Тепловые процессы в технике. 2024. Т. 16. № 7. С. 303–313 Thermal processes in engineering, 2024, vol. 16, no. 7, pp. 303–313

Научная статья УДК 621-438.082

Метод явного построения профиля турбинной решётки

А.А. Волков¹, А.С. Соколова¹[∞], Ю.А. Дружкова¹

 $^{1}ПАО$ «ОДК-Кузнецов», Самара, Россия aa.volkov@uec-kuznetsov.ru, \square aleksandrasokolova2@gmail.com, yuliadruzhkova00@gmail.com

Аннотация. Представлен обзор существующих методов построения профиля лопатки осевой турбины, отмечены их достоинства и недостатки. Для некоторых из методов приведен алгоритм построения профиля. Существующие методы построения профиля базируются на 5 контрольных точках и касательных в них. Рассматривается метод формирования профиля лопатки осевой турбины. Предлагаемый метод базируется на введении нового геометрического параметра – угол отгиба входной кромки. Применение данного параметра совместно с общепризнанными параметрами профиля позволяет однозначно определять геометрию профиля. Показано, что разработанный метод позволяет гибко управлять распределением кривизны спинки и корытца профиля для заданных геометрических параметров профиля.

Ключевые слова: профиль лопатки, турбина, решётка турбины, метод построения профиля, параметры профиля, рациональная кривая Безье, кривизна профиля

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Самарской области.

Для цитирования. Волков А.А., Соколова А.С., Дружкова Ю.А. Метод явного построения профиля турбинной решётки // Тепловые процессы в технике. 2024. Т. 16. № 7. С. 303–313. URL: https://tptmai.ru/publications.php?ID=182786

Original article

The method of explicit construction of the turbine cascades

A.A. Volkov¹, A.S. Sokolova¹, Y.A. Druzhkova¹

¹JSC Kuznetsov, Samara, Russia

aa.volkov@uec-kuznetsov.ru, ^{\Zeq}aleksandrasokolova2@gmail.com, yuliadruzhkova00@gmail.com

Abstract. An overview of existing methods for constructing the profile of an axial turbine blade is presented, their advantages and disadvantages are noted. An algorithm for building a profile is given for some of the methods. The existing methods of profile construction are based on 5 control points and tangents in them. The method of forming the profile of an axial turbine blade is considered. The proposed method is based on the introduction of a new geometric parameter – the angle of bending of the leading edge. The use of this parameter in conjunction with generally recognized profile parameters allows you to uniquely determine the profile geometry. It's shown that the developed method allows flexibly controlling the distribution of curvature of the backrest and trough of the profile for the specified geometric parameters of the profile.

[©] Волков А.А., Соколова А.С., Дружкова Ю.А., 2024

Keywords: blade profile, turbine, turbine grid, profile construction method, profile parameters, rational Bezier curve, profile curvature

Funding. The work was carried out with the financial support of the Ministry of Education and Science of the Samara region.

For citation. Volkov A.A., Sokolova A.S., Druzhkova Y.A. The method of explicit construction of the turbine cascades. *Thermal processes in engineering*. 2024, vol. 16, no. 7, pp. 303–313. (In Russ.). URL: https://tptmai.ru/publications.php?ID=182786

Введение

Развитие методов профилирования выполнялось с момента появления паровых турбин. Схематично развитие методов профилирования с течением времени показано на рис. 1.



Рис. 1. Развитие методов профилирования осевых турбин

Построение профиля лопатки турбины оказывает прямое влияние на уровень эффективности турбины. Однако на данный момент не существует метода построения, который однозначно определял бы геометрические параметры профиля: часть параметров получается только после построения кривых профиля, в частности спинки. Построение спинки профиля, как правило, выполняется из желаемого распределения кривизны, в результате несколько из параметров профиля определяются типом кривой, описывающей профиль. Кроме того, в существующих методах построения в явном виде не присутствуют параметры кривизны кривой, либо изменение кривизны ограничено. Разработка метода, позволяющего однозначно определять параметры профиля и иметь возможность определять кривизну профиля параметрами, а также гибко её изменять, позволит не только получать профиля лопаток турбины, обладающие высокой аэродинамической эффективностью, но и разработать регрессионные модели для выбора параметров с целью сокращения сроков проектирования.

