

Научная статья
УДК 629.7.036.34
URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=185001>
EDN: <https://www.elibrary.ru/DDDSCA>



Исследование влияния величины дисбаланса на прочность установки двухвальной роторной системы при проектировании ГТД

Максим Владимирович Кузьмин¹, Анна Сергеевна Трешневская^{2✉}, Андрей Родионович Кирсанов³, Алексей Александрович Мохов⁴

^{1, 2, 3, 4} Опытнo-конструкторское бюро им. А. Люльки – филиал ОДК-УМПО, Москва,

Российская Федерация

¹ maxim.kuzmin@okb.umpo.ru

² anna.semenova.lulka@gmail.com ✉

³ kar3112@yandex.ru

⁴ mohov_2006@mail.ru

Аннотация. В настоящей статье представлены результаты численного моделирования наружного ротора экспериментальной установки двухвальной роторной системы. Рассмотрено два варианта дисбаланса, которые были реализованы с помощью сосредоточенной массы, прикрепленной к первому диску. Исследовалось влияние дисбаланса на собственную частоту ротора, на предельную частоту вращения ротора и на критическую частоту. Для этого был проведен расчет собственных частот и форм колебаний ротора с двумя вариантами дисбаланса, расчет на прочность с учетом критерия разрушения для материалов ротора и расчет резонансных колебаний.

Ключевые слова: повышенный уровень вибраций роторов, дисбаланс ротора, значения критических частот вращения, массово-жесткостные характеристики ротора, установка двухвальной роторной системы, анализ собственных частот и форм колебаний, решения задач роторной динамики, нелинейный анализ динамики роторов, квазистатическая раскрутка ротора, определение предельной частоты вращения ротора, критерий разрушения по первым главным деформациям

Благодарности: авторы выражают глубокую признательность разработчикам конструкции установки – сотрудникам отдела экспериментального сопровождения НИОКР ОКБ им. А. Люльки: ведущему конструктору Буренину Александру Васильевичу и начальнику бригады Демиденко Сергею Дмитриевичу.

Для цитирования: Кузьмин М.В., Трешневская А.С., Кирсанов А.Р., Мохов А.А. Исследование влияния величины дисбаланса на прочность установки двухвальной роторной системы при проектировании ГТД // Вестник Московского авиационного института. 2025. Т. 32. № 2. С. 155–163. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=185001>

Original article

The Study of the Imbalance Value Effect of the Two-Shaft Rotor System Strength while the Gas Turbine Engine Design

Maksim V. Kuz'min¹, Anna S. Treshnevskaya^{2✉}, Andrei R. Kirsanov³, Aleksei A. Mokhov⁴

^{1, 2, 3, 4} A. Lyulka Designd Bureau – a branch of the United Engine Corporation – Ufa Engine Industrial Association, Moscow, Russian Federation

¹ maxim.kuzmin@okb.umpo.ru

² anna.semenova.lulka@gmail.com ✉

³ kar3112@yandex.ru

⁴ mohov_2006@mail.ru

© Кузьмин М.В., Трешневская А.С., Кирсанов А.Р., Мохов А.А., 2025

Abstract

This article presents the results of the external rotor numerical simulation of the double-shaft rotor system installation. Two options of the imbalance, which were realized by the concentrated mass attached to the first disk, were discussed. The imbalance effect on the rotor natural frequency, the limit rotor speed and on critical frequency were under study. For this purpose computing of natural the rotor frequency and waveforms with the two imbalance options, computation of strength, considering the fracture criteria for the rotor materials, and resonant waveforms computing were performed.

The increased vibrations are the result of the increased loads on the structural elements of the gas turbine engine (GTE), and lead to concomitant damages of the main subassemblies, which is being confirmed as well by such tools of the inventive problem solving theory (TRIZ) as component and functional analysis. The main loads are applied to the supports, which leads to the radial gap increase in the bearings, and as a consequence to the of slot seals generation o the support pressurization systems, and increases the possibility of the rotor blades interaction with the stator.

The world experience of the gas turbine engine demonstrates that the problems solving of the rotor vibrations should begin as early as possible at the earlier stages of engine development, otherwise they will require deep design changes, as well as substantial time and material costs. Thus, the increased level of vibrations is the main problem in creating the gas turbine engines. Imbalance is one of the causes of increased vibrations.

This article presents the results of several types of computations performed as part of the study of the imbalance impact on the rotor dynamics: the natural frequencies, limit rotor rotational speed and on critical speeds. This, in fact, presents a modal analysis of the rotor with the linear solver of the LS-DYNA software. It allows determining the natural frequency and waveforms, a quasi-static spin of the rotor in the volume field of the centrifugal forces for determining the stress-strain state of the rotor and the limit speed of rotation, as well as the rotor dynamic spin-up with subsequent Fourier expansion of the computation results for resonant frequency determining.

Keywords: increased level of rotor vibrations, rotor imbalance, values of critical rotation speeds, rotor mass-rigid characteristics, installation of the two-shaft rotor system, analysis of oscillations natural frequencies and shapes, rotor dynamics problems solution, non-linear analysis of rotor dynamics, quasi-static rotor spin-up, determining rotor limit speed fracture criterion by the first main deformations

Acknowledgements: the authors express their deep gratitude to the developers of the installation structure – the employees of the experimental support department of R & D of the A. Lyulka Design Bureau: leading designer Aleksandr Vasilyevich Burenin and team leader Sergei Dmitrievich Demidenko.

