

Научная статья

УДК 629.7.05

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=186884>

EDN: <https://www.elibrary.ru/FKUCRZ>

## ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМА ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ ОШИБОК МИКРОМЕХАНИЧЕСКОЙ БЕСПЛАТФОРМЕННОЙ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

А.Л. Масленников<sup>✉</sup>, Н.В. Даниленко

МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Москва, Россия <sup>✉</sup>

[amas@bmstu.ru](mailto:amas@bmstu.ru)

---

**Цитирование:** Масленников А.Л., Даниленко Н.В. Исследование алгоритма оценки параметров линейной модели ошибок микромеханической бесплатформенной инерциальной навигационной системы // Труды МАИ. 2025. № 145. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=186884>

---

**Аннотация.** В статье рассматривается алгоритм оценивания параметров линейной модели ошибок микромеханической бесплатформенной инерциальной навигационной системы низкого класса точности. Оцениваемыми параметрами модели ошибок являются смещения нулей акселерометров и дрейфы гироскопов. Алгоритм оценивания строится на базе калмановской фильтрации, при этом рассматривается вариант алгоритма оценивания, в котором используются два фильтра Калмана: первый для сглаживания измерений, получаемых с акселерометров и гироскопов, а второй для оценивания параметров модели ошибок бесплатформенной инерциальной навигационной системы. Исследование алгоритма заключается в анализе характера оценивания параметров модели ошибок при различной конфигурации алгоритма. Анализируется алгоритм с

полным и редуцированным вектором состояния одного из фильтров Калмана, исследуется характер оценивания при различных соотношениях ковариационных матриц входных и измерительных шумов обоих фильтров Калмана, в том числе, в случае нестационарного характера вращения бесплатформенной инерциальной навигационной системы. Полученные в ходе моделирования результаты показывают принципиальную работоспособность рассмотренного алгоритма и иллюстрируют характер оценивания в различных условиях.

**Ключевые слова:** модель ошибок, БИНС, алгоритм оценивания, фильтр Калмана, алгоритм навигации.

.....

## RESEARCH ON THE ALGORITHM FOR ESTIMATING PARAMETERS OF THE LINEAR ERROR MODEL OF MICROMECHANICAL STRAPDOWN INERTIAL NAVIGATION SYSTEM

A.L. Maslennikov<sup>✉</sup>, N.V. Danilenko

✉ [amas@bmstu.ru](mailto:amas@bmstu.ru)

---

**Citation:** Maslennikov A.L., Danilenko N.V. Research on the algorithm for estimating parameters of the linear error model of micromechanical strapdown inertial navigation system // Trudy MAI. 2025. No. 145. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=186884>

---

**Abstract.** The algorithm for estimating the parameters of a linear error model for a low-accuracy micromechanical strapdown inertial navigation system is considered. The estimated error model parameters are accelerometer biases and gyroscope drifts. The estimation algorithm is based on Kalman filtering. The paper considers a variant of the estimation algorithm that utilizes two Kalman filters: the first is used for smoothing measurements obtained from accelerometers and gyroscopes, and the second one for estimating the SINS error model parameters. The research of the algorithm involves analyzing the behavior of estimating the strapdown inertial navigation system error model parameters for various algorithm configurations. An algorithm with a full and reduced state vector for one of the Kalman filters is considered, and the behavior of the

estimation is investigated for various ratios of the covariance matrices of the input and measurement noises of both Kalman filters, including the case of a non-stationary strapdown inertial navigation system rotation. The results obtained during the simulation demonstrate the fundamental applicability of the considered algorithm and illustrate the behavior of the estimation process under various conditions.

**Keywords:** error model, SINS, MEMS, Kalman filter, navigation algorithm.

---

## Введение

Инструментальные погрешности микромеханических элементов (МЭМС) бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС), такие как смещения нулей акселерометров и дрейфы гироскопов (датчиков угловых скоростей), являются параметрами модели ошибок БИНС и непосредственно влияют на точность решения навигационной задачи, особенно при долговременной работе БИНС в автономном режиме [1-3]. Поэтому необходима разработка новых алгоритмов оценивания смещений нулей акселерометров и дрейфов гироскопов для повышения эффективности и точности решения задачи навигации в общем случае.

Инструментальные погрешности БИНС могут быть определены при калибровке блоков инерциальных измерений (БИИ) [4-6], в процессе которой в общем случае определяются величины масштабных коэффициентов, смещений нулей, неортогональности осей чувствительности, температурные и нелинейные погрешности чувствительных элементов (ЧЭ). Существуют различные подходы и методы проведения калибровки БИИ: от простых статических до комплексных динамических испытаний [7-9]. Калибровка БИИ, обеспечивающая высокую точность, требует специализированного прецизионного оборудования, как правило, в виде поворотных и вращающихся стендов [7, 8]. Существуют подходы, в которых калибровка БИИ проводится с применением алгоритмических процедур без специализированного оборудования, как правило, с применением методов оптимизации [5, 6, 10-14]. Инструментальные погрешности (смещения нулей акселерометров, дрейфы гироскопов и др.) являются параметрами модели ошибок

БИНС, и разработаны походы для их оценивания через алгоритм навигации по предварительно полученной модели ошибок БИНС с учётом специфики применяемого алгоритма навигации [7, 15]. В отличие от подходов по калибровке БИИ, оценка инструментальных погрешностей ЧЭ, как элементов модели ошибок БИНС, проводится не по задаваемым эталонным значениям угловых скоростей и/или вектора ускорения свободного падения, а по навигационным определениям, эталонные значения которых берутся с других навигационных систем [16, 17].

Для решения данной задачи целесообразно использовать алгоритмы, работающие в режиме реального времени, например, на базе фильтров Калмана (ФК) [5, 6]. В данной работе исследуется алгоритм оценки параметров модели ошибок БИНС, использующий методы калмановской фильтрации. Исследование алгоритма заключается в анализе качества оценивания смещений нулей акселерометров и дрейфов гироскопов при различной конфигурации алгоритма: с полным или редуцированным вектором состояния, а также при различных соотношениях ковариационных матриц входных и измерительных шумов в ФК.

### **Математическая модель ошибок БИНС**

В работе используются линейные модели ошибок БИНС и измерений БИИ и алгоритм навигации [18], представленный на рисунке 1.

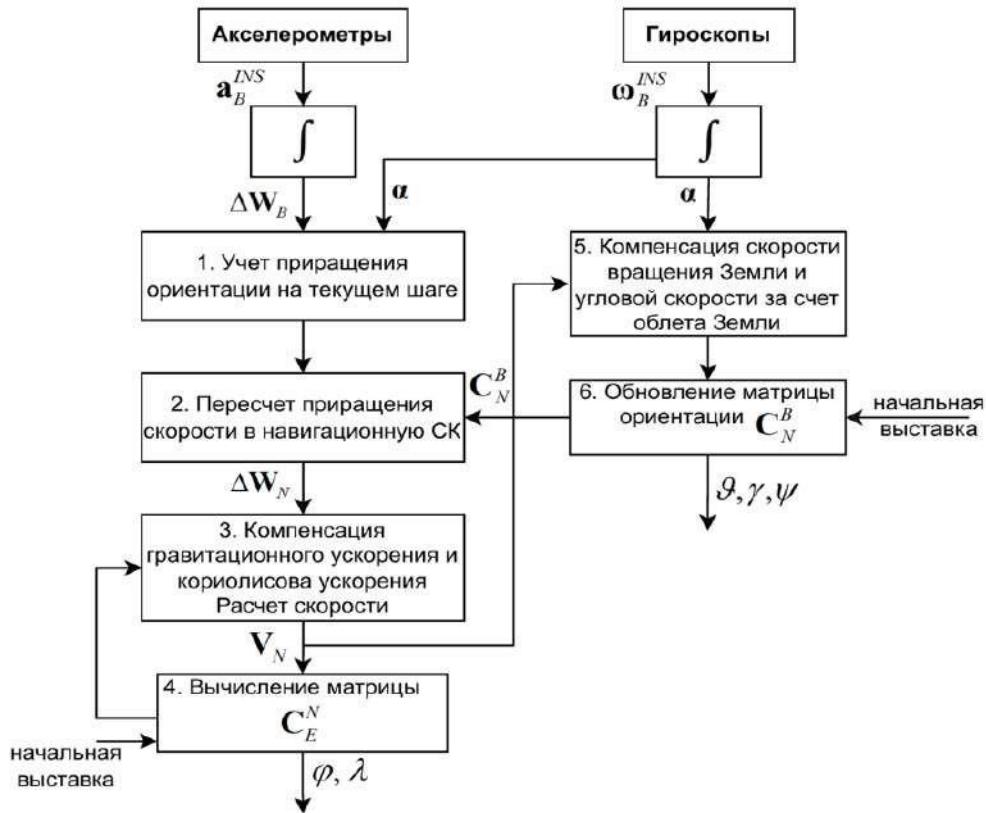


Рисунок 1 - Схема используемого алгоритма навигации.

