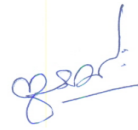


На правах рукописи



ТУН ТУН ВИН

**АНАЛИЗ ДИНАМИКИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С
УПРУГИМИ КОЛЕБЛЮЩИМИСЯ МАССАМИ**

Специальность: 01.02.01. – “Теоретическая механика”

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2017

Работа выполнена на кафедре «Теоретическая механика» Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)».

Научный руководитель: **МАРКОВ Юрий Георгиевич**
доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Теоретическая механика» ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»

Официальные оппоненты: **ЯШКИН Станислав Николаевич**
доктор технических наук, профессор, кафедры «Астрономия и космическая геодезия» ФБГОУ ВО «Московский государственный университет геодезии и картографии»

ЗЛЕНКО Александр Афанасьевич
кандидат физико-математических наук, доцент, профессор кафедры «Высшая математика» ФГБОУ ВО «Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ)»

Ведущая организация: *Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов»*

Защита состоится _____ 2017 г. в _____ часов на заседании диссертационного совета Д 212.125.14 при Московском авиационном институте (национальном исследовательском университете), расположенном по адресу: 125993, Москва А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д. 4.

С диссертацией можно ознакомиться в научно-технической библиотеке Московского авиационного института (национального исследовательского университета): http://mai.ru/events/defence/index.php?ELEMENT_ID=80105

Автореферат разослан «___» _____ 2017 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
к. ф.-м. н., доцент

Гидаспов В. Ю.

Общая характеристика работы

Данная диссертационная работа посвящена исследованию движения сложных механических систем с упругими и диссипативными элементами относительно центра масс в центральном ньютоновском гравитационном поле сил.

Актуальность темы исследования

Теоретическое исследование движения сложных механических систем - трудная математическая задача. Поэтому научный и практический интерес представляет решение модельных задач, позволяющих понять характерные закономерности движения многокомпонентных тел и конструкций, т.е. систем, состоящих из твёрдых тел, материальных точек и звеньев с распределёнными параметрами, для которых процессы деформирования обратимы и существует потенциальная энергия упругой деформации.

Большое число задач динамики твёрдого деформируемого тела исследовано в работах А. И. Лурье, Ф. Л. Черноусько, Л. В. Докучаева, Д. М. Климова, В. Ф. Журавлёва, В. Г. Вильке, В. В. Сидоренко, А. П. Маркеева и ряда других авторов. Детальное описание движения механических систем с бесконечным числом степеней свободы приводит к дифференциальным уравнениям, в большинстве случаев не поддающимся аналитическому исследованию, так что возникает необходимость численного моделирования для получения конечного результата. Вопросы эволюции поступательно-вращательного движения деформируемых небесных тел под действием гравитационно-приливных сил изучались в работах Дж. Дарвина, У. Манка и Г. Макдональда, П. Голдрайха и С. Пила, В. В. Белецкого, Ф. Л. Черноусько, Д. М. Климова, В. Г. Вильке, А. П. Маркеева и других. Важное прикладное значение для космодинамики имеет задача движения спутника с упругими и диссипативными элементами в центральном гравитационном поле сил.

В ряде работ В. Г. Вильке, В. В. Сидоренко, А. П. Маркеева, посвящённых эволюции быстрых вращений механической системы в центральном гравитационном поле сил, спутник моделируется сплошной упругой средой или упругим-твёрдым телом, обладающим внутренним трением. С помощью основных теорем динамики и уравнений Лагранжа второго рода получена замкнутая система дифференциальных уравнений, описывающих движение такой среды. Для анализа уравнений движения применяется способ, аналогичный асимптотическому методу, разработанному Ф.Л. Черноусько для механических систем, содержащих упругие и диссипативные элементы. В случае слабо эллиптической орбиты исследованы эксцентриситетные колебания. Метод исследования представляет собой синтез методов модального анализа и малого параметра.

В работах В.Г. Вильке, Ю.Г. Маркова изучается обобщение рассматриваемой задачи на случай, когда механическая система представляет собой осесимметричное вязкоупругое тело, имеющее общую границу с твёрдой частью и движущееся в центральном ньютоновском гравитационном поле сил. В результате выявлен следующий эффект, свойственный деформируемым системам с диссипацией: вращение системы вокруг центра масс замедляется, при этом модуль вектора кинетического момента системы монотонно убывает. Сам вектор кинетического момента эволюционирует в сторону плоскости орбиты, а центр масс стремится занять положение, при котором угол между нормалью к плоскости орбиты и вектором кинетического момента системы равен определённой величине, зависящей от текущего значения угловой скорости вращения системы. Когда угловая скорость системы становится сопоставима с орбитальной, предположение о быстрых вращениях нарушается, наблюдается гравитационный захват системы, при котором вектор кинетического момента стремится занять положение по нормали к плоскости орбиты.

Для приложений наибольший интерес представляет исследование движения механических систем с упругими и диссипативными элементами при малых значениях углового ускорения, что обеспечивается в двух практически важных случаях: при вращении тела вокруг оси, близкой к одной из главных центральных осей инерции, и при вращении тела, близкого по своим техническим характеристикам к сфере.

Переходные процессы, связанные с изменением режима ориентации нежёсткого спутника, а именно: гашение начальных угловых скоростей, возникающих после отделения спутника от ракеты-носителя; закрутка космического аппарата (КА) до определённой угловой скорости; программные повороты, учитывающие дрейф от деформации конструкции; процесс приведения ориентации к заданной - должны учитываться в алгоритмах формирования оценок ориентации.

Данные задачи о движении деформируемых тел относительно центра масс в гравитационном поле сил являются объектом исследования диссертационной работы.

Цель работы. Целью диссертационной работы является исследование динамических моделей механических систем с упругими и диссипативными элементами относительно центра масс, движущихся в центральном гравитационном поле сил.

Научная новизна.

1. Исследована динамика системы упругое-твёрдое тело на участке разворота при наличии осциллирующего момента. Получены аналитические выражения, позволяющие оценить отклонение движения системы от программного (для твёрдого спутника).
2. Показана возможность демпфирования угловых колебаний спутника, обладающего вязкоупругостью, за счёт внутреннего трения в материале конструкции на соответствующих временных интервалах.
3. Выведены приближенные дифференциальные уравнения, описывающие поступательно-вращательное движение КА, содержащего деформируемые элементы, в центральном гравитационном поле сил. Определяются стационарные движения системы, и исследуется их устойчивость.
4. Изучена роль фундаментальных составляющих параметров вращения Земли (колебаний земного полюса и неравномерности её осевого вращения) в задаче спутниковой навигации. Даны оценки точностных характеристик координат местоположения объекта.

Теоретическая и практическая значимость. Важное прикладное значение имеет задача приведения космического аппарата (спутника) из произвольного движения в заданное угловое положение в инерциальной или орбитальной системе координат. Повышенные требования к точности ориентации спутников обуславливают учёт влияния упругих деформаций на движение всей конструкции как целого относительно центра масс. Поэтому разработка математических моделей, с помощью которых может быть рассмотрена динамика таких систем в задаче переориентации, повышение точности гравитационной стабилизации спутника, угловое движение при наличии органов управления, поступательно-вращательное движение деформируемого спутника является основополагающей в задачах ориентации спутника, его стабилизации и управления его движением.

Данная работа имеет теоретическое значение для развития механики систем с бесконечным числом степеней свободы.

Основные положения и результаты, выносимые на защиту: На защиту выносятся следующие положения:

1. Исследованы колебательные процессы, связанные с ориентацией нежёсткого спутника относительно центра масс. Показана возможность демпфирования угловых колебаний спутника, обладающего упругостью, за счёт внутреннего трения в материале конструкции на соответствующих временных интервалах.

2. На примере модельной задачи изучены вращательные движения космического аппарата с упругими и диссипативными элементами как целого относительно центра масс с учётом органов системы управления – двухстепенных гиостабилизаторов – в режиме ориентации. Показано, при каких предположениях упругие колебания не оказывают влияния на плоский разворот спутника и когда он невозможен. Исследован вопрос асимптотической устойчивости КА.

3. Найдены аналитические выражения, позволяющие оценить отклонение движения такой системы от программного (для твёрдого спутника – дрейф угловой скорости), обусловленные деформируемостью конструкции.