For citation: Kuzmin M.V., Treshnevskaya A.S., Kirsanov A.R., Mohov A.A. The Study of the Imbalance Value Effect of the Two-Shaft Rotor System Strength while the Gas Turbine Engine Design. *Aerospace MAI Journal*. 2025;32(2):155–163. (In Russ.). URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=185001>

List of Figures

Fig. 1. Double-shaft rotor system installation

Fig. 2. Finite element model of external rotor of the double-shaft rotor system installation

Fig. 3. Dynamic pattern of the fracture for the 0.2 g · mm imbalance option

Fig. 4. Plot of energy dependence of the elements removed from the system on load application time for the first 0.2 g · mm imbalance option

Fig. 5. Maximum first main stress for the first imbalance option of 0.2 g · mm was equal to 23.8 kgf/mm²

Fig. 6. Dynamic pattern of the fracture for the 2.0 g · mm imbalance option

Fig. 7. Plot of energy dependence of elements removed from the system on time from the load application for the first option of imbalance of 2,0 g · mm

Fig. 8. The first maximum main stress for the second imbalance option for the 2.0 g · mm imbalance was 61,6 kgf/mm²

Fig. 9. Natural vibrations shapes for the first version, imbalance is equal to 0.2 g · mm: *a* – the first rotor vibration shape, bending, 150 Hz; *b* – the second shape of rotor vibrations, twisting, 183 Hz

Fig. 10. Natural vibration shapes for the second version, imbalance is equal to 2.0 g · mm: *a* – the first rotor vibration form, bending, 150 Hz; *b* – second form of rotor vibrations, twisting, 183 Hz

Fig. 11. Kinetic energy of rotating structural elements

Fig. 12. Resonant vibrations of the external rotor of the double-shaft rotor system installation:

a – the first option of the 0,2 g · mm imbalance; *b* – the second option of the 2,0 g · mm imbalance

List of tables

Table 1. Basic parameters of the installation external rotor

Table 2. Computational results depending on the unbalance value

Table 3. Rotor natural frequencies

Table 4. Resonant vibrations of rotor

Введение

Повышенные вибрации являются следствием повышенных нагрузок на элементы конструкции газотурбинного двигателя (ГТД) и приводят к сопутствующим повреждениям основных узлов, что также подтверждается такими инструментами теории решения изобретательских задач (ТРИЗ), как компонентный и функциональный анализ [1, 2]. Основные нагрузки приходят на опоры, что приводит к увеличению радиального зазора в подшипниках и, как следствие, к выработке щелевых уплотнений системы наддува опор, а также повышает вероятность взаимодействия рабочих лопаток со статором [3, 4, 5].

Мировой опыт разработки ГТД показывает, что проблемы вибраций роторов необходимо начинать решать на как можно более ранних стадиях разработки двигателя, в том числе применяя инструменты ТРИЗ, в противном случае они потребуют глубоких изменений конструкции, значительных временных и материальных затрат [6, 7]. Поэтому повышенный уровень вибраций представляет собой основную проблему при создании газотурбинных двигателей. Одной из причин повышенных вибраций является дисбаланс [8].

Критические частоты вращения определяют потенциально опасные резонансные режимы, которые возбуждаются дисбалансами ротора, а формы колебаний показывают, как ведет себя конструкция ротора на этих режимах. Значения критических частот вращения и формы колебаний зависят от массово-жесткостных характеристик динамической системы ротора: жесткостей вала ротора и опорных узлов и распределения массы дисков и валов [9, 10].

Установка двухвальной роторной системы является небольшой имитацией ГТД с двумя соосно расположенными роторами (рис. 1), которая позволяет провести натурный анализ резонансных и собственных частот и форм колебаний. Каждый из роторов имеет независимый электропривод и две опоры с шариковыми подшипниками. Внутренний ротор имитирует ротор низкого давления, а наружный — высокого.

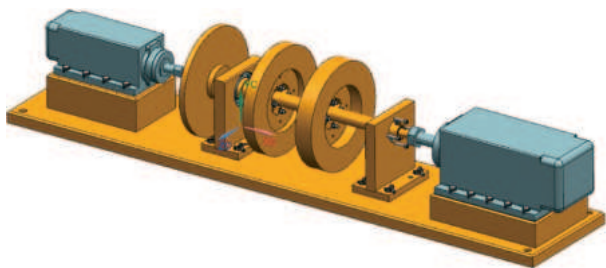


Рис. 1. Установка двухвальной роторной системы

Необходимость создания математической модели данной установки обусловлена верификацией данных, полученных в натурных испытаниях, а также планированием экспериментальных исследований.

В настоящее время большинство расчетов на прочность при проектировании авиационных двигателей проводятся методом конечных элементов. Широкое распространение для конечно-элементного моделирования получил программный комплекс ANSYS [11].

Достоверный расчет критических частот представляет собой сложную многофакторную задачу из-за недостаточности граничных условий для описания работы ротора или роторной системы [12]. Для расчета критических частот среди зарубежных программ часто используется программа Samcef, разработанной международной компанией SAMTECH (Бельгия) на базе Лаборатории аэрокосмических технологий Льежского университета. Программа позволяет проанализировать работу ротора на стационарных и переходных режимах. Из российских разработок можно отметить программу Dynamics R4, решающую задачи линейного и нелинейного анализа динамических систем роторов.