Анализ существующих работ в данном направлении

В наиболее раннем источнике [5] (1956 г.) из рассмотренных [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16], приведена следующая последовательность построения профиля (рис. 2).



Рис. 2. Схема к описанному алгоритму в [5]

1. Задается толщина выходной кромки d = 0,8...1,5 мм, строятся окружности скругления выходных кромок двух соседних профилей (на расстоянии заданного шага решетки t) и проводится касательная к вогнутой стороне профиля в точке E под углом $\beta_E = \beta_2$.

Если задана ширина решётки, то предварительно по формуле (1) определяется шаг решётки *t*.

$$C_n = 2 \times \frac{t}{s} \times \frac{\sin(\beta_1 + \beta_2) \times \sin\beta_2}{\sin\beta_1} = 0.8 \dots 1.2,$$
 (1)

где *С_n* – коэффициент нагрузки;

S – ширина решётки;

 β_1 – угол потока на входе в решётку;

 β_2 – угол потока на выходе из решётки.

2. Определяется по формулам (2) или (3) ширина узкого сечения *а* и строится окружность в узком сечении

$$\beta_2 = \arcsin\frac{a}{t} + \Delta\beta_2, \qquad (2)$$

где при $\beta_2 \le 45$ по экспериментальным данным поправка $\Delta \beta_2 = 1^{\circ} \dots 3^{\circ}$.

$$tg\beta_2 = \frac{a}{t \times \cos\beta_k},\tag{3}$$

где β_k – угол касательной к спинке профиля в узком сечении.

3. Подбираются касательные к профилю в точках *B* и *K* так, чтобы при $\lambda_2 < 0,85$ были выполнены условия $R_{Bmin} = 3a$ – радиус кривизны среза спинки, а при $\lambda_2 > 0,85$ – условие $\beta_B = \frac{\beta_K + \beta_2}{2} - (6^\circ \dots 10^\circ).$

4. Определяются ширина решётки *S* (формула (1)) и угол установки профиля γ по формуле (4), выбирается точка *A* и проводится касательная в ней под углом $\beta_A = \beta_1$.

$$\gamma = 48 - 40 \times \frac{\beta_2}{\beta_1} + 2 \times \frac{\beta_1}{\beta_2} \pm 4^{\circ}$$
 (4)

5. В точке *A* строится касательная окружности дуга радиуса $R_{Amin} = (3...4) \times a$ и проводится ориентировочно (от руки) плавная кривая спинки, имеющая уже известные касательные в точках *A*, *K* и *B*. В случае решётки активного типа на средней части кривой спинки подбирается дуга, окружности радиуса R_{CII} . Затем кривая спинки сглаживается, для чего касательная *AC* разбивается на равные отрезки, и проводятся промежуточные касательные из условия равномерной разбивки на отрезки касательной *BC*.

6. Строится входная кромка, для чего выбирается радиус её скругления *r*. Окружности радиусов *r* и R_{\min} соединяются плавной кривой. В решётке активного типа проверяется ширина входного сечения $a1 > (1,05...1,10) \times a$.

7. Проводится кривая вогнутой поверхности, касательная к окружности входной кромки в точке *D* и к своей касательной в точке *E*. В случае активной решётки эта кривая в средней части проводится окружностью наибольшего возможного радиуса из того же центра, что и средняя часть кривой спинки.

8. Проверяется распределение скорости в межлопаточном канале и в случае необходимости исправляется форма канала. Следует отметить, что при необходимости относительный шаг решётки t/S и угол установки профиля γ по сравнению с ранее определенными могут быть изменены.

