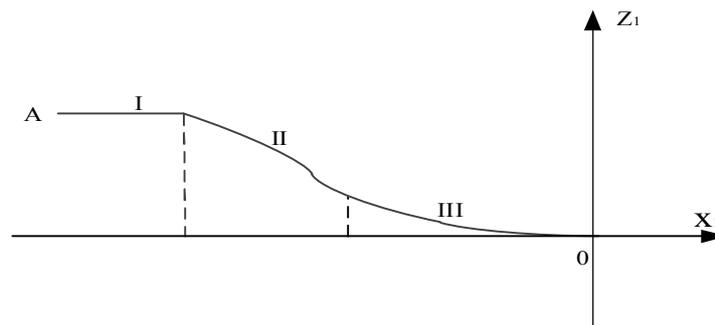


Рис. 1.29. Траектории причаливания, на которой участок I – исходное движение к заданной точке A с максимальной скоростью; участок II – сближение с берегом с максимальным быстродействием; участок III – плавное приближение к заданной терминальной точке $x_1 = z_1 = 0$

2. Продольное движение судна описывается дифференциальными уравнениями [10]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = V \cos(\beta - \varphi) + w_1 \\ \dot{V} = -a_0 V^2 - a_1 V + x_3 \\ \dot{x}_3 = -a_2 x_3 + U_1 \end{cases} \quad (1.49)$$

где x_1 – координата продольного пути; $x_2 = \dot{x}_1$ – скорость продольного движения; V – скорость судна; w_1 – продольное возмущение; x_3 – ускорение, возникающее под действием управления U_1 тягой двигателя; β – угол дрейфа (скольжения); φ – угол рыскания; a_0, a_1, a_2 – заданные динамические коэффициенты.

Управление U_1 тягой двигателя на участке I таково, что скорость V в установившемся режиме достигает своего максимального значения V_{\max} , и, согласно уравнениям (1.49), это управление при $\dot{x}_3 = \dot{V} = w_1 = 0$ равно:

$$U_{1\max} = (a_0 V_{\max}^2 + a_1 V_{\max}) a_2$$

На участке II управление релейное, и поэтому максимальное значение $U_1 = \delta_1$, где $\delta_1 < U_{1\max}$ – заданная величина.

На участке III управление судном желательно иметь таковым, чтобы обеспечить равнозамедленное движение:

$$x_2 = V_{\max} - at$$

где a – некоторое заданное значение, определяющее темп торможения.

3. Боковое движение подчиняется следующим дифференциальными уравнениям, для которых принято допущение, что креном судна можно пренебречь [10]:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = V \sin(\beta - \varphi) + w_2 \\ \dot{\omega}_y = a_{22}\omega_y + a_{23}\beta + b_{21}U_2 \\ \dot{\beta} = a_{32}\omega_y + a_{33}\beta + a_0\beta|\beta| + b_{31}U_2 \\ \dot{\varphi} = \omega_y \end{cases} \quad (1.50)$$

где z_1 – координата бокового пути; $z_2 = \dot{z}_1$ – скорость бокового движения; ω_y – угловая скорость вращения относительно вертикальной оси; U_2 – сигнал для управления боковым движением; w_2 – боковое возмущение; $a_{22}, a_{23}, a_{32}, a_{33}, b_{21}, b_{31}$ – заданные динамические коэффициенты.

Управления U_2 – на участке I равно нулю, на участке II (при заданном ограничении δ_2 по модулю) может быть попеременно релейным, либо

линейным. При этом желательно, чтобы боковая скорость на участке III постепенно снижалась по линейному или экспоненциальному закону. Кроме того, обязательно должно быть соблюдено условие $z_1 \geq 0$.

4. На движущееся судно действуют внешние гидродинамические и аэродинамические возмущения w_1 и w_2 , учтенные в уравнениях (1.49) и (1.50). Принято, что эти возмущения содержат постоянную w_{0i} и периодическую составляющую, воспроизводящую волнение с заданной амплитудой A_i и частотой ω_i и течение реки:

$$w_i = w_{0i} + A_i \sin \omega_i t \quad (1.51)$$

5. Критериями оптимальности движения судна являются:

- на участке II решается задача максимального быстродействия;
- на участке III решается задача высокоточного движения по заданной траектории при следующих интегральных функционалах качества соответственно в продольном и боковом каналах [9-10]:

$$J_1 = \min \int_0^{t_k} [r_0 U_1^2 + r_1 (x_1 - m_1)^2 + r_2 (x_2 - V_{1m})^2] dt \quad (1.52)$$

$$J_2 = \min \int_0^{t_k} [r_0 U_2^2 + r_1 (z_1 - m_2)^2 + r_2 (z_2 - V_{2m})^2] dt$$

где m_1 и m_2 – заданные линии пути завершающего пути причаливания; V_{1m} и V_{2m} – заданные продольная и боковая скорости сближения с конечной точкой; r_0, r_1, r_2 – заданные весовые коэффициенты штрафов.

- на участке II осуществляется переменная стратегия управления, логику которой необходимо выбрать, в основном стремясь к максимальному быстродействию по одному из каналов и высокоточному – по другому.

Требуется:

- синтезировать законы релейного и линейного управления для каналов продольного и бокового движения судна;

- определить логику комплексированного попеременного использования двух способов управления, чтобы, с одной стороны, за минимальное время приблизиться к месту причаливания и, с другой, –

безошибочно попасть в заданную терминальную точку, при координации действий в каналах бокового и продольного движения судна;

– промоделировать предложенные алгоритмы управления для последующего уточнения их параметров.

1.4. Выводы по главе I

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы:

1. Обзор известных способов причаливания судов показал, что эта операция весьма сложна, и в настоящее время существует ряд манёвров, среди которых привал является наиболее трудным для ручного управления.

2. Анализ известных систем как ручного, так и автоматического управления транспортными средствами при их сближении с препятствиями или с назначенными местами остановки показал, что наиболее действенным способом повышения точности и безопасности движения являются средства автоматического управления. Особенно это важно при действии возмущений в виде течения, волнения и ветра, что осложняет решение задачи.

3. Сформулирована математическая постановка задачи оптимального управления причаливанием судна по критерию максимальной точности и скорости маневрирования при подходе к причалу и привалу, что открывает путь к синтезу системы автоматического регулирования бокового и продольного движения судна.

4. С целью обеспечения необходимой безопасности следует использовать сигнал тревоги, сформированный в блоке контроля для выработки команды на снижение скорости поступательного движения вплоть до полной остановки.

Глава II. Синтез регуляторов автоматического управления движением судов при причаливании

2.1. Анализ известных методов теории оптимального управления

2.1.1. Динамическое программирование

Метод динамического программирования, разработанный в 50-х годах американским математиком Р. Беллманом, представляет собой новый подход к решению вариационных задач[2]. Идея этого подхода состоит в том, что оптимальное поведение рассматривается как функция состояния системы, описываемого с помощью значения фазовых координат $x_i(t)$ в текущий момент времени t . Беллман очень точно подметил связь между причинностью и оптимальностью для динамических систем в том смысле, что если изменение состояния $\bar{x}(t)$ любой динамической системы под воздействием входного управляющего сигнала $\bar{u}(t)$ можно описать функциональным уравнением, характеризующим причинность:

$$\bar{x}(t) = f[\bar{x}(0), t + \Delta t] = f[f\{\bar{x}(0), t\}, \Delta t]$$

то у оптимальной системы для описания изменения ее состояния, характеризуемого некоторой функцией $S(\bar{x}, t)$ как степень достижения подавленной цели, существует по аналогии такого же типа функциональной уравнение лишь с той разницей, что достигается минимум или максимум целевой функции при выборе управления $\bar{u}(t)$:

$$S[\bar{x}(0), t + \Delta t] = \min_{u(t)} [S\{x(0), t\}, \bar{u}(t), \Delta t] \quad (2.1)$$

При этом выбор управления на отдельном шаге производится с точки зрения интересов не только данного шага, но и всего процесса в целом как на текущем, так и на всех последующих шагах.

Исходя из этого Беллманом был сформулирован принцип оптимальности: каковы бы ни были начальное состояние и начальное управление, последующие управления должны быть оптимальными относительно состояния, являющегося результатом применения первого управления.

Принцип оптимальности можно также сформулировать следующим образом: оптимальное поведение не зависит от предыстории системы, а определяется только начальным (к данному моменту времени) условием и конечной целью, и текущее управление должно выбираться с учетом последствий в будущем. Классическим примером оптимального поведения является стратегия бегуна на дальнюю дистанцию. На старте бегун составляет график своего бега так, чтобы пройти дистанцию за минимальное время. Это не значит, что каждый участок он должен бежать как можно быстрее. Наоборот, находясь на дистанции, он в каждый момент времени должен распределять свои силы так, чтобы с учетом своего состояния пробежать оставшийся участок за минимальное время, чему может соответствовать и бурный финиш в конце дистанции.

Динамическому программированию органически присуще решение задач, дискретных по своей природе в силу рекуррентности последовательного выбора управления в многошаговой процедуре оптимизации. Заметим, что принцип оптимальности справедлив как для непрерывных детерминированных, так и для стохастических процессов управления, благодаря чему динамическое программирование может широко применяться в ряде кибернетических задач [1, 26, 50].

Несмотря на кажущуюся простоту принципа оптимальности, из него можно вывести ряд нетривиальных условий оптимальной траектории.

А) Дискретная форма динамического программирования

Изучение метода начнем с решения одномерной задачи, когда управляемый автономный одномерный объект описывается либо в дискретной форме:

$$x_{l+1} = x_l + \varphi(x_l, u_l), l = 0, 1, \dots, k \quad (2.2)$$

либо в дифференциальной форме:

$$\dot{x} = f(x, u),$$

которой соответствует разностное уравнение:

$$x_{l+1} = x_l + f(x_l, u_l) \Delta t \quad (2.3)$$

где u – ограниченное в общем случае управление, т.е. $u_{\min} \leq u \leq u_{\max}$;
 Δt – дискрет времени, равный $\frac{1}{k}(t_k - t_0)$.

При заданном начальном состоянии $x(t_0)$ объекта и свободном правом конце необходимо за фиксированное время $(t_k - t_0)$ обеспечить минимум заданного функционала:

$$J = \int_{t_0}^{t_k} f_0(x, u) dt \approx \sum_{l=0}^k f_0(x_l, u_l) \Delta t$$

или в виде аддитивной целевой функции:

$$J = \sum_{l=0}^k F(x_l, u_l) \rightarrow \min_{u_l, l=0, \dots, k} \quad (2.4)$$

Таким образом, J есть функция $(k + 1)$ выбираемых переменных u_l , присутствующих в $(k + 1)$ уравнениях связи, т.е. можно попытаться решить задачу с помощью множителей Лагранжа. Однако это сложно из-за большой размерности задачи, поэтому применим иной подход [5, 25, 53].

Выведем сначала функциональное уравнение Беллмана [2, 6, 15, 29], рассуждая следующим образом. Пусть минимизируемое значение функционала J в начальный момент времени определенным образом зависит от начального состояния системы, т.е. от t_0 и $x(t_0)$. Обозначим эту зависимость через $S[x(t_0), t_0]$, называемую функцией Беллмана, понимая под этим не любое значение функционала, а его минимум при оптимальном поведении системы.

Представим теперь, что система функционировала некоторое время Δt , в результате чего к моменту t_1 она пришла в новое состояние $x(t_1)$. Тогда, согласно принципу оптимальности, оставшееся значение минимизируемого функционала:

$$\int_{t_1}^{t_k} f_0(x, u) dt$$

как результат последующих оптимальных действий есть также функция Беллмана $S[x(t_1), t_1]$, но уже зависящая от новых значений $x(t_1)$ и t_1 . Теперь осталось связать функции $S(x_0, t_0)$ и $S(x_1, t_1)$, друг с другом, представив последствия от выбираемого управления u_0 в промежуток времени $t_1 - t_0$ в виде двух слагаемых – потерь $F_0(x_0, u_0)$ внутри данного шага и потерь на всех последующих шагах вплоть до конца решения задачи, зависящих от и u_0 , потому что последствия в будущем определяются новым состоянием x_1 , которое согласно формуле (2.2) описывается выражением:

$$x_1 = x_0 + \varphi(x_0, u_0)$$

Поэтому, преследуя цель минимизации суммарных потерь, как текущих так и последующих, можно записать:

$$\begin{aligned} S(x_0, t_0) &= \min_{u_0} \{F_0(x_0, u_0) + S[x_0 + \varphi(x_0, u_0), t_0 + \Delta t]\} = \\ &= \min_{u_0} \{F_0(x_0, u_0) + S(x_1, t_1)\} \end{aligned}$$

Рассуждая аналогичным образом при переходе к следующему шагу от момента t_1 к моменту t_2 и т.д. к моменту t_l , можно записать следующее функциональное уравнение:

$$S(x_l, t_l) = \min_{u_l} \{F_l(x_l, u_l) + S[x_l + \varphi(x_l, u_l), t_l + \Delta t]\}$$

Развивая этот же подход применительно к многомерному неавтономному объекту, можно получить функциональное уравнение Беллмана:

$$S[\bar{x}(t_l), t_l] = \min_{u_r(t_l)} \{F[\bar{x}(t_l), u_r(t_l)] + S[\bar{x}(t_{l+1}), \bar{u}_r), t_{l+1}]\} \quad (2.5)$$

Пошаговый выбор управления с помощью уравнения (2.5) удобен для расчетов на ЭВМ. В этом случае численное решение обычно осуществляют с правого конца задари. Поскольку краевые условия на правом конце не определены однозначно, то расчеты начинают, задавшись множеством значений вектора $\bar{x}_n(t_k)$, разбивая, например, диапазон возможных значений $x_i(t_k)$ на $R - 1$ участков. В результате для каждого из R^n вариантов конечного

состояния определяется единственное управление $\bar{u}_r(t_k)$ на последнем шаге (в предположении, что управления на остальных шагах будут найдены позже), поскольку при заданном $\bar{x}_n(t_k)$ только от него зависит последнее слагаемое в функции (2.4):

$$S_k(\bar{x}_n) = \min_{u_r(t_k)} \{F[\bar{x}(t_k), \bar{u}_r(t_k)]\} \quad (2.6)$$

Эта операция проводится также численно, например путем разбиения каждого из диапазонов возможных значений u_j на $(M-1)$ участков, что образует M^r вариантов управления. Результаты наилучшего варианта запоминаются, а именно для каждого из R^n вариантов фиксируются три величины – вектор состояния $\bar{x}_n(t_k)$, оптимальное управление $\bar{u}_r(t_k)$ и минимум целевой функции S_k . Таким образом, в памяти ЭВМ хранится $(n+r+1)R^n$ чисел.

На следующем шаге, являющемся уже типичным для расчетов, снова формируются варианты состояния $\bar{x}_n(t_{k-1})$, а затем для каждого из них численно определяется управление $\bar{u}_r(t_{k-1})$, но уже исходя из минимума суммы двух слагаемых, причем второе слагаемое отыскивается в памяти ЭВМ в соответствии с переходом из $\bar{x}_n(t_{k-1})$ в $\bar{x}_n(t_k)$:

$$S_{k-1}[\bar{x}_n(t_{k-1})] = \min_{u_r(t_{k-1})} \{F[\bar{x}_n(t_{k-1}), \bar{u}_r(t_{k-1})] + S_k[\bar{x}_n(t_k)]\} \quad (2.7)$$

где $\bar{x}_n(t_k) = \bar{x}_n(t_{k-1}) + \varphi[\bar{x}_n(t_{k-1}), \bar{u}_r(t_{k-1})]$.

Результаты расчета для нового шага также запоминаются в ЭВМ. Эта процедура повторяется, двигаясь от конца к началу для всех шагов, кроме первого. При этом необходимый объем памяти непрерывно растет. Наконец на первом шаге, воспользовавшись единственным вариантом заданного начального состояния, численно определяют оптимальное управление $\bar{u}_r(t_0)$, но именно ради этого необходимо было запомнить итоги оптимизации на втором шаге, а это приводит к необходимости помнить результаты на предыдущих шагах.

Теперь, поскольку управление $\bar{u}_r(t_0)$ найдено и, значит, определено значение $S_0[\bar{x}(t_0), t_0]$, представляющее собой минимизируемое значение функционала, осталось выявить конкретные значения $\bar{u}_r(t_1), \bar{u}_r(t_2), \dots, \bar{u}_r(t_k)$, соответствующие данной оптимальной траектории. Для этого на основании уравнения (2.7) и известного управления $\bar{u}_r(t_0)$ определяется состояние $\bar{x}_n(t_1)$, которому соответствует запомненное управление $\bar{u}_r(t_1)$. Продольная теперь движение слева направо, последовательно восстанавливают всю программу управления и оптимальную траекторию за все k шагов.

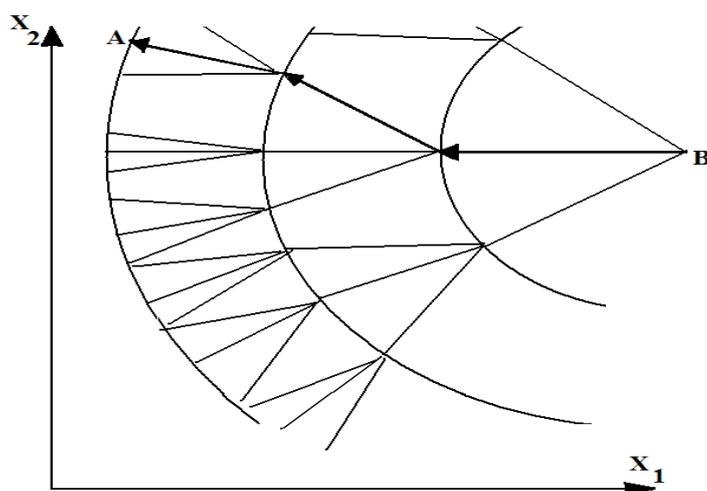


Рис. 2.1. Иллюстрация численного решения с правого конца задачи при дискретной форме динамического программирования

Рассмотренным методом решаются задачи, когда на правом конце часть фазовых координат закреплена. Например, на рис.2.1 представлен случай перехода из точки А в точку В с произвольной конечной скоростью; Тогда движение справа налево, как это показано на рис.2.1, при $k = 3$ требует переменного объема запоминаемых результатов, поскольку по координатам x_1 и x_2 вначале оценивается малое число вариантов, а потом число растет, вплоть до момента достижения точки А. При этом основное содержание расчета на каждом шаге остается прежним.

Нужно отметить, что, несмотря на определенную утомительность рассмотренной вычислительной процедуры, метод динамического

программирования сводит задачу минимизации функции $(k+1)r$ переменных $k+1$ отдельным шагам расчетами минимизации функции Беллмана, зависящей только от r переменных. Это экономит время расчета, требуя, правда, значительного объема памяти ЭВМ. Достоинством метода при численных расчетах является также и снижение объема вычислений при сужении области допустимых управлений \bar{U} или допустимого множества значений \bar{X} . Однако с увеличением размерности задачи дискретизация увеличивает число вариантов расчета запоминаемых результатов в степени n , что известно как «проклятие размерности» и требует иных подходов к применению динамического программирования [34-36, 38, 39].

Б) Непрерывная форма динамического программирования

Принцип оптимальности Беллмана дает достаточно общее условие, которое можно применять как для дискретных, так и для непрерывных систем управления.

Рассмотрим следующий предельный случай, когда дискрет времени Δt бесконечно мал, т. е. $\Delta t \rightarrow 0$. Обратимся к функциональному уравнению Беллмана для одномерного объекта, заменив в нем дискретный момент времени t_i (на текущее время) и согласно (2.3) и (2.4) функции $\varphi(x_i, u_i)$ и $F(x_i, u_i)$ соответственно на $f(x, u)\Delta t$ и $f_0(x, u)\Delta t$. Тогда можно получить выражение:

$$S(x, t) = \min_{u(t)} \{ f_0(x, u)\Delta t + S[x + f(x, u)\Delta t; t + \Delta t] \} \quad (2.8)$$

При этом функция S во втором слагаемом правой части уравнения также имеет бесконечно малые приращения. Допустим, что функция Беллмана S непрерывна и, кроме того, существуют частные производные $\frac{\partial S}{\partial t}$ и $\frac{\partial S}{\partial x}$. Тогда можно разложить функцию $S(x+f\Delta t, t+\Delta t)$ в ряд Тейлора в точке (x, t) и, пренебрегая членами второго порядка малости, получить:

$$S[x + f(x, u)\Delta t; t + \Delta t] \approx S(x, t) + \frac{\partial S}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial S}{\partial x} f(x, u)\Delta t + \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} \frac{\Delta t^2}{2} + \frac{\partial^2 S}{\partial x \partial t} f(x, u)\Delta t^2 + \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} \frac{\Delta x^2}{2} + \dots$$

Заметим, что последнее слагаемое может быть учтено, если переменная $x(t)$

есть случайный процесс, в котором присутствует составляющая типа белого шума с бесконечно большой дисперсией D , равной $\sigma^2 \Delta t$ где σ^2 – коэффициент диффузии. Подставим полученный результат в правую часть уравнения (2.8).

