

Научная статья

УДК 629.7.02

URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=185665>

EDN: <https://www.elibrary.ru/XJZYZC>



Оптимизация конструкции крыла сверхзвукового пассажирского самолета второго поколения с целью минимизации массы при ограничениях по прочности и устойчивости

Михаил Асланович Погосян¹, Максим Владимирович Широков^{2✉}, Дмитрий Юрьевич Стрелец³

^{1, 2, 3} Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
Москва, Российская Федерация

¹ kaf101@mai.ru

² Gittwell@outlook.com ✉

³ maksmai33@gmail.com

Аннотация. В статье рассматривается оптимизация конструкции крыла сверхзвукового пассажирского самолета второго поколения (СПС-2) с целью минимизации массы при выполнении требований прочности и устойчивости. Используется подход, основанный на модели с «размазанными» ребрами жесткости, позволяющий упростить процесс оптимизации без перестроения расчетной сетки. При оптимизации учитываются различные эксплуатационные нагрузки, а также критические случаи отказа конструкции, включая потерю устойчивости. Для учета множества ограничений применяется подход многоуровневого агрегирования Крайссельмейера–Штайнхаузера. Градиентные методы оптимизации обеспечивают эффективный учет большого количества проектных переменных. Методика позволяет получить конструкцию крыла, обладающую минимальной массой и удовлетворяющую требованиям прочности и устойчивости. Оптимизация проведена с учетом анизотропных свойств конструкционных материалов и с применением метода конечных элементов.

Ключевые слова: оптимальное проектирование, сверхзвуковой пассажирский самолет, минимизация массы, композитное крыло, агрегирование Крайссельмейера–Штайнхаузера, градиентные методы оптимизации, статическая прочность, потеря устойчивости, метод конечных элементов

Благодарности: авторы выражают благодарность Любови Михайловне Гавва за ценные замечания при подготовке рукописи статьи.

Финансирование: статья подготовлена в рамках реализации Программы создания и развития научного центра мирового уровня «Сверхзвук» на 2020–2025 годы при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение от 20 апреля 2022 г. № 075-15-2022-309).

Для цитирования: Погосян М.А., Широков М.В., Стрелец Д.Ю. Оптимизация конструкции крыла сверхзвукового пассажирского самолета второго поколения с целью минимизации массы при ограничениях по прочности и устойчивости // Вестник Московского авиационного института. 2025. Т. 32. № 3. С. 39–51. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=185665>

Original article

Wing Structural Mass Optimization of the Second-Generation Supersonic Aircraft under the Strength and Buckling Constraints

Mikhail A. Pogosyan¹, Maksim V. Shirokov²✉, Dmitry Yu. Strelets³

^{1, 2, 3} Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation

¹ kaf101@mai.ru

² Gittwell@outlook.com✉

³ maksmi33@gmail.com

Abstract

In recent years, a resurgence of interest in the passenger supersonic air travel developing and implementing is being observed. Special attention is being paid to the small supersonic business jets designing accommodating from 20 to 48 passengers with a cruising speed within the range of 1.2–2.2 Mach number. The task of mass minimizing while the strength characteristics pertaining is a key one for the competitive aircraft creation. The article considers the wing structure optimization of the Second-Generation Supersonic Passenger Aircraft (SPA-2) under the strength and buckling constraints under various operational flight modes.

A model with smeared stiffeners, in which stiffeners are treated as T-profile beams arranged at uniform intervals, is being employed. The model utilizes the first order shear deformation theory and Timoshenko beam theory. The skin and stiffeners are considered as structures made of different composite materials, characterized by a set of ply angles and their proportions.

The article analyzes several failure modes of the wing structural elements. The inverse reserve factor (IRF) is used to the failure modes assessing. The Tsai–Wu criterion is applied to evaluate the load-bearing capacity loss of the VKU-18tr composite material, while the von Mises energy criterion is used for aluminum alloys. The following buckling modes are being considered for the panels stability analysis: global buckling of the entire panel, local buckling of the skin between stiffeners, and buckling of the stiffeners.

The Kreisselmeier–Steinhauser (KS) aggregation function is applied. To account for all constraints, multiple levels of KS aggregation are used, which allows reducing the number of costly coupled adjoint solutions.

A gradient-based optimization algorithm is presented. The object of optimization is the SPA-2 wing. The wing structure comprises 15 ribs and 12 spars. For parameterization, the model is divided into 190 sections: 24 correspond to ribs, 68 to spars, and 49 each to the upper and lower panels.

Two characteristic wing loading modes are being analyzed within the framework of this optimization problem. These are Case A and Case D. Case A corresponds to the high-angle-of-attack flight, where the maximum lift coefficient is being achieved, with a design loading factor of 2.5g. Case D involves curvilinear maneuvering with a negative lift coefficient and a loading factor of 1g.

To ensure smooth variation in geometric parameters of the adjacent panels, corresponding constraints are introduced. Additional constraints are imposed on the dimensions of structural elements for all panels. Thus, the total number of constraints is 1,293. The design variables include skin and stiffener thicknesses, stiffener height, and stiffener spacing. The total number of design variables in the problem is 609. The objective function is the wing structure mass minimization.

The optimization is performed with the TACS (Toolkit for the Analysis of Composite Structures) software package using Python. As the result, an optimal wing configuration is obtained. The article presents the convergence histories of the objective and constraint functions, and analyzes the IRF distribution fields across the wing structure. Additionally, it presents the equivalent thicknesses of the wing structural elements.

Keywords: optimal design, supersonic passenger aircraft, mass minimization, composite wing, Kreisselmeier–Steinhauser aggregation, gradient optimization methods, static strength, buckling, finite element method

Acknowledgments: the authors express their gratitude to Lyubov Mikhailovna Gavva for her valuable comments during the manuscript preparation.

Funding: the article was prepared under the Program for creation and development of the world-class scientific center “Sverkhzvuk” in 2020–2025 with financial support of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (Agreement of April 20, 2022 no. 075-15-2022-309).

For citation: Pogosyan M.A., Shirokov M.V., Strelets D.Yu. Wing Structural Mass Optimization of the Second-Generation Supersonic Aircraft under the Strength and Buckling Constraints. *Aerospace MAI Journal*. 2025;32(3): 39–51. (In Russ.). URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=185665>

List of Figures

Fig. 1. Geometric representation of a stiffened panel: t – shell thickness, Z_c – stiffener eccentricity

Fig. 2. Optimization problem algorithm

Fig. 3. Wing geometric model: a – SPA-2; b – isolated wing, front view; c – isolated wing, planform view

Fig. 4. Wing structural layout (load-bearing framework) (a); wing segmentation for parametric modeling (b)

Fig. 5. Finite element model (FEM) of the SPS-2 wing

Fig. 6. Objective function convergence to its minimum

Fig. 7. Aggregated constraint functions convergence

Fig. 8. IRF distribution of the wing baseline configuration: a – upper wing panels – loading case A;

b – upper wing panels – loading case D; c – lower wing panels – loading case A;

d – lower wing panels – loading case D; e – spars and ribs – loading case A; f – spars and ribs – loading case D

Fig. 9. IRF distribution of the optimized wing configuration: a – upper wing panels, loading case A;

b – upper wing panels, loading case D; c – lower wing panels, loading case A; d – lower wing panels, loading case D;

e – spars and ribs, loading case A; f – spars and ribs, loading case D

Fig. 10. Equivalent thicknesses distribution: a – upper wing panels; b – lower wing panels; c – ribs and spars

List of Tables

Table 1. Optimization problem constraints

Table 2. Design variables

Введение

В последние годы наблюдается возрождение интереса к сверхзвуковым пассажирским авиаперевозкам. Современные технологические, экономические и экологические требования, предъявляемые к сверхзвуковым пассажирским самолетам (СПС), обусловили необходимость детальных исследований и разработки новых конструкций летательных аппаратов [1, 2]. Особое внимание уделяется проектированию небольших сверхзвуковых бизнес-джетов, рассчитанных на перевозку от 20 до 48 пассажиров, с крейсерской скоростью в диапазоне значений числа Маха 1,2–2,2 [3].