Введены следующие обозначения:  $C_N^B$  – матрица перехода из навигационной «N» в связанную «B» систему координат (СК);  $\mathbf{a}^{INS}_B$  – вектор измерений трёхосного акселерометра,  $\text{м}/\text{с}^2$ ;  $\boldsymbol{\omega}^{INS}_B$  – вектор измерений трёхосного гирокопа,  $\text{рад}/\text{с}$ ;  $\alpha$  – приращение углов ориентации,  $\text{рад}$ ;  $\Delta\mathbf{W}_B$ ,  $\Delta\mathbf{W}_N$  – приращение скоростей,  $\text{м}/\text{с}$ ;  $\mathbf{V}_N$  – вектор линейной скорости в навигационной СК,  $\text{м}/\text{с}$ ;  $\varphi, \lambda$  – широта и долгота,  $\text{рад}$ ;  $\vartheta, \gamma, \psi$  – углы ориентации,  $\text{рад}$ .

Для данного алгоритма модель ошибок БИНС состоит из уравнений динамики ошибок углов ориентации  $\Phi_x, \Phi_y, \Phi_z$  и скоростей  $V_N, V_E$  в виде [19, 20]:

$$\boxed{\Phi_x \boxed{R} \boxed{U} \tan \boxed{U} \sin \boxed{\Phi_y} \boxed{VR_E} \boxed{U} \cos \boxed{\Phi_z} \boxed{VR_N} \boxed{xdr}}$$

$$\boxed{\Phi_x} \boxed{VR_N} \boxed{\Phi_z} \boxed{VR_E} \tan \boxed{U} \sin \boxed{\Phi_x} \boxed{U} \sin \boxed{\Phi_z} \boxed{VR_E} \boxed{ydr}$$

$$\boxed{\Phi_y} \boxed{VR_N} \boxed{\Phi_z} \boxed{VR_E} \tan \boxed{U} \sin \boxed{\Phi_y} \boxed{VR_E} \boxed{U} \sin \boxed{\Phi_z} \boxed{VR_E} \boxed{ydr}, \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
& \Phi = \frac{\partial V_E}{\partial z} R_x - \frac{\partial V_E}{\partial x} R_y \\
& \tan \theta = 2U \sin \theta / V_N \\
& V = \sqrt{V_E^2 + VR_E^2} \\
& \tan \theta = V_E / VR_E \\
& R_x = V_N \cos \theta / VR_E \\
& R_y = V_N \sin \theta / VR_E \\
& \theta = \arctan(V_E / VR_E) \\
& \cos \theta = V_E / \sqrt{V_E^2 + VR_E^2} \\
& \sin \theta = VR_E / \sqrt{V_E^2 + VR_E^2}
\end{aligned}$$

где  $V_N, V_E$  – проекции линейной скорости на оси навигационной СК, м/с;  $R$  – радиус Земли, м;  $U$  – угловая скорость вращения Земли, рад/с;  $\square_x^{dr}, \square_y^{dr}, \square_z^{dr}$  – элементы вектора дрейфов нулей гироскопа  $\omega^{dr}$  в связанной СК, рад/с;  $a_E, a_N$ ,

$a_{Up}$  – элементы вектора ускорений  $\mathbf{a}$ , переведённого из связанной в навигационную СК,  $\text{м}/\text{с}^2$ ;  $B_E$ ,  $B_N$ ,  $B_{Up}$  – элементы вектора смещений нулей акселерометра  $\mathbf{B}$ , переведённые в навигационную СК,  $\text{м}/\text{с}^2$ . Получив ошибки углов ориентации  $\Phi_x$ ,  $\Phi_y$ ,  $\Phi_z$ , интегрируя первые три уравнения модели ошибок БИНС, сформируем матрицу  $\mathbf{C}\Phi$  в виде:

$$\begin{aligned} & \mathbf{C}\Phi = \begin{bmatrix} 1 & \Phi_x & \Phi_y \\ \Phi_x & 1 & \Phi_z \\ \Phi_y & \Phi_z & 1 \end{bmatrix}, \\ & \text{которая определяет угловое рассогласование между истинной матрицей} \end{aligned} \quad (3)$$

ориентации  $\mathbf{C}_B^N$  и матрицей  $\mathbf{C}_{B^{INS}}^N$ , вычисляемой в алгоритме навигации по измерениям гироскопов:

$$\mathbf{C}_{B^{INS}}^N = \mathbf{C}\mathbf{C}_B^N \Phi. \quad (4)$$

В МЭМС БИНС, особенно низкого класса точности, значения некоторых параметров модели ошибок не превышают уровней измерительных шумов, поэтому в данном случае её можно упростить до линейного вида:

$$\begin{aligned} & \Phi_x = \Phi_y = \Phi_z, \\ & \Phi_y = -\Phi_x, \quad \Phi_z = -\Phi_x, \\ & \text{тогда} \quad \Phi_x = \Phi_y = \Phi_z, \quad dr \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{V} \mathbf{a}_E = \mathbf{a}_N \Phi \mathbf{a} \Phi \mathbf{B} \Phi \mathbf{B} \Phi \mathbf{B}_z \mathbf{B}_{Up} \quad \mathbf{y} \mathbf{N} \quad \mathbf{z} \mathbf{B}_{Up} \quad \mathbf{y} \mathbf{E} \\ & \mathbf{V} \mathbf{a}_N = \mathbf{a}_{Up} \Phi \mathbf{a} \Phi \mathbf{B} \Phi \mathbf{B} \Phi \mathbf{B}_x \mathbf{B}_E \quad \mathbf{z} \mathbf{B}_{Up} \quad \mathbf{x} \mathbf{E} \quad \mathbf{z} \mathbf{B}_N. \end{aligned} \quad (6)$$

$$\Phi \square \square \square \square \Phi \square \Phi \square$$

$$\square V_{Up} \square \square a_N \Phi a \Phi B \Phi B \Phi B_x \square E y \square N \square x \square E \square y \square Up$$

С учётом того, что измерения акселерометра представляют собой сумму истинного ускорения и смещения нуля  $\mathbf{a}^{INS} \square \square \mathbf{a} \mathbf{B}$ , то динамику ошибок по скорости в навигационной СК можно переписать в виде:

$$\begin{aligned} & \square V a_E \square_{NINS} \Phi a \Phi B_z \square_{UpINS} \square_y \square_E \\ & \square V a_N \square_{UpINS} \Phi a \Phi B_x \square_{EINS} \square_z \square_N \quad . \\ & \square V_{Up} \square \square a_N \Phi a \Phi B_x \square_{Ey} \square_{Up} \end{aligned} \tag{7}$$

Для пересчёта измерений акселерометров из связанной в навигационную СК используется следующее соотношение:

$$\begin{aligned} & \square a_{EINS} \square \quad \square a_{xINS} \square \\ & \square \square a_{NINS} \square \square \square \mathbf{C}_{BN} \square \square a_{yINS} \square \square , \\ & \square \square a_{UpINS} \square \square_N \quad \square \square a_{zINS} \square \square_B \end{aligned} \tag{8}$$

где  $a_x^{INS}, a_y^{INS}, a_z^{INS}$  – измерения акселерометра в связанной СК, м/с<sup>2</sup>. Тогда с учётом (8) выражение (7) можно переписать в следующем виде

$$\begin{aligned} & \square \square V_E \square \quad \square a_{yINS} \Phi a \Phi B_z \square_{zINS} \square_y \square_x \square \\ & \square V_N \square \square \square \mathbf{C}_{BN} \square \square a_{zINS} \Phi a \Phi B_x \square_{xINS} \square_z \square_y \square \square , \\ & \square \square \\ & \square \square \square V_{Up} \square \square \quad \square \square a_{xINS} \Phi a \Phi B_y \square_{yINS} \square_x \square_z \square \square \end{aligned} \tag{9}$$

где  $B_x, B_y, B_z$  – смещения нулей акселерометра в связанной СК, м/с<sup>2</sup>.

Умножив правую и левую часть уравнения (9) на период дискретизации  $T$ , получим векторно-матричное уравнение для определения ошибок приращений скоростей  $\Delta W_E$ ,  $\Delta W_N$ ,  $\Delta W_{Up}$

$$\begin{aligned} & \Delta W_E = a_{yINS} \Phi_{zk1} \Delta a \Phi_{zINSy1} \Delta B_x \\ & \Delta W_N = C_{BN} a_{zINS} \Phi_{xk1} \Delta a \Phi_{xINSz1} \Delta B T_y \\ & \Delta W_{Up} = a_{xINS} \Phi_{yk1} \Delta a \Phi_{yINSx1} \Delta B_z \end{aligned} . \quad (10)$$

При проведении аналогичной дискретизации уравнения (5), но с учетом значений углов ориентации на предыдущем шаге, получим выражение для определения ошибок углов ориентации на текущем шаге

$$\begin{aligned} & \Delta \Phi_{xk} = \Phi_{xk1} - \Phi_{yk1} \Delta \Phi_{y1} \Delta \Phi_{z1} \Delta \Phi_{xdr} \\ & \Delta \Phi_{yk} = \Phi_{yk1} - \Phi_{xk1} \Delta \Phi_{x1} \Delta \Phi_{z1} \Delta \Phi_{ydr} \\ & \Delta \Phi_{z1} = \Phi_{z1} - \Phi_{yk1} \Delta \Phi_{y1} \Delta \Phi_{x1} \Delta \Phi_{zdr} \end{aligned} . \quad (11)$$

Таким образом, искомыми параметрами для рассматриваемой модели ошибок БИНС и алгоритма навигации являются величины смещений нулей  $B_x$ ,  $B_y$ ,  $B_z$ , дрейфы  $\Delta_{xdr}$ ,  $\Delta_{ydr}$ ,  $\Delta_{zdr}$ , ошибки углов ориентации  $\Phi_x$ ,  $\Phi_y$ ,  $\Phi_z$ .