С учетом того, что функции $S(x, u)$ и $\frac{\partial S}{\partial t} \Delta t$ от управления не зависят как результаты уже проведенной оптимизации и могут быть вынесены за фигурные скобки, уравнение (2.8) можно представить в виде:

$$S(x, t) \approx S(x, t) + \frac{\partial S}{\partial t} \Delta t = \max_{u(t)} \left\{ f_0(x, u) \Delta t + \frac{\partial S}{\partial x} f(x, u) \Delta t + \left[\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} \frac{\Delta t^2}{2} + \frac{\partial^2 S}{\partial x \partial t} f(x, u) \Delta t^2 + \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} \frac{\Delta t^2}{2} \right] \right\}$$

Перенеся первые два члена в левую часть, разделим уравнение на Δt :

$$-\frac{\partial S}{\partial t} = \max_{u(t)} \left\{ f_0(x, u) + \frac{\partial S}{\partial x} f(x, u) + \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} \frac{\sigma^2}{2} + \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} \Delta t + \frac{\partial^2 S}{\partial x \partial t} f(x, u) \Delta t \right\}$$

Последними двумя слагаемыми при $\Delta t \rightarrow 0$ можно пренебречь из-за их малости. Тогда с учетом случайного характера оптимизируемого процесса получим уравнение [30, 45]:

$$-\frac{\partial S(x, t)}{\partial t} = \max_{u(t)} \left\{ f_0(x, u) + \frac{\partial S}{\partial x} f(x, u) + \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} \frac{\sigma^2}{2} \right\} \quad (2.9)$$

Если рассматривать детерминированный случай при $\sigma^2 = 0$ и, наконец, исследовать поведение системы с n координатами x_i и r управлениями u_j , то можно получить известное уравнение Беллмана в частных производных:

$$-\frac{\partial S(\bar{x}_n, t)}{\partial t} = \max_{u_r(t)} \left\{ f_0(\bar{x}_n, \bar{u}_r, t) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial S}{\partial x_i} f_i(\bar{x}_n, \bar{u}_r, t) \right\} \quad (2.10)$$

Очень важно подчеркнуть, что уравнение Беллмана (2.10) является нелинейным дифференциальным уравнением, поскольку в нем присутствует операция минимизации. В векторной форме его можно записать так:

$$-\frac{\partial S}{\partial t} = \min_u \{f_0(\bar{x}, \bar{u}, t) + \text{grad} S \bar{f}\}$$

где $S(\bar{x}, t) = \min \left\{ \int_{t_i}^{t_k} f_0(\bar{x}, \bar{u}, t) dt \right\}$.

Поясним теперь смысл слагаемых, входящих в правую часть уравнения (2.10). Первое слагаемое f_0 характеризует потери на текущем шаге, второе слагаемое в виде суммы членов оценивает последствия от принятого решения в будущем. Причем каждый член учитывает изменение текущего состояния по координате x_j , возникающее за счет управления $\bar{u}_r(t)$, с помощью производной $\dot{x}_i = f_i(\bar{x}, \bar{u}, t)$, которая умножается на свой весовой коэффициент $\frac{\partial S}{\partial x_i}$. Таким

образом, производные $\frac{\partial S}{\partial x_i}$ есть своего рода «коэффициенты чувствительности»

оставшегося значения минимизируемого функционала к изменениям текущих значений фазовых координат x_i . Это соображение иллюстрирует дальновидность метода и оживляет представление о функции Беллмана $S(\bar{x}_n)$ как о некоторой функции отклика критерия оптимальности на измененные вектора состояния \bar{x}_n . Часто в технических задачах можно физически уяснить себе характер зависимости функции S от фазовых координат системы. Поэтому удастся найти управление в функции от состояния фазовых координата x_i , что позволяет прийти к замкнутой системе управления с обратной связью и тем самым ускорить решение задачи, что будет показано ниже в примерах.

С помощью динамического программирования можно решать задачи и с незакрепленным временем управления t_k . В частности, для автономных систем можно получить уравнение Беллмана в виде:

$$0 = \min_{u_r(t)} \left\{ f_0(\bar{x}_n, \bar{u}_r) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial S(\bar{x}_n)}{\partial x_i} f_i(\bar{x}_n, \bar{u}_r) \right\} \quad (2.11)$$

где функция $S(\bar{x}_n)$ от времени не зависит. Для задач максимального быстродействия в уравнении (2.11) нужно ввести замену $f_0(\bar{x}_n, \bar{u}_r) = 1$.

В заключение отметим, что вывод уравнений (2.10) и (2.11) требовал дифференцируемости функции S . Однако существуют задачи, где эта функция не является дифференцируемой, а оптимальное управление существует. Поясним на примере, что на линии переключения функция S всегда недифференцируема.

В) Связь динамического программирования с вариационным исчислением и принципом максимума

Метод динамического программирования носит более универсальный характер, чем методы, основанные на принципе максимума и вариационном исчислении, поскольку он был разработан для оптимального управления процессами, не обязательно описываемыми системой дифференциальных уравнений. Вместе с тем этот метод не имеет строгого обоснования в ряде случаев по сравнению с принципом максимума и вариационным исчислением, хотя и тесно связан с ними [1].

Пусть целевая функция f_0 зависит от скорости $\dot{\bar{x}}$ изменения фазовых координат. Тогда уравнение (3.10) можно записать в виде:

$$-\frac{\partial S}{\partial t} = f_0(\bar{x}, \dot{\bar{x}}, t) + \frac{\partial S}{\partial \bar{x}} \dot{\bar{x}}(t) \quad (2.12)$$

Продифференцируем уравнение (2.12) по $\dot{\bar{x}}$ с учетом того, что функция Беллмана $S(\bar{x}, t)$ от $\dot{\bar{x}}$ не зависит:

$$0 = \frac{\partial f_0}{\partial \dot{\bar{x}}} + \frac{\partial S}{\partial \bar{x}} \quad (2.13)$$

Затем запишем полную производную по t :

$$0 = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial f_0}{\partial \dot{\bar{x}}} \right] + \frac{\partial^2 S}{\partial \bar{x} \partial \bar{x}^T} \dot{\bar{x}} + \frac{\partial^2 S}{\partial t \partial \bar{x}} \quad (2.14)$$

Продифференцируем теперь уравнение (2.14) по \bar{x} :

$$-\frac{\partial^2 S}{\partial \bar{x} \partial t} = \frac{\partial f_0}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial^2 S}{\partial \bar{x} \partial \bar{x}^T} \dot{\bar{x}}.$$

Вычитая из полученного результата предыдущее уравнение, приходим к уравнению Эйлера в вариационном исчислении:

$$\frac{\partial f_0}{\partial \bar{x}} - \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial f_0}{\partial \dot{\bar{x}}} \right] = 0$$

Заметим это соотношение было получено в предположении о непрерывности частных производных второго порядка.

Пусть теперь граничное условие задачи в конечный момент времени t_k есть соотношение:

$$\left. \frac{\partial S}{\partial t} \right|_{t_k} = \left[\dot{c}^T \frac{\partial f_0}{\partial \bar{x}} \right] \Big|_{t_k}$$

Тогда с учетом равенства (2.13) получим из (2.12) следующее соотношение, идентичное условию задачи с подвижным концом в вариационном исчислении:

$$[\dot{c}(t_k) - \dot{x}(t_k)] \frac{\partial f_0(t_k)}{\partial \dot{\bar{x}}} + f_0(t_k) = 0$$

Кроме того, можно убедиться, что уравнение (2.13) есть необходимое условие минимума для выражения в правой части (2.13), поскольку, во-первых, уравнение (2.13) есть частная производная от этого выражения по \bar{x} , приравненная к нулю. Во-вторых, дифференцируя по \bar{x} уравнение (2.13) вторично и учитывая равенство нулю производной от первого слагаемого,

получаем еще одно необходимое условие минимума, $\frac{\partial^2 f_0}{\partial \dot{\bar{x}} \partial \dot{\bar{x}}^T}$ состоящее в положительной определенности матрицы частных производных второго порядка, что совпадает с условием Лежандра в вариационном исчислении.

Можно также показать, что если экстремум в точке $\dot{\bar{x}}_{opt}$ совпадает с абсолютным минимумом, т.е.:

$$f_0(\bar{x}, \dot{\bar{x}}, t) + \frac{\partial S(x, t)}{\bar{x}^T} \dot{\bar{x}} > f_0(\bar{x}, \dot{\bar{x}}_{opt}, t) + \frac{\partial S}{\partial \bar{x}^T} \dot{\bar{x}}_{opt}$$

то это соответствует известному условию Вейерштрасса.

Геометрическая интерпретация динамического программирования. Связь с функцией Ляпунова. Классическое описание данной взаимосвязи строится на том, что из уравнений динамического программирования при определенных допущениях выводятся результаты, соответствующие принципу максимума [1]. Основной смысл этих сопоставлений состоит в том, чтобы показать, что для применения динамического программирования нужны излишне жесткие требования, связанные с существованием непрерывных частных производных $\frac{\partial S}{\partial x_i}$ и $\frac{\partial^2 S}{\partial x_i \partial x_j}$. Действительно, если для задачи с

закрепленным временем ввести $(n + 2)$ -мерную вектор-функцию:

$$\psi = \left[-1, -\frac{\partial S}{\partial x_1}, \dots, -\frac{\partial S}{\partial x_n}, -\frac{\partial S}{\partial x_{n+1}} \right]$$

то уравнение Беллмана (2.10) можно записать в виде [1]:

$$0 = \max_u \left\{ f_0(x, u)(-1) - \sum_{i=1}^n \psi_i f_i - \frac{\partial S}{\partial x_{n+1}}(-1) \right\}$$

или так $\bar{\psi} \bar{f} = 0$, что соответствует принципу максимума, если ввести функцию $H = \bar{\psi} \bar{f}$.

Если рассмотреть задачу максимального быстродействия, то, воспользовавшись уравнением (2.14) для автономных систем и продифференцировав его по x_i , получим:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 S}{\partial x_i \partial x_i} f_i(\bar{x}, \bar{u}) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial S}{\partial x_i} \frac{\partial f_i(\bar{x}, \bar{u})}{\partial x_i} = 0$$

Первое слагаемое можно преобразовать, учитывая очевидное соотношение

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial S}{\partial x_i} \right] = \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 S}{\partial x_i \partial x_i} \dot{x}_i = \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 S}{\partial x_i \partial x_i} f_i(\bar{x}, \bar{u})$$

откуда получаем следующий результат:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial S}{\partial x_i} \right] + \sum_{i=1}^n \frac{\partial S(\bar{x})}{\partial x_i} \frac{\partial f_i(\bar{x}, \bar{u})}{\partial x_i} = 0 \quad (2.15)$$

Видно, что в оба слагаемых входят одни и те же функции $-\frac{\partial S}{\partial x_1}, \dots, -\frac{\partial S}{\partial x_n}$, которые мы теперь «обозначим через $\psi_1(t), \dots, \psi_n(t)$. Тогда условие (2.14) для оптимального процесса приобретет вид:

$$\sum_{i=1}^n \psi_i(t) f_i(\bar{x}, \bar{u}) = 1$$

что сразу же позволяет левую часть этого равенства обозначить через гамильтониан H , а из соотношения (2.15) получить используемую в принципе максимума систему дифференциальных уравнений относительно вспомогательных переменных:

$$\dot{\psi}_i = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\sum_{i=1}^n \psi_i f_i \right] = -\frac{\partial H}{\partial x_i}$$

Таким образом, результаты динамического программирования и принципа максимума совпадают, если ввести обозначения $\dot{\psi}_i = -\frac{\partial S}{\partial x_i}$ или в векторной форме $\dot{\bar{\psi}} = -grad S$.

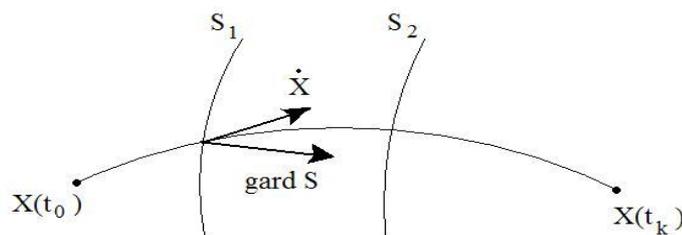


Рис.2.2. Геометрическая интерпретация динамического программирования в задаче максимального быстродействия

Это позволяет дать следующую геометрическую интерпретацию динамического программирования. На рис.2.2 представлены поверхности изохрон $S = \text{const}$ для задачи максимального быстродействия, причем величина

S , по смыслу равная оставшемуся минимизируемому времени $t_k - t$ убывает по мере приближения к конечной точке, т.е. $S_1 > S_2$.

При этом движение должно осуществляться в направлении убывания функции S , т.е. в направлении, противоположном ее градиенту внутрь изоповерхности $S = \text{const}$. Из физических соображений очевидно, что движение вдоль нормали – самое быстрое по времени, так как движение вдоль изоповерхности не дает приближения к конечной точке.

С помощью функции Беллмана S можно дать и другую трактовку процессу ее убывания, связав ее с функцией Ляпунова. Действительно, если целевая функция положительно определена:

$$f_0 = x^T Qx + q_0 u^2$$

то, выразив уравнение (2.12) в виде

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial x} \dot{x} = -f_0 \quad \text{или} \quad \frac{dS}{dt} = -f_0$$

видим, что функция S есть функция Ляпунова.

Значит, если функция S положительно определена, то оптимальная система обладает еще одним замечательным свойством — она асимптотически устойчива, что особенно важно для нелинейных систем.

Отличие динамического программирования от других методов состоит в том, что если принцип максимума есть необходимое условие оптимальности, то уравнения динамического программирования при соблюдении всех требуемых допущений понимаются как достаточное условие. Необходимо также подчеркнуть, что в принципе максимума переменные ψ_i мыслятся как функции времени, а в динамическом программировании это функции от фазовых координат, характеризующие чувствительность минимизируемого значения функционала к изменению текущего состояния $\bar{x}(t)$. Формально это требует решения нелинейных дифференциальных уравнений вида (2.9) или (2.10) в частных производных, что так же сложно, как и решение краевых задач в принципе максимума.

2.1.2. Аналитическое конструирование регуляторов и применение для их синтеза динамического программирования

Поскольку динамическое программирование наиболее близко к получению оптимального управления в замкнутой форме, нужно подробнее остановиться на задаче синтеза систем автоматического управления, удовлетворяющего при существующих ограничениях требуемому качеству. Одним из направлений в этой области является разработанный у нас в стране А.М. Летовым подход, названный аналитическим конструированием регуляторов [1, 4], когда алгоритм управляющего устройства замкнутой системы находится аналитически в соответствии с определенным функционалом качества, соответствующим квадратическому критерию вида:

$$J = 0.5 \bar{x}^T(t_k) + 0.5 \int_{t_0}^{t_k} [\bar{x}(t)P(t)\bar{x}^T(t) + u^T(t)R(t)\bar{u}(t)] dt \quad (2.16)$$

Минимизация функционала (2.16) соответствует задаче о регуляторе состояния, когда важно удерживать около нуля все компоненты вектора состояния. Возможны другие варианты удержания около нуля некоторой ошибки, представляющей собой разность между желаемым и выходным сигналами в задачах слежения [27, 28, 34, 37], но смысловое содержание структуры критерия остается неизменным. Первое слагаемое характеризует терминальную ошибку в конечный момент, второе слагаемое преследует цель обеспечить малость ошибки при удерживании системы в заданном положении. Последнее слагаемое представляет «штраф за большое управление» и оценивает затрачиваемую на управление энергию.

Соответственно положительно полуопределенные матрицы M , P и положительно определенная матрица R выбираются с учетом значимости указанных факторов, преимущественно с ненулевыми диагональными элементами, либо, по желанию проектировщика, можно положить некоторые из матриц нулевыми. При этом, как правило, рассматривается линейный нестационарный объект, описываемый уравнениями:

$$\dot{\bar{x}} = A\bar{x} + B\bar{u} \quad (2.17)$$

где на управление \bar{u} никаких прямых ограничений не наложено. В связи с этим для аналитического решения можно применять как вариационное исчисление, так и принцип максимума, но для получения решения в замкнутой форме воспользуемся методом динамического программирования. С учетом терминального члена функцией Беллмана S является функция:

$$S(\bar{x}, t) = \min_{\bar{u}} \left\{ 0.5\bar{x}^T(t_k)M\bar{x}(t_k) + \int_t^{t_k} f_0(\bar{x}, \bar{u})dt \right\}$$

которая при $t = t_k$ не равна нулю.

С учетом (2.16) и (2.17) уравнение Беллмана имеет вид:

$$-\frac{\partial S(\bar{x}, t)}{\partial t} = \min_{\bar{u}} \left\{ 0.5\bar{x}^T MP(t)x + 0.5\bar{u}^T R(t)\bar{u} + \frac{\partial S}{\partial \bar{x}} [A(t)\bar{x} + B(t)\bar{u}] \right\} \quad (2.18)$$

При отсутствии ограничений на оптимальное управление вычислим производную от выражения в фигурных скобках и, приравняв ее нулю, получим:

$$\bar{u}^T R + \frac{\partial S}{\partial \bar{x}} B(t) = 0$$

Поскольку матрица D положительно определена, можно найти, во-первых, оптимальное управление:

$$\bar{u}(t) = -R^{-1} B^T(t) \left[\frac{\partial S(\bar{x}, t)}{\partial \bar{x}} \right]^T \quad (2.19)$$

и, во-вторых, записать уравнение Беллмана без операции минимизации:

$$-\frac{\partial S}{\partial t} = 0.5\bar{x}^T P(t)\bar{x} - 0.5 \frac{\partial S}{\partial \bar{x}} B(t) R^{-1}(t) B^T \left[\frac{\partial S}{\partial \bar{x}} \right]^T + \frac{\partial S}{\partial \bar{x}} A(t)\bar{x} \quad (2.20)$$

Уравнение (2.20) можно решить при условии $S(\bar{x}, t_k) = 0.5\bar{x}^T M\bar{x}$. Можно показать, что уравнение (2.20) имеет точное аналитическое решение, которое представляет собой квадратичную форму:

$$S(\bar{x}, t) = 0.5\bar{x}^T K(t)\bar{x} \quad (2.21)$$

где $K(t)$ — симметричная нестационарная матрица с искомыми элементами. Вычислив частные производные:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = 0.5 \bar{x}^T K(t) \bar{x}; \frac{\partial S}{\partial \bar{x}} = \bar{x}^T K(t)$$

подставим их в уравнение (2.20):

$$\begin{aligned} -0.5 \bar{x}^T K(t) \bar{x} &= 0.5 \bar{x}^T P(t) \bar{x} - 0.5 \bar{x}^T K(t) B(t) R^{-1}(t) B^T(t) K(t) \bar{x} + \\ &+ \bar{x}^T K(t) A(t) \bar{x}, \end{aligned} \quad (2.22)$$

Учитывая, что $\bar{x}^T K(t) A(t) \bar{x} = 0.5 \bar{x}^T K(t) A \bar{x} + 0.5 \bar{x}^T A^T(t) K(t) \bar{x}$, уравнение (2.22)

можно преобразовать к виду:

$$\begin{aligned} 0.5 \bar{x}^T [K(t) - P(t) - K(t) B(t) R^{-1}(t) B^T(t) \\ K(t) + K(t) A(t) + A^T(t) K(t)] \bar{x} = 0 \end{aligned}$$

что соответствует равенству нулю выражения в квадратных скобках, имеющего вид системы линейных неоднородных дифференциальных уравнений с граничным условием $K(t_k) = M$:

$$K = -KA(t) - A^T(t)K + KB(t)R^{-1}(t)B^T(t)K - P(t), \quad (2.23)$$

Уравнение (2.23) называется матричным уравнение Риккати, решение которого обычно находят численно на ЭВМ до начала работы системы. Оптимальному управлению соответствует в общем случае линейный закон управления с переменным коэффициентом передачи:

$$\bar{u}(\bar{x}) = -R^{-1}KB^T(t)\bar{x} \quad (2.24)$$

И снова, возникает закономерный вопрос - при каких условиях структура и параметры регулятора будут неизменны. В работах Калмана доказывалось, что при $M = 0$ и $t_k \rightarrow \infty$ для стационарных объектов, т.е. при постоянных матрицах A , B , K и P , решение уравнения Риккати есть постоянная матрица K , соответствующая уравнению:

$$KA + A^T K - KBR^{-1}B^T K + P = 0, \quad (2.25)$$

В этом случае оптимальная замкнутая система является стационарной:

$$\dot{\bar{x}} = (A - BR^{-1}B^T K) \bar{x}$$

и асимптотически устойчивой вследствие установившегося поведения при $t \rightarrow \infty$, несмотря на то что объект управления может быть неустойчив.