4. Получены приближённые дифференциальные уравнения, описывающие поступательно-вращательное движение спутника, содержащего деформируемые элементы, в центральном гравитационном поле сил. Показано, что дифференциальные уравнения поступательного и вращательного движения спутника связаны между собой посредством членов, наличие которых обусловлено деформируемостью системы. Найдены стационарные движения и исследована их устойчивость.

5. Разработана долгосрочная модель вычисления параметров вращения Земли на длительных интервалах времени для обработки высокоточных измерений топоцентрических дальностей до искусственных спутников Земли (ИСЗ) типа Эталон. Получена оценка априорной величины остаточных отклонений для наблюдений спутника Эталон, которая составила приблизительно 1.8 м.

Достоверность и апробация результатов. Достоверность результатов обеспечивается с помощью математически обоснованных методов классической механики в сочетании с методами механики сплошных сред и снабжены необходимыми ссылками на литературу. Отмечается согласованность основных результатов с работами других авторов. Количественные результаты подтверждены численными экспериментами. Основные результаты диссертации докладывались автором на конференциях.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в статьях в журналах из списка ВАК: две в журнале “Космонавтика и ракетостроение”, и одна в журнале “Теория и системы управления”.

1. *Скоробогатых И. В., Тун Тун Вин.* Орбитально-вращательное движение спутника, содержащего деформируемые элементы, в гравитационном поле сил “Космонавтика и ракетостроение” 4(69). 2012. С. 108-113.

2. *Акуленко Л.Д., Крылов С.С., Марков Ю.Г., Тун Тун Вин, Филиппова А.С.* Динамика космического аппарата с упругими и диссипативными элементами в

режиме ориентации // Известия РАН. Теория и системы управления. 2014. №5. С. 106-115.

3. *Перепелкин В.В., Тун Тун Вин, Чазов В.В.* Долгосрочная модель прогнозирования параметров вращения Земли при решении задач спутниковой навигации // Космонавтика и ракетостроение. 1(74). 2014. С. 128-133.

Результаты работы докладывались и обсуждались на:

- XXXXII Всероссийском симпозиуме “Механика и процессы управления”. Миасс, 18-20 декабря 2012 года;

- Международной конференции по математической теории управления и механике (Суздаль, 5-9 июля 2013 года);

- Международной конференции по математической теории управления и механике (Суздаль, 3-7 июля 2015 года).

Личный вклад автора. Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами, причем вклад диссертанта был определяющим. Все выносимые на защиту результаты получены лично автором.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 4 глав и заключения. Она содержит 110 страницу машинописного текста, включающего 13 рисунков и список литературы из 79 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

В первой главе дается постановка задачи о движении системы упруго-твёрдое тело вокруг центра масс в центральном ньютоновском гравитационном поле сил. Повышенные требования к точности ориентации спутников обуславливают учёт влияния упругих колебаний на движение всей системы как целого относительно центра масс. Динамика собственных форм колебаний упругой части (однородной и изотропной) при наличии вращательных и центробежных сил инерции описывается на основе линейной теории вязкоупругости, при этом используется модальный подход.

Согласно этому методу вектор упругого смещения \mathbf{u} представляется в виде разложения в ряд по ортонормированным собственным формам \mathbf{V}_{kn} и \mathbf{W}_{kn} задачи о свободных упругих колебаниях. В случае осесимметричных граничных условий имеем

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \sum_{km=0}^{\infty} [q_{km}(t) \mathbf{V}_{km}(\mathbf{r}) + p_{km}(t) \mathbf{W}_{km}(\mathbf{r})], \quad (1)$$

где $q_{km}(t), p_{km}(t)$ – нормальные координаты (модальные переменные). Перемещения частиц упругой среды на границе с твёрдой частью равны нулю, другая часть границы свободна. Предполагается, что центр масс спутника обращается по заданной орбите и движение системы относительно центра масс – вращение и упругие колебания – не влияет на орбитальное движение.

Для описания движения деформируемого спутника как целого относительно центра масс используются динамическими уравнениями Эйлера, которые для второй компоненты вектора угловой скорости имеют вид:

$$(A + J_{22})\dot{\omega}_2 + J_{12}\dot{\omega}_1 + \dot{J}_{23}\omega_3 + J_{22}\dot{\omega}_2 + \dot{J}_{12}\omega_1 + \dot{J}_{23}\omega_3 + J_{12}\omega_2\omega_3 - J_{23}\omega_1\omega_2 + (A - C + J_{11} - J_{33})\omega_1\omega_3 + J_{13}(\omega_3^2 - \omega_1^2) = M_2 - (\mathbf{e}_2, \frac{d\mathbf{G}_u}{dt}), \quad (2)$$

$$\mathbf{G}_u = \int_{\Omega} \rho[\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{u}}] dx.$$

Остальные два уравнения могут быть получены циклической перестановкой индексов $1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 3, 3 \rightarrow 1$. Здесь $\mathbf{M} = (M_1, M_2, M_3)$ – проекции момента внешних сил на связанные оси $C'x_1, x_2, x_3$; \mathbf{G}_u – поправка к кинетическому моменту, возникающая вследствие деформируемости системы; J_{ij} – компоненты тензора инерции деформированной системы в осях $C'x_i$, которые в линейном приближении запишутся следующим образом:

$$J_{11} = 2 \int_{\Omega} (x_2 u_2' + x_3 u_3') \rho dx, \quad J_{22} = 2 \int_{\Omega} (x_1 u_1' + x_3 u_3') \rho dx, \quad J_{33} = 2 \int_{\Omega} (x_1 u_1' + x_2 u_2') \rho dx,$$

$$J_{ij} = J_{ji} = - \int_{\Omega} (x_i u_j' + x_j u_i') \rho dx, \quad (i = 1, 2; j = 2, 3; j \neq i),$$

а A, C – соответственно экваториальный и осевой моменты инерции недеформированной системы. Значения J_{ij} выражаются через нормальные координаты.

В качестве примера рассматривается динамика системы упругое-твёрдое тело на участке разворота при переориентации. Получены аналитические выражения, позволяющие оценить величину отклонения движения такой системы от программного (для твёрдого спутника). При осуществлении оптимального по быстрдействию разворота вокруг оси Cx_2 значения моментов M_i на участке ускорения будут:

$$M_1 = M_3 = 0, \quad M_2 = M(1 + \varepsilon_1 \cos \mu t), \quad M > 0 = \text{const}, \quad 0 < \varepsilon_1 \ll 1.$$

Предполагается, что малая осциллирующая добавка в выражении для M_2 обусловлена, например, несовершенством работы исполнительных органов или технологическим процессом.

Рассматривается случай малых деформаций, при этом считается, что характерное время T затухания свободных упругих колебаний на наиминишей частоте ν существенно превосходит период T_0 этих колебаний, но намного меньше времени τ_* движения системы как целого вокруг центра масс - времени переориентации. Это позволяет считать все переходные процессы по нормальным координатам закончившимся и учитывать только вынужденные упругие колебания системы.

Во второй главе диссертации исследуются вращательные движения космического аппарата с упругими и диссипативными элементами как целого относительно центра масс с учетом органов системы управления, выполненных в виде двухступенных гиросtabilизаторов (рис. 1), в режиме ориентации. Рассмотрены колебательные процессы, связанные с ориентацией КА, когда члены, обусловленные упругими колебаниями конструкции, сопоставимы с гироскопическими членами.

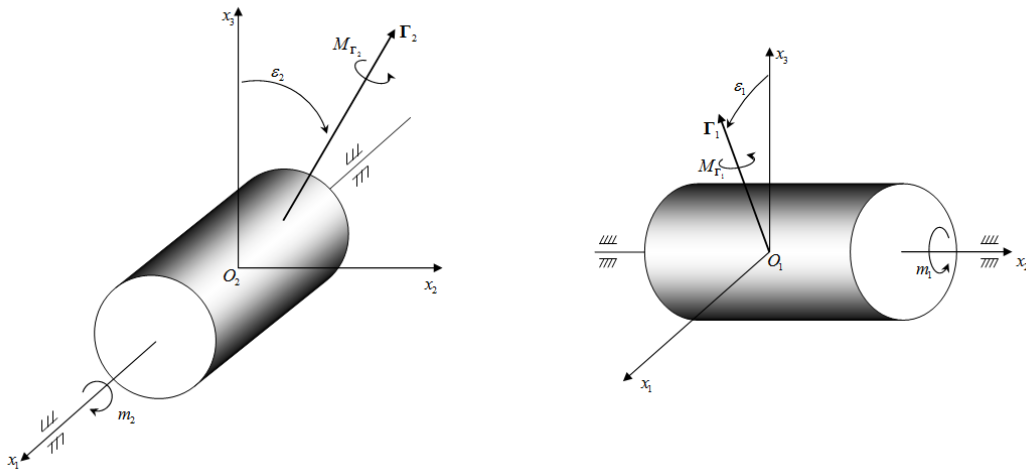


Рис. 1. Система из двух двухступенных гиросtabilизаторов и углы отклонения ε_1 и ε_2 кинетических моментов Γ_1 и Γ_2 от вектора кинетического момента \mathbf{G} спутника.