Программа LS-DYNA не является специализированной программой для решения задач роторной динамики, но она обладает широким функционалом для решения задач самого разного класса. В явном решателе программы LS-DYNA имеются одни из лучших контактных алгоритмов, что может представлять собой хороший инструмент для нелинейного анализа динамики роторов. При необходимости можно перейти на решение с использованием неявной схемы интегрирования [13].

В данной статье представлены результаты нескольких типов расчетов, проведенных в рамках исследования влияния дисбаланса на динамику роторов: собственные частоты, предельную частоту вращения ротора и на критические частоты. Это, собственно, модальный анализ ротора в линейном решателе программы LS-DYNA для определения собственных частот и форм колебаний, квазистатическая раскрутка ротора в объемном поле центробежных сил для определения напряженно-деформированного состояния ротора и предельной частоты вращения, и динамическая раскрутка ротора с последующим разложением в ряд Фурье (БПФ) результатов расчета для определения резонансной частоты.

Критерий разрушения для материалов наружного ротора установки двухвальной роторной системы

Разрушение материала наружного ротора установки двухвальной роторной системы определялось по критерию первых главных деформаций:

$$\varepsilon_1 \geq \varepsilon_{\max},$$

где ε_1 — первая главная деформация; $\varepsilon_{\max}$ — максимальная деформация при растяжении.

Максимальная деформация растяжения $\varepsilon_{\max}$ определялась как логарифмическая деформация, соответствующая относительному сужению образца ψ в момент разрыва:

$$\varepsilon_{\max} = \ln \left(\frac{1}{1 - \psi} \right). \quad (1)$$

В случае одноосного разрыва образца без сосредоточенной деформации максимальная деформация $\varepsilon_{\max}$ соответствует остаточному удлинению образца δ без учета упругой усадки образца [14, 15].

Разрушение в программе LS-DYNA задавалось с помощью карт дополнительной модели материала *mat_add_erosion [16], которая позволяет выбирать произвольный критерий разрушения из перечня, представленного программой.

Расчет разрушающей частоты вращения внешнего ротора установки двухвальной роторной системы

Граничные условия, время расчета, материалы, тип и свойства элементов задавались во входном файле в ascii-формате [17, 18]. Для расчета внешнего ротора установки двухвальной роторной системы смоделированы:

- 3 вала внешнего ротора;
- 2 диска внешнего ротора;
- 8 болтов крепления валов и дисков внешнего ротора;
- 8 шайб, расположенных между болтами и гайками крепления валов и дисков внешнего ротора;
- 8 гаек крепления валов и дисков внешнего ротора;
- 8 балансирующих винтов, расположенных на дисках внешнего ротора.

Закрепление в модели реализовано в местах расположения подшипников по всем поступательным степеням свободы в центрах масс абсолютно жестких тел (рис. 2). В процессе вращения на ротор действует инерционная нагрузка, обусловленная его вращением на заданной частоте [19]. В расчетах квазистатического нагружения ротора эта нагрузка заменялась соответствующей центробежной силой как объемное поле узловых сил:

$$\vec{F}_i = m_i (\vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{r}), \quad (2)$$

где $\vec{\omega}$ — вектор угловой скорости ротора; $\vec{r}$ — радиус-вектор; m_i — узловая масса.

Между элементами конструкции заданы контактные взаимодействия с коэффициентом трения

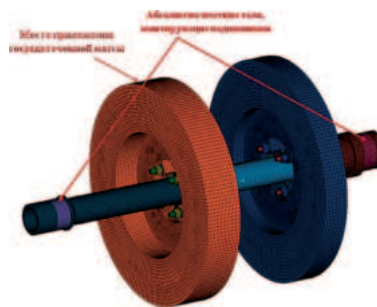


Рис. 2. Конечно-элементная модель внешнего ротора установки двухвальной роторной системы

0,15. Между болтами и гайками, винтами и дисками задан склеенный контакт.

Температура конструкции 20°C.

Упругопластический расчет выполнялся с использованием кода LS-DYNA/explicit. Материал валов и дисков — сталь 30ХГСА, материал винтов, болтов, гаек и шайб — ЭП33 (10X11H23T3MP).

Было проведено два расчета: первый вариант с дисбалансом, равным 0,2 г · мм; второй вариант — дисбаланс равен 2,0 г · мм. Дисбаланс определялся с помощью сосредоточенной массы, прикрепленной к первому диску (рис. 2).

Геометрические и весовые параметры приведены в табл. 1.

Таблица 1. Основные параметры внешнего ротора установки

Параметр	Значение
Наружный диаметр вала, мм	22
Внутренний диаметр вала, мм	19
Длина ротора, мм	323
Диаметр дисков, мм	180
Масса первого диска, кг	4,5
Масса второго диска, кг	3,5

Результаты расчета представлены на рис. 3–8. На рис. 3 представлена динамическая картина разрушений внешнего ротора установки двухвальной роторной системы для первого варианта дисбаланса 0,2 г · мм. Из рис. 4 видно, что для первого варианта с величиной дисбаланса 0,2 г · мм на частоте вращения 24253 об/мин. В этот момент времени (на 33 мс раскрутки ротора) происходит возрастание энергии удаленных из системы элементов, что связано с разрушением материала. Максимальное значение первого главного напряжения при частоте вращения 15000 об/мин составило 23,8 кгс/мм² (рис. 5).

