

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)**

На правах рукописи



**Голенко Дмитрий Сергеевич
СОПРОВОЖДЕНИЕ МАНЕВРИРУЮЩИХ ИСТОЧНИКОВ
СИГНАЛОВ, ДВИГАЮЩИХСЯ ПО БАЛЛИСТИЧЕСКИМ
ТРАЕКТОРИЯМ**

Специальность

05.12.14 - Радиолокация и радионавигация

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель: д.т.н., Сычёв Михаил Иванович

Москва – 2020

Содержание

| | |
|--|----|
| Введение..... | 5 |
| Глава 1. Обработка радиолокационной информации..... | 13 |
| 1.1 Подходы к решению задачи фильтрации..... | 13 |
| 1.1.1 Фильтр Калмана | 13 |
| 1.1.2 Квазиоптимальные нелинейные фильтры | 15 |
| 1.1.3 Многомодельный фильтр | 20 |
| 1.2 Системы координат | 26 |
| 1.3 Модели движения | 28 |
| 1.3.1 Разгон..... | 28 |
| 1.3.2 Свободный полет..... | 30 |
| 1.3.3 Вход в атмосферу | 32 |
| 1.4 Выводы к главе 1 | 37 |
| Глава 2. Сопровождение баллистического объекта из точки старта..... | 39 |
| 2.1 Модели траекторий движения объекта | 41 |
| 2.2 Построение многомодельного алгоритма для сопровождения баллистического объекта | 46 |
| 2.2.1 Моделирование не модифицированного алгоритма | 47 |
| 2.2.2 Введение зависимости матрицы переходов от вектора состояния | 51 |
| 2.2.3 Модификация взаимодействия моделей..... | 55 |
| 2.2.4 Альтернативные модели возмущений | 57 |
| 2.2.5 Улучшение характеристик переходных процессов алгоритмов | 58 |
| 2.2.6 Результаты моделирования на различных траекториях..... | 61 |
| 2.3 Сопровождение в условиях низкого отношения сигнал-шум | 63 |

| | | |
|---|---|-----|
| 2.3.1 | Распределение ложных отметок | 64 |
| 2.3.2 | Точность измерений..... | 68 |
| 2.3.3 | Алгоритмы ассоциации отметок..... | 69 |
| 2.3.4 | Моделирование сопровождения в условиях низкого отношения сигнал-шум..... | 73 |
| 2.3.5 | Модификация алгоритма вероятностной ассоциации..... | 76 |
| 2.4 | Оптимизация параметров алгоритмов..... | 81 |
| 2.4.1 | Пространство оптимизируемых параметров..... | 82 |
| 2.4.2 | Функция ошибок | 83 |
| 2.4.3 | Метод оптимизации | 85 |
| 2.5 | Выводы к главе 2 | 86 |
| Глава 3. Сопровождение баллистического объекта на этапе входа в атмосферу..... | | 89 |
| 3.1 | Модели траекторий движения объекта | 89 |
| 3.2 | Построение многомодельного алгоритма для сопровождения объекта на этапе входа в атмосферу..... | 93 |
| 3.2.1 | Одномодельные фильтры..... | 94 |
| 3.2.2 | Использование модели разгона для учета маневрирования объекта | 96 |
| 3.2.3 | Совместное использование моделей BRV и MaRV..... | 99 |
| 3.3 | Влияние точности априорной информации на устойчивость алгоритмов сопровождения | 105 |
| 3.3.1 | Начальные условия сопровождения объекта | 106 |
| 3.3.2 | Устойчивость алгоритмов BRV, MaRV, MMA2.4, MMA2.5..... | 107 |
| 3.3.3 | Использование модели Сингера в качестве модели возмущений | 109 |

| | |
|---|-----|
| 3.3.4 Улучшение устойчивости алгоритмов за счет замены нелинейного фильтра | 111 |
| 3.4 Выводы к главе 3 | 114 |
| Заключение | 115 |
| Список литературы | 117 |

Введение

Актуальность работы. Оценивание траектории и параметров движения баллистических целей является одной из задач радиолокации [1]. Целью сопровождения может быть управление или определение характеристик цели во время разработки и испытаний, для чего предъявляются высокие требования к точности определения координат, скорости и параметров движения объекта. В данной работе рассматривается сопровождение маневрирующих баллистических объектов с помощью пассивной радиолокационной станции. Предполагается, что объект непрерывно излучает некоторый сигнал с известной частотой несущей, что позволяет измерять частоту Доплера, помимо измерений углов азимута и места. Данная постановка задачи актуальна для сопровождения баллистических объектов в целях контроля соблюдения договора между Российской Федерацией и Соединенными Штатами Америки о мерах по дальнейшему сокращению и ограничению стратегических наступательных вооружений, касаемо пусков межконтинентальных баллистических ракет и баллистических ракет подводных лодок, в зонах ограничения использования средств активной локации.