### **Алгоритм оценки параметров модели ошибок БИНС**

Исследуемый алгоритм оценки параметров модели ошибок БИНС состоит из двух ФК (далее ФК1 и ФК2): ФК1 используется для сглаживания шумов ЧЭ, а ФК2 – для оценивания параметров модели ошибок БИНС. Схема алгоритма представлена на рисунке 2. Далее в обозначениях матрицы, относящиеся к ФК1, обозначаются верхним индексом «**X**», а матрицы ФК2 – «**W**».

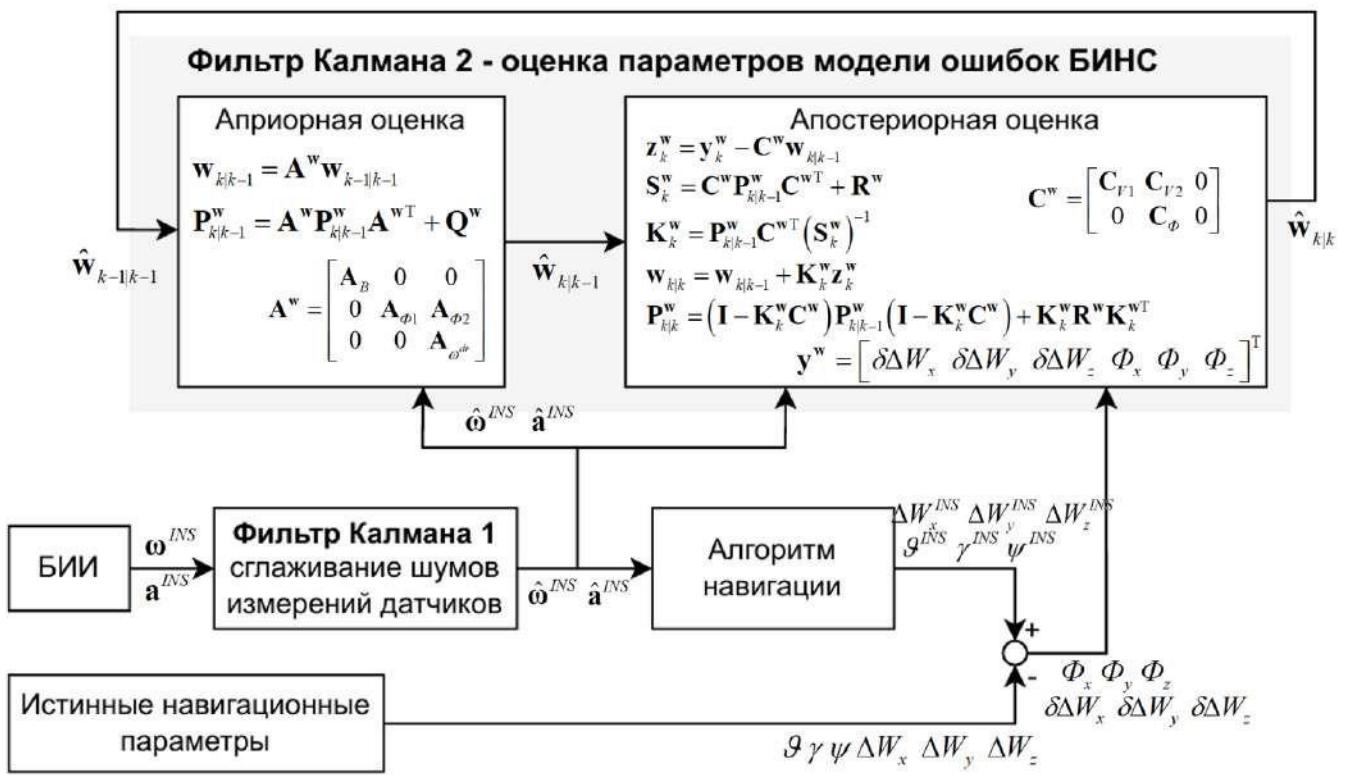


Рисунок 2 - Схема алгоритма оценивания параметров модели ошибок БИНС с полным вектором состояния.

Вектор состояния ФК1 имеет следующий вид:

$$\mathbf{x} = [a \ a \ a_x \ a_y \ a_z \ a_{xy}]^T \quad (12)$$

Матрица состояния  $\mathbf{A}^x$  и матрица измерений  $\mathbf{C}^x$  принимаются единичными, а вектор измерений  $\mathbf{y}^x$  представляет собой измерения ЧЭ:

$$\mathbf{A}_x = \mathbf{I}_{6 \times 6} \quad \mathbf{C}_x = \mathbf{I}_{6 \times 6} \quad \mathbf{y}_x = [a_{xINS} \ a_{yINS} \ a_{zINS} \ a_{xyINS}]^T \quad (13)$$

Вектор состояния для ФК2 состоит из смещений нулей акселерометров, ошибок углов ориентации и дрейфов гироскопов

$$\mathbf{w} = [B \ B \ B_x \ B_y \ B_z \ \Phi \ \Phi \ \Phi_x \ \Phi_y \ \Phi_z \ \vartheta \ \gamma \ \psi \ \Delta W_x \ \Delta W_y \ \Delta W_z]^T \quad (14)$$

Матрицы состояния  $\mathbf{A}^w$  и измерений  $\mathbf{C}^w$  ФК2 для удобства представляются в блочном виде:

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{A}_B \quad 0 \quad 0 \\
 & w \quad 0 \quad \mathbf{A} \quad \mathbf{A}_{\phi_1} \quad \mathbf{A}_{\phi_2} \\
 & 0 \quad 0 \quad 0 \quad \mathbf{C}_w \quad \mathbf{C}_{V1} \quad \mathbf{C}_{V2} \quad 0 \\
 & 0 \quad 0 \quad 0 \quad \mathbf{C}_{V\phi_1} \quad \mathbf{C}_{V\phi_2} \quad 0 \\
 & 0 \quad 0 \quad 0 \quad \mathbf{d}_{dr} \quad 0
 \end{aligned} \tag{15}$$

где  $\mathbf{A}_B, \mathbf{A}_{\phi_1}, \mathbf{A}_{\phi_2}, \mathbf{A}_{d_{dr}}, \mathbf{C}_{V1}, \mathbf{C}_{V2}, \mathbf{C}_\phi$  – матрицы размером  $3 \times 3$ , вид которых описан далее.

Вектор измерений ФК2 состоит из проекций приращений ошибок скорости в навигационной СК и ошибок углов ориентации, формируемых используемым алгоритмом навигации. Использование приращений скоростей вместо ошибок скоростей, обусловлено тем, что они не накапливают ошибку с течением времени в алгоритме навигации. Вектор измерений имеет вид

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{y}^w = \mathbf{W}_E \quad \mathbf{W}_N \quad \mathbf{W}_{Up} \quad \Phi_x \quad \Phi_y \quad \Phi_z \\
 & \Phi_x \quad \mathbf{W}_E \quad \mathbf{W}_N \quad \mathbf{W}_{Up} \quad \Phi_x \quad \Phi_y \quad \Phi_z
 \end{aligned} \tag{16}$$

где ошибки приращений скорости  $\mathbf{W}_E, \mathbf{W}_N, \mathbf{W}_{Up}$  определяются следующим образом

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{W}_E = \mathbf{W}_{EINS} - \mathbf{W}_E \\
 & \mathbf{W}_N = \mathbf{W}_N^{INS} - \mathbf{W}_N \\
 & \mathbf{W}_{Up} = \mathbf{W}_{UpINS} - \mathbf{W}_{Up}
 \end{aligned} \tag{17}$$

где  $\mathbf{W}_{EINS}, \mathbf{W}_N^{INS}, \mathbf{W}_{UpINS}$  – приращения скорости, полученные в алгоритме навигации, м/с;  $\mathbf{W}_E, \mathbf{W}_N, \mathbf{W}_{Up}$  – истинные значения приращений скорости, м/с.