Во втором варианте с величиной дисбаланса 2,0 г · мм конструкция разрушается на 28 мс раскрутки ротора при достижении частоты вращения 20578 об/мин (рис. 6 и 7). Величина первого

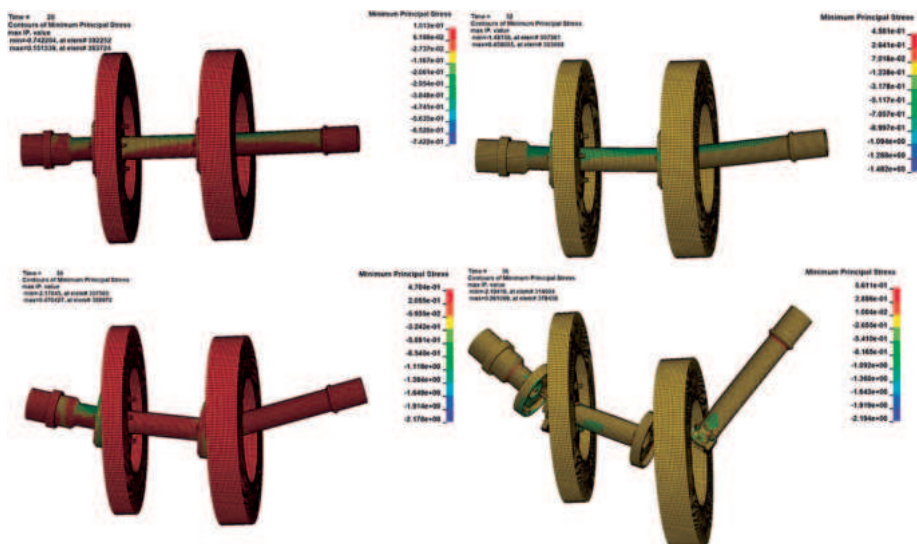


Рис. 3. Динамическая картина разрушения для варианта с дисбалансом $0,2 \text{ г} \cdot \text{мм}$

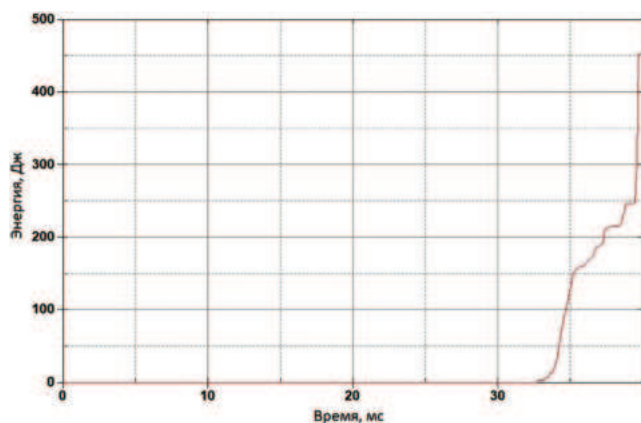


Рис. 4. График зависимости энергии удаленных из системы элементов от времени приложения нагрузки для первого варианта дисбаланса $0,2 \text{ г} \cdot \text{мм}$

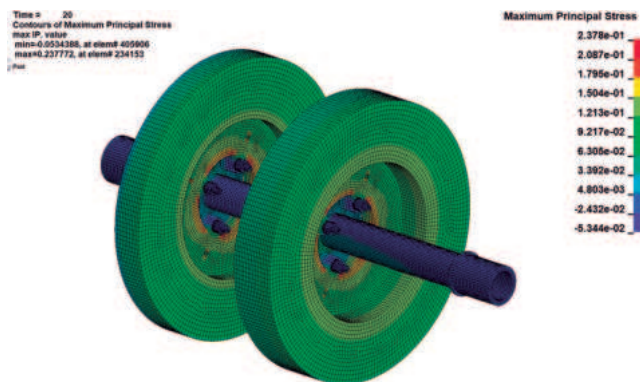


Рис. 5. Максимальное первое главное напряжение для первого варианта дисбаланса $0,2 \text{ г} \cdot \text{мм}$ составило $23,8 \text{ кгс/мм}^2$

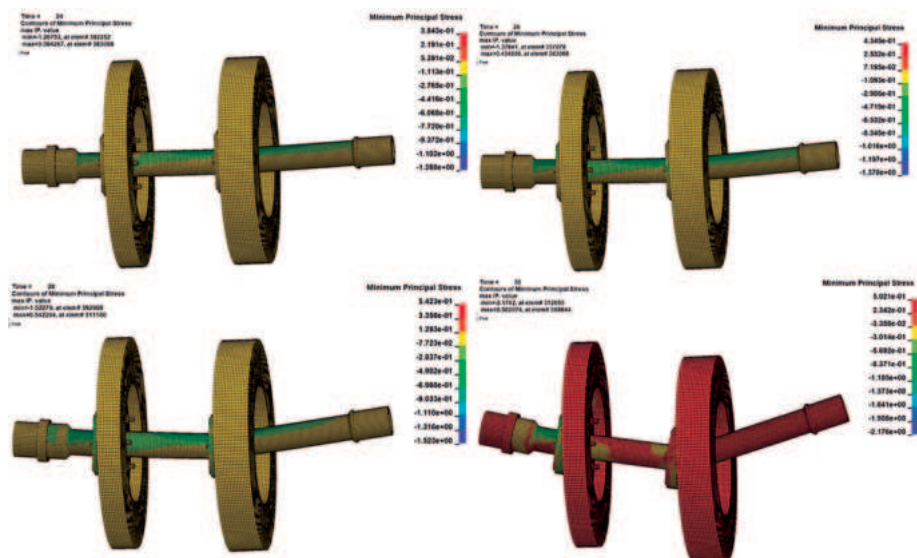


Рис. 6. Динамическая картина разрушения для варианта дисбаланса $2,0 \text{ г} \cdot \text{мм}$