Нужно подчеркнуть, что с учетом формулы (2.24) метод АКОР является наиболее подходящим для определения структуры линейного регулятора.

2.1.3. Приближенный метод решения уравнения Беллмана для динамических систем альтернативного управления

В предыдущем параграфе был изложен подход к решению задачи аналитического конструирования оптимального управления для случая, когда ограничений на управление $u(t)$ не наложено, но это не свидетельство мощности метода, а скорее лишь первая прикидка в проводимых расчетах в предположении о линейном законе управления.

Обеспечение релейности, или альтернативности, управления очевидно является фундаментальной конструктивной задачей при синтезе нелинейных систем управления в замкнутом виде. Под альтернативой управления понимается один из нескольких вариантов приложения управляющего воздействия, остающегося неизменным на некотором конечном интервале времени. Так, в задаче максимального быстрогодействия имеются две альтернативы $u_1 = +1$ и $u_2 = -1$ в задаче минимума расхода топлива – три альтернативы:

$$u_1 = +1, u_2 = 0, u_3 = -1$$

В общем случае счетное число альтернатив может быть велико, но конечно и предполагается также конечное число переключений в процессе функционирования системы [46-49].

По существу имеется в виду такой класс задач, в которых управление является целочисленной переменной, а фазовые координаты — непрерывными переменными и фактически отсутствует способ непрерывного линейного управления. Назовем этот класс содержащим задачи альтернативного управления, число которых задано $J = 1, \dots, N$, что определяет структуру

искомой функции переключения, разбивающей фазовое пространство X на N подобластей. По аналогии с описанием линейных динамических систем с непрерывным управлением линейная система с альтернативным управлением имеет вид:

$$\dot{\bar{x}} = A\bar{x} + Bu_j(t)$$

или, поскольку значения и u_j считаются заданными или становятся известными в результате предварительного синтеза с помощью принципа максимума, то:

$$\dot{\bar{x}} = A\bar{x} + B_j(t) \quad (2.26)$$

где B_j — вектор констант, которыми нужно умело распорядиться.

Как будет показано ниже в примерах, существует ряд задач, в которых выбор альтернативы влияет также и на вид матрицы A , поэтому остановимся на более общем соотношении для описания динамической системы:

$$\dot{\bar{x}} = A_j\bar{x} + B_j(t)$$

где элементы матриц A и B — кусочно-постоянные функции времени.

Пусть выражение функционала имеет квадратичную форму, как и в аналитическом конструировании, плюс линейную форму

$$J = \int_{t_0}^{t_k} \left[\lambda_j + \sum_{i=1}^n \rho_{ij} x_i + 0.5 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{l=i+1}^n v_{ilj} x_i x_l \right] dt \rightarrow \min, j(t) = 1, \dots, N.$$

Тогда уравнение Беллмана для детерминированных задач с закрепленным временем можно представить в виде:

$$-\frac{\partial S}{\partial t} = \min_{j(t)=1,2} \left\{ \lambda_j + \sum_{i=1}^n \rho_{ij} x_i + 0.5 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{l=i+1}^n v_{ilj} x_i x_l + \sum_{i=1}^n \frac{\partial S}{\partial x_i} \left[\sum_{i=1}^n a_{ilj} + b_{ij} \right] \right\} \quad (2.27)$$

В данном уравнении $\lambda_j, \rho_{ij}, v_{ilj}, a_{ilj}, b_{ij}$ — заданные величины, сохраняющие постоянные значения на выбранном интервале времени.

Как было указано ранее, аналитическое решение уравнения Беллмана в общем виде не найдено, и численные методы требуют большого объема вычислений и оперативной памяти ЭВМ на каждом шаге оптимизации.

Для получения приближенного аналитического решения возможен подход, основанный на представлении функции Беллмана в виде ряда [], в частности степенного полинома второго порядка, что позволяет в применении к задачам альтернативного управления получить решение задачи в квадратурах.

Рассмотрим одномерный случай релейного управления системой, описываемой с помощью скалярной переменной x . Пусть $N = 2$, $p = 1$. Тогда уравнение (2.27) можно представить в упрощенном виде:

$$-\frac{\partial S}{\partial t} = \min_{j(t)=1,2} \left\{ \lambda_j + \rho_j x + 0.5v_j x^2 + \frac{\partial S}{\partial x} (a_j x + b_j) \right\} \quad (2.28)$$

Представим функцию Беллмана в виде степенного полинома второго порядка относительно x :

$$S(x, t) \approx \alpha(t) + \beta(t)x + 0.5\gamma(t)x^2 \quad (2.29)$$

Продифференцировав S по x и t , подставим полученные результаты в (2.28):

$$-\alpha - \dot{\beta}x - 0.5\dot{\gamma}x^2 = \min_{j=1,2} \left\{ \begin{array}{l} (\lambda_j + b_j\beta) + x(\rho_j + \beta a_j + \gamma b_j) \\ + 0.5x^2(v_j + 2\gamma a_j) \end{array} \right\} \quad (2.30)$$

В правой части уравнения (2.30) имеются два степенных полинома, второго порядка относительно x , разность которых определяет функцию переключения:

$$\begin{aligned} \Delta F = F_2 - F_1 = & \lambda_2 - \lambda_1 + \beta(b_2 - b_1) + x[\rho_2 - \rho_1 + \beta(a_2 - a_1) + \\ & + \gamma(b_2 - b_1)] + 0.5x^2[v_2 - v_1 + \gamma(a_2 - a_1)] = \Delta\lambda + \beta\Delta b + \\ & + x(\Delta\rho + \beta\Delta a + \gamma\Delta b) + 0.5x^2(\Delta v + 2\gamma\Delta a) \end{aligned} \quad (2.31)$$

Типичный случай поведения правой части F_j уравнения Беллмана представлен на рис. 2.3.

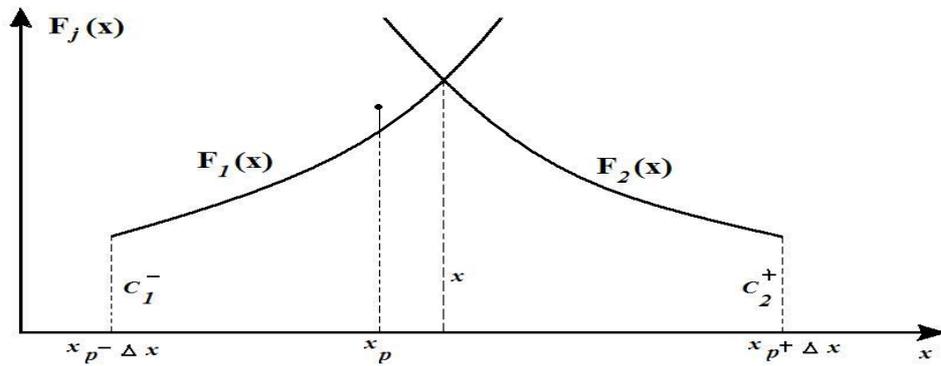


Рис. 2.3. Пример поведения правой части уравнения Беллмана в случае двух альтернатив

На рисунке показано пересечение функций риска F_j в одной точке x_p (пока нам неизвестной) внутри заданного диапазона $2\Delta x$ возможных значений x . Середина того диапазона обозначена точкой x_p , которую в дальнейшем назовем рабочей точкой.

Теперь можно приступить к аппроксимации минимума правой части $\{F_j(x)\}$ степенным полиномом того же порядка, что и в левой части уравнения (2.30). Обозначим через c_1^- , c_0 и c_1^+ координаты этого минимума при соответствующих значениях $x = x_p - \Delta x$; $x = x_p$; $x = x_p + \Delta x$, предположив при этом, что (в последующем понадобится проверить) слева от рабочей точки лучшим решением является $j = 1$, справа $j = 2$, а в самой точке x_p в силу значительной неопределенности принимается среднее значение риска.

$$\begin{aligned} c_1^- &= \min_{j=1,2} \{F_j(x = x_p - \Delta x)\} = F_1(x = x_p - \Delta x); \\ c_0 &= 0.5[F_1(x = x_p) + F_2(x = x_p)]; \\ c_1^+ &= F_2(x = x_p + \Delta x) \end{aligned} \quad (2.32)$$

Очевидно, что ординаты риска c_1^- , c_0 , c_1^+ можно однозначно выразить через известные параметры λ, ρ, v, a, b в виде линейных зависимостей от

искомых коэффициентов аппроксимации β и γ . В свою очередь, проведем через эти ординаты степенной полином $q_0 + q_1x + 0.5q_2x^2$, показанный на рис. 2.3 пунктирной линией и аппроксимирующий правую часть уравнения (2.30), что позволяет записать соотношения:

$$\begin{aligned} q_0 &= c_0 + (c_1^+ - c_0) \left(-\frac{x_p}{\Delta x} - \frac{x_p^2 + x_p \Delta x}{2\Delta x^2} \right) + (c_1^- - c_0) \frac{x_p^2 + x_p \Delta x}{2\Delta x^2}; \\ q_1 &= \frac{1}{\Delta x} \left[(c_1^+ - c_0) \left(0.5 - \frac{x_p}{\Delta x} \right) + (c_1^- - c_0) \left(-0.5 - \frac{x_p}{\Delta x} \right) \right]; \\ q_2 &= \frac{1}{2\Delta x^2} \left[(c_1^+ - c_0) + (c_1^- - c_0) \right] \end{aligned} \quad (2.33)$$

Наконец, воспользовавшись полученными соотношениями (2.30), (2.32) и (2.33) и приравняв члены в левой и правой частях уравнения (2.30), имеющие одинаковые степени x , получим следующую систему дифференциальных уравнения с постоянными коэффициентами для автономных систем управления относительно искомых коэффициентов аппроксимации α, β и γ .

$$\begin{aligned} -\beta &= \rho_{cp} + \frac{\Delta\lambda}{2\Delta x} - \Delta\rho \frac{x_p}{2\Delta x} + \Delta\nu \frac{\Delta x^2 - 3x_p^2}{4\Delta x} + \beta \left[a_{cp} + \frac{\Delta b}{2\Delta x} - \frac{\Delta a x_p}{2\Delta x} \right] + \\ &+ \gamma \left[b_{cp} - \Delta b \frac{x_p}{2\Delta x} + \Delta a \frac{\Delta x^2 - 3x_p^2}{2\Delta x} \right]; \\ -\dot{\gamma} &= \nu_{cp} + \Delta\nu \frac{x_p}{\Delta x} + \frac{\Delta\rho}{\Delta x} + \beta \frac{\Delta a}{\Delta x} + \gamma^2 \left[a_{cp} + \frac{\Delta b}{2\Delta x} + \frac{\Delta a x_p}{\Delta x} \right]; \\ -\dot{\alpha} &= \lambda_{cp} \left(1 - \frac{x_p^2}{2\Delta x^2} \right) - \Delta\lambda \frac{x_p}{\Delta x} + \rho_{cp} \frac{x_p(\Delta x^2 - x_p^2)}{2\Delta x^2} + \\ &+ \beta \left[a_{cp} \frac{x_p(\Delta x^2 - x_p^2)}{2\Delta x} + b_{cp} \frac{2\Delta x^2 - x_p^2}{2\Delta x} - \Delta b \frac{x_p}{\Delta x} \right] + \\ &+ \gamma \left[\Delta a \frac{x_p^2(\Delta x^2 - x_p^2)}{2\Delta x} + b_{cp} x_p(\Delta x^2 - x_p^2) \right] \end{aligned} \quad (2.34)$$

Добавив к полученным уравнения (2.34) условие закрепленного времени на свободном правом конце при отсутствии терминального члена в функционале J (т.е. при любом x значение функции Беллмана S равно нулю):

$$S(x, t_k) = \alpha(t_k) + \beta(t_k)x + \gamma(t_k) \frac{x^2}{2}$$

получим $\alpha(t_k) = \beta(t_k) = \gamma(t_k) = 0$, что дает возможность найти коэффициенты $\beta(t)$ и $\gamma(t)$ из первых двух уравнений (2.34) после их интегрирования в обратном времени, а затем и коэффициент $\alpha(t)$. Это позволяет оценить достигаемое значение функционала, а знание коэффициентов $\beta(t)$ и $\gamma(t)$ - найти функцию переключения $F_j(x)$, которая, кстати, для случая линейной динамической системы (2.23), т.е. при $\Delta a = \Delta v = 0$, окажется линейной функцией от x .

Таким образом, при реализации предложенного метода производятся следующие действия:

- аппроксимация функции Беллмана степенным полиномом ограниченного порядка;
- представление правой части уравнения Беллмана в виде функций риска $F_j(x)$, описываемых для систем типа (2.26) степенными полиномами того же порядка, и вычисление ординат риска c^-, c_0, c^+ в предположении очевидного предпочтения альтернативы управления на левой и правой границах интервала возможных значений x ;
- аппроксимация $\min_j \{F_j(x)\}$ степенным полиномом с использованием ординат риска и составление линейных дифференциальных уравнений относительно коэффициентов аппроксимации α, β, γ , решение которых позволяет вычислить функцию переключения $\Delta F_j(x)$ (т.е. при $\Delta F > 0$ оптимальному управлению соответствует $j = 1$, в противном случае необходимо выбрать $j = 2$);

➤ оценка полученного значения функционала:

$$S[x(t_0), t_0] = \alpha(t_0) + \beta(t_0)x(t_0) + 0.5\gamma(t_0)x^2(t_0) \quad \text{и, если это необходимо,}$$

проверка гипотезы выбора альтернатив на границах интервала $[x_p - \Delta x, x_p + \Delta x]$; изменение порядка вычисления ординат риска с поправкой на выбор альтернатив в случае невыполнения гипотезы и получение лучшего результата.

Обратим внимание на два обстоятельства. Во-первых, система уравнений (2.34) относительно коэффициентов аппроксимации всегда будет линейной, если использовать полином любого порядка, но в который искомые коэффициенты входят аддитивно. Это указывает на принципиальную возможность найти инженерное решение задачи. Во-вторых, в приближенном методе источником погрешностей является аппроксимация как функции Беллмана, так и минимума правой части уравнения (2.30) степенным полиномом ограниченного порядка и несоответствие рабочей точки x_p фактической точке переключения. Причем если вопрос существования непрерывных производных $\frac{\partial S}{\partial x}$ является принципиальным и мы с ним согласились, то дальнейшее улучшение решения в рамках сделанного допущения возможно при увеличении степени полинома и числа используемых ординат риска при аппроксимации.

Заметим, что рассмотренной метод может быть весьма полезен при альтернативном выборе скорости продольного движения судна.

2.2. Синтез линейных регуляторов стабилизации движения по заданной линии пути с помощью динамического программирования

Линейное управление может быть реализовано с помощью оптимального регулятора, синтезированного на основе динамического программирования [2] с помощью аналитического конструирования оптимальных регуляторов [1]. В частности, если также допустить описание бокового движения через систему второго порядка:

$$\begin{aligned}\dot{z}_1^* &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= -a_2 z_2 + b_2 U_2\end{aligned}$$

где координата $\dot{z}_1^* = z_1 - m_2$, $z_2 = x_2 \sin \psi$; a_2, b_2 – некоторые эквивалентные динамические параметры, то можно получить структуру линейного регулятора, как это сделано в частности, в [11]:

$$U_2 = K_{21}(x_1 - K_0 z_1) + K_{22}(z_2 + \frac{1}{K_0} x_2) + K_{23} w_2 \quad (2.35)$$

Можно заметить, что управление пропорциональное ошибкам по положению и скорости, является обще принятым в инженерной практике. Аналогично можно записать формулу для линейного управления продольным движением:

$$U_1 = K_{11}(x_1 - K_0 z_1) + K_{12} x_2 + K_{13} w_1 \quad (2.36)$$

Представленные в формулах (2.35 – 2.36) значения $K_0, K_{11}, K_{12}, K_{13}, K_{21}, K_{22}, K_{23}$ требуют уточнения.

2.3. Синтез релейных регуляторов по критерию максимального быстродействия

Рассмотрим процесс релейного управления, характерный для участков II и III. Согласно принципу максимума Понтрягина [1] для продольного канала можно записать правило для управления продольным движением, если упрощенно представить уравнение (1.49) в виде динамической системы второго порядка:

$$U_1 = -\delta_1 \text{sign} \left[x_1 - m_1 + \frac{x_2 |x_2|}{2\delta_1} \right] \quad (2.37)$$

Для бокового движения при том же упрощении можно записать:

$$U_2 = -\delta_2 \text{sign} \left[z_1 - m_2 + \frac{z_2 |z_2|}{2\delta_2} \right] \quad (2.38)$$

где $m_1 = K_3 x_2^2$ и $m_2 = K_4 z_2^2$.

2.4. Комплексированное управление боковым и продольным движением с помощью линейного и релейного регуляторов

Очевидно, что релейное управление целесообразно для отработки значительных отклонений от заданной терминальной точки – при большом расстоянии x_1 , от причала и удалении z_1 от берега. Ясно, что вблизи причала на участках II и III нужно более осторожное линейное управление, и обычно эта область определяется в пространстве координат z_1 и x_1 .

В данной работе предложен иной подход к определению этой области, учитывающий ещё и скорости приближения z_2 и x_2 , что можно объяснить рис.

2.4.

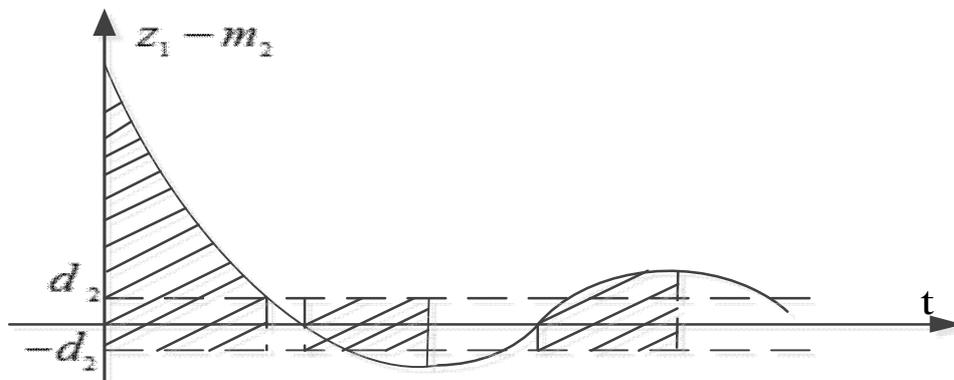


Рис. 2.4. График переходного процесса изменения ошибки приближения к причалу при продольном движении.

На изображенном рисунке показанная пунктиром полоса в интервале $[-d_1, d_1]$ соответствует малым отклонениям по положению, а внутри этой полосы – заштрихованные участки, когда отклонения по положению и по скорости имеют одинаковый знак, и поэтому представляют наибольшую опасность.

В связи с этим на указанных участках предлагается использовать релейное управления вместо линейного и лишь на незаштрихованных участках – линейное управление, чему соответствуют следующие области переключения, показанные на рис. 2.5 в фазовой плоскости $[x_1 - m_1, x_2]$.