Современные тонкостенные конструкции требуют усиления продольными жесткостными элементами, такими как стрингеры панели крыла. Проблемы проектирования подкрепленных композитных панелей рассматриваются в статьях [4–7]. В настоящей работе используется подход «размазанного» жесткостного элемента, при котором жесткость ребер интегрируется в обшивку [8–10].

Критическими видами отказа тонкостенных конструкций летательных аппаратов являются не только те, которые обусловлены превышением прочностных характеристик материала, но и потеря устойчивости [11]. Следовательно, оптимизация конструкции крыла без учета этого факта не имеет практического значения. В настоящей работе рассматривается методика оптимизации конструкции крыла СПС-2, учитывающая ограничения, связанные не только с прочностными характеристиками материала, но и с вероятностью локальной потери

устойчивости обшивки и ребер жесткости, а также глобальной потери устойчивости всей панели. Целью оптимизации является минимизация массы конструкции крыла. При оптимизации рассматривается несколько случаев нагружения.

Проектная задача имеет большую размерность из-за наличия множества непрерывных проектных переменных и ограничений. Для эффективного решения данной задачи применяются градиентные методы оптимизации. Особое внимание уделяется множеству ограничений, которые необходимо учесть в процессе расчета. Для эффективной обработки ограничений используется подход многоуровневого агрегирования Крайссельмейера–Штайнхаузера [12].

В качестве основного конструкционного материала выбраны композиты, обладающие высокой прочностью и стойкостью к длительному воздействию высоких температур.

Конструктивно-анизотропная модель

В данной работе применяется модель панели, подкрепленной жесткостными элементами, такими как ребра жесткости или стрингеры. Жесткость подкрепляющих элементов «размазывается» по поверхности обшивки, что исключает необходимость их явного моделирования. Такой подход снижает вычислительные затраты, упрощает расчетную схему и позволяет изменять параметры ребер жесткости без модификации геометрии и повторного построения конечно-элементной модели (КЭМ). Модель предложена G. J. Kennedy [13] и основана

на теории М.Р. Nemeth [8]. В модели ребра жесткости рассматриваются как балки Т-образного профиля, расположенные с равномерным шагом $P_{р.ж}$ (рис. 1). С целью упрощения расчетной модели принимается: толщина полки и толщина стенки ребра жесткости равны $t_{р.ж}$, высота стенки равна ширине полки: $h_{р.ж} = w_{р.ж}$.

Модель основывается на теории деформаций поперечного сдвига первого порядка, также известной как теория плит Уфлянда–Миндлина, и теории балок Тимошенко.

Обшивка и ребра жесткости рассматриваются как конструкции, изготовленные из различных композитов, которые характеризуются набором углов укладки слоев и их долей, благодаря чему отпадает необходимость явного учета дискретной последовательности укладки. Это особенно важно при использовании градиентных методов оптимизации, для которых дискретные проектные переменные не подходят. Жесткостные свойства композита усредняются по толщине материала с учетом долей слоев. Такое приближение позволяет снизить зависимость жесткости композита от порядка расположения слоев, упрощая процесс оптимизации и анализа конструкции.

В результате жесткостные характеристики обшивки и ребер жесткости выражаются через усредненную жесткость материала, которая определяется как взвешенная сумма жесткостей отдельных слоев. Общая жесткость конструктивно-анизотропной модели представлена как

$$C = \begin{bmatrix} A & B & 0 \\ B & D & 0 \\ 0 & 0 & H \end{bmatrix}; \quad (1)$$

$$A = A_{об} + \frac{1}{P_{р.ж}} \begin{bmatrix} E_{р.ж} F_{р.ж} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k G_{р.ж} F_{р.ж}}{4} \end{bmatrix}; \quad (2)$$

$$B = B_{об} + \frac{1}{P_{р.ж}} \begin{bmatrix} E_{р.ж} F_{р.ж} Z_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k G_{р.ж} F_{р.ж} Z_c}{4} \end{bmatrix}; \quad (3)$$

$$D = D_{об} + \frac{1}{P_{р.ж}} \times \begin{bmatrix} E_{р.ж} (I_{zр.ж} + F_{р.ж} Z_c^2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{G_{р.ж} (J_{р.ж} + k F_{р.ж} Z_c^2)}{4} \end{bmatrix}; \quad (4)$$

$$H = H_{об} + \frac{1}{P_{р.ж}} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & k G_{р.ж} F_{р.ж} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где $F_{р.ж}$ – площадь поперечного сечения ребра жесткости; $E_{р.ж}$ – эффективный модуль упругости ребра жесткости; $G_{р.ж}$ – эффективный модуль сдвига ребра жесткости; $I_{zр.ж}$ – момент инерции сечения ребра жесткости; $J_{р.ж}$ – полярный момент инерции сечения ребра жесткости относительно его центра; k – коэффициент сдвига; A, B, D, H – матрицы мембранных, мембранно-изгибных, изгибных, поперечно-сдвиговых жесткостей.

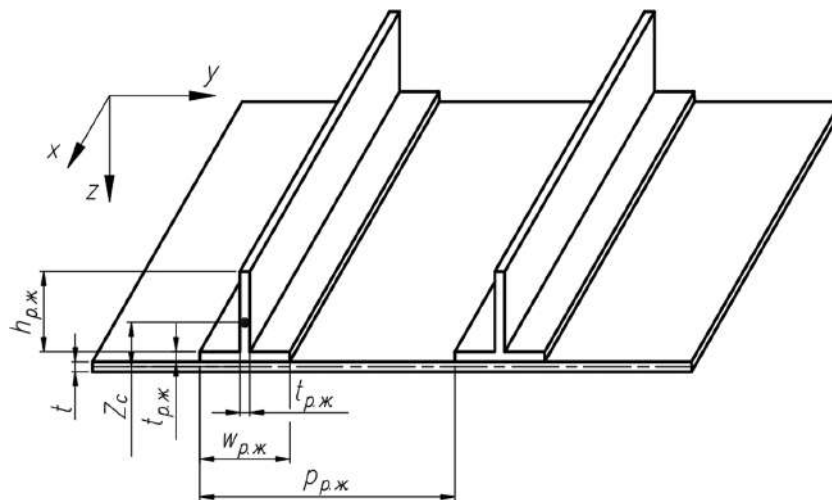


Рис. 1. Геометрическое представление подкрепленной панели:
 t – толщина обшивки, Z_c – эксцентриситет ребра жесткости

Так как структура укладка ребер жесткости симметрична относительно срединной поверхности, эффективные модули упругости и сдвига вычисляются по формулам [14]

$$E_{p.ж} = \frac{1}{h} \left(A_{11} - \frac{A_{12}^2}{A_{22}} \right); \quad (6)$$

$$G_{p.ж} = \frac{1}{h} A_{66}; \quad (7)$$

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})^k (z_k - z_{k-1}), \quad (8)$$

где h — общая толщина слоев; A_{ij} — составляющие мембранной матрицы жесткости; k — номер слоя; z_k — координата слоя.