Из представленного алгоритма видно, что построение профиля выполнялось от руки в соответствии с рекомендациями к прохождению кривых через контрольные точки профиля. Критерием оценки качества получившегося профиля служило распределение изоэнтропической скорости в межлопаточном канале, которое рассчитывалось с применением специальных графиков после построения профиля. Данный метод несмотря на трудоемкость позволяет выполнять профилирование лопаток турбин, но требует высокой квалификации от специалиста, и относительно большого количества времени на построение профиля (от 1 часа и более).

Стремление автоматизировать, ускорить и усовершенствовать процесс профилирования привело к развитию так называемых аналитических методов профилирования. Важным этапом развития методов прямого профилирования решеток турбин стало появление метода доминирующей кривизны. Данный метод, в совокупности с полученными к тому времени регрессионными зависимостями для определения геометрических параметров профиля [2] и, следовательно, контрольных точек, необходимых для построения, позволяет по заданному распределению кривизны выполнить построение кривой участка среза (S1–S2), спинки (S2–S3) и корытца (K1–K3) (рис. 3).



Рис. 3. Схема профиля для метода доминирующей кривизны

Алгоритм метода состоит из следующих пунктов [11].

1. Определение геометрических параметров профиля с использованием регрессионных зависимостей [2]. Построение контрольных точек профиля. В контрольных точках также известны направления касательных (рис. 4).



Рис. 4. Контрольные точки и касательные в них для метода доминирующей кривизны

2. По заданному распределению кривизны профиля выполняется построение кривой спинки (рис. 5). Особенности задания ломаной кривизны подробно описаны в [11].



Рис. 5. Построение спинки профиля

3. Для заданного значения относительного положения максимальной толщины определяется точка на спинке, касательная к окружности максимальной толщины. Нормально данной точке откладывается отрезок с величиной равной максимальной толщине, таким образом становятся известны координаты точки максимальной толщины касательной корытцу (рис. 6).

4. По заданному распределению кривизны корытца профиля выполняется построение кривой корытца (рис. 7).

5. Выполняется построение входных и выходных кромок. В качестве кривых для описания кромок используются окружности. В данном случае сопряжение с кривыми спинки и корытца выполняется исходя из равенства касательных в точках сопряжения. Результат построения профиля методом доминирующей кривизны приведен на рис. 8.



Рис. 6. Определение точки максимальной толщины касательной к кривой корытца



Рис. 7. Построение корытца профиля



Рис. 8. Профиль, построенный по методу доминирующей кривизны

Метод доминирующей кривизны в совокупности с регрессионными зависимостями для определения геометрических параметров профиля позволяет в автоматическом режиме получать профиль по заданным значениям углов на входе и выходе из венца. Данный метод позволяет сформировать рекомендации по распределению кривизны, получать профиля с высокой аэродинамической эффективностью. Однако, задание кривизны в виде ломанной и выбранная топология для построения профиля ограничивают возможные варианты профилей турбин.

Широкое распространение получила геометрическая модель турбинного профиля с 11 параметрами, метод построения профиля по такой модели очень часто именуют методом Притчарда [13] (рис. 9).



Figure 1. The Eleven Independent Geometric Parameters,

Рис. 9. Схема профиля в методе Притчарда [13]

Построение профиля по данному методу на начальном этапе похоже на метод доминирующей кривизны – определяются контрольные точки профиля и касательные в них. Затем между 5 контрольными точками профиля проводятся кривые: для участка от горла до выходной кромки – дуга окружности, на всех остальных участках полином 3-й степени (рис. 10). Особенностью данного метода является то, что максимальная толщина не задается, а получается в результате построения. Метод можно, без затруднений, модифицировать на задание максимальной толщины. Данный метод в отличие от метода доминирующей кривизны не требует решения уравнения кривизны кривой для нахождения точек, поэтому можно без затруднений его повторить, и, вероятно, поэтому метод Притчарда получил широкое распространение.



Рис. 10. Типы кривых в методе Притчарда

Недостатком метода является скачок кривизны в местах соединения кривых, кроме того, применение полинома 3-й степени на участке спинки от входной кромки до точки горла при увеличении изгиба профиля будет приводить к «выпячиванию» кривой спинки и увеличению диффузорности на входном участке (рис. 11).