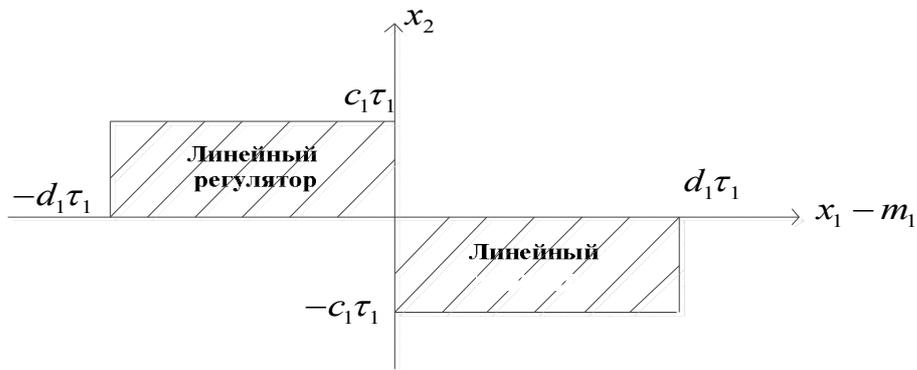


Рис. 2.5. Области переключения релейного регулятора продольного движения на линейный в фазовой плоскости $(x_1 - m_1, x_2)$

Границы области $c_1\tau_1, d_1\tau_1$, в которой просматривается очевидное несоответствие между реальной динамикой объекта и системой второго порядка, должны быть уточнены. Значение дополнительного множителя τ_1 будет объяснено ниже, а пока пусть $\tau_1 = 1$ в результате моделирования.

Что касается бокового движения для координат $z_1 - m_2$ и z_2 , то кроме очевидных границ $c_2\tau_2$ и $d_2\tau_2$ нужно учесть усугубляющее обстоятельство, что из-за невозможности опасного приближению к берегу до подхода к причалу и ограничения $z_1 > 0$ (значение дополнительного множителя τ_2 также будет пояснено ниже, а пока пусть в данных рассуждениях $\tau_2 = 1$) нужно как можно энергичней (т.е. релейным способом) от него удалиться. В связи с этим нужно назначить одну область линейного управления вместо двух, как это показано на рис. 2.6.

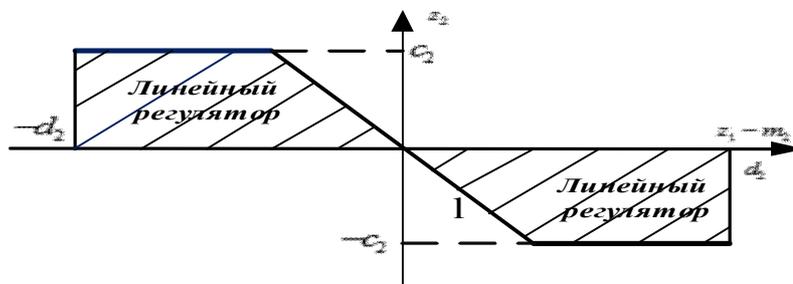


Рис. 2.6. Сокращенная область переключения релейного регулятора бокового движения на линейный в фазовой плоскости $(z_1 - m_2, z_2)$

Кроме того, на рисунке вместо прямоугольника появилась сторона трапеции 1, уменьшающая возможности линейного управления при опасном сближении с берегом. Границы области в виде параметров $l, c_2\tau_2, d_2\tau_2$ также должны уточнены.

2.5. Первые результаты моделирования на ЭВМ

Движение судна в процессе причаливания моделировалось в среде MATLAB/SIMULINK в двух вариантах. При этом в обоих вариантах действия внешних возмущений пока что не учитывалось[12].

В первом варианте управление движением проводилось с помощью линейных регуляторов в обоих каналах:

$$\begin{aligned} U_1 &= K_{11}(x_1 - K_0 z_1) + K_{12}x_2 + K_{13}w_1 \\ U_2 &= K_{21}(x_1 - K_0 z_1) + K_{22}(z_2 + \frac{1}{K_0}x_2) + K_{23}w_2 \end{aligned} \quad (2.39)$$

где $K_0 = -5$; $K_{11} = 8$; $K_{12} = 0.1$; $K_{13} = 0$; $K_{21} = 6$; $K_{22} = -0.1$ $K_{23} = 0$.

Начальные исходные данные таковы:

$$z_1(0) = 10 \text{ м}; x_1(0) = -50 \text{ м}; z_2(0) = 0; x_2(0) = 6 \text{ м/с}; \beta(0) = \varphi(0) = 0; \omega_y(0) = 0.$$

Во втором варианте в продольном и боковом канале сначала использовался релейный регулятор, а потом – линейный.

Параметры релейных регуляторов: $K_3 = 0.1$; $K_4 = 0.1$; $\delta_1 = 0.6$; $\delta_2 = 30$.

Результаты моделирования показаны на рис. 2.7 – 2.9.

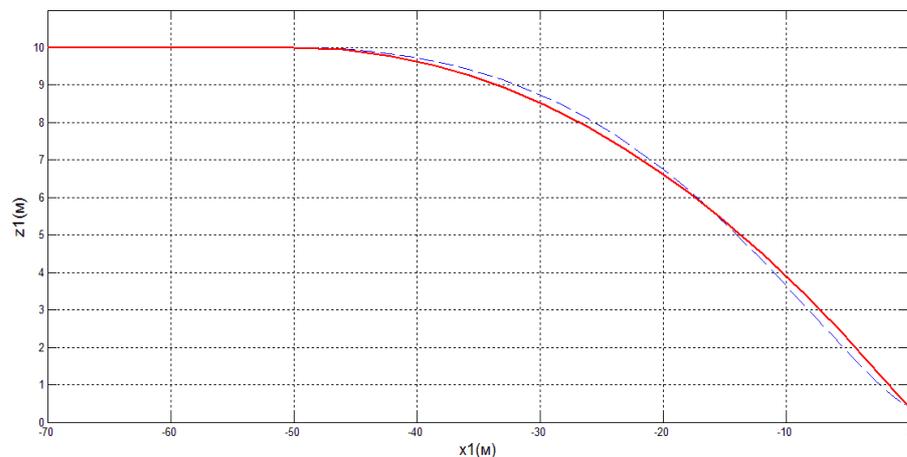


Рис. 2.7. Общие траектории движения судна в земной системе координат.

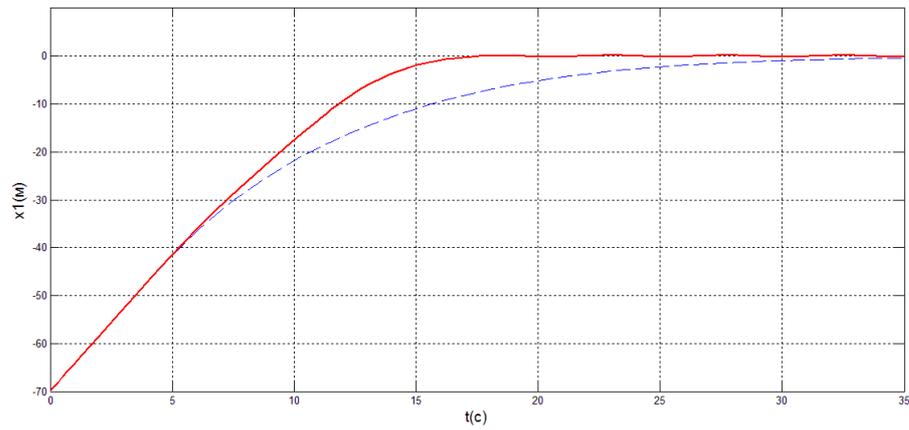


Рис. 2.8. Траектории движения судна в продольном канале в зависимости от времени.

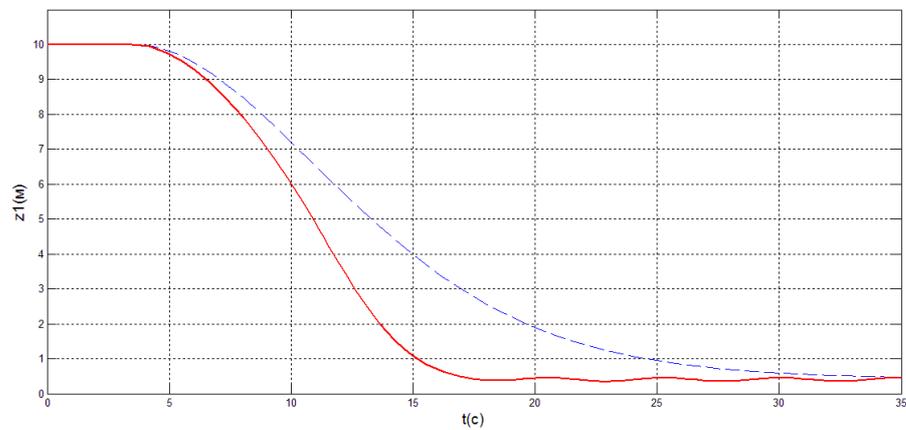


Рис. 2.9. Траектории движения судна в боковом канале в зависимости от времени

Видно, что процесс причаливания носит экспоненциальный характер и время причаливания для первого варианта 30с, и для второго варианта 15с. Значит, время причаливания при комплексированном управлении меньше в 2 раза, чем с линейным регулятором.

2.6. Выводы по главе II

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы:

1. Сочетание быстрого парирования значительных отклонений от заданной траектории и высокоточного движения вблизи точки привала возможно при совместном использовании релейных и линейных регуляторов.

2. Синтез регуляторов обоих типов возможен при использовании методов теории оптимального управления – принципа максимума Понтрягина и аналитического конструирования оптимальных регуляторов.

3. Предложенное комплексированное управление продольным или боковым движением судна в одном канале использует логический анализатор, учитывающий знаки отклонений по положению и скорости. При их совпадении используется релейный регулятор, а в остальных случаях – линейный для осуществления «мягкого» причаливания.

4. Первые результаты моделирования на ЭВМ показали, что предложенный подход позволяет при сохранении терминальной точности сократить время причаливания в 1.5 – 2 раза.

ГЛАВА III. ФОРМИРОВАНИЕ ДВУХКАНАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ КООРДИНИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ БОКОВЫМ И ПРОДОЛЬНОМ ДВИЖЕНИЕМ СУДНА

3.1. Анализ эффективности координации работы системы с использованием прогнозируемых оценок времени достижения терминальной точки в каждом канале управления

При несогласованном управлении боковым и продольным движениями может получиться так, что одна из двух координат z_1 и x_1 может достигнуть нуля, а другая в этот момент – нет, что потребует дополнительного маневрирования судна. Поэтому целесообразно оценить время t_1 обнуления координаты x_1 при продольном движении, время t_2 обнуления координаты z_1 при боковом движении, а затем по разности $\Delta t = t_1 - t_2$ установить, нужно ли ускорить движение по одной из координат с помощью релейного управления, или в этом необходимости нет.

Однако сравнение времен t_1 и t_2 затруднительно из-за того, что их спрогнозированная оценка является неточной в первую очередь из-за того, что эти времена зависят от способа управления. Если управление релейное, то это соответствует минимальными значениями $t_{1\min}$ и $t_{2\min}$, если линейное – то $t_{1\max}$ и $t_{2\max}$. Тогда безоговорочно очевидными могут быть ситуации:

1. $t_{1\min} > t_{2\max}$ – продольное движение отстает. Значит, необходимо релейное управление, от линейного управления нужно отказаться, и поэтому нужно взять $\tau_1 = 0$, чтобы ликвидировать области, показанные на рис.3.1 С другой стороны, в боковом канале спешить не нужно, поэтому имеет смысл использовать только линейное управление т. е. $\tau_2 = \infty$.

2. $t_{2\min} > t_{1\max}$ – боковое движение отстает, поэтому по аналогии с предыдущими рассуждениями нужно потребовать $\tau_2 = 0, \tau_1 = \infty$.

В остальных более вероятных случаях интервалы $[t_{1\min}, t_{1\max}]$ и $[t_{2\min}, t_{2\max}]$ пересекаются, как это показано, в частности, на рис.3.1 для случая $t_{1\min} < t_{2\min} < t_{1\max}$.

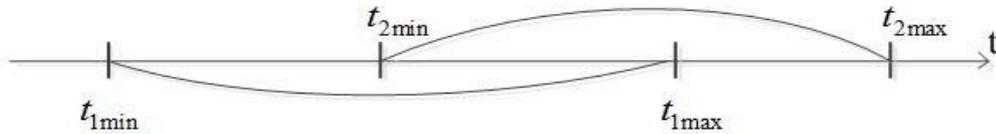


Рис. 3.1. Пример неопределенности в принятии решений о выборе способов управления боковым и продольным движениями судна

В этих случаях логику согласованных действий стоит оставить соответствующей тем областям линейного управления, которые показаны на рис. 2.5 и рис. 2.6, т.е. нужно взять $\tau_1 = \tau_2 = 1$. Логика согласования действий можно реализовать с помощью показанной на рис. 3.2 структуры.

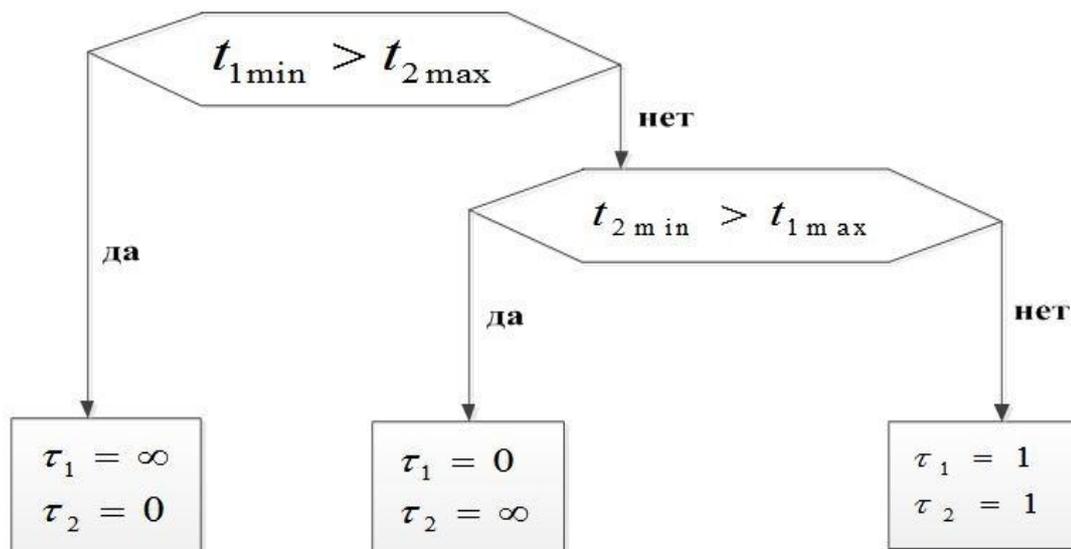


Рис. 3.2. Структуры принятия альтернативных решений по выбору способов управления боковым и продольным движениями судна

Для реализации этой логики нужно иметь формулы расчета времени $t_{1\min}, t_{1\max}, t_{2\min}, t_{2\max}$. Времена $t_{1\min}$ и $t_{2\min}$ соответствуют релейному управлению при равноускоренном движении, когда заданы ограничения δ_1 и δ_2 на допустимые постоянные ускорения. Нетрудно показать, что в этом случае при текущих координатах положения и скорости в продольном и боковом каналах нужно воспользоваться формулами:

для бокового канала:

$$0.5\delta_2 t_{2\min}^2 - z_2 x_2 t_{1\min} + z_1 = 0$$

для продольного канала:

$$0.5\delta_1 t_{1\min}^2 - x_2 t_{1\min} + x_1 = 0 \quad (3.1)$$

Что касается времён $t_{1\max}, t_{2\max}$ для движения с линейным управлением, то их оценка весьма затруднительна в аналитической форме, и поэтому в первом приближении их можно взять вдвое больше, чем $t_{1\min}$ и соответственно $t_{2\min}$.

Невысокая эффективность рассмотренного подхода была подтверждена результатами моделирования на ЭВМ – низкая точность прогнозируемых оценок по формулам (3.1) оказалась недостаточной для координации действий. Поэтому имеет смысл поставить задачу синтеза совместного управления более строго – на основе динамического программирования.

3.2. Постановка задачи интегрированного управления причаливанием.

При управлении боковым движением также используются два регулятора отклонения руля – линейный и релейный, причем линейный регулятор включается в работу только тогда, когда знаки отклонений по положению $z_1 - m_1$ и по скорости z_2 не совпадают и при этом вектор состояния $[z_1 - m_1, z_2]$ оказывается внутри прямоугольника со сторонами аналогично рис.2.5 для продольного движения. В связи с этим условия координации действий между каналами можно сформулировать при следующих допущениях:

1. Продольное движение судна описывается дифференциальными уравнениями:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + w_1 \\ \dot{x}_2 = -a_1 x_2 + x_3 \\ \dot{x}_3 = -a_2 x_3 + U_1 \end{cases} \quad (3.2)$$

где x_1 – координата продольного пути; x_2 – скорость продольного движения; w_1 – продольное возмущение; x_3 – ускорение, возникающее под действием

управления U_1 тягой двигателя; a_1, a_2 – заданные динамические коэффициенты.

Заданы упрощенные уравнения бокового движения судна:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 + w_2 \\ \dot{z}_2 = -a_3 z_2 + U_2 \end{cases} \quad (3.3)$$

где z_1 – координата бокового смещения; z_2 – скорость бокового движения; w_2 – боковое возмущение; U_2 – сигнал для управления боковым движением; a_3 – заданный динамический коэффициент.

2. Качество координации управления оценивается следующим образом. Считается, что текущие координаты x_1 и z_1 должны находиться в определенной пропорциональности при идеальном движении по прямой:

$$x_1 = K_0 z_1 \quad (3.4)$$

т.е. с уменьшением дистанции x_1 пропорционально должно снижаться значение z_1 . Если это не происходит, то площади прямоугольников со сторонами c_1, d_1 и c_2, d_2 должны меняться так, что одна область увеличивается (и тем самым снижается темп движения), а другая – уменьшается (и поэтому осуществляется большее время релейного управления), что должно привести к восстановлению баланса. Изменения этих площадей эквивалентно перестройке передаточных чисел комплексированных регуляторов в двух каналах по соответствующим сигналам линейных координат x_1 и z_1 .

3. Для проведения синтеза оптимального управления координированного движения предложен критерий, содержащий терминальную и интегральную части при заданном общем времени управления T :

$$\begin{aligned} J = \int_0^T \left[\frac{r_0}{2} (U_1^2 + U_2^2) + n_0 x_1 x_3 z_1 + r_1 x_1^2 + r_2 z_1^2 - 2\sqrt{r_1 r_2} x_1 z_1 \right] dt + \\ + \frac{r_3}{2} [x_1^2(T) + x_2^2(T) + z_1^2(T) + z_2^2(T)] \rightarrow \min \end{aligned} \quad (3.5)$$

где $r_0 = 1$ – коэффициент штрафа за отклонение рулевых органов; r_1 – коэффициент штрафа за отклонение в продольном движении; r_2 –

коэффициент штрафа за боковое отклонение от заданной линии пути; r_3 – коэффициент штрафа за отклонение от траектории вблизи терминальной точки в фиксированный момент времени, n_0 – штраф за совпадение по знакам координат.

При этих условиях необходимо синтезировать законы управления u_1 и u_2 с учетом взаимовлияния бокового и продольного движения при учете единого критерия (3.5).