Для описания такой системы использованы динамические уравнения Эйлера, с учетом предположения, что реактивные органы управления поддерживают проекцию угловой скорости КА на ось симметрии вблизи нуля, т.е. выполняется связь $\omega_3 \approx 0$.

$$\begin{aligned}
& (A + J_{11})\dot{\omega}_1 + J_{12}\dot{\omega}_2 + \dot{J}_{11}\omega_1 + \dot{J}_{12}\omega_2 + J_{23}\omega_2^2 + J_{13}\omega_1\omega_2 = M - I\ddot{\varepsilon}_2 - \\
& \quad - \dot{\Gamma}_1\varepsilon_1 - \Gamma_1\dot{\varepsilon}_1 - \omega_2(\Gamma_1 + \Gamma_2) - \left(\frac{d\mathbf{G}_u}{dt}, \mathbf{e}_1 \right), \\
& (A + J_{22})\dot{\omega}_2 + J_{12}\dot{\omega}_1 + \dot{J}_{22}\omega_2 - J_{13}\omega_1^2 - J_{23}\omega_1\omega_2 + J_{12}\dot{\omega}_1 = -I\ddot{\varepsilon}_1 + \\
& \quad + \dot{\Gamma}_2\varepsilon_2 + \Gamma_2\dot{\varepsilon}_2 + \omega_1(\Gamma_1 + \Gamma_2) - \left(\frac{d\mathbf{G}_u}{dt}, \mathbf{e}_2 \right), \\
& I\ddot{\varepsilon}_1 = -I\dot{\omega}_2 + \Gamma_1\omega_1 - (I_{x_2} - I_{x_3})\varepsilon_1\omega_1^2 + m_1, \quad I\ddot{\varepsilon}_2 = -I\dot{\omega}_1 - \Gamma_2\omega_2 - (I_{x_2} - I_{x_3})\varepsilon_2\omega_2^2 + m_2, \\
& m_i = -h\dot{\varepsilon}_i - k\varepsilon_i \quad (i=1,2), \quad M = m_0 \cos \psi t.
\end{aligned} \tag{3}$$

Здесь $\Gamma_j = |\mathbf{\Gamma}_j|$, ($j=1,2$) - модуль вектора собственного кинетического момента j -того гиросtabilизатора; ε_j ($j=1,2$) - малый угол поворота вектора $\mathbf{\Gamma}_j$ относительно оси Cx_3 ; I, I_{x_2}, I_{x_3} - моменты инерции гиросtabilизаторов относительно осей подвеса; m_1 и m_2 - моменты регулирования относительно осей подвеса гиросtabilизаторов, отсчитываемые в направлении увеличения углов ε_1 и ε_2 пропорциональные угловым скоростям $h\dot{\varepsilon}_{1,2}$ и угловым перемещениям $k\varepsilon_{1,2}$, где $h > 0$, $k > 0$ - постоянные; m_0, ψ - амплитуда и частота внешнего осциллирующего момента \mathbf{M} , приложенного вдоль оси Cx_1 .

Уравнения движения системы (3) дополняются уравнениями деформаций для определения вектора \mathbf{u} , который представляется в виде ряда (1).

Ограничивая число рассматриваемых форм, предполагается, что каждому k соответствует одна из главных форм колебаний (одно значение m). После подстановки разложения (1) в уравнения, соответствующие принципу Даламбера-Лагранжа, уравнения для нормальных координат принимают вид:

$$\begin{aligned}
& \ddot{q}_k + \chi b v_k^2 \dot{q}_k + v_k^2 q_k + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r} \times \mathbf{V}_k + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \times \mathbf{V}_k + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{u} \times \mathbf{V}_k + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u} \times \mathbf{V}_k + \\
& \quad + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{u}} \times \mathbf{V}_k - \int_{\Omega_2} \left(\ddot{\mathbf{u}}_c + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{u}_c + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u} + 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}_c \times \delta \mathbf{u} \right) d\mathbf{x} = 0, \\
& \delta q_l = \begin{cases} 0, & l \neq k, \\ 1, & l = k, \end{cases} \quad \delta p_l = 0.
\end{aligned} \tag{4}$$

Уравнение для p_k получается из (4) заменой \mathbf{V}_k на \mathbf{W}_k .

При малых угловых движениях КА относительно инерциального пространства ориентация его оси симметрии Cx_3 создается двумя малыми углами поворота α и β вокруг осей Cx_1 и Cx_2 соответственно, причем $\omega_1 = \dot{\alpha}$, $\omega_2 = \dot{\beta}$. Введем $\varepsilon = m_0 A^{-1} v^{-2}$ как величину, характеризующую амплитуду угловых

колебаний твердого КА, где ν - наименьшая собственная частота свободных упругих колебаний.

Все нормальные координаты, кроме q_1 , имеют порядок малости $O(\varepsilon^2) \sim p_2 \sim p_0$ и выше, и их можно не рассматривать при дальнейшем анализе системы.

Ограничимся случаем сильного демпфирования на осях подвеса гиросузлов, т.е. будем считать, что коэффициент h достаточно велик и сравним по порядку величины с собственным кинетическим моментом гиросузов. Тогда инерционными членами $\ddot{\varepsilon}_i$ можно пренебречь по сравнению с членами, содержащими $\dot{\varepsilon}_i$. Будем считать безразмерные моменты инерции порядка ε^3 , а безразмерные модули векторов собственных кинетических моментов гиросузов порядка ε^2 .

Тогда космический аппарат с учётом органов управления, выполненных в виде двух двухстепенных гиросtabilизаторов, с точностью до $O(\varepsilon^2)$ описывается замкнутой системой уравнений:

$$\begin{aligned} \alpha'' &= \varepsilon \cos \tilde{\psi} \tau + \tilde{a}_0 q'' - \tilde{\Gamma} \varepsilon_1' + 2\tilde{\Gamma} \beta', & \beta'' + \tilde{a}_7 q_1 \alpha' \beta' &= \tilde{\Gamma} \varepsilon_2' + 2\tilde{\Gamma} \alpha', \\ \varepsilon_1' &= h^{-1} (\Gamma \alpha' - k\nu^{-1} \varepsilon_1), & \varepsilon_2' &= -h^{-1} (\Gamma \beta' + k\nu^{-1} \varepsilon_2), \\ (1 + a_1) q_1'' + \kappa \sigma_1^2 q_1' + \sigma_1^2 q_1 &= a \alpha''. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь приняты обозначения

$$\tilde{I} = \frac{I}{A}, \quad \tilde{\Gamma}_i = \frac{\Gamma_i}{A\nu}, \quad \hat{\Gamma}_i = \frac{\Gamma_i}{I\nu}, \quad \hat{I}_{x_j} = \frac{I_{x_j}}{I} \sim 1, \quad \tilde{\psi} = \frac{\psi}{\nu} \sim 1.$$

Модули $\tilde{\Gamma}_i = |\Gamma_i|$ будем считать постоянными и равными $\tilde{\Gamma}_1 = \tilde{\Gamma}_2 = \tilde{\Gamma}$, $\hat{\Gamma}_i = \Gamma$.

