

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

*На правах рукописи*



**Орехов Александр Александрович**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ  
ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПРОЦЕССЕ ИЗГОТОВЛЕНИЯ  
ДЕТАЛЕЙ МЕТОДОМ СЕЛЕКТИВНОГО ЛАЗЕРНОГО ПЛАВЛЕНИЯ**

Специальность

01.02.06 – «Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры»

Диссертация на соискание ученой степени

кандидата технических наук

**Научный руководитель:**

д.ф.-м.н., профессор

Рабинский Лев Наумович

Москва – 2021

## Оглавление

ВВЕДЕНИЕ .....	3
1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ АДДИТИВНОГО ПРОИЗВОДСТВА.....	9
1.1. Методы 3D печати.....	9
1.2. Оборудование для 3D печати металлом.....	19
1.3. Материалы, используемые в металлическом аддитивном производстве ...	22
1.4. Моделирование процессов 3D печати.....	25
2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОБРАЗЦОВ, ПОЛУЧЕННЫХ МЕТОДАМИ 3D ПЕЧАТИ.....	31
2.1. Описание экспериментальных установок и методик испытаний.....	34
2.2. Определение коэффициента линейного температурного расширения .....	36
2.3. Испытания на растяжение образцов из AlSi <sub>10</sub> Mg.....	38
2.4. Испытания на сжатие образцов из AlSi <sub>10</sub> Mg.....	41
2.5. Испытания на изгиб образцов из AlSi <sub>10</sub> Mg.....	43
3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕРМОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ В ПРОЦЕССЕ ТРЕХМЕРНОЙ ПЕЧАТИ .....	46
3.1. Решение вспомогательной задачи о нагреве полупространства подвижным источником лазерного излучения с учётом теплоотдачи на поверхности.....	55
3.1.1. Функция влияния поверхностного источника тепла.....	57
3.1.2. Разрешающее интегральное соотношение.....	59
3.1.3. Прямолинейное движение лазера по поверхности.....	63
3.1.4. Движение лазера по поверхности полупространства с использованием реальной стратегии сканирования .....	65
3.1.5. Расчёт напряжённо-деформированного состояния, индуцированного подвижным источником лазерного излучения.....	67
3.2. Численное моделирование термонапряженного состояния растущих тел .....	80
3.3. Термонапряженное состояние в монослое в процессе 3D печати.....	100
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	113
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ .....	116

## ВВЕДЕНИЕ

Аддитивные технологии (трёхмерная печать) является быстроразвивающимся направлением производства изделий различной геометрии. Разнообразие оборудования, методов и материалов позволяет внедрять аддитивное производство во многих отраслях промышленности таких как медицина, строительство, автомобилестроение, приборостроение, а также в авиационной и ракетно-космической области.

Рассматриваемый в настоящей работе метод послойного лазерного плавления металлопорошковой композиции является одним из перспективных способов трехмерной печати металлических изделий, позволяющий изготавливать не только прототипы и модели изделий, но также и готовые функциональные изделия.

Методы аддитивного производства представляют собой альтернативу существующим традиционным методам изготовления деталей. В отличие от субтрактивных методов производства изделий, где от заготовки отсекается все лишнее, методы трехмерной печати «выращивают» деталь из порошковой композиции, частицы которой послойно синтезируются между собой в каждом слое, а слои между собой. Применение аддитивных технологий позволяет получать изделия с внутренними полостями любой формы (прямоугольные, спиралевидные, сетчатые), например каналы охлаждения для теплообменников, литейные оснастки для создания корпусов новых двигателей, детали с сетчатой структурой.

Однако применение источника тепла с высокой энергией к относительно холодной поверхности материала создает большие тепловые градиенты. Эти различия в температуре приводят к тепловому расширению. Кроме того, разница в тепловых градиентах создает исключительные напряжения в детали во время изготовления. Эти напряжения часто превышают предел текучести материала, что приводит к образованию пластических деформаций. Поэтому детали, изготовленные методом аддитивного производства, часто деформируются сверх

заданных допусков. Для моделирования процессов АП необходимо уметь предсказывать и путем итерационного моделирования смягчать нежелательные уровни искажений и остаточных напряжений. Остаточные напряжения могут быть уменьшены путем термической обработки после печати. Однако после того, как деталь чрезмерно деформируется, нет никаких ресурсов для приведения ее в пригодную для использования форму. Такие искривления также сопряжены с опасностью растрескивания, что приводит к разрушению материала.

На физико-механические характеристики «выращенных» изделий влияют технологические параметры процесса печати: мощность и продолжительность импульса лазера, толщина слоя, инертная среда, стратегия и скорость сканирования и пр.

Актуальность диссертационной работы определяется необходимостью достоверной оценки физических свойств и механических характеристик изделий, получаемых методами трехмерной печати, в частности методом послойного лазерного плавления металлопорошковых композиций при различных параметрах процесса.

Целью работы является разработка аналитического и численных методов расчета определения технологических температурных напряжений деталей, в процессе выборочного лазерного плавления металлопорошковой композиции.

Объектом исследований настоящей диссертации являются растущие тела – изделия, полученные методами трехмерной печати по технологии выборочного лазерного плавления металлопорошковой композиции.

Предметом и задачей исследования являются технологические температурные напряжения в элементах конструкций в процессе трехмерной печати методом выборочного лазерного плавления металлопорошковой композиции на основе алюминиевого сплава  $AlSi_{10}Mg$ .

### Методы исследования

Для решения задачи о термонапряженном состоянии растущего тела были использованы аналитические и численные методы механики деформируемого твердого тела, теории упругости, теории дифференциальных уравнений. Аналитические методы решения были построены, а их результаты получены с использованием системы компьютерной алгебры в программном пакете Maple. При численном моделировании задачи с использованием метода конечных элементов использовались программные комплексы Ansys и COMSOL Multiphysics. Для определения физико-механических характеристик, были разработаны экспериментальные методы их исследования в испытаниях на растяжение, сжатие и трехточечный изгиб, а также для проведения температурных испытаний для определения коэффициентов температурного расширения. Экспериментальные исследования были проведены с использованием универсальной электрической установки Instron 5969 с программным обеспечением Bluehill 3.

Научная новизна работы определяется следующими полученными результатами:

- Получено аналитическое решение задачи о нестационарном нагреве полупространства подвижным источником лазерного излучения, для определения возникающих технологических температурных напряжений;
- Предложен численно-аналитический метод определения технологических температурных напряжений в упругом полупространстве, при воздействии на его поверхность подвижного источника тепла;
- Получены новые результаты теплофизических экспериментальных исследований образцов из металлопорошковой композиции  $AlSi_{10}Mg$ , синтезированных на установке трехмерной печати методом селективного лазерного плавления металлопорошковой композиции при различных инертных средах и направлениях печати, а также результаты механических

испытаний в испытаниях на растяжение, сжатие и трехточечный изгиб. Определены коэффициенты линейного температурного расширения.

- Разработана и реализована в пакете Ansys адекватная конечно-элементная модель послойного селективного лазерного спекания металлопорошковой композиции, позволяющая определять термонапряженное состояние элементов конструкций с учетом анизотропных свойств материала;
- Впервые предложен и реализован в конечно-элементном программном комплексе COMSOL Multiphysics метод численного моделирования технологических температурных напряжений, возникающих в монослое в процессе селективного лазерного плавления металлопорошковой композиции AlSi<sub>10</sub>Mg с учетом реальных параметров трехмерной печати.

Практическая ценность работы заключается в создании численно-аналитической модели для решения задачи о нестационарном нагреве полупространства движущимся высокоинтенсивным источником лазерного излучения с учетом технологических параметров установки 3D печати, включающих в себя точную траекторию движения лазерного пятна. Разработана методика проведения численных расчетов для определения технологических температурных напряжений, возникающих в результате воздействия лазерного излучения на материал в процессе трехмерной печати методом селективного лазерного плавления металлопорошковых композиций.

Достоверность научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертационной работе, обосновывается использованием строгих и апробированных подходов механики деформируемого твердого тела, математического описания физических процессов с использованием известных моделей термоупругости, корреляцией результатов аналитического и численного моделирования, а также результатами экспериментальных исследований,

выполненных с использованием известного оборудования и с соблюдением стандартов проведения испытаний.

### Апробация работы

Результаты диссертационного исследования докладывались и обсуждались на конференциях:

- Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред Материалы XXIV международного симпозиума имени А.Г. Горшкова. 2018, 2019, 2021 гг.
- Международный научный семинар "Динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при воздействии полей различной физической природы" Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет). 2018.
- Международная научно-практическая конференция «Актуальные вопросы и перспективы развития транспортного и строительного комплексов», посвященная 65-летию БИИЖТа – БелГУТа. 2018.
- Международная научно-практическая конференция «Проблемы безопасности на транспорте». 2019, 2020 гг.
- ICCMSE 2021, 17th International Conference of Computational Methods in Sciences and Engineering. 2021 г.

### Публикации

По теме диссертационной работы опубликована 21 работа, в том числе 4 научные работы в журналах, индексируемых международной системой цитирования Scopus, 2 работы в изданиях, включенных в перечень рецензируемых научных изданий, рекомендованных ВАК РФ, 11 тезисов докладов на конференциях, в том числе международных, а также получены 4 свидетельства на программы для электронных вычислительных машин:

1. А.С. Курбатов, А.А. Орехов, Л.Н. Рабинский. Анализ задачи потери устойчивости тонкостенных конструкций, выполненных методом селективного лазерного спекания, при интенсивном нагреве. Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2018. – № 12. – С. 513-519.
2. С. И. Жаворонок, А. С. Курбатов, А. А. Орехов, Л. Н. Рабинский. Устойчивость панели термоупругой оболочки при действии подвижного точечного краевого источника тепла. СТИН. – 2019. – № 4. – С. 17-20.
3. Kurbatov, A.S., Orekhov, A.A., Rabinskiy, L.N. Solution of the problem of thermal stability of a thin-walled structure under non-stationary thermal action arising in the process of creating articles by the method of selective laser sintering (2018) Periodico Tche Quimica, 15 (Special Issue 1), pp. 441-447.
4. Zhavoronok, S.I., Kurbatov, A.S., Orekhov, A.A., Rabinskii, L.N. Stability of Panels of a Thermoelastic Shell Heated at the Edge by a Mobile Point Source (2019) Russian Engineering Research, 39 (9), pp. 793-796. DOI: 10.3103/S1068798X19090259
5. Babaytsev, A.V., Orekhov, A.A., Rabinskiy, L.N. Properties and microstructure of AlSi10Mg samples obtained by selective laser melting (2020) Nanoscience and Technology, 11 (3), pp. 213-222. DOI: 10.1615/NanoSciTechnolIntJ.2020034207
6. A. A. Orekhov, L. N. Rabinskiy, G. V. Fedotenkov, T. Z. Hein. Heating of a Half-Space by a Moving Thermal Laser Pulse Source. Lobachevskii Journal of Mathematics. 2021., Vol. 42., No 8., pp. 1912-1919., DOI 10.1134/S1995080221080229.



## **1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ АДДИТИВНОГО ПРОИЗВОДСТВА**

### **1.1. Методы 3D печати**

Аддитивное производство впервые появилось в конце 80-х годов двадцатого века. Первой в области трехмерной печати стала компания 3D Systems (США), разработав в 1986 г. первую коммерческую стереолитографическую машину Stereolithography Apparatus. Примерно до середины 90-х годов данная установка использовалась в основном в оборонной промышленности для проведения научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ. Первые установки для трехмерной печати были чрезмерно дорогими, а выбор технологий печати ограничивался двумя: стереолитографической (SLA) и порошковой (SLS), которая появилась немного позже [1].

Распространение и развитие цифровых технологий проектирования (CAD), моделирования и расчетов (CAE), механической обработки (CAM) дало стимул развитию аддитивных технологий, которые сейчас активно используются во многих областях промышленности.

Несмотря на то, что технология аддитивного производства имеет очень глубокие корни, терминология аддитивного производства появилась в документах относительно недавно. Данный вопрос впервые был рассмотрен в рамках деятельности организации ASTM International (American Society for Testing and Materials). Данная организация занимается разработкой и изданием технических стандартов для материалов, продуктов, систем и услуг. В 2012 году ASTM создала стандарт ASTM F2792-12a, в котором определяет аддитивные технологии как: «Процесс объединения материала с целью создания объекта из данных 3D-модели, как правило, слой за слоем, в отличие от «вычитающих» производственных технологий» [2]. Позднее, в 2015 году, ASTM совместно с Международной организацией по стандартизации (ISO), разработала международный стандарт ISO/ASTM 52900:2015, в котором аддитивные технологии

рассматривались не как теоретическая модель, а как элементы производственного процесса [3]. На его основе был впервые введен отечественный ГОСТ Р 57558-2017/ISO/ASTM 52900:2015, подготовленный Федеральным государственным унитарным предприятием «Всероссийский научно-исследовательский институт авиационных материалов» (ФГУП «ВИАМ»). Данный документ трактует аддитивное производство (аддитивный технологический процесс) как процесс изготовления деталей, основанный на создании физического объекта по электронной геометрической модели путем добавления материала, как правило, слой за слоем, в отличие от вычитающего (субтрактивного) производства и традиционного формообразующего производства. Под термином трехмерной печати (3D печати) принято понимать производство объектов путем послойного нанесения материала печатающей головкой, соплом или с использованием иной технологии печати [4].

В международном и Российском сообществе нет устоявшейся классификации аддитивных технологий. Чаще всего различные авторы разделяют их в зависимости от:

- применяемых материалов (жидкие, сыпучие, полимерные, металлопорошковые и др.);
- наличия или отсутствия лазера;
- методов подвода энергии для фиксации слоя построения (тепловое воздействие, облучение ультрафиолетовым или видимым светом, при помощи связующего состава и др.);
- методов формирования слоя.

Принципиальное отличие аддитивных технологий друг от друга заключается в способе формирования слоя. Всего этих способа два и общая схема представлена на рисунке 1.1. В первом случае материал подается на платформу построения из резервуара и разравнивается равномерно по всей платформе построения. Затем,

выборочно (селективно) порошок обрабатывается лазером или иным способом, соединяя частицы порошка между собой согласно сечению заданной геометрии. Такой метод формирования слоя называется *Bed Deposition*. Таким образом, предполагается, что сначала на поверхности платформы формируется слой, затем в этом слое выборочно отверждают материал. Положение плоскости построения остается неизменным. Неиспользованный материал, который не участвовал в формировании геометрии опускается вместе с платформой построения на каждом новом слое. Эта технология чаще всего описывается термином «селективное лазерное спекание» (*SLS – Selective Laser Sintering*). Во втором случае, материал подводится в то место, где в текущий момент подается энергия и идет процесс формирования детали. Этот способ формирования слоя называется *Direct Deposition* или прямое осаждение.

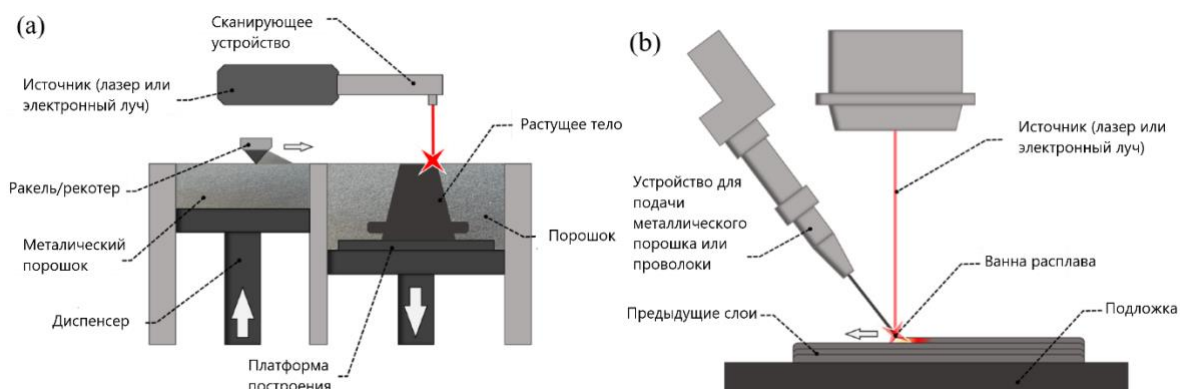


Рисунок 1.1. Способы формирования слоя.

а – по технологии *Bed Deposition*; б – по технологии *Direct Deposition*.

Кроме уже упомянутых *SLA*- и *SLS*-технологий, к первому методу формирования слоя так же относятся следующие известные технологии:

- *SLM – Selective Laser Melting* (компания *SLM Solutions*, Германия);
- *DMLS – Direct metal laser sintering* (*EOS*, Германия);
- *EBM – Electron Beam Melting* (*Arcam*, Швеция);
- *LaserCUSing* (*Concept Laser*, Германия);

- SPLS – Solid Phase Laser Sintering (Phenix Systems, Франция);
- Ink-Jet или Binder jetting (ExOne, 3D Systems, США).

Ко второму виду можно отнести следующие технологии:

- DMD – Direct Metal Deposition (компания POM, США);
- LENS – Laser Engineered Net Shape (Optomec, США);
- DM – Direct Manufacturing (Sciaky, США);
- MJS – Multiphase Jet Solidification (Fraunhofer IFAM, Германия);
- FDM, (США).

ASTM F2792 классифицирует аддитивные технологии, разделяя их на 7 категорий (таблица 1):

- Material extrusion – выдавливание материала;
- Material Jetting – разбрызгивание материала, струйные технологии;
- Binder jetting – разбрызгивание связующего;
- Sheet lamination – соединение листовых материалов;
- Vat photopolymerization – фотополимеризация в ванне;
- Powder bed fusion – расплавление материала в заранее сформированном слое;
- Directed energy deposition – прямой подвод энергии непосредственно в место построения.

Таблица 1. Классификация аддитивных технологий. Стандарт ASTM F2792

Категория	Технология	Исходный материал	Источник энергии
Material Extrusion	Fused Deposition Modeling (FDM)	Термопластики, керамические суспензии, металлические пасты	Термическая энергия
	Contour Crafting		
Material Jetting	Polyjet/Inkjet Printing	Фотополимеры, воск	Термическая энергия/ фотоотверждение
Binder Jetting	Indirect Inkjet Printing (Binder 3DP)	Полимерные порошки, керамические порошки, металлические порошки	Термическая энергия
Sheet Lamination	Laminated Object Manufacturing (LOM)	Металлические листы, полимерные пленки, керамические ленты	Лазерный луч
Vat Photopolymerization	Stereolithography (SLA)	Фотополимеры, керамики (оксиды Al, Zr, пьезокерамики)	Ультрафиолетовый лазер
Powder Bed Fusion	Selective Laser Sintering (SLS)	Полиамиды, полимеры	Лазерный луч
	Direct Metal Laser Sintering (DMLS)	Металлические и керамические порошки	
	Selective Laser Melting (SLM)		
	Electron Beam Melting (EBM)		Электронный луч
Directed Energy Deposition	Laser Engineered Net Shaping (LENS) Electron Beam Welding (EBW)	Металлические порошки и проволоки	Лазерный луч, электронный луч

К первой категории относится указанная выше технология MJS – способ многофазного отверждения струи. Принципиальная схема указана на рисунке 1.2. В место построения модели через подогреваемый экструдер выдавливается пастообразный строительный материал, представляющий из себя смесь металлического порошка и связующего – пластификатора. Построенную таким образом модель помещают в печь для удаления связующего и дальнейшего спекания [5].

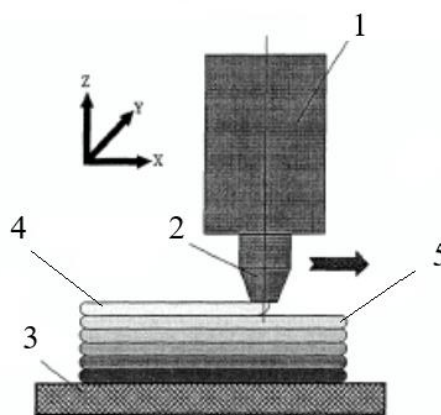


Рисунок 1.2. Схематичное изображение способа MJS.

- 1 – растапливающая камера; 2 – сменная система форсунки; 3 – платформа;  
4 – жидкий слой; 5 – предыдущий слой.

Материал в виде порошка в камере нагревается до температуры несколько выше температуры плавления и выливается через форсунку. Траектории и скорости движения камеры с форсункой задаются в программном обеспечении к установке. Вылитый на поверхность заготовки материал застывает в течение нескольких секунд. В начальный момент времени он отдает часть тепла в предыдущий слой, разогревая и растапливая его. Таким образом осуществляется неразъемное соединение слоев формируемой заготовки.

Управление температурой реализовано таким образом, чтобы расплавленный материал покрывал поверхность слоем необходимой толщины. Этот метод похож

на FDM технологию печати, однако его принципиальное различие заключается в состоянии исходного материала и способе подачи [6].

В качестве примера струйных технологий в аддитивном производстве можно привести технологию Polyjet, основанную на послойном отверждении жидкого фотополимерного материала. В технической литературе можно встретить альтернативное название этой технологии – Multi Jetting Material.

К третьей категории относится еще один вариант струйных технологий, который называется Ink-Jet технологии. Но, в отличие от Multi Jetting технологии, в зону построения впрыскивается связующий реагент, а не сам материал. Примером такой технологии является ExOne. Она используется для быстрого изготовления песчаных форм сложной геометрии. Широко применяется в автомобильной промышленности для быстрой отливки различных деталей.

Четвертая категория предполагает использование листового материала, полимерных пленок, металлической фольги, листов бумаги и др. Например, технология UAM (Ultrasonic Additive Manufacturing), использующая ультразвук для сваривания металлических пластин. Затем, фрезерованием убирают лишний металл. UAM представляет собой смесь аддитивной и «вычитающей» технологий, так как для получения конечного изделия требуется удалить лишний материал.

В пятую категорию входят технологии, предполагающие использование жидких материалов для создания изделия – фотополимерных смол. Примерами являются SLA- и DLP-технологии (Digital Light Procession).

Шестая категория является самой обширной по числу входящих в нее технологий, в которых применяется лазерная установка в качестве источника тепла или же электронный луч (например Arcam). Встречаются также SHS (Selective Heat Sintering) установки, в которых источником тепла являются ТЭНы.

В последнюю категорию входят технологии, в которых материал и энергия подводятся одновременно в место построения изделия. Примерами являются LENS

(Laser Engineered Net Shaping) и EBW (Electron Beam Welding). Рабочим органом машин, работающих по упомянутым выше технологиям, чаще всего является головка, которая оснащена системами подвода материала и энергии. В ряде случаев головка может быть установлена на специальном роботизированном манипуляторе.

Кроме того, существует классификация процессов аддитивного производства в зависимости от состояния материала: жидкого, твердого и в виде порошка (таблица 2).

Таблица 2. Классификация процессов аддитивного производства (АП) по состоянию используемого материала

Состояние материала	Процесс	Материалы
Жидкое	Стереолитография (SL), метод послойного наложения (FDM), струйная печать (JP)	Полимеры
Порошкообразное	3D-печать (3DP), селективное лазерное спекание (SLS), прямое лазерное спекание металлов (DMLS), селективная лазерная плавка (SLM)	Полимеры, металлы, керамика
	Электронно-лучевая плавка (EBM), прямое нанесение металлов (DMD), точное лазерное формование (LENS)	Металлы
Твердое	Послойное изготовление объектов из листового материала (LOM) – листы, произвольное экструзионное формование (EFF) – проволока	Полимеры, металлы, керамика и композиционные материалы

Для металлического аддитивного производства наиболее часто используемыми технологиями являются FDM, DMD, SLM и EBM [7]. FDM технология широко используется для изготовления полимеров [8, 9, 10, 11, 12] и металлополимерных композитов [13, 14, 15], но редко применяется исключительно



для металлов [16, 17]. DMD – процесс, при котором материал подается через сопло и затем расплавляется и осаждается с помощью лазера или плазменного луча, сфокусированного на порошке, для формирования слоя [18, 19]. Лазерный метод называют лазерным осаждением металлов (LMD) [20], лазерной инженерией сеточного формирования (LENS) [21] и лазерной консолидацией (LD) [22], в то время как плазменный метод называют производством плазменного осаждения (PDM) [23]. 3D-сварка, которая широко известна как Shaped Metal Deposition (SMD) [24], представляет собой AM-процесс на основе проволоки, в котором проволока малого диаметра подается и плавится, соединяясь с предыдущими слоями путем сварки. SLM — это процесс трехмерной печати, при котором металлический порошок равномерно распределяется специальным устройством для создания равномерного слоя на платформе построения, после чего лазер сплавляет частицы порошка, двигаясь по определенной траектории в соответствии с поперечным сечением детали в рамках каждого слоя [25]. Для SLM технологии существует множество металлопорошковых материалов с определенными механическими свойствами, такими как прочность на растяжение, твердость, удлинение и др. Способность процесса SLM производить изделия из различных металлов, таких как титан, алюминий и медь, делает его выгодным для ряда отраслей промышленности, особенно аэрокосмической и автомобильной [26, 27]. EBМ очень схож с SLM, за исключением того, что используется электронный пучок для плавки предварительно нагретого порошка вместо использования лазерного источника для плавления порошка, что делает EBМ более мощным, потому что скорость построения в EBМ быстрее, чем SLM. Электронно-лучевая плавка проводится при повышенных фоновых температурах, достигающих порядка 700 – 1000°C, что позволяет создавать детали, не страдающие от остаточного механического напряжения, вызываемого градиентом температур между уже охлажденными и еще горячими слоями. Кроме того, полная плавка

расходного порошка позволяет производить монолитные изделия – отсюда максимальная прочность и отсутствие необходимости обжига.

Точность размеров и шероховатость поверхности деталей на основе порошка, как правило, лучше, чем у деталей на основе волокна, поскольку разрешение процессов на основе волокна определяется диаметром проволоки по отношению к размеру частиц порошка [28, 29, 30, 31]. Процессы порошкового распыления (DMD) обладают уникальной способностью к восстановлению деталей, которые не могут быть исправлены с помощью процессов порошкового слоя (SLM и EBM) [21], они не обладают такой же способностью к восстановлению полезных механических свойств, как SLM и EBM [24]. Предпочтительным процессом для производства металлов является электронно-лучевая плавка, но этот процесс ограничен электрической проводимостью материала и размерами деталей для поддержания высокого уровня вакуума, при этом SLM является более универсальным [32].

## **1.2. Оборудование для 3D печати металлом**

Установки, используемые в аддитивном производстве, можно разделить на две основные категории: Bed Deposition и Direct Deposition.

### **Установки с типом технологического процесса Bed Deposition**

Самой многочисленной и разнообразной по моделям группой установок являются SLM-машины. В качестве источника энергии для соединения частиц металлопорошковой композиции в таких установках используется лазер. К таким машинам относятся: 3D Systems; Concept Laser; EOS; Renishaw; SLM Solutions; AddSol.

Установки для 3D печати – это сложный комплекс, который включает в себя устройства для просеивания и подачи порошкового материала, очистки машины, системы охлаждения и фильтрации, хранения металлопорошка, системы для генерации и подачи инертных газов и пр. Рассмотрим установки известных производителей.

Компания 3D Systems (США) предлагает 6 машин для 3D печати: от самой маленькой DMP Flex 100, с камерой построения 100 x 100 x 90 мм и мощностью лазера 100 Вт, до установки промышленных масштабов – DMP Factory 500, с платформой построения 500 x 500 x 500 мм и тремя лазерами мощностью до 500 Вт.

Компания Concept Laser производит установки для трехмерной печати с 2007 года. На сегодняшний день выпускаются 5 машин. Младшая модель – Mlab cusing R, имеет три варианта платформы построения: 50 x 50 x 80 мм., 70 x 70 x 80 мм., 90 x 90 x 80 мм. И лазер, мощностью 100 Вт. Старшая модель – X LINE 2000R, имеет платформу построения размерами 800 x 400 x 500 мм. И два лазера с мощностью 1000 Вт каждый. Построение детали возможно в двух средах: N<sub>2</sub> или Ar.

Британская компания Renishaw выпускает всего две установки для трехмерной печати. RenAM 500Q – мультилазерная система, включающая в себя 4 лазера мощностью 500 Вт каждый. Строительный объем данной установки: 250 x 250 x 350 мм. В качестве инертного газа используется Аргон. Вторая модель – RenAM 500S. Характеристики такие же, как и у старшей модели, отличием является только то, что лазерная система имеет в своем распоряжении только один лазер мощностью 500 Вт. Однако, данную модель можно дооснастить мультилазерной системой. Обе установки поддерживают печать следующими металлопорошковыми материалами: Титановый сплав Ti6Al4V, Алюминиевый сплав AlSi10Mg, Кобальтохромовый сплав CoCr, Нержавеющая сталь 316L, Никелевые сплавы.

Еще одним из известных производителей оборудования для 3D печати является немецкая компания EOS, которая может предложить 5 установок. От самой маленькой – EOS M 100, имеющей лазер мощностью 200 Вт. и площадку построения 100 x 95 мм., до самой крупной – EOS M 400-4, представляющую из себя мультилазерную систему с 4-мя лазерами мощностью 400 Вт. каждый и имеющей строительный объем 400 x 400 x 400 мм.

### **Установки с типом технологического процесса Direct Deposition**

Разработчиком технологии DMD является компания POM (Precision Optical Manufacturing), которая в декабре 2012 г. Была приобретена американской компанией DM3D. На сегодняшний день по этой технологии работают установки компаний DM3D, Optomec (США), Sciaky (США), VeAM (Франция), InssTek (Южная Корея).

Среди установок DM3D широко распространены такие машины как DMD 105D, DMD 505D, DMD 44R, DMD 66R. Машины DMD 105D и DMD 505D работают на базе пяти осевых центров, а машины DMD 44R и DMD 66R используют шести осевые роботы. Все машины оснащены лазерами с

регулируемой мощностью от 1 до 5 кВт, а также в машинах предусмотрена возможность регулировки размера пятна расплава. Для работы с реактивными материалами DMD 105D имеет герметичное исполнение рабочей камеры с областью построения 300x300x300 мм. Области построения машин DMD 44R и DMD 66R составляют 1425x1020x1020 мм и 2330x1670x1670 мм соответственно.

Компания Optomec поставляет на рынок 3D печати такие металлические принтеры как LENS MR-7, LENS 450, LENS 850-R, служащие для быстрого прототипирования деталей из титана, нержавеющей стали и Inconel. Системы LENS позволяют наносить слои разными материалами (могут быть оборудованы двумя или более бункерами с разными материалами), а также осуществлять быструю смену материала. Области печати 3D принтеров LENS 450, LENS MR-7, LENS 850-R соответственно составляют 100x100x100 мм, 300x300x300 мм, 900x1500x900 мм.

Коммерческую реализацию технологии EasyCLAD (Easy construction laser additive directe), разработанной компанией Ipera Laser, осуществляет компания BeAM поставляя шесть типов машин, различающихся размерами рабочей зоны (от 400x250x200 мм у модели Mobile, оптимальной для работы с деталями небольших и средних размеров до 1200x800x800 у моделей Beam Magic 2.0 и Magic 800, применяемых в аэрокосмической отрасли для создания и восстановления турбин).

### 1.3. Материалы, использующиеся в металлическом аддитивном производстве

Основными материалами для трехмерной печати металлами являются алюминиевые сплавы [33–37], никелевые сплавы [38–41], титановые сплавы [42–45], кобальтовые сплавы [46, 47], инструментальная и нержавеющая сталь [48–55], медные сплавы и другие различные металлические материалы. Эти металлы используются в распыленном состоянии в качестве исходного сырья в процессах 3D печати.

В настоящее время в трехмерной печати металлом используются материалы, представленные в таблице 3.

Таблица 3. Материалы, использующиеся при 3D печати металлом

Алюминиевые сплавы	Никелевые сплавы	Титановые сплавы	Кобальтовые сплавы	Инструментальная и нержавеющая сталь	Медные сплавы
AlSi12 от SLM Solutions, AlSi7Mg0.6, AlSi9Cu3, AlSi10Mg	NX от SLM Solutions, IN625, IN718, IN939	Ti6Al4V ELI 23 от SLM Solutions, Ti Gd. II	CoCr28Mo6, SLM MediDent	316L, 15-5PH, 17-4PH, 1,2709, 1,2344, Invar 36®	CuSn10

Встречаются работы [56, 57] в которых в качестве материала используются благородные металлы, такие как золото и платина, однако серьезного продолжения исследований данные работы не получили.

Ограниченной металлической палитре способствуют несколько факторов. Когда речь идет о плавлении, металлы, как правило, должны быть свариваемыми и поддаваться литью, чтобы успешно обрабатываться в процессе трехмерной печати. Маленькая, движущаяся ванна расплава значительно меньше, чем размеры финальной детали (обычно порядка 10<sup>2</sup>-10<sup>4</sup> раз меньше). Эта локальная горячая зона, находящаяся в непосредственном контакте с большой и более холодной

зоной, приводит к появлению больших термических градиентов, вызывающих значительные тепловые остаточные напряжения и неравновесные микроструктуры. Для порошкообразного сырья частицы предпочтительно должны быть сферическими с определенным распределением по размерам, которое отличается для PBF и DED. Последние, как правило, менее чувствительны к размерным качествам сырья. Проволока также является подходящим исходным материалом для определенных процессов DED, создавая большой резервуар расплава по сравнению с DED на основе порошка, что обеспечивает более высокую производительность [58].

Большинство этих металлических порошков, как правило, производится с использованием хорошо зарекомендовавших себя методов, таких как распыление в воде, газе или плазме. В настоящее время разрабатываются или уже используются для экономически эффективного производства металлических порошков малозатратные процессы, например, электролитические методы, металлотермические процессы (например, процесс TIRO) и гидрид-дегидридный процесс, особенно в области титана и титановых сплавов [59].

Различные методы производства порошка приводят к различным характеристикам порошка, таким как морфология частиц, размер частиц и химический состав, каждая из которых может быть важна для АМ. В принципе, процесс АМ требует хороших свойств подачи для достижения однородного распределения порошка, а также хороших упаковочных характеристик для формирования порошкового слоя с высокой относительной плотностью. Эти характеристики порошка влияют на свойства сыпучего материала изготовленного компонента, например, детали плотность и пористость.

Самым простым и недорогим процессом распыления является распыление в воде. В этом процессе жидкий металл распыляется струями воды при свободном падении через камеру распыления. Благодаря высокой скорости охлаждения

частицы размером от нескольких мкм до 500 мкм принимают неправильную форму при затвердевании [60].

Нерегулярная, асимметричная форма частиц находится в невыгодном положении при высокой плотности упаковки. Таким образом, эти виды частиц не являются предпочтительными для использования в АМ [61]. По сравнению с газовыми атомизированными порошками, при распылении в воде образуются частицы порошка с более высоким содержанием кислорода [62]. Что касается применения полученного металлического порошка при аддитивном производстве, то поглощение кислорода и образование окислителей являются нежелательными эффектами, так как они не только влияют на поведение порошка, но и влияют на резервуар расплава и, следовательно, изменяют состав сыпучего материала и механические свойства деталей [63].



#### 1.4. Моделирование процессов 3D печати

Для численного конечно-элементного моделирования процессов трехмерной печати используются различные программные обеспечения: Ansys [64], Adina [65, 66], Abaqus [67], Comsol [68], Marc [69].

При помощи численного моделирования исследуются механические свойства материалов [70], теплопередача [70, 71], ванна расплава [72]. Осаждение материала в аддитивном производстве моделируется с помощью неактивных или бесшумных элементов, которые активируются по мере затвердевания добавляемого материала (порошка или проволоки) [71]. Для моделирования осаждения материала используются два метода осаждения металлов: 1) использование тихих или 2) использование неактивных элементов [73,74]. При бесшумном подходе элементы присутствуют в анализе, но им присваиваются свойства, поэтому они не влияют на анализ. В неактивном элементном подходе элементы не включаются в анализ до тех пор, пока не будет добавлен соответствующий материал. В работе [71] исследуется применение метода конечных элементов для моделирования теплообмена при осаждении металла во время 3D печати. Автор отмечает, что при использовании кодов общего назначения метода конечных элементов возникает трудность определения интерфейса между активными и неактивными элементами, в связи с чем зачастую при моделировании пренебрегают поверхностной конвекцией и излучением на этом постоянно изменяющемся интерфейсе. Автор работы показал, что такое пренебрежение поверхностной конвекцией и излучением на границе раздела между активными и неактивными элементами может привести к ошибкам активации элементов и предложил методы минимизации ошибок. Также в работе автора был предложен новый гибридный метод тихого неактивного осаждения металлов, согласно которому элементы, соответствующие осаждению металла сначала неактивны, а затем поэтапно переключаются в тихий метод. В результате этого подхода достигаются эквивалентные результаты теплопередачи, но при этом значительно уменьшается время работы программы.

Одной из серьезных проблем в SLM процессе с использованием металлических порошков является термическая деформация модели при формовке. Поскольку затвердевшая деталь быстро охлаждается, модель имеет тенденцию деформироваться и трескаться из-за теплового воздействия. В случае формирования трехмерной модели в нависании нависающая часть разрушается и построение модели не может быть завершено. Поэтому, при построении изделий с нависающими частями, необходимо первый спекаемый слой на порошке, лежащем в основе, сделать недеформируемым, так как порошки, лежащие в основе, не ограничивают перемещение последующих спекаемых слоев. В работе [70] предложен метод расчета распределения температуры и напряжений в пределах одного металлического слоя, формирующегося на порошковом слое при быстром прототипировании методом SLM. Предполагалось, что затвердевший слой подвергается плоскостной деформации под действием напряжений, а для теплопроводности и упругой деформации комбинировались двухмерные методы конечных элементов. В моделировании конечно-элементная сетка строилась на поверхности порошкового слоя. Тепло, вызываемое лазерным излучением, отдавалось элементам, находящимся под лазерным пучком. Считалось, что усадка в результате застывания приводит только к изменению толщины слоя. В моделировании упругих конечных элементов модуль Юнга затвердевшей части выражался как функция температур. Для упрощения расчетов вся площадь обрабатывалась как непрерывная, а порошковый слой и расплавленная часть считались имеющими очень малый модуль Юнга. Расчеты теплопроводности и упругих конечных элементов выполнялись поочередно. Полученные результаты деформации и распределения растягивающих напряжений показали возможность и места растрескивания слоя в процессе формования. Оказалось, что твердый слой на порошковом слое деформировался благодаря нагреву и охлаждению во время движения лазерного луча по дорожке. Распределение напряжений в затвердевшей части, вызванное изменением температуры во время формовки, показало

полосчатый рисунок напряжений на сжатие и растяжение. При затвердевании соседней дорожки, на боковом конце сплошного слоя появлялись большие растягивающие напряжения между затвердевшими дорожками, которые впоследствии могут привести к образованию трещин.

В работе [75] предложен подход к 3D-моделированию, позволяющему оценить взаимодействие порошка с лазером и атмосферой в процессе трехмерной печати по технологии SLM. Путем сравнения численных и экспериментальных результатов была обнаружена довольно хорошая корреляция между моделируемыми и экспериментальными данными ширины и глубины ванны расплава. Было показано, что глубина и ширина ванны расплава равны прямо пропорциональны эффективной скорости сканирования лазера. Размеры ванны расплава уменьшаются с увеличением скорости сканирования (т. е. уменьшение времени экспозиции). Время выдержки лазерного луча влияет на плотность энергии, передаваемой в материал и, следовательно, является важным фактором для обеспечения полного плавления материала. Уменьшение времени выдержки ниже определенного предела может привести к увеличению уровня пористости. В работах [76–78] отмечается, что стабильность ванны расплавы определяет целостность и качество структуры готового изделия, т.е. обеспечивает отсутствие непроплавленных областей.

В работе [79] при помощи моделирования в среде ANSYS проводилось исследование подхода к определению необходимого и достаточного количества поддерживающих структур в процессе построения детали из нержавеющей стали 316L, позволяющих выдерживать остаточные напряжения и рассеивать тепло. Для этого исследовалось влияние температурных градиентов на распределение остаточных напряжений для каждого слоя. Было показано, что расширение материала (т.е. растягивающие напряжения) во время цикла нагрева и сжатие материала во время охлаждения (т.е. сжимающие напряжения) вызывают усадку и трещины в слое. После того, как лазерный луч покидает эту область, облучаемая

зона остывает и имеет тенденцию к сжатию. Усадка частично подавляется вследствие пластической деформации, развивающейся во время нагрева, что приводит к возникновению состояния остаточного растягивающего напряжения в зоне облучения. Высокие растягивающие напряжения, возникающие в направлении оси  $x$  (вдоль направления лазерного сканирования), также могут привести к поперечному растрескиванию слоя. Растрескивания можно избежать путем предварительного нагрева или использования более коротких дорожек сканирования, которые снижают скорость охлаждения. Механизм, предотвращающий растрескивание за счет предварительного нагрева, увеличивает пластичность материала и увеличивает возможность снятия напряжения за счет пластической деформации.