Для определения матриц  $\mathbf{A}_{\phi_1}, \mathbf{A}_{\phi_2}, \mathbf{C}_{V1}, \mathbf{C}_{V2}$  перепишем выражения модели ошибок БИНС (10) и (11) в следующем виде:

$$\begin{aligned}
& \Phi_x^k = 1 \\
& k \in \text{INS} \\
& \frac{\Phi_{xk1}}{T} \Phi_y \Phi_{yk1} \Phi_{zk1} \\
& \Phi_{yk1} \Phi_{zk1} \Phi_y \Phi_{yk1} \Phi_{zk1} \\
& \Phi_{zk1} \hat{\Phi}_{yINS} T \quad \hat{\Phi}_{zINS} T \\
& \mathbf{A} \quad 1 \\
& \quad \hat{\Phi}_{xINS} T \\
& \quad 1 \\
& \quad \hat{\Phi}_{yINS} T \quad \hat{\Phi}_{zINS} T \\
& \quad 1 \\
& \quad \hat{\Phi}_{yINS} T \quad \hat{\Phi}_{zINS} T \\
& \quad y \quad x \\
& \quad \mathbf{A}\phi_1 \\
& \quad \Phi_x \\
& \quad \Phi_{ydr} \\
& \quad dr \\
& \quad \Phi_z \\
& W_x^k = 0 \\
& \mathbf{A}\phi_1 \quad \phi_2 \quad dr \\
& \hat{\Phi}_{yINS} T \Phi_{yk1} \Phi_{yk1} \\
& \Phi_{xdr} \quad \hat{\Phi}_x \quad T \quad \Phi_{zdr} \\
& \quad \text{INS} \quad k1 \quad dr \\
& \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad T \Phi_x \\
& \quad dr \\
& \quad \mathbf{A}\phi_2 \quad \Phi_{ydr} \\
& \quad \hat{\Phi}_x T \Phi_{yk1} \Phi_{yk1} \Phi_y \\
& \quad \Phi_{zdr} \quad \Phi_z \\
& \quad 1 \quad \Phi_{zk1} \Phi_{zk1} \\
& \quad \Phi_{zdr} \quad \Phi_z \\
& \quad \Phi_{xk1} \quad 1
\end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
& \boxed{B_x} \quad \boxed{W_{yk}} \quad \boxed{\mathbf{C}_{BN}} \quad \boxed{0} \quad \boxed{T} \quad \boxed{0} \quad \boxed{a} \quad \boxed{T_{zINS}} \quad \boxed{0} \\
& \boxed{B} \quad \boxed{0} \quad \boxed{0} \quad \boxed{T} \quad \boxed{0} \quad \boxed{a} \quad \boxed{T} \quad \boxed{a} \quad \boxed{T_{yINS}} \quad \boxed{\hat{T}_{xINS}} \quad \boxed{0} \\
& \boxed{0} \quad \boxed{a} \quad \boxed{T} \quad \boxed{a} \quad \boxed{0} \quad \boxed{0} \quad \boxed{W_z^k} \quad \boxed{0} \quad \boxed{a} \quad \boxed{T} \quad \boxed{a} \quad \boxed{0} \quad \boxed{\Phi_x} \\
& \boxed{T_{zINS}} \quad \boxed{\hat{T}_{yINS}} \quad \boxed{\mathbf{B}_N} \quad \boxed{0} \quad \boxed{k} \quad \boxed{0} \quad \boxed{0} \quad \boxed{0} \quad \boxed{0} \quad \boxed{0} \quad \boxed{0} \quad \boxed{\Phi_{yk}} \\
& \boxed{B_y} \quad \boxed{0} \quad \boxed{0} \quad \boxed{B_x} \quad \boxed{0} \quad \boxed{\Phi_z} \\
& \boxed{B_z} \quad \boxed{0} \\
& \boxed{\mathbf{C}} \quad \boxed{\mathbf{C}} \quad \boxed{\mathbf{C}} \quad \boxed{0} \\
& \boxed{V1} \quad \boxed{V2} \quad \boxed{k} \quad \boxed{0} \\
& \boxed{\Phi_x} \quad \boxed{0} \\
& \boxed{\Phi_{yk}} \quad \boxed{0} \\
& \boxed{0} \quad \boxed{k} \quad \boxed{0} \\
& \boxed{\Phi_z} \quad \boxed{0} \quad \boxed{0}
\end{aligned} \tag{19}$$

где  $\hat{\mathbf{a}}_{xINS}$ ,  $\hat{\mathbf{a}}_{yINS}$ ,  $\hat{\mathbf{a}}_{zINS}$ ,  $\hat{a}_{xINS}$ ,  $\hat{a}_{yINS}$ ,  $\hat{a}_{zINS}$  – оценки угловых скоростей и линейных ускорений, полученные ФК1. Смещения нулей акселерометров и дрейфы гироскопов в течение короткого периода времени считаются неизменными, поэтому матрицы  $\mathbf{A}_B$  и  $\mathbf{A}_{dr}$  принимаются единичными. Матрица  $\mathbf{C}_\phi$  так же принимается единичной.

### Постановка вычислительных экспериментов

Для исследования описанного алгоритма оценивания было проведено моделирование движения равноускоренного движения БИНС по всем осям с вращением с постоянной скоростью вокруг всех осей. Заданные значения погрешностей ЧЭ соответствуют БИИ низкого класса точности, например, WaveShare Sense Hat (с) для Raspberry Pi [3, 21], и представлены в таблице 1.

Таблица 1  
Заданные погрешности ЧЭ

Акселерометры	Гироскопы
---------------	-----------

Шум, $\text{м}^2$		0,011 $\text{м}/\text{с}^2$		Шум, $\text{м}^2$		0,0015 $\text{рад}/\text{с}$	
Смещение нуля, $\text{м}/\text{с}^2$				Дрейф нуля, $\text{рад}/\text{с}$			
$B_x$	$B_y$	$B_z$		$\square_{xdr}$	$\square_{ydr}$	$\square_{zdr}$	
1	0,8	0,6		0,001	0,0007	0,0005	

В работе проводится ряд исследований алгоритма:

1. исследование характера оценивания параметров модели ошибок БИНС с использованием полного вектора состояния;
2. исследование характера оценивания параметров модели ошибок БИНС с использованием редуцированного вектора состояния;
3. исследование влияния величины соотношения ковариационных матриц входных и измерительных шумов в ФК1 на качество оценок параметров модели ошибок БИНС;
4. исследование характера оценивания параметров модели ошибок БИНС при непостоянной угловой скорости вращения БИНС;
5. исследование влияния величины соотношения ковариационных матриц входных и измерительных шумов в ФК2 при непостоянной угловой скорости.

### **Исследование характера оценивания параметров модели ошибок БИНС с полным вектором состояния**

Применив описанный алгоритм оценки параметров модели ошибок БИНС к сформированным в ходе описанного вычислительного эксперимента данным, получим следующий характер изменения оценок смещений нулей акселерометров и дрейфов гироскопов, представленный на рисунке 3. Наличие ухода оценок смещений нулей акселерометров обусловлено использованием допущения о

малости ошибок углов ориентации и, как следствие, кососимметричности матрицы  $\mathbf{C}\Phi\mathbf{C}^T$ , которая в общем случае таковой не является.

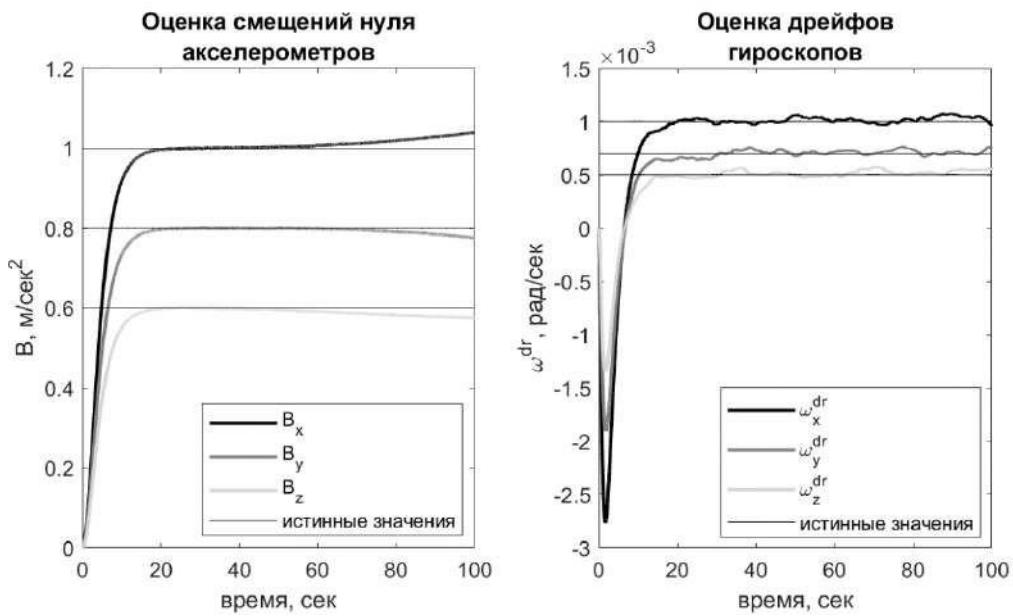


Рисунок 3 - Характер изменения оценок смещений нулей акселерометров и дрейфов гироскопов с использованием полного вектора состояния ФК2.