Расчетные случаи отказа конструкции

В работе рассматривается несколько режимов отказа конструктивных элементов крыла. Для оценки режимов отказа используется обратный коэффициент запаса прочности IRF (The inverse reserve factor), который определяется по формуле

$$IRF = \frac{1}{RF}, \quad (9)$$

где RF — коэффициент запаса прочности.

В практическом использовании IRF часто является предпочтительным [15]. Некритические значения IRF варьируются от нуля до единицы, а критические значения — от единицы до бесконечности.

Для расчета потери несущей способности композитного материала используется критерий Цая—Бу [16]

$$F_1 \sigma_{11} + F_2 \sigma_{22} + F_{11} \sigma_{11}^2 + F_{22} \sigma_{22}^2 + F_{66} \tau_{12}^2 + 2F_{12} \sigma_{11} \sigma_{22} = \sigma^T F \sigma + f^T \sigma = 1, \quad (10)$$

где $\sigma = \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \tau_{12}\}^T$ — вектор напряжений; $f = \{F_1, F_2, 0\}^T$ — вектор линейных коэффициентов;

$F = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & 0 \\ F_{12} & F_{22} & 0 \\ 0 & 0 & F_{66} \end{bmatrix}$ — матрица квадратичных коэффициентов.

IRF определяется по формуле

$$IRF_{1,2} = \frac{1}{2} \left[f^T \sigma + \sqrt{(f^T \sigma)^2 + 4 \sigma^T F \sigma} \right]. \quad (11)$$

Конструктивные элементы, выполненные из алюминия, рассчитываются с помощью эквивалентных напряжений по энергетической теории Мизеса. Тогда

$$IRF_{1,2} = \frac{\sigma_{\text{Мизес}}}{\sigma_{\text{предел}}}, \quad (12)$$

где $\sigma_{\text{предел}}$ — предельные напряжения; $\sigma_{\text{Мизес}}$ — эквивалентные напряжения по Мизесу.

При расчете устойчивости панелей рассматриваются следующие формы потери устойчивости: глобальная потеря устойчивости всей панели, локальная потеря устойчивости обшивки между ребрами жесткости, потеря устойчивости ребра жесткости.

В первых двух случаях IRF определяются с учетом осевых и сдвиговых нагрузок по формуле

$$IRF_{3,4} = \frac{1}{2} \left[\frac{N_1}{N_{1,\text{крит}}} + \sqrt{\left(\frac{N_1}{N_{1,\text{крит}}} \right)^2 + 4 \left(\frac{N_{12}}{N_{12,\text{крит}}} \right)^2} \right], \quad (13)$$

где N_1 и N_{12} — осевые и сдвиговые нагрузки на панель; $N_{1,\text{крит}}$, $N_{12,\text{крит}}$ — критические значения нагрузок, характеризующие потерю устойчивости. Значения критических нагрузок, приводящих к глобальной и локальной потере устойчивости, определяются с помощью уравнений, представленных в [17].

Для локальной потери устойчивости ребер жесткости IRF вычисляется на основе критической нагрузки Эйлера при граничных условиях шарнирного опирания:

$$IRF_5 = \frac{F_{p.ж} \varepsilon_{x.p.ж} L^2}{\pi^2 I_{z.p.ж}}, \quad (14)$$

где L — длина ребра жесткости; $\varepsilon_{x.p.ж}$ — относительное удлинение.

Преимущество данного подхода в том, что он является вычислительно недорогим по сравнению с выполнением полного анализа собственных значений потери устойчивости для каждой панели. Ограничения по потере устойчивости оцениваются в центре каждого элемента КЭМ.

Агрегирование ограничений

В работе применяется функция агрегирования Крайссельмейера—Штайнхаузера (KS-агрегирование) [12]. KS-функция использует экспоненциальное сглаживание и приближает максимум из набора значений. Классическая математическая формулировка дискретной и непрерывной форм KS-функции определяется как

$$KS(\rho) = \frac{1}{\rho} \ln \left(\sum_{i=1}^n e^{\rho g_i} \right); \quad (15)$$

$$KS(g, \rho) = \frac{1}{\rho} \ln \left(\frac{1}{\alpha} \int_{\Omega} e^{\rho g} d\Omega \right), \quad (16)$$

где g_i — значения i -го ограничения; ρ — параметр агрегирования; n — количество агрегируемых зна-

чений; g — функция ограничений по области Ω ; $\alpha > 0$ — нормализующий коэффициент.

В работе используется нормализованная форма, обеспечивающая численную стабильность и устойчивость вычислений:

$$KS(\rho) = \max g_i + \frac{1}{\rho} \ln \left(\sum_{i=1}^n e^{\rho(g_i - \max g_i)} \right); \quad (17)$$

$$KS(g, \rho) = k + \frac{1}{\rho} \ln \left(\frac{1}{\alpha} \int_{\Omega} e^{\rho(g-k)} d\Omega \right), \quad (18)$$

где k — произвольная константа.

Из представленных формул следует, что увеличение параметра агрегирования ρ повышает точность KS-функции, однако сопровождается ростом вычислительных затрат. В статье [18] исследовано влияние параметра ρ и рекомендовано оптимальное значение $\rho \approx 100$, обеспечивающее баланс между точностью и разумными затратами вычислительных ресурсов. Преимуществом KS-функции является дифференцируемость, что важно при использовании градиентных методов оптимизации.

Для учета всех ограничений используется несколько уровней агрегации KS, что позволяет уменьшить количество дорогостоящих связанных сопряженных решений. На первом этапе IRF для каждого режима отказа агрегируются в единое значение в каждой точке интегрирования. Затем полученные значения объединяются в одно результирующее значение для каждого конечного элемента панели. На заключительном этапе осуществляется агрегация значений элементов по всей расчетной области крыла.