Методами конечно-элементного моделирования в работе [80] предложено отслеживать динамику изменения температуры и поведение затвердевания расплавленного порошка для изучения явления накопления остаточного напряжения. Сравнение результатов моделирования с экспериментальными данными показывают, что разработанная модель способна предсказывать распределение температуры в зоне взаимодействия лазера и порошка, характеристики затвердевания, скорости охлаждения, ширину и глубину ванны расплава, следовательно, и тенденции в изменении остаточных напряжений при изменении параметров SLM.

В рамках исследования [80] были рассмотрены блочные образцы, изготовленные при одинаковой плотности энергии, но с использованием различных параметров мощности и времени свечения лазера. В работе показано, что температурный градиент между верхней границей ванны расплава и участком на 250 мкм ниже ванны расплава выше для комбинации параметров мощности 200 Вт и времени воздействия лазера 120 мкс по сравнению с комбинацией параметров мощности 150 Вт и времени воздействия лазера 160 мкс. Согласно [81] тенденция уменьшения температурного градиента между рассматриваемыми поверхностями

должна приводить к снижению остаточного напряжения. Кроме этого, в работе показано, что самая высокая температура в ванне расплава снижается при комбинации параметров мощности 150 Вт и времени воздействия лазера 160 мкс по сравнению с комбинацией параметров мощности 200 Вт и времени воздействия лазера 120 мкс. Эти результаты согласуются с выводами, приведенными в работах [82, 83], в которых сообщается, что увеличение мощности лазера оказывает более выраженное влияние на пиковую температуру ванны расплава по сравнению со скоростью сканирования.

Методы конечных элементов также использовались в работе [84] в совокупности с программным обеспечением вычислительной гидродинамики Fluent. В рамках работы моделировалась серия стратегий сканирования при разном количестве лазеров, длинах сканирования, направлениях сканирования, направлениях развертки и последовательностях сканирования. Путем сравнения результатов моделирования изучается влияние стратегий сканирования на остаточное напряжение. Точность моделирования подтверждалась экспериментальными данными [80, 85]. Исследования показали, что стратегия сканирования «двухзонная техника» (S14C) приводит к снижению остаточного напряжения на 10,6% по сравнению с традиционной стратегией последовательного сканирования. Остаточное напряжение значительно выше при увеличении количества лазеров до четырех, что связано с увеличением количества подводимого тепла. Остаточное напряжение чувствительно к длине сканирования как для стратегии с одним лазером, так и для стратегии с несколькими лазерами, но между ними нет постоянной корреляции. При уменьшении длины сканирования в процессе SLM с одним лазером среднее продольное напряжение сначала немного увеличивается на 4,6%, а затем резко уменьшается на 13,0%. Для многолазерного процесса SLM последовательность сканирования и направление развертки являются двумя ключевыми факторами в управлении остаточным напряжением. После изменения последовательности сканирования S41A среднее эквивалентное

напряжение S41B снижается на 19,0%. Между тем, при изменении направления движения S42A среднее эквивалентное напряжение S42B уменьшается на 6,2%. Названия сканирований S14C, S41A, S41B, S42A, S42B введены авторами работы и подробно проиллюстрированы в статье [84].

## 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОБРАЗЦОВ, ПОЛУЧЕННЫХ МЕТОДАМИ 3D ПЕЧАТИ

В рамках работы проводилось исследование физико-механических характеристик экспериментальных образцов, полученных методом селективного лазерного спекания металлопорошковой композиции. Синтезированные образцы имеют анизотропную структуру. Физико-механические характеристики образцов, напечатанных на разных установках, отличаются в силу различных параметров процесса трехмерной печати таких как мощность лазера, скорость сканирования, стратегия сканирования и инертная среда.

После печати, платформа построения вместе с выращенными деталями (рисунок 2.1) очищается от остатков порошкового слоя и извлекается из камеры установки для дальнейшей термообработки в течение двух часов при температуре 270 °С и последующим остыванием в закрытой печи.

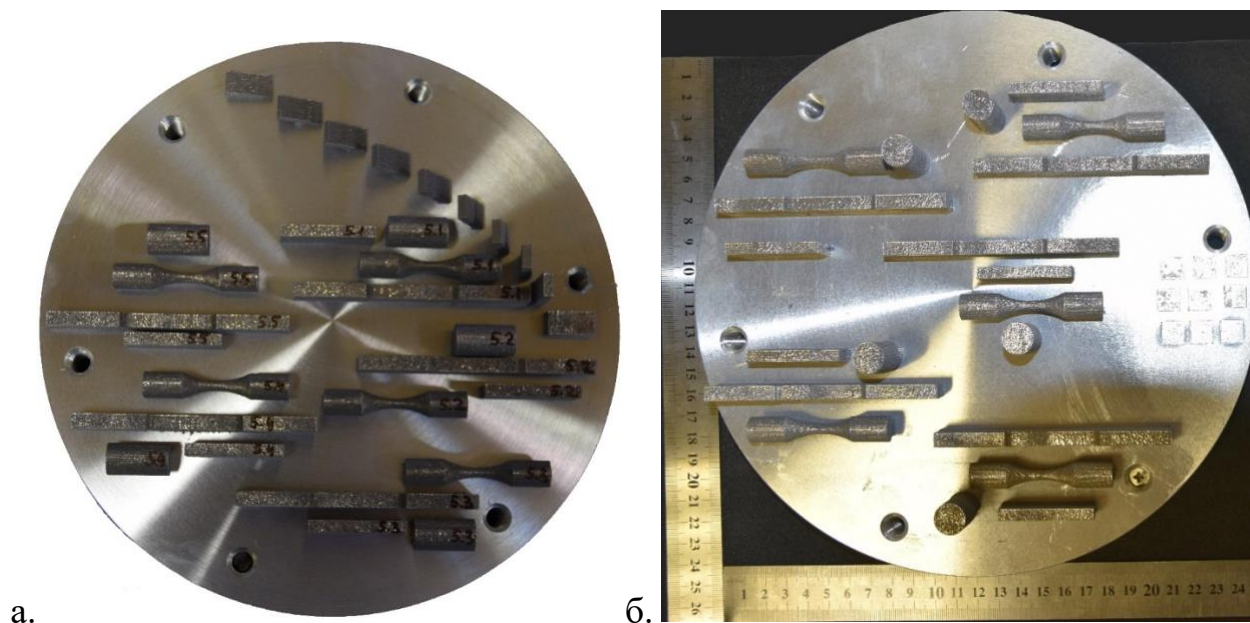
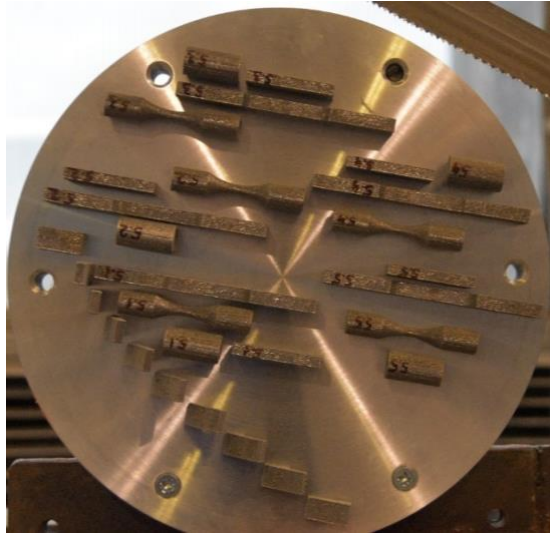


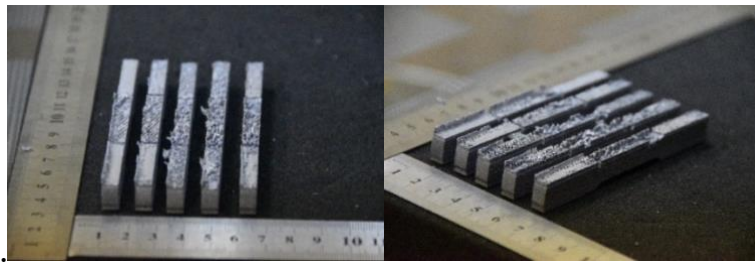
Рисунок 2.1. Горизонтально напечатанные образцы на платформе построения.

а – печать в среде Аргона; б – печать в среде Азота

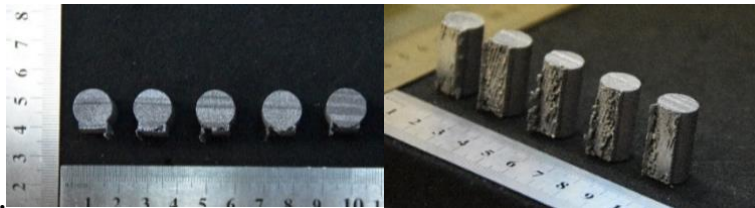
После термообработки образцы отделяются от платформы при помощи электропилы. Отрезка образцов одного из запусков представлена на рисунке 2.2.



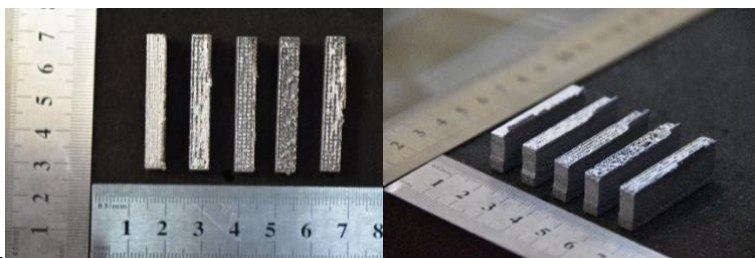
а.



б.



в.



г.

Рисунок 2.2. Образцы до и после снятия с платформы.

а – образцы на платформе построения перед отрезкой;

б – образцы на растяжение; в – образцы на сжатие; г – образцы на изгиб



После снятия образцов с платформы построения они подвергались механической обработке для удаления остатков поддерживающих структур. Образцы после механической обработки представлены на рисунке 2.3.

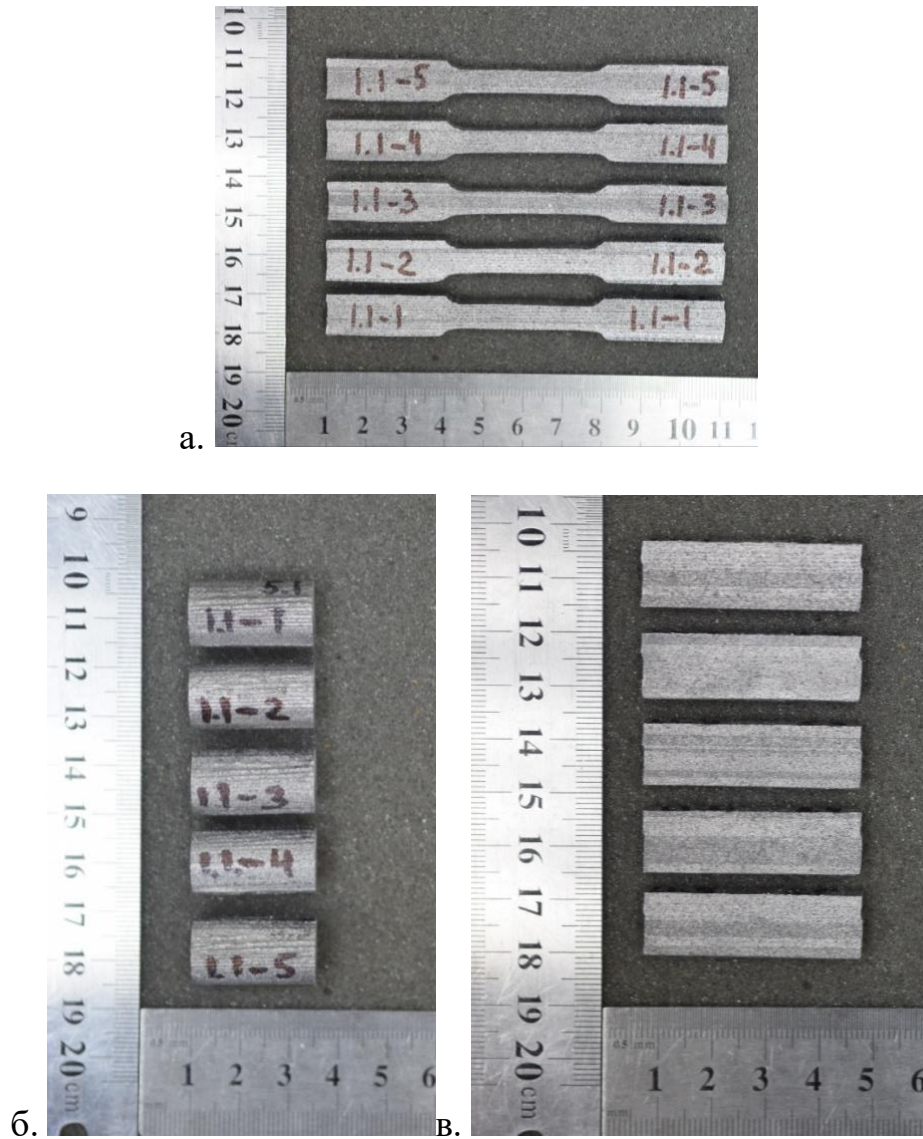


Рисунок 2.3. Образцы после механической обработки, напечатанные в среде Аргон горизонтально.

а – образцы на растяжение; б – образцы на сжатие; в – образцы на изгиб

## 2.1. Описание экспериментальных установок и методик испытаний

Для исследования физико-механических характеристик были изготовлены экспериментальные образцы для проведения механических испытаний на растяжение, сжатие и изгиб. Было изготовлено 4 партии, каждая из которых состояла из 15 образцов: по 5 образцов для каждого типа испытаний. Каждая партия отличается друг от друга инертной средой, в которой производилась печать образцов, а также направлением печати (вертикальным и горизонтальным). Параметры печати представлены в таблице 6. Геометрические характеристики экспериментальных образцов представлены в таблице 7.

Таблица 6. Параметры печати для экспериментальных образцов

№ партии	Номера образцов	Среда	Ориентация
1	1.1-1 – 1.1-5	Аргон	Горизонтальная
2	1.2-1 – 1.2-5		Вертикальная
3	2.1-1 – 2.1-5	Азот	Горизонтальная
4	2.2-1 – 2.2-5		Вертикальная

Таблица 7. Геометрические параметры образцов для механических испытаний

Образец на растяжение		Образец на сжатие	
Параметр	Значение, [мм]	Параметр	Значение, [мм]
Общая длина образца	100	Высота	25
Длина рабочей зоны	32	Диаметр	13
Ширина рабочей зоны	6	Образец на изгиб	
Длина секции захвата	30	Параметр	Значение, [мм]
Ширина секции захвата	10	Длина	40
Толщина образца	6	Ширина	12
Радиус скругления	6	Толщина	5

Механические испытания проводились на универсальной электрической установке Instron 5969 (Великобритания), изображенная на рисунке 2.4, с использованием программного обеспечения Bluehill 3. Основные характеристики установки:

- Статическая нагрузка: до 50 кН;
- Максимальный ход траверсы: 1640 мм;
- Ширина зоны испытаний: 418 мм;
- Скорость испытания: от 0,001 до 600 мм/мин;
- Максимальная длина образца: 1400 мм.



Рисунок 2.4. Общий вид универсальной электрической установки Instron 5969

## 2.2. Определение коэффициента линейного температурного расширения

Испытания для определения КЛТР синтезированных образцов из металлопорошковой композиции на основе алюминиевого сплава  $AlSi_{10}Mg$  проводились на универсальной установке Instron 5969 с использованием высокотемпературной печи Instron 3119-406 с диапазоном температур от  $-100$  до  $+350^{\circ}C$  и размером камеры:  $240 \times 560 \times 230$  мм, а также видеоэкстензометра Instron 2663-821.

Перед испытанием на образцы наносились маркеры (белые точки) по специальному трафарету, необходимые для определения перемещений видеоэкстензометром. Образец помещался в камеру печи и зажимался в захвате как показано на рисунке 2.5.

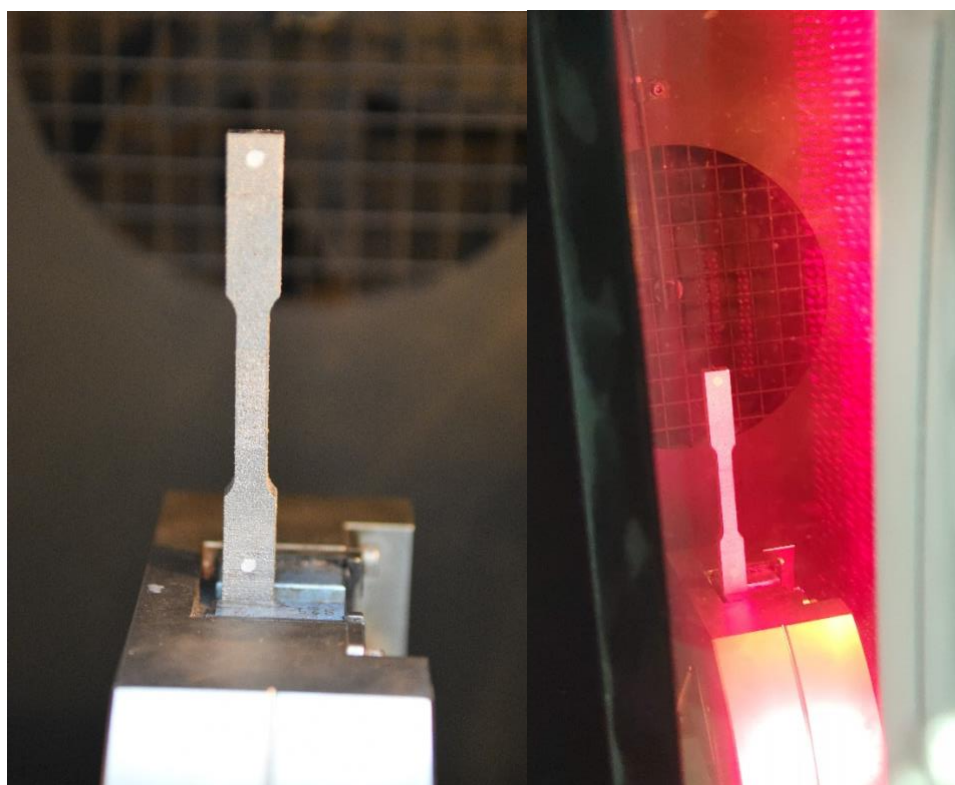


Рисунок 2.5. Образец перед началом и во время термических испытаний.

Испытания проводились при начальной температуре в камере равной  $30^{\circ}C$  с шагом повышения температуры  $20^{\circ}C$  до  $90^{\circ}C$  и выдержкой образца не менее 1000

секунд в установившемся режиме нагрева. Из каждой партии образцов испытывалось по 3 образца. Диаграмма относительного удлинения от времени представлена на рисунке 2.6. Среднее значение КЛТР для каждой партии образцов представлено в таблице 8.

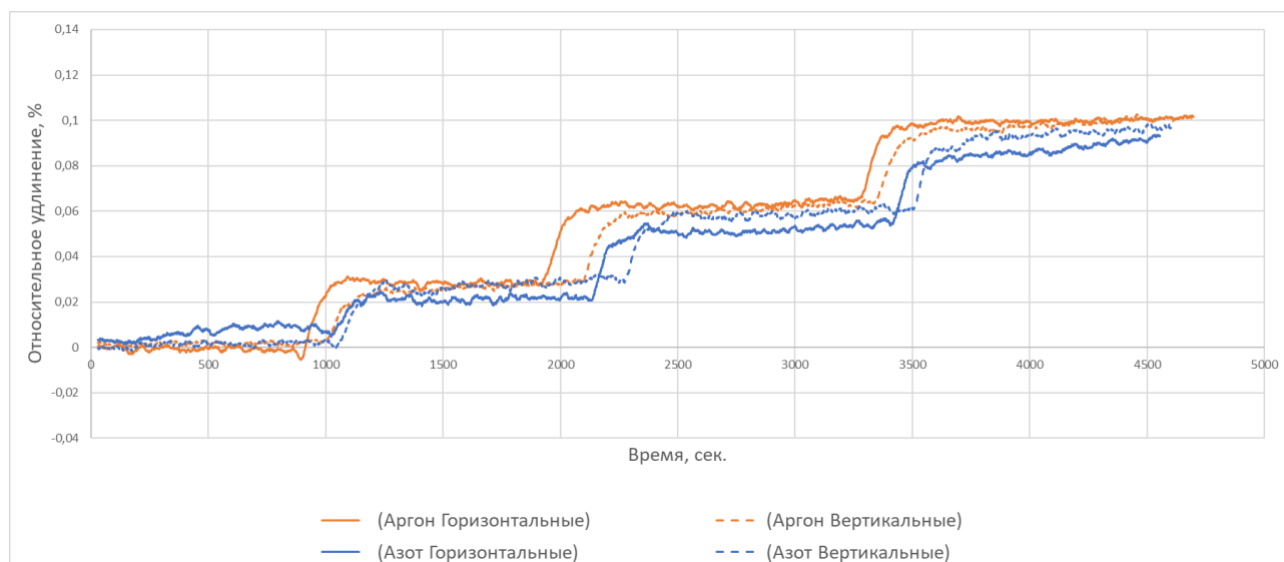


Рисунок 2.6. Диаграмма относительное удлинение – время.

Таблица 8. Среднее значение КЛТР для каждой партии образцов.

	Аргон горизонтальные	Аргон вертикальные	Азот горизонтальные	Азот вертикальные
Значение КЛТР	18,73	17,31	16,12	16,65

Как видно из таблицы 8 значения КЛТР для горизонтальных образцов, напечатанных в среде Аргон выше на 16,19%, по сравнению с образцами, напечатанных с среде Азота. Для вертикальных образцов эта разница составила всего 3,96%. Таким образом, можно сказать, что инертная среда незначительно влияет на значение коэффициента теплового расширения напечатанных образцов. Направление печати также не оказало существенного влияния на значения КЛТР.

### 2.3. Испытания на растяжение образцов из AlSi<sub>10</sub>Mg

Испытания на растяжения проводились на установке Instron 5969 при комнатной температуре. Длина рабочей части образцов (пример образца в захватах представлен на рисунке 2.7) составляла 32 мм. Испытания проводились со скоростью 3 мм/мин с применением видеоэкстензометра с базой измерения 50 мм, что способствует получению высокоточной диаграммы напряжения-деформации вплоть до разрушения образцов. Характерный вид разрушений представлен на рисунке 2.8.

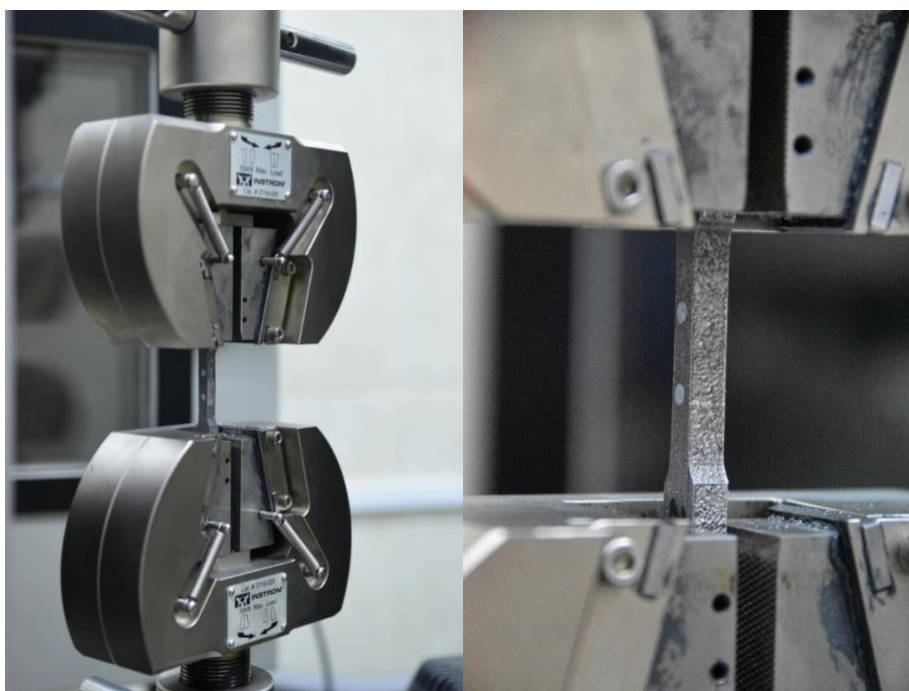
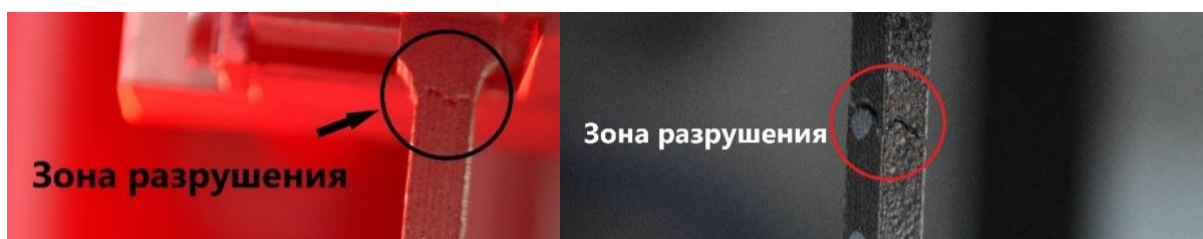


Рисунок 2.7. Образец в захватах перед началом проведения испытаний



(а)

(б)

Рисунок 2.8. Характер разрушения испытанных образцов.

а – образец, напечатанный в среде Аргон;

б – образец, напечатанный в среде Азот.

Результаты испытаний представлены в таблице 9. Диаграмма нагрузка-перемещения и напряжения-деформации для испытанных образцов показаны на рисунке 2.9 и 2.10 соответственно.

Таблица 9. Средние значения механических характеристик образцов из  $AlSi_{10}Mg$  в испытаниях на растяжение

Партия образцов	Модуль упругости $E$ , ГПа	Предел текучести $\sigma_{0,2}$ , МПа	Деформация $\varepsilon_{0,2}$ , %	Предел прочности $\sigma_s$ , МПа	Деформация $\varepsilon_s$ , %
1.1	44.5	194.10	0.6	249.73	1.984
1.2	48	223.74	0.62	286.33	1.688
2.1	37.2	233.27	0.6	304.67	3.2
2.2	37.3	224.03	0.8	295.85	2.031

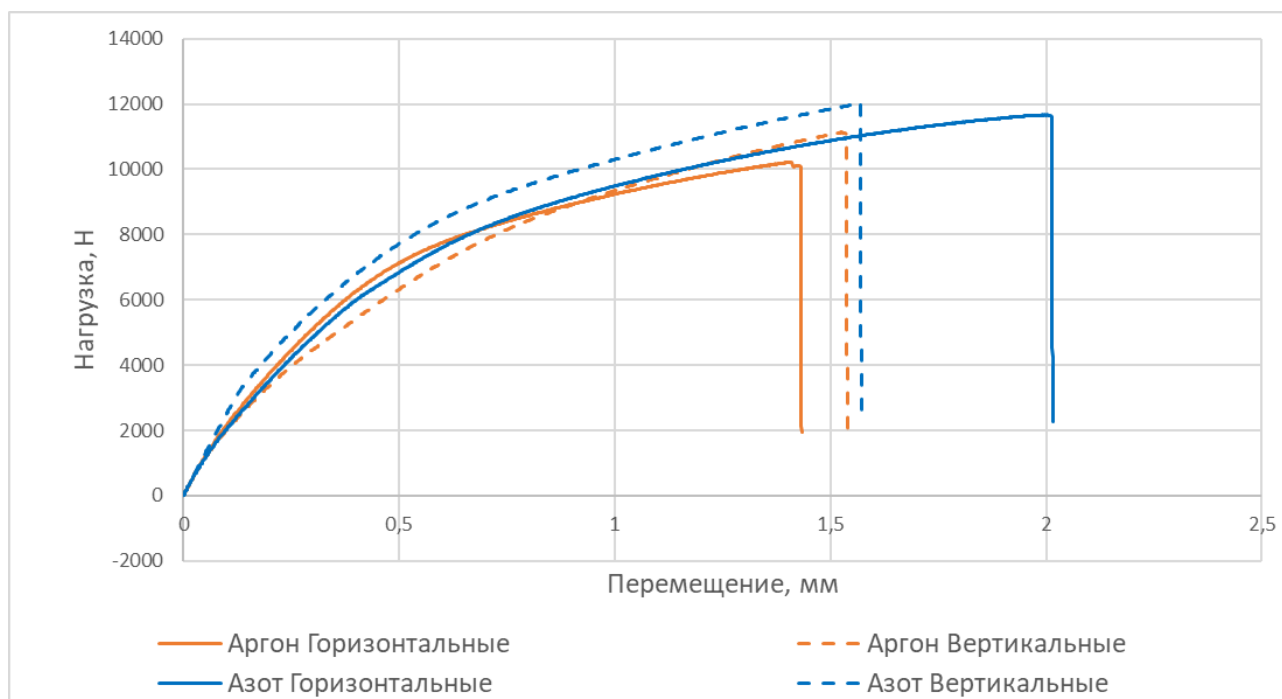


Рисунок 2.9. Усредненная диаграмма нагрузка-перемещения для образцов из  $AlSi_{10}Mg$ .

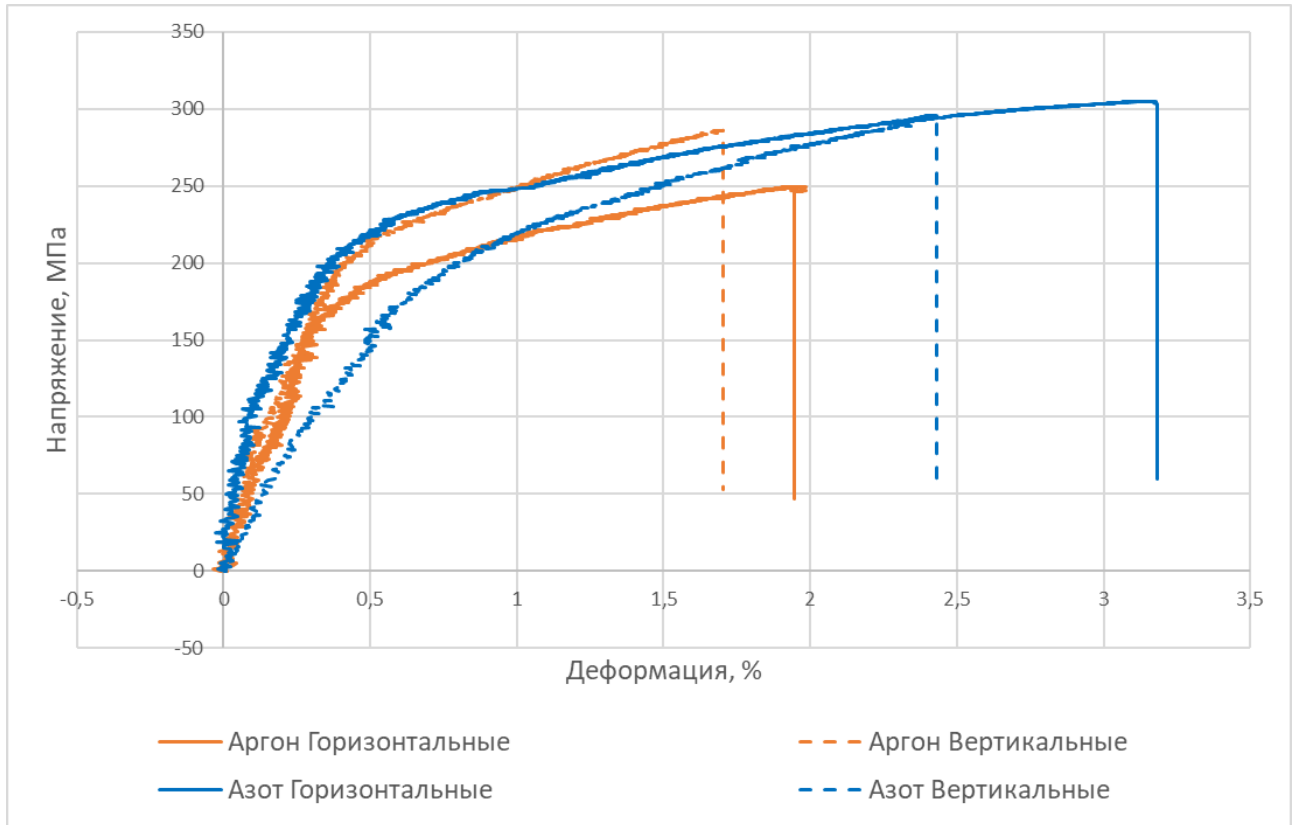


Рисунок 2.10. Усредненная диаграмма напряжение-деформация для образцов из AlSi<sub>10</sub>Mg.

По результатам испытаний на растяжение можно сделать вывод, что образцы, напечатанные в инертной среде Аргон имеют предел прочности при растяжении ниже, чем у образцов, напечатанных в среде Азот, особенно эта разница хорошо видна у горизонтально-ориентированно напечатанных образцов. Разница в значениях модуля Юнга для образцов, напечатанных в разных инертных средах, составила около 19,5%. Причем, модули Юнга для образцов, напечатанных в среде Азот, почти одинаковые, а для образцов, напечатанных в среде Аргон, отличается почти на 8%.



#### 2.4. Испытания на сжатие образцов из AlSi<sub>10</sub>Mg

Испытания на сжатие проводились также на установке Instron 5969 при комнатной температуре. Использовались образцы цилиндрической формы длиной 25 мм и радиусом 6,5 мм. Испытания на сжатие проводились с использованием ASTM E9 - 89a (2000), скорость испытания составляла 1 мм/мин. Испытания проводились до достижения нагрузки равной 50 кН. Фотография образца до испытаний представлена на рисунке 2.11.

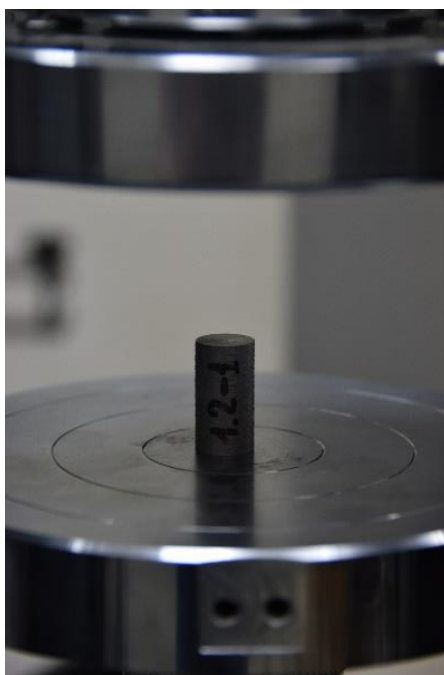


Рисунок 2.11. Образец до начала испытаний.

Осредненные результаты испытаний представлены в таблице 10. Диаграмма нагрузка-перемещение испытанных образцов показана на рисунке 2.12. Диаграмма напряжения-деформации для испытанных образцов показаны на рисунке 2.13.

Таблица 10. Средние значения механических характеристик образцов из AlSi<sub>10</sub>Mg в испытаниях на сжатие

Партия образцов	Модуль упругости $E$ , ГПа	Предел текучести $\sigma_{0,2}$ , МПа	Деформация $\varepsilon_{0,2}$ , %	Предел прочности $\sigma_{\varepsilon}$ , МПа	Деформация $\varepsilon_{\varepsilon}$ , %
1.1	9.99	202.79	2.51	350.09	6.85
1.2	12.01	231.88	2.35	355.26	4.8
2.1	11.04	166.83	1.85	347.43	6.93
2.2	12.32	172.67	1.56	355.34	5.29

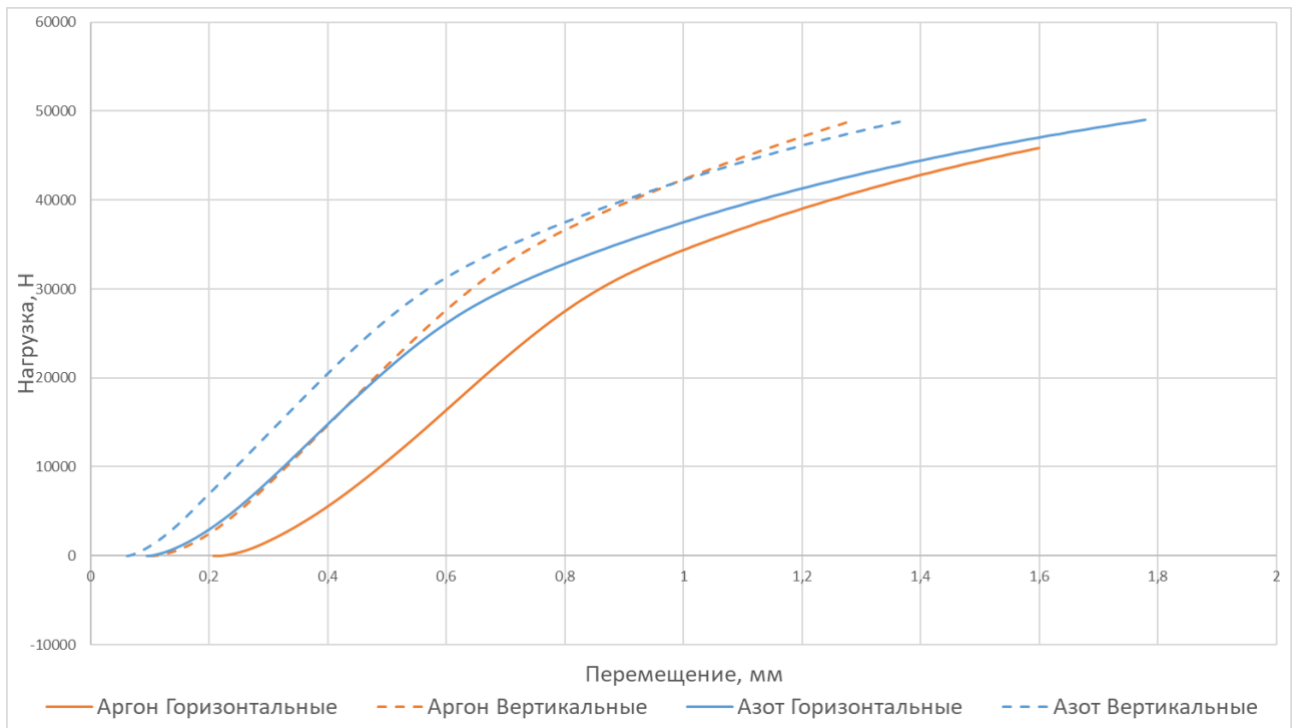


Рисунок 2.12. Усредненная диаграмма нагрузка-перемещение для образцов из AlSi<sub>10</sub>Mg.