### Исследование характера оценивания параметров модели ошибок БИНС с использованием редуцированного вектора состояния

Пусть матрица  $\mathbf{C}\Phi\mathbf{C}^T$  определяется в соответствии с уравнением

$$\mathbf{C}\Phi\mathbf{C}^T = \mathbf{C}_{BN} \mathbf{C}_{BN}^T \mathbf{C}_{BN INS}, \quad (20)$$

полученным из выражения (4), где  $\mathbf{C}_{BN} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2}$ , а не формируется из

элементов вектора состояния ФК2.

В этом случае ошибки углов ориентации можно исключить из вектора состояния ФК2, который теперь примет вид

$$\mathbf{w} \square \square \square \square \square \square_{xdr} \quad ydrzdr B B$$

$$B_x \quad y \ z \square \square^T. \quad (21)$$

Схема алгоритма оценки параметров модели ошибок БИНС с редуцированным вектором состояния представлена на рисунке 4.

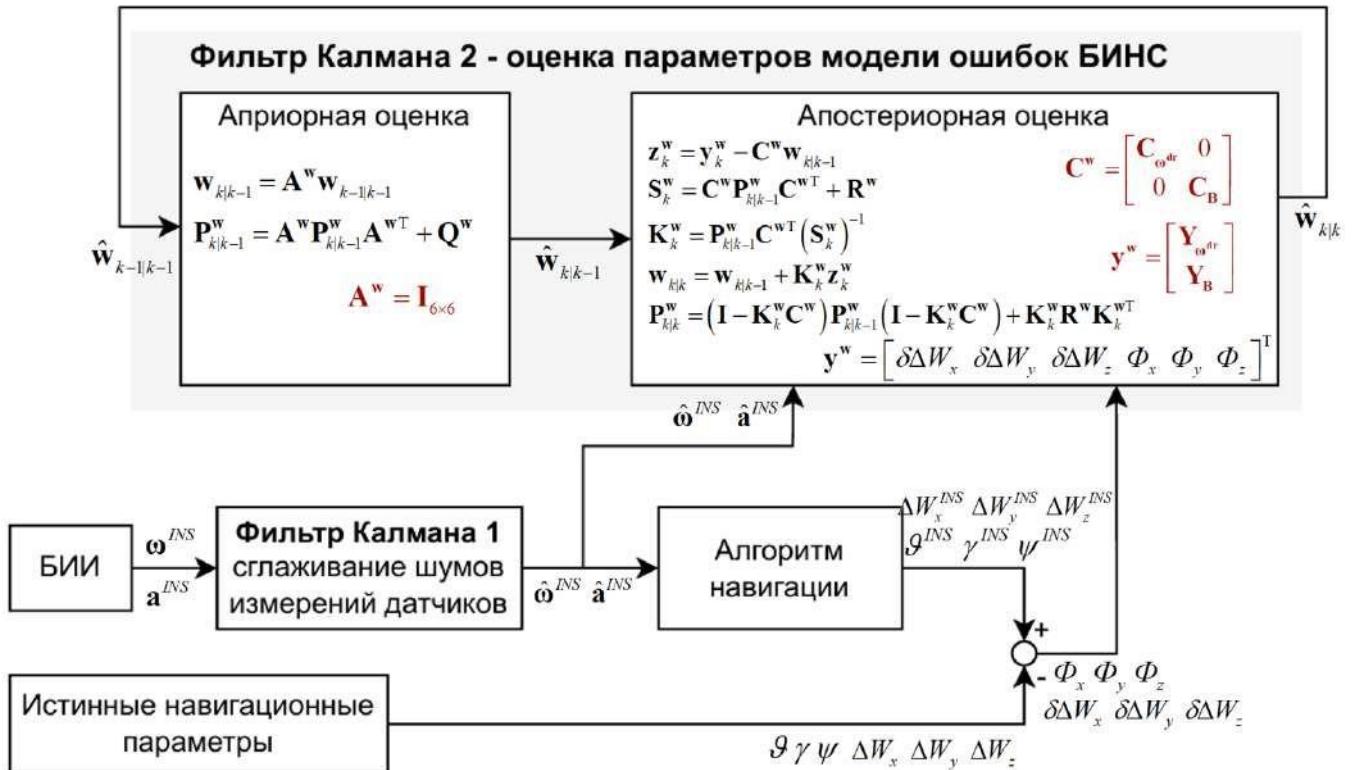


Рисунок 4 - Схема алгоритма оценивания параметров модели ошибок БИНС с редуцированным вектором состояния.

Матрица  $\mathbf{A}^w$  принимается единичной, так как предполагается, что дрейфы и смещения нулей акселерометров стабильны в течение небольшого периода времени. Матрицу измерений  $\mathbf{C}^w$  и вектор измерений  $\mathbf{y}^w$  можно представить в виде:

$$w \square C_{\omega_{\text{dr}}} 0 \square \quad w \square Y_{\omega_{\text{dr}}} \square$$

$$C \square \square 0 \ C \square \quad y \square \square Y_B \square \square, \quad (22)$$

$\mathbf{B} \square$   $\square$   
 где  $\mathbf{C}_{\omega_{dr}}$ ,  $\mathbf{C}_B$  – матрицы размером 3 3;  $\mathbf{Y}_{\omega_{dr}}$ ,  $\mathbf{Y}_B$  – вектора размером 3 1. Для определения  $\mathbf{C}_{dr}$  и  $\mathbf{Y}_{dr}$  необходимо преобразовать выражение (11) к виду:

$$\begin{aligned}
 & \square \Phi_x^k \square \square 1 \square \hat{\square}_{zINS} T \square \square \hat{\square}_{yINS} T \Phi \square \square_{xk \square 1} \square \square T 0 0 \square \square_{xdr} \square \\
 & \square_k \square \square_{INS} 1 \square \hat{\square}_{xINS} T \Phi \square \square \square_{yk \square 1} \square \square \square_0 T 0 \square \square \square_{ydr} \square , \square \Phi_y \square \\
 & \square \square \square \hat{\square}_z T \\
 & \square \square \Phi_{zk} \square \square \square \square \hat{\square}_{yINS} T \square \square \hat{\square}_{xINS} T 1 \square \square \square \Phi_{zk \square 1} \square \square \square_0 0 T \square \square \square_{zdr} \square \\
 & \mathbf{Y}_{\omega_{dr}} \qquad \qquad \qquad \mathbf{C}_{\omega_{dr}} \\
 & (23) \\
 & \square \Phi \Phi_{xk} \square_{xk \square 1} \square \square \hat{\square}_{zINS} \Phi T_{yk \square 1} \square \square \hat{\square}_{yINS} \Phi T_{zk \square 1} \square \square T 0 0 \square \square_{xdr} \square \\
 & \square \square \Phi \Phi_{yk} \square_{yk \square 1} \square \square \hat{\square}_{zINS} k \square 1 \square \square_0 T 0 \square \square \square_{ydr} \square . \\
 & \Phi T_x \quad \square \square \hat{\square}_x \Phi T_z \quad \square \square \square \qquad \qquad \qquad \square \\
 & \square \Phi \Phi_{zk} \square_{zk \square 1} \square \square \hat{\square}_{yINS} \Phi T_{xk \square 1} \square \square \hat{\square}_{xINS} \Phi T_{yk \square 1} \square \square \square_0 0 T \square \square \square_{zdr} \square \\
 & \square
 \end{aligned}$$

Для определения  $\mathbf{C}_B$  и  $\mathbf{Y}_B$  необходимо преобразовать выражение (10) к виду:

$$\begin{aligned}
 & \square \square \square W_{xk} \square \quad \square \Phi a_{zk \square 1} \hat{\square}_{yINS} \square \Phi a_{yk \square 1} \hat{\square}_{zINS} \square \quad \square \square B_x \\
 & \square \square \square_y \square \\
 & \square \square \square W_{kk} \square \square \square \mathbf{C}_{BN} \square \square \square \Phi a \Phi a_{xkk \square 11} \hat{\square}_{yINS} \square \square \square \Phi a \Phi a_{zkk \square 11} \hat{\square}_{xINS} \square \square \square T \square \mathbf{C}_{CBNB} T B \square \square \\
 & \square \square \square B_{yz} \quad . \qquad \qquad \qquad (24) \\
 & \square \square \square W \square \qquad \qquad \qquad \square \\
 & \square
 \end{aligned}$$

В этом случае по результатам моделирования получим характер изменения оценок параметров модели ошибок БИНС, представленный на рисунке 5. При использовании такой конфигурации алгоритма ухода оценок смещения нулей акселерометров не наблюдается.