Далее исследуется устойчивость тривиального решения режима ориентации КА. Показано, что для малого угла поворота α нормальной координаты q_1 имеет место периодическое движение:

$$\alpha = \varepsilon \tilde{\psi}^{-1} (E_1 \sin \tilde{\psi} \tau - E_2 \cos \tilde{\psi} \tau), \quad q_1 = \varepsilon (F_1 \cos \tilde{\psi} \tau + F_2 \sin \tilde{\psi} \tau). \quad (6)$$

Для устойчивости переменной β' необходимо и достаточно, выполнение следующего условия:

$$(F_1 E_1 + F_2 E_2) \tilde{a}_7 > 0 \quad (7)$$

Для определения условий асимптотической устойчивости тривиального решения системы (5) рассматриваются усредненные по быстрой переменной $y = \tilde{\psi} \tau$ уравнения:

$$\begin{aligned}
p' &= -\xi_1 \xi_3 p - 2\xi_1 q + \xi_1 \xi_5 \varepsilon_1, & q' &= 2\xi_1 p - (\xi_1 \xi_3 + \xi_7) q - \xi_1 \xi_5 \varepsilon_2, \\
\varepsilon_1' &= \xi_3 p - \xi_5 \varepsilon_1, & \varepsilon_2' &= -\xi_3 q - \xi_5 \varepsilon_2, & p &= \alpha', \\
q &= \beta', & \xi_1 &= \tilde{\Gamma}, & \xi_3 &= \Gamma/h, & \xi_5 &= k/hv, & \xi_7 &= \frac{1}{2} \tilde{a}_7 \varepsilon^2 (F_1 E_1 + F_2 E_2),
\end{aligned} \tag{8}$$

причем $\xi_1 \sim \xi_7 \sim \varepsilon^2$, $\xi_3 \sim \xi_5 \sim 1$.

Для асимптотической устойчивости системы (8) достаточно выполнение условий

$$\xi_5 > 0, \quad \xi_7 > 0. \tag{9}$$

Отметим предельный случай, соответствующий такому значению кинетических моментов гироскопов Γ , при котором гироскопические члены существенно превосходят перекрестные связи, вызванные деформациями КА при вибрациях. Тогда можно принять в системе уравнений (9) $\xi_1 \sim 1$ и условия асимптотической устойчивости принимают такой же вид, как найденные в [2] для твердого КА, т.е. $h > 0, k > 0$. Запас устойчивости при этом изменится на величину $O(\varepsilon^2)$.

Также изучается модельная задача переориентации КА при наличии осциллирующего момента от гироскопов. Предполагается, что деформациями, вызванными силами гравитационного притяжения, можно пренебречь.

При осуществлении оптимального по быстродействию разворота вокруг оси Sx_1 под действием внешнего управляющего момента \mathbf{M} и осциллирующих моментов от гироскопов M_{Γ_1} и M_{Γ_2} уравнения движения системы относительно центра масс (вращение как целого и упругие колебания) имеют вид

$$\begin{aligned}
A\dot{\omega}_1 + J_{23}\omega_2^2 + J_{13}\omega_1\omega_2 &= -\Gamma\dot{\varepsilon}_1 - 2\Gamma\omega_2 + M_{\Gamma_1} + M + a\rho\ddot{q}_1, \\
A\dot{\omega}_2 - J_{13}\omega_1^2 - J_{23}\omega_1\omega_2 &= \Gamma\dot{\varepsilon}_2 + 2\Gamma\omega_1 + M_{\Gamma_2} - a\rho\ddot{p}_1, \\
(1+a_1)\ddot{q}_1 + \chi b v_1^2 \dot{q}_1 + v_1^2 q_1 &= a\dot{\omega}_1, \\
(1+a_1)\ddot{p}_1 + \chi b v_1^2 \dot{p}_1 + v_1^2 p_1 &= -a\dot{\omega}_2, \\
v^{-1}\dot{\varepsilon}_1 &= \Gamma h^{-1}\omega_1 - \xi_5 \varepsilon_1, & v^{-1}\dot{\varepsilon}_2 &= \Gamma h^{-1}\omega_2 - \xi_5 \varepsilon_2, \\
M_{\Gamma_1} &= M \varepsilon_1 \cos \tilde{\psi} \tau, & M_{\Gamma_2} &= M \varepsilon_2 \cos \tilde{\psi} \tau.
\end{aligned} \tag{10}$$

Введя время разворота t_* , уравнения (12) в безразмерном виде имеют вид

$$\begin{aligned}
\tilde{\omega}_1' - \varepsilon_* \tilde{a}_7 \tilde{\omega}_1 \tilde{\omega}_2 p_1 - \varepsilon_* \tilde{a}_7 \omega_2^2 q_1 &= -\tilde{\Gamma} \varepsilon_*^{-1} \varepsilon_1' - 2\tilde{\Gamma} \tilde{\omega}_2 + \tau_*^{-1} (1 + e \cos \tilde{\psi} \tau) + \tilde{a}_0 \varepsilon_*^{-1} q_1'', \\
(1+a_1)q_1'' + \chi \sigma_1^2 \dot{q}_1 + \sigma_1^2 q_1 &= \varepsilon_* a \tilde{\omega}_1', & \varepsilon_1' &= \varepsilon_* \xi_3 \tilde{\omega}_1 - \xi_5 \varepsilon_1, \\
\varepsilon_2' &= -\varepsilon_* \xi_3 \omega_2' - \xi_5 \varepsilon_2,
\end{aligned} \tag{11}$$

где $0 < e < 1$.

Рассмотрим динамику системы с учётом следующих предположений: величина $\kappa \gtrsim \varepsilon \sim e$, безразмерное время процесса $\tau_* \sim \varepsilon_*^{-1}$, где малый параметр ε_* либо порядка ε^2 (этому случаю соответствует физическое допущение - время разворота существенно больше времени затухания свободных колебаний), либо порядка ε (времена одного порядка), $\tilde{\Gamma} = \varepsilon^2 \tilde{\tilde{\Gamma}}$. Для решения системы (11) применяется метод малого параметра Ляпунова-Пуанкаре.

В первом случае с точностью до ε^2 включительно получим равенства

$$\begin{aligned} q_1 &= O(\varepsilon^3), \quad \varepsilon_1 = O(\varepsilon^3), \quad \tilde{\omega}_1 = \tau_*^{-1} \tau + O(\varepsilon^2), \\ p_1 &= O(\varepsilon^3), \quad \varepsilon_2 = O(\varepsilon^3), \quad \tilde{\omega}_2 = O(\varepsilon^3). \end{aligned} \quad (12)$$

Из (12) следует, что будет происходить плоский разворот спутника, причём в рамках приведённых предположений упругие колебания не оказывают влияния на характер разворота системы как целого.

Во втором случае, когда $\varepsilon_* \sim \varepsilon$, получим следующий результат:

$$\begin{aligned} q_1 &= \varepsilon_* \tau_*^{-1} \sigma_1^{-1} a(1 - \cos \nu' \tau) + O(\varepsilon^3), \quad p_1 = O(\varepsilon^3), \\ \tilde{\omega}_1 &= \tau_*^{-1} \tau + \varepsilon^{-2} \varepsilon_*^2 \tau_*^{-1} a \tilde{a}_0 \sigma_1^{-2} \nu' \sin \nu' \tau + \varepsilon \tau_*^{-1} \tilde{\psi}^{-1} \sin \tilde{\psi} \tau + \\ &+ \varepsilon \varepsilon_* \tilde{a}_0 \left[D_1' (\tilde{\psi} \cos \tilde{\psi} \tau - \nu' \cos \nu' \tau) + E_2' \nu' \tau \sin \nu' \tau \right] + O(\varepsilon^3), \\ \tilde{\omega}_2 &= \varepsilon \tau_*^{-1} \tilde{\psi}^{-1} \sin \tilde{\psi} \tau + \varepsilon \varepsilon_* \tilde{a}_0 \left[C_1' \tilde{\psi} \sin \tilde{\psi} \tau - C_1' \nu' \sin \nu' \tau \right] + O(\varepsilon^3), \\ \varepsilon_1 &= \varepsilon^2 \left\{ A' + B\tau - (A' + C') e^{-\varepsilon_* \tau} + C' \cos \nu' \tau + D \sin \nu' \tau \right\} + O(\varepsilon^3), \\ \varepsilon_2 &= O(\varepsilon^3), \end{aligned} \quad (13)$$

где $a, \tilde{a}_0, C_1', A', B, C', D, E_2', D_1'$ - постоянные коэффициенты, зависящие от параметров космического аппарата.

Этот случай отличается от предыдущего тем, что здесь уже нет плоского разворота, угловая скорость $\tilde{\omega}_2 \sim \varepsilon^2$ отлична от нуля и представляет собой сумму гармонических колебаний, а угловая скорость $\tilde{\omega}_1$ получает дополнительные члены.