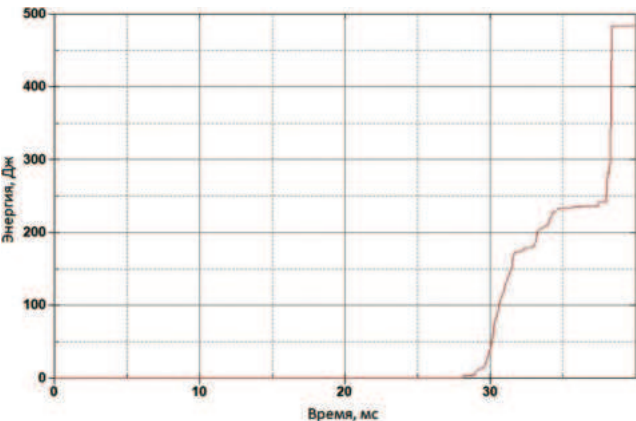


Рис. 7. График зависимости энергии удаленных из системы элементов от времени приложения нагрузки для первого варианта дисбаланса $2,0 \text{ г} \cdot \text{мм}$

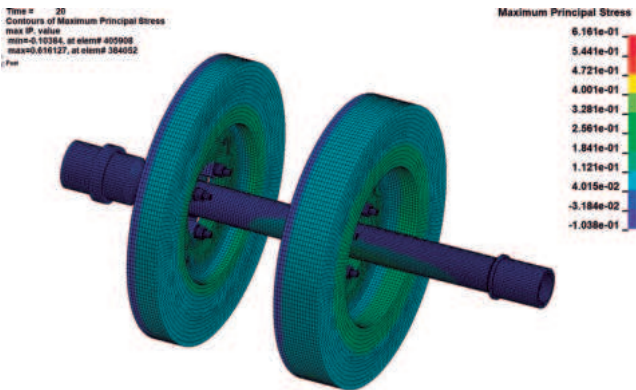


Рис. 8. Максимальное первое главное напряжение для второго варианта дисбаланса $2,0 \text{ г} \cdot \text{мм}$ составило $61,6 \text{ кгс/мм}^2$

главного напряжения при частоте вращения 15000 об/мин достигает уровня $61,6 \text{ кгс/мм}^2$ (рис. 8).

В табл. 2 приведены результаты расчетов раскрутки роторов для двух представленных вариантов приложения дисбаланса. При увеличении дисбаланса снижается предельная частота вращения ротора по причине повышения нагруженности ротора, о чем можно судить по величине максимальных напряжений.

Модальный анализ наружного ротора установки двухвальной роторной системы

Таблица 2. Результаты расчета в зависимости от величины дисбаланса

Величина дисбаланса, $\text{г} \cdot \text{мм}$	Разрушающая частота вращения, об/мин	Максимальные первое главное напряжение при $n = 15000 \text{ об/мин}$, кгс/мм^2
0,2	24253	23,8
2,0	20578	61,6

Расчетная конечно-элементная (КЭ) 3D-модель представлена на рис. 2. Ротор нагружался центробежной силой, соответствующей 15000 об/мин . Закрепление в модели реализовано в центре масс абсолютно жестких тел, в местах расположения подшипников по всем поступательным степеням свободы. Для расчета собственных частот и форм колебаний задавалась 18 формулировка твердотельных конечных элементов [16] – восьмиузловый объемный элемент повышенной деформируемости для задач линейной статики. Для элементов данного типа по результатам модального анализа выводятся напряжения с точностью до постоянного множителя.

Линейный расчет выполнялся с использованием кода LS-DYNA/implicit. Результаты расчета представлены на рис. 9 и 10. В табл. 3 приведены величины собственных частот колебаний ротора

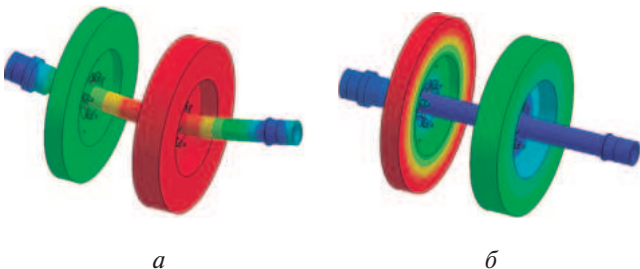


Рис. 9. Собственные формы колебаний для первого варианта, дисбаланс равен $0,2 \text{ г} \cdot \text{мм}$:
а – первая форма колебаний ротора, изгибная, 150 Гц ;
б – вторая форма колебаний ротора, крутильная, 183 Гц

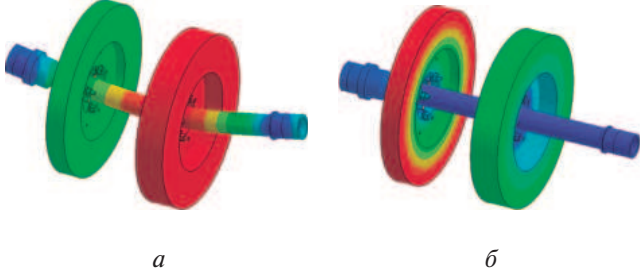


Рис. 10. Собственные формы колебаний для второго варианта, дисбаланс равен $0,2 \text{ г} \cdot \text{мм}$:
а – первая форма колебаний ротора, изгибная, 150 Гц ;
б – вторая форма колебаний ротора, крутильная, 183 Гц

Таблица 3. Собственные частоты ротора

Величина дисбаланса, $\text{г} \cdot \text{мм}$	1-ая собственная частота, Гц	2-я собственная частота, Гц
0,2	150	183
2,0	150	183

для рассмотренных вариантов расчета. Как можно видеть из результатов расчета, при увеличении дисбаланса собственные частоты и формы колебаний не изменяются.