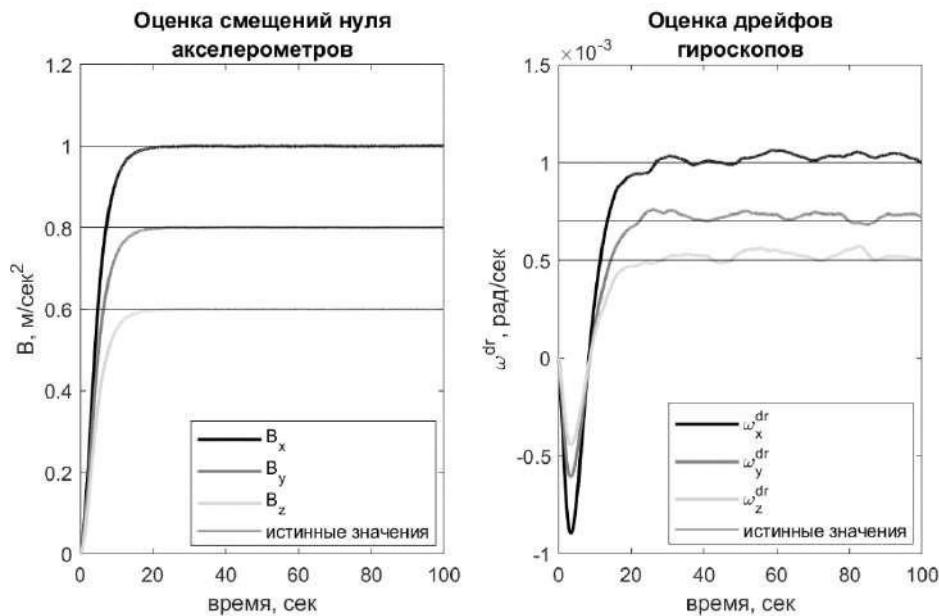


Рисунок 5 - Характер изменения оценок смещений нулей акселерометров и дрейфов гироскопов с использованием редуцированного вектора состояния ФК2.

### Исследование влияния соотношения ковариационных матриц входных и измерительных шумов в ФК1 на качество оценок параметров модели ошибок БИНС

На точность оценивания параметров модели ошибок БИНС основное влияние оказывают уровень шума в «сырых» измерениях, поступающих с ЧЭ, и значения ковариационных матриц входных  $\mathbf{Q}$  и измерительных  $\mathbf{R}$  шумов обоих ФК. Предполагается, что значения этих матриц неизвестны, поэтому целесообразно исследовать влияние значений матриц  $\mathbf{Q}^x$  и  $\mathbf{R}^x$  на качество оценок параметров модели ошибок БИНС в ФК2. Строго говоря, предметом интереса являются не конкретные значения соответствующих матриц, а их соотношение между собой. В рамках исследования значения матриц  $\mathbf{Q}^x$  и  $\mathbf{R}^x$  подбираются вручную с целью снизить уровень шума оценок параметров модели ошибок БИНС.

На рисунке 7 представлено сравнение получаемых оценок параметров модели ошибок БИНС при различных значениях ковариационной матрицы  $Q^x$ . При большом значении матрицы  $Q^x$  оценки параметров (дрейфы гироскопов) модели ошибок БИНС, формируемых ФК2, быстро сходятся к истинным значениям, но имеют высокий уровень шума, а при использовании малого значения матрицы  $Q^x$  могут быть получены менее зашумлённые оценки параметров.

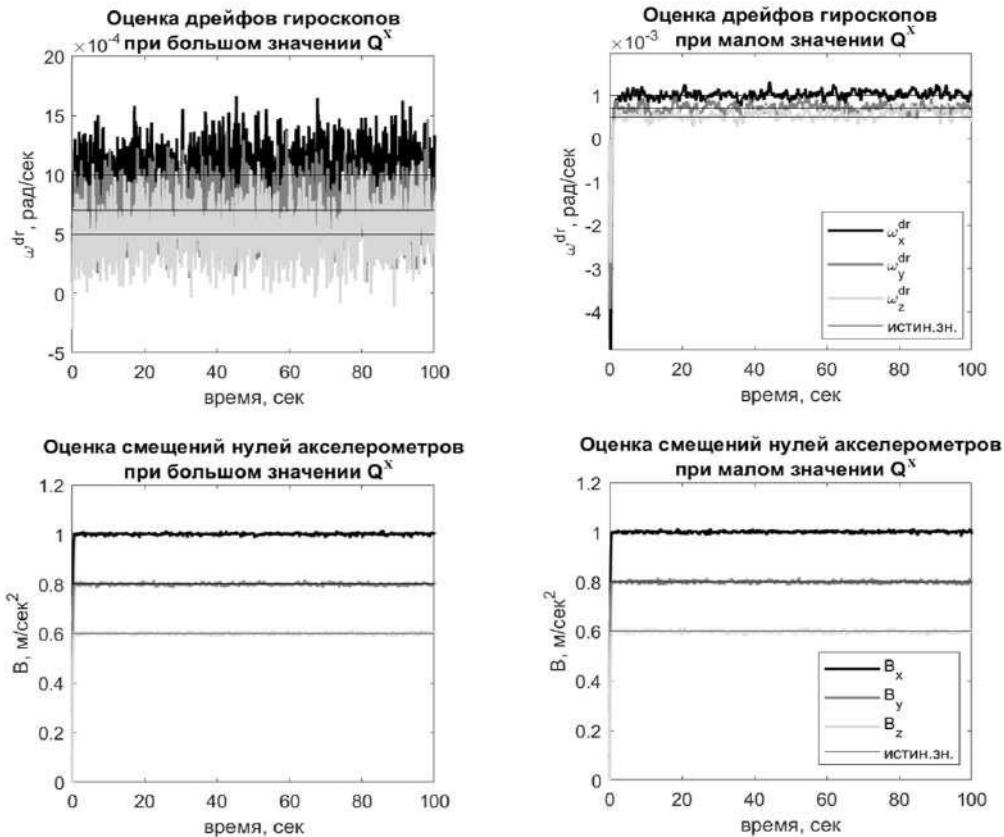


Рисунок 7 - Характер изменения оценок параметров модели ошибок БИНС при различных значениях ковариационной матрицы  $Q^x$ .

### Исследование характера оценивания параметров модели ошибок БИНС при непостоянной угловой скорости

При малом значении матрицы  $Q^x$  могут быть получены оценки параметров модели ошибок БИНС с низким уровнем шума, но при этом наблюдается медленная реакция фильтра, что приводит к отставанию оценки от реальных значений измерений ЧЭ, из-за чего модель ошибок БИНС становится не адекватной. На рисунке 8 представлен пример оценки параметров модели ошибок БИНС, угловая скорость которой при моделировании меняется со временем, а не

является постоянной, как в предыдущих исследованиях. В результате оценки дрейфов гироскопов не сходятся к истинным значениям.

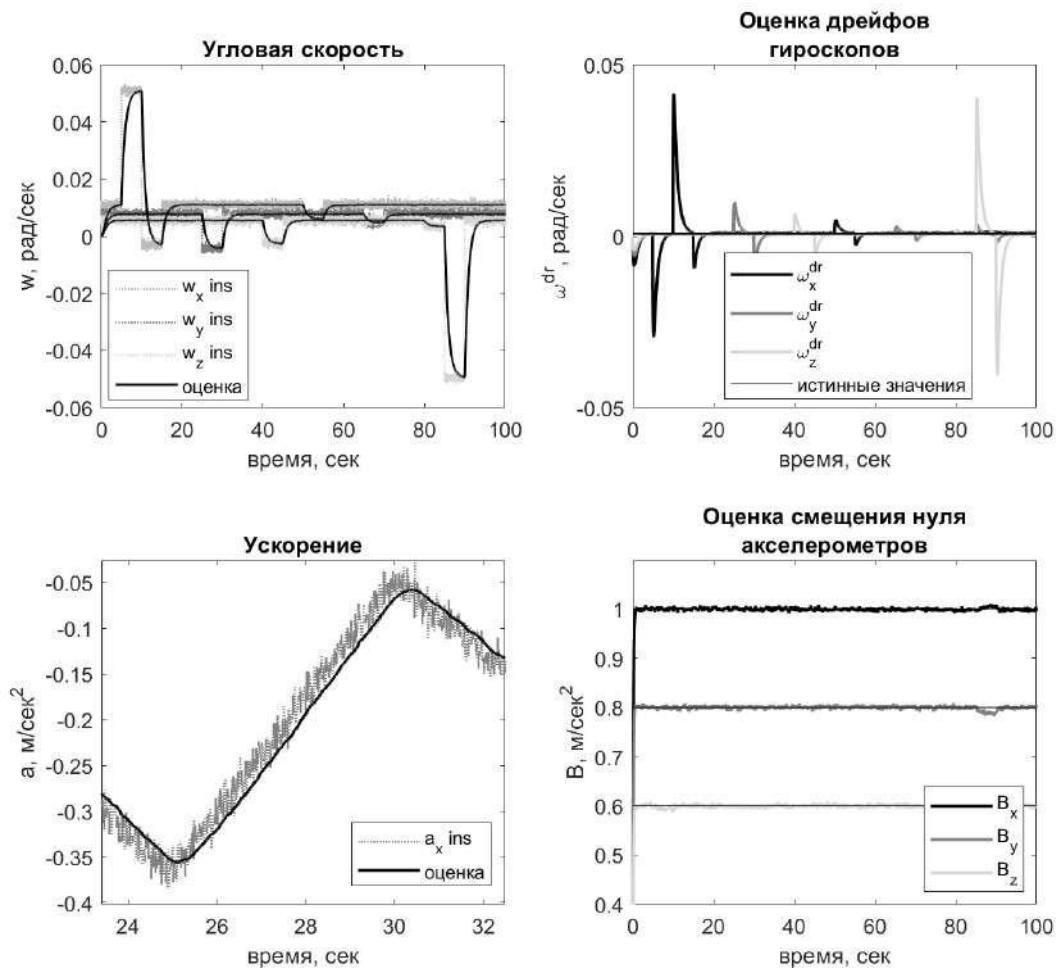


Рисунок 8 - Характер изменения оценок параметров модели ошибок БИНС при малом значении матрицы  $Q^w$  и изменяющейся угловой скорости.