Представляется целесообразным рассмотреть видоизменение второго случая, когда величина кинетического момента гиродинов существенно увеличена, т.е. $\tilde{\Gamma} = \varepsilon \tilde{\tilde{\Gamma}} \sim \varepsilon$. В этом случае дополнительно возникает линейная ошибка к угловой скорости $\tilde{\omega}_1$, равная

$$-\varepsilon^3 \varepsilon_*^{-1} \tilde{\tilde{\Gamma}} [A' + B\tau] \sim \varepsilon^2, \quad (14)$$

а к угловой скорости $\tilde{\omega}_2$ добавляется член

$$\left(\tilde{\tilde{\Gamma}} \varepsilon \tau_*^{-1} \tau^2 + 2\varepsilon^{-1} \varepsilon_*^2 \tau_*^{-1} a_0 a \tilde{\tilde{\Gamma}} \right) \sigma_1^{-2} \sim \varepsilon^2. \quad (15)$$

В третьей главе диссертации получены приближённые дифференциальные уравнения, описывающие поступательно-вращательное движение спутника с учётом его деформируемости в центральном гравитационном поле сил. Движение КА будем описывать переменными $\mathbf{R}, \boldsymbol{\omega}, \mathbf{u}$, где \mathbf{R} – радиус-вектор направленный из притягивающего центра в центр масс системы, $\boldsymbol{\omega}$ – её абсолютная угловая скорость, а $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{r})$ – перемещение точки упругой среды, определяемой радиус-вектором \mathbf{r} частицы тела, проведённым из центра масс системы в недеформированном состоянии.

Уравнения движения получим исходя из вариационного принципа Даламбера-Лагранжа в форме

$$M\ddot{\mathbf{R}} + \int_{\Omega} (\ddot{\mathbf{u}} + \boldsymbol{\varepsilon} \times (\mathbf{r} + \mathbf{u}) + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r} + \mathbf{u})) + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{u}}) \rho dx + \nabla U = 0, \quad (16)$$

$$\int_{\Omega} (\mathbf{r} + \mathbf{u}) \times [\ddot{\mathbf{R}} + \ddot{\mathbf{u}} + \boldsymbol{\varepsilon} \times (\mathbf{r} + \mathbf{u}) + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r} + \mathbf{u})) + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{u}}] \rho dx + \\ + ((\mathbf{r} + \mathbf{u}) \times \nabla U[\mathbf{R} + \mathbf{r} + \mathbf{u}]) = 0, \quad (17)$$

$$\int_{\Omega} \rho (\ddot{\mathbf{R}} + \ddot{\mathbf{u}} + \boldsymbol{\varepsilon} (\mathbf{r} + \mathbf{u}) + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r} + \mathbf{u})) + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{u}}) \delta \mathbf{u} dx + \\ + (\nabla U, \delta \mathbf{u}) + (\nabla E[\mathbf{u}], \delta \mathbf{u}) + (\nabla D[\dot{\mathbf{u}}], \delta \mathbf{u}) = 0, \quad (18)$$

где $U[\mathbf{R}^*] = -\int_{\Omega} \frac{\mu \rho dx}{R^*}$, $E[\mathbf{u}]$ – функционал энергии упругих деформаций,

$D[\dot{\mathbf{u}}]$ – диссипативный функционал; ρ – плотность, $\rho = \rho_1 = \text{const}$ для твёрдой части и $\rho = \rho_2 = \text{const}$ для упругой части; Ω – область, занимаемая телом, $\Omega = \Omega_y \cup \Omega_T$, Ω_y – область упругой части, Ω_T – область твёрдой части, Ω_T – осесимметрична, а Ω_y – осесимметрична при отсутствии деформаций.

Рассмотрим случай, когда тело испытывает лишь продольные деформации. Тогда вектор перемещений может быть представлен в виде

$$\mathbf{u} = \sum_{i=0}^{\infty} p_i(t) \mathbf{W}_i, \quad \mathbf{W}_i = (0, 0, w_i). \quad (19)$$

После ряда преобразований уравнение движения центра масс приводится к виду

$$M\ddot{\mathbf{R}} + \mu MR^{-2} \mathbf{R}^0 - 3\mu R^{-4} b_0 (F - \chi b \dot{F}) \left\{ \mathbf{R}^0 \left[1 - 5(\mathbf{R}^0, \mathbf{e}_{x_3})^2 \right] + 2(\mathbf{R}^0, \mathbf{e}_{x_3}) \mathbf{e}_{x_3} - \right. \\ \left. - \mathbf{R}^0 (A + B + C) + \frac{1}{2} (B + C - A) (\mathbf{R}^0, \mathbf{e}_{x_1}) \mathbf{e}_{x_1} + \frac{1}{2} (A + C - B) (\mathbf{R}^0, \mathbf{e}_{x_2}) \mathbf{e}_{x_2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} (A + B - C) (\mathbf{R}^0, \mathbf{e}_{x_3}) \mathbf{e}_{x_3} + \frac{5}{2} \mathbf{R}^0 \left[A (\mathbf{R}^0, \mathbf{e}_{x_1})^2 + B (\mathbf{R}^0, \mathbf{e}_{x_2})^2 + C (\mathbf{R}^0, \mathbf{e}_{x_3})^2 \right] \right\} = 0 \quad (20)$$

где $b_0 = \sum_i \tilde{v}_i^{-2} b_i^2 > 0$, A, B, C – осевые моменты инерции недеформированного спутника, причем предполагается, что $A > B > C$, $\mathbf{e}_{x_1}, \mathbf{e}_{x_2}, \mathbf{e}_{x_3}$ – единичные орты осей.

Развёрнутое выражение для кинетического момента выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{L}} - 6\mu R^{-3} b_0 (F - \chi b \dot{F}) (\mathbf{e}_{x_3}, \mathbf{R}^0) [\mathbf{e}_{x_3} \times \mathbf{R}^0] + 3\mu R^{-3} \{ A (\mathbf{e}_{x_1}, \mathbf{R}^0) [\mathbf{e}_{x_1} \times \mathbf{R}^0] + \\ + B (\mathbf{e}_{x_2}, \mathbf{R}^0) [\mathbf{e}_{x_2} \times \mathbf{R}^0] + C (\mathbf{e}_{x_3}, \mathbf{R}^0) [\mathbf{e}_{x_3} \times \mathbf{R}^0] \} - \\ - \frac{9}{2} \mu R^{-4} [\mathbf{e}_{x_3} \times \mathbf{R}^0] \lambda_0 (F - \chi b \dot{F}) \{ 1 - 5 (\mathbf{R}^0, \mathbf{e}_{x_3})^2 \} = 0, \end{aligned} \quad (21)$$

где λ_i – коэффициенты, включающие в себя упругие элементы.

Уравнения (22), (23) описывают поступательно-вращательное движение спутника. Они связаны друг с другом членами с F , отвечающими за деформации.

Поскольку справедливо кинематическое соотношение

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{e}, \quad (22)$$

то, полагая, что $\boldsymbol{\omega}$ удовлетворяет (23) при $\mathbf{u} = 0$, получим выражение для $\dot{\boldsymbol{\omega}}$:

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = J_0^{-1} \cdot 3\mu R^{-3} \{ A (\mathbf{e}_{x_1}, \mathbf{R}^0) [\mathbf{e}_{x_1} \times \mathbf{R}^0] + B (\mathbf{e}_{x_2}, \mathbf{R}^0) [\mathbf{e}_{x_2} \times \mathbf{R}^0] + C (\mathbf{e}_{x_3}, \mathbf{R}^0) [\mathbf{e}_{x_3} \times \mathbf{R}^0] \}. \quad (23)$$

В дальнейшем исследуется устойчивость стационарных движений системы, когда $\dot{\boldsymbol{\omega}} = 0$. Первое положение равновесия соответствует случаю, когда $\mathbf{e}_{x_3} = \mathbf{R}^0, \dot{\mathbf{e}}_{x_3} = \dot{\mathbf{R}}^0$. Тогда $\dot{\mathbf{R}}^0 = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}^0$, а поэтому $(\mathbf{R}^0, \dot{\mathbf{R}}^0) = 0$, что означает, что $\mathbf{R}^0 \perp \dot{\mathbf{R}}^0$ во всё время движения. При этом центр масс движется по круговой орбите радиуса R с угловой скоростью $\omega = \omega_0 = \text{const}$. Из соотношения $\dot{\mathbf{R}} = (\mathbf{R}, \dot{\mathbf{e}}_{x_3}) = (\dot{\mathbf{R}}, \mathbf{e}_{x_3}) + (\mathbf{R}, \dot{\mathbf{e}}_{x_3}) = 0$ следует, что $\dot{F} = 0$, $F = \omega^2 + 2\mu R^{-3}$, т.е. деформированная центробежными и гравитационными силами система равномерно вращается с постоянной угловой скоростью вокруг оси, перпендикулярной оси симметрии.