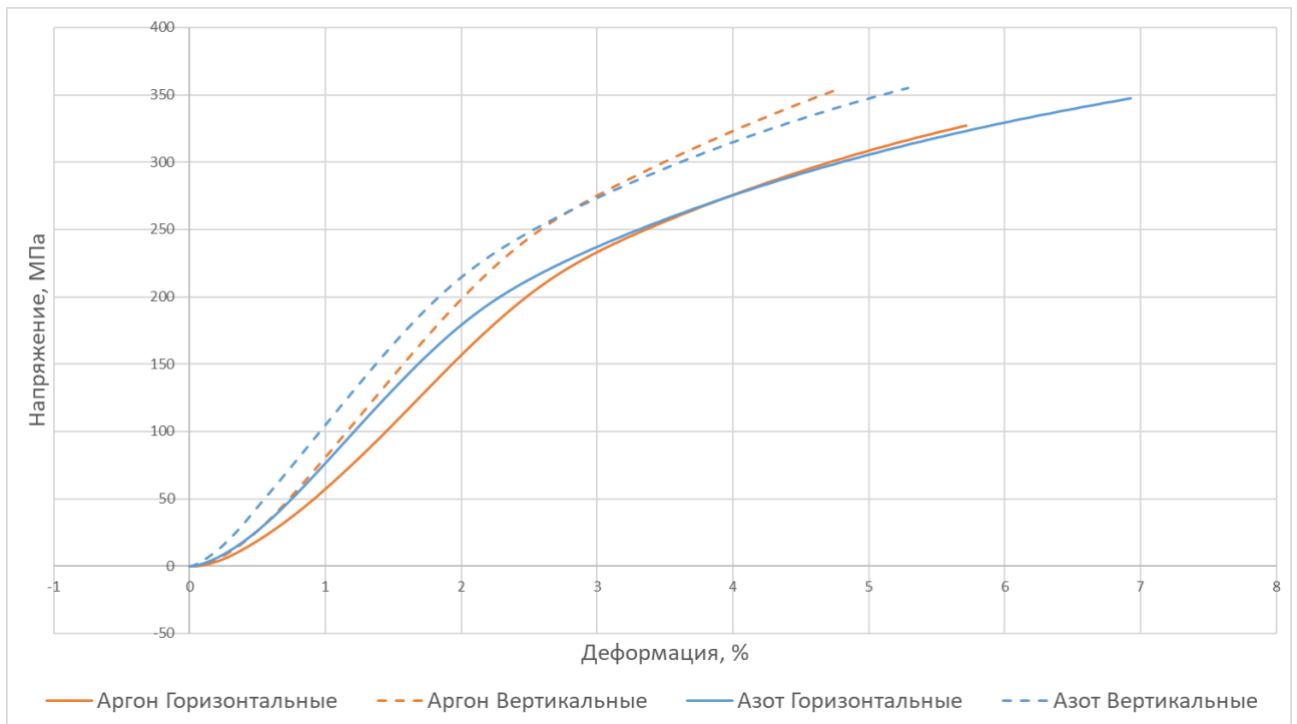


Рисунок 2.13. Усредненная диаграмма напряжение-деформация для образцов из AlSi<sub>10</sub>Mg.

В испытаниях на сжатие вертикально ориентированные образцы в обеих инертных средах показали наибольшие значения предела прочности, чем горизонтально ориентированные

### **2.5. Испытания на изгиб образцов из AlSi<sub>10</sub>Mg**

Как и предыдущие виды механических испытаний испытания на изгиб проводились на установке Instron 5969 при комнатной температуре. Каждый из прямоугольных образцов, геометрические характеристики которых указаны выше в таблице 7, располагался на опорах как показано на рисунке 2.14. Характерные деформации образцов представлены на рисунке 2.15. Результаты испытаний представлены в таблице 11. Усредненная диаграмма напряжение-деформация для образцов из AlSi<sub>10</sub>Mg в испытаниях на трехточечный изгиб представлена на рисунке 2.16.

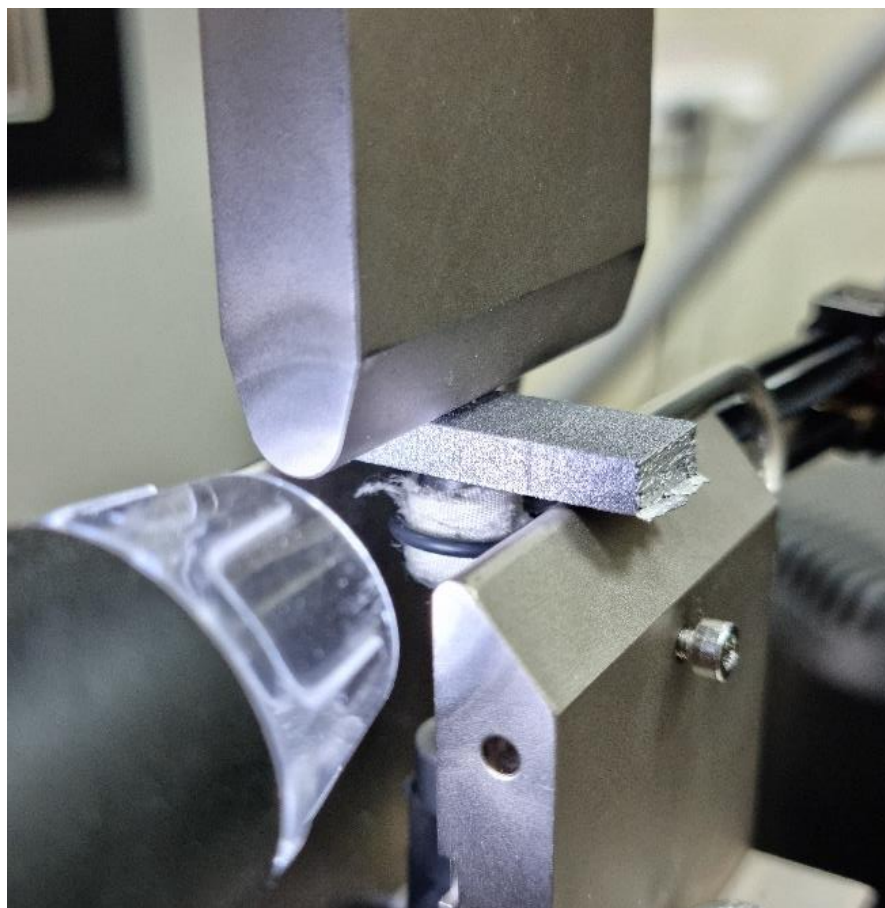


Рисунок 2.14. Расположение образца на опорах перед началом испытаний.

Таблица 11. Средние значения механических характеристик образцов из  $AlSi_{10}Mg$  в испытаниях на трехточечный изгиб

Партия образцов	Модуль упругости $E$ , ГПа	Предел текучести $\sigma_{0,2}$ , МПа	Деформация $\varepsilon_{0,2}$ , %	Предел прочности $\sigma_s$ , МПа	Деформация $\varepsilon_s$ , %
1.1	48,67	234.5	0.46	618,43	3,12
1.2	48,55	259.1	0.5	606,86	2,05
2.1	47,12	228.05	0.58	557,13	2,8
2.2	38,44	280.37	0.62	385,34	1,07



Рисунок 2.15. Характер деформации испытанных образцов.

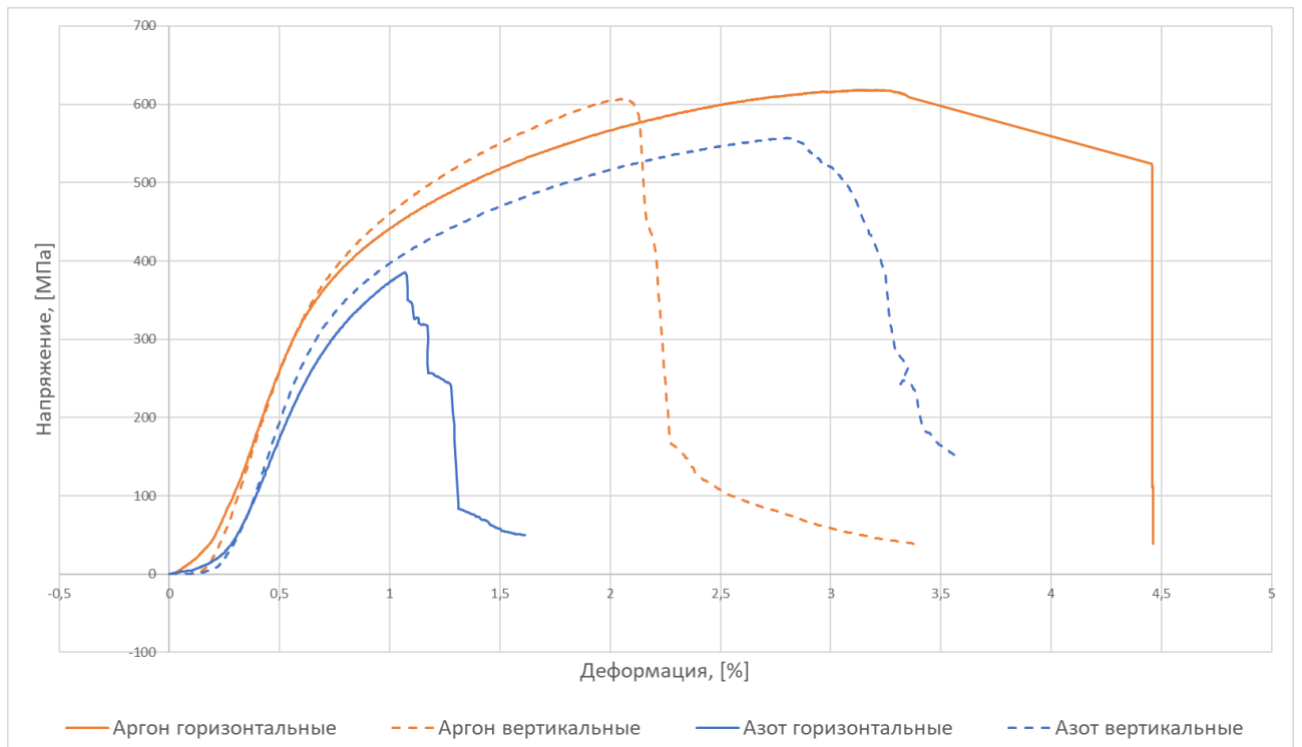


Рисунок 2.16. Усредненная диаграмма напряжение-деформация для образцов из AlSi<sub>10</sub>Mg в испытаниях на трехточечный изгиб

### **3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕРМОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ В ПРОЦЕССЕ ТРЕХМЕРНОЙ ПЕЧАТИ**

Для определения технологических температурных напряжений, возникающих в процессе селективного лазерного плавления металлопорошковой композиции в пределах одного слоя, необходимо решить вспомогательную задачу о нестационарном нагреве изотропного полупространства подвижным поверхностным источником тепла.

В целом, лазерный нагрев по своей физической сути не отличается от других видов нагрева. Как и при любом другом тепловом воздействии на материал неизменной характеристикой термического процесса является температура. Перенос тепла в твердых телах осуществляется известными механизмами теплопроводности.

При воздействии на твердое тело лазерным излучением возможно изменение оптических и теплофизических свойств материала при его термическом расширении, а также имеют место фазовые переходы из твердого состояния в жидкое в процессе плавления. Возможны также диффузионные процессы и некоторые химические реакции на поверхности и в приповерхностной области твердого тела. Таким образом, при нагреве материалов лазерным излучением, имеют место быть достаточно изученные явления и процессы.

Высокие скорости роста и снижения, а также большие градиенты температуры обуславливают особенности нагрева материала лазерным излучением. Это приводит к значительным отличиям в механизме протекания тепловых процессов в телах, нагреваемых с применением лазерных технологий в отличие от других видов нагрева.

Как известно, перенос тепловой энергии в веществе определяется процессами теплопроводности. Процесс переноса теплоты теплопроводностью возможен при

условии, что температура в различных точках тела неодинакова и сопровождается изменением температуры на в пространстве, так и во времени.

Совокупность значений температуры во всех точках рассматриваемого тела, положение которых задано координатами  $x, y, z$  (или вектором  $\vec{r}$ ) в каждый фиксированный момент времени  $t$  определяет температурное поле  $T(\vec{r}, t)$ . Основной задачей теории теплопроводности является изучение распределения температуры с течением времени, т.е. определение зависимости:

$$T = T(\vec{r}, t) = T(x, y, z, t).$$

При обработке материала импульсным лазерным излучением возникает нестационарное температурное поле, которое имеет неустановившийся режим теплопроводности, так как с течением времени происходит изменение температуры, в отличие от стационарного температурного поля, при котором температура является функцией только координат:

$$T = T(\vec{r}) = T(x, y, z),$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

Для тела с температурой  $T(\vec{r}, t)$  можно выделить изотермическую поверхность, во всех точках которой в любой, но один и тот же момент времени  $t = t_1$ , температура одинакова. Управление такой поверхности имеет вид:  $T(\vec{r}, t_1) = const$ . Скорость изменения температуры между двумя расположенными бесконечно близко друг к другу изотермическими поверхностями (рисунок 3.1) с температурами  $T$  и  $T + \Delta T$  в некоторой локальной точке  $M$  пространства в направлении  $\vec{l}$  определяется производной функции  $T$  по направлению  $\vec{l}$ :

$$\frac{\partial T}{\partial l} = \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \cos \alpha + \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right) \cos \beta + \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right) \cos \gamma,$$

$\alpha, \beta, \gamma$  – направляющие углы вектора  $\vec{l}$  в декартовой системе координат.

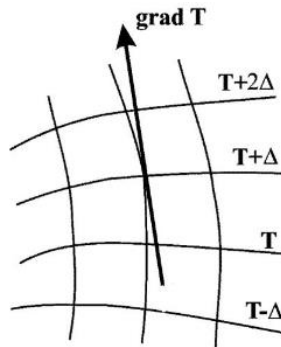


Рисунок 3.1. Температурный градиент изотермической поверхности.

Наибольшую скорость изменения температуры можно наблюдать в направлении нормали  $\vec{n}$  к изотермической поверхности. Из этого следует, что из любой точки  $M$  изотермической поверхности можно построить вектор нормали к этой поверхности, направленный в сторону увеличения температуры и характеризующий скорость возрастания температуры в этом направлении. Такой вектор называют градиентом температурного поля:

$$\vec{\nabla}T = \overrightarrow{gradT} = \frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \vec{k},$$

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – единичные векторы, совпадающие по направлению с осями координат  $x, y, z$  соответственно.

Градиент температуры  $gradT$  всегда направлен в сторону ее возрастания, независимо от выбора направления нормали  $\vec{n}$  и показывает, как резко меняется температура внутри тела. Таким образом:

$$|\nabla T| = |gradT| = \left| \frac{\partial T}{\partial n} \right|,$$

$$\frac{\partial T}{\partial n} = \vec{n} |gradT|$$

В телах, при отсутствии полного теплового равновесия, всегда происходят процессы переноса теплоты. Таким образом, для передачи теплоты теплопроводностью, необходимым условием является существование градиента



температуры, который определяет величину теплового потока. Тепловой поток в отличие от температуры (являющейся скалярной величиной) имеет направление: от точек тела с высокими значениями температуры к точкам с более низкими значениями.

Связь между определяющими передачу теплоты величинами устанавливает уравнение теплопроводности. Оно получено на основе закона сохранения энергии и закона Фурье. В общем случае, задача теплопроводности описывается системой дифференциальных уравнений. Для неподвижного источника тепла эта система имеет вид:

$$\frac{\partial(c\rho T)}{\partial t} = \operatorname{div}[-k\operatorname{grad}T] + q_v(\vec{r}, t), \quad (3.1)$$

где  $c$  – удельная теплоемкость,  $\rho$  – плотность,  $k$  – коэффициент теплопроводности. Эти теплофизические константы в общем случае зависят от координат, времени и температуры. Тепловой поток  $-k\operatorname{grad}T$  измеряется количеством теплоты, проходящем в единицу времени через единицу площади поверхности, перпендикулярной направлению потока в рассматриваемой точке. Плотность мощности теплового потока  $q_v(\vec{r}, t)$ , действующего в объеме тела, в общем случае также зависит от температуры.

Говоря о лазерном нагреве и о процессе трехмерной печати в целом, необходимо принимать во внимание тот факт, что световая волна проникает вглубь среды, из-за чего тепловые источники распределены в ее объеме, то есть представляют собой объемные источники тепла. Так как лазерное излучение уменьшается по мере его проникновения вглубь, то это приводит к неоднородному нагреву среды и вызывает в ней интенсивные процессы тепло- и массопереноса между различными участками.

Для анализа лазерного нагрева материала аналитическими методами прибегают к некоторым упрощениям:

а) материал изотропен и гомогенен, то есть его свойства одинаковы во всех направлениях, а температурные зависимости оптических и теплофизических коэффициентов слабые;

б) объемный источник теплоты не зависит от температуры

В таком случае, так как  $\operatorname{div}(\operatorname{grad}T) = \Delta T$  ( $\Delta$  – оператор Лапласа), уравнение (3.1) можно преобразовать к уравнению теплопроводности:

$$\frac{\partial T(\vec{r}, t)}{\partial t} = a \Delta T(\vec{r}, t) + \frac{1}{\rho c} q_v(\vec{r}, t) \quad (3.2)$$

где  $a = k / \rho c$  – коэффициент температуропроводности.

Уравнению (3.2) должна удовлетворять функция  $T(\vec{r}, t)$ , представляющая собой распределение температуры в теле.

В отличие от теплопроводности  $k$ , характеризующая способность тела (среды) проводить тепло, температуропроводность  $a$  характеризует теплоинерционные свойства тела и представляет собой меру скорости выравнивания поля температуры в рассматриваемой среде. Чем выше значение коэффициента температуропроводности, тем с большей скоростью среда изменит свою температуру во времени (эффективность разогрева среды при переносе тепла).

Вид решения (3.2)  $T = T(x, y, z, t)$  определяется функцией, которая зависит от плотности тепловых источников  $q_v(\vec{r}, t)$  и значениями теплофизических постоянных  $\rho, c, k$ , а однозначность решения – граничными условиями для каждой конкретной тепловой задачи. Причем значение  $k$  определяет соответствующую

плотности мощности объемных тепловых источников  $q_v(\vec{r}, t)$  максимальную температуру.

При нагревании твердых тел лазером распределение плотности мощности светового потока  $q(x, y, z)$  в поглощающей среде по глубине  $z$  описывается законом Бугера – Ламберта в дифференциальном виде:

$$\frac{dq(z)}{dz} = -\alpha q(z) \quad (3.3)$$

Для большинства металлов в диапазоне длин волн от дальней области ИК до ближней области УФ коэффициент поглощения является достаточно большим и можно считать, что  $\alpha = const$ . Это позволяет описывать изменение плотности светового потока по глубине применяя интегральный закон Бугера-Ламберта:

$$q(z) = Aq_0 \exp(-\alpha z), \quad (3.4)$$

где  $q_0$  – плотность падающего светового потока на поверхность материала,  $A$  – поглощательная способность материала (коэффициент поглощения).

Для материалов с малой теплопроводностью  $k$  при определенных плотностях потока  $q_0(x, y)$  характерна более высокая равновесная температура, в отличие от материалов имеющих высокий коэффициент теплопроводности. Удельная теплоемкость  $c$  характеризует способность материала накапливать тепло, которое сообщается внешним источником, до тех пор, пока не будет достигнуто состояние равновесия. Как уже говорилось ранее, скорость достижения теплового равновесия в материале, при мгновенной активации источника тепла, выражается коэффициентом температуропроводности  $\alpha = k / \rho c$ . Расстояние, на которое тепловая волна распространяется в материале за некоторое время  $t$ , можно оценить как  $l_T \approx \sqrt{\alpha t}$ . Пропорционально этому параметру за счет температуропроводности растет размер области, прогретой действием лазерного излучения.

Так как уравнение (3.2) получено с использованием некоторых допущений, то оно является, скорее феноменологическим уравнением. Соответствие этого уравнения реальному физическому процессу возможно определить только сравнением результатов, полученных при решении этого уравнения и при проведении экспериментов. Как показывает практика, в большинстве случаев феноменологическое описание процесса теплопроводности имеет весьма хорошую согласованность с результатами экспериментальных исследований при верном выборе модели реального процесса.

Уравнение теплопроводности по своей сути является дифференциальным уравнением в частных производных, в котором время  $t$  и пространственные координаты  $x, y, z$  являются независимыми переменными, а зависимой – функция  $T$ , что есть температура. Функция  $q_v(\vec{r}, t)$  является заданной функцией координат и времени. Такая математическая модель позволяет описывать целый класс процессов теплопроводности, однако не может дать полную картину о развитии процесса передачи теплоты во время нагрева тела лазерным излучением. Математически это можно объяснить тем, что решения дифференциальных уравнения в частных производных неоднозначны.

Для получения частного решения, соответствующего реальному процессу нагрева конкретного материала источником лазерного излучения, необходимо ввести дополнительные параметры, которые определяют задачу теплопроводности и являются условиями однозначности. К таким условиям относятся:

а) геометрические характеристики тела, в котором протекает процесс теплообмена;

б) физические и теплофизические свойства материала, такие как тепло- и температуропроводность, теплоемкость и плотность;

в) закон распределения объемного источника тепла  $q_v(\vec{r}, t)$ ;

г) граничные условия, описывающие особенности теплового взаимодействия граничной поверхности нагреваемого тела с окружающей средой;

д) механизмы потери тепла с поверхности: лучеиспускание (по закону Стефана-Больцмана), конвекция (по закону Ньютона) или испарение;

е) временные или начальные условия, определяющие распределение температуры в некоторый момент времени в любой точке тела, который задается или принимается  $t = 0$ .

Для тела, чьи геометрические формы определены и известны физические свойства, условия однозначности определяются заданием начальных и граничных условий. В качестве начального условия выступает краевое условие по времени, а в качестве граничных – пространственные краевые условия. Дифференциальное уравнение теплопроводности вместе с краевыми условиями составляет краевую тепловую задачу.

Начальное условие для уравнения теплопроводности задает температуры в начальный момент времени  $t = 0$  во всех точках тела, подвергаемого лазерному излучению:

$$T(\bar{r}, t = 0) = T_n(\bar{r}), \bar{r} > 0.$$

В качестве граничных условий задаются условия теплового взаимодействия между телом и окружающей средой, в зависимости от характера процесса. Например, если на границе тела не происходит никаких процессов, связанных с выделением или поглощением тепла, а теплообмен определяется только теплопроводностью, то граничные условия на поверхности задаются равенством температуры и тепловых процессов на границе:

$$T = T_{cp}, \kappa \left| \frac{\partial T}{\partial n} \right| = \kappa_{cp} \left| \frac{\partial T_{cp}}{\partial n} \right|, \quad (3.5)$$

где  $T$  и  $T_{cp}$  – температуры тела и среды,  $\kappa$  и  $\kappa_{cp}$  – теплопроводности тела и среды,  $\vec{n}$  – нормаль к граничной поверхности,  $\frac{\partial}{\partial n}$  – производная по направлению нормали к граничной поверхности.

Для расчета температуры тела необходимо учитывать температуру окружающей среды, которой может быть как воздух, так и инертные газы, подаваемые в зону обработки. Поэтому при решении практических задач применяют условия, описывающие действительные физические процессы и представляющие собой некоторую идеализацию этих процессов.

Для задания распределения температуры  $T_0$  на поверхности тела для любого момента времени используют граничное условие первого рода:

$$T_0 = T(x, y, 0, t).$$

### 3.1. Решение вспомогательной задачи о нагреве полупространства подвижным источником лазерного излучения с учётом теплоотдачи на поверхности

#### Постановка задачи

Положим, что в начальный момент времени  $t=0$  в начале прямоугольной декартовой системы координат  $Oxyz$ , связанной с поверхностью полупространства  $z \geq 0$  начинает действовать источник тепла  $q$ , который движется по поверхности полупространства  $z=0$  по произвольному закону от времени. Схематично данный процесс можно представить как показано на рисунке 3.2.

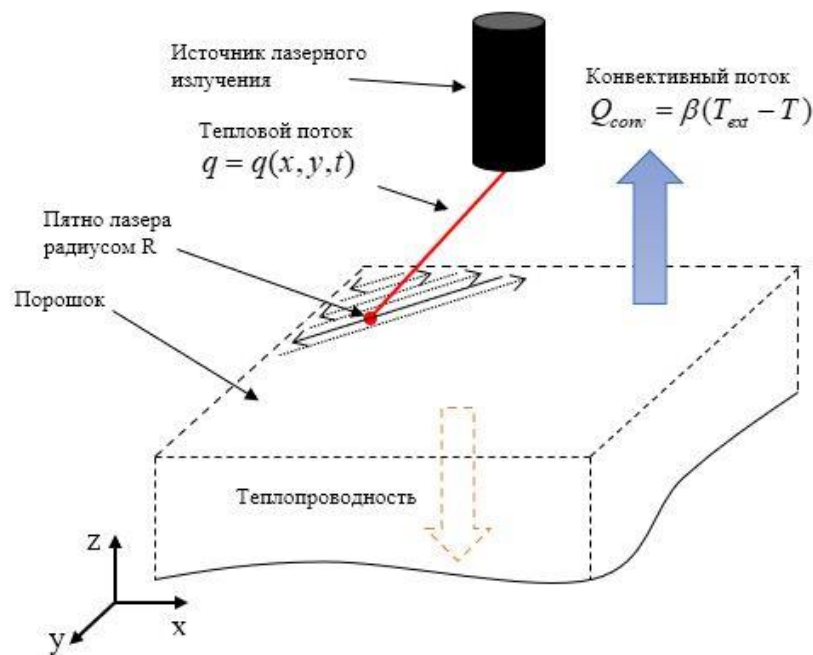


Рисунок 3.2. Схематическое описание моделируемого процесса трехмерной печати.

Плотность потока  $q$  распределена по пятну нагрева радиуса  $R$  и в общем случае, может зависеть как от радиуса  $r \in [0, R]$ , так и от времени:

$$q = q(x, y, t) = q(r, t)H(r - R), \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad (3.6)$$

где  $H(\cdot)$  – функция Хевисайда.

Координаты положения центра пятна нагрева в моменты времени  $t > 0$  определяются параметрическими зависимостями:

$$x = \varphi(t), y = \psi(t). \quad (3.7)$$

Среда, заполняющая полупространство, характеризуется удельной теплоёмкостью  $c$ , плотностью  $\rho$  и коэффициентом теплопроводности  $\kappa$ . Полагаем, что среда является однородной и изотропной, а также что плотность и теплофизические постоянные не зависят от температуры. Положим также отсутствие объёмных источников тепла в полупространстве. В этом случае распределение температуры  $T(x, y, z, t)$  в среде подчиняется уравнению теплопроводности [88, 89]:

$$\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} = a \Delta T(x, y, z, t), \quad (3.8)$$

где  $a = \frac{\kappa}{\rho c}$  – коэффициент температуропроводности.

В начальный момент времени температура во всех точках полупространства равна нулю:

$$T(x, y, z, 0) = 0. \quad (3.9)$$

На поверхности полупространства имеют место граничные условия второго рода [90, 91]. С учётом (3.6) и (3.7) они примут вид:

$$-\kappa \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial z} + \beta T(x, y, z, t) \Big|_{z=0} = q[x - \varphi(t), y - \psi(t), t]. \quad (3.10)$$

На бесконечности температура полагается ограниченной

$$T(r, t) = O(1), \quad r \rightarrow \infty. \quad (3.11)$$



### 3.1.1. Функция влияния поверхностного источника тепла

Решим вспомогательную задачу о сосредоточенном источнике тепла на поверхности полупространства:

$$\begin{aligned} \frac{\partial G(x, y, z, t)}{\partial t} &= a\Delta G(x, y, z, t), \\ G(x, y, z, 0) &= 0, \quad -\kappa \frac{\partial G(x, y, z, t)}{\partial z} + \beta G(x, y, z, t) \Big|_{z=0} = \delta(x)\delta(y)\delta(t), \quad (3.12) \\ G(x, y, z, t) &= O(1), \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \rightarrow \infty. \end{aligned}$$

Здесь  $\delta(\cdot)$  – дельта-функция Дирака.

Функцию  $G(r, t)$  как решение задачи (3.12) назовём *функцией влияния поверхностного источника тепла*. В дальнейшем будем называть её просто *поверхностной функцией влияния*.

Исходя из принципа суперпозиции [92-97] решение исходной задачи (3.8)-(3.11) является свёрткой функции влияния с правой частью граничного условия (3.10) по переменным  $x$ ,  $y$  и по времени

$$T(x, y, z, t) = \int_0^t d\tau \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(x - \xi, y - \zeta, z, t - \tau) q[\xi - \varphi(\tau), \zeta - \psi(\tau), \tau] d\xi d\zeta. \quad (3.13)$$

Таким образом, ключевым моментом является построение функции влияния поверхностного источника.

Для решения этой задачи применим к (3.12) интегральное преобразование Лапласа по времени с параметром  $s$  и интегральные преобразования Фурье по пространственным переменным  $x$  и  $y$  с соответствующими параметрами  $p_1$  и  $p_2$  (индекс « $FL$ » у функции обозначает её изображение по Фурье и Лапласу):

$$a \frac{\partial^2 G^{FL}}{\partial z^2} - (s + ap^2) G^{FL} = 0, \quad p^2 = p_1^2 + p_2^2, \quad (3.14)$$

$$-\kappa \frac{\partial G^{FL}}{\partial z} + \beta G^{FL} \Big|_{z=0} = 1, \quad G^{FL} = O(1), \quad z \rightarrow \infty. \quad (3.15)$$

Ограниченное при  $z \rightarrow \infty$  решение уравнения (3.14) имеет вид

$$G^{FL} = A e^{-z\sqrt{s/a+p^2}} \quad (3.16)$$

Постоянную  $A$  находим из первого граничного условия в (3.15):

$$A = \frac{1}{\beta + \kappa\sqrt{s/a+p^2}}$$

В итоге получаем

$$G^{FL} = \frac{e^{-z\sqrt{s/a+p^2}}}{\beta + \kappa\sqrt{s/a+p^2}}. \quad (3.17)$$

Для построения оригинала сначала обратим интегральное преобразование Лапласа:

$$G^F = \frac{1}{\kappa} \left[ \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{\pi t}} e^{-\frac{z^2}{4at}} - \frac{\beta a \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{at}} + \frac{\sqrt{at}\beta}{\kappa}\right) e^{\frac{\beta^2 a + \beta z}{\kappa}}}{\kappa} \right] e^{-p^2 t}.$$

Здесь  $\operatorname{erfc}(x)$  – дополнительная функция ошибок, которая определяется через функцию ошибок  $\operatorname{erf}(x)$ :

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-\xi^2} d\xi, \quad \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\xi^2} d\xi.$$

Затем последовательно обращаем интегральные преобразования Фурье:

$$e^{-ap^2 t} = e^{-ap_1^2 t} e^{-ap_2^2 t},$$

$$e^{-ap_1^2 t} \div \frac{e^{-\frac{x^2}{4at}}}{2\sqrt{\pi at}}, \quad e^{-ap_2^2 t} \div \frac{e^{-\frac{y^2}{4at}}}{2\sqrt{\pi at}}.$$

В результате получаем оригинал поверхностной функции влияния

$$G(x, y, z, t) = \left[ \frac{e^{-\frac{z^2}{4at}}}{4\kappa a^{1/2} (\pi t)^{3/2}} - \beta \frac{e^{-\frac{t\beta^2 a + \beta z}{\kappa^2}}}{4\kappa^2 \pi t} \operatorname{erfc} \left( \frac{z}{2\sqrt{at}} + \frac{\sqrt{at}\beta}{\kappa} \right) \right] e^{-\frac{x^2+y^2}{4at}}. \quad (3.18)$$

### 3.1.2. Разрешающее интегральное соотношение

Как указано выше, решение задачи о подвижном источнике тепла выражается тройным интегралом (3.13). Отметим, что непосредственное использование формулы (3.13) представляет определённые трудности, связанные с вычислением двойного интеграла по пространственным переменным.

Для преодоления этих сложностей предложим следующий подход.

В формуле (3.13) перейдём в подвижную систему координат, связанную с центром пятна нагрева:  $\xi = x - \varphi(\tau)$ ,  $\zeta = z - \psi(\tau)$ . Тогда

$$T(x, y, z, t) = \int_0^t d\tau \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(x - \xi - \varphi(\tau), y - \zeta - \psi(\tau), z, t - \tau) q(\xi, \zeta, \tau) d\xi d\zeta. \quad (3.19)$$

Положим, что распределение теплового потока  $q$  по поверхности полупространства не зависит от времени и подчиняется закону распределения Гаусса

$$q = q(\xi, \zeta) = \frac{Q e^{-\frac{\xi^2 + \zeta^2}{2\sigma^2}}}{2\pi\sigma^2}, \quad (3.20)$$

где  $Q$  – мощность источника лазерного излучения,  $\sigma$  – среднеквадратическое отклонение.

По свойству функции Гаусса  $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} q(\xi, \zeta) d\xi d\zeta = Q$ . Выбирая то или иное

значение среднеквадратического отклонения  $\sigma$  можно регулировать радиус носителя пятна нагрева.

На рис. 3.3 изображены графики функции  $q(\xi R, 0)/q_0$ ,  $q_0 = q(0, 0)$  при различных значениях  $\sigma$ . Сплошная кривая соответствует  $\sigma = R/3$ , штриховая –  $\sigma = R/2$ , штрих-пунктирная –  $\sigma = R$ .

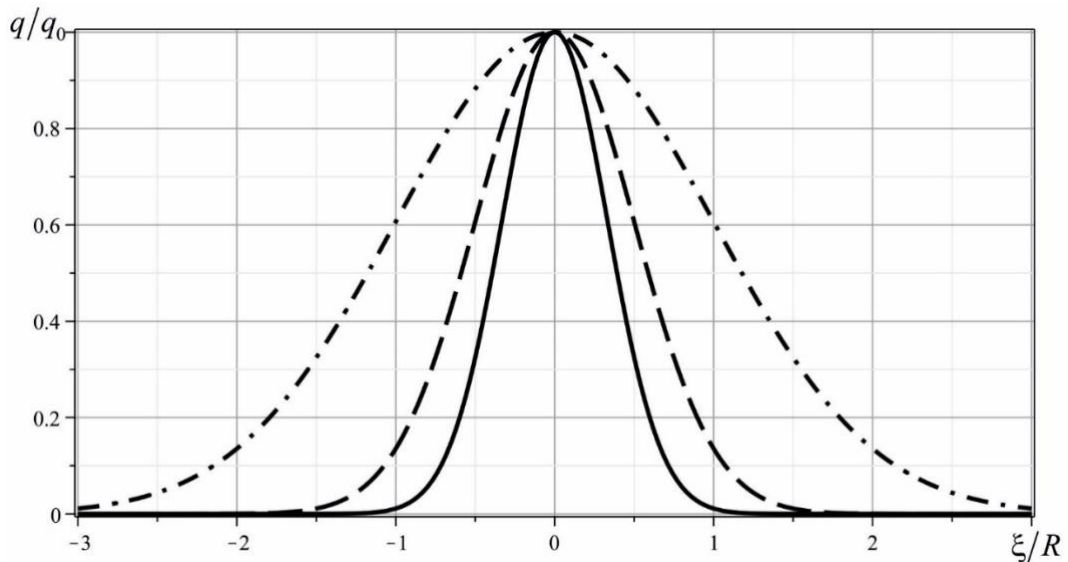


Рисунок 3.3. Распределения теплового потока при различных значениях  $\sigma$ .

Из рисунка видно, что значение  $\sigma$  следует принять равным  $R/3$ . Это согласуется с известным правилом трёх сигм, согласно которому при нормальном распределении практически все значения величины с вероятностью 0,9973 лежат не далее трех сигм в любую сторону от математического ожидания, которое в рассматриваемом случае равно нулю.

На рис. 3.4 показано трёхмерное распределение функции  $q(\xi R, \zeta R)/q_0$  при  $\sigma = R/3$ .

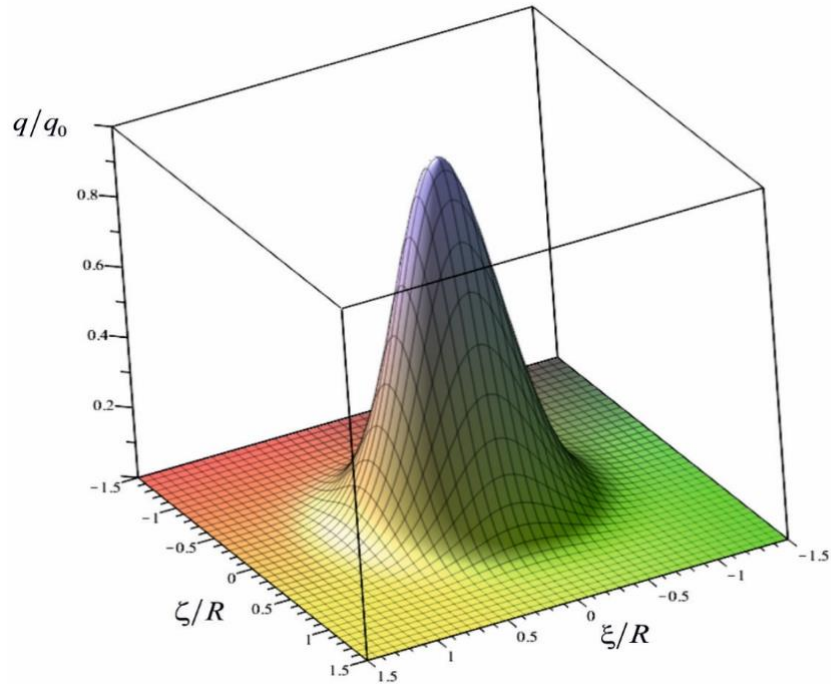


Рисунок 3.4. Пространственное распределение потока лазерного излучения при  $\sigma = R/3$ .

Заметим, что функция влияния  $G(x, y, z, t)$  является произведением двух сомножителей, первый из которых зависит только от  $z$  и  $t$ , а второй – от  $x$ ,  $y$  и  $t$ :

$$G(x, y, z, t) = G_1(z, t)G_2(x, y, t),$$

$$G_1(z, t) = \frac{e^{-\frac{z^2}{4at}}}{4\kappa a^{1/2}(\pi t)^{3/2}} - \beta \frac{e^{\frac{i\beta^2 a + \beta z}{\kappa^2 + \kappa}}}{4\kappa^2 \pi t} \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{at}} + \frac{\sqrt{at}\beta}{\kappa}\right), \quad (3.21)$$

$$G_2(x, y, t) = e^{-\frac{x^2 + y^2}{4at}}.$$

С учётом (3.21) запишем формулу (3.19) в виде:

$$T(x, y, z, t) = \int_0^t G_1(z, t - \tau) J(x, y, t, \tau) d\tau, \quad (3.22)$$

$$J(x, y, t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G_2(x - \varphi(\tau) - \xi, y - \psi(\tau) - \zeta, t - \tau) q(\xi, \zeta) d\xi d\zeta.$$

Рассмотрим интеграл  $J(x, y, t, \tau)$ :

$$\begin{aligned} J(x, y, t, \tau) &= \frac{Q}{2\pi\sigma^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-\varphi(\tau)-\xi)^2 + (y-\psi(\tau)-\zeta)^2}{4a(t-\tau)}} e^{-\frac{\xi^2 + \zeta^2}{2\sigma^2}} d\xi d\zeta = \\ &= \frac{Q}{2\pi\sigma^2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-\varphi(\tau)-\xi)^2}{4a(t-\tau)} - \frac{\xi^2}{2\sigma^2}} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(y-\psi(\tau)-\zeta)^2}{4a(t-\tau)} - \frac{\zeta^2}{2\sigma^2}} d\zeta. \end{aligned}$$

Выполним следующие преобразования:

$$\begin{aligned} \frac{(x-\varphi(\tau)-\xi)^2}{4a(t-\tau)} + \frac{\xi^2}{2\sigma^2} &= \left( \frac{1}{2\sigma^2} + \frac{1}{4a(t-\tau)} \right) \left( \xi - \frac{\sigma^2(x-\varphi(\tau))}{\sigma^2 + 2a(t-\tau)} \right)^2 + \frac{(x-\varphi(\tau))^2}{2\sigma^2 + 4a(t-\tau)}, \\ \frac{(y-\psi(\tau)-\zeta)^2}{4a(t-\tau)} + \frac{\zeta^2}{2\sigma^2} &= \left( \frac{1}{2\sigma^2} + \frac{1}{4a(t-\tau)} \right) \left( \zeta - \frac{\sigma^2(y-\psi(\tau))}{\sigma^2 + 2a(t-\tau)} \right)^2 + \frac{(y-\psi(\tau))^2}{2\sigma^2 + 4a(t-\tau)}. \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned} J(x, y, t, \tau) &= \\ &= \frac{Q}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(x-\varphi(\tau))^2 + (y-\psi(\tau))^2}{2\sigma^2 + 4a(t-\tau)}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\left( \frac{1}{2\sigma^2} + \frac{1}{4a(t-\tau)} \right) \left( \xi - \frac{\sigma^2(x-\varphi(\tau))}{\sigma^2 + 2a(t-\tau)} \right)^2} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\left( \frac{1}{2\sigma^2} + \frac{1}{4a(t-\tau)} \right) \left( \zeta - \frac{\sigma^2(y-\psi(\tau))}{\sigma^2 + 2a(t-\tau)} \right)^2} d\zeta. \end{aligned}$$

С учётом равенства

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-a(\xi-b)^2} d\xi = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{a}}, \quad a > 0,$$

получаем

$$J(x, y, t, \tau) = \frac{2Qa(t-\tau)}{\sigma^2 + 2a(t-\tau)} e^{-\frac{(x-\varphi(\tau))^2 + (y-\psi(\tau))^2}{2\sigma^2 + 4a(t-\tau)}}. \quad (3.23)$$

Таким образом, формула для расчёта поля температуры, индуцированного подвижным источником лазерного излучения с учётом теплоотдачи на поверхности принимает вид одномерного интеграла по времени:

$$T(x, y, z, t) = \frac{Qa}{2\kappa} \int_0^t f(x, y, z, t, \tau) d\tau, \quad (3.24)$$

$$f(x, y, z, t, \tau) = \frac{e^{-\frac{(x-\varphi(\tau))^2 + (y-\psi(\tau))^2}{2\sigma^2 + 4a(t-\tau)}}}{\sigma^2 + 2a(t-\tau)} \left[ \frac{e^{-\frac{z^2}{4a(t-\tau)}}}{\pi^{3/2} \sqrt{a(t-\tau)}} - \beta \frac{e^{\frac{\beta^2 a}{\kappa^2}(t-\tau) + \frac{\beta z}{\kappa}}}{\kappa \pi} \operatorname{erfc} \left( \frac{z}{2\sqrt{a(t-\tau)}} + \frac{\beta \sqrt{a(t-\tau)}}{\kappa} \right) \right].$$

### 3.1.3. Прямолинейное движение лазера по поверхности

Рассмотрим случай, когда пятно источника лазерного излучения радиуса  $R = 32.5$  микрон и мощностью  $Q = 300$  Вт движется по поверхности полупространства по прямолинейному участку длиной  $L$  вдоль оси  $X$  с постоянной скоростью  $v = 1600$  мм/с. Для данного случая поверхностный график распределения температуры в конечный момент времени представлен на рисунке 3.5, для конечного момента времени – на рисунке 3.6. Важно отметить, что на графиках указано не значение температуры, а ее приращение относительно начальных условий:  $T_0 = 25^\circ\text{C}$ .