3.3. Формулировка задачи оптимального управления с помощью динамического программирования

Поскольку формально критерий (3.5) задан и относится в теории управления к задаче Майера, а объект задан с помощью непрерывных дифференциальных уравнений (3.2) и (3.3) в форме Коши, решение этой задачи можно найти с помощью динамического программирования [13], если свести терминальные члены к интегральному виду следующим путем:

$$\frac{r_3}{2} [x_1^2(T) + x_2^2(T) + z_1^2(T) + z_2^2(T)] = r_3 \int_0^T (x_1 \dot{x}_1 + x_2 \dot{x}_2 + z_1 \dot{z}_1 + z_2 \dot{z}_2) dt$$

Тогда уравнение Беллмана в частных производных можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \min_{u_1, u_2} & \left[0.5(U_1^2 + U_2^2) + r_1 x_1^2 + r_2 z_1^2 - 2\sqrt{r_1 r_2} x_1 z_1 + n_0 x_1 x_3 z_1 + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial z_1} + r_3 z_1 \right) \dot{z}_1 + \right. \\ & \left. + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial z_2} + r_3 z_2 \right) \dot{z}_2 + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_1} + r_3 x_1 \right) \dot{x}_1 + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_2} + r_3 x_2 \right) \dot{x}_2 + \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_3} \dot{x}_3 \right] = \\ = \min_{u_1, u_2} & \left[0.5(U_1^2 + U_2^2) + r_1 x_1^2 + r_2 z_1^2 - 2\sqrt{r_1 r_2} x_1 z_1 + n_0 x_1 x_3 z_1 + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial z_1} + r_3 z_1 \right) z_2 + \right. \\ & \left. + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial z_2} + r_3 z_2 \right) (-a_3 z_2 + U_2) + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_1} + r_3 x_1 \right) x_2 + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_2} + r_3 x_2 \right) (x_3 - a_1 x_2) + \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_3} (-a_2 x_3 + U_1) \right] = \\ = \min & F(\bar{z}, \bar{x}, \bar{U}) \end{aligned} \quad (3.6)$$

где ε – искомая функция Беллмана, $F(\bar{z}, \bar{x}, \bar{U})$ – минимизируемая функция текущего риска.

Для решения уравнения Беллмана (3.6) можно было бы воспользоваться методом аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР) [1], требующим представления функции Беллмана ε в виде степенного полинома второго порядка. Однако, в данной задаче такого представления недостаточно, и был взят полином третьей степени, имеющий вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon = & \beta_1 z_1 + 0.5 \gamma_1 z_1^2 + \beta_2 z_2 + 0.5 \gamma_2 z_2^2 + \beta_3 x_1 + 0.5 \gamma_3 x_1^2 + \beta_4 x_2 + 0.5 \gamma_4 x_2^2 + \\ & + \beta_5 x_3 + 0.5 \gamma_5 x_3^2 + \psi_{12} z_1 z_2 + \psi_{13} z_1 x_1 + \psi_{14} z_1 x_2 + \psi_{15} z_1 x_3 + \psi_{23} z_2 x_1 + \\ & + \psi_{24} z_2 x_2 + \psi_{25} z_2 x_3 + \psi_{34} x_1 x_2 + \psi_{35} x_1 x_3 + \psi_{45} x_2 x_3 - \lambda x_1 z_1 z_2 - \xi x_1 x_3 z_1 \end{aligned} \quad (3.7)$$

Коэффициенты функции Беллмана ψ_{13} , ψ_{14} , ψ_{15} , ψ_{23} , ψ_{24} , ψ_{25} , относящиеся к произведениям координат z_i и x_k разных каналов управления, учитывают их взаимосвязь и исключают возможность раздельного синтеза законов оптимального управления в каждом канале. Коэффициенты λ , ξ делают возможным, как показано ниже, модернизировать структуру известных регуляторов с неизменяемыми передаточными числами.

Далее, получив из формулы (3.7) конкретные значения для $\frac{\partial \varepsilon}{\partial z_1}$, $\frac{\partial \varepsilon}{\partial z_2}$, $\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_1}$, $\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_2}$, $\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_3}$ и подставив их в уравнение Беллмана (3.6), можно составить систему дифференциальных уравнений, соответствующих членам при одинаковых степенях вектора состояния судна.

Перед этим нужно предварительно получить формулы для сигналов U_1 и U_2 оптимального управления, пользуясь тем, что функция риска $F(\bar{z}, \bar{x}, \bar{U})$ является квадратичной функцией от U_1 и U_2 . Используя условие экстремума

$$\frac{\partial F}{\partial U_1} = \frac{\partial F}{\partial U_2} = 0, \text{ можно найти:}$$

$$\begin{aligned} u_1 = & - [\beta_5 + \psi_{35} x_1 + \psi_{45} x_2 + \gamma_5 x_3 + \psi_{15} z_1 + \psi_{25} z_2 - \xi z_1 x_1] \\ & = - [\beta_5 + (\psi_{35} - \xi z_1) x_1 + \psi_{45} x_2 + \gamma_5 x_3 + \psi_{15} z_1 + \psi_{25} z_2] \\ u_2 = & - [\beta_2 + \psi_{12} z_1 + (\gamma_2 + r_3) z_2 + \psi_{23} x_1 + \psi_{24} x_2 + \psi_{25} x_3 - \lambda z_1 x_1] \\ & = - [\beta_2 + (\psi_{12} - \lambda x_1) z_1 + (\gamma_2 + r_3) z_2 + \psi_{23} x_1 + \psi_{24} x_2 + \psi_{25} x_3] \end{aligned} \quad (3.8)$$

Формулы (3.8) указывают, что кроме основных, выделенных более жирно, координат, интегрированное управление в «своем» канале зависит от состояния координат движения в соседнем канале. Кроме того, передаточные числа

$$k_{11} = \psi_{35} - \xi z_1; k_{12} = \psi_{12} - \lambda x_1$$

изменяются под влиянием «успешности» или «неуспешности» обнуления координат x_1 и z_1 в соседних каналах, и таким образом сигналы управления U_1 и U_2 соответствуют квазилинейным регуляторам. Для принятой структуры комплексирования линейного и релейного управления это означает соответственное уменьшение одного и увеличение другого прямоугольников на рис.2.5.

Затем для установившегося состояния при $\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = 0$ можно вместо дифференциальных уравнений получить систему нелинейных алгебраических уравнений относительно искомых коэффициентов $\beta_i, \gamma_i, \psi_{ik}$ функции Беллмана, состоящую из следующих 22 уравнений по соответствующим степеням координат z_i и x_k , указанных слева.

1	x_1	$w_2 \psi_{13} + w_1 (\gamma_3 + r_3) - \beta_2 \psi_{23} - \beta_5 \psi_{35} = 0$
2	x_2	$w_1 \psi_{34} + \psi_{14} w_2 + \beta_3 - a_1 \beta_4 - \beta_2 \psi_{24} - \beta_5 \psi_{45} = 0$
3	x_3	$\beta_4 - a_2 \beta_5 - \beta_5 \gamma_5 - \beta_2 \psi_{25} + \psi_{35} w_1 + w_2 \psi_{15} = 0$
4	z_1	$-\beta_2 \psi_{12} - \beta_5 \psi_{15} + \psi_{13} w_1 = 0$
5	z_2	$w_2 \psi_{12} + \beta_1 - \beta_5 \psi_{25} - a_3 \beta_2 + \psi_{23} w_1 = 0$
6	x_1^2	$r_1 - 0.5 \psi_{23}^2 - 0.5 \psi_{35}^2 = 0$
7	x_2^2	$\psi_{34} - a_1 (\gamma_4 + r_3) - 0.5 \psi_{24}^2 - 0.5 \psi_{45}^2 = 0$
8	x_3^2	$\psi_{45} - a_2 \gamma_5 - 0.5 \gamma_5^2 - 0.5 \psi_{25}^2 = 0$
9	z_1^2	$r_2 - 0.5 \psi_{12}^2 - 0.5 \psi_{15}^2 = 0$
10	z_2^2	$\psi_{12} - a_3 (\gamma_2 + r_3) - 0.5 (\gamma_2 + r_3)^2 - 0.5 \psi_{25}^2 = 0$
11	$x_1 x_2$	$(\gamma_3 + r_3) - a_1 \psi_{34} - \psi_{23} \psi_{24} - \psi_{35} \psi_{45} = 0$

(3.9)

12	$x_1 x_3$	$\psi_{34} - a_2 \psi_{35} - \psi_{23} \psi_{25} - \psi_{35} \gamma_5 - w_2 \xi = 0$
13	$x_1 z_1$	$-2\sqrt{r_1 r_2} - \psi_{12} \psi_{23} - \psi_{15} \psi_{35} + \beta_2 \lambda + \beta_5 \xi = 0$
14	$x_1 z_2$	$\psi_{13} - a_3 \psi_{23} - (\gamma_2 + r_3) \psi_{23} - \psi_{25} \psi_{35} - w_2 \lambda = 0$
15	$x_2 x_3$	$\psi_{35} + (\gamma_4 + r_3) - a_1 \psi_{45} - a_2 \psi_{45} - \gamma_5 \psi_{45} - \psi_{24} \psi_{25} = 0$
16	$x_2 z_1$	$\psi_{13} - a_1 \psi_{14} - \psi_{12} \psi_{24} - \psi_{15} \psi_{45} = 0$
17	$x_2 z_2$	$\psi_{14} - a_1 \psi_{24} + \psi_{23} - a_3 \psi_{24} - (\gamma_2 + r_3) \psi_{24} - \psi_{25} \psi_{45} = 0$
18	$x_3 z_1$	$\psi_{14} - a_2 \psi_{15} - w_1 \xi - \gamma_5 \psi_{15} - \psi_{12} \psi_{25} = 0$
19	$x_3 z_2$	$\psi_{24} + \psi_{15} - a_2 \psi_{25} - a_3 \psi_{25} - \gamma_5 \psi_{25} - (\gamma_2 + r_3) \psi_{25} = 0$
20	$z_1 z_2$	$(\gamma_1 + r_3) - a_3 \psi_{12} - (\gamma_2 + r_3) \psi_{12} - \psi_{15} \psi_{25} - w_1 \lambda = 0$
21	$x_1 x_3 z_1$	$n_0 + a_2 \xi + \gamma_5 \xi + \lambda \psi_{25} = 0$
22	$x_1 z_1 z_2$	$\lambda a_3 + \lambda (\gamma_2 + r_3) + \xi \psi_{25} = 0$

Естественно, что строгое аналитическое решение этой системы невозможно. Поэтому необходимо пойти на некоторые упрощения, и, главное – свести решение задачи синтеза к использованию их минимального числа путем соответствующих подстановок.

3.4. Сокращение числа алгебраических уравнений при нахождении коэффициентов функции Беллмана

Проведем поэтапное сокращение числа уравнений и искомых коэффициентов. На первом этапе из уравнений 12 и 15 системы (3.9) найдем $\gamma_4 + r_3$ и ψ_{34} , из уравнения 8 – коэффициент γ_5 , а из уравнения 19 – коэффициент ψ_{24} .

$$\begin{aligned}
\gamma_4 + r_3 &= (a_1 + a_2 + \gamma_5) \psi_{45} + \psi_{24} \psi_{25} - \psi_{35}; \\
\psi_{34} &= (a_2 + \gamma_5) \psi_{35} + \psi_{23} \psi_{25} + w_2 \xi; \\
\gamma_5 &= -a_2 - \sqrt{a_2^2 + 2\psi_{45} - \psi_{25}^2}; \\
\psi_{24} &= (a_2 + a_3 + \gamma_5 + \gamma_2 + r_3) \psi_{25} - \psi_{15}.
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Подставив эти коэффициенты в уравнение 7, получим:

$$\begin{aligned}
& (a_2 + \gamma_5)\psi_{35} + \psi_{23}\psi_{25} - a_1[(a_1 + a_2 + \gamma_5)\psi_{45} + \\
& + [(a_2 + a_3 + \gamma_5 + \gamma_2 + r_3)\psi_{25} - \psi_{15}]\psi_{25} - \psi_{35}] - \\
& - 0.5[(a_2 + a_3 + \gamma_5 + \gamma_2 + r_3)\psi_{25} - \psi_{15}]^2 - 0.5\psi_{45}^2 = 0
\end{aligned} \tag{3.11}$$

На втором этапе найдем ψ_{13} из уравнения 14, ψ_{14} – из уравнения 18, коэффициент $\gamma_2 + r_3$ – из уравнения 10, коэффициент ψ_{23} – из уравнения 13.

$$\begin{aligned}
\psi_{13} &= (a_3 + \gamma_2 + r_3)\psi_{23} + \psi_{25}\psi_{35} + w_2\lambda; \\
\psi_{14} &= (a_2 + \gamma_5)\psi_{15} + \psi_{12}\psi_{25} + w_1\xi; \\
\gamma_2 + r_3 &= -a_3 + \sqrt{a_3^2 + 2\psi_{12} - \psi_{25}^2}; \\
\psi_{23} &= \frac{-2\sqrt{r_1 r_2} - \psi_{15}\psi_{35}}{\psi_{12}}.
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Дополнительно рассмотрев уравнения 6 и 9, можно получить:

$$\psi_{15} = -\sqrt{\frac{r_2}{r_1}}\psi_{35}; \quad \psi_{12} = \sqrt{\frac{r_2}{r_1}(1 - \psi_{35}^2)}; \quad \psi_{23} = -\sqrt{1 - \psi_{35}^2}. \tag{3.13}$$

Подставив найденные значения в уравнения 17 и 18 системы (3.8), можно получить еще два уравнения в компактной форме, если обозначить $m = \sqrt{\frac{r_2}{r_1}}$ и

принять $w_1 = w_2 = 0$:

$$\begin{aligned}
& -m(a_2 + \gamma_5)\psi_{35} + m\psi_{25}\sqrt{1 - \psi_{35}^2} - \sqrt{1 - \psi_{35}^2} - \psi_{25}\psi_{45} \\
& - (a_1 + a_3 + \gamma_2 + r_3)[(a_2 + a_3 + \gamma_5 + \gamma_2 + r_3)\psi_{25} + m\psi_{35}] = 0
\end{aligned} \tag{3.14}$$

$$\psi_{25}\psi_{35}(1 - m\sqrt{a_3^2 + 2\psi_{45}}) + \sqrt{2(1 - \frac{\psi_{35}^2}{2r_1})}[\psi_{45} - a_2\sqrt{a_3^2 + 2\psi_{45}} - \frac{1}{m}(a_1 + \sqrt{2m\psi_{35} - \psi_{25}^2})] = 0 \tag{3.15}$$

Уравнения (3.11), (3.14), (3.15) содержат только три искомых коэффициента $\psi_{25}, \psi_{35}, \psi_{45}$, которые могут быть найдены только при определенных упрощениях.

3.5. Получение коэффициентов функции Беллмана и передаточных чисел квазилинейных регуляторов в квадратурах

Чтобы получить аналитическое, хотя и приближенное решение задачи синтеза, примем следующие допущения.

В уравнении (3.11) пренебрежем членами ψ_{25}^2 и ψ_{45}^2 , считая их малыми (что подтверждено рядом расчетов). Тогда получим первую оценку коэффициента ψ_{45} :

$$\psi_{45} = (a_1 + a_2)(a_1 + a_2 - a_3) \quad (3.16)$$

Осталось найти коэффициенты ψ_{25} и ψ_{35} из уравнений 12 и 13. Для этого из уравнения (3.11) выразим коэффициент ψ_{35} :

$$\psi_{35} = -a_2\psi_{45} + \frac{\psi_{45}^2 + \psi_{35}^2(a_3^2 + 2\psi_{45})}{2(\sqrt{a_3^2 + 2\psi_{45}} - a_2)}$$

а из уравнения (3.13) – сомножитель $\sqrt{2m\psi_{35} - \psi_{25}^2}$:

$$\sqrt{2m\psi_{35} - \psi_{25}^2} = \frac{\sqrt{2r_1}(1 - m\sqrt{a_3^2 + 2\psi_{45}})\left(1 - \frac{\psi_{35}^2}{2r_1}\right)}{\psi_{35}} - \psi_{45} + (a_1 + a_2)\sqrt{a_3^2 + 2\psi_{45}}$$

Подставим найденные выражения в уравнение (3.14), и получим вторую приближенную оценку для коэффициента ψ_{25} :

$$\psi_{25} = \sqrt{2r_1}m \left[m\sqrt{a_3^2 + 2(a_1 + a_2)(a_1 + a_2 - a_3)} \right], \quad (3.17)$$

где $m = \sqrt{\frac{r_2}{r_1}}$.

Наконец, третья оценка ψ_{35} оказывается равной:

$$\psi_{35} = 2r_1\sqrt{a_3^2 + 2(a_1 + a_2)(a_1 + a_2 - a_3)}. \quad (3.18)$$

Зная в квадратурах значения ψ_{25} , ψ_{35} , ψ_{45} , нетрудно вычислить по формулам (3.10), (3.12), (3.13) все остальные коэффициенты функции Беллмана, кроме значений β_i . Так как по определению терминальной задачи коэффициенты $\beta_2 = \beta_5 = 0$, остальные коэффициенты легко найти из уравнений 2, 3, 5 системы (3.9):

$$\beta_1 = -w_2\psi_{12} - w_1\psi_{23}; \quad \beta_3 = -w_2\psi_{14} - w_1\psi_{34}; \quad \beta_4 = -w_2\psi_{35}. \quad (3.19)$$

Особые коэффициенты λ и ξ находятся из уравнений 21 и 22 системы (3.9):

$$\xi = -\frac{n_0 + \lambda \psi_{25}}{a_2 + \gamma_5}; \quad \lambda = -\frac{\xi \psi_{25}}{a_3 + \gamma_2 + r_3}.$$

В частности, при $a_1 = 0.04$, $a_2 = 0.5$, $a_3 = 0.2$, $r_1 = 0.5$, $r_2 = 4.5$, $n_0 = 1$, можно получить:

$$\psi_{25} = -0.3159; \quad \psi_{35} = 0.0348; \quad \psi_{45} = 0.0185.$$

И, следовательно, определить остальные коэффициенты, от которых зависят передаточные числа квазилинейных регуляторов, согласно формулам (3.8):

$$\psi_{12} = 2.9998; \quad \psi_{13} = -2.4460; \quad \psi_{14} = -0.9925; \quad \psi_{15} = -0.1045;$$

$$\psi_{23} = -0.9994; \quad \psi_{24} = -0.8020;$$

$$\psi_{34} = 0.3308;$$

$$\gamma_1 + r_3 = 7.3381; \quad \gamma_2 + r_3 = 2.2365; \quad \gamma_3 + r_3 = 0.8153; \quad \gamma_5 = -0.0675;$$

$$\xi = -2.5539; \quad \lambda = -0.3312.$$

Видно, что знаки λ и ξ таковы, что увеличение передаточного числа k_{11} в одном регуляторе сопровождается уменьшением k_{12} в другом, и наоборот. Поэтому полученный способ балансировки работы каналов теперь нужно перевести в формат изменения площадей использования линейных регуляторов, показанных на рис.2.5.

3.6. Вычисление функции риска некоординированных действий системы с помощью уравнения Беллмана

Получение в квадратурах нужного числа коэффициентов $\beta_i, \gamma_i, \psi_{ik}$ функции Беллмана позволяет найти в аналитическом виде интересующую функцию риска $F(\bar{z}, \bar{x})$, которая обладает замечательным свойством прогнозировать опасность неудачного терминального результата в конце причаливания и тем самым служить сигналом к балансирующему изменению областей использования линейных регуляторов [14].

После подстановки всех найденных коэффициентов $\beta_i, \gamma_i, \psi_{ik}$ функции Беллмана ξ и дополнительных упрощений правая часть уравнения (3.6) выглядит так:

$$\begin{aligned}
F = & r_1 \frac{(x_1 + K_0 z_1)^2}{2d^2} + r_2 \frac{(x_2 + K_0 z_2)^2}{2V_0^2} + r_3 \frac{x_1^2 + z_1^2}{M_0 d^2 (1 + K_0^2) + x_1^2 + z_1^2} + \\
& + r_4 \psi_{12} \left(\psi_{12} + \frac{1}{2V_0^2} \right) \left(\frac{x_1 x_2}{a_1} + \frac{z_1 z_2}{a_2} \right) + r_5 \frac{x_2^2 + z_2^2}{2V_0^2} - 0.5(U_1^2 + U_2^2)
\end{aligned} \tag{3.20}$$

где $r_1=0.5$; $r_2=4.5$; $r_3=0.1$; $r_4=1$; $r_5=0.1$; $d=10\text{м}$; $V_0=6\text{м/с}$; $M_0=6$.

В этой формуле первые два слагаемых контролируют условия соблюдения гипотезы о пропорциональности между боковым и продольным линейными отклонениями x_1 и z_1 и соответственно скоростями x_2 и z_2 . Если отклонение их модулей равно заданной величине K_0 , то т.к. $x_1 < 0$ и $x_2 < 0$ при принятых обозначениях в системе координат причала, значения первых двух слагаемых будут равны нулю.