Алгоритм решения оптимизационной задачи

В задачах многопараметрической оптимизации, характеризующихся значительным числом проектных переменных и ограничений, наиболее эффективным подходом является применение градиентных методов оптимизации [19]. Общий алгоритм решения задачи приведен на диаграмме XDSM (Extended Design Structure Matrix) [20] (рис. 2). На диаграмме блоки обозначают процессы моделирования и анализа. Алгоритм состоит из двух ключевых этапов: инициализации (процессы 1 и 2) и оптимизации (процессы 3–6). На этапе инициализации выполняется построение базовой геометрической трехмерной модели крыла (процесс 1) и разрабатывается КЭМ (процесс 2). На этапе оптимизации набор базовых проектных переменных передается оптимизатору (процесс 3), который обновляет значения проектных переменных и передает их в модуль конечно-элементного анализа (КЭА) (процессы 4 и 5). В КЭА выполняется численное моделирование (случай № 1 и № 2). Затем рассчитываются полные производные целевой функции (массы конструкции $m_{\text{констр.}}$) и обрабатываются функции линейных e и нелинейных g ограничений относительно проектных переменных (процесс 6). Оптимизатор получает рассчитанные значения и градиенты целевой функции и ограничений, выполняет вычисление алгоритма SLSQP (Sequential Least Squares Quadratic Programming), представленного программным комплексом OpenMDAO на языке Python. Обновленные проектные переменные передаются в очередной цикл вычислений. Данный алгоритм повторяется до тех пор, пока не будут выполнены условия оптимальности.

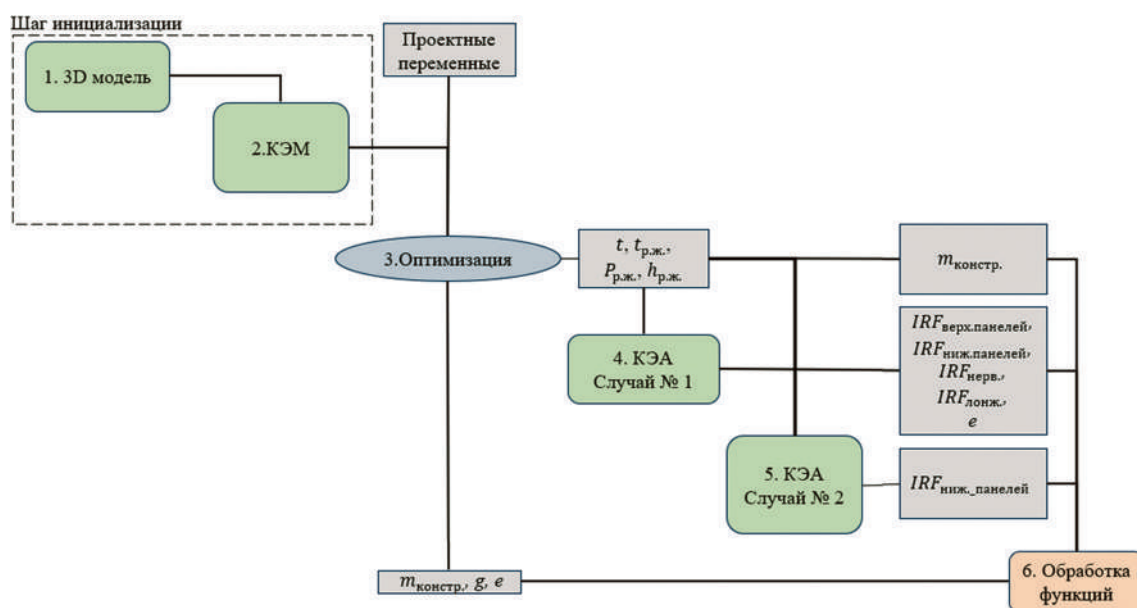


Рис. 2. Алгоритм задачи оптимизации

Объект оптимизации

Геометрическая модель крыла проектируемого СПС-2 [21] представлена на рис. 3. Крыло сложной конфигурации разделено на четыре части: корневую, концевую и две промежуточные. Концевая часть также является отъемной частью крыла (ОЧК). Полуразмах крыла — 10 м, корневая хорда крыла — 26,25 м, концевая хорда — 1,66 м, площадь крыла — 102,9 м².

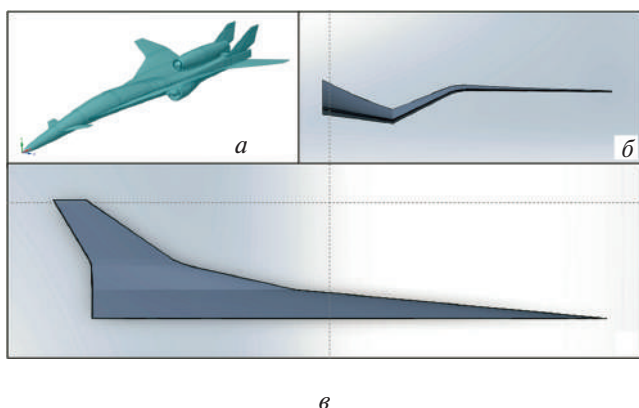


Рис. 3. Геометрическая модель крыла:

а — СПС-2;

б — изолированное крыло, вид спереди;

в — изолированное крыло в плане

Конструкция крыла включает 15 нервюр и 12 лонжеронов. При параметризации модель разбивается на 190 секций: 24 относятся к нервюрам, 68 — к лонжеронам, по 49 — к верхней и нижней панелям (рис. 4).

Расчетная сетка, представленная на рис. 5, состоит из 103160 элементов и 114714 узлов. Обшивки, стрингеры и лонжероны выполнены из композитного материала ВКУ-18тр, который является высокотемпературным углепластиком. Характеристики материала приведены в статье [22]. Схема укладки слоев композиционного материала — [0°, -45°, +45°, 90°]. Процентное соотношение соответствующих слоев для обшивок и стрингеров — [44%, 22%, 22%, 12%], для стенок лонжеронов — [10%, 35%, 35%, 20%]. Нервюры выполнены из алюминиевого сплава 1163Т.

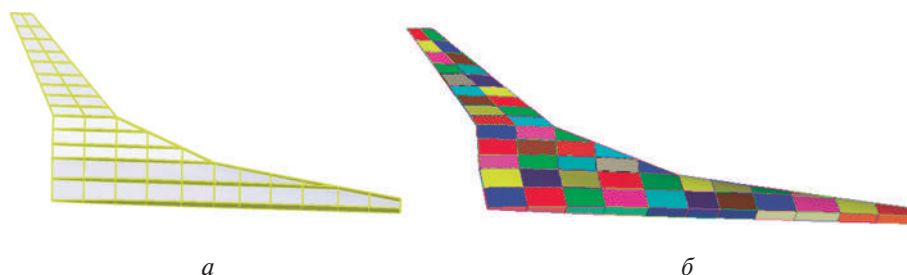


Рис. 4. Конструктивно-силовая схема крыла (а), членение крыла для параметризации(б)

Постановка задачи оптимизации

Целевой функцией задачи оптимизации является минимизация массы конструкции крыла. В качестве действующей нагрузки к верхним и нижним панелям приложена аэродинамическая нагрузка 370328 Н. Данная нагрузка увеличивается с точность до коэффициента безопасности $f=1,5$ и перегрузки, варьируемой в зависимости от случая нагружения.

В рамках рассматриваемой оптимизационной задачи анализируются два характерных режима нагружения конструкции крыла: случаи А и D [23].

- Случай А соответствует полету на большом угле атаки, при котором достигается максимальный коэффициент подъемной силы, с расчетной перегрузкой 2,5g.
- Случай D характеризуется криволинейным маневрированием с отрицательным коэффициентом подъемной силы и перегрузкой 1g.