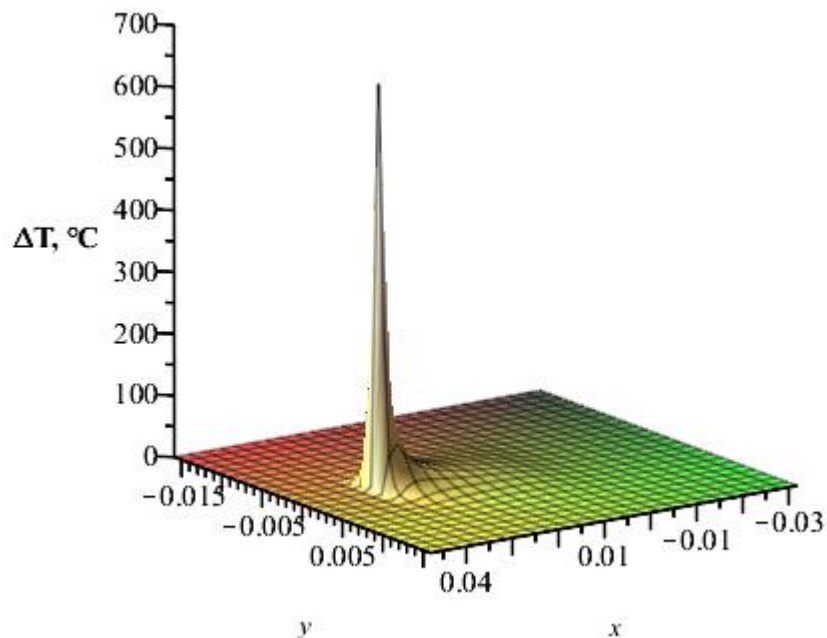


Рисунок 3.5. Распределение температуры по поверхности в конечный момент времени.

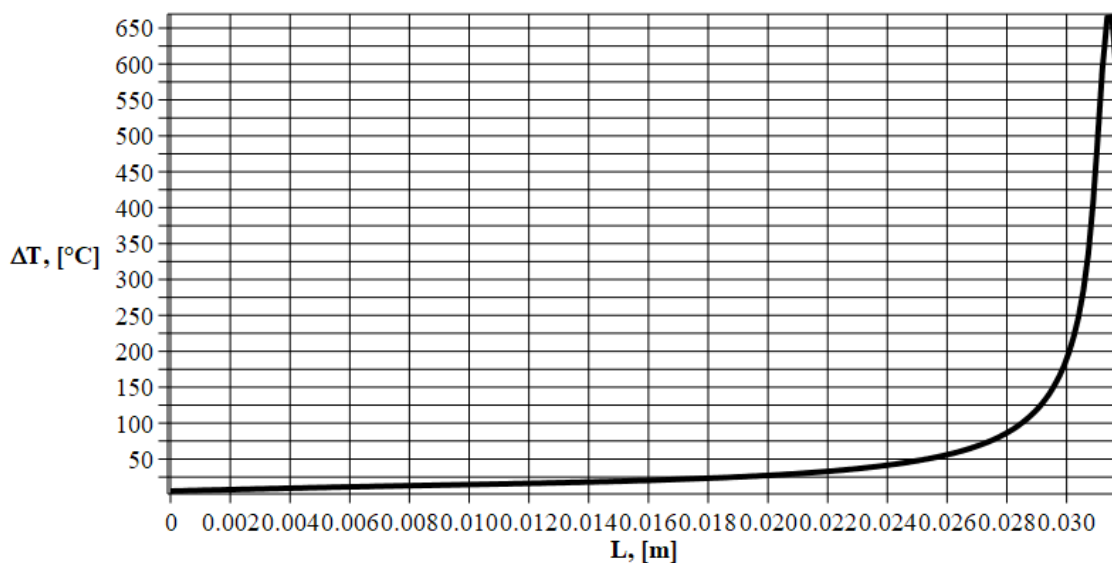


Рисунок 3.6. Распределение температуры по поверхности вдоль кривой G-кода в конечный момент времени.

График распределения температуры по глубине в точке воздействия лазерного излучения в конечный момент времени представлен на рисунке 3.7.

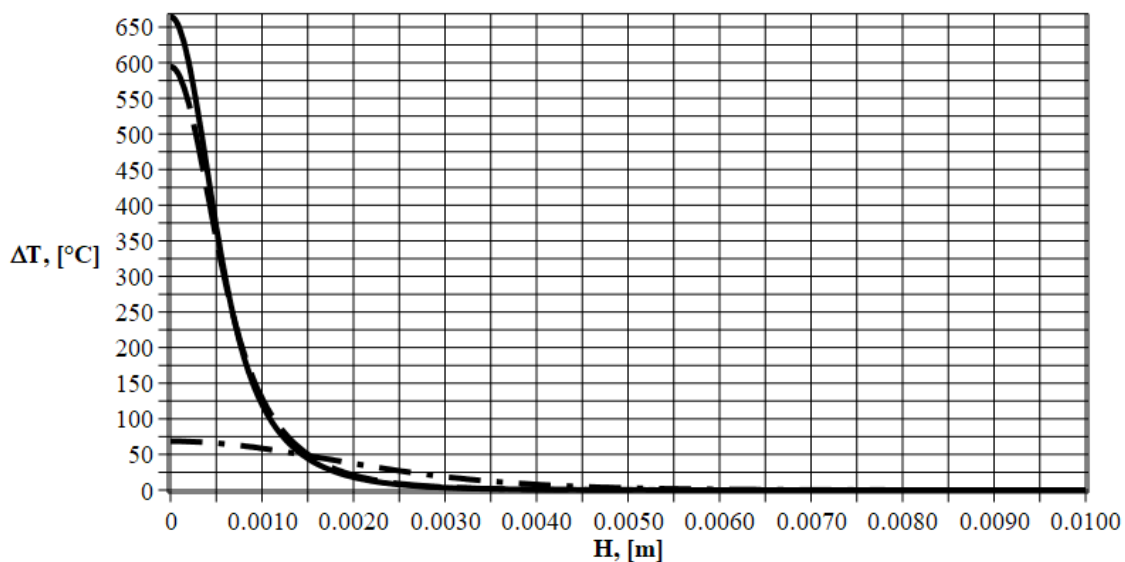


Рисунок 3.7. Распределение температуры по глубине в конечный момент времени. Сплошная линия соответствует  $L$ ; штриховая –  $0.99L$ ; штрих-пунктирная –  $0.7L$ .



### 3.1.4. Движение лазера по поверхности полупространства с использованием реальной стратегии сканирования

Теперь предположим, что пятно от источника лазерного излучения движется по заданной сложной траектории, представленной на рисунке 3.8.

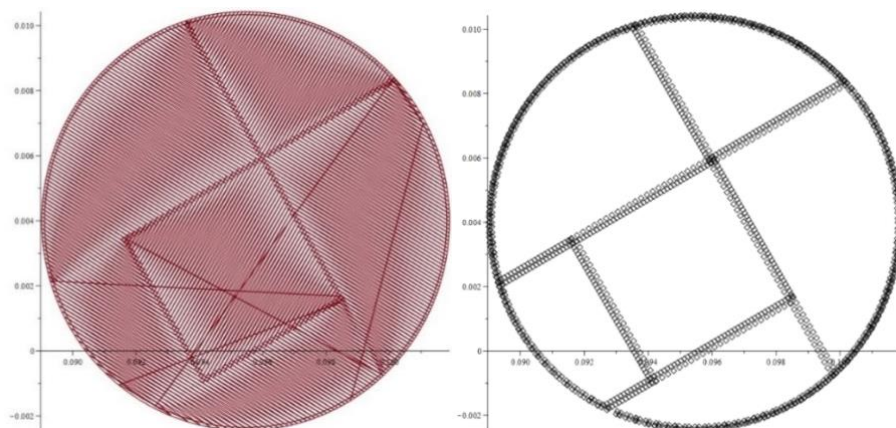


Рисунок 3.8. Траектория движения пятна по поверхности

На рисунках 3.9 и 3.10 представлены результаты расчетов распределения температуры вдоль кривой G-кода в последний момент времени и по глубине в различных точках в последний момент времени.

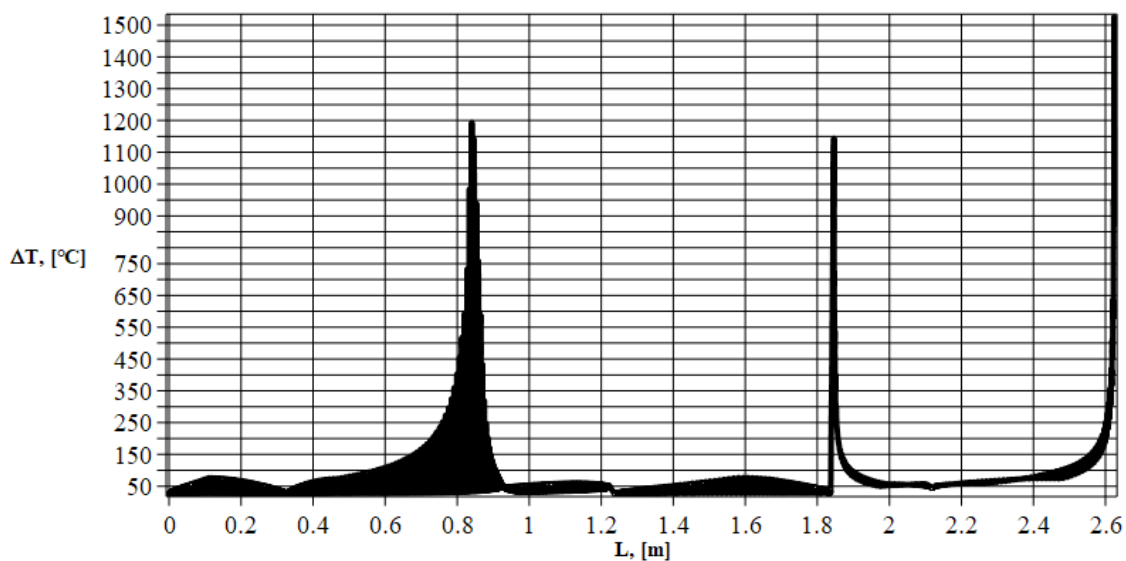


Рисунок 3.9. Распределение температуры вдоль кривой G-кода в конечный момент времени.

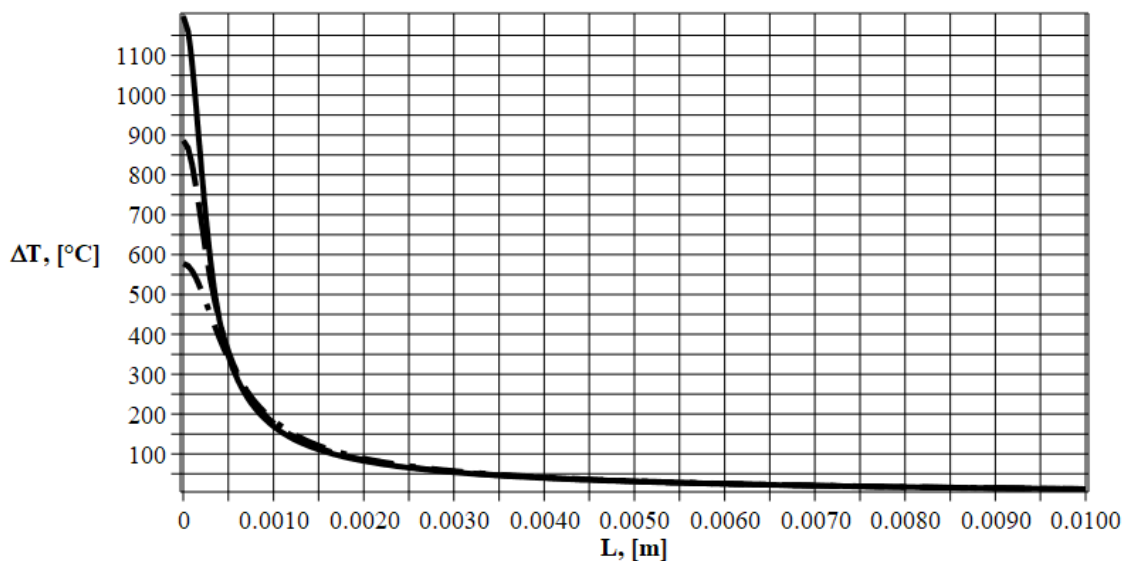


Рисунок 3.10. Распределение температуры по глубине в конечный момент времени. Сплошная линия соответствует  $L$ ; штриховая –  $0.99L$ ; штрих-пунктирная –  $0.7L$ .

Из графика, изображенного на рисунке 3.9 видно, что имеются резкие повышения температуры. Это связано с тем, что источник лазерного излучения во время движения по траектории может пересекать или находиться в окрестности тех точек, которые уже были подвержены его воздействию.

Кроме того, оценено влияние конвективного потока на поверхности. Расчеты с различными значениями коэффициента теплообмена на поверхности  $\beta$  показали, что его влияние мало и им можно пренебречь. Значения максимальной температуры при различных параметрах  $\beta$  представлены в таблице 12.

Таблица 12. Влияние теплообмена на поверхности

	$\beta = 0$	$\beta = 10$	$\beta = 100$	$\beta = 1000$	$\beta = 10000$
$\Delta T$	582,98	582,95	582,73	580,51	559

### 3.1.5. Расчёт напряжённо-деформированного состояния, индуцированного подвижным источником лазерного излучения

Система дифференциальных уравнений термоупругости в предположении, что поверхностные нагрузки и массовые силы, а также внутренние источники тепла отсутствуют, состоит из уравнения теплопроводности и уравнений движения теории упругости с учётом температурных эффектов [98]:

$$\Delta T - \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} - \chi \frac{\partial \operatorname{div} \mathbf{u}}{\partial t} = 0, \quad (3.25)$$

$$\Delta \mathbf{u} + \eta^2 \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{u} - \gamma \operatorname{grad} T = \frac{1}{\mu} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2}, \quad (3.26)$$

где  $\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z)$  – вектор перемещений;  $\eta^2 = \frac{\lambda + \mu}{\mu}$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$  – упругие постоянные

Ламе;  $\gamma = 3K\alpha$ ,  $\alpha$  – коэффициент температурного расширения,  $K = \lambda + \frac{2}{3}\mu$  –

модуль объёмного расширения;  $\chi = \frac{\gamma T_0}{\lambda}$ ,  $T_0$  – начальная температура.

Эта система сильно упрощается, если пренебречь членом  $\chi \frac{\partial \operatorname{div} \mathbf{u}}{\partial t}$  в уравнении теплопроводности. Такое пренебрежение оправдывается тем, что этот член представляет собой поправку порядка  $\frac{c_\sigma - c_\varepsilon}{c_\varepsilon}$ , где  $c_\sigma$  и  $c_\varepsilon$  – удельные теплоёмкости при постоянном напряжении и деформации, по сравнению со вторым членом уравнения (3.25). Таким образом, получаем более простую несопряжённую систему уравнений:

$$a \Delta T = \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (3.27)$$

$$\Delta \mathbf{u} + \eta^2 \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{u} - \gamma \operatorname{grad} T = \frac{1}{\mu} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2},$$

первое из которых совпадает с уравнением (3.8).

В случае, когда величины, вызывающие движение тела, изменяются весьма медленно, в уравнениях движения (3.26) можно отбросить инерционные члены. В этом случае система уравнений принимает вид:

$$a\Delta T = \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (3.28)$$

$$\Delta \mathbf{u} + \eta^2 \text{grad div} \mathbf{u} = \gamma \text{grad} T, \quad (3.29)$$

Напряжения  $\sigma_{ij}$  связаны с деформациями  $\varepsilon_{ij}$ ,  $i, j = x, y, z$  законом Дюамеля-Неймана:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \lambda\theta - \gamma\mu T + 2\mu\varepsilon_{xx}, \quad \sigma_{yy} = \lambda\theta - \gamma\mu T + 2\mu\varepsilon_{yy}, \\ \sigma_{zz} &= \lambda\theta - \gamma\mu T + 2\mu\varepsilon_{zz}, \quad \sigma_{xy} = 2\mu\varepsilon_{xy}, \\ \sigma_{xz} &= 2\mu\varepsilon_{xz}, \quad \sigma_{yz} = 2\mu\varepsilon_{yz}, \\ \theta &= \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Деформации и перемещения подчиняются соотношениям Коши:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y}, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}, \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right), \quad \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right), \\ \varepsilon_{yz} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right). \end{aligned} \quad (3.31)$$

Так же, как и в предыдущем пункте, поставим задачу о построении фундаментальных решений (функций влияния).

Представим вектор перемещения в виде суммы:

$$\mathbf{u} = \text{grad}\Phi + \tilde{\mathbf{u}}, \quad (3.32)$$

где  $\Phi$  – термоупругий потенциал.

Подставляя (3.32) в (3.29), приходим к двум уравнениям:

$$\Delta\Phi = mT, \quad m = \frac{\gamma}{\eta^2 + 1}, \quad (3.33)$$

$$\Delta\tilde{\mathbf{u}} + \eta^2 \text{grad div}\tilde{\mathbf{u}} = 0. \quad (3.34)$$

Решим соответствующую вспомогательную задачу о сосредоточенном источнике тепла на границе полупространства  $z=0$ . При этом, как показано выше (см. таблицу 12), учёт теплоотдачи на поверхности  $z=0$  не оказывает значительного влияния на распределение температуры в процессе нагрева подвижным источником лазерного излучения, поэтому процессом теплоотдачи на свободной поверхности можно пренебречь, положив в граничных условиях (3.10)  $\beta=0$ . Начальные условия для уравнения (3.28) полагаем однородными. Для системы уравнений (3.29) используем граничные условия на поверхности полупространства  $z=0$  и в бесконечно удалённой точке. На границе полупространства отсутствуют напряжения, а в бесконечно удаленной точке перемещения предполагаются ограниченными. Температуру  $G_T$ , перемещения  $G_x$ ,  $G_y$ ,  $G_z$  и напряжения  $G_{ij}$ ,  $i, j = x, y, z$  как решения этой задачи будем называть *поверхностными функциями влияния для термоупругого полупространства*.

Вектор-функцию  $\mathbf{G} = (G_x, G_y, G_z)^T$ , аналогично (3.32) представим в виде суммы:

$$\mathbf{G} = \text{grad}\Phi_G + \tilde{\mathbf{G}}, \quad \tilde{\mathbf{G}} = (\tilde{G}_x, \tilde{G}_y, \tilde{G}_z)^T. \quad (3.35)$$

Из соотношений (3.30) и (3.31) следует:

$$\begin{aligned}
G_{xx} &= 2\mu \left( \frac{\partial^2 \Phi_G}{\partial x^2} - \Delta \Phi_G \right) + \lambda \operatorname{div} \tilde{\mathbf{G}} + 2\mu \tilde{\varepsilon}_{xx}, \\
G_{yy} &= 2\mu \left( \frac{\partial^2 \Phi_G}{\partial y^2} - \Delta \Phi_G \right) + \lambda \operatorname{div} \tilde{\mathbf{G}} + 2\mu \tilde{\varepsilon}_{yy}, \\
G_{zz} &= 2\mu \left( \frac{\partial^2 \Phi_G}{\partial z^2} - \Delta \Phi_G \right) + \lambda \operatorname{div} \tilde{\mathbf{G}} + 2\mu \tilde{\varepsilon}_{zz}, \\
G_{xy} &= 2\mu \left( \frac{\partial^2 \Phi_G}{\partial x \partial y} + \tilde{\varepsilon}_{xy} \right), G_{xz} = 2\mu \left( \frac{\partial^2 \Phi_G}{\partial x \partial z} + \tilde{\varepsilon}_{xz} \right), \\
G_{yz} &= 2\mu \left( \frac{\partial^2 \Phi_G}{\partial y \partial z} + \tilde{\varepsilon}_{yz} \right), \\
\operatorname{div} \tilde{\mathbf{G}} &= \frac{\partial \tilde{G}_x}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{G}_y}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{G}_z}{\partial z}, \tilde{\varepsilon}_{xx} = \frac{\partial \tilde{G}_x}{\partial x}, \tilde{\varepsilon}_{yy} = \frac{\partial \tilde{G}_y}{\partial y}, \\
\tilde{\varepsilon}_{zz} &= \frac{\partial \tilde{G}_z}{\partial z}, \tilde{\varepsilon}_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \tilde{G}_x}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{G}_y}{\partial x} \right), \tilde{\varepsilon}_{xz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \tilde{G}_x}{\partial z} + \frac{\partial \tilde{G}_z}{\partial x} \right), \\
\tilde{\varepsilon}_{yz} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \tilde{G}_y}{\partial z} + \frac{\partial \tilde{G}_z}{\partial y} \right)
\end{aligned} \tag{3.36}$$

Тогда, математическая постановка задачи о поверхностных функциях влияния для термоупругого полупространства формулируется так:

$$\frac{\partial G_T}{\partial t} = a \Delta G_T, \tag{3.37}$$

$$G_T|_{t=0} = 0, \tag{3.38}$$

$$-\kappa \frac{\partial G_T}{\partial z} \Big|_{z=0} = \delta(x) \delta(y) \delta(t), \tag{3.39}$$

$$G_T = O(1), \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \rightarrow \infty.$$

$$\Delta \Phi_G = m G_T, \tag{3.40}$$

$$\begin{aligned}
\Delta \tilde{G}_x + \eta^2 \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \tilde{G}_x}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{G}_y}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{G}_z}{\partial z} \right) &= 0, \\
\Delta \tilde{G}_y + \eta^2 \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \tilde{G}_x}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{G}_y}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{G}_z}{\partial z} \right) &= 0, \\
\Delta \tilde{G}_z + \eta^2 \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \tilde{G}_x}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{G}_y}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{G}_z}{\partial z} \right) &= 0,
\end{aligned} \tag{3.41}$$

$$G_{zz}|_{z=0} = G_{xz}|_{z=0} = G_{xy}|_{z=0} = 0. \tag{3.42}$$

$$G_x|_{r \rightarrow \infty} = O(1), \quad G_y|_{r \rightarrow \infty} = O(1), \quad G_z|_{r \rightarrow \infty} = O(1), \quad r^2 = x^2 + y^2 + z^2. \tag{3.43}$$

К уравнениям (3.37) – (3.43) следует добавить соотношения (3.36).

В пространстве интегральных преобразований Фурье по переменным  $x$  и  $y$  с параметрами  $p_1$  и  $p_2$  соответственно ( $p^2 = p_1^2 + p_2^2$ ) и преобразования Лапласа по времени с параметром  $s$  решение уравнения (3.37) имеет вид:

$$G_T^{FL} = \frac{e^{-z\sqrt{s/a+p^2}}}{\kappa\sqrt{s/a+p^2}}. \tag{3.44}$$

Обращая интегральное преобразование Лапласа, найдём:

$$G_T^F = \frac{1}{\kappa} \sqrt{\frac{a}{\pi t}} e^{-p^2 ta - \frac{z^2}{4at}}. \tag{3.45}$$

В пространстве преобразований Фурье уравнение (3.40) с учётом (3.45) примет вид:

$$\frac{d^2 \Phi_G^F}{dz^2} - p^2 \Phi_G^F = \frac{m}{\kappa} \sqrt{\frac{a}{\pi t}} e^{-p^2 ta - \frac{z^2}{4at}}. \tag{3.46}$$

Его общее решение:

$$\Phi_G^F = C_1 e^{-pz} + C_2 e^{pz} + am \frac{e^{-z\sqrt{s/a+p^2}}}{\kappa s \sqrt{s/a+p^2}}, \quad (3.47)$$

где  $C_1 e^{-pz} + C_2 e^{pz}$  – общее решение однородного уравнения  $\frac{d^2 \Phi_G^F}{dz^2} - p^2 \Phi_G^F = 0$ , а

$am \frac{e^{-z\sqrt{s/a+p^2}}}{\kappa s \sqrt{s/a+p^2}}$  – частное решение неоднородного уравнения.

Константам  $C_1$  и  $C_2$  можно придать произвольные значения. Примем  $C_1 = C_2 = 0$ . Таким образом:

$$\Phi_G^F = am \frac{e^{-z\sqrt{s/a+p^2}}}{\kappa s \sqrt{s/a+p^2}}. \quad (3.48)$$

Уравнения (3.41) в пространстве преобразований Фурье запишутся так:

$$\begin{aligned} \left( \frac{d^2}{dz^2} - p^2 - \eta^2 p_1^2 \right) \tilde{G}_x^F - \eta^2 p_1 p_2 \tilde{G}_y^F - ip_1 \eta^2 \frac{d\tilde{G}_z^F}{dz} &= 0, \\ \left( \frac{d^2}{dz^2} - p^2 - \eta^2 p_2^2 \right) \tilde{G}_y^F - \eta^2 p_1 p_2 \tilde{G}_x^F - ip_2 \eta^2 \frac{d\tilde{G}_z^F}{dz} &= 0, \\ \left[ (1 + \eta^2) \frac{d^2}{dz^2} - p^2 \right] \tilde{G}_z^F - ip_1 \eta^2 \frac{d\tilde{G}_x^F}{dz} - ip_2 \eta^2 \frac{d\tilde{G}_y^F}{dz} &= 0. \end{aligned} \quad (3.49)$$

Нетрудно проверить, что ограниченным на бесконечности решением этой системы уравнений являются функции:

$$\begin{aligned} \tilde{G}_x^F &= (B_1 + F p_1 z) e^{-zp}, \quad \tilde{G}_y^F = (B_2 + F p_2 z) e^{-zp}, \\ \tilde{G}_z^F &= (B_3 - i F p z) e^{-zp}, \\ F &= -\frac{\eta^2}{p(\eta^2 + 2)} (p_1 B_1 + p_2 B_2 - ip B_3). \end{aligned} \quad (3.50)$$



Значения постоянных  $B_1$ ,  $B_2$  и  $B_3$  определим из граничных условий (3.42), которые в пространстве изображений по Фурье имеют вид:

$$G_{zz}^F \Big|_{z=0} = G_{xz}^F \Big|_{z=0} = G_{yz}^F \Big|_{z=0} = 0. \quad (3.51)$$

Найдём изображения по Фурье функций  $G_{zz}$ ,  $G_{xz}$  и  $G_{xy}$ :

$$\begin{aligned} \frac{G_{zz}^F}{\mu} &= -2p\Phi_G^F + (\eta^2 + 1) \frac{d\tilde{G}_z^F}{dz} - i(\eta^2 - 1)(p_1\tilde{G}_x^F + p_2\tilde{G}_y^F), \\ \frac{G_{xz}^F}{\mu} &= \frac{d\tilde{G}_x^F}{dz} - 2ip_1 \frac{\partial\Phi_G^F}{\partial z} - ip_1\tilde{G}_z^F, \\ -\frac{G_{xy}^F}{\mu} &= 2p_1p_2\Phi_G^F + i(p_1\tilde{G}_y^F + p_2\tilde{G}_x^F). \end{aligned} \quad (3.52)$$

Из (3.45) и (3.50)

$$\begin{aligned} \Phi_G^F \Big|_{z=0} &= \frac{am}{\kappa s \sqrt{s/a + p^2}}, \quad \frac{d\Phi_G^F}{dz} \Big|_{z=0} = \frac{-am}{\kappa s}, \\ \tilde{G}_x^F \Big|_{z=0} &= B_1, \quad \tilde{G}_y^F \Big|_{z=0} = B_2, \quad \tilde{G}_z^F \Big|_{z=0} = B_3, \\ \frac{d\tilde{G}_z^F}{dz} \Big|_{z=0} &= (1-p)B_3 - iFp. \end{aligned} \quad (3.53)$$

Тогда из (3.50) – (3.53) получим три уравнения относительно трёх неизвестных констант  $B_1$ ,  $B_2$  и  $B_3$ :

$$\begin{aligned} +(\eta^2 + 1)[(1-p)B_3 - iFp] - i(\eta^2 - 1)(p_1B_1 + p_2B_2) &= \\ &= 2p \frac{am}{\kappa s \sqrt{s/a + p^2}}, \\ (1-p-ip_1)B_3 - iFp + 2ip \frac{am}{\kappa s} &= 0, \\ 2p_1p_2 \frac{am}{\kappa s \sqrt{s/a + p^2}} + i(p_1B_2 + p_2B_1) &= 0. \end{aligned} \quad (3.54)$$

Определив  $B_1$ ,  $B_2$  и  $B_3$  как решения (3.54), получаем изображения по Фурье всех функций влияния для термоупругого полупространства, получаем:

$$B_1 = iam p_1 \frac{k(\eta^2 + 1) + 1}{psk\eta^2 k}$$

$$B_2 = iam p_2 \frac{k(\eta^2 + 1) + 1}{psk\eta^2 k},$$

$$B_3 = \frac{[\eta^2 m p_1^2 a(\eta^2 + 1) + i\eta^4 k p p_1 B_1 s - 2amp^2]k - am[p^2(\eta^2 + 2) + \eta^2 p_2^2]}{2kp^2 sk\eta^2},$$

$$B_3 = -am \frac{p^2(\eta^2 + 2) + \eta^2 p_2^2 + (\eta^2 p_1^2 + 2p^2)k}{2kp^2 sk\eta^2}$$

$$k^2 = \frac{p^2 a + s}{a}.$$

Функции влияния  $G_{\alpha\beta}$  ( $\alpha, \beta = x, y, z$ ) получаем в виде несобственных интегралов

$$G_{\alpha\beta}(x, y, z, t) = \frac{1}{8\pi i} \int_{A-i\infty}^{A+i\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G_{\alpha\beta}^F(p_1, p_2, z, s) e^{st - i(p_1 + p_1)} dp_1 dp_2 ds, \quad A > 0. \quad (1.30)$$

С помощью найденных функций влияния можно определить все компоненты напряжённого состояния в полуплоскости при воздействии на её поверхности подвижного источника теплового потока.

Положим, что в начальный момент времени  $t=0$  в начале прямоугольной декартовой системы координат  $Oxyz$ , связанной с поверхностью полупространства  $z \geq 0$  начинает действовать источник тепла  $q$ , который движется по поверхности полупространства  $z=0$  по произвольному закону от времени. Плотность потока  $q$  распределена по пятну нагрева радиуса  $R$  и в общем случае, может зависеть как от радиуса  $r \in [0, R]$ , так и от времени:

$$q = q(x, y, t) = q(r, t) H(r - R), \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad (3.31)$$

где  $H(\cdot)$  – функция Хевисайда.

Координаты положения центра пятна нагрева в моменты времени  $t > 0$  определяются параметрическими зависимостями

$$x = \varphi(t), \quad y = \psi(t). \quad (1.32)$$

Исходя из принципа суперпозиции компоненты напряженного состояния можно представить в виде свёртки функций влияния с функцией, определяющей тепловой поток  $q$  по переменным  $x$ ,  $y$  и по времени

$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha\beta}(x, y, z, t) = \\ = \int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G_{\alpha\beta}(x - \xi, y - \zeta, z, t - \tau) q[\xi - \varphi(\tau), \zeta - \psi(\tau), \tau] d\tau. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Следует отметить, что в предлагаемом подходе к решению не требуется вычислять свёртку по переменной  $z$ .

Для вычисления интеграла в представлении (3.33) применим численно-аналитический алгоритм. Непрерывному времени  $\tau$  поставим в соответствие дискретные значения с шагом  $\Delta_\tau$ :

$$\tau_k = k\Delta_\tau, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.34)$$

Подвижную область нагрева приближенно заменим сеточной областью  $D_k$  (рис. 3.1) с шагом  $\Delta$  по пространственным переменным  $\xi$  и  $\zeta$ :

$$\begin{aligned}
D(\tau) &= \left\{ (\xi, \zeta) : \sqrt{[\xi - \varphi(\tau)]^2 + [\zeta - \psi(\tau)]^2} \leq R \right\}, \\
D(\tau) \approx D_k &= \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^{l_i} K_{ijk}, \quad K_{ijk} = \left\{ (\xi, \zeta) : \xi \in [\xi_{i-1}, \xi_i], \zeta \in [\zeta_{j-1}, \zeta_j] \right\}, \\
\xi_i &= \begin{cases} \varphi_k - R + (i+1)\Delta, & -R + i\Delta \leq 0; \\ \varphi_k - R + i\Delta, & -R + i\Delta > 0, \end{cases} \\
\zeta_j &= \psi_k - \frac{l_i}{2}\Delta + j\Delta, \quad \varphi_k = \varphi(\tau_k), \quad \psi_k = \psi(\tau_k), \\
m &= 2\frac{R}{\Delta}, \quad l_i = 2\text{Floor}\left(\frac{\sqrt{R^2 - \Delta^2 i^2}}{\Delta}\right),
\end{aligned} \tag{3.35}$$

где  $\text{Floor}(b)$  означает целую часть числа  $b$ .

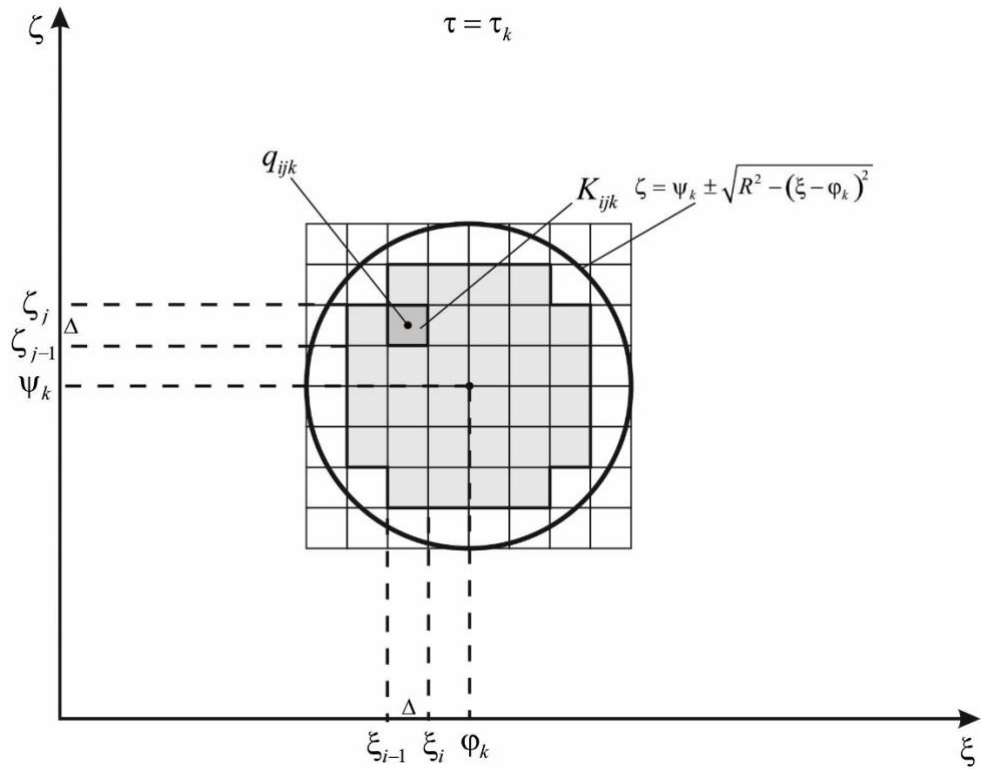


Рисунок 3.11. Аппроксимация области интегрирования.

Функцию  $q(\xi, \zeta, \tau)$  заменим сеточным аналогом  $q_{kij}$ :

$$q_{kij} = q(\xi_i, \zeta_j, \tau_k). \tag{3.36}$$

Принимая во внимание (3.34)-(3.36) формулу (3.33) заменим численным аналогом

$$\sigma_{\alpha\beta}(x, y, z, t) \approx \Delta_{\tau} \sum_{k=0}^n \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^{l_i} q_{ijk} I_{ijk}^{\alpha\beta},$$

$$I_{ijk} = \iint_{K_{ijk}} G_{\alpha\beta}(x - \xi, y - \zeta, z, t - \tau_k) ds, \quad q_{ijk} = q\left(\frac{\xi_i + \xi_{i-1}}{2}, \frac{\zeta_i + \zeta_{i-1}}{2}, \tau_k\right). \quad (3.37)$$

Для вычисления двумерных интегралов  $I_{ijk}$  по элементарным квадратам  $K_{ijk}$  можно применить какой-либо численный метод, например, метод Гаусса.

По аналогии с предыдущим разделом, рассмотрим случай, когда пятно лазерного излучения движется по поверхности полупространства  $z = 0$  прямолинейно и с постоянной скоростью. Положим также равенство нулю напряжений и перемещений на поверхности полупространства. Тогда для этого случая распределение напряжений по глубине, возникающих при воздействии на поверхность полупространства нестационарного теплового потока, в конечный момент времени  $t = t_{kon}$ , будет иметь вид, как показано на рисунках 3.12 – 3.14.