Во втором случае, когда $(\mathbf{e}_{x_3}, \mathbf{R}^0) = 0, \mathbf{e}_{x_3} \perp \mathbf{R}^0, \dot{\mathbf{e}}_{x_3} \perp \mathbf{e}_{x_3}, \boldsymbol{\omega} \perp \mathbf{e}_{x_3}$ и \mathbf{R}^0 лежит в плоскости, образованной $\dot{\mathbf{e}}_{x_3}$ и $\boldsymbol{\omega}$, параллельно $\dot{\mathbf{e}}_{x_3}$. Не ограничивая общность, положим $\mathbf{R}^0 = k \dot{\mathbf{e}}_{x_3}$. Отсюда, при условии $\dot{\boldsymbol{\omega}} = 0$, следует:

$$\mathbf{R}^0 = k \dot{\mathbf{e}}_{x_3} = k [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{e}_{x_3}] = -k [\dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{e}_{x_3} \times \boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{e}}_{x_3}] = [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}^0], \quad (24)$$

и следовательно орбита центра масс – круговая, а $\dot{F} = 0$. Таким образом, делается вывод, что существует такое стационарное движение, при котором $\omega = \omega_0 = \text{const}$, а ось симметрии принадлежит плоскости орбиты и перпендикулярна \mathbf{R} . В этом

случае $F = \omega^2 - \mu R^{-3} = 0$ и деформации отсутствуют, так как центробежная и гравитационная силы уравновешивают друг друга.

Третье положение равновесия имеет место, когда $\mathbf{e}_{x_3} \perp \boldsymbol{\omega}$ и $\mathbf{e}_{x_3} \perp \mathbf{R}^0$. В этом случае деформации также стационарны и $\dot{F} = 0$, они определяются гравитацией, но $(\mathbf{L}, \mathbf{e}_{x_3}) = H \neq 0$ и орбитальная угловая скорость не обязательно равна угловой скорости собственного вращения.

Второе и третье положения равновесия неустойчивы. При малом отклонении от положения равновесия в плоскости орбиты во втором случае возникнет гравитационный момент, вызывающий дальнейший уход системы от положения равновесия, что означает неустойчивость. Аналогичное рассуждение справедливо и для третьего случая.

Первое положение равновесия устойчиво. Введём инерциальную систему координат $Sx_1y_1z_1$ (рис.2). Тогда $\varphi = \varphi_0 + \delta$, где δ – малое отклонение от равновесия.

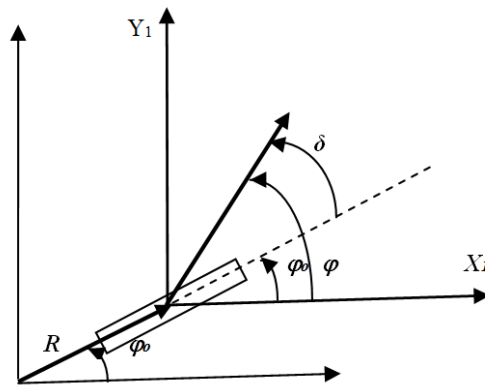


Рис. 2. Устойчивое положение равновесия.

Уравнение вариаций, следующее из (23), после некоторых преобразований принимает вид

$$\tilde{A}\ddot{\delta} + \chi b\tilde{D}\dot{\delta} + \tilde{k}\delta = 0, \quad (25)$$

где $\tilde{A} = A + J_{11} > 0$, $\tilde{D} = 12\mu R^{-3}(B - C)A^{-1}b_0\omega_0^2 > 0$, $\tilde{k} = \frac{1}{2}(B - C) + 18\mu^2 R^{-6}b_0 + 54R^{-7}\lambda_0$.

Таким образом, если деформации достаточно малы, и $\tilde{k} > 0$, в (27) – уравнение затухающих колебаний, и равновесие устойчиво. В согласии с [15] подтверждается «обобщённое правило большой оси», в соответствии с которым при наличии деформируемых элементов (стержневых антенн, панелей солнечных батарей), удовлетворяющих определённым условиям на свойства деформируемости конструкций, вращение вокруг оси с наибольшим моментом инерции остается устойчивым, как у твёрдого спутника.

В четвертой главе предлагается модель вычисления параметров вращения Земли на длительных интервалах времени для обработки высокоточных измерений топоцентрических дальностей до ИСЗ Эталон-1 и Эталон-2.

Построение высокоточной динамической модели вращения деформируемой Земли, идентификация ее параметров на основе данных Международной службы вращения Земли (МСВЗ) и надежный прогноз координат земного полюса весьма важны при решении задач навигации и при исследованиях ряда астрометрических, геодинамических и геофизических проблем [7-10,13,24,25].

Параметры вращения Земли (ПВЗ) – координаты полюса $x_p(t)$, $y_p(t)$, разность всемирного и координированного времени $UT1(t) - UTC$ и вариация продолжительности суток *l.o.d.* – входят в матрицу преобразования от геоцентрической экваториальной системы отсчёта к земной системе отсчёта.

Такие преобразования являются составной частью алгоритмов фильтрации траекторной информации и определения навигационных параметров и параметров движения искусственных спутников Земли (ИСЗ).

Два объекта Эталон-1 и Эталон-2 выведены на орбиту в 1989 году. Большие полуоси, эксцентриситеты и углы наклона орбит объектов приблизительно равны соответствующим параметрам спутников группировки ГЛОНАСС. Процедура фильтрации высокоточных наблюдений спутника Эталон позволяет отлаживать алгоритмы и контролировать точность обработки траекторной информации, получаемой на основе спутниковой навигационной системы.

С помощью методов небесной механики интегрированием динамических уравнений Эйлера-Лиувилля удается построить приближенную малопараметрическую модель вращательно-колебательных движений Земли, обусловленных воздействием гравитационно-приливных сил от Солнца и Луны [7-9]. Она содержит небольшое число неизвестных параметров, подверженных малым вариациям вследствие влияния возмущающих факторов. Оптимальные значения этих параметров находятся методом наименьших квадратов (МНК) [7-9,13] на основе статистической обработки астрометрических результатов высокоточных измерений угловых параметров движения Земли [24]. Учет и детализация влияния факторов геофизического типа (атмосферных, океанических, сейсмических, тектонических, сезонных и ряда других) на данном этапе исследований не представляется целесообразным и оправданным вследствие недостаточной полноты геофизических измерений и трудности их интерпретации. Рассматриваемая модель с удовлетворительной точностью описывает колебания координат земного полюса и вращательное движение Земли [7-9].

Выражения для координат полюса Земли принимаются согласно [8] в виде:

$$\begin{aligned} x_p(\tau) &= c_x^0 + c_x^1 \tau - a_x^c \cos 2\pi N \tau + a_x^s \sin 2\pi N \tau - N d_x^c \cos 2\pi \tau - d_x^s \sin 2\pi \tau, \\ y_p(\tau) &= c_y^0 + c_y^1 \tau + a_y^c \cos 2\pi N \tau + a_y^s \sin 2\pi N \tau - N d_y^c \cos 2\pi \tau + d_y^s \sin 2\pi \tau. \end{aligned} \quad (26)$$

Неизвестные $c_{x,y}^{0,1}$, $a_{x,y}^{c,s}$, $d_{x,y}^{c,s}$ – величины, подлежащие вычислению [8] с помощью МНК по результатам измерений МСВЗ. При определении этих коэффициентов следует иметь в виду равенства $a_x^{c,s} \approx a_y^{s,c}$, $d_x^{c,s} \approx d_y^{s,c}$, являющиеся структурным свойством модели. Процессы x_p и y_p оказываются связанными, что следует учитывать при статистической обработке измерений.