Как правило, выделяют три фазы полета баллистического объекта: активный участок – разгон, свободный полет и вход в атмосферу [2, 3]. Каждая фаза полета может быть охарактеризована определенной динамикой, вследствие действия группы сил: гравитационной силы, силы сопротивления воздуха и тяги двигателя в фазе разгона; гравитационной силы в фазе свободного полета; гравитационной силы и аэродинамических сил в фазе входа в атмосферу [4]. Большинство алгоритмов сопровождения строятся на основе модели движения объекта [5]. Модель движения выбирается в соответствии с динамикой объекта в той или иной фазе полета.

В зависимости от выбранной системы координат и структуры вектора состояния нелинейно уравнение измерений или уравнение движения объекта. Одним из самых распространенных квазиоптимальных нелинейных фильтров

является расширенный фильтр Калмана, использующий приближение первого порядка при вычислении среднего значения и ковариационной матрицы вектора состояния [6]. Улучшения точности можно добиться, используя приближения высших порядков, в результате чего появились квадратурный, кубатурный и сигма-точечный фильтры Калмана [7, 8, 9], используемые в задачах сопровождения баллистических объектов [10], а также их непрерывно-дискретные вариации [11, 12, 13].

Нелинейные фильтры частиц, в отличие от вышеупомянутых алгоритмов, имеют возможность описывать негауссовы распределения и часто используются в теоретических исследованиях [14, 15, 16, 17]. Однако сложность фильтров частиц резко возрастает с увеличением размерности вектора состояния [18] даже при использовании алгоритмов прореживания и выбора частиц [19], а их точность близка к кубатурному или сигма-точечному фильтру Калмана, что ограничивает их применение.

Для сопровождения баллистического объекта на различных этапах полета разработаны алгоритмы, использующие соответствующие модели движения: адаптивный алгоритм для фазы разгона, основанный на оценке неизвестного входного воздействия [20]; сигма-точечный фильтр Калмана для фазы свободного полета [10]; расширенные и сигма-точечные фильтры Калмана для фазы входа в атмосферу [21, 22, 23]. Несмотря на высокую точность сопровождения, эти фильтры не могут быть использованы для сопровождения баллистического объекта на протяжении всей траектории из-за изменяющейся динамики объекта в процессе полета.

Сопровождение маневрирующих объектов с изменяющейся динамикой может выполняться с помощью многомодельных алгоритмов, включающих возможные модели маневра объекта [24, 25, 26, 27, 28]. Многомодельные алгоритмы с успехом используются и при сопровождении баллистических объектов на нескольких этапах полета [2, 3, 29]. Помимо определения координат и параметров движения объекта, многомодельные алгоритмы позволяют

определить момент смены типа движения, что является важным для предсказания траектории [30, 31].

Сопровождение объектов, в том числе баллистических, с помощью пассивной радиолокационной станции уже рассматривалось в работах [32, 33, 34]. Вектор измерений, включающий частоту Доплера, угол азимута и угол места, является неполным, то есть не обеспечивает однозначное определение положения объекта в пространстве. Проблема неоднозначности может быть решена с помощью маневрирования носителя [35, 36, 37] или использования априорной информации о начальном положении объекта [38]. При разработке алгоритмов сопровождения считалось, что начальное положение объекта известно с некоторой точностью.

Практически значимыми являются два варианта сопровождения объекта: из точки старта и на этапе входа в атмосферу. Сопровождение из точки старта проводится, как правило, до ухода объекта за горизонт, при этом, в зависимости от дальности полета объекта, могут наблюдаться все три фазы полета [31]. Сопровождение на этапе входа в атмосферу начинается после получения предварительных целеуказаний, при приближении объекта к границе атмосферы [39].

В процессе сопровождения из точки старта объект значительно удаляется от РЛС, из-за чего снижается отношение сигнал-шум и вероятность правильного обнаружения. Пропуски цели приводят к увеличению собственных чисел ковариационной матрицы вектора состояния и могут привести к срыву сопровождения [2]. Для поддержания вероятности правильного обнаружения на приемлемом уровне может быть снижен порог обнаружения, что неизбежно приводит к увеличению количества ложных отметок, попадающих в строб отождествления.

Для ассоциации отождествленных отметок с траекторией существуют алгоритмы ассоциации. Самые простые, такие как метод ближайшего или самого мощного соседа, заключаются в выборе одной из ассоциированных отметок [40]. Более сложные алгоритмы вероятностной ассоциации учитывают все

отождествленные отметки с некоторыми весами [41, 42]. Алгоритмы ассоциации применимы и к многомодельным алгоритмам [43]. Помимо вероятностной ассоциации существуют многогипотезные алгоритмы [44, 45]. Для улучшения характеристик алгоритмов ассоциации может учитываться дополнительная информация, например амплитуда отметок [40, 46].