Третье слагаемое характеризует зависимость риска от близости судна к точке причала, поэтому при $x_1 = z_1 \rightarrow 0$ третье слагаемое также обнуляется. Четвертое и пятое слагаемые учитывают специальным образом действие на риск текущих скоростей движения x_2 и z_2 , и именно они главным образом оценивают несовершенство движения.

Особую роль играют последние слагаемые, зависящие от управления U_1^2 и U_2^2 . Видно, что в любое случае при ненулевых сигналах управления риск столкновения судна с причалом снижается из-за присутствия в последнем слагаемом отрицательного знака.

В целом характер поведения функции риска в штатном типичном режиме причаливания без учета внешних возмущений имеет вид, показанный на рис.3.3.

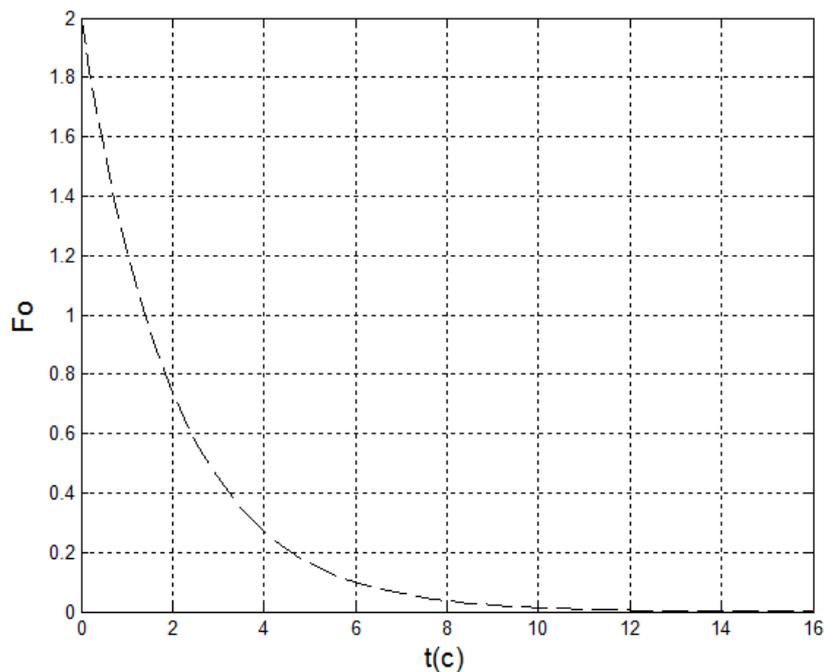


Рис. 3.3. Поведение функции риска в режиме причаливания в отсутствие внешних возмущений

Из рисунка видно, что при «правильном» оптимальном управления риск опасного причаливания постепенно снижается, что соответствует физическому смыслу решаемой задачи.

Пример поведения вычисленных по формуле (3.20) функции риска $F(\bar{z}, \bar{x})$ при управлении судна в присутствии возмущений, а также функции риска F_0 в их отсутствие показан на рис.3.3, а разность $(F - F_0)$ этих функций использовалась для координации работы двух каналов.

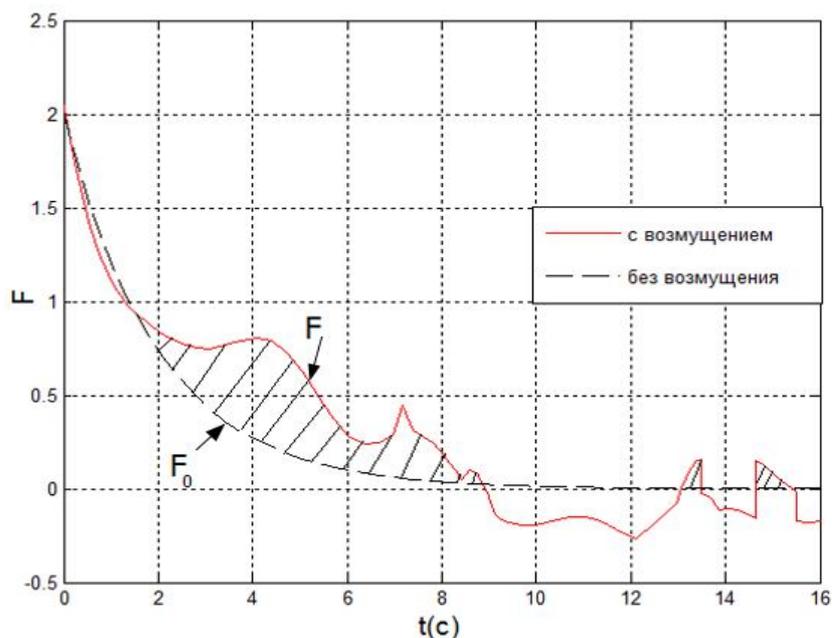


Рис. 3.4. Изменение функции риска без возмущений и с их учетом для координации управления с помощью «коромысла»

3.7. Формирование структуры логического координатора работы каналов бокового и продольного движения с помощью функции риска

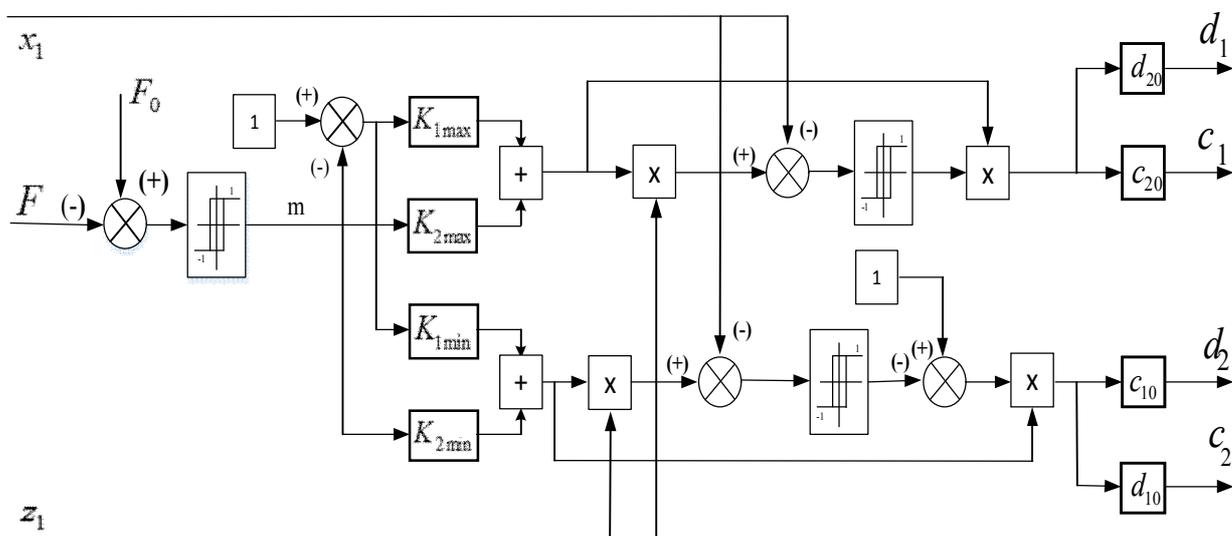


Рис. 3.5. Блок – схема логического координатора управления боковым и продольным движениям

Входными сигналами анализаторов являются:

- координаты x_1 и z_1 линейных отклонений системы по положению от заданной траектории причаливания;

- вычисляемые функции фактического значения риска F и минимального значения риска F_0 (если возмущений нет).

Выходные сигналы анализаторов содержат параметры c_1, c_2, d_1, d_2 прямоугольных областей использования линейных регуляторов в двух каналах.

Внутри своей структуры анализатором выполняются две главных операции:

- первая операция состоит в том, что бы узнать, опасно ли увеличение функции F по сравнению F_0 , и возникает ли сигнал тревоги. Если он не возникает, то никаких изменений в работу каналов не вносится;

- вторая операция состоит в определении знаков разницы по положению при сравнении x_1 и z_1 . Если разность $(x_1 - Kz_1) > 0$, то происходит уменьшение области линейного управления в канале продольного движения, и наоборот – в канале бокового движения эта область увеличивается.

В другом случае перестройка областей использования линейных регуляторов происходит в обратном порядке. Таким образом, изменение указанных областей происходит по принципу «коромысла». При этом специальные коэффициенты $K_{1\min}, K_{1\max}, K_{2\min}, K_{2\max}$, показанные на рис.3.5, были взяты равными $K_{1\min} = -10, K_{1\max} = -1, K_{2\min} = -5.5, K_{2\max} = -4.5; c_{10} = 6м/с; c_{20} = 1.5м/с; d_{10} = 13.5м; d_{20} = 2м$.

3.8. Общая структура двухканальной системы автоматического управления причаливаниям

На основании проведенных исследований сформирована общая структура двухканальной системы автоматического управления причаливаниям, которая показана на рис.3.6.

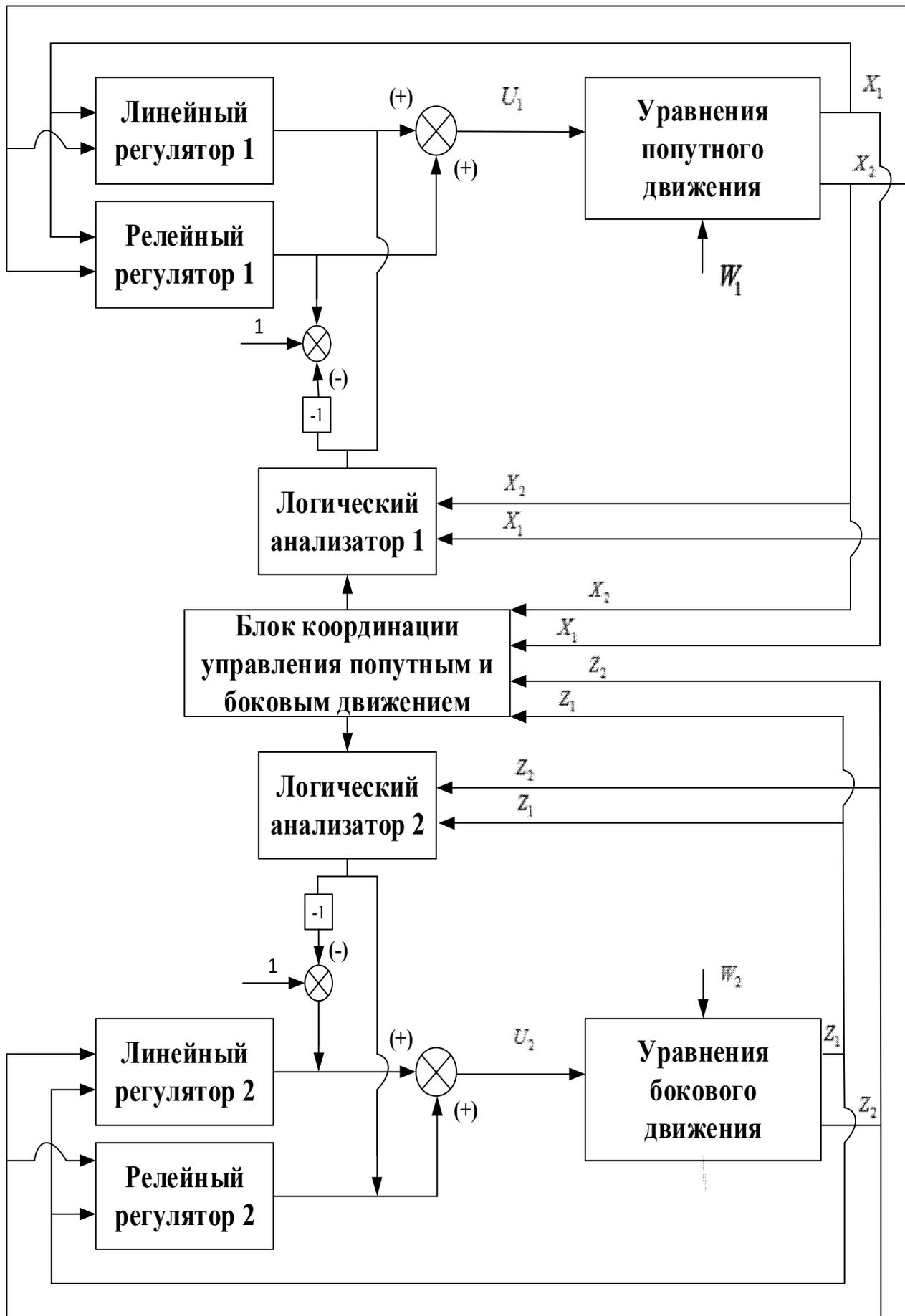


Рис.3.6. Блок – схема системы автоматического причаливания

Система содержит логическую часть, содержащую три анализатора, и исполнительную часть, содержащую два линейных и два релейных регулятора.

Для реализации логической части используются основные операции:

- первая операция: координация управления осуществляется путем увеличения области использования линейного регулятора в одном канале при одновременном увеличении в другом канале, и наоборот, с учетом величины и знаков несоответствия бокового отклонения от продольного отклонения.

- вторая операция: переключение линейного и релейного регуляторов осуществляется с помощью двух логических анализаторов, следящих за совпадением по знаку отклонений по положению и скорости в каждом канале.

Таким образом, интегрированное управление движением судна в целом включает в себя как внутреннюю координацию действий линейного и релейного регуляторов в каждом канале, так и взаимодействие между каналами с учетом опережения или отставания этих действий при стремлении соблюсти движение судна по заданной траектории причаливания.

3.9. Выводы по главе III

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы:

1. Попытка координации работы каналов управления продольным и боковым движением с использованием прогнозируемых оценок времени достижения терминальной точки в каждом канале оказалась неудачной в силу того, что прогноз времени с нужной точностью является слишком трудоемкой задачей, и вообще программное управление «по времени» уступает любому способу управления «по состоянию».

2. Для того, чтобы пойти по пути управления «по состоянию», в работе используется гипотеза о соблюдении линейной зависимости между линейными отклонениями в продольном и боковом движении.

3. В случае несоблюдения принятой гипотезы происходит изменение областей использования линейных регуляторов по принципу «коромысла» - в одном канале эта область сокращается (повышается быстродействие канала), в другом увеличивается (процессы стабилизации замедляются).

4. На основании предложенного подхода сформирована структура двухканальной системы координированного управления, содержащая три логических анализатора – два из них оценивают знаки отклонений по положению и скорости, а третий с помощью вычисляемой функции риска меняет скачком размеры областей применения линейных регуляторов.

В целом этот способ резко повышает терминальную точность причаливания.

ГЛАВА IV. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ НА ЭВМ ПРЕДЛОЖЕННОЙ СИСТЕМЫ КООРДИНИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ ТЯГОЙ ДВИГАТЕЛЯ И РУЛЕМ СУДНА

4.1. Учёт при моделировании на ЭВМ реальных ограничений двигателя и рулевого привода судна

Маневренные возможности судна определяются прежде всего характеристиками двигателя гребного винта и рулевого привода. Регулирование скорости продольного движения, или располагаемое ускорение как при разгоне, так и торможении, зависит также от допустимых перегрузок, которые могут выдержать пассажиры без заметного ущерба.

В данной работе при моделировании было принято, что удельная тяга двигателя такова, что она способна обеспечить максимальное ускорение при торможении судна не более $0.06g$, т. е. $0.6 м / сек^2$. Эти перегрузки эквиваленты действию на пассажиров в метро при торможении электропоезда, что является приемлемым ограничением.

Рулевой привод имеет два ограничения – по положению и по скорости. На рис.4.1 представлена структурная схема нелинейного рулевого привода, которая была использована при моделировании на ЭВМ процессов причаливания.

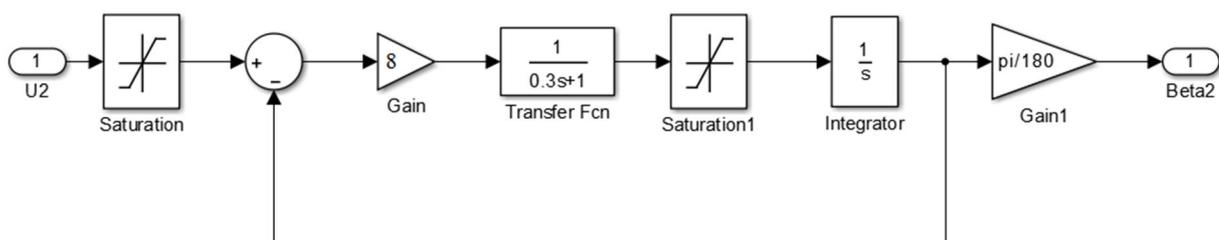


Рис.4.1. Структурная схема нелинейного рулевого привода

Как видно из рисунка, рулевой привод имеет жесткую обратную связь. Ограничение руля было принято равными $\delta_p = \pm 30^\circ$, ограничение по скорости $\omega_p = 8 град / сек$. При этом наиболее существенным являлось ограничение привода по угловой скорости.

4.2. Сравнительная оценка эффективности предложенного подхода с учетом координации работы каналов управления и без неё при действии внешних возмущений

Прежде всего необходимо остановиться на наиболее характерном типе внешних гидродинамических и аэродинамических возмущений, действующих на судно во время причаливания. При описании процесса продольного движения было принято, что на судно действует две составляющих – постоянное течение реки (если оно есть), причем судно всегда заходит к пристани против течения, и волновое колебание с заданной амплитудой и периодичностью. Исходя из этого, при моделировании внешнее возмущение w_1 продольного движения было принято равными:

$$w_1 = w_0 + A_1 \sin \frac{t}{\tau_0} \quad (4.1)$$

где $w_0 = -1 \text{ м / сек}$; $A_1 = -0.6 \text{ м}$, $\tau_0 = 1$ – амплитуда и период колебаний волны, соответствующие силе ветра 6 м / сек , что по шкале Бофорта в свою очередь соответствует погоде в $4 \div 5$ баллов.

Внешнее возмущение w_2 бокового движения была описано только как волновое колебание с той же периодичностью, что и в продольном движении:

$$w_2 = A_2 \sin \frac{t}{\tau_0} \quad (4.2)$$

где A_2 – амплитуда колебаний волны, примерно равная амплитуде A_1 .

С целью сравнения предложенного подхода с известным вначале было проведено моделирование системы с комплексированным регулятором, но без координации работы каналов продольного и бокового движения. На рис.4.2 показана траектория продольного движения, на рис.4.3 – траектория бокового движения.