Оба сценария представляют собой предельные условия эксплуатации, определяющие предельные нагрузки, возникающие в ходе маневрирования. Предполагается, что предельные нагрузки для нервюр, лонжеронов и верхних панелей крыла

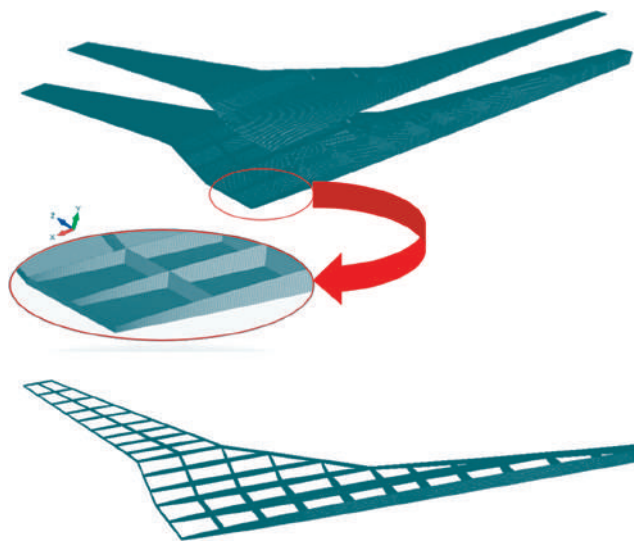


Рис. 5. КЭМ крыла СПС-2

возникают в расчетном случае А. Для нижних панелей крыла предельная нагрузка может возникнуть в случаях А и D.

Для обеспечения плавного изменения геометрических параметров смежных панелей вводятся соответствующие ограничения. Изменение толщин обшивки и ребер жесткости между соседними панелями ограничено 2,5 мм, а изменение высоты ребер жесткости — 10 мм. Дополнительно накладываются ограничения на размеры конструктивных элементов для всех панелей: отношение высоты к толщине стенки ребра жесткости $h_{р.ж}/t_{р.ж}$ должно находиться в диапазоне от 5 до 30, отношение толщины ребра жесткости к толщине обшивки $t_{р.ж}/t$ не должно превышать 15, шаг ребер жесткости — не менее удвоенной ширины полки $2w_{р.ж}$. Все ограничения, несмотря на их количество, являются линейными и эффективно обрабатываются алгоритмом SLSQP без необходимости повторного вычисления градиента.

Таким образом, задача оптимизации включает ограничения, перечисленные в табл. 1. Общее количество ограничений задачи оптимизации — 1293.

Таблица 1. Ограничения задачи оптимизации

Ограничение	Случай нагружения	Количество ограничений
$IRF_{\text{верх.панелей}} \leq 1$	A	1
$IRF_{\text{ниж.панелей}} \leq 1$	A, D	2
$IRF_{\text{нерв}} \leq 1$	A	1
$IRF_{\text{лонж}} \leq 1$	A	1
$ t_i - t_j \leq 2,5 \text{ мм}$	A	176
$ t_{р.ж i} - t_{р.ж j} \leq 2,5 \text{ мм}$	A	176
$ h_{р.ж i} - h_{р.ж j} \leq 10 \text{ мм}$	A	176
$t_{р.ж i} \leq 15 t_i$	A	190
$5 \leq h_{р.ж}/t_{р.ж} \leq 30$	A	380
$p_{р.ж} \geq 2w_{р.ж}$	A	190

В табл. 2 представлены проектные переменные. Для верхних, нижних панелей крыла и лонжеронов принимается неизменный шаг ребер жесткости по

длине крыла — $p_{\text{глоб.р.ж}}$. Общее количество проектных переменных — 609.

Результаты

Оптимизация проведена в программном комплексе TACS (The Toolkit for the Analysis of Composite Structures) на языке Python [24]. Для решения оптимизационной задачи потребовалось 976 итераций. На рис. 6 представлена история сходимости целевой функции к минимуму, демонстрирующая устойчивое снижение массы конструкции в процессе итерационного поиска оптимального решения. Рис. 7 демонстрирует сходимость агрегированных функций ограничений, что подтверждает соответствие конструкции заданным критериям прочности и устойчивости.

На рис. 8 изображено распределение IRF базовой конфигурации крыла для расчетных случаев А и D. Анализ данных показал, что первоначальная конструкция крыла обладает существенными резервами прочности и устойчивости, а значит, имеются возможности для ее дальнейшей оптимизации. Вследствие сложности геометрии крыла и заметного уменьшения строительной высоты наибольшие значения IRF наблюдаются в корневой зоне ОЧК, а также в корневой части крыла в зоне второго лонжерона. Вместе с тем концевая часть и носок корневой части крыла имеют наименьшие значения IRF.

После решения оптимизационной задачи получена оптимальная конфигурация крыла. Результаты оптимизации представлены на рис. 9. Равномерное распределение значений IRF свидетельствует о более рациональном использовании материала и уменьшении массы конструкции при выполнении требований прочности и устойчивости.

Рассмотрим эквивалентные толщины конструктивных элементов, которые определяются по формуле

$$t_{\text{экв}} = t + \frac{F_{\text{р.ж}}}{P_{\text{р.ж}}}. \quad (19)$$

Таблица 2. Проектные переменные

Проектные переменные	Компоненты	Количество	Граничные условия, мм	Начальное значение, мм
t	Верхние панели, нижние панели, нервюры, лонжероны	190	$2 \leq t \leq 50$	18
$t_{р.ж}$	Верхние панели, нижние панели, нервюры, лонжероны	190	$2 \leq t_{р.ж} \leq 50$	20
$h_{р.ж}$	Верхние панели, нижние панели, нервюры, лонжероны	190	$25 \leq h_{р.ж} \leq 175$	70
$p_{р.ж}$	Нервюры	24	$80 \leq p_{р.ж} \leq 500$	150
$p_{\text{глоб. р.ж}}$	Верхние панели, нижние панели, лонжероны	15	$80 \leq p_{\text{глоб.р.ж}} \leq 500$	150