В фазе входа в атмосферу основными силами, действующими на объект, являются гравитационная сила и аэродинамические силы. Аэродинамические силы можно разделить на подъемные силы и силу лобового сопротивления, действующие перпендикулярно и параллельно скорости соответственно. Если на тело действует только сила лобового сопротивления, то объект считается не маневрирующим [4]. Конструкционные особенности объекта могут позволять изменять его аэродинамические характеристики для создания подъемной силы, либо периодическая подъемная сила может возникнуть в результате асимметрии объекта [47]. Такие объекты считаются маневрирующими и могут выполнять маневры: кабрирование, пикирование, поворот или спиралевидное движение [48].

Объект и предмет исследования. Объектом исследования является пассивная радиолокационная система.

Предметом исследования являются алгоритмы сопровождения излучающих маневрирующих баллистических объектов и методы повышения точности сопровождения, в том числе при малом отношении сигнал-шум.

Цель работы. Целью работы является увеличение точности многомодельного алгоритма сопровождения излучающего маневрирующего объекта из точки старта и на этапе входа в атмосферу с помощью пассивной радиолокационной станции.

Более точное восстановление траектории объекта и параметров его движения необходимо для определения его скоростных характеристик; максимальных ускорений, испытываемых объектом на различных участках полета; баллистического коэффициента, влияющего на потенциальную точность; маневренности на различных участках полета в целях проверки получаемой информации в рамках договора между Российской Федерацией и Соединенными

Штатами Америки о мерах по дальнейшему сокращению и ограничению стратегических наступательных вооружений, а также для определения иных особенностей объектов и направления ведущихся разработок.

Методы исследований. При решении поставленных задач были использованы методы математического анализа, теории вероятностей, математической статистики. При исследовании алгоритмов применялись методы математического моделирования.

Научная новизна.

1. Разработан алгоритм ассоциации отметок, попадающих в строб отождествления, на основе алгоритма вероятностной ассоциации с учетом информации об амплитудах отметок, позволяющий улучшить точность алгоритма сопровождения в условиях низкого отношения сигнал-шум (ниже 10 дБ) на 15-30 %, по сравнению с использованием известных алгоритмов вероятностной ассоциации.
2. Разработан многомодельный алгоритм, использующий сигма-точечный фильтр Калмана, обладающий увеличенной областью устойчивости, в которой вероятность срыва сопровождения не превышает 5%. Область устойчивости увеличена с 16 км до значения погрешности оценки начальной дальности до объекта 32 км, по сравнению с расширенным фильтром Калмана.
3. Введена зависимость матрицы переходов от вектора состояния, состоящая из трех участков: во время фазы разгона, в начале фазы свободного полета, при переходе к фазе входа в атмосферу, а также учтены вероятности обратных переходов к модели разгона и свободного полета, что позволяет снизить рост среднеквадратичного отклонения координат на 20-30% в фазе свободного полета.

Теоретическая и практическая значимость работы. Полученные в работе результаты: о зависимости точности сопровождения на различных участках полета объекта от вида матрицы переходов в многомодельном алгоритме, о влиянии способа взаимодействия моделей на оценку компонент

вектора состояния и вектора вероятностей, об использовании альтернативных моделей возмущений в различных моделях движения в многомодельном алгоритме, об улучшении характеристик переходных процессов в многомодельном алгоритме при изменении типа движения с помощью введения дополнительных сильно возмущенных моделей, могут быть использованы при дальнейших исследованиях и оптимизации многомодельных алгоритмов.

Разработанные многомодельные алгоритмы сопровождения маневрирующего баллистического излучающего объекта с помощью пассивной радиолокационной станции из точки старта и на этапе входа в атмосферу могут быть использованы в пассивной радиолокационной системе, для решения задачи сопровождения при разработке и испытаниях ракет и космических аппаратов, а также для контроля соблюдения договора между Российской Федерацией и Соединенными Штатами Америки о мерах по дальнейшему сокращению и ограничению стратегических наступательных вооружений, касаемо пусков межконтинентальных баллистических ракет и баллистических ракет подводных лодок, в зонах ограничения использования средств активной локации. Улучшение точности сопровождения в условиях малого отношения сигнал-шум при сопровождении из точки старта сильно влияет на точность экстраполяции траектории объекта после его ухода за горизонт. Улучшение устойчивости многомодельного алгоритма в условиях отсутствия точной оценки начальной дальности до объекта делает возможным его сопровождение на этапе входа в атмосферу.