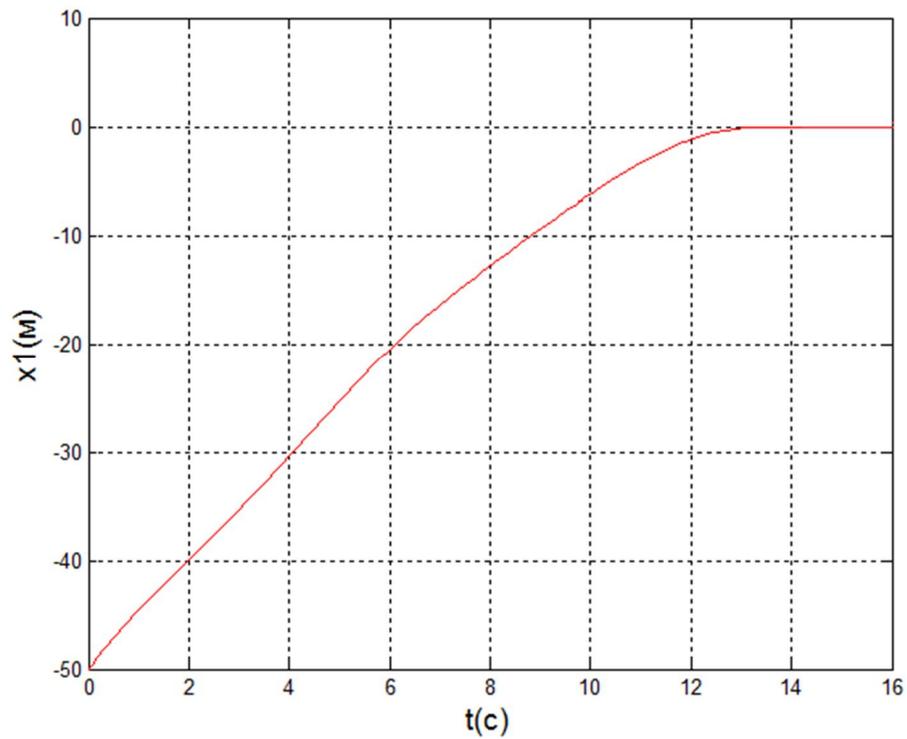


Рис.4.2. Траектория продольного движения

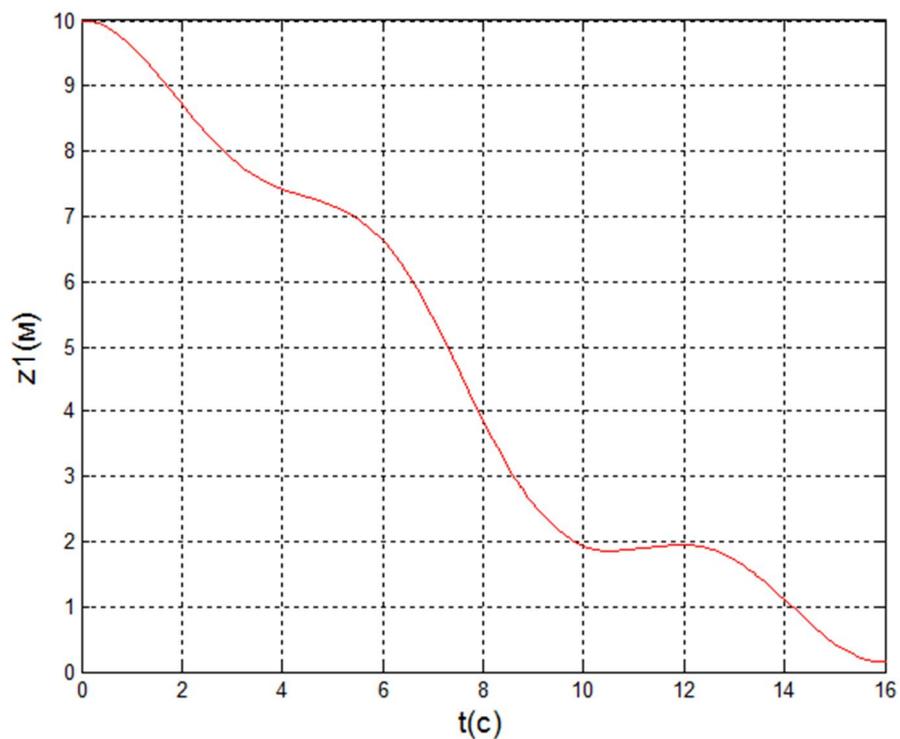


Рис.4.3. Траектория бокового движения

Их сопоставление показывает, что достижение нулевого значения координатами x_1 и z_1 происходит в разное время вследствие несогласованности. Этот факт виден на рис.4.4, в итоговом графике траектории

причаливания, когда возле пристани при $x_1 = 0$ координата z_1 «недоустранена», достигая двух метров, что является недостатком.

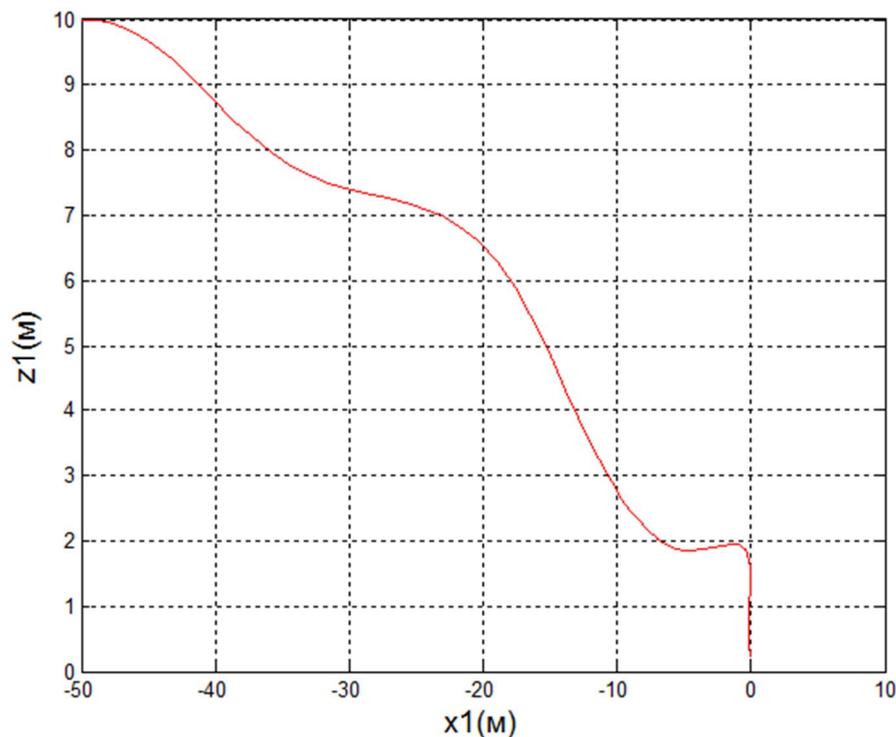


Рис.4.4. Траектория судна при причаливании

О низком качестве терминального управления свидетельствует также поведение курса судна, показанное на рис.4.5.

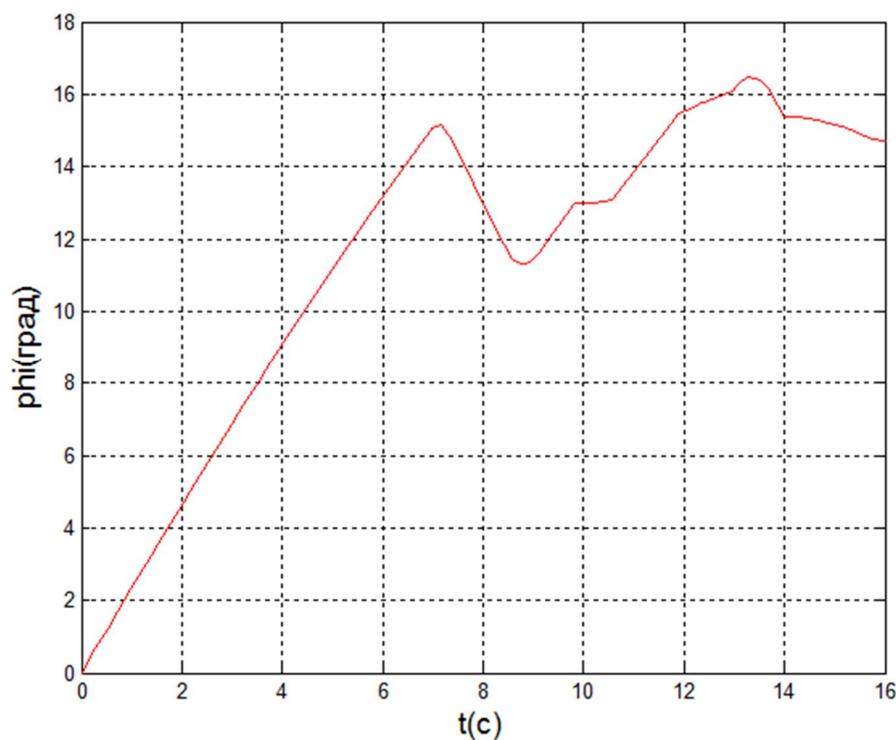


Рис.4.5. Изменение курса судна

Видно, что в момент привала в конце причаливания угол курса судна равен 14° , поэтому его необходимо дополнительно пришвартовывать вручную.

В итоге работа системы без координации, но с комплексированным управлением дала такие оценки: $\Delta x_1 = 0.50\text{ м}$; $\Delta z_1 = 0.32\text{ м}$, время причаливания $T_0 = 15\text{ с}$, дистанция причаливания $X_0 = -50\text{ м}$.

В завершение была промоделирована двухканальная система координированного управления причаливанием судна. На рис.4.6 и рис.4.7 представлены соответственно траектории продольного и бокового движения, а на рис.4.8 – итоговая траектория причаливания.

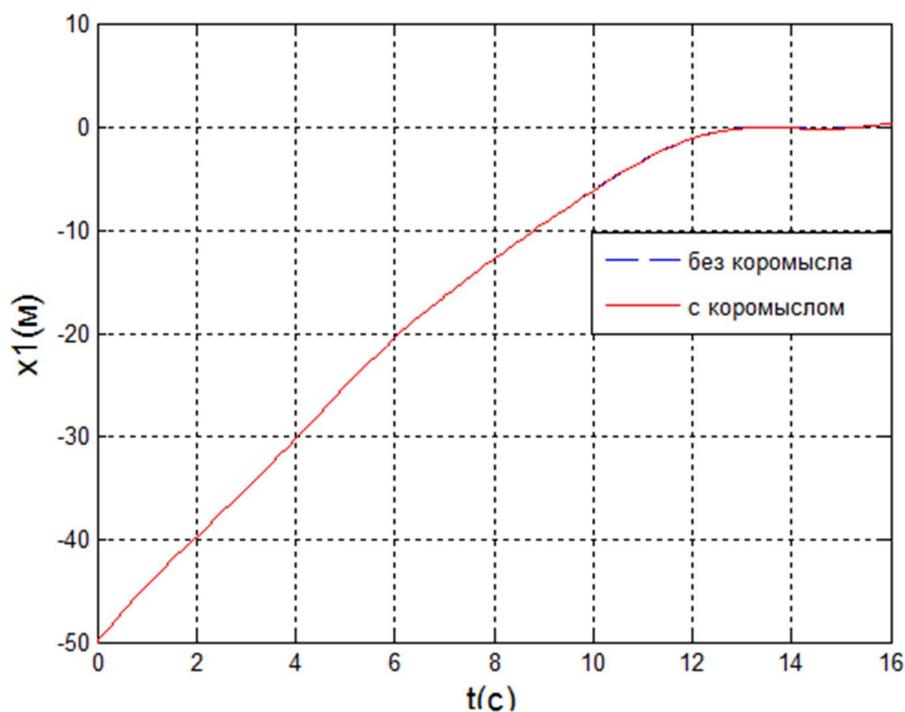


Рис.4.6. Траектория продольного движения

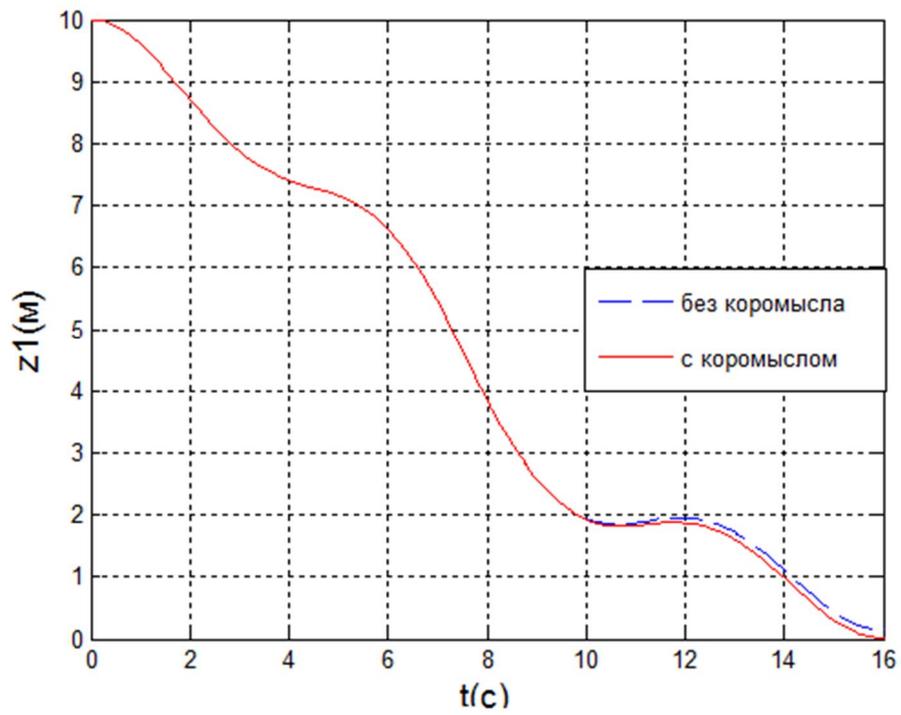


Рис.4.7. Траектория бокового движения

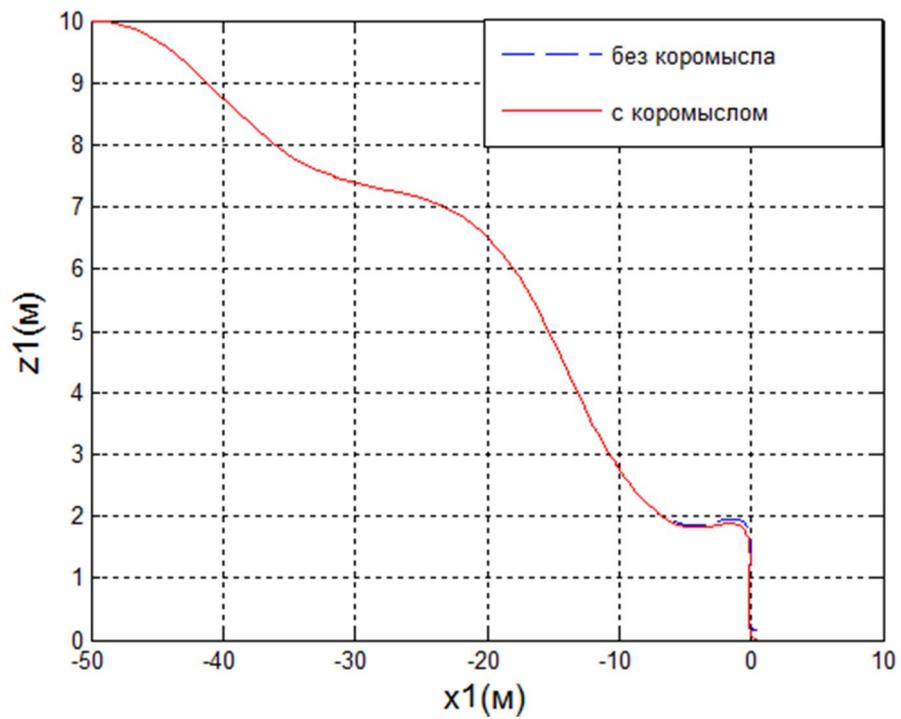


Рис.4.8. Траектория судна при причаливании

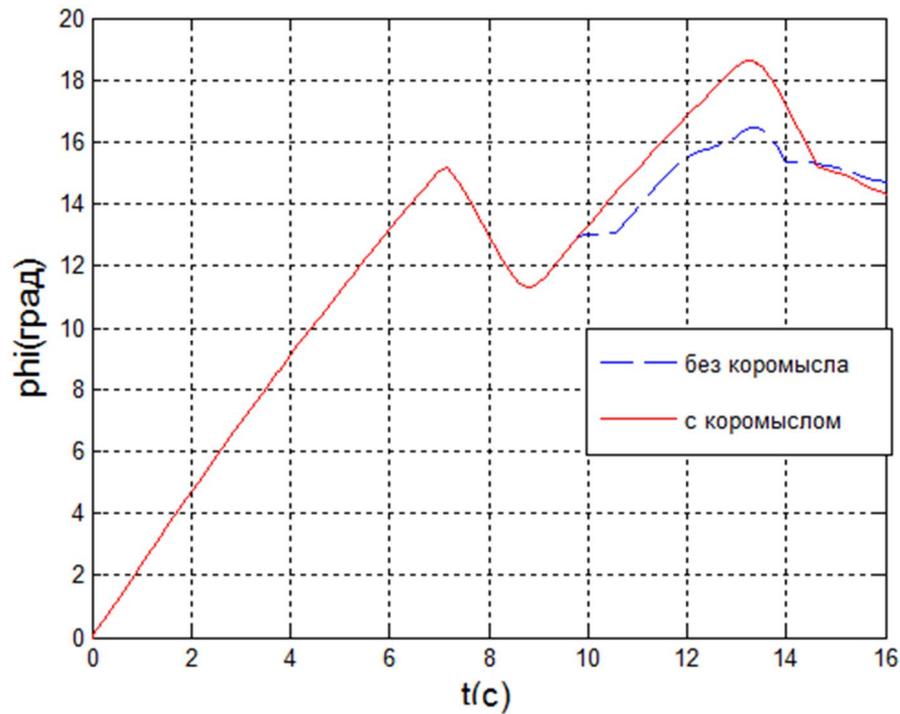


Рис.4.9. Изменение курса судна

Вследствие согласованности действий двух каналов оказалось, что итоговая максимальная терминальная ошибка причаливания снизилась в 2 раза: $\Delta x_1 = 0.20 м$; $\Delta z_1 = 0.15 м$. Также немного снизилось значение угла курса в момент привала.

На рис. 4.10 и 4.11 также показано поведение руля и тяги двигателя в процессе причаливания для случаев обычного и координированного управления.

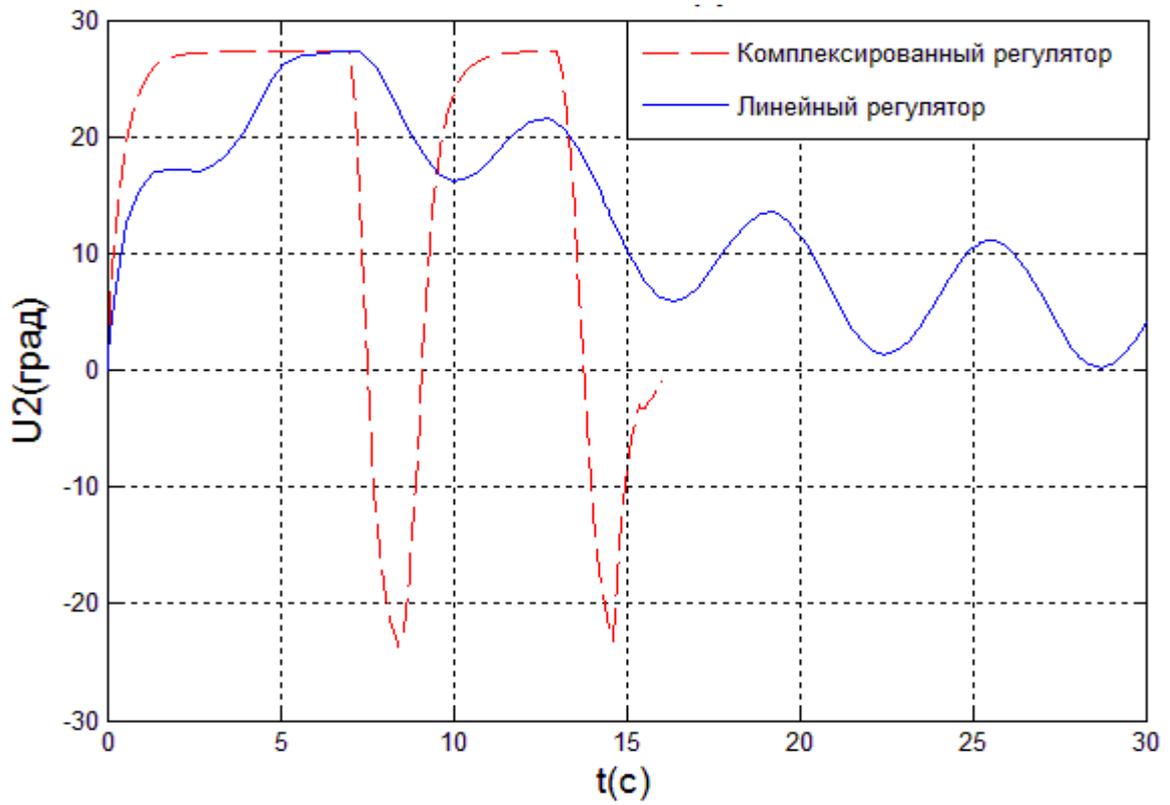


Рис. 4.10. Отклонение руля

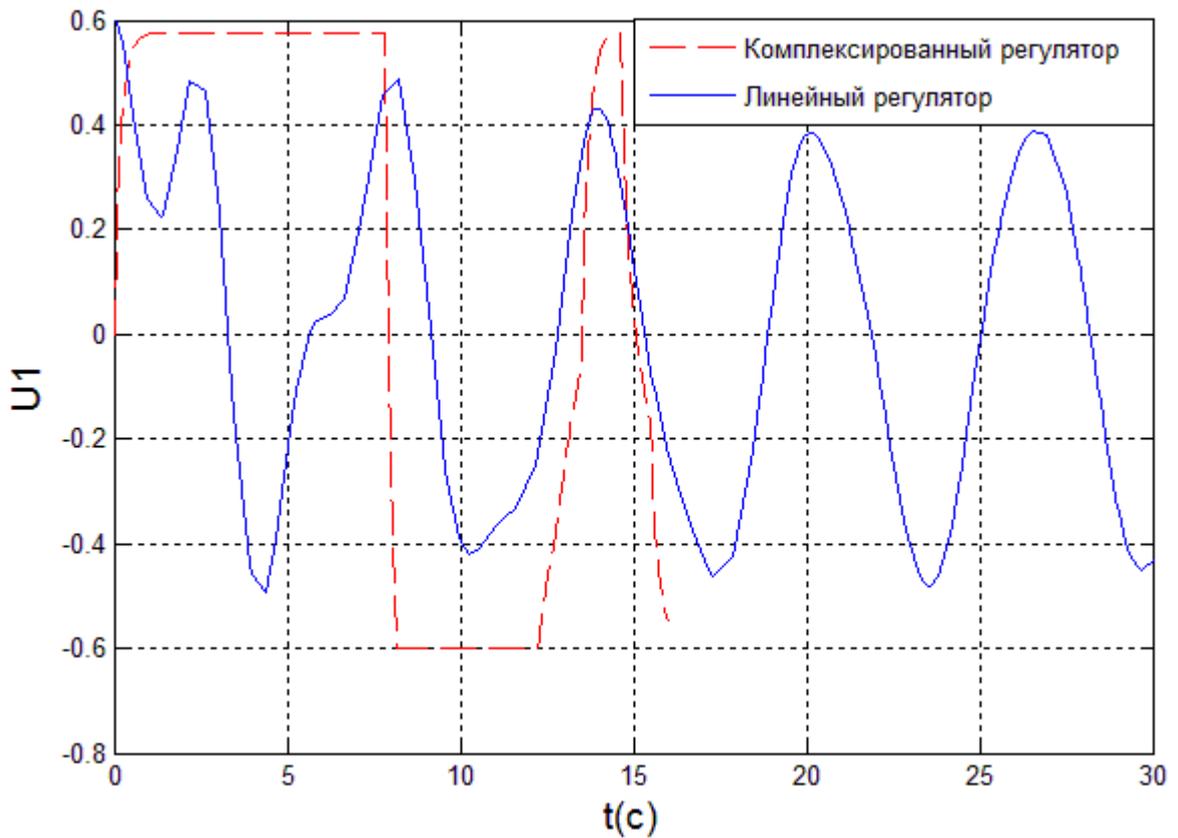


Рис. 4.11. Изменение тяги двигателя

В заключительной таблице IV.1 приведены итоговые результаты моделирования системы причаливания для различных случаев.