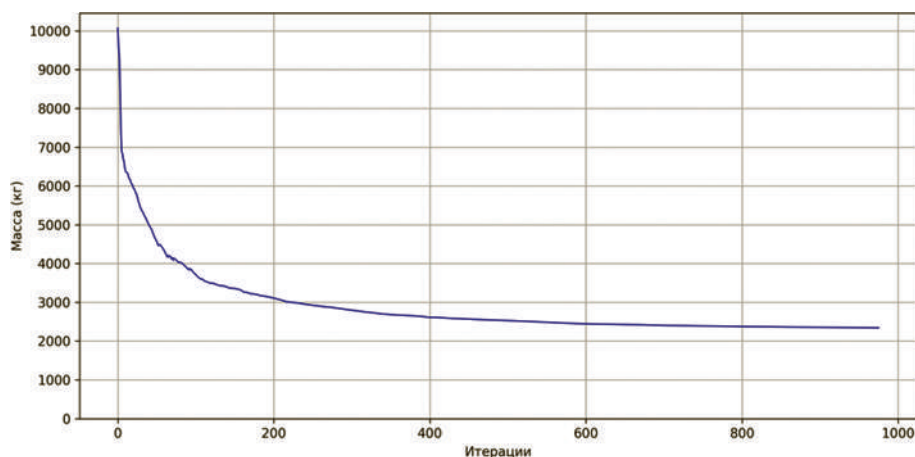


Рис. 6. Сходимость целевой функции к минимуму

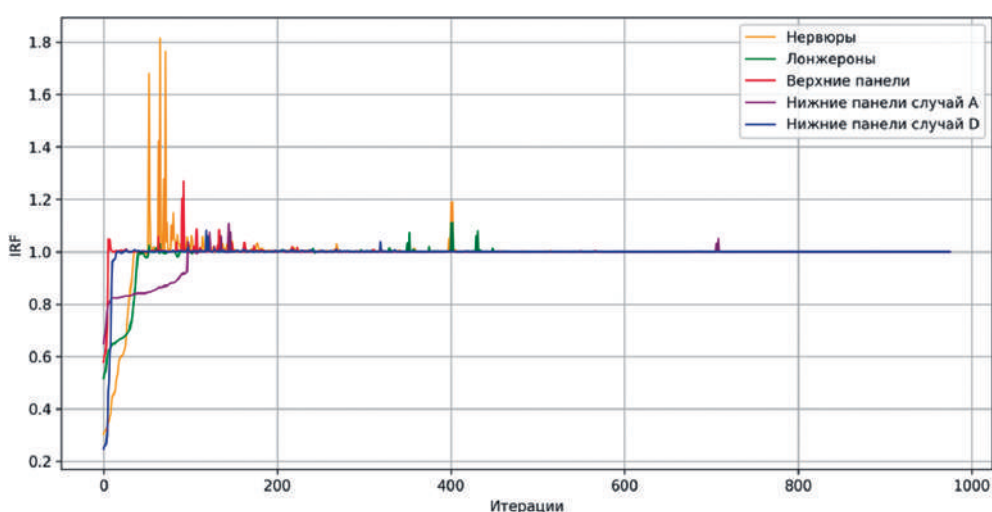


Рис. 7. Сходимость агрегированных функций ограничений

Анализ распределения эквивалентных толщин панелей, нервюр и лонжеронов крыла, представленных на рис. 10, подтверждает исключение избыточных запасов прочности в локальных областях конструкции в результате оптимизации.

Выводы

Выполнена оптимизация конструкции крыла СПС-2 с использованием конструктивно-анизотропной модели. Оптимизация осуществлена с целью минимизации массы конструкции при удовлетворении требований прочности и устойчивости.

Представленная методика позволяет учесть критические случаи отказа конструкции, включая локальную и глобальную формы потери устойчивости. Применение подхода многоуровневого агрегирования Крайссельмейера–Штайнхаузера обеспечивает высокую точность при снижении вычислительных затрат. Использование градиентных методов оптимизации способствует быстрому на-

хождению оптимальных параметров конструкции при большом количестве проектных переменных и ограничений. При оптимизации конструкции рассматриваются несколько случаев нагружения.

Проведенный численный эксперимент показал, что предложенный подход к оптимизации конструкции композитного крыла СПС-2 позволяет уменьшить массу при выполнении требований прочности и устойчивости.

Список источников

1. Kozelkov A.S., Strelets D.Yu., Sokuler M.S., et al. Application of Mathematical Modeling to Study Near-Field Pressure Pulsations of a Near-Future Prototype Supersonic Business Aircraft // Journal of Aerospace Engineering. 2022. Vol. 35. No. 1. DOI: 10.1061/(ASCE)AS.1943-5525.0001373
2. Горбовской В.С., Кажан А.В., Кажан В.Г. и др. Расчетные исследования тяговых характеристик сопла сверхзвукового пассажирского самолета с помощью методов вычислительной газовой динамики // Вестник

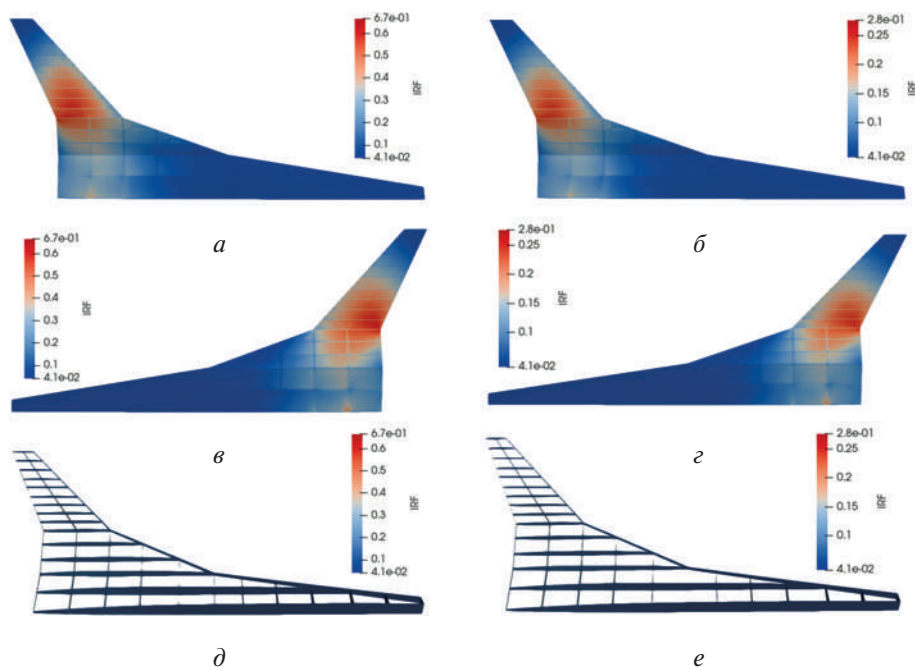


Рис. 8. Распределение IRF базовой конфигурации крыла:

- a* – верхние панели крыла, случай нагружения А;
- б* – верхние панели крыла, случай нагружения D;
- в* – нижние панели крыла, случай нагружения А;
- г* – нижние панели крыла, случай нагружения D;
- д* – лонжероны и нервюры, случай нагружения А;
- е* – лонжероны и нервюры, случай нагружения D

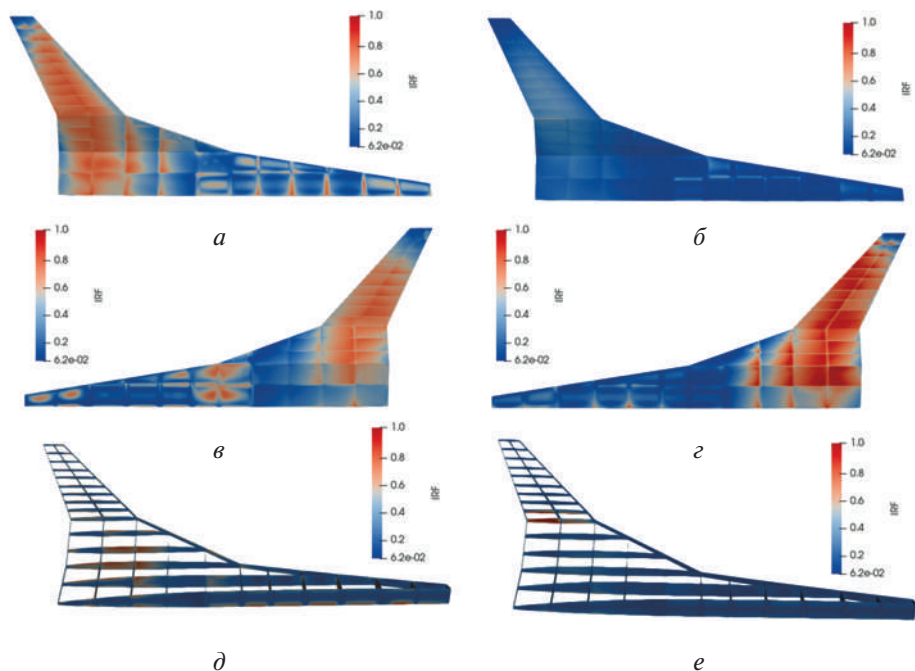


Рис. 9. Распределение IRF оптимальной конфигурации крыла:

- a* – верхние панели крыла, случай нагружения А;
- б* – верхние панели крыла, случай нагружения D;
- в* – нижние панели крыла, случай нагружения А;
- г* – нижние панели крыла, случай нагружения D;
- д* – лонжероны и нервюры, случай нагружения А;
- е* – лонжероны и нервюры, случай нагружения D

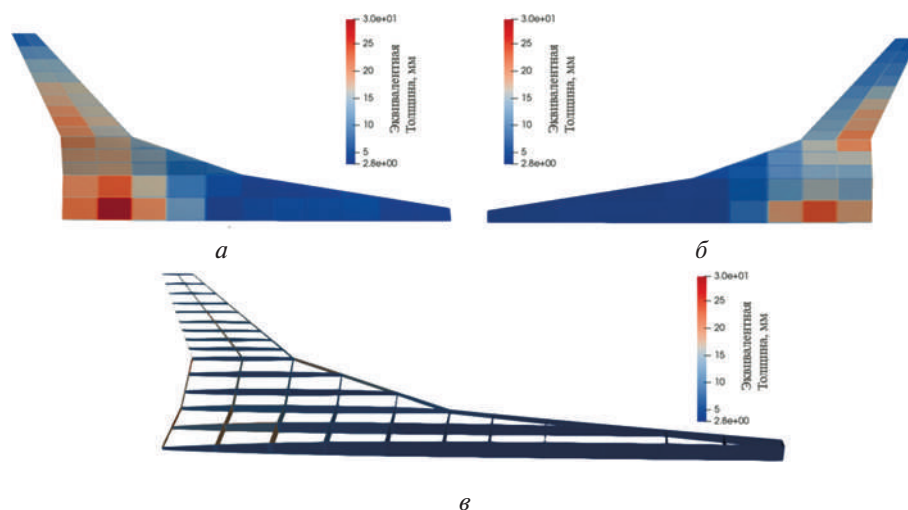


Рис. 10. Распределение эквивалентных толщин:

a — верхние панели крыла; *б* — нижние панели крыла;
в — нервюры и лонжероны

- Московского авиационного института. 2019. Т. 26. № 4. С. 7–16. DOI: 10.34759/vst-2019-4-7-16
3. Dukhnovskiy D.A., Lobkovskiy I.I., Strelets D.Y. Parametric Analysis of Design Characteristics of Supersonic Passenger Aircraft // In book: Strelets D.Y., Korsun O.N. (eds) Recent Developments in High-Speed Transport. Springer, Singapore: Springer Aerospace Technology, 2023, pp. 171–183. DOI: 10.1007/978-981-19-9010-6_15
 4. Азиков Н.С., Алипов А.Е., Косарев В.А. Проектирование подкрепленных композитных панелей // Авиационная промышленность. 2013. № 3. С. 35–39.
 5. Бадрухин Ю.И., Терехова Е.С. Рациональное проектирование тонкостенных несущих панелей из слоистого композита при комбинированном нагружении // Вестник Московского авиационного института. 2023. Т. 30. № 4. С. 130–139. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=177614>
 6. Бойцов Б.В., Гавва Л.М. Параметрический анализ напряженно-деформированного состояния конструктивно-анизотропных панелей из композиционных материалов. Математическая модель // Качество и жизнь. 2017. № 2(14). С. 84–89.
 7. Митрофанов О.В. Проектирование несущих панелей авиационных конструкций по закритическому состоянию. М.: Изд-во МАИ, 2020. 160 с.
 8. Nemeth M.P. A Treatise on Equivalent-Plate Stiffnesses for Stiffened Laminated-Composite Plates and Plate-Like Lattices. Nasa Technical Reports Server, 2013. 154 p.
 9. Богданович А.Е., Кошкина Т.Б. Выпучивание цилиндрической оболочки с кольцевыми ребрами жесткости при осевой динамической нагрузке // В кн.: Электродинамика и механика сплошных сред. Применение численных методов: Межвуз. сб. науч. тр. Рига: Изд-во ЛГУ, 1981. С. 103–122.
 10. Slinchenko D., Verijenko V.E. Structural analysis of composite lattice shells of revolution on the basis of smearing stiffness // Composite Structures. 2001. Vol. 54. No. 2-3, pp. 341–348. DOI: 10.1016/S0263-8223(01)00108-8
 11. Погорелов В.И. Строительная механика тонкостенных конструкций. СПб.: БХВ-Петербург, 2007. 528 с.
 12. Kreisselmeier G., Steinhauser R. Application of Vector Performance Optimization to a Robust Control Loop Design for a Fighter Aircraft // International Journal of Control. 1983. Vol. 37. No. 2, pp. 251–284.
 13. Kennedy G.J., Kenway G.K.W., Martins J.R.R.A. High Aspect Ratio Wing Design: Optimal Aerostructural Tradeoffs for the Next Generation of Materials // 52nd Aerospace Sciences Meeting (13–17 January 2014; National Harbor, Maryland). DOI: 10.2514/6.2014-0596
 14. Васильев В.В., Тарнопольский Ю.М. (ред.). Композиционные материалы: Справочник. М.: Машиностроение, 1990. 512 с.
 15. Муйземнек А.Ю., Карташова Е.Д. Механика деформирования и разрушения полимерных слоистых композиционных материалов: Учебное пособие. Пенза: Изд-во ПГУ, 2017. 56 с.
 16. Tsai S.W.W., Wu E.M. A general theory of strength for anisotropic materials // Journal of Composite Materials. 1971. Vol. 5. No. 1, pp. 58–80. DOI: 10.1177/002199837100500106
 17. Stroud W.J., Agranoff N. Minimum-mass design of filamentary composite panels under combined loads: Design procedure based on simplified buckling equations. Technical Report NASA TN D-8257. NASA Langley Research Center, Hampton, VA, 1976.
 18. Lambe A.B., Kennedy G.J., Martins J.R.R.A. An evaluation of constraint aggregation strategies for wing box mass minimization // Structural and Multidisciplinary Optimization. 2017. Vol. 55. No. 1, pp. 257–277. DOI: 10.1007/s00158-016-1495-1