Резонансные колебания наружного ротора установки двухвальной роторной системы

Модель ротора закреплялась в местах расположения подшипников, в центрах масс абсолютно жестких тел на рис. 2, по всем степеням свободы кроме вращения вокруг оси ротора. Раскрутка ротора осуществлялась от 0 до 15000 об/мин в динамической постановке с помощью явного решателя LS-DYNA/explicit.

Контроль расчета и его стабильность осуществлялись по значениям кинетической энергии вращающихся элементов конструкции во времени (рис. 11). По графику видно, что раскрутка наружного ротора установки двухвальной роторной системы происходила равномерно, без динамических всплесков.

На рис. 12 представлены графики резонансных колебаний наружного ротора установки двухвальной роторной системы. Было выполнено быстрое преобразование Фурье перемещений ротора при двух вариантах приложения дисбаланса.

Быстрое преобразование Фурье – это эффективный алгоритм преобразования данных из временной области в частотную, разлагая их на составляющие, применяемый для дискретных сигналов или последовательности данных. Амплитудно-частотный график дает возможность увидеть, какие частоты преобладают в исходном сигнале. При этом высокие пики амплитуды на графике указывают на преобладающие частоты [20].

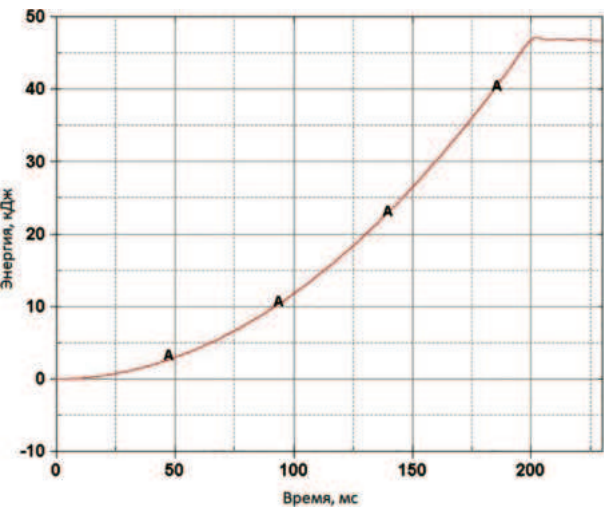
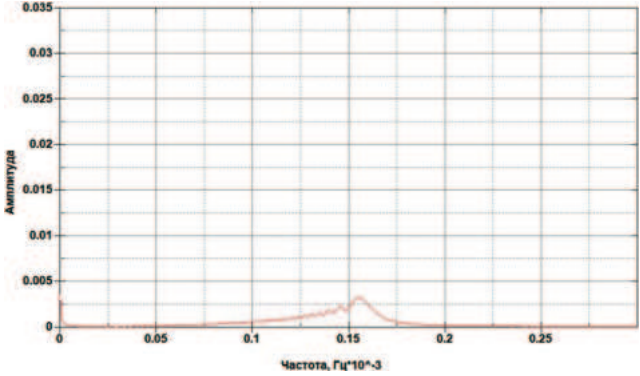
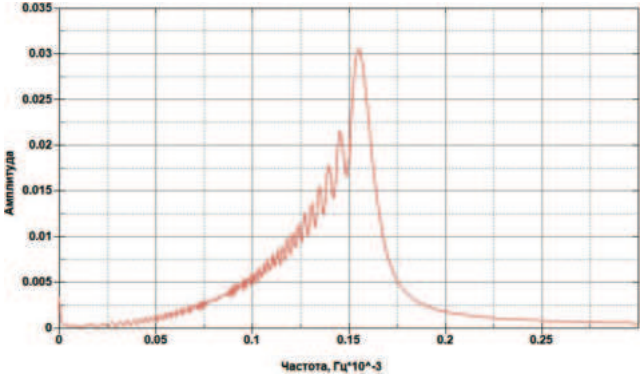


Рис.11. Кинетическая энергия вращающихся элементов конструкции



а



б

Рис. 12. Резонансные колебания наружного ротора установки двухвальной роторной системы: а – первый вариант – дисбаланс 0,2 г · мм; б – второй вариант – дисбаланс 2,0 г · мм

Амплитудно-частотный график дает возможность увидеть, какие частоты преобладают в исходном сигнале. При этом высокие пики амплитуды на графике указывают на преобладающие частоты [20].

В табл. 4 приведены резонансные частоты колебаний ротора для двух рассмотренных вариантов расчета. При увеличении дисбаланса происходит увеличение амплитуды критических колебаний, при этом сама частота не меняется. Резонансная частота в 154 Гц практически соответствует первой изгибной собственной частоте, составляющей 150 Гц.

Выводы

1. Созданная физико-математическая модель наружного ротора установки двухвальной роторной системы позволяет проследить историю нагружения и разрушения.