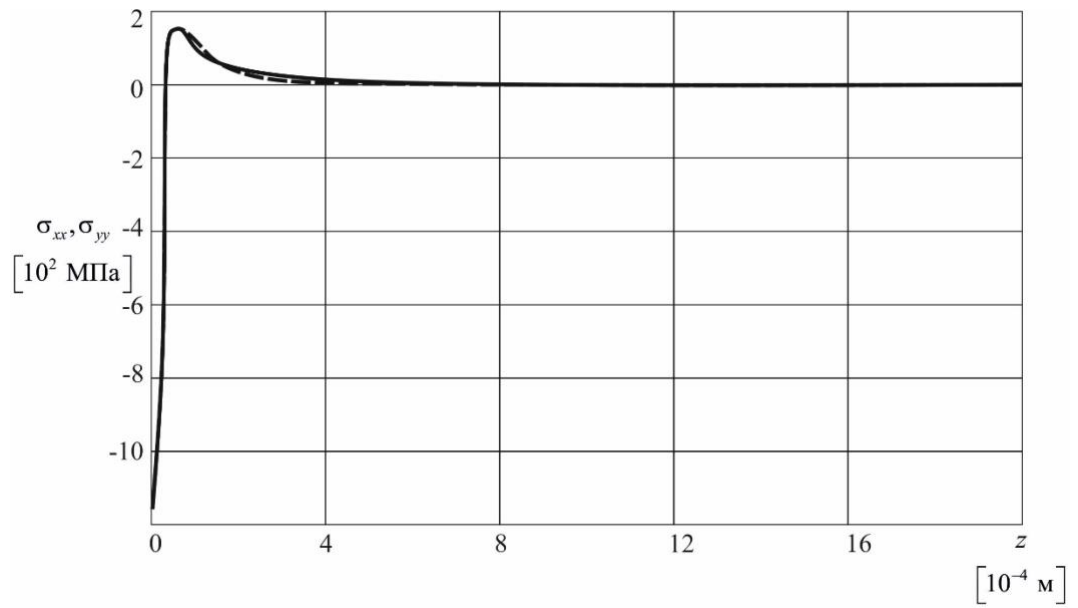


Рисунок 3.12. Распределение напряжений  $\sigma_{xx}$  и  $\sigma_{yy}$  по глубине при  $t = t_{kon}$ .  
Сплошная линия –  $\sigma_{xx}$ ; Пунктирная –  $\sigma_{yy}$

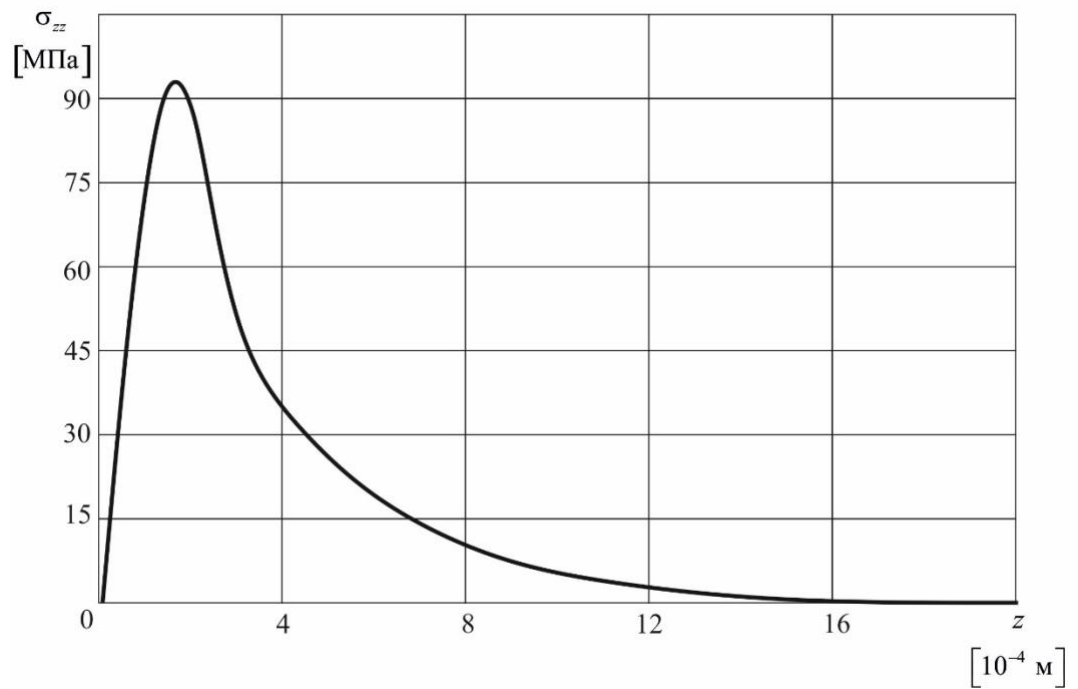


Рисунок 3.13. Распределение напряжений  $\sigma_{zz}$  по глубине при  $t = t_{kon}$ .

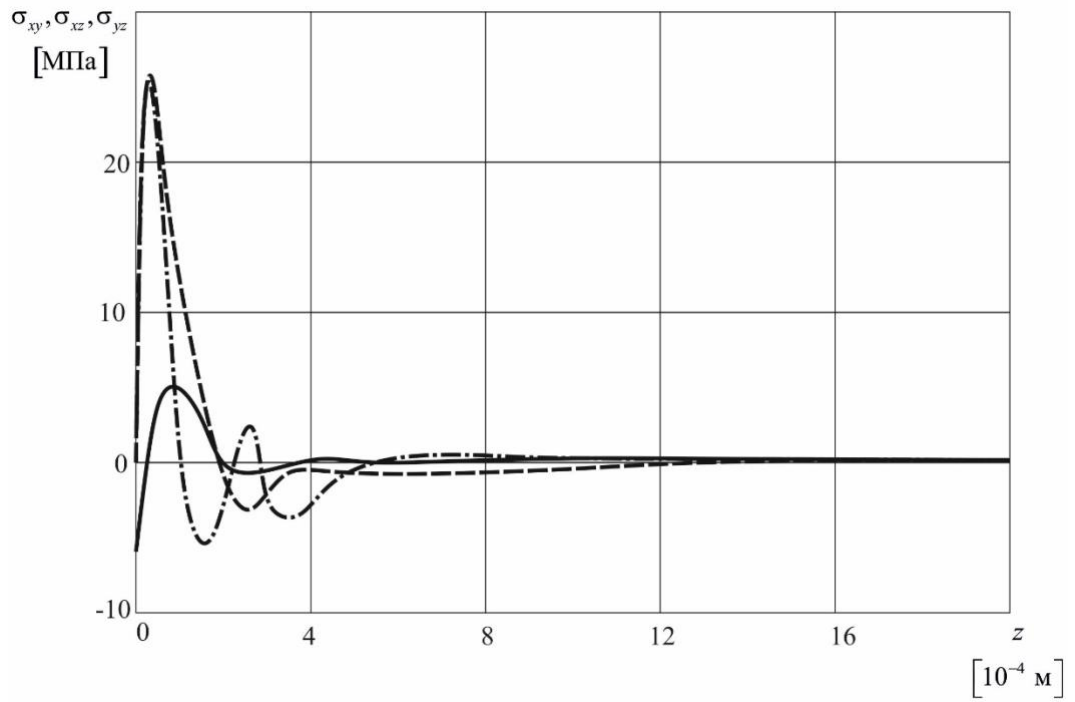


Рисунок 3.14. Распределение напряжений  $\sigma_{xy}, \sigma_{xz}, \sigma_{yz}$  по глубине при  $t = t_{kon}$ .

Сплошная линия –  $\sigma_{xy}$ ; пунктирная –  $\sigma_{xz}$ ; штрих-пунктирная –  $\sigma_{yz}$ .

### 3.2. Численное моделирование термонапряженного состояния растущих тел

Программный комплекс ANSYS позволяет проводить численное конечно-элементное моделирование на каждом этапе цикла изделия получаемого с использования аддитивного производства. В частности, используя модуль ANSYS Additive возможна реализация трех типов моделирования: моделирование предполагаемой деформации (Assumed Strain), моделирование сканирующей модели (Scan Pattern Strain) и моделирование тепловой деформации (Thermal Strain). Каждый тип моделирования дает возможность определить собственные деформации с использованием различных способов вычисления в Mechanics Solver. Все три режима предлагают одни и те же параметры вывода результатов моделирования. Помимо основных типов, существует четыре типа моделирования, доступных в Additive Science: одиночный анализ, анализ пористости, анализ тепловой истории и анализ микроструктуры (типы анализа тепловой истории и моделирования микроструктуры являются бета-функциями в используемом ПО).

#### Тип 1. Моделирование предполагаемой деформации

При данном моделировании материал рассматривается изотропным. Режим предполагаемой деформации является самым быстрым из доступных типов моделирования. Деформация равна коэффициенту масштабирования деформации (Strain Scale Factor или SSF), рассчитанному по предельному значению текучести ( $\sigma_T$ ) и деленному на модуль упругости ( $E$ ):

$$\varepsilon = \frac{SSF \times \sigma_T}{E},$$

Коэффициент масштабирования деформации (SSF) является важным фактором, определяющим переменные, уникальные для каждой геометрии. Он должен быть экспериментально определен для каждой интересующей комбинации: машина / материал / деформация / напряженное состояние. За исключением



косвенного использования экспериментально определенного коэффициента калибровки (SSF), в моделировании предполагаемой деформации не используется информация об установке трехмерной печати или образце сканирования.

### **Тип 2. Моделирование сканирующей модели**

При данном моделировании материал рассматривается анизотропным. Этот режим использует ту же среднюю величину деформации, что и предполагаемая равномерная деформация, но подразделяет эту деформацию на анизотропные компоненты на основе локальной ориентации векторов сканирования внутри детали. Этот режим деформации требует создания векторов сканирования с использованием пользовательских настроек сканирования или путем считывания векторов сканирования из файла сборки машины. Этот дополнительный шаг приводит к небольшому, увеличенному времени моделирования по сравнению с предполагаемой равномерной деформацией. В тех случаях, когда шаблон сканирования рандомизирован, шаблон сканирования и предполагаемая деформация должны давать аналогичный ответ. Для деталей, в которых сканирующая модель выровнена, деформация, полученная в результате сканирования, дает более точный прогноз. Как и в моделировании предполагаемой деформации, необходимо произвести калибровку для коэффициента масштабирования деформации.

### **Тип 3. Моделирование термонапряженного состояния**

При данном моделировании материал также рассматривается анизотропным. Этот режим деформации обеспечивает наивысшую степень точности путем прогнозирования того, как термическое циклирование влияет на накопление деформации в каждой точке внутри детали. Алгоритм "тепловой трещотки", также известный как циклическая ползучесть, представляет собой поведение, при котором пластическая деформация накапливается из-за циклического механического или теплового напряжения. Этот алгоритм присваивает базовую

деформацию каждой точке внутри детали по мере ее затвердевания. Каждый раз, когда место внутри детали нагревается выше температурного порога (приблизительно 40% от абсолютной температуры плавления), происходит увеличение деформации в этом месте. Чем больше раз локация нагревается выше порога без плавления, тем больше деформация накапливается. После вычисления амплитуды деформации для каждой точки в пределах участка, эта деформация передается в Mechanics Solver и применяется в качестве анизотропной деформации на основе как локальной величины деформации, так и локальной ориентации сканирования. Поскольку тепловая деформация требует теплового прогнозирования для каждого вектора сканирования, этот режим деформации требует гораздо большего расчетного времени. Как и в моделировании по типу 2, производится калибровка для определения коэффициента масштабирования деформации.

Целью процедуры калибровки является определение коэффициента масштабирования деформации (SSF) и коэффициента анизотропной деформации (ASCs) для использования в программном обеспечении ANSYS Additive Print. Калиброванные SSF и ASCs значительно повысят точность прогнозирования в программном обеспечении для моделирования, тем самым повышая шансы на успешное моделирование, а также снижает затраты на пробные и ошибочные эксперименты. Процедура калибровки состоит из построения деталей, измерений, выполнения моделирования и вычисления коэффициентов. Для начала необходимо построить три идентичные детали (рисунок 3.15), используя для каждой из них свой шаблон сканирования. С использованием первых двух шаблонов сканирования определяются коэффициенты SSF и ASC, третий тип сканирования необходим для точной корректировки значений.



Рисунок 3.15. Калибровочный образец.

*Постановка задачи*

Для численного моделирования процесса трехмерной печати по технологии SLM в среде ANSYS Additive использовалась компоновочная схема для образцов напечатанных на 3D принтере EOS M270 [87]. В рамках расчета использовался тип моделирования с учетом анизотропных свойств материала, а также учитывался циклический прогрев растущего тела в процессе печати (Thermal Strain). Общий вид используемой геометрии с поддерживающими структурами представлен на рисунке 3.16. Компоновочное решение подбиралось исходя из линейных размеров площадки построения.

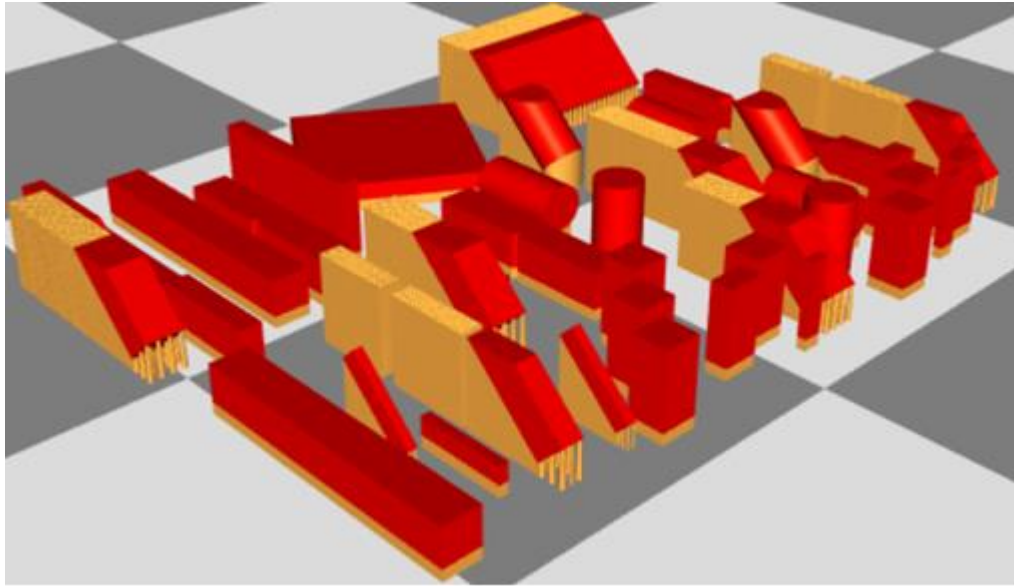


Рисунок 3.16. Используемая геометрия компоновки с поддерживающими структурами

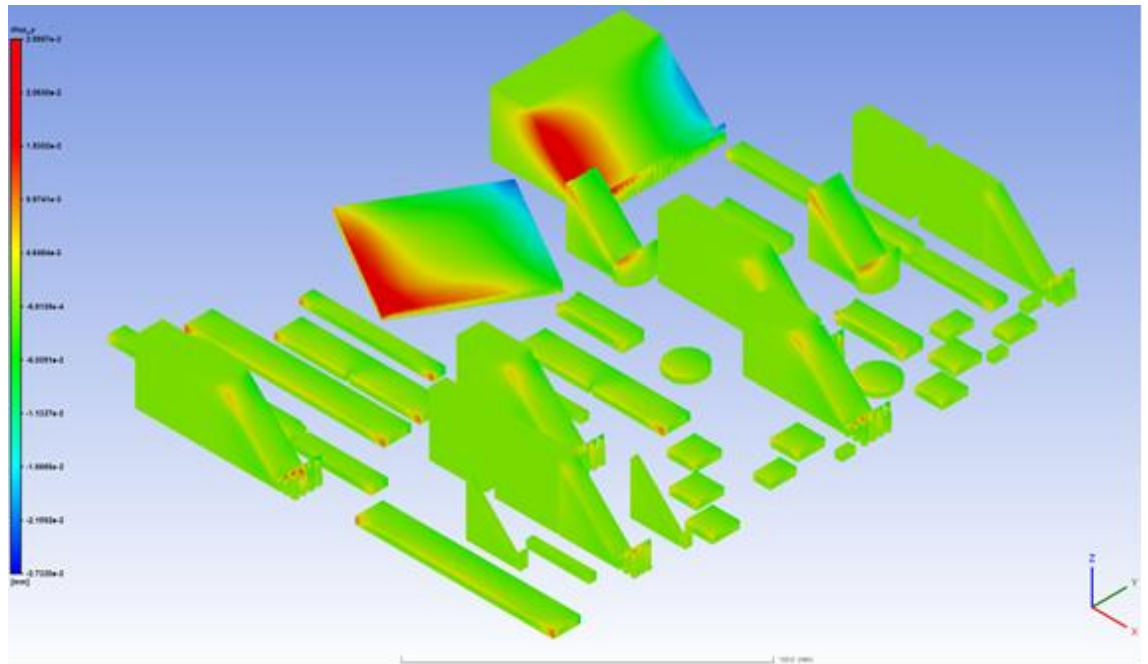
При моделировании использовалась модель пластического деформирования с динамическим ступенчатым нагружением. Первоначально применялось полное нагружение, и решатель осуществлял итерацию до тех пор, пока не достиг равновесия.

Фактор упрочнения принимался равный 0,0178. Предел текучести 760 МПа, модуль упругости 196 ГПа, коэффициент Пуассона 0,272.

Коэффициент масштабирования деформации (SSF) принимался по умолчанию равным 1. Используемые коэффициенты анизотропных деформаций используются для представления анизотропного поведения деформаций в системах координат, выровненных с локальными продольными, поперечными и глубинными направлениями сканирования. Положительные значения приводят к несжимаемой базовой деформации (сжатию), отрицательные – к растягивающей деформации (расширению). При моделировании использовались стандартные характеристики: в продольном направлении 1,5; в поперечном направлении 0,5; по нормали к плоскости 1.

Численное моделирование проводилось со следующими параметрами установки трехмерной печати: мощность лазера 195 Вт, диаметр пятна лазера 100 мкм, скорость сканирования 700 мм/с, температура платформы построения 100 °С, толщина слоя детали 20 мкм, толщина слоя для поддержек 30 мкм, начальный угол построения 0°, угол поворота штриховки на каждом новом слое 57°, расстояние между штриховкой 300 мкм.

Результаты моделирования для поддержек представлены на рисунках: рисунок 3.17 (перемещения), рисунок 3.18 (деформации), рисунок 3.19 (напряжения) и рисунок 3.20 (напряжения по Мизесу).



а.

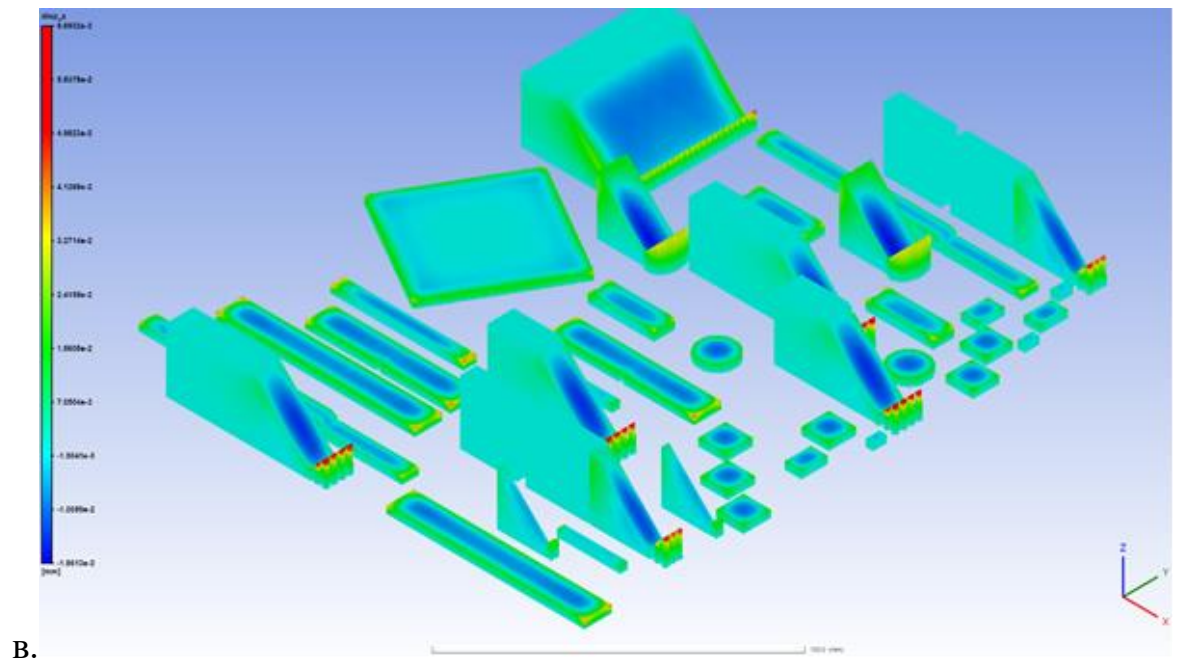
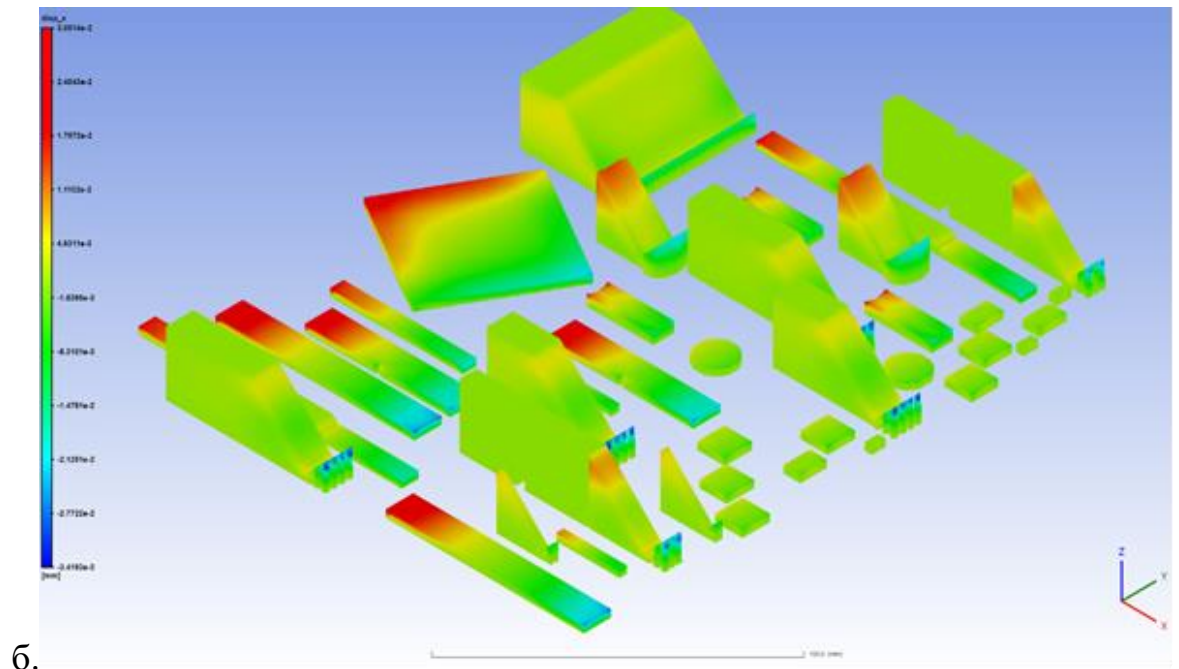
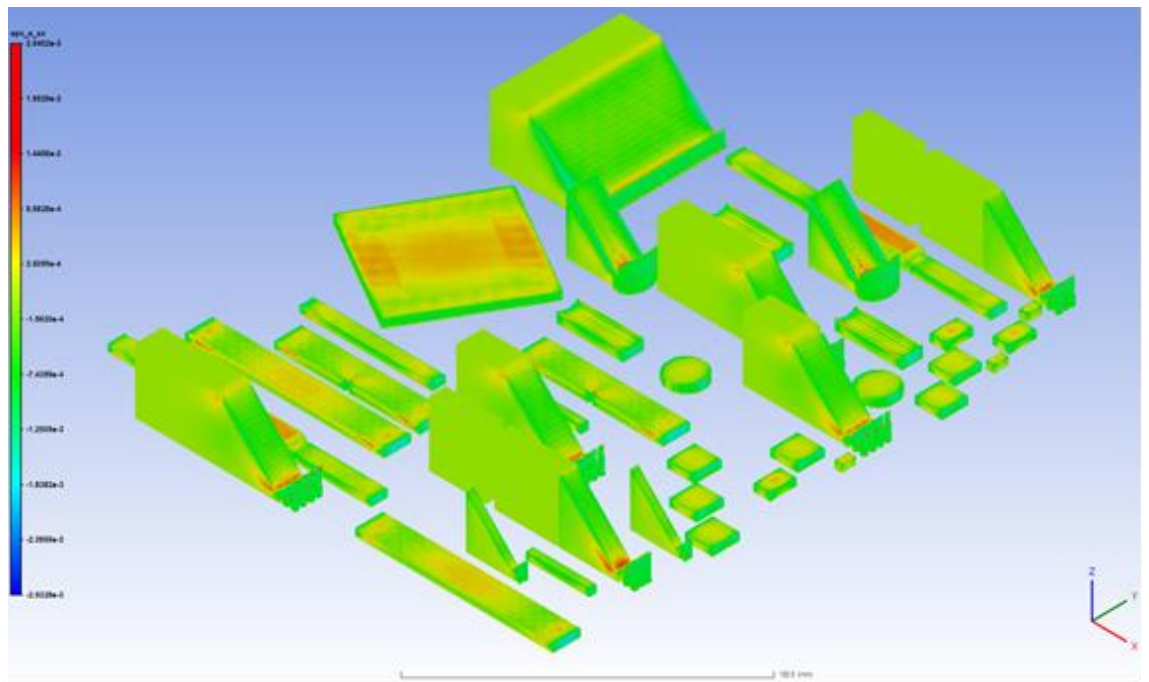
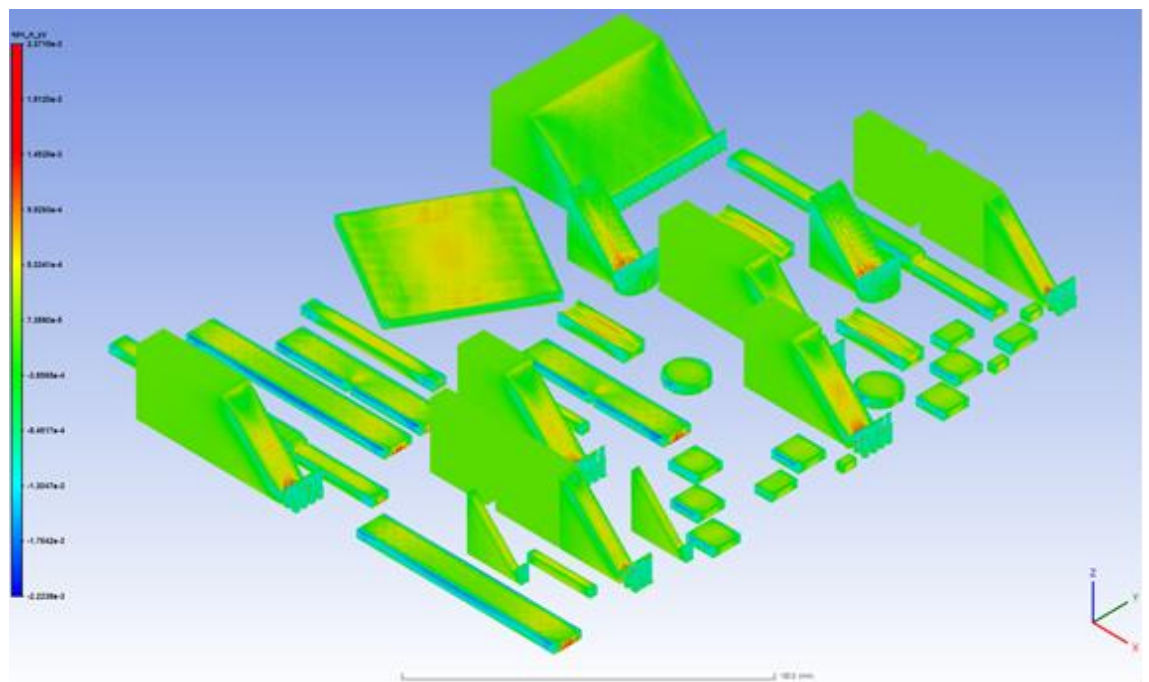


Рисунок 3.17. Перемещения в подержках.

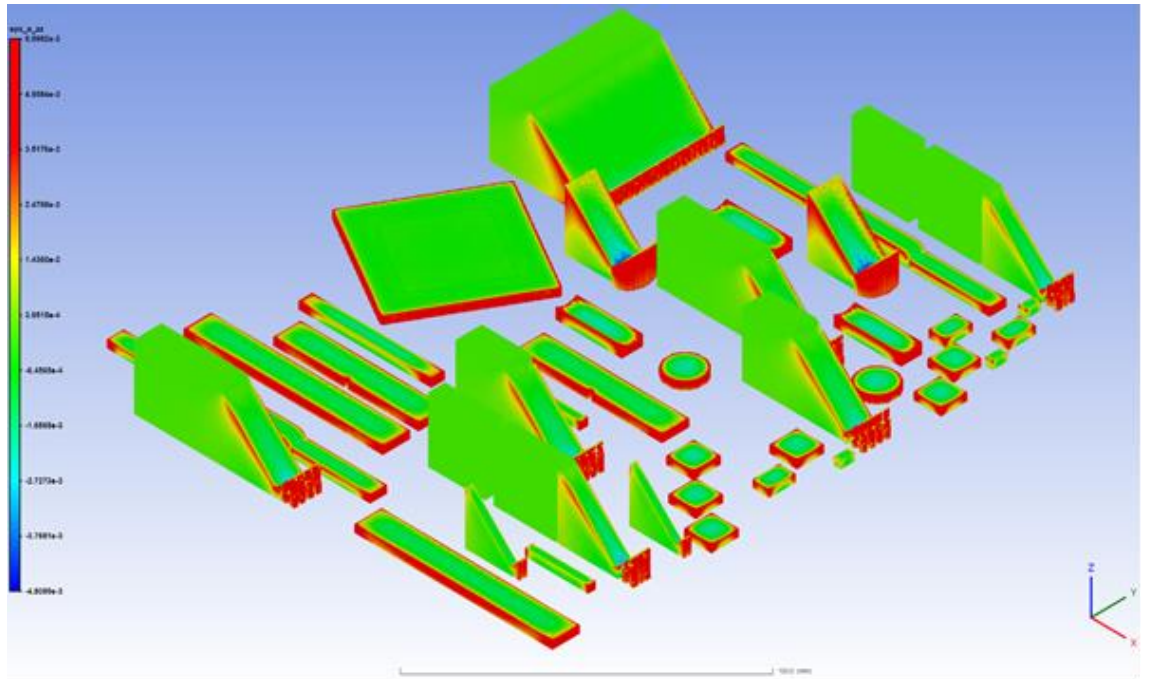
а – в направлении оси X; б – в направлении оси Y; в – в направлении оси Z



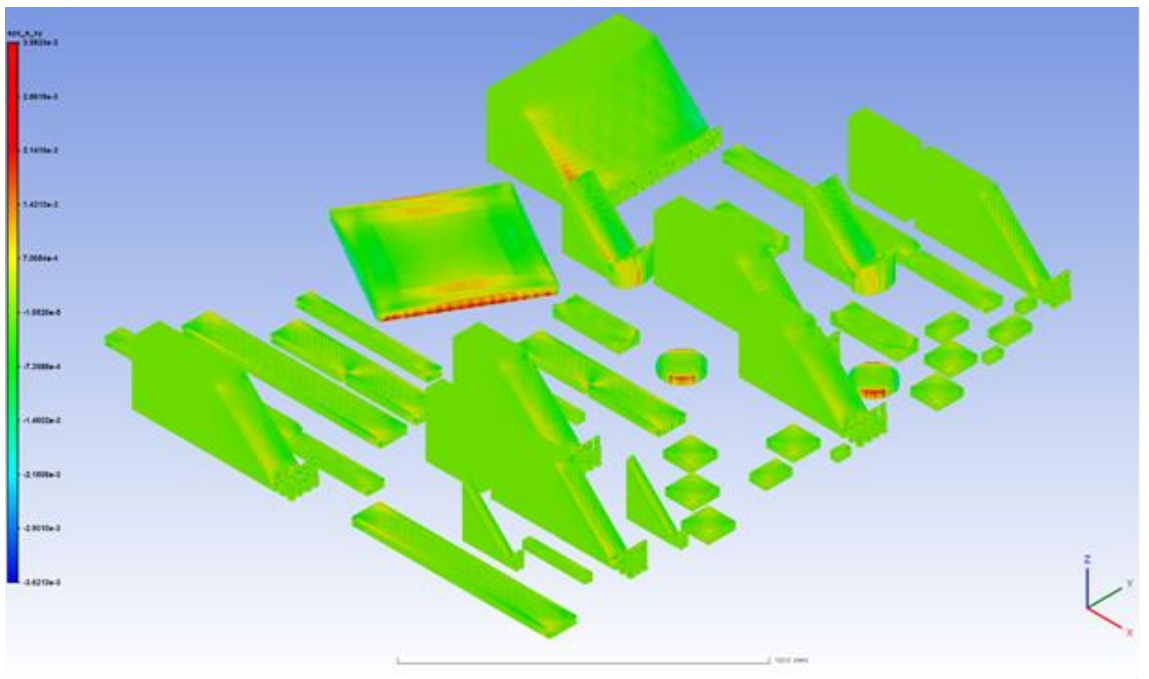
a.



б.



B.



Г.



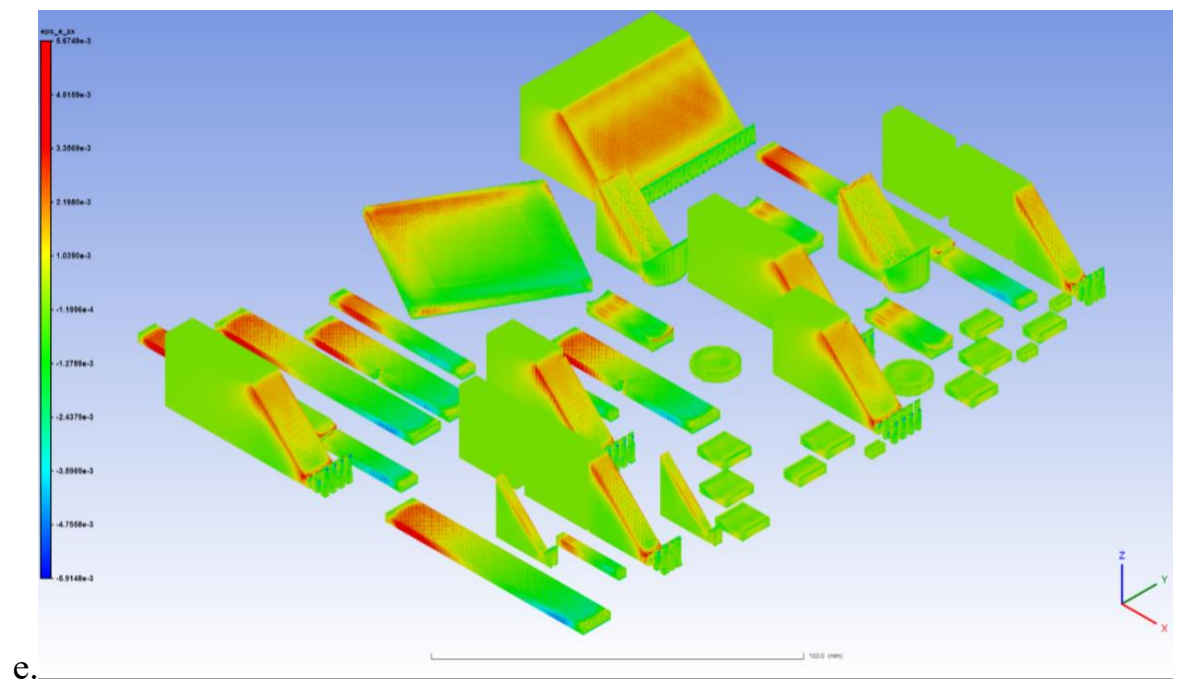
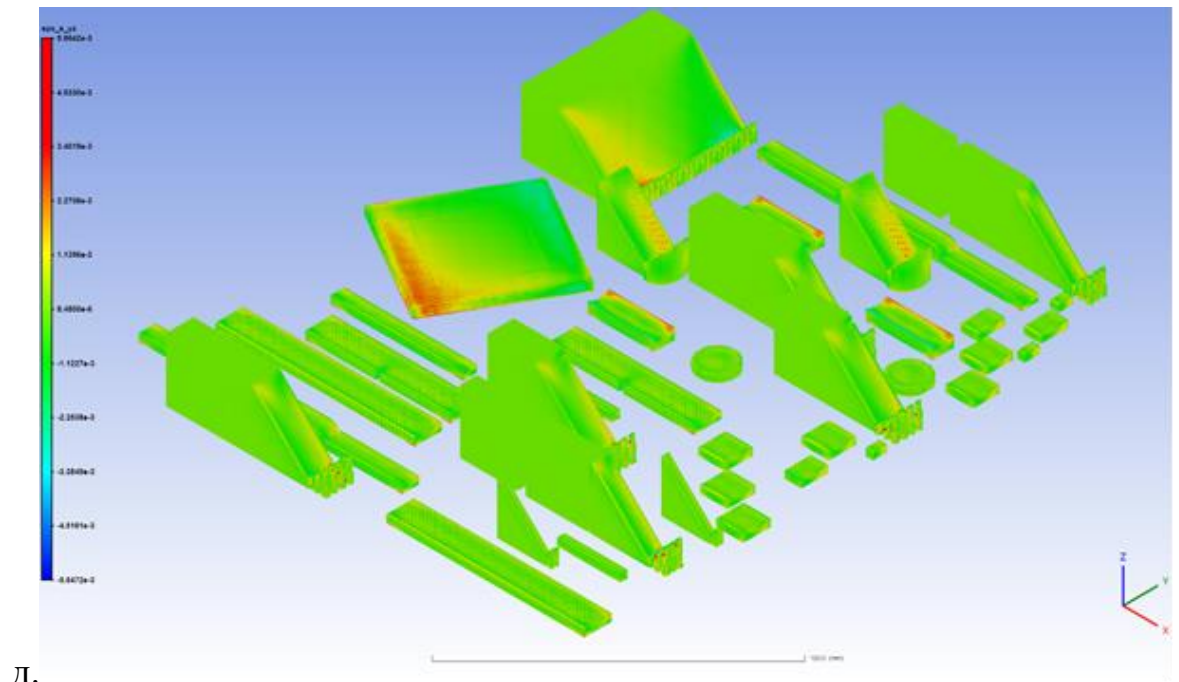
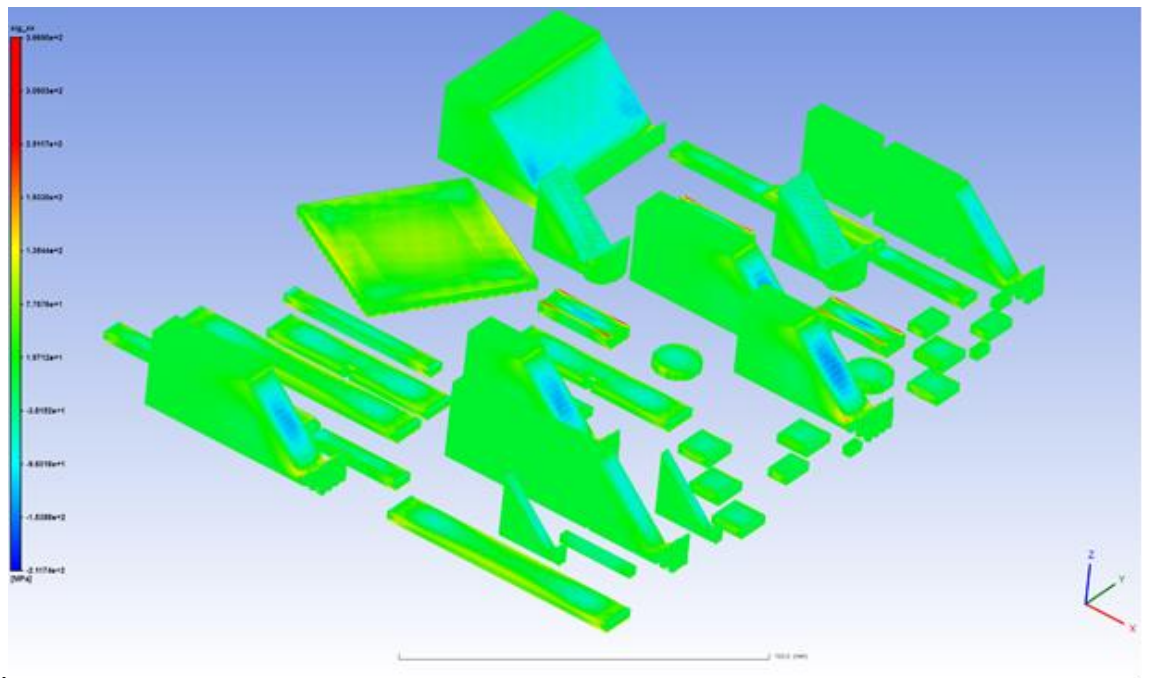
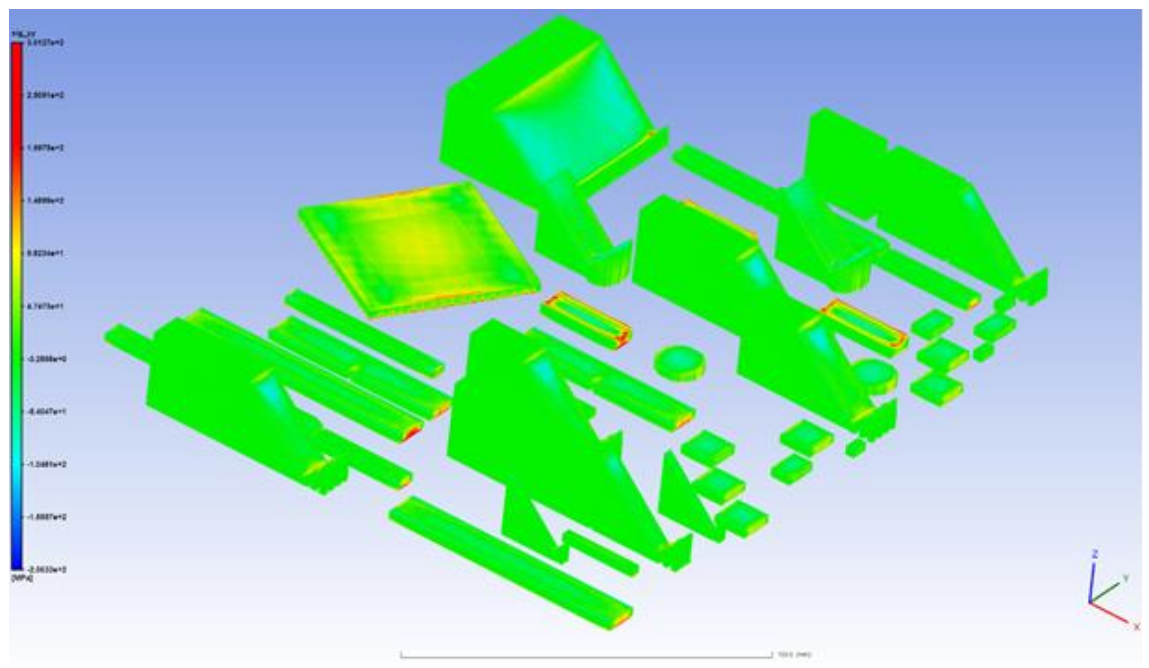


Рисунок 3.18. Деформации в подержках.