### Исследование влияния соотношения ковариационных матриц входных и измерительных шумов в ФК2 на качества оценок параметров модели ошибок БИНС

Описанный ранее негативный эффект, при котором в случае непостоянной угловой скорости вращения БИИ процесс оценивания параметров модели ошибок БИНС не сходится к истинным значениям, можно нивелировать путём настройки матрицы  $Q^w$ . Результаты проведённой настройки представлены на рис. 9, где видно, что характер изменения оценок параметров модели ошибок БИНС при

малом значении  $\mathbf{Q}^w$  является приемлемым. Это также позволяет повысить величину матрицы  $\mathbf{Q}^x$ , тем самым снизив задержку в формируемых оценках.

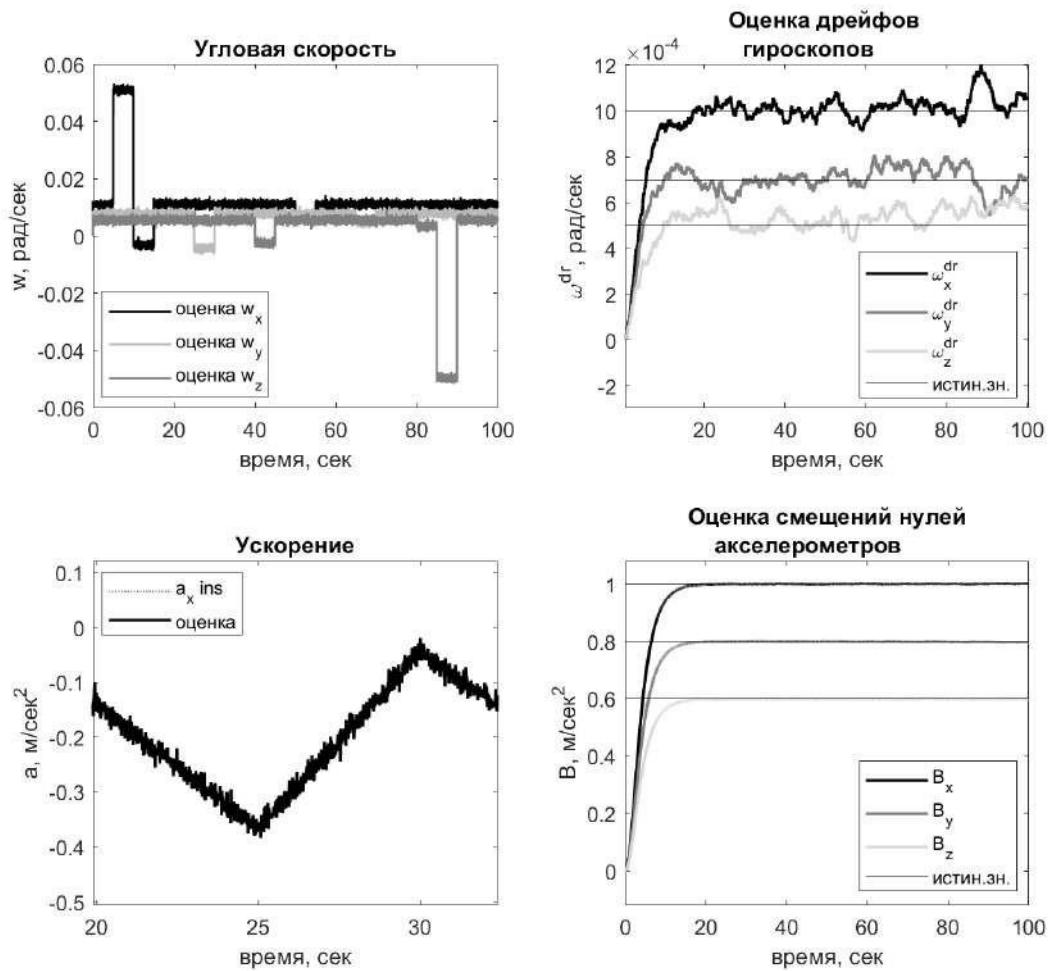


Рисунок 9 - Характер изменения оценок параметров модели ошибок БИНС при малом значении матрицы  $\mathbf{Q}^w$ .

## Выводы

В работе был исследован алгоритм оценивания параметров модели ошибок БИНС, который состоит из двух фильтров Калмана. Один фильтр используется для фильтрации измерений ЧЭ, второй – для оценивания параметров модели ошибок БИНС. При исследовании алгоритма был проведён анализ характера оценивания: при использовании полного и редуцированного вектора состояния в ФК2; а также влияние соотношений матриц входных и измерительных шумов фильтров обоих ФК на характер оценки параметров модели погрешностей БИНС при стационарных и изменяющихся угловых скоростях.

При моделировании движения БИИ с постоянной угловой скоростью и ускорением с использованием алгоритма с полным вектором состояния наблюдаются уходы оценок параметров от истинных значений. Данная проблема может быть решена за счёт перехода к редуцированному вектору состояния ФК2.

Исследование влияния величины ковариационной матрицы входных шумов  $Q^x$  на точность оценивания параметров модели ошибок БИНС показало, что оценки параметров модели ошибок БИНС становятся либо чрезмерно зашумлёнными, либо приобретают запаздывание. Следовательно, для матрицы входных шумов  $Q^x$  должно быть выбрано некоторое компромиссное – условно оптимальное значение. Исследование характера оценивания параметров модели ошибок БИНС при непостоянной угловой скорости БИИ показало, что получение не зашумлённых оценок параметров модели ошибок БИНС, близких к истинным, невозможно без точного задания ковариационной матрицы  $Q^w$ . В общем случае необходимо использовать адаптивные подходы к формированию ковариационных матриц в обоих фильтрах Калмана.

---

### Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Conflict of interest** The  
authors declare no conflict of interest.

### Список источников

1. Матвеев В.В. Инженерный анализ погрешностей бесплатформенной инерциальной навигационной системы // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2014, с. 251 – 267.
2. Алешкин В.В., Голованов П.Н. Оценка влияния погрешностей датчиков на точность комплексной системы ориентации и навигации на грубых

инерциальных датчиках // Вестник Саратовского государственного технического университета. 2010, с. 58 – 64.

3. Даниленко Н.В., Масленников А.Л., Долгова Ю.С. Селективный механизм решения задачи ориентации с реализацией на одноплатном компьютере Raspberry Pi // Авиакосмическое приборостроение, 2025, № 1, с. 32–43. DOI: 10.25791/aviakosmos.1.2025.1455.

4. Быковский А.В. Калибровка бесплатформенной инерциальной навигационной системы в режиме «навигация» // Авиакосмическое приборостроение. 2014. № 1. С. 18–25.

5. Евдокимова А.П., Масленников А.Л. Определение масштабных коэффициентов и смещений нулей микромеханического датчика угловой скорости с использованием линейного двойного фильтра Калмана // Вестник Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ». 2023, т. 12, № 1, с. 9–19. DOI: 10.26583/vestnik.2023.20.

6. Евдокимова А.П., Масленников А.Л. Определение параметров модели измерений трехосного МЭМС ДУСа линейным двойным фильтром Калмана с механизмом децентрализации // XLVII Академические чтения по космонавтике, посвященных памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся отечественных ученых – пионеров освоения космического пространства «Королевские чтения»: Сборник тезисов, Москва, 24–27 января 2023. Изд. МГТУ имени Н.Э. Баумана, 2023, т. 3, с. 254–255.

7. Николаев С.Г., Ившина Ю.С. Калибровка бесплатформенных инерциальных навигационных систем по выходным сигналам модели ошибок // Информатика, телекоммуникации и управление. 2014. №4(200).

8. Вавилова Н.Б., Васинева И.А., Парусников Н.А. О стеновой калибровке авиационных бескарданных инерциальных навигационных систем // Труды МАИ. 2015. №84.

9. Крылов А.А. Уменьшение смещения нуля МЭМС-датчиков при температурном гистерезисе // Вестник Концерна ВКО «Алмаз-Антей». 2021. №2.