Рис. 11. Межлопаточный канал по методу Притчарда

Дальнейшее развитие методов прямого профилирования характеризуется использованием кривых Безье для построения профиля [14, 15, 16] (рис. 12).



Рис. 12. Схема профиля в работе [16]

Применение кривой Безье с точки зрения профилирования позволило локально управлять распределением кривизны профиля, что было затруднительно при использовании, например, метода доминирующей кривизны.

Кроме того, развитие вычислительной техники позволило не ограничиваться малым количеством контрольных точек для кривой Безье, что в некоторой степени расширило возможные варианты профилей, но при этом малое внимание было уделено унификации количества контрольных точек профиля, в результате чего получаемые варианты профилей имеют различное количество параметров и не могут быть обобщены для разработки рекомендаций по профилированию.

В отдельную группу прямых методов выделяют методы построения от средней линии профиля, в целом данные методы получили свое развитие с применением кривых Безье [15]. Недостатком данных методов является возможное изменение количества контрольных точек, определяющих толщину профиля, и как следствие сложность разработки рекомендации по численным значениям параметров.

Резюме по методам профилирования

Следствием относительной «свободы» в выборе кривизны профиля аналитическое профилирование выполнялось различными кривыми: лемнискаты, гиперболические спирали, полиномы высоких порядков, дуги окружностей. Наиболее часто встречающиеся в литературе методы построения профилей представлены на рис. 13.

Рассмотрение методов построения показало, что все существующие методы опираются на построение 5 контрольных точек и вычисления значения касательных в них (рис. 14 *a*).

Это точки входной (точки 3 и 4) и выходной (точки 1 и 5) кромок, которые определяются при известных лопаточных углах входа и выхода, углах заострения, радиусов кромок, хорды профиля, и угла установки. Также при известном шаге и эффективном угле определяется точка горла профиля (точка 2). Построение максимальной толщины, если она задана, выполняется после построения спинки профиля при задании относительного положения максимальной толщины (рис. 14 δ). В дальнейшем изложении, для удобства, вводится термин топология профиля.

Под топологией понимается совокупность контрольных точек профиля и касательных в них. Данная топология построения профиля (рис. 14 а) оставляет «свободным» параметр смещения максимальной толщины перпендикулярно хорде профиля: уст. Таким образом, геометрические параметры профиля, в частности смещение максимальной толщины перпендикулярно хорде зависит от типа кривой, которая будет выбрана на участке спинки от входной кромки до горла. Кроме того, выбранный тип кривой определяет под каким углом максимальная толщина будет касаться кривой на данном участке. То есть данная топология (рис. 14 а) не определяет все параметры профиля однозначно, некоторые из них, напрямую зависят от типа кривой, которая будет использована при профилировании.



Рис. 13. Наиболее часто встречающиеся в литературе методы построения профилей: a – метод Притчарда [13]; δ – метод доминирующей кривизны [11]; e – метод «кривых Безье» [14]; e – метод лемнискат [7]; ∂ – Метод гиперболических спиралей [2]; e – метод с применением полиномов различного порядка [4]



Рис. 14. Существующая топология для построения профиля: *a* – контрольные точки профиля; *б* – построение максимальной толщины

Характерные области течения в межлопаточном канале решётки

Рассмотрение течения в межлопаточном канале позволяет выделить 3 характерные области на спинке и 2 характерные области на корытце профиля турбинной реактивной решетки (рис. 15).

Область 1 – это область большой кривизны на спинке. В данной области поток разгоняется и поворачивается. Область 1 можно разделить на 2 участка точкой перегиба:

Область 1.1 – это область до точки перегиба, здесь происходит интенсивное изменение лопаточного угла.

Область 1.2 – это область после точки перегиба, это участок до горла, здесь изменение лопаточного угла происходит менее интенсивно.



Рис. 15. Характерные области в межлопаточном канале осевой турбины

Область 2 – это область большой кривизны на корытце. В данной области поток разгоняется и поворачивается интенсивно.

Область 3 – это область малой кривизны на корытце. В данной области поток разгоняется и поворачивается умеренно.