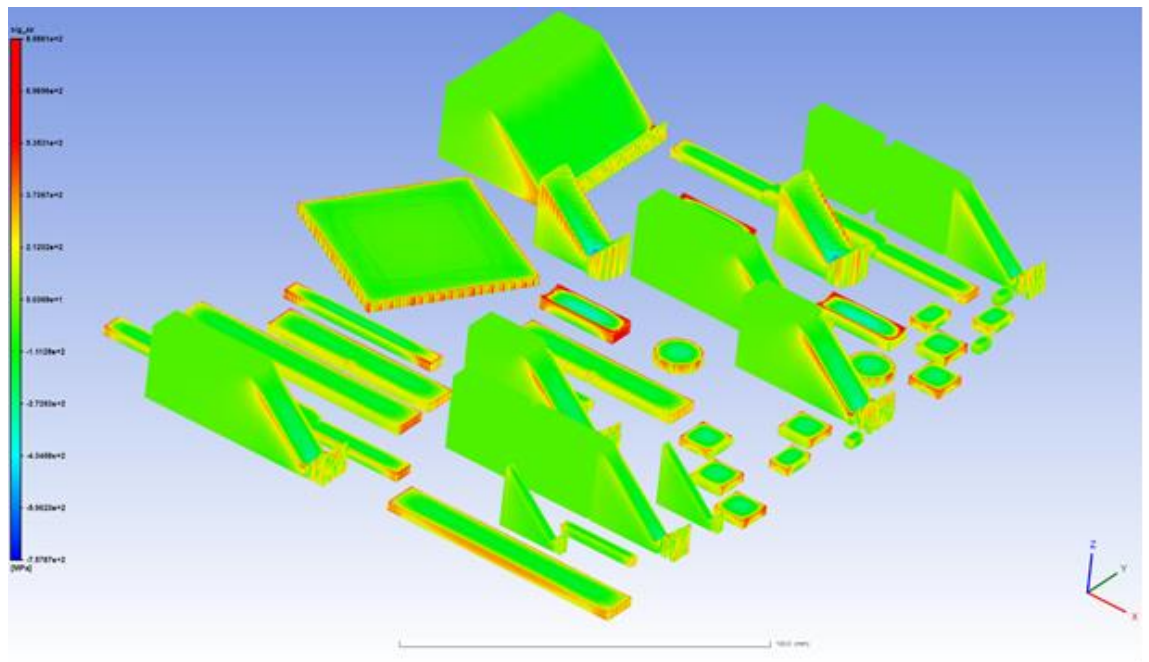
а – в направлении оси X; б – в направлении оси Y; в – в направлении оси Z;  
 г – в направлении XY; д – в направлении YZ; е – в направлении ZX



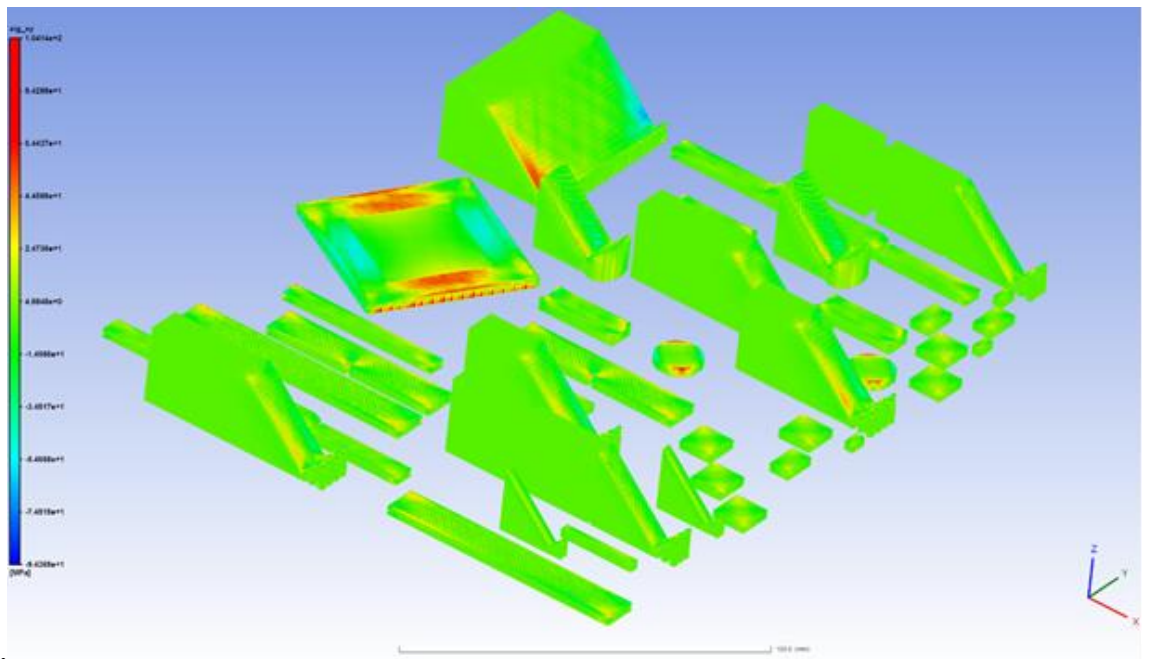
a.



б.



B.



Г.

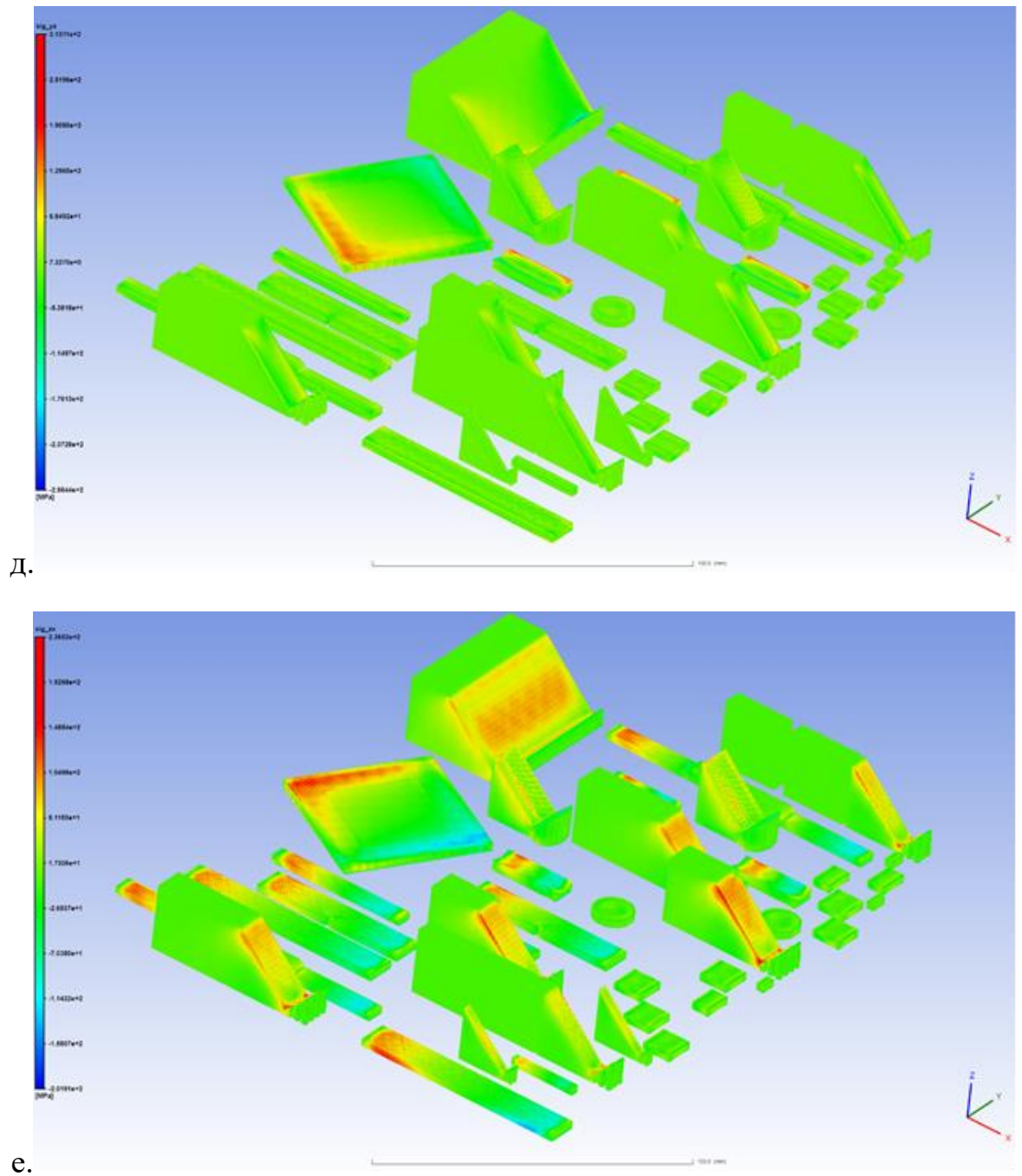


Рисунок 3.19. Напряжения в подержках

а – в направлении оси X; б – в направлении оси Y; в – в направлении оси Z;  
 г – в направлении XY; д – в направлении YZ; е – в направлении ZX

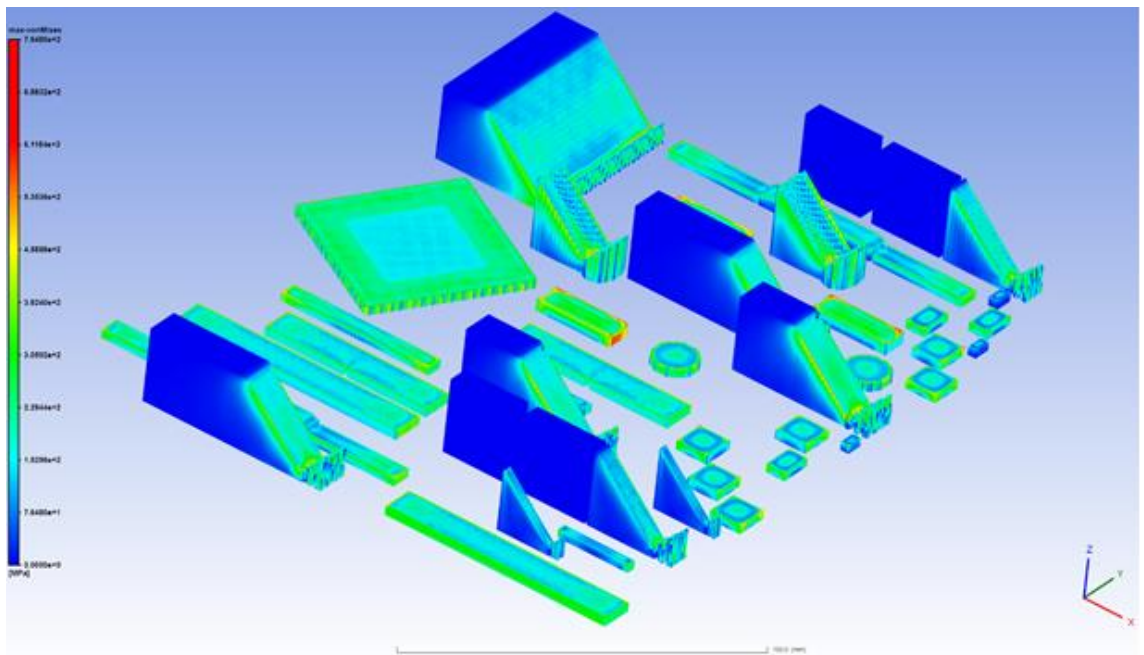
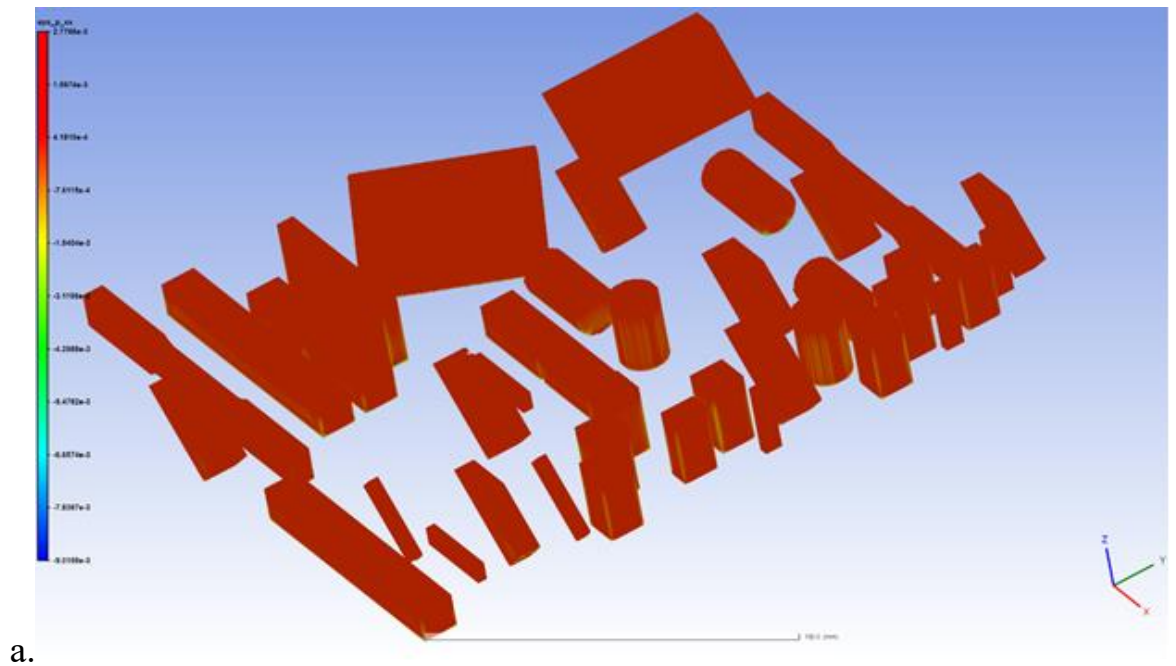
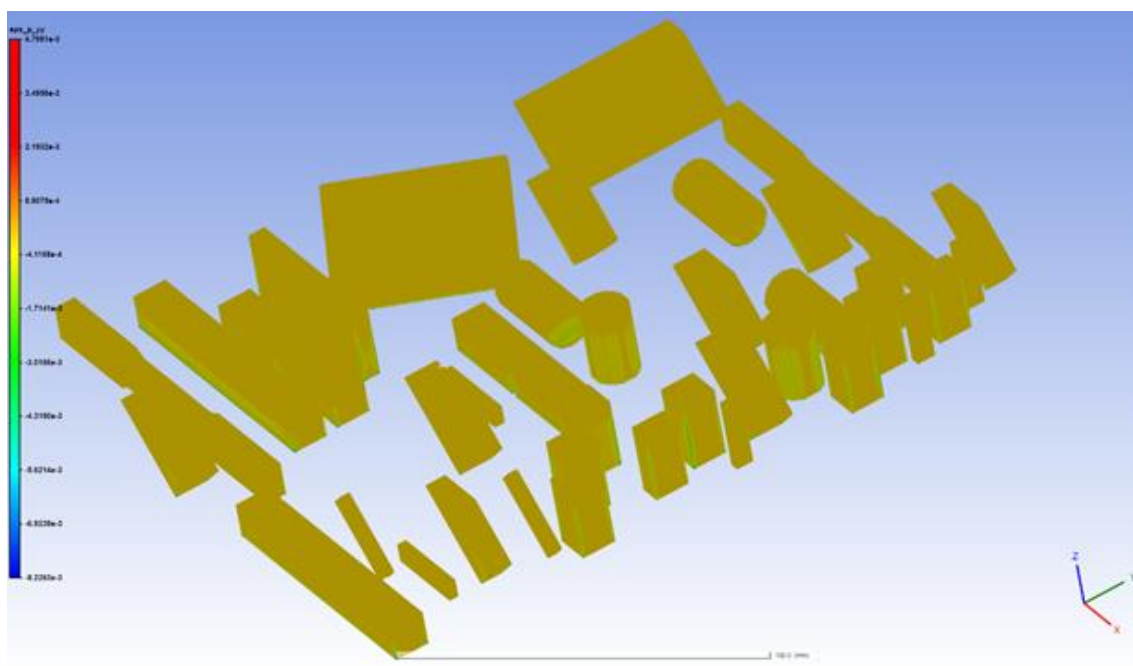


Рисунок 3.20. Максимальные напряжения по Мизесу в подержках

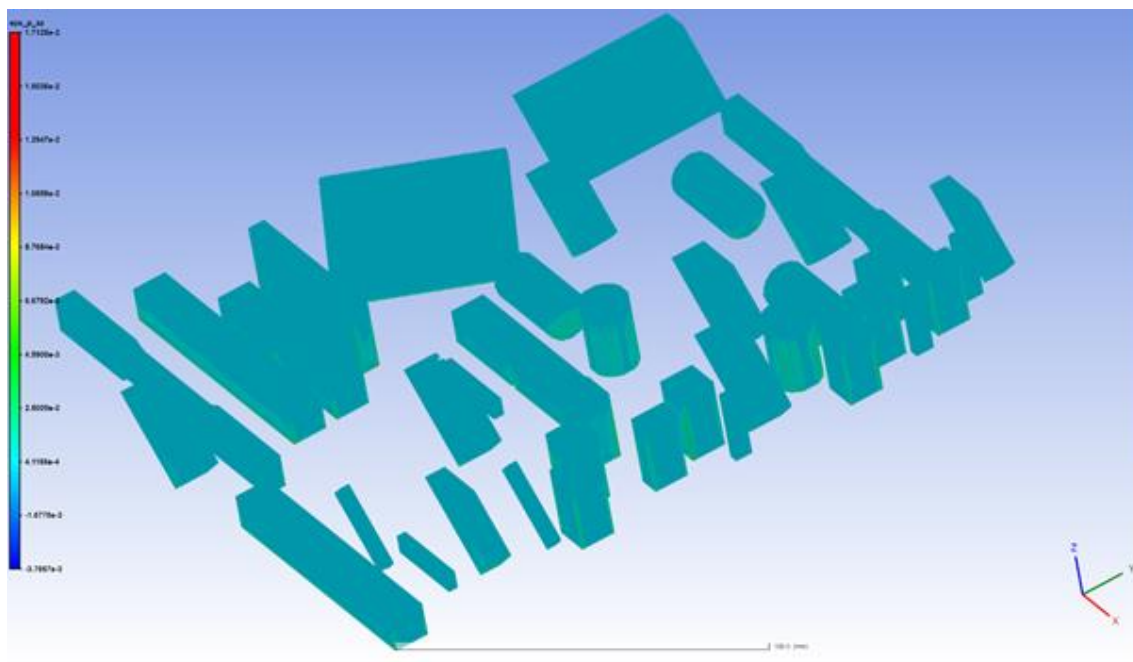
Результаты моделирования для деталей представлены на рисунках: рисунок 3.21 (деформации), рисунок 3.22 (напряжения) и рисунок 3.23 (напряжения по Мизесу).



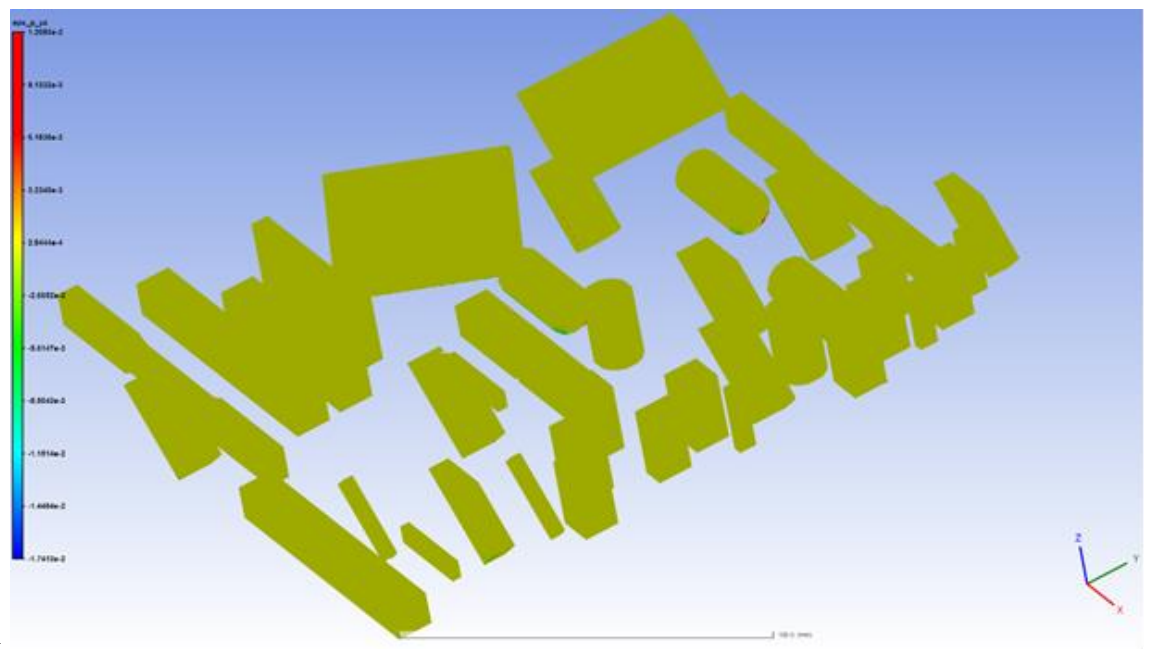
а.



б.



в.



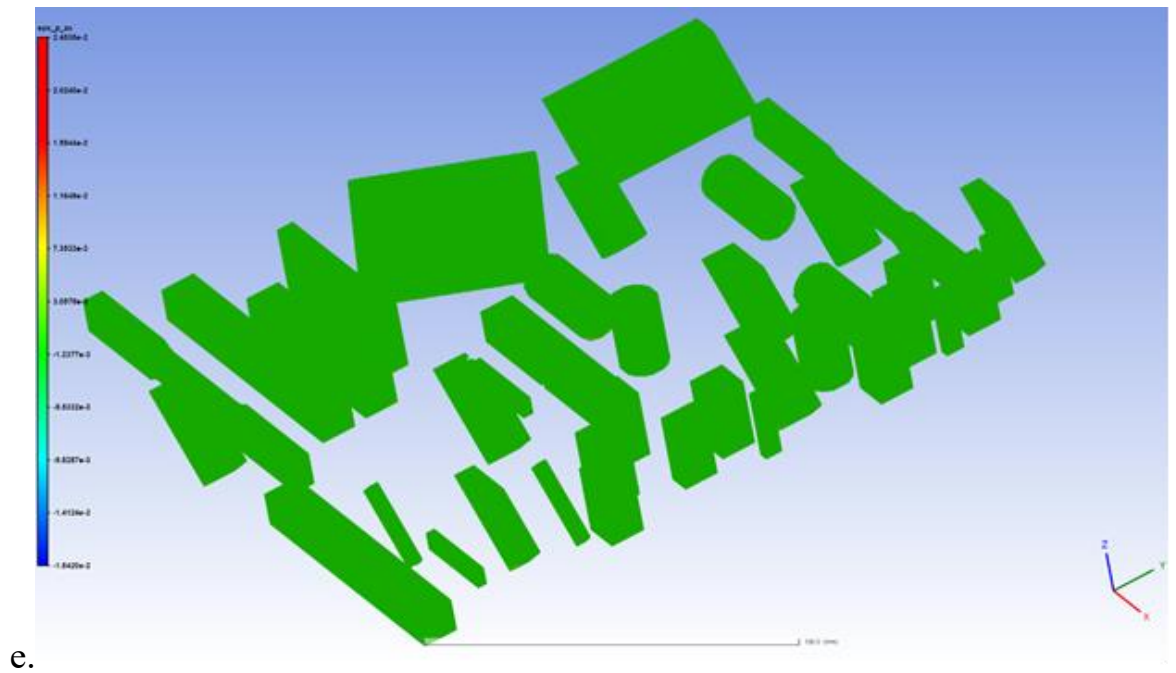
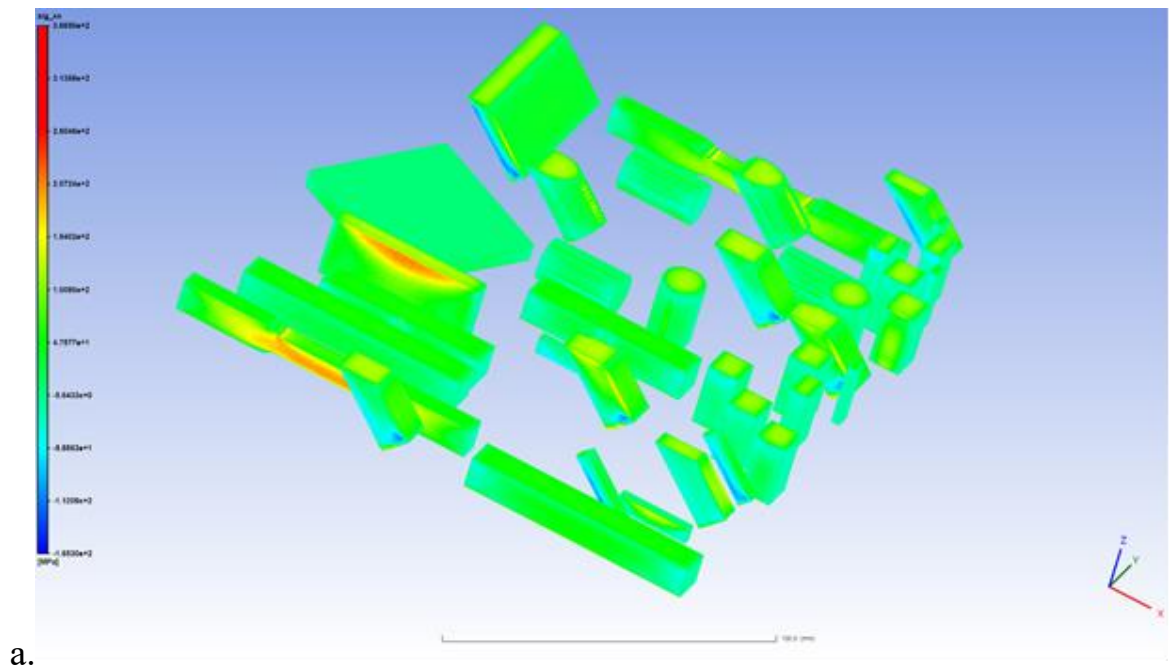
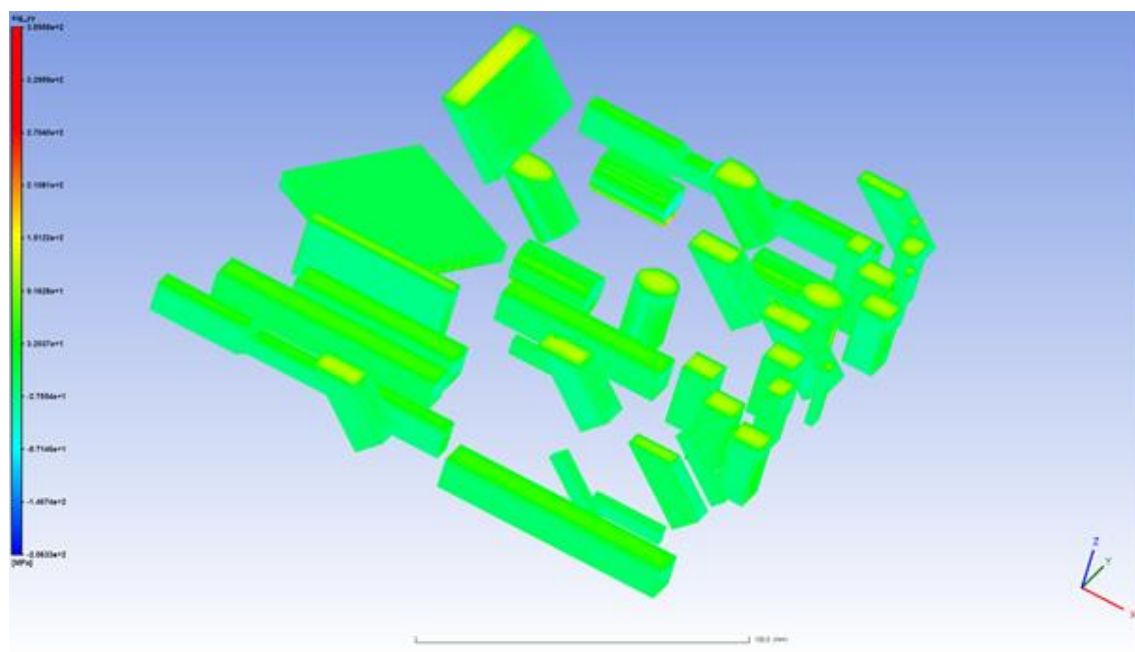


Рисунок 3.21. Деформации в деталях.

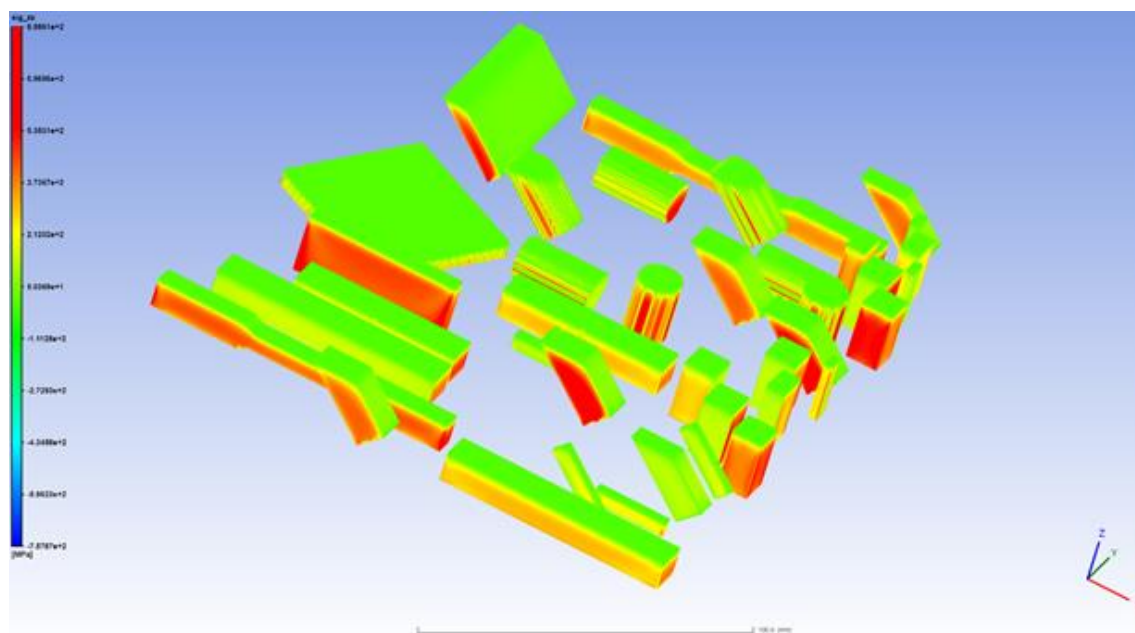
а – в направлении оси X; б – в направлении оси Y; в – в направлении оси Z;  
 г – в направлении XY; д – в направлении YZ; е – в направлении ZX



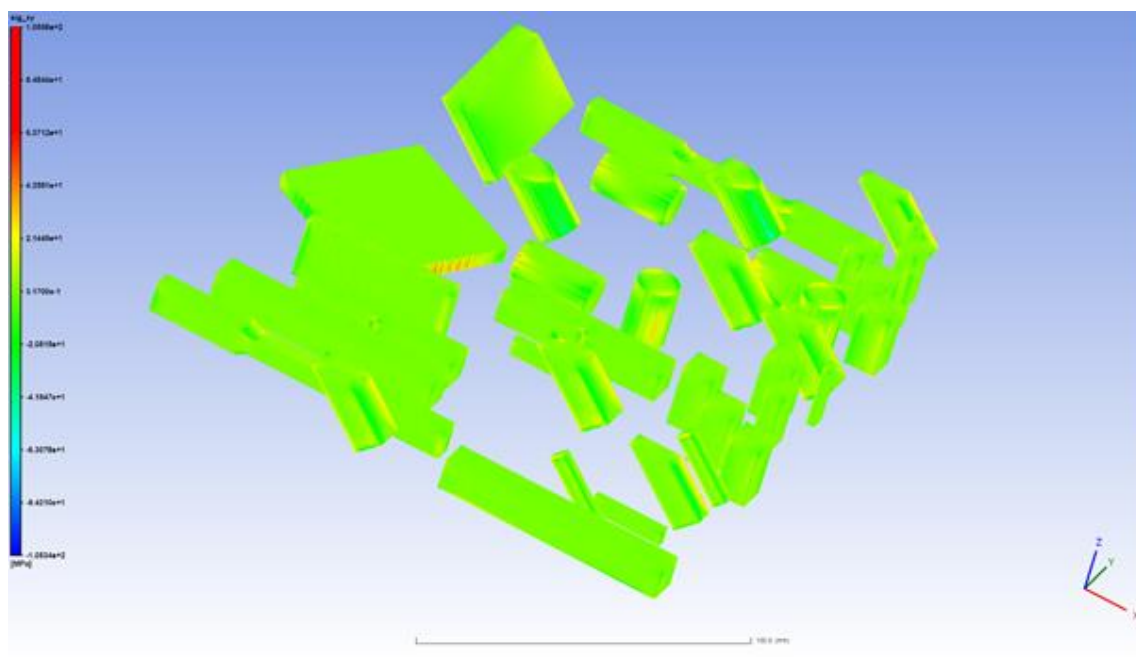




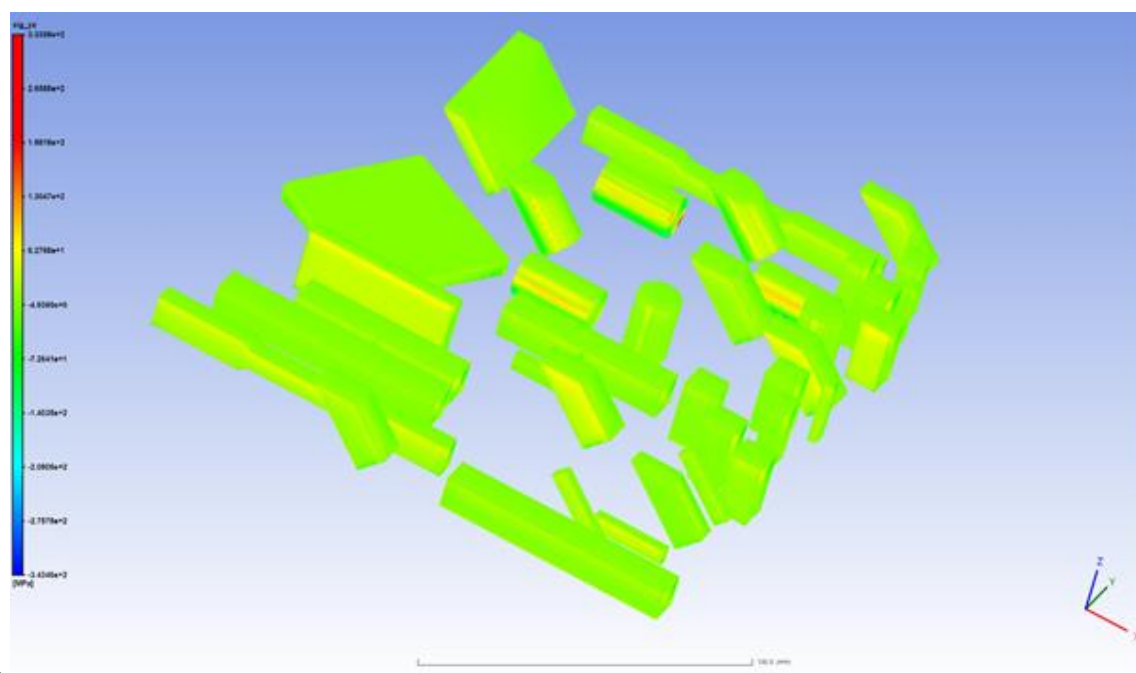
б.



в.



Г.



Д.