C. 48-56.

10. Duchi M., Ida E. Total Least Squares In-Field Identification for MEMS-Based Inertial Measurement Units. *Robotics* 2024, 13, 156.
11. Tedaldi D., Pretto A., Menegatti E. A Robust and easy to implement method for IMU calibration without external equipments // IEEE International conference on robotics and automation, 2014, DOI: 10.1109/ICRA.2014.6907297
12. Fong W.T., Ong S.K., Nee A.Y.C. Methods for in-field user calibration of an inertial measurement unit without external equipment // Measurement science and technology, 2008. DOI:10.1088/0957-0233/19/8/085202
13. Syed Z.F., Aggarwal P., Goodall C., Niu X., El-Sheimy N. A new multi-position calibration method for MEMS inertial navigation systems // Measurement science and technology, 2007. DOI:10.1088/0957-0233/18/7/016
14. Shin E.H., El-Sheimy N. A new calibration method for strapdown inertial navigation systems // *Fachbeitrage*, 1, 2002.
15. Ху Ц., Неусыпин К.А., Пролетарский А.В., Селезнева М.С. Моделирование алгоритмов оценивания погрешностей инерциальных навигационных систем по данным лабораторного эксперимента // *Автоматизация. Современные технологии*. 2019. Т.73, № 11, с. 524–528.
16. Клычников В.В., Селезнева М.С., Неусыпин К.А., Пролетарский А.В., Шэнь К., Лу В., Сюетин Ч. Алгоритмы обработки информации инерциальных навигационных систем // *Автоматизация. Современные технологии*. 2018. Т. 72, № 12, с. 555–563.
17. Шахтарин Б.И., Неусыпин К.А., Селезнева М.С., Лифэй Ч. Алгоритм оценивания навигационного комплекса летательного аппарата авианосного базирования // *Автоматизация. Современные технологии*. 2020. Т. 74. № 4. С. 176—180. DOI: 10.36652/0869 4931-2020-74-4-176-180
18. Salychev O.S. MEMS-based Inertial Navigation: Expectations and Reality. Moscow: Bauman MSTU Press, 2012. – 208 p.
19. Salychev O.S. Inertial Systems in Navigation and Geophysics. — Moscow:

Bauman MSTU Press, 1998. — 352 p.

20. Селезнева М.С., Шень Кай, Неусыпин К.А., Пролетарский А.В. Алгоритмы обработки информации навигационных систем и комплексов летательных аппаратов. – Москва: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018. – 234 с.

21. Даниленко Н.В., Масленников А.Л., Долгова Ю.С. Особенности реализации алгоритмов ориентации бесплатформенных инерциальных навигационных систем на базе одноплатных компьютеров Raspberry Pi // XLIX Академические чтения по космонавтике, посвященные памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся отечественных ученых — пионеров освоения космического пространства «Королевские чтения»: Сборник тезисов, Москва, 2831 января 2025. Изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2025, т.2, с. 165-166.

## References

1. Matveev V.V. Engineering error analysis of a strapdown inertial navigation system // Proceedings of Tula State University. Technical sciences. 2014, pp. 251–267.
2. Aleshkin V.V., Golovanov P.N. Evaluation of the effect of sensor errors on the accuracy of an integrated orientation and navigation system based on coarse inertial sensors // Bulletin of the Saratov State Technical University. 2010, pp. 58–64.
3. Danilenko N.V., Maslennikov A.L., Dolgova Yu.S. Selective mechanism for solving the orientation problem with implementation on Raspberry Pi on-board computers. Aerospace Instrument-Making. 2025, no. 1, pp. 32–43. DOI: 10.25791/aviakosmos.1.2025.1455.
4. Bykovsky A.V. Calibration of a strapdown inertial navigation systems in the «navigation» mode // Aerospace instrumentation, 2014, № 1, pp. 18–25.
5. Evdokimova A.P., Maslennikov A.L. Scaling factors and zero offsets of the MEMS angular velocity sensor estimation using a linear double Kalman filter // Bulletin of the National Research nuclear university «MIFI», 2023, vol. 12, № 1, pp. 9–19. DOI: 10.26583/vestnik.2023.20.

6. Evdokimova A.P., Maslennikov A.L. Determination of the parameters of a three-axis MEMS sensor measurement model by a linear double Kalman filter with a decentralization mechanism // XLVII Academic readings on cosmonautics dedicated to the memory of academician S.P. Korolev and other outstanding Russian scientists – pioneers of space exploration «Korolev readings»: collection of abstracts, Moscow, January 24-27, 2023, Bauman MSTU Press, vol. 3, pp. 254-255.

7. Nikolaev S.G., Ivshina Yu.S. Calibration of strapdown inertial navigation systems based on the output signals of the error model // Informatics, Telecommunications and Control. 2014. №4 (200)

8. Vavilova N.B., Vasineva I.A., Parusnikov N.A. On bench calibration of aviation strapdown inertial navigation systems // Proceedings of the Moscow Aviation Institute. 2015. №84

9. Krylov A.A. Reducing zero offset of MEMS sensors under thermal hysteresis conditions. // Vestnik Koncerna VKO «Almaz-Antey». 2021. №2. P. 48-56.

10. Duchi M., Ida E. total Least Squares In-Field Identification for MEMS-Based Inertial Measurement Units. Robotics 2024, 13, 156.

11. Tedaldi D., Pretto A., Menegatti E. A Robust and easy to implement method for IMU calibration without external equipments // IEEE International conference on robotics and automation, 2014, DOI: 10.1109/ICRA.2014.6907297

12. Fong W.T., Ong S.K., Nee A.Y.C. Methods for in-field user calibration of an inertial measurement unit without external equipment // Measurement science and technology, 2008. DOI:10.1088/0957-0233/19/8/085202

13. Syed Z.F., Aggarwal P., Goodall C., Niu X., El-Sheimy N. A new multi-position calibration method for MEMS inertial navigation systems // Measurement science and technology, 2007. DOI:10.1088/0957-0233/18/7/016

14. Shin E.H., El-Sheimy N. A new calibration method for strapdown inertial navigation systems // Fachbeitrage, 1, 2002.

15. Hu Ts., Neusypin K.A., Proletarsky A.V., Selezneva M.S. Modeling algorithms for estimating errors of inertial navigation systems based on laboratory experiment data // Automation. Modern technologies. 2019. Vol.73, № 11, pp. 524-528.
16. Klychnikov V.V., Selezneva M.S., Neusypin K.A., Proletarsky A.V., Shen K., Lu V., Suetin Ch. Algorithms for information processing of inertial navigation systems // Automation. Modern technologies. 2018. Vol. 72, № 12, pp. 555-563.
17. Shakhtar B.I., Neusypin K.A., Selezneva M.S., Lifey Ch. Algorithm for estimating the navigation complex of an aircraft carrier-based aircraft // Automation. Modern technologies. 2020. Vol. 74. № 4. pp. 176—180. DOI: 10.36652/0869 4931-2020-74-4-176-180
18. Salychev O.S. MEMS-based Inertial Navigation: Expectations and Reality. Moscow: Bauman MSTU Press, 2012. – 208 p.
19. Salychev O.S. Inertial Systems in Navigation and Geophysics. — Moscow: Bauman MSTU Press, 1998. — 352 p.
20. Selezneva M.S., Shen Kai, Neusypin K.A., Proletarsky A.V. Algorithms for information processing of navigation systems and aircraft complexes – Moscow: Bauman MSTU Press, 2018. – 234 p.
21. Danilenko N.V., Maslennikov A.L., Dolgova Yu.S. Features of the implementation of strapdown inertial navigation system orientation algorithms on Raspberry Pi on-board computers // XLIX Academic Readings on Cosmonautics dedicated to the memory of Academician S.P. Korolev and other outstanding domestic scientists — pioneers of space exploration "Korolev Readings": Collection of abstracts, 2025, vol. 2, pp. 165–166. Moscow: BMSTU Press.

### **Информация об авторах**

**Андрей Леонидович Масленников**, старший преподаватель кафедры «Системы автоматического управления», МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Москва, Россия; e-mail: amas@bmstu.ru

**Наталья Вадимовна Даниленко**, ассистент кафедры «Системы автоматического управления», МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Москва, Россия; e-mail: [danilenko@bmstu.ru](mailto:danilenko@bmstu.ru)

### **Information about the authors**

**Andrey L. Maslennikov**, Senior Lecturer at the Department «Automatic Control Systems», Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education «Bauman Moscow State Technical University», Moscow, Russia; e-mail: [amas@bmstu.ru](mailto:amas@bmstu.ru)

**Natalya V. Danilenko**, Teaching Assistant at Department «Automatic Control Systems», Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education «Bauman Moscow State Technical University», Moscow, Russia; e-mail: [danilenko@bmstu.ru](mailto:danilenko@bmstu.ru)

---

Получено 28 октября 2025 ● Принято к публикации 10 декабря 2025 ● Опубликовано 30 декабря 2025  
Received 28 October 2025 ● Accepted 10 December 2025 ● Published 30 December 2025

---