Модель вариаций неравномерности вращения Земли имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} l.o.d.(\tau) &= \sum_{i=1}^N [a_i \cos 2\pi \nu_i \tau + b_i \sin 2\pi \nu_i \tau] + c \\ [UT1-TAI](\tau) &= \sum_{i=1}^N [A_i \cos 2\pi \nu_i \tau + B_i \sin 2\pi \nu_i \tau] + C_0 \tau + C_1. \end{aligned} \quad (27)$$

Здесь величины $a_i, b_i, A_i, B_i, C_{0,1}, c$, – неизвестные амплитуды соответствующих колебаний, подлежащие определению на основе данных наблюдений; ν_i – частоты лунно-солнечного возмущения ($\nu_1 = 1$, $\nu_2 = 2$, $\nu_3 = 13.25$, $\nu_4 = 26.68$ и т.д.); τ – время, измеряемое сутками. При прогнозировании на короткие интервалы времени (от одних до десяти суток) коэффициенты модели считаются медленными функциями времени и рассматриваются как квазипостоянные, для которых требуется регулярная корректировка на интервале интерполяции. Применяемая настройка модели позволяет обойтись без учета дополнительных долгопериодических возмущающих факторов.

В случае определения ПВЗ на длительных интервалах времени выражения для $l.o.d.$ и UT1-UTC должны рассматриваться совместно, то есть необходимо учитывать структурные свойства моделей (26), (27) при оценивании неизвестных параметров. Для реальной ситуации, отвечающей современным данным МСВЗ, повышение точности прогноза достигается в рамках малопараметрической модели (26), (27) за счёт учёта структурных свойств. Это обусловлено уменьшением динамической ошибки аппроксимации процесса и сравнительно высокой точностью измерений.

Приведём результаты численного моделирования координат полюса Земли в сравнении с высокоточными данными наблюдений и измерений МСВЗ и РСДБ.

На рис. 3 приводятся четырехлетняя интерполяция (на интервале с 2011 по 2016 год) и прогноз на год колебаний координат полюса Земли x_p, y_p в сравнении с данными реализовавшейся ее траектории на период 01.01.2016 – 31.12.2016.

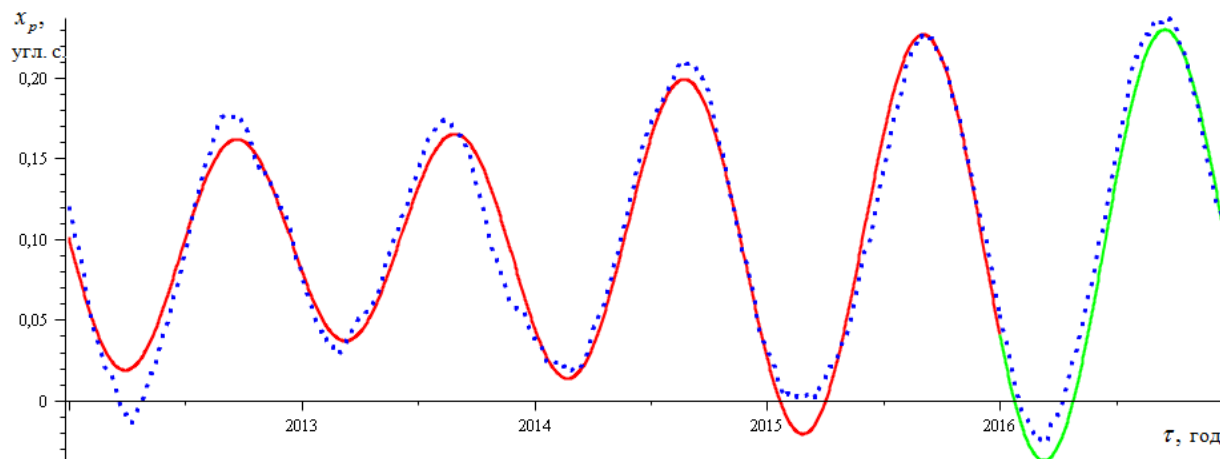


Рис. 3. Сплошная линия – четырехлетняя интерполяция (01.01.2012-31.12.2015) и прогноз на 2016 год колебаний координаты x_p полюса Земли; точки – данные наблюдений и измерений МСВЗ.

На рис. 4 в сравнении с данными измерений МСВЗ представлена теоретическая кривые интерполяции (01.01.2013 – 31.12.2015) и прогноза (01.01.2016 – 30.04.2016) вариаций длительности суток $l.o.d.(t)$. Красная и зелёная сплошные линии – теоретическая модель на интервале интерполяции и прогноза соответственно, а точки – данные наблюдений МСВЗ.

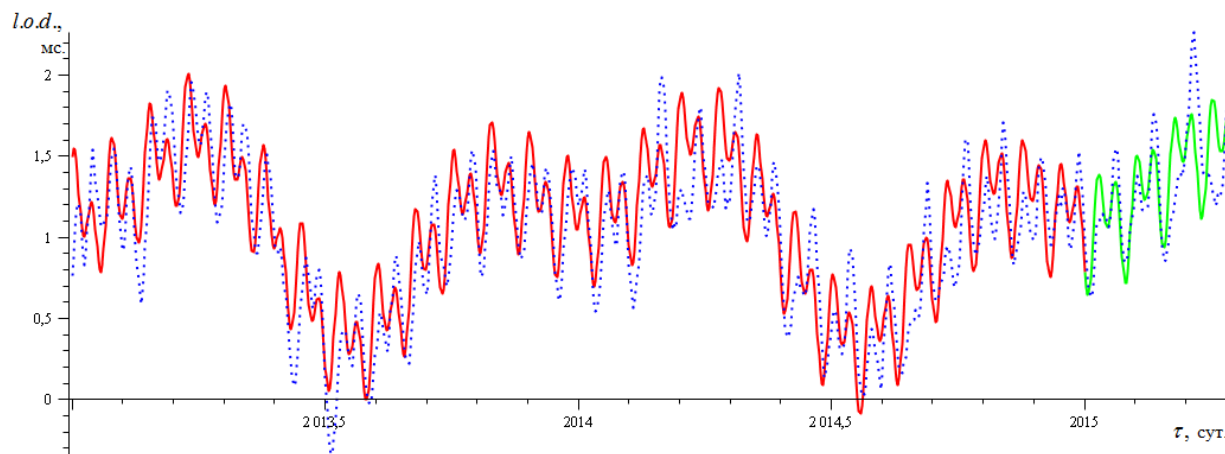


Рис. 4 Интерполяция изменения длительности суток $l.o.d.(t)$ в сравнении с данными наблюдений (01.01.2013 – 31.12.2015) и прогноз до 30.04.2016. Точки – данные наблюдений и измерений МСВЗ, красная и зелёная сплошные линии – теоретическая кривая на участке интерполяции и прогноза соответственно.

Анализ численного моделирования колебаний земного полюса (26) и неравномерности осевого вращения Земли (27) свидетельствуют об адекватности

моделей результатам данных наблюдений и измерений МСВЗ. Теоретические модели по точности аппроксимации процесса обеспечивают хорошее совпадение с данными МСВЗ для различных интервалов времени.

На рис. 5 представлены результаты обработки лазерных наблюдений спутника Эталон-1. Наблюдения были выполнены сетью международных обсерваторий с января по август 2013 года [25]. На графике отражены разности между измеренными и вычисленными значениями топоцентрических дальностей в метрах до объектов Эталон-1.

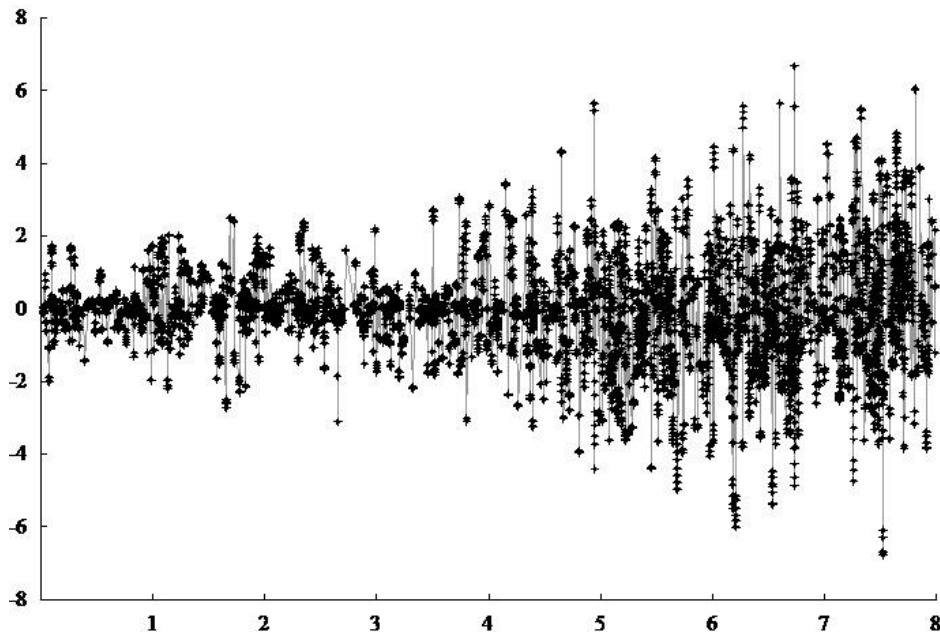


Рис. 5 Эталон-1, остаточные отклонения

Обработка измерений топоцентрических дальностей выполнена с помощью теории движения искусственных спутников Земли и пакета вычислительных модулей, представленных в статье [10].