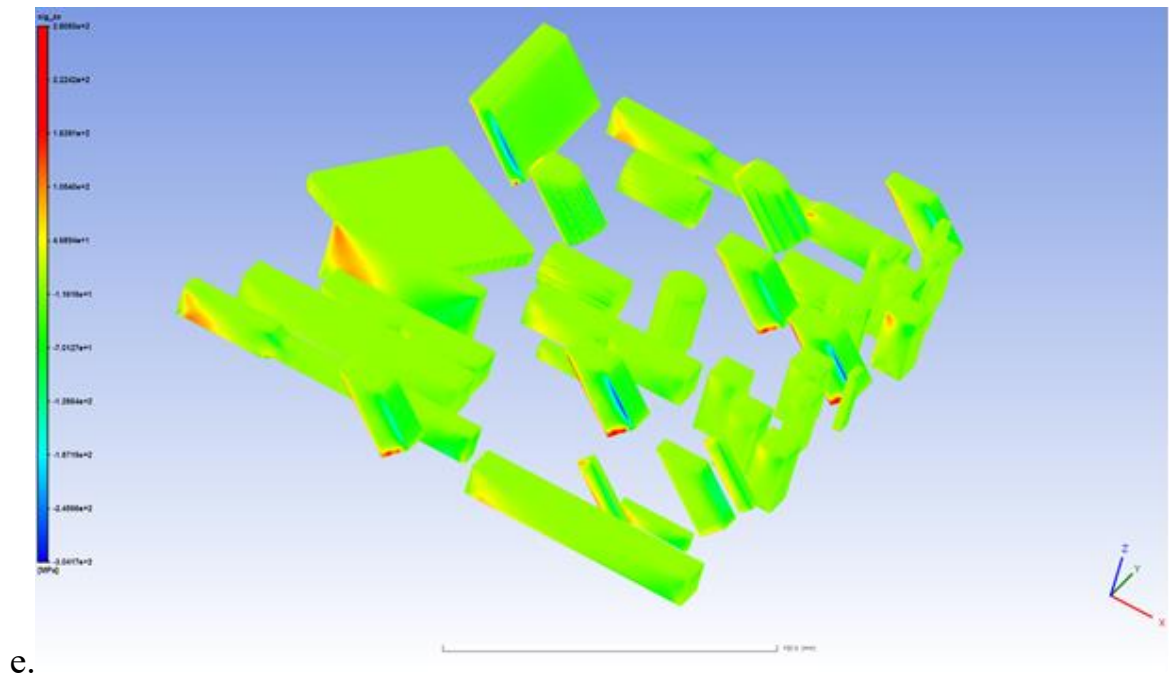


Рисунок 3.22. Напряжения в деталях

а – в направлении оси X; б – в направлении оси Y; в – в направлении оси Z;  
 г – в направлении XY; д – в направлении YZ; е – в направлении ZX

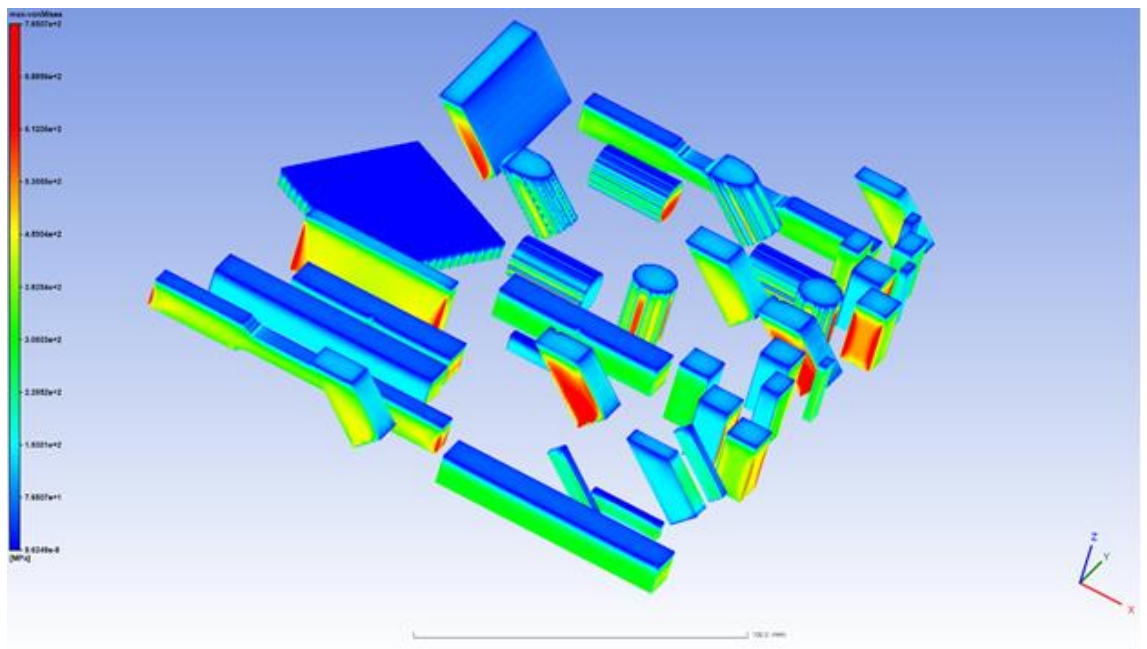


Рисунок 3.23. Максимальные напряжения по Мизесу в деталях

### 3.3. Термонапряженное состояние в монослое в процессе 3D печати

#### *Постановка задачи*

Для численного моделирования технологических температурных напряжений, возникающих в процессе изготовления детали методом селективного лазерного плавления, использовался конечно-элементный комплекс COMSOL Multiphysics с применением модуля Heat Transfer in Solids и модуля Solid Mechanics.

Геометрия модели включает в себя прямоугольный сектор размером 45x45x10 мм, которого достаточно для моделирования действия лазерного излучения в области выращивания изделия на платформе построения установки 3D печати AddSol D250, а также слой порошка толщиной 30 микрон, что соответствует использованным параметрам печати, представленным в таблице 13. Слой порошка моделируется как изотропное твердое тело, геометрические параметры, за исключением толщины, совпадают с параметрами выбранного сектора платформы построения. Общий вид геометрии представлен на рисунке 3.24.

Таблица 13. Параметры печати, использованные в расчете

Параметр	Значение
Мощность лазера	300 [W]
Диаметр пятна лазерного излучения	65 [um]
Скорость сканирования	1600 [mm/s]
Толщина слоя	30 [um]
Тип штриховки	Шахматная

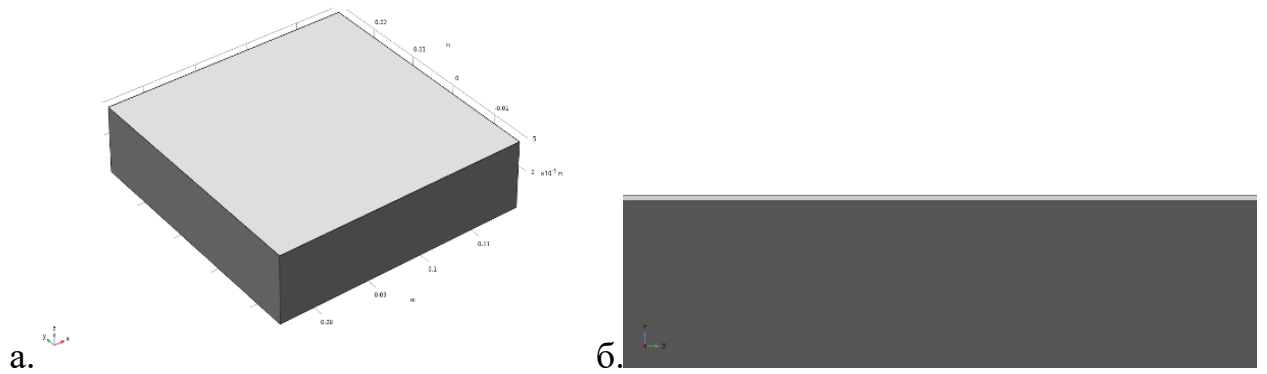


Рисунок 3.24. Общий вид геометрии.

а. – вид в изометрии; б. – вид сбоку.

Темная область – платформа построения; светлая – порошок.

При численном моделировании используется высокоплотная сетка с типом элементов Tetrahedron, состоящая из 248 954 элементов, с минимальным размером элемента  $6.92 \times 10^{-5}$  [м], рисунок 3.25.

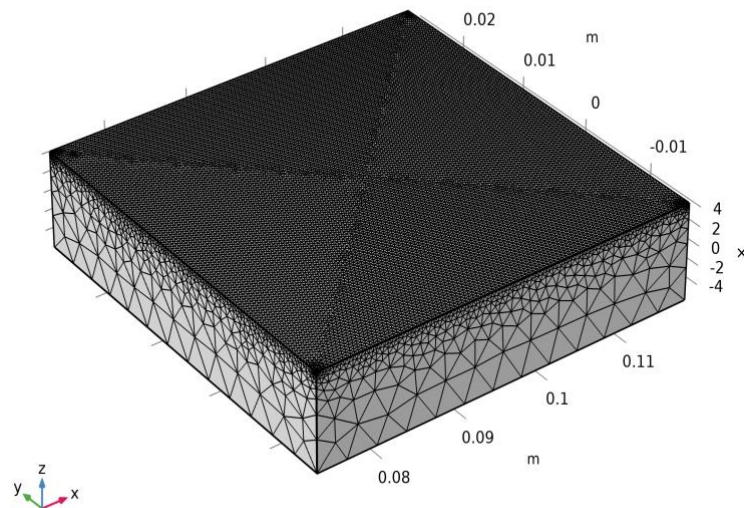


Рисунок 3.25. КЭ модель расчетной области платформы построения.

В расчете использовался материал A360.0 [selective laser melting] (Алюминиевый сплав  $AlSi_{10}Mg$ ) из стандартной библиотеки COMSOL. Свойства материала указаны в таблице 14.

Таблица 14. Свойства материала

Параметр	Значение
Теплоемкость при постоянном давлении	890 [J/(kg*K)]
Теплопроводность	161.8 [W/(m*K)]
Плотность	2680 [kg/m <sup>3</sup> ]
Коэффициент термического расширения	20,9x10 <sup>-6</sup> [1/K]

В начальный момент времени  $t = 0$  платформа и слой порошка находятся при температуре 25°C. На слой порошка (рисунок 3.26) действует непрерывная подвижная нагрузка, имитирующая движение лазерного пучка по заданной траектории.

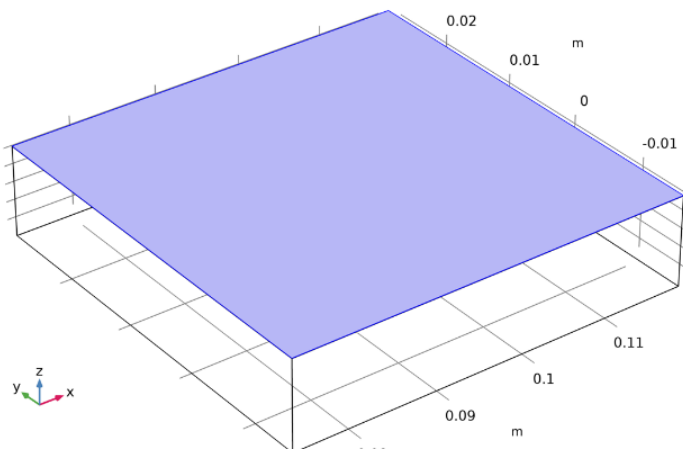


Рисунок 3.26. Область действия подвижной нагрузки

Уравнение непрерывной подвижной нагрузки, действующей на область построения может быть задано в виде:

$$Ed = \frac{ni \times Pl}{\pi \times Rb^2} \times e\left(-\frac{2 \times R^2}{Rb^2}\right),$$

где  $Pl$  – мощность лазера,  $ni$  – коэффициент поглощения лазерного излучения,  $Rb$  – радиус пятна,  $R$  – функция, определяющая положение лазерного пучка в конкретный момент времени.

На поверхности тела, имитирующего слой порошка действуют граничные условия третьего рода:  $q_0 = h(T_{ext} - T)$ ,

где  $q_0$  – величина теплового потока,  $T_{ext}$  – температура окружающей среды, равная 25 °С,  $T$  – температура.

Данные о положении лазерного пятна импортируются из предварительно обработанного G-кода для каждого конкретного слоя и конкретной геометрии в области построения.

Результаты численных расчетов стратегии сканирования для детали цилиндрического сечения представлены на рисунке 3.27.

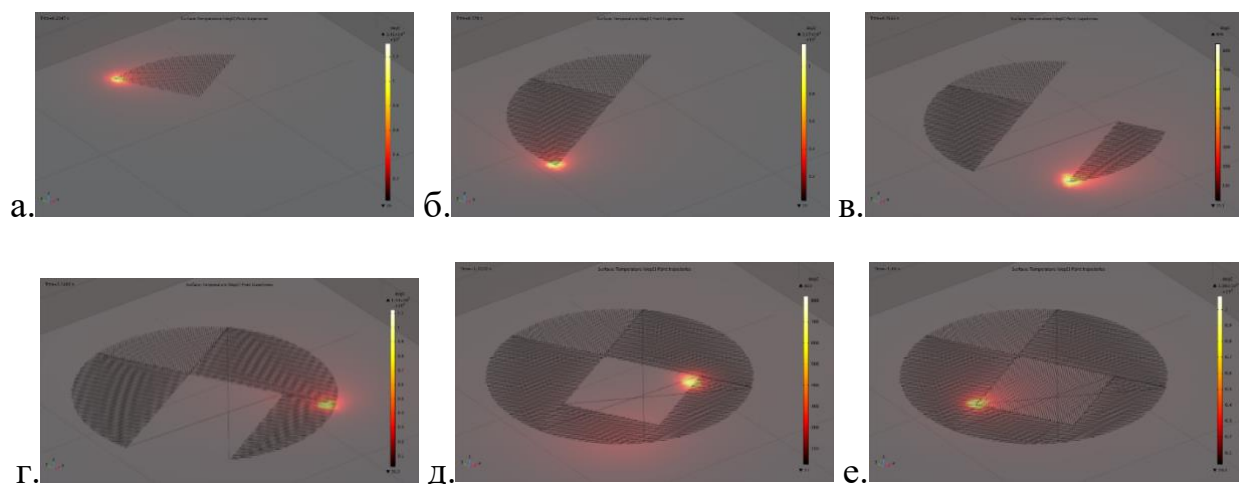


Рисунок 3.27. Стратегия сканирования для детали цилиндрического сечения в различные моменты времени.

а –  $t = 0.2047$  сек; б –  $t = 0.578$  сек; в –  $t = 0.7646$  сек;

г –  $t = 1.1482$  сек; д –  $t = 1.3172$  сек; е –  $t = 1.64$  сек.

Значения температуры на последнем шаге каждого сектора штриховки модели детали цилиндрического сечения представлены на рисунке 3.28. Изотермы представлены на рисунке 3.29.

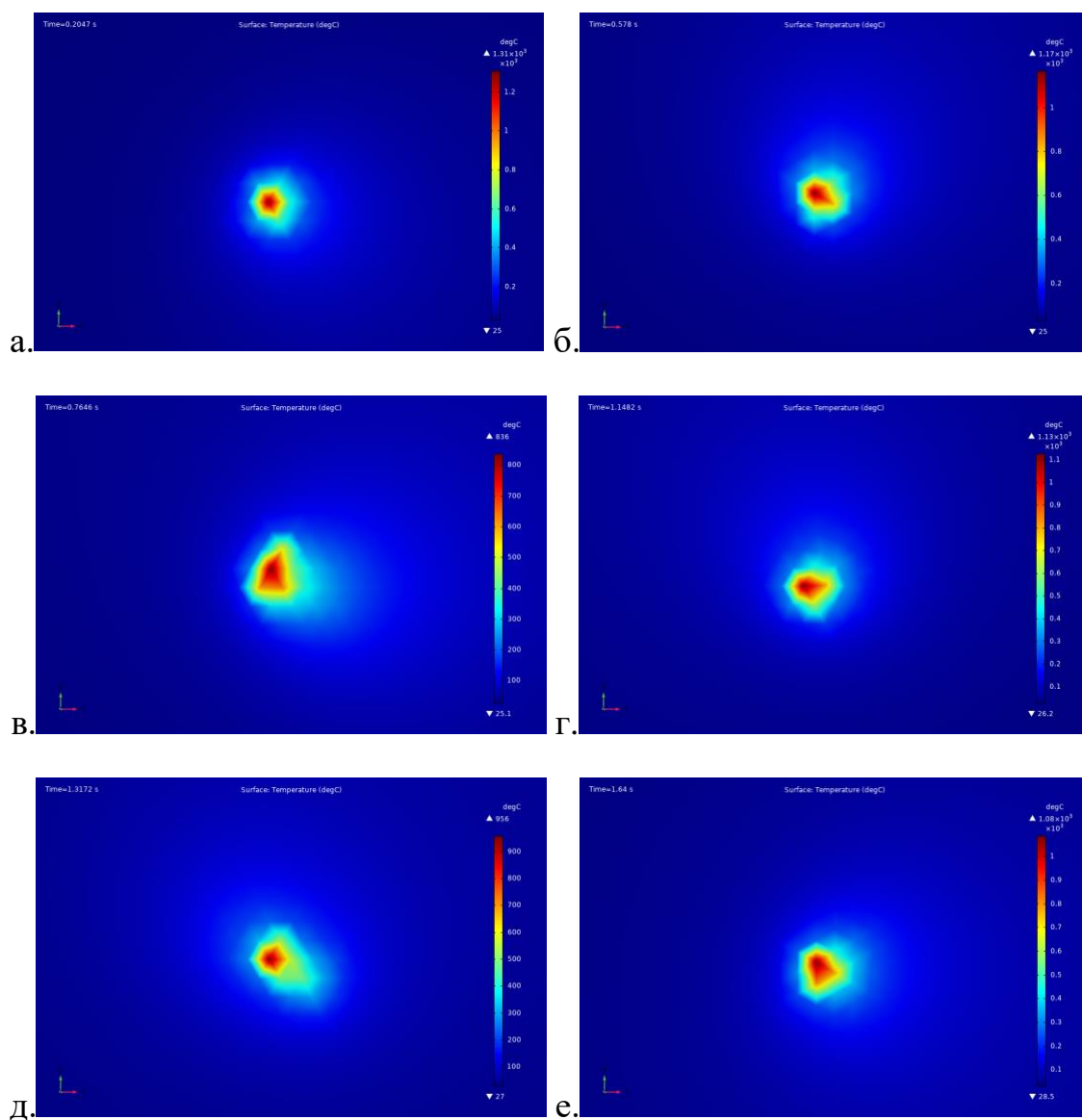


Рисунок 3.28. Значения температуры для детали цилиндрического сечения в различные моменты времени.

а –  $t = 0.2047$  сек; б –  $t = 0.578$  сек; в –  $t = 0.7646$  сек;

г –  $t = 1.1482$  сек; д –  $t = 1.3172$  сек; е –  $t = 1.64$  сек.



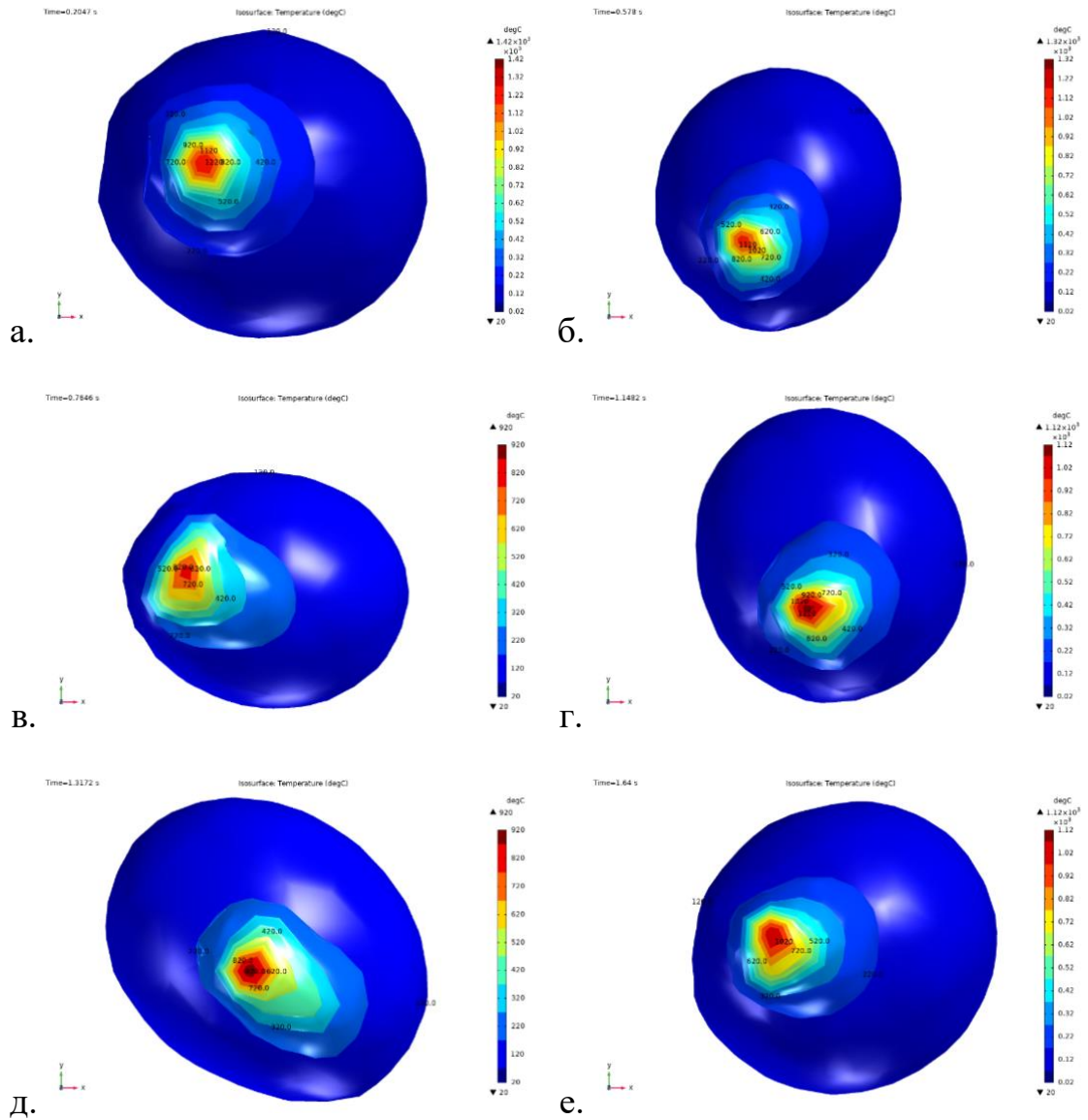


Рисунок 3.29. Изотермические поверхности для детали цилиндрического сечения в различные моменты времени.

а –  $t = 0.2047$  сек; б –  $t = 0.578$  сек; в –  $t = 0.7646$  сек;

г –  $t = 1.1482$  сек; д –  $t = 1.3172$  сек; е –  $t = 1.64$  сек.

Напряжения по Мизесу и значения перемещений на последнем шаге каждого сектора штриховки модели детали цилиндрического сечения представлены на рисунке 3.30 и 3.31 соответственно.

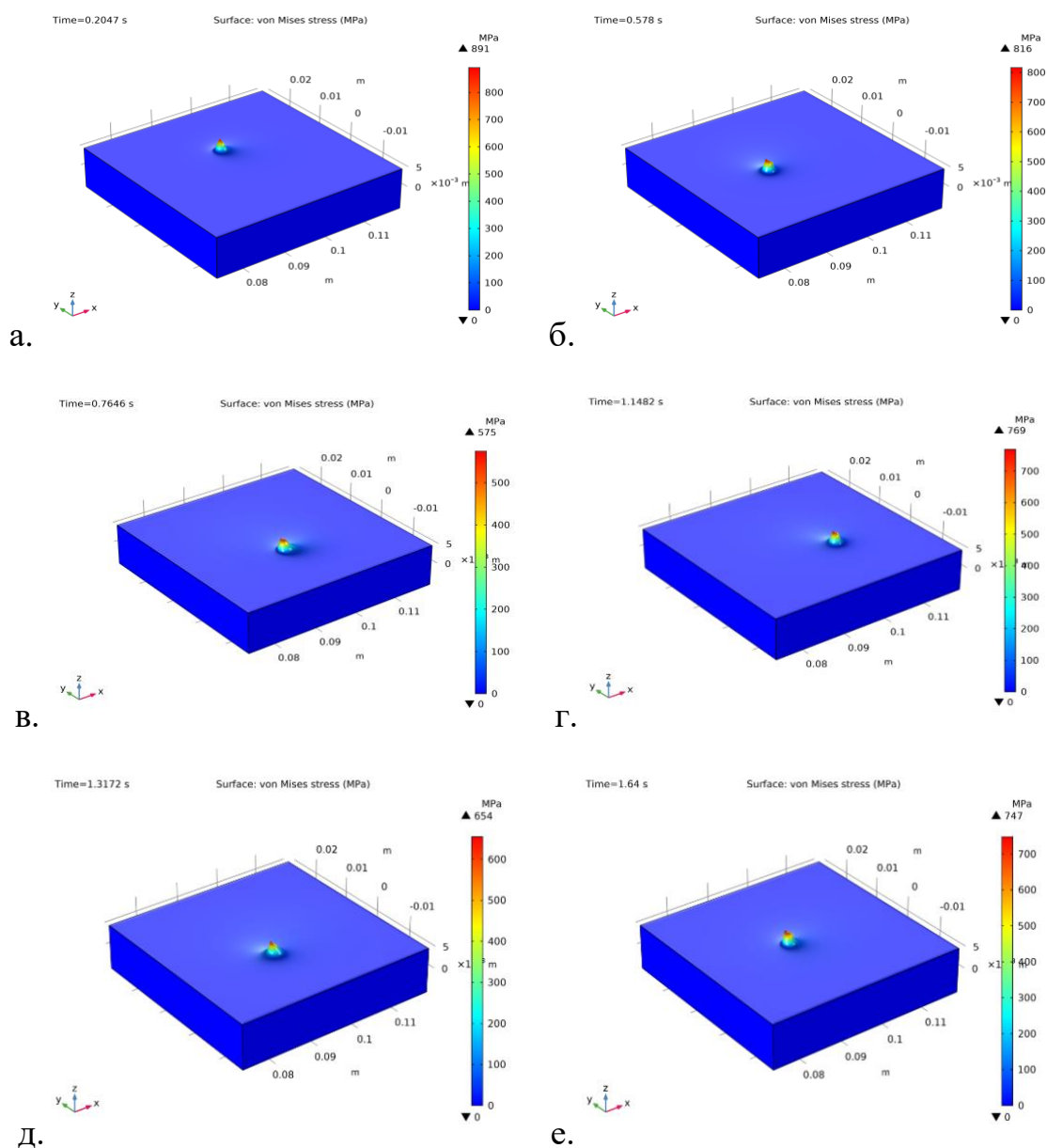


Рисунок 3.30. Напряжения по Мизесу для детали цилиндрического сечения в различные моменты времени.

а –  $t = 0.2047$  сек; б –  $t = 0.578$  сек; в –  $t = 0.7646$  сек;

г –  $t = 1.1482$  сек; д –  $t = 1.3172$  сек; е –  $t = 1.64$  сек.

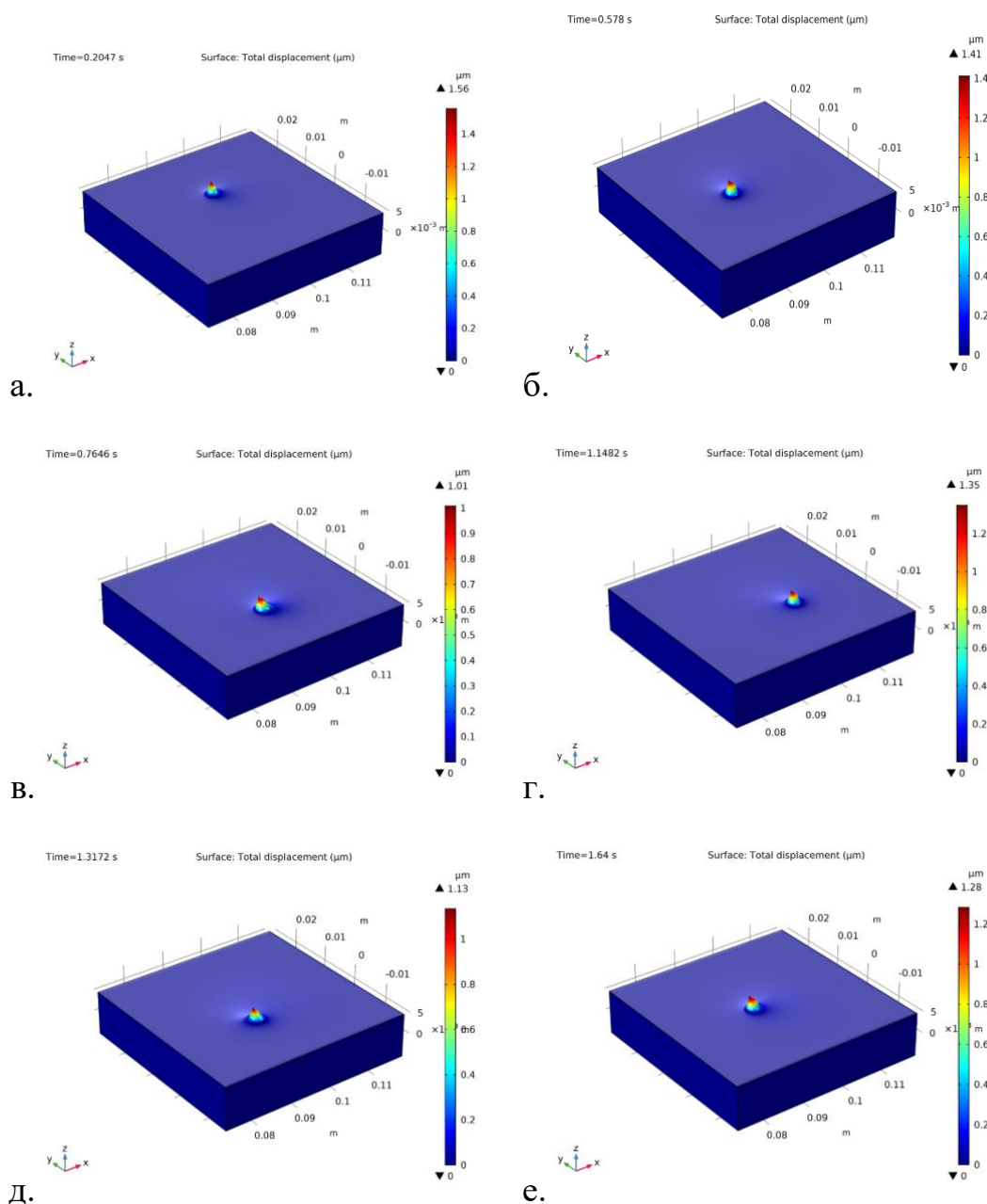


Рисунок 3.31. Значения перемещений для детали цилиндрического сечения в различные моменты времени.

а –  $t = 0.2047$  сек; б –  $t = 0.578$  сек; в –  $t = 0.7646$  сек;

г –  $t = 1.1482$  сек; д –  $t = 1.3172$  сек; е –  $t = 1.64$  сек.

Результаты численных расчетов стратегии сканирования для детали прямоугольного сечения представлены на рисунке 3.32.

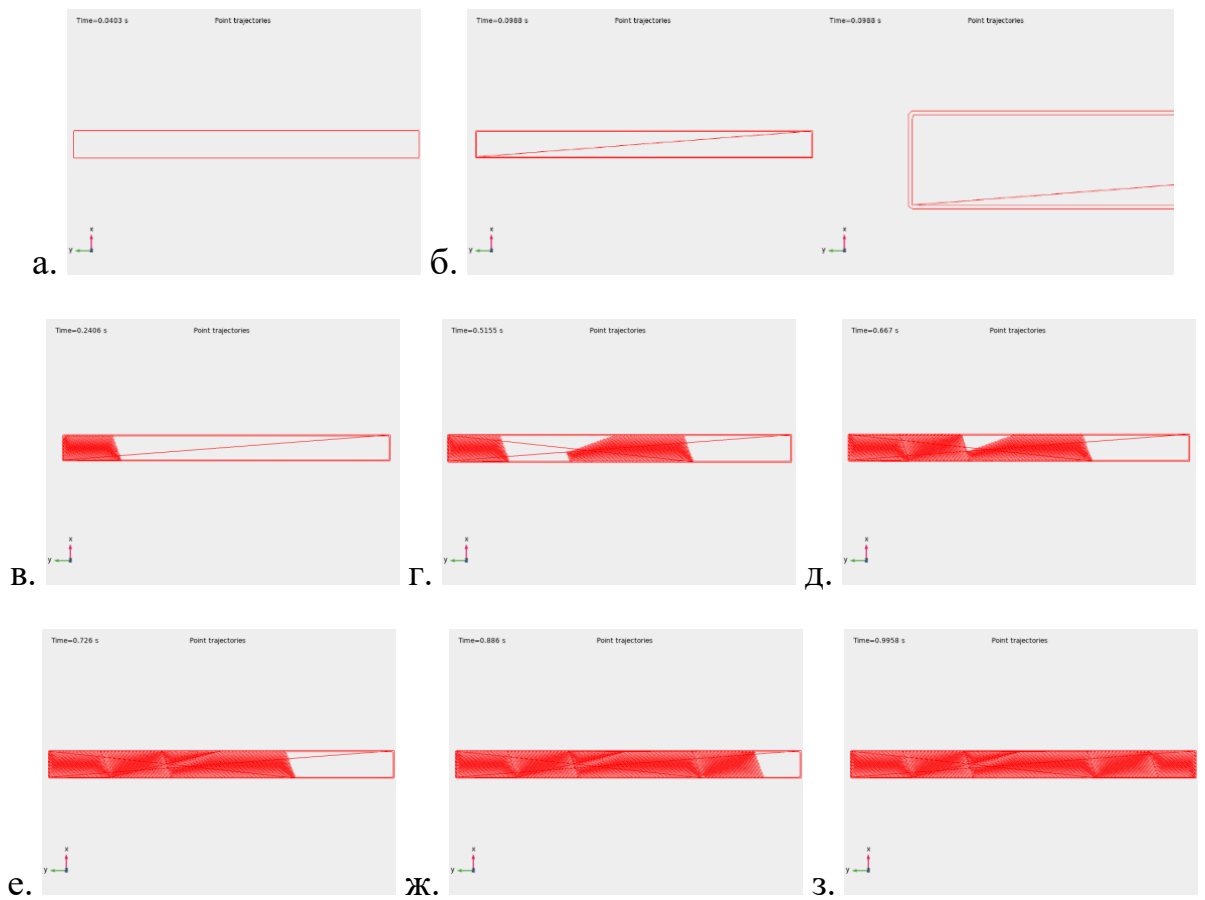


Рисунок 3.32. Стратегия сканирования для прямоугольного сечения в различные моменты времени.

а –  $t = 0.0403$  сек; б –  $t = 0.0988$  сек; в –  $t = 0.2406$  сек; г –  $t = 0.5155$  сек;  
 д –  $t = 0.667$  сек; е –  $t = 0.726$  сек; ж –  $t = 0.886$  сек; з –  $t = 0.9958$  сек.

Значения температуры на последнем шаге каждого сектора штриховки модели растущего тела прямоугольного сечения представлены на рисунке 3.33. Изотермы представлены на рисунке 3.34.

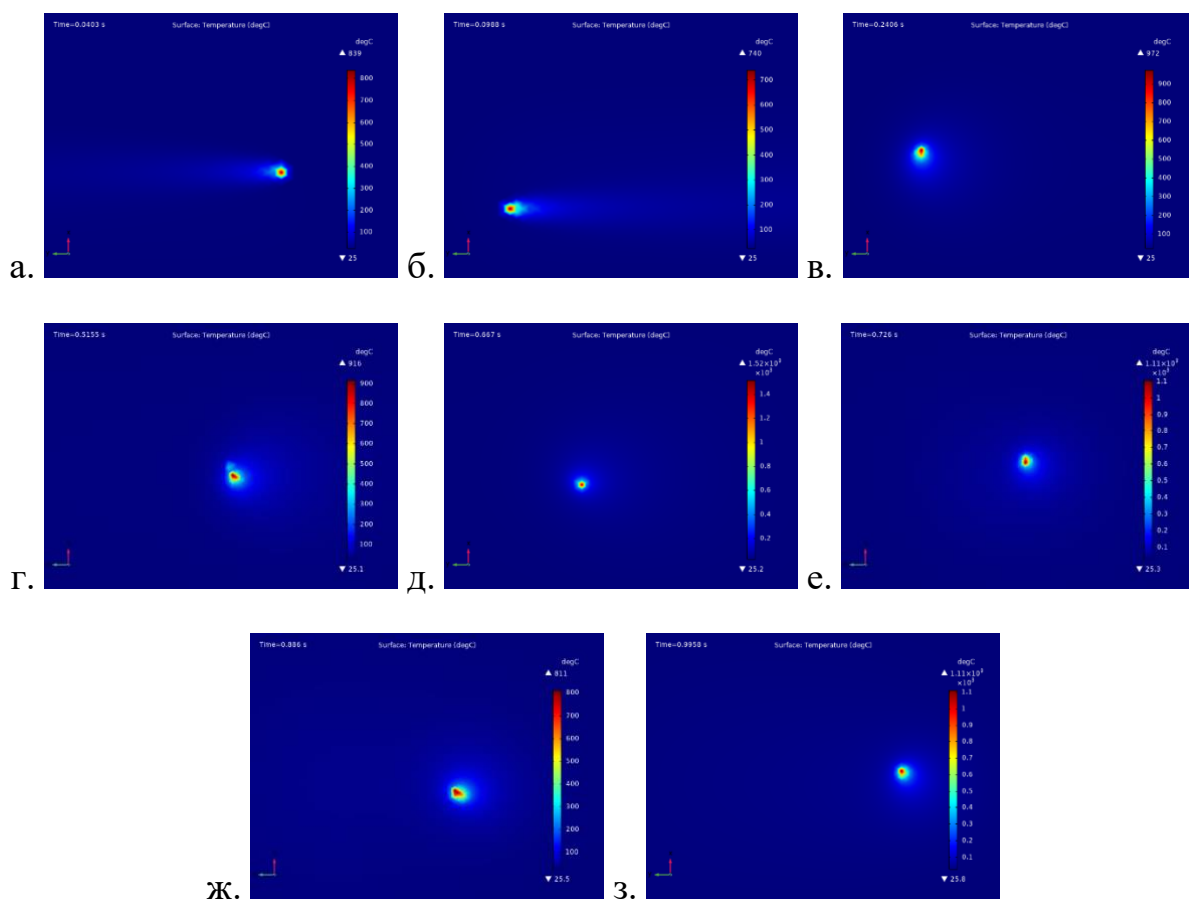


Рисунок 3.33. Значения температуры для растущего тела прямоугольного сечения в различные моменты времени.

а –  $t = 0.0403$  сек; б –  $t = 0.0988$  сек; в –  $t = 0.2406$  сек; г –  $t = 0.5155$  сек;  
 д –  $t = 0.667$  сек; е –  $t = 0.726$  сек; ж –  $t = 0.886$  сек; з –  $t = 0.9958$  сек.

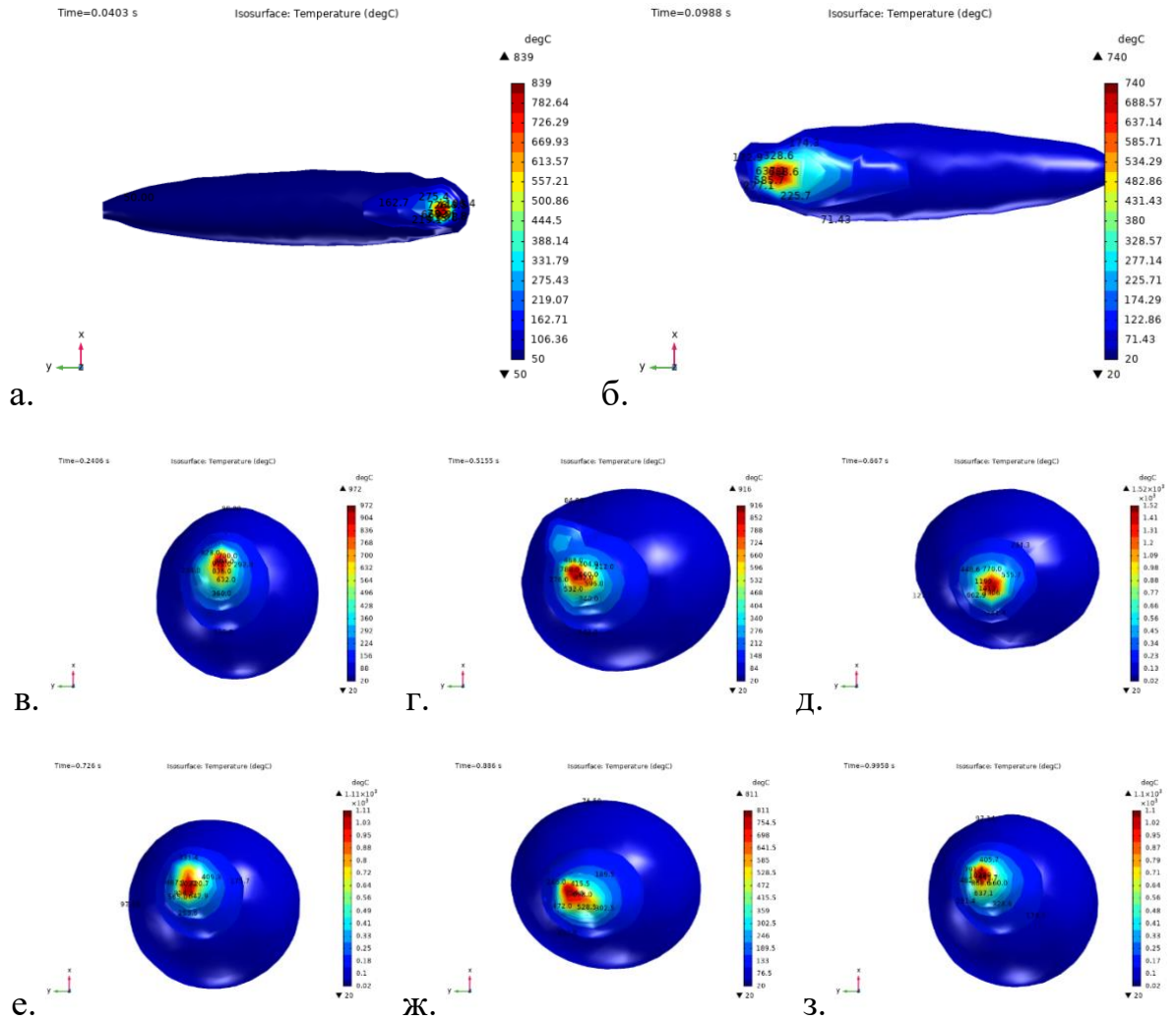


Рисунок 3.34. Изотермические поверхности для растущего тела прямоугольного сечения в различные моменты времени.