19. Peter J.E.V., Dwight R.P. Numerical Sensitivity Analysis for Aerodynamic Optimization: A Survey of Approaches // *Computers & Fluids*. 2010. Vol. 39. No. 3, pp. 373–391. DOI: 10.1016/j.compfluid.2009.09.013
20. Lambe A.B., Martins J.R.R.A. Extensions to the design structure matrix for the description of multidisciplinary design, analysis, and optimization processes // *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2012. Vol. 46, pp. 273–284. DOI: 10.1007/s00158-012-0763-y
21. Strelets D.Yu., Lavrishcheva L.S., Staroverov N.N., et al. Procedure for Three-Dimensional Parametric Optimization of the Aerodynamic Layout of a Supersonic Passenger Aircraft Using Flypoint Parametrica // *Russian Engineering Research*. 2024. Vol. 44, pp. 1433–1440. DOI: 10.3103/S1068798X24702551
22. Гуляев Г.М., Чурсова Л.В., Комарова О.А. и др. Конструкционные полимерные угленаноккомпозиты — новое направление материаловедения // *Все материалы. Энциклопедический справочник*. 2011. № 12. С. 2–9.
23. Ченурных И.В. Прочность конструкций летательных аппаратов: Учебное пособие. Комсомольск-на-Амуре: Изд-во КНАГТУ, 2013. 137 с.
24. Kennedy G.J., Martins J.R.R.A. A parallel finite-element framework for large-scale gradient-based design optimization of high-performance structures // *Finite Elements in Analysis and Design*. 2014. Vol. 87, pp. 56–73. DOI: 10.1016/j.finel.2014.04.011

References

1. Kozelkov AS, Strelets DY, Sokuler MS, et al. Application of Mathematical Modeling to Study Near-Field Pressure Pulsations of a Near-Future Prototype Supersonic Business Aircraft. *Journal of Aerospace Engineering*. 2022;35(1). DOI: 10.1061/(ASCE)AS.1943-5525.0001373
2. Gorbovskoi VS, Kazhan AV, Kazhan VG, et al. Numerical studies of nozzle thrust characteristics of supersonic civil aircraft by computational gas dynamics method. *Aerospace MAI Journal*. 2019;26(4):7–16. (In Russ.). DOI: 10.34759/vst-2019-4-7-16
3. Dukhnovskiy DA, Lobkovskiy II, Strelets DY. Parametric Analysis of Design Characteristics of Supersonic Passenger Aircraft. In book: *Strelets DY, Korsun ON. (eds) Recent Developments in High-Speed Transport*. Springer, Singapore: Springer Aerospace Technology; 2023. p. 171–183. DOI: 10.1007/978-981-19-9010-6_15
4. Azikov NS, Alipov AE, Kosarev VA. Designing of stiffened composite panels. *Aviation Industry*. 2013(3):35–39. (In Russ.).
5. Badrukhin YI, Terekhova ES. Rational design of thin-walled load-bearing laminated composite panels under combined loading. *Aerospace MAI Journal*. 2023;30(4):130–139. (In Russ.). URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=177614>
6. Boytsov BV, Gavva LM. The parametrical analysis of the intense deformed condition of constructive and anisotropic panels from the composite materials. Mathematical model. *Quality and life*. 2017;14(2):84–89. (In Russ.).
7. Mitrofanov OV. *Design of the aircraft load-bearing panels structures by the postcritical state*. Moscow: MAI; 2020. 160 p. (In Russ.).
8. Nemeth MP. *A Treatise on Equivalent-Plate Stiffnesses for Stiffened Laminated-Composite Plates and Plate-Like Lattices*. Nasa Technical Reports Server; 2013. 154 p.
9. Bogdanovich AE, Koshkina TB. Buckling of a cylindrical shell with annular stiffeners under axial dynamic load. In: *Electrodynamics and Continuum Mechanics. Application of numerical methods: Interuniversity collection of articles*. Riga: LSU; 1981. p. 103–122. (In Russ.).
10. Slinchenko D, Verijenko VE. Structural analysis of composite lattice shells of revolution on the basis of smearing stiffness. *Composite Structures*. 2001;54(2–3):341–348. DOI: 10.1016/S0263-8223(01)00108-8
11. Pogorelov VI. *Construction mechanics of thin-walled structures*. St. Petersburg: BHV-Petersburg; 2007. 528 p. (In Russ.).
12. Kreisselmeier G., Steinhauser R. Application of Vector Performance Optimization to a Robust Control Loop Design for a Fighter Aircraft. *International Journal of Control*. 1983;37(2): 251–284.
13. Kennedy GJ, Kenway GKW, Martins JRR. A. High Aspect Ratio Wing Design: Optimal Aerostructural Tradeoffs for the Next Generation of Materials. *52nd Aerospace Sciences Meeting (January 13–17, 2014; National Harbor, Maryland)*. DOI: 10.2514/6.2014-0596
14. Vasiliev VV, Tarnopolsky YuM. (ed) *Composite materials: A reference book*. Moscow: Mashinostroenie; 1990. 512 p. (In Russ.).
15. Muizemnek AYU, Kartashova ED. *Mechanics of deformation and fracture of polymer layered composite materials: A textbook*. Penza: PSU; 2017. 56 p. (In Russ.).
16. Tsai SWW, Wu EM. A general theory of strength for anisotropic materials. *Journal of Composite Materials*. 1971;5(1):58–80. DOI: 10.1177/002199837100500106
17. Stroud WJ, Agranoff N. *Minimum-mass design of filamentary composite panels under combined loads: Design procedure based on simplified buckling equations*. Technical Report NASA TN D-8257. NASA Langley Research Center, Hampton, VA, 1976.
18. Lambe AB, Kennedy GJ, Martins JRR. An evaluation of constraint aggregation strategies for wing box mass minimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2017;55(1):257–277. DOI: 10.1007/s00158-016-1495-1
19. Peter JEV, Dwight RP. Numerical Sensitivity Analysis for Aerodynamic Optimization: A Survey of Approaches. *Computers & Fluids*. 2010;39(3):373–391. DOI: 10.1016/j.compfluid.2009.09.013

20. Lambe AB, Martins JRRA. Extensions to the design structure matrix for the description of multidisciplinary design, analysis, and optimization processes. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2012;46:273–284. DOI: 10.1007/s00158-012-0763-y
21. Strelets DYU, Lavrishcheva LS, Staroverov NN, et al. Procedure for Three-Dimensional Parametric Optimization of the Aerodynamic Layout of a Supersonic Passenger Aircraft Using Flypoint Parametrica. *Russian Engineering Research*. 2024;44:1433–1440. DOI: 10.3103/S1068798X24702551
22. Gunyaev GM, Chursova LV, Komarova OA, et al. *Structural polymer carbon nanocomposites – a new direction in materials science. All materials. An encyclopedic reference book*. 2011;12:2-9. (In Russ.).
23. Chepurnykh IV. *Structural strength of aircraft: A textbook*. Komsomolsk-on-Amur: KnAGTU; 2013. 137 p. (In Russ.).
24. Kennedy GJ, Martins JRRA. A parallel finite-element framework for large-scale gradient-based design optimization of high-performance structures. *Finite Elements in Analysis and Design*. 2014;87:56–73. DOI: 10.1016/j.finel.2014.04.011

Статья поступила в редакцию / Received 21.05.2025
Одобрена после рецензирования / Revised 17.06.2025
Принята к публикации / Accepted 19.06.2025