Таблица 4. Резонансные колебания ротора

Величина дисбаланса, г · мм	Резонансная частота, Гц
0,2	154
2,0	154

2. При анализе результатов численного моделирования показано, что дисбаланс оказывает влияние только на величину напряжений и, как следствие, на разрушающую частоту вращения конструкции. Резонансные частоты, собственные частоты и формы колебаний не изменяются.

3. При увеличении дисбаланса происходит увеличение амплитуды резонансных колебаний, при этом частота не меняется.

4. Полученная модель наружного ротора установки двухвальной роторной системы позволяет проводить параметрические исследования влияния внешних условий и конструктивных факторов на работоспособность конструкции.

Список источников

1. *Альтшуллер Г.* Найди идею. Введение в ТРИЗ — теорию решения изобретательских задач. М.: Альпина Бизнес Букс, 2022. 408 с.
2. *Челомей В.Н.* (ред.). Вибрации в технике: Справочник в 6-ти т. Т. 5. Измерения и испытания. М.: Машиностроение, 1981. 496 с.
3. *Азовцев Ю.А., Баркова Н.А., Гаузе А.А.* Вибрационная диагностика роторных машин и оборудования целлюлозно-бумажных комбинатов. СПб.: СПбГТУРП, 2014. 127 с.
4. *Бранцевич П.Ю.* Критерии и алгоритмы оценки технического состояния сложных объектов в системе вибрационного контроля // Цифровая обработка информации и управление в чрезвычайных ситуациях: Материалы второй международной конференции (28–30 ноября 2000). Минск: ИТК НАН Беларуси, 2000. Т. 2. С. 112–117.
5. *Балицкий Ф.Я., Генкин М.Д., Иванова М.А.* и др. Научно-технический прогресс в машиностроении Вып. 25 Современные методы и средства вибрационной диагностики машин и конструкций / Под ред. К.В. Фролова. М.: МЦНТИ, 1990. 114 с.
6. *Нихамкин М.Ш., Семенов С.В., Мехоношин Г.В.* Экспериментальное исследование демпфирования колебаний двухвальной роторной системы газотурбинного двигателя // Фундаментальные исследования. 2014. № 11 (часть 2). С. 280–284.
7. *Орлов М.А.* Основы классической ТРИЗ. Практическое руководство для изобретательного мышления. 2-е изд., испр. и доп. М.: Солон-Пресс, 2006. 432 с.
8. *Зубко А.И., Герман Г.К.* Исследование комплексной методики вибродиагностики для определения технического состояния роторных систем ГТД // Авиадвигатели XXI века: Сб. тезисов Всероссийской научно-технической конференции (24–27 ноября 2015; Москва). М.: Изд-во ЦИАМ, 2015. С. 63–69.
9. *Зубко А.И., Аксенов С.П., Звонарев С.Л.* и др. Создание диагностической модели при решении задачи при-
- менения вибродиагностического контроля динамики двухроторного ГТД // Турбины. Насосы. Системы. 2018. № 3(28). С. 35–43.
10. *Зубко А.И.* Метод вибрационной диагностики подшипниковых опор сложных роторных систем газотурбинных двигателей на основе анализа высокочастотных составляющих спектра вибраций // Академические Жуковские чтения: Сб. научных статей II Всероссийской научно-практической конференции (25–27 ноября 2014). Воронеж: Изд-во ВУНЦ ВВС «ВВА», 2014. Ч. 5, С. 256–264. (480 с.)
11. *Августович В.Г., Шмотин Ю.Н., Сунатов А.М.* и др. Численное моделирование нестационарных явлений в газотурбинных двигателях. М.: Машиностроение, 2005. 523 с.
12. *Назаренко Ю.Б., Потапов А.Ю.* Устранение критических частот вращения роторов газотурбинных двигателей с помощью регулирования жесткости опоры // Двигатель. 2014. № 1(91). С. 14–16.
13. *Паршиков А.Н.* Численный метод SPH, использующий соотношения распада разрывов, и его применение в механике деформируемых гетерогенных сред: Дисс. ... д-ра физ.-мат. наук. М., 2013. 202 с.
14. *Семенова А.С., Гогаев Г.П.* Оценка разрушающей частоты вращения дисков турбомашин с использованием деформационного критерия в программном комплексе LS-DYNA // Вестник Московского авиационного института. 2018. Т. 25. № 3. С. 134–142.
15. *Семенова А.С., Кузьмин М.В., Кирсанов А.Р.* Численное моделирование вращения межроторного подшипника с имитацией реальных условий работы // Вестник Московского авиационного института. 2024. Т. 31. № 2. С. 124–132. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=180655>
16. LS-DYNA Keyword User's Manual Volume I. May 2007. Version 971. Livermore Software Technology Corporation (LSTC). 1384 p.
17. *Tanapornraweekit G., Kulsirikasem W.* FEM Simulation of HE Blast-Fragmentation Warhead and the Calculation of Lethal Range // International Journal of Mechanical and Mechatronics Engineering. 2012;6(6):1070–1074. URL: publications.waset.org/6890.pdf
18. *Семенова А.С., Кузьмин М.В., Кирсанов А.Р.* Исследование влияния частоты вращения внутреннего кольца сегментного керамического подшипника ГТД на его прочность // Вестник Московского авиационного института. 2023. Т. 30. № 3. С. 101–108.
19. *Овчинников И.В., Хомяков А.М.* Несущая способность рабочего колеса реактивной турбины // Вестник Московского авиационного института. 2010. Т. 17. № 3. С. 120–p128.
20. *Хейлен В., Ламенс С., Сас П.* Модальный анализ: теория и испытания. М.: Новатест, 2010. 319 с.