Таблица IV.1. Итоговые результаты моделирования системы причаливания

№	Ситуация	T (сек.)	$\Delta x(m)$	$\Delta z(m)$
1	Линейный регулятор без учета возмущений	30	0.5274	0.4759
2	Линейный регулятор с учетом возмущений $\left(w_1 = w_0 + A_1 \sin\left(\frac{t}{\tau_0}\right), w_2 = +A_1 \sin\left(\frac{t}{\tau_0}\right) \right)$	30	0.4246	0.4133
3	Линейный регулятор с учетом возмущений $\left(w_1 = w_0 + A_1 \sin\left(\frac{t}{\tau_0}\right), w_2 = -A_1 \sin\left(\frac{t}{\tau_0}\right) \right)$	30	0.5324	0.3262
4	Линейный регулятор с учетом возмущений $\left(w_1 = w_0 - A_1 \sin\left(\frac{t}{\tau_0}\right), w_2 = +A_1 \sin\left(\frac{t}{\tau_0}\right) \right)$	30	0.8437	0.8135
5	Линейный регулятор с учетом возмущений $\left(w_1 = w_0 - A_1 \sin\left(\frac{t}{\tau_0}\right), w_2 = -A_1 \sin\left(\frac{t}{\tau_0}\right) \right)$	30	0.8413	0.4529
6	Комплексированный регулятор без учета возмущений	15	0.4003	0.1520
7	Комплексированный регулятор с учетом возмущений без координации работы каналов $\left(w_1 = w_0 + A_1 \sin\left(\frac{t}{\tau_0}\right), w_2 = +A_1 \sin\left(\frac{t}{\tau_0}\right) \right)$	15	0.5030	0.3240
8	Комплексированный регулятор с учетом возмущений без координации работы каналов $\left(w_1 = w_0 + A_1 \sin\left(\frac{t}{\tau_0}\right), w_2 = -A_1 \sin\left(\frac{t}{\tau_0}\right) \right)$	15	0.4510	1.2975
9	Комплексированный регулятор с учетом возмущений без координации работы каналов $\left(w_1 = w_0 - A_1 \sin\left(\frac{t}{\tau_0}\right), w_2 = +A_1 \sin\left(\frac{t}{\tau_0}\right) \right)$	15	0.2446	0.8473
10	Комплексированный регулятор с учетом возмущений без координации работы каналов $\left(w_1 = w_0 - A_1 \sin\left(\frac{t}{\tau_0}\right), w_2 = -A_1 \sin\left(\frac{t}{\tau_0}\right) \right)$	15	0.1685	1.8602
11	Комплексированный регулятор с учетом возмущений с координацией работы каналов $\left(w_1 = w_0 + A_1 \sin\left(\frac{t}{\tau_0}\right), w_2 = +A_1 \sin\left(\frac{t}{\tau_0}\right) \right)$	15	0.2020	0.1540
12	Комплексированный регулятор с учетом возмущений с координацией работы каналов $\left(w_1 = w_0 + A_1 \sin\left(\frac{t}{\tau_0}\right), w_2 = -A_1 \sin\left(\frac{t}{\tau_0}\right) \right)$	15	0.2510	0.6750
13	Комплексированный регулятор с учетом возмущений с координацией работы каналов $\left(w_1 = w_0 - A_1 \sin\left(\frac{t}{\tau_0}\right), w_2 = +A_1 \sin\left(\frac{t}{\tau_0}\right) \right)$	15	0.2046	0.5473
14	Комплексированный регулятор с учетом возмущений с координацией работы каналов $\left(w_1 = w_0 - A_1 \sin\left(\frac{t}{\tau_0}\right), w_2 = -A_1 \sin\left(\frac{t}{\tau_0}\right) \right)$	15	0.1085	0.8602

4.3. Анализ возможности применения предложенного подхода в задаче причаливания дирижабля

Среди задач терминального управления подвижными объектами особое место представляют процессы достижения заданной точки с конечной нулевой относительной скоростью сближения. К ним относятся процессы причаливания воздушных судов, в частности дирижаблей.

Для одновременного сведения к нулю координат объекта относительно заданной точки в трехмерном пространстве важно согласовывать управление движением в каждом канале системы управления. При ручном управлении причаливанием воздушного судна возникает ряд ошибок в регулировании, возникающих в силу несогласованности действий по управлению тягой двигателя и рулем. Особенно часто это происходит при стремлении осуществить причаливание как можно быстрее, в том числе на примере причаливания дирижабля.

Поэтому целесообразна попытка синтезировать систему автоматического управления причаливанием, которая по быстродействию и точности должна превосходить возможности ручного управления.

Можно убедиться, что предложенный подход полностью пригоден при автоматическом управлении причаливанием дирижабля к мачте – также необходимо начать сближение, двигаясь против ветра, и также нужно чередовать релейное и линейное управление, координируя работу каналов бокового и продольного движения.

Полученное техническое решение применимо для управления как дирижаблями, так и другими крупнотоннажными воздушными или речными судами, для которых важно сократить время приближения к заданной терминальной точке.

4.4. Выводы по главе IV

На основании поведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. Проведенное моделирование на ЭВМ процессов причаливания судна показало, что даже при отсутствии внешних возмущений комплексированное управление обеспечивает при сохранении той же точности существенное снижение времени причаливания (почти в 2 раза) и дистанции (примерно на 30%), что позволяет повысить скорость грузопассажирских перевозок.

2. При моделировании было учтено действие внешних возмущений – при продольном движении учитывались постоянная скорость течения реки и периодическое волнение, при боковом движении – только периодическое волнение, которое соответствует погодным условиям при ветре в 4÷5 баллов. В этих условиях анализ эффекта координации управления в двух каналах показал, что терминальная точность в конце причаливания повысилась в 2 раза при линейных отклонениях не более 0.2м и отклонениях по скорости не более 0.2м/сек.

3. Показана принципиальная возможность использования предложенного подхода в задаче причаливания дирижабля. В этом случае в отличие от ограничивающего берега при боковом движении судна, область комплексирования релейного и линейного управления и координация их действия имеет расширенные возможности и обеспечивает существенный положительный эффект.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании проведенных исследований получены следующие научные результаты:

1. Предложен алгоритм комплексированного управления в каждом из каналов бокового и продольного движения, учитывающий знаки отклонений по положению и скорости. Если эти знаки не совпадают, то действует линейный регулятор, в противном случае – релейный регулятор при отработке больших рассогласований, что резко повышает быстродействие системы.

2. Найден способ балансировки работы каналов бокового и продольного движения судна путем уменьшения области использования линейного регулятора в одном канале (если он отстает) при одновременном её увеличении в другом.

При этом сигнал тревоги для последующей координации управления формируется с помощью функции риска, вычисленной в виде правой части уравнения Беллмана.

3. Основным научным результатом является структура двухканальной системы автоматического причаливания, содержащей два линейных и два релейных регулятора и выполняющей операции переключения регуляторов в каждом канале и координацию управления боковым и продольным движением судна.

4. Моделирование на ЭВМ процессов автоматического причаливания показало, что предложенный подход позволяет сократить время причаливания и терминальные ошибки в условиях меняющихся внешних возмущений более, чем в 2 раза. Реализация этого подхода возможна при наличии на борту судна спутниковой навигационной системы.

5. Полученные результаты использованы при проведении учебного процесса на кафедре 301 МАИ по дисциплине «Современные методы теории управления» в рамках магистерской подготовки по направлению «Управление и информационные технологии в технических системах».

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю.С. Гришанин, Г.Н. Лебедев, А.В. Липатов, Г.А. Степаньянц Теория оптимальных систем. – изд-во МАИ 1999. -320 с.: ил.
2. Беллман Р. Динамическое программирование. – Издательство иностранной литературы. 1960.- 161 с.
3. Лебедев Г.Н. Интеллектуальные системы управления и их обучение с помощью методов оптимизации. - М.: МАИ, 2002.
4. Лебедев Г.Н. Методы принятия оперативных решений в задачах управления и контроля. - М.: Изд. МАИ, 1992. - 120 с.
5. Гасс С. Линейное программирование. – М.: Физматгиз, 1961. – 303 с.
6. Дегтярев Ю.И. Методы оптимизации: Учеб. Пособие для вузов – М.: Сов. Радио, 1980.- 272 с.,ил.
7. Баскин А.С. Москвин Г.И., Береговые системы управления движением судов.- М.: Транспорт, 1986.- 159 с.
8. Лебедев Г.Н. Чан Ван Туен, «Система управления безопасным движением транспортных средств при их сближении».- Известия Тульского Государственного Университета, ТулГУ, 2011, стр.14-19.
9. Лебедев Г.Н., Чан Ван Туен, Ву Суан Хьюнг, «Контроль и управление безопасным движением транспорта при встречном движении». - Мехатроника, автоматизация, управление , №8, 2011, стр. 56-61.
10. Лебедев Г.Н, Ву Суан Хьюнг «Задача синтеза алгоритма максимального по быстродействию автоматического причаливания речного судна в заданной точке». Электронный журнал «Труды МАИ». Выпуск № 63, февраля 2013 года.
11. Лебедев Г.Н, Ву Суан Хьюнг, Горбачев Ю.В. «Комплексированное управление воздушных и речных судов с помощью линейного и релейного регулирования с целью достижения максимального быстродействия их причаливания в заданной терминальной точке». Авиакосмическое приборостроение, №2, февраля 2014 года, стр. 44-51.
12. Лебедев Г.Н, Ву Суан Хьюнг «Логика комплексированного терминального управления летательным аппаратом с помощью линейного и

релейного регуляторов». Электронный журнал «Труды МАИ». Выпуск № 70, ноября 2013 года.

13. Лебедев Г.Н, Ву Суан Хыонг, Ву Суан Дык «Интегрированное управление тягой двигателя и рулем воздушного судна при его автоматическом причаливании». Электронный журнал «Труды МАИ». Выпуск № 72, января 2014 года.

14. Ву Суан Хыонг, Зайцев А.В., Зо Мин Тайк, Тин Пхон Чжо «Автоматический контроль безопасности сближения двух управляемых воздушных судов при пересечении их маршрутов». Научный вестник МГТУ ГА, Выпуск № 198, декабря 2013 года, стр. 51-59.

15. Белова Е.С., Войнич Г.В., Новиков А.Н. Оптимальное управление (Сборник задач по курсу «Теория оптимальных систем управления»): Учебное пособие – М.: МАИ, 1993. – 40 с.: ил.

16. Комаров В.М., Заличев Н.Н. Системы обеспечения безопасности судовождения. – Л.: Судостроение, 1987. -176 с.,ил.

17. Коноплянко В.И., Рыжков С.В., Воробьев Ю.В. Основы управления автомобилем и безопасности движения. – М.: ДОСААФ, 1989, -224 с.: ил.

18. Бервелл Ф.Т. Автоматика и управление на транспорте: пер. с англ.- 2-е изд., испр,- М: Транспорт, 1990, 367 с.

19. Севрюгин Э.В. Анализ функционально-следающей системы автоматического управления поезда- Автореферат. – М. 1973

20. Зурабов Ю.Г., Черняев Р.Н., Якшевич Е.В., Явовенко В.Я. Судовые средства автоматизации предупреждения столкновений судов. – М. 1985

21. Вагущенко Л.Л., Цымбал Н.Н. Системы автоматического управления движением судна. – Одесса ЛАТСТАР . 2002

22. Авен О.И. Методы и модели управления морским транспортом. – М. 1986

23. Бакаев А.А. Применение информационных систем на транспорте. – М. 1992

24. Вагущенко Л.Л. , Стафеев А.М. Судовые автоматизированные системы. Основы теории автоматического регулирования и управления. Учеб. пособие для вузов. - М., «Высшая школа», 1977. - 519 с.
25. Атманов С.А. Линейное программирование. — М.: Наука, Физматгиз, 1981.
26. Кузин Л.Т. Основы кибернетики.— Т. 1 и 2. — М.; Энергия, 1973.
27. Ким Д. П. Теория автоматического управления. Т. 1. Линейные системы. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 288 с.
28. Ким Д. П. Теория автоматического управления. Т. 2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы: Учеб. пособие. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 464 с.
29. А.В. Аттетков, С.В. Галкин, В.С. Зарубин. Методы оптимизации: Учеб. для вузов. - 2-е изд., стереотип. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. - 440 с.
30. Венцель Е.С. Теория вероятностей. Издательство «Наука», 1969.
31. Фельдбаум А.А. Основы теории оптимальных автоматических систем. - М.: Наука, 1966.
32. Автоматизированные обучающие системы профессиональной подготовки операторов летательных аппаратов // Л.С.Дамин, Ю. Г. Жуковский, А.П.Семенов и др.; Под ред. Б.Е.Шукшунова. - М.: Машиностроение, 1986.- 240 с.
33. Артемов А.Г., Анисимов Д.Н. Профессиональный психологический отбор специалистов по эксплуатации сложных технических систем // Материалы 29 Всероссийской НТК 2010, Серпухов, 2010.- С. 38-40.
34. Чаки Ф. Современная теория управления. Нелинейные, оптимальные адаптивные системы.- М.: Мир. 1975.
35. Чураков Е.П. Оптимальные и адаптивные системы.- Энегоатомиздат, 1987.

36. Александров А.Г. Оптимальные и адаптивные системы: Учеб. Пособие для вузов по спец. «Автоматика и упр. в техн. системах».- М: Высш.шк., 1989. – 263 с.: ил.
37. Калитин Б.С. Качественная теория устойчивости движения динамических систем. – Ми.: БГУ, 2002.- 198 с.
38. Ларин Р.М., Плясунов А.В., Пяткин А.В. Методы оптимизации. Примеры и задачи: Учеб. пособие. – Новосиб. Ун-т Новосибирск
39. Иванов В.А., Фалдин Н.В. Теория оптимальных систем автоматического управления. – М.: Наука , 1981, 336 с.
40. Ацеров Ю.С., Зурабов Ю.Г. Развитие технических средств судовождения и связи.- М.: Знание, 1979, 64 с.
41. Баскин А.С. Проблема организации движения судов в морских портах и пути ее решение.- Судовождение и связь: Экспресс- информ. ЦБНТИ ММФ, 1970, № 3(29), с. 29-39.
42. Баскин А.С., Москвин Г.И. Некоторые вопросы создания систем управления движения судов. Методическое пособие для проектантов СУДС.Л.: ГП ММФ, 1979, 139 с.
43. Гуженко Т.Б. Морской транспорт СССР в период развитого социализма. – М.: Транспорт, 1981. 104 с.
44. Зурабов Ю.Г., Москвин Г.И., Богданов В.А. Новые технические средства судовождения. - Судовождение и связь: Экспресс- информ. ЦБНТИ ММФ, 1970, № 3(29), с. 1-12.
45. Венцель Е.С. Исследование операций.М.,«Советское радио»Москва,1972
46. Зуховицкий С.И, Авдеева Л.И. Линейное выпуклое программирование. Изд-во « Наука» 1964.
47. Карпелевич Ф.И., Садовский Л. Е Элементы линейной алгебры и линейного программирования. Изд-во « Наука» 1967.
48. Юдин Д Б., Гольштейн Е.Г Линейное программирование. Физматгиз.1963.

49. И.М Соболь , Р. Б Статников « Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями »2-е изд-во перераб и доп- М: Дрофа , 2006-175.
50. Винер Н. Кибернетика.- М.: Сов. Радио, 1968.
51. Болтянский В.Г, Математик и оптимальное управление.- М.:Знание 1968.
52. Корщун Ю. М. Математические основы кибернетики: Учеб. Пособие для вузов.- М: Энергия, 1980.
53. Конци Г. П., Крелле В. Нелинейное программирование - М. : Сов. радио, 1965.
54. Войткунский Я.И., Справочник по теории корабля. Т.3. Управляемость водоизмещающих судов. Гидродинамика судов с динамическими принципами поддержания. - Л.: Изд-во «Судостроение», 1985. – 270 с.
55. Лукомский Ю.А., Чугунов В.С. Системы управления морскими подвижными объектами. - Л.: Изд-во «Судостроение», 1988. – 318 с.
56. Баженов С.В. Определение формы волновой поверхности при установившейся циркуляции СВП. – В сб.: Вопросы судостроения. Сер. «Проектирование судов», 1979, вып. 20, с. 11-23.
57. Шарлай Г.Н. Управление и маневрирование судном- В.: Изд-во «Морской государственный университет им. адмирала Г. И. Невельского», 2011. – 543 с.
58. Gribbens A.H., Giles L.J. The Inverness – Wick radio scheme. Raylways in the Electronic Age.I.E.E. Conference Publication No.203, P.11 (1981).
59. Allsop R.E. Effects of errors in lost times on the delay to traffic at an isolated road junction controlled by signals. Transport Pesearch, vol.7,p.145, Pergamon Press, 1973.
60. Rach L.S. The Development and Evaluation of Metropolitan Torontos’real-time programme for computerized traffic control devices. Proc. IFAC/IFIP/IFORS. Third International Symposium on Control in Transportation Symtems, p.349 (1976).
61. Boura J., Savage M.J., Allinson J.S., Willison W.E. The role of computers in train regulation. Proc. 1er Symposium Int. sur la Regulation du Trafic, Versailles, p.59. Preprint no.4, 1970.

62. Short R.C. The impact of micro-electronics on railway signaling. I.E.E. Conference Publication No.203. Railways in the Electronic Age, п. 6 (1981).
63. Cribbens A.H., Furniss M.J., Ryland H.A. The solid state inter-locking project. Ibid., p.1 (1981).