а –  $t = 0.0403$  сек; б –  $t = 0.0988$  сек; в –  $t = 0.2406$  сек; г –  $t = 0.5155$  сек;  
 д –  $t = 0.667$  сек; е –  $t = 0.726$  сек; ж –  $t = 0.886$  сек; з –  $t = 0.9958$  сек.

Напряжения по Мизесу и значения перемещений на последнем шаге каждого сектора штриховки модели растущего тела цилиндрического сечения представлены на рисунке 3.35 и 3.36 соответственно.

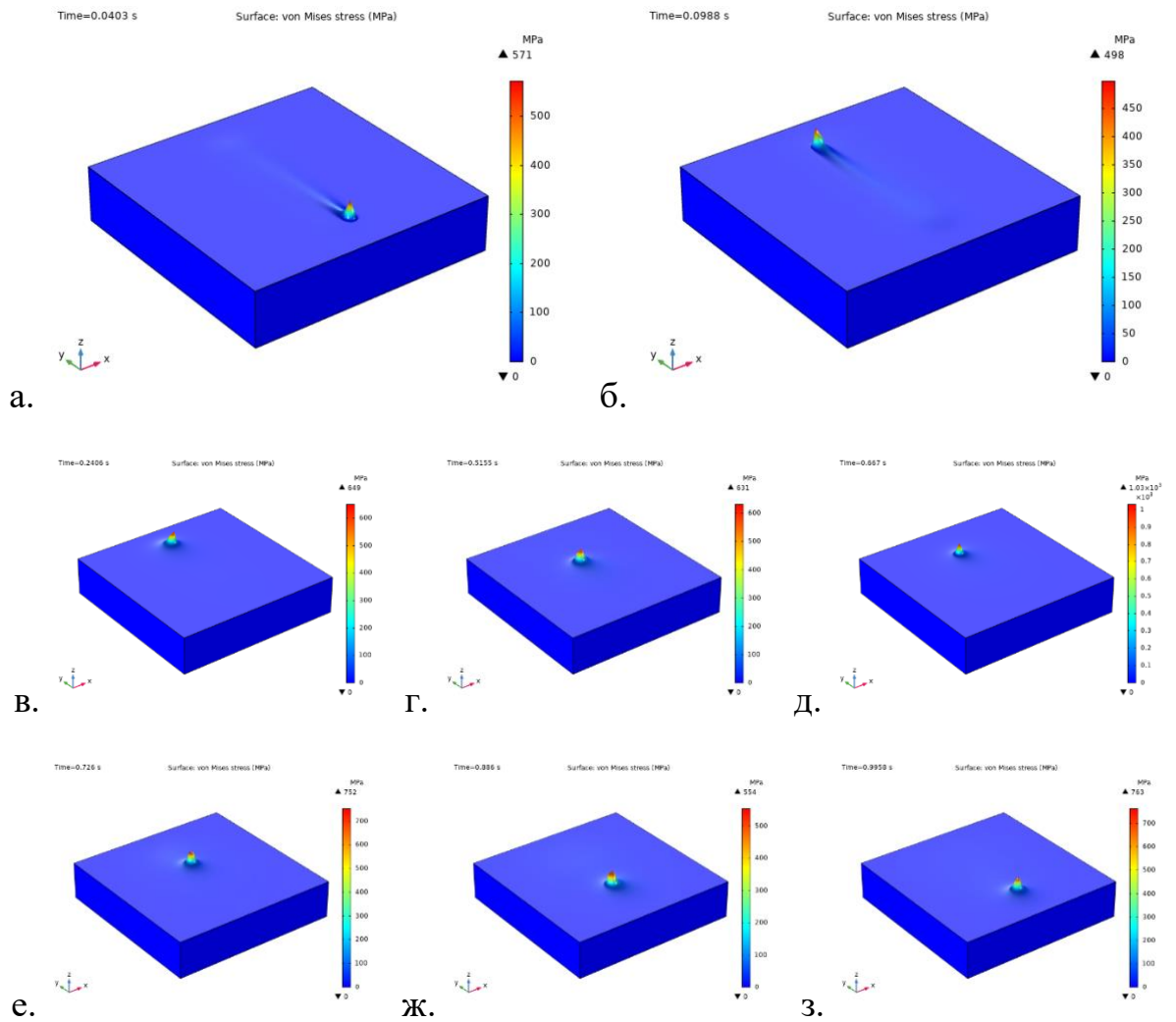


Рисунок 3.35. Напряжения по Мизесу для растущего тела прямоугольного сечения в различные моменты времени.

а –  $t = 0.0403$  сек; б –  $t = 0.0988$  сек; в –  $t = 0.2406$  сек; г –  $t = 0.5155$  сек;  
 д –  $t = 0.667$  сек; е –  $t = 0.726$  сек; ж –  $t = 0.886$  сек; з –  $t = 0.9958$  сек.

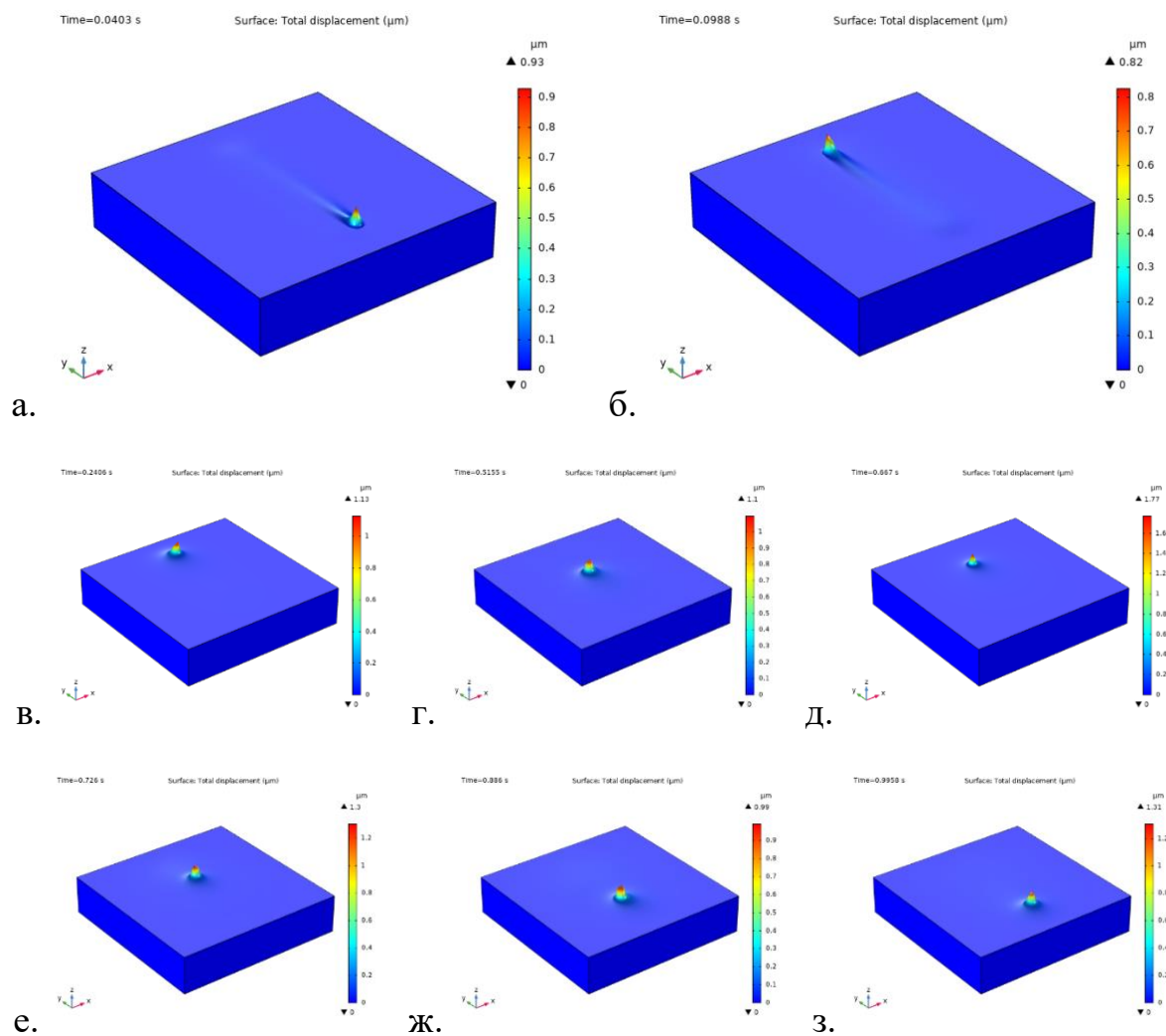


Рисунок 3.36. Значения перемещений для растущего тела прямоугольного сечения в различные моменты времени.

а –  $t = 0.0403$  сек; б –  $t = 0.0988$  сек; в –  $t = 0.2406$  сек; г –  $t = 0.5155$  сек;

д –  $t = 0.667$  сек; е –  $t = 0.726$  сек; ж –  $t = 0.886$  сек; з –  $t = 0.9958$  сек.



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе представлены результаты термических и механических испытаний экспериментальных образцов на основе металлопорошковой композиции AlSi10Mg, изготовленных методом послойного селективного лазерного плавления при различных параметрах трехмерной печати. Экспериментальное исследование проводилось с целью определения механических характеристик изготовленных деталей, их дальнейшего использования при конечно-элементном моделировании, а также для анализа влияния параметров процесса трехмерной печати.

Коэффициент линейного температурного расширения для горизонтально ориентированных образцов, напечатанных в среде Аргон выше на 16,19%, по сравнению с образцами, напечатанных в среде Азота в той же ориентации. Для вертикально ориентированных образцов эта разница составила всего 3,96%. Таким образом, можно сказать, что инертная среда незначительно влияет на значение коэффициента линейного теплового расширения напечатанных образцов. Направление печати также не оказало существенного влияния на значения КЛТР.

В механических испытаниях влияние среды и ориентации образцов носит более выраженный характер. По результатам испытаний на растяжение можно сделать вывод, что образцы, напечатанные в инертной среде Аргон имеют предел прочности при растяжении ниже, чем у образцов, напечатанных в среде Азот, особенно эта разница хорошо видна у горизонтально-ориентированно напечатанных образцов. Разница в значениях модуля Юнга для образцов, напечатанных в разных инертных средах, составила около 19,5%. Причем, модули Юнга для образцов, напечатанных в среде Азот, почти одинаковые, а для образцов, напечатанных в среде Аргон, отличается почти на 8%. В испытаниях на сжатие вертикально ориентированные образцы показали наибольшие значения предела прочности, чем горизонтально ориентированные.

Для разработки адекватной конечно-элементной модели процесса трехмерной печати численно-аналитически решена вспомогательная задача о нагреве полупространства подвижным источником лазерного излучения. Полученные результаты для двух расчетных случаев (прямолинейное движение пятна лазерного излучения и движение по реальной стратегии сканирования) сравнивались с результатами расчетов в конечно-элементном комплексе COMSOL Multiphysics для подтверждения условий задания граничных условий.

Разработан численно-аналитический метод определения технологических температурных напряжений в задаче о поверхностном нагреве полупространства подвижным источником тепла. В основе метода лежит принцип суперпозиции, согласно которому перемещения и напряжения представлены в виде интегральных операторов типа свертки функции влияния с функцией внешнего теплового потока. С помощью интегральных преобразований найдены функции влияния для термоупругого полупространства.

Проведен численный расчет в конечно-элементном комплексе ANSYS для компоновочного решения, включающего в себя несколько образцов различной геометрии и ориентации относительно платформы построения. Расчет проводился с учетом анизотропных свойств материала и циклического прогрева изготавливаемых деталей в процессе трехмерной печати.

Разработан и впервые реализован метод конечно-элементного моделирования технологических температурных напряжений, возникающих в слое при изготовлении детали методом селективного лазерного плавления. При моделировании процесса трехмерной печати были использованы механические характеристики, полученные в результате экспериментальных исследований изготовленных образцов. Подвижная нагрузка задавалась уравнениями, полученными при аналитическом моделировании. Предложенный метод конечно-элементного расчета позволяет оценивать возникающие в процессе выборочного

лазерного плавления технологические температурные напряжения при заданных параметрах печати и может быть использован для подбора оптимальных параметров, при которых эти напряжения будут минимальными.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Довбыш, В. М., Забеднов, П. В., & Зленко, М. А. (2014). Аддитивные технологии и изделия из металла. Библиотечка Литейщика, 9, 14–71.
2. ASTM F2792-12a, Standard Terminology for Additive Manufacturing Technologies, (Withdrawn 2015), ASTM International, West Conshohocken, PA, 2012, [www.astm.org](http://www.astm.org)
3. ISO / ASTM52900-15, Standard Terminology for Additive Manufacturing – General Principles – Terminology, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2015, [www.astm.org](http://www.astm.org)
4. ГОСТ Р 57558-2017/ISO/ASTM 52900:2015 Аддитивные технологические процессы. Базовые принципы. Часть 1. Термины и определения.
5. Greul, M. Metal and ceramic prototypes using the Multiphase Jet Solidification (MJS) process Metallische und keramische Prototypen mit dem Multiphase jet Solidification (MJS) Verfahren. Fraunhofer IFAM. Conference on Rapid Tooling & Manufacturing 1997. Proceedings Aarhus, 1997.
6. Ярушин, С. Г. Технологические процессы в машиностроении: учебник/С. Г. Ярушин. -М.: Издательство Юрайт, 2015. -564 с.
7. Wohlers T, Gornet T (2014) Wohler's Report (2014), History of additive manufacturing. Wohlers Associates Inc
8. Singh R (2014) Process capability analysis of fused deposition modelling for plastic components. Rapid Prototyp J 20(1):69–76
9. Rodriguez JF, Thomas JP, Renaud JE (1999) Maximizing the strength of fused-deposition ABS plastic parts In: Annual international solid freeform fabrication symposium, Texas, USA. Unuiversity of Texas in Austin
10. Montero M, Roundy S, Odell D, Ahn S-H, Wright PK (2001) Material characterization of Fused Deposition Modeling (FDM)ABS by designed experiments. In: Rapid prototyping and manufacturing conference, SME, Ohio

11. Arivazhagan A, Masood SH (2012) Dynamic mechanical properties of ABS material processed by fused deposition modelling. *International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA)* 2(3):2009–2014
12. Wong KV, Hernandez A (2012) A review of additive manufacturing. *International Scholarly Research Network (ISRN) Mechanical Engineering*, pp 1–10
13. Espalin D, Ramirez JA, Medina F, Wicker R (2014) Multi-material, multi-technology FDM: exploring build process variations. *Rapid Prototyp J* 20(3):236–244
14. Novakova-Marcincinova L, Kuric I (2012) Basic and advanced materials for fused deposition modeling rapid prototyping technology. *Journal of Manufacturing and Industrial Engineering (JMIE)* 11(1):24–27
15. Hwang S, Reyes EI, Moon K-S, Rumpf RC, Kim NS (2015) Thermo-mechanical characterization of metal/polymer composite filaments and printing parameter study for fused deposition modeling in the 3D printing process. *Journal of Electronic Materials* 44(3):771–777
16. Mireles J, Espalin D, Roberson D, Zinniel B, Medina F, Wicker R (2012) Fused deposition modeling of metals. In: *Annual international solid freeform fabrication symposium, Texas, USA*. pp 836–845
17. Frazier WE (2014) Metal additive manufacturing: a review. *J Mater Eng Perform* 23(6):1917–1928
18. Zhong M, Liu W (2010) Laser surface cladding: the State of the art and challenges. In: *Proceedings of the institution of mechanical engineers, London, England*
19. Shin K-H, Natu H, Dutta D, Mazumder J (2003) A method for the design and fabrication of heterogeneous objects. *Mater Des* 24(5):339–353
20. Gu DD, Meiners W, Wissenbach K, Poprawe R (2012) Laser additive manufacturing of metallic components: materials, processes and mechanisms. *Int Mater Rev* 57(3):133–164
21. Mudge RP, Wald NR (2007) Laser engineered net shaping advances additive manufacturing and repair. *Weld J* 86:44–48

22. Xue L, Ul-Islam M (2006) Laser consolidation—a novel one-step manufacturing process for making net-shape functional components. In: Cost effective manufacture via net-shape processing (RTO-MP-AVT-139), France. NATO Research and Technology Organization (RTO), pp (15)11–14
23. Zhang H, Xu J, Wang G (2003) Fundamental study on plasma deposition manufacturing. In: International conference on open magnetic systems for plasma confinement, Jeju Island, Korea
24. Baufeld B, Biest OV, Gault R (2010) Additive manufacturing of Ti-6Al-4V components by shaped metal deposition: microstructure and mechanical properties. *Mater Des* 31: S106–S111
25. Thijs L, Verhaeghe F, Craeghs T, Humbeeck JV, Kruth J-P (2010) A study of the microstructural evolution during selective laser melting of Ti-6Al-4V. *Acta Mater* 58:3303–3312
26. Kruth J-P, Mercelis P, Froyen L, Rombouts M (2004) Binding mechanisms in selective laser sintering and selective laser melting. In: Annual international solid freeform fabrication symposium, Texas, USA. University of Texas in Austin
27. Over C, Meiners W, Wissenbach K, Lindemann M, Hammann G (2001) Selective laser melting: a new approach for the direct manufacturing of metal parts and tools. In: International conference on laser assisted net shape engineering, Germany
28. Boschetto A, Bottini L (2014) Accuracy prediction in fused deposition modeling. *Int J Adv Manuf Technol* 73:913–928
29. Bual GS, Kumar P (2014) Methods to improve surface finish of parts produced by fused deposition modeling. *Manufacturing Science and Technology* 2(3):51–55
30. Radu S-A, Popescu AC, Balci N, Panc N (2014) Experimental de-termination of surface roughness of parts obtained by rapid prototyping. In: The 3rd advanced research in scientific areas (ARSA) conference. vol 1. EDIS - Publishing Institution of the University of Zilina, pp 342–345

31. Barari A, Kishawy HA, Kaji F, Elbestawi MA (2016) On the surface quality of additive manufactured parts. *Int J Adv Manuf Technol*
32. Taminger KM, Hafley RA (2006) Electron beam freeform fabrication for cost effective near-net shape manufacturing. NATO Research and Technology Organization (RTO) AVT-139 cost effective manufacture via net shape processing
33. Brandl, E., Heckenberger, U., Holzinger, V., & Buchbinder, D. (2012). Additive manufactured AlSi10Mg samples using Selective Laser Melting (SLM): Microstructure, high cycle fatigue, and fracture behavior. *Materials and Design*, 34, 159–169. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2011.07.067>
34. Buchbinder, D., Schleifenbaum, H., Heidrich, S., Meiners, W., & Bültmann, J. (2011). High power Selective Laser Melting (HP SLM) of aluminum parts. *Physics Procedia*, 12(PART 1), 271–278. <https://doi.org/10.1016/j.phpro.2011.03.035>
35. Kempen, K., Thijs, L., Humbeeck, J. Van, & Kruth, J. P. (2015). Processing AlSi10Mg by selective laser melting: Parameter optimisation and material characterisation. *Materials Science and Technology (United Kingdom)*, 31(8), 917–923. <https://doi.org/10.1179/1743284714Y.0000000702>
36. Maskery, I., Aboulkhair, N. T., Corfield, M. R., Tuck, C., Clare, A. T., Leach, R. K., Wildman, R. D., Ashcroft, I. A., & Hague, R. J. M. (2016). Quantification and characterisation of porosity in selectively laser melted Al-Si10-Mg using X-ray computed tomography. *Materials Characterization*, 111, 193–204. <https://doi.org/10.1016/j.matchar.2015.12.001>
37. Babaytsev, A. V., Orekhov, A. A., & Rabinskiy, L. N. (2020). Properties and microstructure of AlSi10Mg samples obtained by selective laser melting. *Nanoscience and Technology*, 11(3). <https://doi.org/10.1615/NanoSciTechnolIntJ.2020034207>
38. Amato, K. N., Gaytan, S. M., Murr, L. E., Martinez, E., Shindo, P. W., Hernandez, J., Collins, S., & Medina, F. (2012). Microstructures and mechanical behavior of Inconel 718 fabricated by selective laser melting. *Acta Materialia*, 60(5), 2229–2239. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2011.12.032>

39. Dehoff, R. R., Kirka, M., Sames, W. J., Bilheux, H., Tremsin, A. S., Lowe, L. E., & Babu, S. S. (2015). Site specific control of crystallographic grain orientation through electron beam additive manufacturing. *Materials Science and Technology (United Kingdom)*, 31(8), 931–938. <https://doi.org/10.1179/1743284714Y.0000000734>
40. Li, S., Wei, Q., Shi, Y., Chua, C. K., Zhu, Z., & Zhang, D. (2015). Microstructure Characteristics of Inconel 625 Superalloy Manufactured by Selective Laser Melting. *Journal of Materials Science and Technology*, 31(9), 946–952. <https://doi.org/10.1016/j.jmst.2014.09.020>
41. Parimi, L. L., Ravi, G., Clark, D., & Attallah, M. M. (2014). Microstructural and texture development in direct laser fabricated IN718. *Materials Characterization*, 89, 102–111. <https://doi.org/10.1016/j.matchar.2013.12.012>
42. Brandl, E., Baufeld, B., Leyens, C., & Gault, R. (2010). Additive manufactured Ti-6Al-4V using welding wire: Comparison of laser and arc beam deposition and evaluation with respect to aerospace material specifications. *Physics Procedia*, 5(PART 2), 595–606. <https://doi.org/10.1016/j.phpro.2010.08.087>
43. Edwards, P., & Ramulu, M. (2014). Fatigue performance evaluation of selective laser melted Ti-6Al-4V. *Materials Science and Engineering A*, 598, 327–337. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2014.01.041>
44. Thijs, L., Verhaeghe, F., Craeghs, T., Humbeeck, J. Van, & Kruth, J. P. (2010). A study of the microstructural evolution during selective laser melting of Ti-6Al-4V. *Acta Materialia*, 58(9), 3303–3312. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2010.02.004>
45. Yu, J., Rombouts, M., Maes, G., & Motmans, F. (2012). Material Properties of Ti6Al4 v Parts Produced by Laser Metal Deposition. *Physics Procedia*, 39, 416–424. <https://doi.org/10.1016/j.phpro.2012.10.056>
46. Vandenbroucke, B. and Kruth, J. (2007), "Selective laser melting of biocompatible metals for rapid manufacturing of medical parts", *Rapid Prototyping Journal*, Vol. 13 No. 4, pp. 196-203. <https://doi.org/10.1108/13552540710776142>



47. Xin, Xz., Xiang, N., Chen, J. et al. Corrosion characteristics of a selective laser melted Co–Cr dental alloy under physiological conditions. *J Mater Sci* 47, 4813–4820 (2012). <https://doi.org/10.1007/s10853-012-6325-2>
48. Murr, L. E. et al. Microstructures and properties of 17-4 PH stainless steel fabricated by selective laser melting. *J. Mater. Res. Technol.* 1, 167–177 (2012).
49. Niendorf, T., Leuders, S., Riemer, A. et al. Highly Anisotropic Steel Processed by Selective Laser Melting. *Metall Mater Trans B* 44, 794–796 (2013). <https://doi.org/10.1007/s11663-013-9875-z>
50. Yasa, E. & Kruth, J. P. Microstructural investigation of selective laser melting 316L stainless steel parts exposed to laser re-melting. *Procedia Eng.* 19, 389–395 (2011).
51. Spierings, A. B., Schoepf, M., Kiesel, R. & Wegener, K. Optimization of SLM productivity by aligning 17-4PH material properties on part requirements. *Rapid Prototyp. J.* 20, 444–448 (2014).
52. Starr, T. L., Rafi, K., Stucker, B., & Scherzer, C. M. (2012). Controlling phase composition in selective laser melted stainless steels. Paper presented at the 23rd Annual International Solid Freeform Fabrication Symposium - an Additive Manufacturing Conference, SFF 2012, 439-446.
53. Yadollahi, A., Shamsaei, N., Thompson, S. M., Elwany, A., Bian, L., & Mahmoudi, M. (2015). Fatigue behavior of selective laser melted 17–4 PH stainless steel. *Proceedings of the 26th International Solid Freeform Fabrication Symposium*, , 721-731.
54. Casalino, G., Campanelli, S. L., Contuzzi, N. & Ludovico, A. D. Experimental investigation and statistical optimisation of the selective laser melting process of a maraging steel. *Opt. Laser Technol.* 65, 151–158 (2015).
55. Kempen, K., Yasa, E., Thijs, L., Kruth, J. P. & Van Humbeeck, J. Microstructure and mechanical properties of selective laser melted 18Ni-300 steel. *Phys. Procedia* 12, 255–263 (2011).

56. Khan, M. and Dickens, P. (2012), "Selective laser melting (SLM) of gold (Au)", *Rapid Prototyping Journal*, Vol. 18 No. 1, pp. 81-94. <https://doi.org/10.1108/13552541211193520>
57. Zito, D., Carlotto, A., Loggi, A., Sbornicchia, P., Maggian, D., Unterberg, P., Cristofolini, I. (2014). Optimization of SLM technology main parameters in the production of gold and platinum jewelry. Proceedings of the Santa Fe Symposium, Albuquerque, NM, 1-24.
58. Ding, D., Pan, Z., Cuiuri, D. et al. Wire-feed additive manufacturing of metal components: technologies, developments and future interests. *Int J Adv Manuf Technol* 81, 465–481 (2015). <https://doi.org/10.1007/s00170-015-7077-3>
59. M. Quian and F.H. Froes. *Titanium Powder Metallurgy*. Elsevier Butterworth-Heinemann (2015)
60. J. Dawes, R. Bowerman, R. Trepleton. Introduction to the additive manufacturing powder metallurgy supply chain Johns. *Matthey Technol. Rev.*, 59 (3) (2015), pp. 243-256
61. R.M. German. *Powder Metallurgy Science*. (Second ed.), Metal Powder Industries Federation (1994), p. 167
62. Pinkerton, A. J., & Li, L. (2005). Direct additive laser manufacturing using gas- and water-atomised H13 tool steel powders. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 25(5-6), 471-479. doi:10.1007/s00170-003-1844-2
63. R.J. Herbert. Viewpoint: metallurgical aspects of powder bed metal additive manufacturing *J. Mater. Sci.*, 51 (2016), pp. 1165-1175
64. Gangxian Zhu, Anfeng Zhang, Dichen Li, Yiping Tang, Zhiqiang Tong, Qiaopan Lu, Numerical simulation of thermal behavior during laser direct metal deposition, *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* 55 (9–12) (2011) 945–954.
65. R. Jendrzewski, G. Śliwiński, M. Krawczuk, W. Ostachowicz, Temperature and stress fields induced during laser cladding, *Comput. Struct.* 82 (7) (2004) 653–658.

66. Rafał Jendrzejewski, Gerard Śliwiński, Investigation of temperature and stress fields in laser cladded coatings, *Appl. Surf. Sci.* 254 (4) (2007) 921–925.
67. Riqing Ye, John E. Smugeresky, Baolong Zheng, Yizhang Zhou, Enrique J. Lavernia, Numerical modeling of the thermal behavior during the lens process, *Mater. Sci. Eng. A* 428 (1) (2006) 47–53.
68. P. Peyre, P. Aubry, R. Fabbro, R. Neveu, Arnaud Longuet, Analytical and numerical modelling of the direct metal deposition laser process, *J. Phys. D Appl. Phys.* 41 (2) (2008) 025403.
69. A. Lundback, L.E. Lindgren, Modelling of metal deposition, *Finite Elem. Anal. Des.* 47 (2011) 1169–1177.
70. Matsumoto M, Shiomi M, Osakada K, Abe F (2002) Finite element analysis of single layer forming on metallic powder bed in rapid prototyping by selective laser processing. *Int J Mach Tools Manuf* 42(1):61–67
71. Michaleris P (2014) Modeling metal deposition in heat transfer analyses of additive manufacturing processes. *Finite Elem Anal Des* 86:51–60
72. Fan Z, Liou F (2012) Numerical modeling of the additive manufacturing (AM) processes of titanium alloy, from “Titanium Alloys—Towards Achieving Enhanced Properties for Diversified Applications”. InTech, Missouri University of Science and Technology
73. L.E. Lindgren, P. Michaleris, Modeling of welding for residual stresses, in: Jian Lu (Ed.), *Handbook on Residual Stress*, vol. 2, SEM, USA, 2005, pp. 47–67
74. L.E. Lindgren, H. Runnemalm, M.O. Nasstrom, Simulation of multipass welding of a thick plate, *Int. J. Numer. Methods Eng.* 44 (9) (1999) 1301–1316
75. Masmoudi A., Bolot R., Coddet C. Investigation of the laser-powder-atmosphere interaction zone during the selective laser melting process // *Journal of Materials Processing Technology*. - 2015. - №225. - P.122-132
76. Бабенко Р.Г., Бунчук Ю.П., Усенко Б.О. Технологические особенности изготовления сложнопрофильных изделий методом селективного лазерного

плавления из порошкового металлического материала 316l // Космическая техника. Ракетное вооружение. Space Technology. Missile Armaments. – 2019. –117с.

77. Godino, M. PFC: AlSi10Mg parts produced by Selective Laser Melting (SLM). Thesis 71 (2013).

78. Иванов И.Р., Селезнёв В.Д. Моделирование и исследование лазерного плавления в методе 3d печати на примере порошка алюминия // Физика. Технологии. Инновации: сборник научных трудов. - 2015. - С.89-95.

79. Hussein A., Ha, L., Yan C., Everson R. Finite element simulation of the temperature and stress fields in single layers built without-support in selective laser melting // Materials & Design. - 2013. - №52. - P.638-647

80. Ali H., Ghadbeigi H., Mumtaz K. Residual stress development in selective laser-melted Ti6Al4V: a parametric thermal modelling approach // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. - 2018. - №97. - P.2621-2633

81. Shi Y., Shen H., Yao Z., Hu J. Temperature gradient mechanism in laser forming of thin plates // Optics and Laser Technology. - 2007. - №39. - P.858-863

82. Yadroitsev I., Krakhmalev P., Yadroitsava I. Selective laser melting of Ti6Al4V alloy for biomedical applications: temperature monitoring and microstructural evolution // Journal of Alloys and Compounds. - 2014. - №583. - P.404-409

83. Alimardani M., Toyserkani E., Huissoon J.P., Paul C.P. On the delamination and crack formation in a thin wall fabricated using laser solid freeform fabrication process: an experimental–numerical investigation // Optics and Lasers in Engineering. - 2009. - №47. - P.1160-1168

84. Zou S., Xiao H., Ye F., Li Z., Tang W., Zhu F., Zhu C. Numerical analysis of the effect of the scan strategy on the residual stress in the multi-laser selective laser melting // Results in Physics. - 2020. - №16

85. Masoomi M., Thompson S.M., Shamsaei N. Laser powder bed fusion of Ti-6Al-4V parts: Thermal modeling and mechanical implications // International Journal of Machine Tools and Manufacture. - 2017. - №118. - P.73-90

86. Wu M.W., Chen J.K., Lin B.H., Chiang P.H., Tsai M.K. Compressive fatigue properties of additive-manufactured Ti-6Al-4V cellular material with different porosities // *Materials Science & Engineering*. - 2020. - №790
87. Babaytsev, A. V., M. V. Prokofiev, and L. N. Rabinskiy. "Mechanical Properties and Microstructure of Stainless Steel Manufactured by Selective Laser Sintering." *International Journal of Nanomechanics Science and Technology*, vol. 8, no. 4, 2017, pp. 359-366. doi:10.1615/NanoSciTechnolIntJ.v8.i4.60.
88. Fergani, O., Berto, F., Welo, T., & Liang, S. Y. (2017). Analytical modelling of residual stress in additive manufacturing. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 40(6), 971–978. <https://doi.org/10.1111/ffe.12560>
89. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964, 487 с.
90. Tushavina, O. V. (2020). Coupled heat transfer between a viscous shock gasdynamic layer and a transversely streamlined anisotropic half-space. *INCAS Bulletin*, 12(Special Issue), 211-220. doi:10.13111/2066-8201.2020.12.S.20
91. Kruth J-P, Deckers J, Yasa E, Wauthlé R. Assessing and comparing influencing factors of residual stresses in selective laser melting using a novel analysis method. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*. 2012;226(6):980-991. doi:10.1177/0954405412437085
92. Mikhailova E.Yu, Fedotenkov G.V., Tarlakovskii D.V. Impact of Transient Pressure on a Half-Space with Membrane Type Coating // *Structural Integrity*. – 2020. – No 16. – Pp. 312-315.
93. Fedotenkov G.V., Tarlakovskii D.V. Non-stationary Contact Problems for Thin Shells and Solids // *Structural Integrity*. – 2020. – No 16. – Pp. 287-292.
94. Okonechnikov A.S., Tarlakovsky D.V., Fedotenkov, G.V. Spatial non-stationary contact problem for a cylindrical shell and absolutely rigid body // *Mechanics of Solids*. – 2020. – 55(3). – Pp. 366-376.

95. Fedotenkov G.V., Mikhailova E.Yu., Kuznetsova E.L., Rabinskiy L.N. Modeling the unsteady contact of spherical shell made with applying the additive technologies with the perfectly rigid stamp // *International Journal of Pure and Applied Mathematics*. – 2016. – 111(2). – Pp. 331-342.
96. Igumnov L.A., Okonechnikov A.S., Tarlakovskii D.V., Fedotenkov G.V. Plane Nonstationary Problem of Motion of the Surface Load Over an Elastic Half Space // *Journal of Mathematical Sciences (United States)*. – 2014. – 203(2). – Pp. 193-201.
97. Tarlakovskiy D.V., Fedotenkov G.V. Analytic investigation of features of stresses in plane nonstationary contact problems with moving boundaries // *Journal of Mathematical Sciences*. – 2009. – 162(2). – Pp. 246-253.
98. Новацкий В. Динамические задачи термоупругости. М.: Мир, 1970. 256 с.
99. А.С. Курбатов, А.А. Орехов, Л.Н. Рабинский. Анализ задачи потери устойчивости тонкостенных конструкций, выполненных методом селективного лазерного спекания, при интенсивном нагреве. Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2018. – № 12. – С. 513-519.
100. С. И. Жаворонок, А. С. Курбатов, А. А. Орехов, Л. Н. Рабинский. Устойчивость панели термоупругой оболочки при действии подвижного точечного краевого источника тепла. СТИН. – 2019. – № 4. – С. 17-20.
101. Kurbatov, A.S., Orekhov, A.A., Rabinskiy, L.N. Solution of the problem of thermal stability of a thin-walled structure under non-stationary thermal action arising in the process of creating articles by the method of selective laser sintering (2018) *Periodico Tche Quimica*, 15 (Special Issue 1), pp. 441-447.
102. Zhavoronok, S.I., Kurbatov, A.S., Orekhov, A.A., Rabinskii, L.N. Stability of Panels of a Thermoelastic Shell Heated at the Edge by a Mobile Point Source (2019) *Russian Engineering Research*, 39 (9), pp. 793-796. DOI: 10.3103/S1068798X19090259
103. Babaytsev, A.V., Orekhov, A.A., Rabinskiy, L.N. Properties and microstructure of AlSi10Mg samples obtained by selective laser melting (2020)

Nanoscience and Technology, 11 (3), pp. 213-222. DOI: 10.1615/NanoSciTechnolIntJ.2020034207

104. A. A. Orekhov, L. N. Rabinskiy, G. V. Fedotenkov, T. Z. Hein. Heating of a Half-Space by a Moving Thermal Laser Pulse Source. Lobachevskii Journal of Mathematics. 2021., Vol. 42., No 8., pp. 1912-1919., DOI 10.1134/S1995080221080229.

105. Д. И. Токмаков, Ю. О. Соляев, А. А. Орехов. Моделирование процесса синтеза металлических корпусов приемо-передающих модулей АФАР. Математическое моделирование в естественных науках. – 2018. – Т. 1. – С. 300-302.

106. Исследование локального теплового и напряженно-деформированного состояния в процессе прямого лазерного осаждения металлов / О. В. Егорова, А. А. Орехов, А. С. Курбатов, Л. Н. Рабинский // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред: Материалы XXIV международного симпозиума имени А.Г. Горшкова, Вятчи, 19–23 марта 2018 года. – Вятчи: ООО"ТРП", 2018. – С. 46-47.

107. Анализ влияния геометрических параметров на решение задачи потери устойчивости тонкостенных конструкций, выполненных методом селективного лазерного спекания, при интенсивном нагреве / Е. Л. Кузнецова, А. С. Курбатов, А. А. Орехов, С. И. Жаворонок // Тезисы докладов VII Международного научного семинара "Динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при воздействии полей различной физической природы", Москва, 12–13 ноября 2018 года / Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет). – Москва: ООО ТРП, 2018. – С. 84-85.

108. Анализ задачи потери устойчивости тонкостенных конструкций, выполненных методом селективного лазерного спекания, при интенсивном нагреве / А. С. Курбатов, А. А. Орехов, Л. Н. Рабинский // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2018. – № 12. – С. 513-519.

109. Решение задачи термоустойчивости тонкостенной конструкции при нестационарном тепловом воздействии, возникающем в процессе создания изделий методом селективного лазерного спекания / А. С. Курбатов, А. А. Орехов, Л. Н. Рабинский // Материалы IV международной научно-практической конференции «Актуальные вопросы и перспективы развития транспортного и строительного комплексов». – Гомель, 2018. – С. 159.

110. Построение тестовых решений для верификации моделей растущих тонкостенных изделий в процессе послойного лазерного синтеза / А. С. Курбатов, А. А. Орехов, Ю.О. Соляев, С.И. Жаворонок // Материалы IV международной научно-практической конференции «Актуальные вопросы и перспективы развития транспортного и строительного комплексов». – Гомель, 2018. – С. 159-160.

111. Построение модели анализа напряженно - деформированного состояния тел, созданных методами аддитивных технологий / А.А. Орехов, Л.Н. Рабинский // Материалы IX международной научно-практической конференции «Проблемы безопасности на транспорте». – Гомель, 2019. – С. 241.

112. Свойства и структура образцов из AlSi10Mg, полученных методом лазерного спекания порошка / А.В. Бабайцев, А.А. Орехов, Л.Н. Рабинский // Материалы X международной научно-практической конференции «Проблемы безопасности на транспорте». – Гомель, 2020. – С. 66.

113. Механические характеристики образцов из AlSi10Mg, полученных методом лазерного спекания порошка / А.В. Бабайцев, А.А. Орехов, Л.Н. Рабинский // Материалы X международной научно-практической конференции «Проблемы безопасности на транспорте». – Гомель, 2020. – С. 65.

114. Аддитивные технологии при производстве космических аппаратов / А.А. Орехов, Л.Н. Рабинский // Материалы международной конференции «Космические системы». – Москва, 2021. – С. 46.

115. Моделирование термонапряженного состояния растущего тела в процессе лазерного плавления металла / А.В. Бабайцев, А.А. Орехов, Л.Н.



Рабинский // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред: Материалы XXVII Международного симпозиума им. А.Г. Горшкова, Вятчи, 17–21 мая 2021 года. – Москва: Общество с ограниченной ответственностью "ТРП", 2021. – С. 19.

116. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018619982 Российская Федерация. Программа пересчета и визуализации изменений механических свойств материалов конструкций, выполненных с применением методов аддитивных технологий. ATVIS-1 : № 2018617148 : заявл. 09.07.2018 : опубл. 15.08.2018 / Л. Н. Рабинский, А. А. Орехов, А. С. Курбатов; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)».

117. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019610122 Российская Федерация. Программа для оценки теплового состояния элементов конструкций с внутренними полостями и каналами, изготавливаемых методами SLM : № 2018664596 : заявл. 18.12.2018 : опубл. 09.01.2019 / Л. Н. Рабинский, А. А. Орехов, А. В. Бабайцев, Ю. О. Соляев ; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)».

118. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020610096 Российская Федерация. Программа для расчета термонапряженного состояния тонкостенной конструкции цилиндрического типа, изготавливаемой методами аддитивных технологий : № 2019666918 : заявл. 19.12.2019 : опубл. 09.01.2020 / Л. Н. Рабинский, А. А. Орехов, В. Н. Добрянский ; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)».

119. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020667088 Российская Федерация. Программа для расчета термонапряженного состояния тонкостенной пластинки Т-образного сечения, изготавливаемой методами аддитивных технологий : № 2020666392 : заявл. 10.12.2020 : опубл. 21.12.2020 / Л. Н. Рабинский, А. А. Орехов ; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)».