Область 4 — это область малой кривизны на спинке. Это область после горла решётки. Для околозвуковых и трансзвуковых решёток стремятся описывать спинку в данной области линией близкой к прямой, либо прямой линией.

Разработка метода явного построения профиля

Исходя из рассмотрения существующей топологии построения профиля турбинной решётки, а также исходя из характерных областей, которые можно выделить в межлопаточном канале турбинной решётки, была сформирована новая топология построения профиля. Ключевой особенностью новой топологии построения профиля является введение нового геометрического параметра профиля: угол отгиба входной кромки (ε) – это угол между касательной к входной кромке на спинке и касательной к максимальной толщине на спинке (рис. 16). Введение данного параметра при известных остальных геометрических параметрах позволяет однозначно определить положение 7 контрольных точек и касательных в них, определяющих топологию профиля (рис. 17).

Для определения точек 1...7 представленных на рис. 17 требуется 15 параметров профиля, представленных в табл. 1.



Рис. 16. Новый параметр турбинного профиля



Рис. 17. Контрольные точки новой топологии

Топология профиля формируется исходя из следующего предположения. Предполагается, что точки между собой соединены основанием трапеции, тогда верхнее основание может быть найдено при известных углах боковых сторон и высоте.

Углы при боковых сторонах находятся исходя из параметров профиля, представленных в табл. 1. Верхнее основание трапеции определяется из предположения того, что средняя линия равна 2/3 от нижнего основания.

N₂	Наименование	Обозначение	Размерность
1	Шаг	t MM	
2	Хорда	b	MM
3	Лопаточный (конструктивный) угод на входе	β_{1k}	град
4	Лопаточный (конструктивный) угол на выходе	β_{2k}	град
5	Эффективный угол на выходе	$eta_{2 i \phi}$	град
6	Угол установки	γ	град
7	Угол заострения на входе	<i>w</i> ₁	град
8	Угол заострения на выходе	<i>W</i> ₂	град
9	Угол отгиба входной кромки	Е	град
10	Угол отгиба выходной кромки	δ	град
11	Радиус входной кромки	$r_{\rm BX}$	ММ
12	Радиус выходной кромки	$r_{\rm BMX}$	MM
13	Положение максимальной толщины профиля вдоль хорды	x _{cm}	_
14	Положение максимальной толщины профиля перпен- дикулярно хорде	У _{ст}	-
15	Максимальная толщина профиля	C _{max}	ММ

Таблица	1.	Параметрь	ы профиля
---------	----	-----------	-----------

Такой способ определения топологии является рациональным поскольку позволяет определить профиль и наглядно посмотреть участки, на которых должен осуществляться поворот потока. При этом тип кривой для каждого участка может быть определен позже. Пример построения новой топологии профиля представлен на рис. 18. На рис. 18 также отмечены характерные участки на спинке и корытце профиля.



Рис. 18. Новая топология турбинного профиля

На рис. 19 представлены примеры построения профилей с применением представленной топологии.



Рис. 19. Пример построения с новой топологией: *а* – решетка 39; *б* – решетка 32

Применении трапеции на участках профиля позволяет представить поворот потока на участках рациональным образом. Для каждого из участков может быть применен любой тип кривой из указанных ранее. Необходимым и достаточным условием будет прохождение кривой через контрольные точки и равенство касательной кривой с касательной в контрольной точке.

Для описания профиля с учетом параметров кривизны в ходе рассмотрения различных кривых было выявлено, что наиболее рациональным будет применить рациональную кривую Безье третьего порядка. Данная кривая позволяет контролировать кривизну на каждом участке введением 4-х дополнительных параметров: весовые коэффициенты контрольных точек кривой. Пример построения профиля с применением новой топологии профиля и задания рациональной кривой Безье третьего порядка на участках представлен на рис. 20.