References

1. Al'tshuller G. *Find an idea. Introduction to the TRIZ theory of inventive problem solving*. Moscow: Al'pina Biznes Buks; 2022. 408 p. (In Russ.).
2. Chelomey VN. (ed) *Vibrations in engineering: A handbook in 6 volumes. Vol. 5. Measurements and tests*. Moscow: Mashinostroenie; 1981. 496 p. (In Russ.).
3. Azovtsev YuA, Barkova NA, Gauze AA. *Vibration diagnostics of rotary machines and equipment of pulp and paper mills*. St. Petersburg: SPbGTURP; 2014. 127 p. (In Russ.).
4. Brantsevich PYu. Criteria and algorithms for assessing the technical condition of complex objects in a vibration control system. *Materialy II Mezhdunarodnoi konferentsii "Tsifrovaya obrabotka informatsii i upravlenie v chrezvychaynykh situatsiyakh"* (November 28-30, 2000). Minsk: ITK NAN Belarusi; 2000. Vol. 2. p. 112-117. (In Russ.).
5. Balitskii FYa, Genkin MD, Ivanova MA, et al. *Scientific and technical progress in mechanical engineering. Vol. 25. Modern methods and means of vibration diagnostics of machines and structures*. Moscow: MTsNTI; 1990. 114 p. (In Russ.).
6. Nikhamkin MSh, Semenov SV, Mekhonoshin GV. Experimental study of vibration damping of a two-shaft rotary system of a gas turbine engine. *Fundamental'nye issledovaniya*. 2014(11, part 2):280-284. (In Russ.).
7. Orlov MA. *Fundamentals of classical TRIZ. A practical guide for inventive thinking*. 2nd ed. Moscow: Solon-Press; 2006. 432 p. (In Russ.).
8. Zubko AI, German GK. A study of a complex vibration diagnostic technique for determining the technical condition of rotary turbine engine systems. *Materialy Vserossiiskoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii "Aviadvigateli XXI veka"* (November 24-27, 2015). Moscow: TsIAM; 2015. p. 63-69. (In Russ.).
9. Zubko AI, Aksenov SP, Zvonarev SL, et al. Creation of a diagnostic model for solving the problem of applying vibration diagnostic control of the dynamics of a two-rotor turbine engine. *Turbiny. Nasosy. Sistemy*. 2018(3):35-43. (In Russ.).
10. Zubko AI. Method of vibration diagnostics of bearing bearings of complex rotary systems of gas turbine engines based on the analysis of high-frequency components of the vibration spectrum. *Materialy II Vserossiiskoi nauchno-prakticheskoi konferentsii "Akademicheskie Zhukovskie chteniya"* (November 25-27, 2014). Voronezh: VUNTs VVS "VVA"; 2014. Ch. 5. p. 256-264. (In Russ.).
11. Avgustovich VG, Shmotin YuN, Sipatov AM, et al. *Numerical modeling of unsteady phenomena in gas turbine engines*. Moscow: Mashinostroenie; 2005. 523 p. (In Russ.).
12. Nazarenko YuB, Potapov AYu. Elimination of critical rotational speeds of gas turbine engine rotors by adjusting the stiffness of the support. *Dvigatel'*. 2014(1):14-16. (In Russ.).
13. Parshikov AN. *The numerical SPH method using the fracture decay ratios and its application in the mechanics of deformable heterogeneous media*. Doctoral thesis. Moscow: JIT RAS; 2013. 202 p. (In Russ.).
14. Semenova AS, Gogaev GP. Evaluation of destructive rotation frequency of turbo-machine disks applying deformation criterion with LS-DYNA software. *Aerospace MAI Journal*. 2018;25(3):134-142. (In Russ.).
15. Semenova AS, Kuz'min MV, Kirsanov AR. Numerical Modeling of Inter-Rotor Bearing Rotation with Real Operating Conditions Simulation. *Aerospace MAI Journal*. 2024;31(2):124-132. (In Russ.). URL: <https://vestnikmai.ru/eng/publications.php?ID=180655>
16. *LS-DYNA Keyword User's Manual Volume I*. May 2007. Version 971. Livermore Software Technology Corporation (LSTC). 1384 p.
17. Tanapornraweekit G, Kulsirikasem W. FEM Simulation of HE Blast-Fragmentation Warhead and the Calculation of Lethal Range. *International Journal of Mechanical and Mechatronics Engineering*. 2012;6(6):1070-1074. URL: publications.waset.org/6890.pdf
18. Semenova AS, Kuz'min MV, Kirsanov AR. The study of rotation frequency of the GTE ceramic segmental bearing internal ring impact on its strength. *Aerospace MAI Journal*. 2023;30(3):101-108. (In Russ.).
19. Ovchinnikov IV, Homjakov AM. Bearing capacity of reaction turbine impeller. *Aerospace MAI Journal*. 2010;17(3):120-128. (In Russ.).
20. Heylen W, Lammens S, Sas P. *Modal Analysis Theory and Testing*. 2nd ed. Katholieke Universiteit, Belgium. 1998.

Статья поступила в редакцию / Received 30.04.2025
 Одобрена после рецензирования / Revised 13.05.2025
 Принята к публикации / Accepted 19.05.2025