Использованные в расчётах долгосрочные модели ПВЗ включают в себя среднеквадратические оценки каждого параметра моделей. В процессе фильтрации наблюдений измеряемыми параметрами являются топоцентрические дальности. В линейном приближении первые производные от вычисленных дальностей по параметрам вращения Земли позволяют вычислить ковариационную матрицу и оценить априорную величину остаточных отклонений, обусловленных погрешностями параметров вращения Земли. Оценка априорной величины остаточных отклонений для наблюдений спутника Эталон составила приблизительно 1.8 метра. Результаты обработки лазерных наблюдений спутников Эталон-1 и Эталон-2 показывают, что апостериорные оценки остаточных отклонений находятся на одном уровне с априорными оценками.

Таким образом, долгосрочная модель вращательно-колебательного движения Земли может быть использована в алгоритмах спутниковой навигации при допустимой максимальной погрешности долгосрочных расчётов положений порядка 6 метров.

Основные результаты диссертационной работы:

1. Исследованы колебательные процессы, связанные с ориентацией нежёсткого спутника относительно центра масс. Показана возможность демпфирования угловых колебаний спутника, обладающего упругостью, за счёт внутреннего трения в материале конструкции на соответствующих временных интервалах.
2. На примере модельной задачи изучены вращательные движения космического аппарата с упругими и диссипативными элементами как целого относительно центра масс с учётом органов системы управления – двухступенных гиросtabilизаторов – в режиме процесса ориентации. Показано, при каких предположениях упругие колебания не оказывают влияния на плоский разворот спутника и когда он невозможен. Исследован вопрос асимптотической устойчивости КА.
3. Найдены аналитические выражения, позволяющие оценить отклонение движения такой системы от программного (для твёрдого спутника – дрейф угловой скорости), обусловленные деформируемостью конструкции.
4. Получены приближённые дифференциальные уравнения, описывающие поступательно-вращательное движение спутника, содержащего деформируемые элементы, в центральном гравитационном поле сил. Показано, что дифференциальные уравнения поступательного и вращательного движения спутника связаны между собой посредством членов, наличие которых обусловлено деформируемостью системы. Найдены стационарные движения и исследована их устойчивость.
5. Разработана долгосрочная модель вычисления параметров вращения Земли на длительных интервалах времени для обработки высокоточных измерений топоцентрических дальностей до ИСЗ типа Эталон. Получена оценка априорной величины остаточных отклонений для наблюдений спутника Эталон, которая составила приблизительно 1.8 м.

Основные публикации по теме диссертации:

В изданиях, рекомендованных перечнем ВАК:

1. *Скоробогатых И. В., Тун Тун Вин.* Орбитально-вращательное движение спутника, содержащего деформируемые элементы, в гравитационном поле сил // Космонавтика и ракетостроение. 2012. 4(69). С. 108-113.

2. *Акуленко Л. Д., Крылов С. С., Марков Ю. Г., Тун Тун Вин, Филиппова А.С.* Динамика космического аппарата с упругими и диссипативными элементами в режиме ориентации // Известия РАН. Теория и системы управления. 2014. №5. С. 106-115.

3. *Перепелкин В. В., Тун Тун Вин, Чазов В. В.* Долгосрочная модель прогнозирования параметров вращения Земли при решении задач спутниковой навигации // Космонавтика и ракетостроение. 2014. 1(74). С. 128-133.

В других изданиях:

4. *Скоробогатых И. В., Тун Тун Вин.* Моделирование вращательно-колебательных движений деформируемой Земли (интерполяция и прогноз) // XXXXII Всероссийский симпозиум “Механика и процессы управления”. Миасс. 2012. Том 3. С. 3-8.

5. *Филиппова А. С., Тун Тун Вин.* Анализ возмущённых движений космического аппарата с гиростабилизаторами в критических случаях. // Тезисы докладов Международной конференции по математической теории управления и механике. Суздаль. 5-9 июля 2013 с. 231.

6. *Филиппова А. С., Тун Тун Вин.* Динамика деформируемого космического аппарата в задаче переориентации. // Тезисы докладов Международной конференции по математической теории управления и механике. Суздаль. 3-7 июля 2015 с. 134 - 135.

Список использованных источников:

7. *Акуленко Л. Д., Марков Ю. Г., Перепелкин В. В., Рыхлова Л. В.* Внутригодовые неравномерности вращения Земли // Астрономический журнал. 2008. т. 85. № 7. С. 657-664.

8. *Акуленко Л. Д., Марков Ю. Г., Перепелкин В. В.* Неравномерности вращения Земли // Доклады Академии наук. 2007. т. 417. № 4. С. 483-488.

9. *Акуленко Л. Д., Киселёв М. Л., Марков Ю. Г.* Уточненная модель неравномерности вращения Земли // Космонавтика и ракетостроение. 2011. вып. 4(65). С. 13-19.

10. *Бахтигараев Н. С., Чазов В. В.* Информационное обеспечение космических экспериментов на основе численно-аналитической теории движения искусственных спутников Земли // Космические исследования. 2005. т. 43. № 5. С. 386-389.

11. *Вильке В. Г.* Аналитические и качественные методы механики систем с бесконечным числом степеней свободы. - М.: Изд-во Моск. Ун-та. 1986. 192 с.

12. *Вильке В. Г., Марков Ю. Г.* Эволюция поступательно-вращательного движения вязкоупругой планеты. // Астрономический журнал. 1988. т. 65. вып. 4. С. 861-867.

13. *Губанов В. С.* Обобщённый метод наименьших квадратов. // Теория и применение в астрометрии. - СПб.:Наука, 1997, 318 с.
14. *Докучаев Л. В.* Тезисы докладов XI Международной конференции: Устойчивость, управление и динамика твердого тела. Донецк: Институт прикладной математики и механики НАН Украины. 2011. С. 43.
15. *Докучаев Л. В.* Нелинейная динамика летательных аппаратов с деформируемыми элементами. - М.: Машиностроение. 1987. 231 с.
16. *Журавлев В. Ф., Климов Д. М.* Прикладные методы в теории колебаний. - М.: Наука. 1988. 328 с.
17. *Маркеев А. П.* К динамике упругого тела в гравитационном поле. // Космические исследования. 1989. т. 27. вып. 4. С. 163-165.
18. *Марков Ю. Г., Миняев И. С.* К динамике космического аппарата с упругими колеблющимися массами // Космические исследования, 1991. Т. 29. Вып. 5. С. 685-694.
19. *Миняев И. С., Скоробогатых И. В.* О влиянии деформаций на плоские движения деформируемого тела в гравитационном поле. // Космические исследования. 1994. вып. 1. т.32. С. 49-57.
20. *Раушенбах Б. В., Токарь Е. Н.* Управление ориентацией космических аппаратов.- М.: Наука, 1974. 600 с.
21. *Сидоренко В. В.* Эволюция быстрых вращений упругого кольца в гравитационном поле. // Препринт № 93. ИПМ АН СССР. 1987.
22. *Черноустько Ф. Л., Акуленко Л. Д., Соколов Б. Н.* Управление колебаниями. - М.: Наука, 1980. 383 с.
23. *Черноустько Ф. Л.* О движении твердого тела с упругими и диссипативными элементами // ПММ. 1978. Т. 42. вып. 1. С. 34-42.
24. IERS Annual Reports. 1990 July bis 1999 July 2000. Central Burea of IERS. Observatoire de Paris. 2000 July bis 2002 July 2003. Verlag BKG Frankfurt am Mein.
25. *Pearlman M. R., Degnan J. J., Bosworth J. M.* The International Laser Ranging Service. // Advances in Space Research. 2002. v. 30. № 2. pp. 135-143.

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Множительный центр МАИ (НИУ)
Заказ от «__» _____ 2017 г. Тираж ___ экз.