Рис. 20. Пример построения профиля

Как уже отмечалось, применение рациональной кривой Безье на участках топологии позволяет контролировать кривизну на данных участках. На рис. 21 представлены 2 предельных случаях для 1 участка спинки. Случай 1 – точки соединены прямой линией. Случай 2 – точки соединены трапецией. А также 2 возможных случая распределения кривой: случай 3 – максимальная кривизна в начале участка, случай 4 – максимальная кривизна в конце участка. Из рис. 21 видно, что применение рациональной кривой Безье в представленной топологии предоставляет возможность получить множество кривых на рассматриваемых участках профиля. На рис. 22 представлен пример данного профиля с одним из возможных вариантов плавного распределения кривизны.



Рис. 21. Примеры изменения формы кривой на участке: а – случай 1; *б* – случай 2; *в* – случай 3; *г* – случай 4



Рис. 22. Пример распределения кривизны на профиле

Заключение

Таким образом, разработана топология профиля, которая зависит только от геометрических параметров и не зависит от типа кривой. На участках топологии профиля может быть задан любой тип кривой при условии прохождения через контрольные точки и равенства касательных в контрольных точках.

В качестве кривой, которая обеспечит введение параметров профиля, отвечающих за распределение кривизны, выбрана рациональная кривая Безье третьего порядка.

К основным 15 геометрическим параметрам профиля добавлены 20 параметров (5 участков по 4 параметра – весовые коэффициенты кривой Безье), которые позволяют гибко изменять распределение кривизны профиля.

Получен профиль, геометрия которого, включая распределение кривизны однозначно определяется 35 параметрами. Полученный метод профилирования может быть использован для создания эмпирической модели потерь, учитывающей кривизну профиля.

Список источников

- 1. **Аронов Б.М.** Проектирование пера лопаток авиационных газовых турбин. Пособие по курсовому и дипломному проектированию. Куйбышев, 1970. 169 с.
- Аронов Б.М. Профилирование лопаток авиационных газовых турбин. Москва: Машиностроение, 1975. 192 с.
- 3. Дейч М.Е. Атлас профилей решеток осевых турбин. Москва: Машиностроение, 1965. 96 с.
- 4. Ronald H. Aungier Turbine Aerodunamics, American Society of Mechanical Engineers (ASME) Press, 2005. 7 c.

- Гольцев В.В. Методика газодинамического расчета и профилирования газовой турбины. Москва: ЦИАМ, 1956. 68 с.
- 6. **Абианц В.Х.** Теория газовых турбин реактивных двигателей. Москва: Машиностроение, 1965. 307 с.
- 7. Копелев С.3. Расчет турбин авиационных двигателей. Москва: Машиностроение, 1974. 268 с.
- Деревянко А.В. Аналитическое профилирование лопаток турбин // Теплоэнергетика. 1982. №3. С.52 – 55.
- Шубенко-Шубин Л.А. Аналитический метод проектирования решеток профилей турбомашин // Энергомашиностроение. 1973. №1. С.1 – 4.
- Аронов Б.М. Метод аналитического проектирования профилей лопаток осевых газовых турбин // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. №1. 1971. С.129 – 136.
- Мамаев Б.И. Построение турбинных решеток профилей на ЭВМ // Межвузовский сборник: вопросы проектирования и доводки авиационных газотурбинных двигателей. 1978. С.49 – 57.
- 12. Копелев С.3. Проектирование проточной части турбин авиационных двигателей. Москва: Машиностроение, 1984. 224 с.
- Pritchard L.J. An eleven parameter axial turbine airfoil geometry model. American Society of Mechanical Engineers (ASME) Press, 85-GT-219, 1985. 10 c.
- 14. Слитенко А.Ф. Построение решеток турбинных профилей с помощью полиномов Безиера-Бернштейна // Теплоэнергетика. 1982. №3. С.77 – 81.
- 15. **Koini G.N.** A software tool for parametric design of turbomachinery blades. Advances in Engineering Software 40, p. 41 51.
- Alexeev R.A. Turbine blade profile design method based on Bezier curves. IOP Conference Series: Journal of Physics: Conf. Series 891, 2017. 15 c.
- 17. Кустарев Ю.С. Костюков А.В. Осевые турбины транспортных ГТД: учебное пособие для студентов, Москва: МГТУ «МАМИ», 2006. 70 с.

References

- 1. **Aronov B.M.** Proektirovanie pera lopatok aviatsionnykh gazovykh turbin [Design of blade feather of aviation gas turbines]. Posobie po kursovomu i diplomnomu proektirovaniyu. Kuibyshev, 1970, 169 p. (In Russ.).
- 2. Aronov B.M. Profilirovanie lopatok aviatsionnykh gazovykh turbin [Profiling of aviation gas turbine blades]. Moscow: Mashinostroenie, 1975, 192 p. (In Russ.).
- 3. **Deich M.E.** Atlas profilei reshetok osevykh turbin [Atlas of profiles of axial turbine grids]. Moscow: Mashino-stroenie, 1965, 96 p. (In Russ.).
- 4. **Ronald H.** Aungier Turbine Aerodunamics, American Society of Mechanical Engineers (ASME) Press, 2005, 7 p.
- Gol'tsev V.V. Metodika gazodinamicheskogo rascheta i profilirovaniya gazovoi turbiny [Methodology of gasdynamic calculation and profiling of a gas turbine]. Moscow: CIAM, 1956, 68 p. (In Russ.).

- 6. Abiants V.Kh. Teoriya gazovykh turbin reaktivnykh dvigatelei [Theory of gas turbines of jet engines]. Moscow: Mashinostroenie, 1965, 307 p. (In Russ.).
- 7. **Kopelev S.Z.** Raschet turbin aviatsionnykh dvigatelei [Calculation of turbines of aviation engines]. Moscow: Mashinostroenie, 1974, 268 p. (In Russ.).
- Derevyanko A.V. Analiticheskoe profilirovanie lopatok turbin [Analytical profiling of the turbine blades]. Thermal Engineering, 1982, no. 3. pp. 52 – 55. (In Russ.).
- 9. **Shubenko-Shubin L.A.** Analiticheskii metod proektirovaniya reshetok profilei turbomashin [Analytical method of designing of turbomachine profile grids]. Energomashinostroyeniye, 1973, no. 1. pp. 1–4. (In Russ.).
- Aronov B.M. Metod analiticheskogo proektirovaniya profilei lopatok osevykh gazovykh turbin [Method of the analytical design of the axial gas turbine blade profiles]. Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii: Aviatsionnaya Tekhnika, 1971, no. 1. pp.129 – 136. (In Russ.).
- Mamaev B.I. Postroenie turbinnykh reshetok profilei na EVM [Construction of the turbine profile grids on a computer]. Mezhvuzovskii sbornik: voprosy proektirovaniya i dovodki aviatsionnykh gazoturbinnykh dvigatelei, 1978. pp. 49 – 57. (In Russ.).

- 12. **Kopelev S.Z.** Proektirovanie protochnoi chasti turbin aviatsionnykh dvigatelei [Designing of a flowing part of turbines of aviation engines]. Moscow: Mashinostroenie, 1984. 224 p. (In Russ.).
- Pritchard L.J. An eleven parameter axial turbine airfoil geometry model. American Society of Mechanical Engineers (ASME) Press, 85-GT-219, 1985, 10 p.
- 14. **Slitenko A.F.** Postroenie reshetok turbinnykh profilei s pomoshch'yu polinomov Beziera-Bernshteina [Construction of turbine profile grids by means of Bezier-Bernstein polynomials]. Thermal Engineering, 1982, no. 3. pp. 77 81. (In Russ.).
- Koini G.N. A software tool for parametric design of turbomachinery blades. Advances in Engineering Software 40, p. 41 – 51.
- Alexeev R.A. Turbine blade profile design method based on Bezier curves. IOP Conference Series: Journal of Physics: Conf. Series 891, 2017, 16 p.
- 17. **Kustarev Yu.S.** Osevye turbiny transportnykh GTD [Axial turbines of the transport GTE]. Uchebnoe posobie dlya studentov, Moscow: MGTU «MAMI», 2006, 70 p. (In Russ.).