Достоверность полученных результатов. Достоверность результатов подтверждена корректным применением статистического и математического аппарата и результатами компьютерного моделирования.

Апробация работы. Материалы диссертации докладывались на XLIV международной молодежной конференции «Гагаринские чтения – 2018», секция 4-1, Москва, МАИ; на XLV международной молодежной конференции «Гагаринские чтения – 2019», секция 4-1, Москва, МАИ; на международной конференции «Systems of signals generating and processing in the field of on board

communications 2020», секция «Digital signal processing in radar and infocommunication systems», Москва, МТУСИ.

Публикация результатов. Основные результаты диссертации опубликованы в четырех работах, три из которых опубликованы в изданиях, рекомендованных ВАК для опубликования основных результатов диссертации на соискание ученой степени кандидата наук:

1. Сычев М.И., Голенко Д.С. Оценивание координат и параметров движения источников излучения, двигающихся по баллистическим траекториям // Успехи современной радиоэлектроники. – 2018. Vol. 10. P. 50–59. Входит в перечень ВАК.
2. Сычев М.И., Голенко Д.С. Оценивание координат и параметров движения источников излучения, двигающихся по баллистическим траекториям в условиях малого отношения сигнал/шум // Электросвязь. – 2019. Vol. 6. P. 70–73. Входит в перечень ВАК.
3. Сычев М.И., Голенко Д.С. Влияние априорной информации на сходимость многомодельного алгоритма при сопровождении баллистических объектов // Электросвязь. – 2020. Vol. 4. P. 48–52. Входит в перечень ВАК.
4. Golenko D.S., Sychev M.I. Maneuvering reentry target tracking by means of passive radar // Systems of signals generating and processing in the field of on board communications. – March 2020. P. 1–5.

Основные положения, выносимые на защиту.

1. Учет информации об амплитудах отметок при их вероятностной ассоциации с траекторией сопровождаемого излучающего баллистического объекта позволяет улучшить точность алгоритма сопровождения в условиях низкого отношения сигнал-шум (ниже 10 дБ) на 15-30 %.
2. Использование многомодельного алгоритма на основе сигма-точечного фильтра Калмана позволяет увеличить область устойчивости алгоритма сопровождения маневрирующего баллистического излучающего объекта,

в которой вероятность срыва сопровождения не превышает 5%, на этапе входа в атмосферу по сравнению с расширенным фильтром Калмана, при погрешности оценки начальной дальности до объекта выше 16 км.

3. Введение зависимости матрицы переходов многомодельного алгоритма от вектора состояния, при которой уменьшается вероятность перехода от модели свободного полета к модели движения разгон в начале фазы свободного полета позволяет снизить рост среднеквадратичного отклонения координат на 20-30% в фазе свободного полета.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Диссертация содержит 123 страницы текста, 59 рисунков и список литературы из 72 источников.

Глава 1. Обработка радиолокационной информации

1.1 Подходы к решению задачи фильтрации

1.1.1 Фильтр Калмана

Одной из задач радиолокационной системы (РЛС) является оценка изменяющихся на интервале наблюдения координат и параметров движения объекта, на основании измерений, получаемых после первичной обработки. В ходе первичной обработки в дискретные моменты времени РЛС генерирует совокупность измерений, составляющих вектор измерений \vec{z}_k . При байесовском подходе к решению задачи фильтрации проводится оценивание апостериорной плотности распределения параметров движения объекта \vec{x}_k [25].

Согласно теореме Байеса апостериорную плотность распределения \vec{x}_k можно выразить через априорную плотность распределения и условную плотность распределения вектора измерений при условии \vec{x}_k , определяемую уравнением измерения [49, 50]:

$$\vec{z}_k = \vec{h}(\vec{x}_k) + \vec{\varepsilon}_k, \quad (1)$$

где $\vec{\varepsilon}_k$ – аддитивный шум измерений.

Вычисление априорной плотности распределения \vec{x}_k тесно связано с процедурой экстраполяции. Для выполнения экстраполяции необходимо задаться уравнением движения объекта. Как правило, задаются дискретным уравнением движения вида (2), которое может быть получено с помощью метода конечных разностей из общего непрерывного уравнения движения объекта [51].

$$\vec{x}_k = \vec{f}(\vec{x}_{k-1}, \vec{u}_k) + \vec{w}_k, \quad (2)$$

где \vec{u}_k – вектор известного внешнего воздействия, \vec{w}_k – аддитивный шум модели движения.

Если рассматриваемая динамическая система является линейной, то уравнения (1) и (2) представимы в виде:

$$\vec{x}_k = \mathbf{F}_k \vec{x}_{k-1} + \mathbf{G}_k \vec{u}_k + \vec{w}_k, \quad (3)$$

$$\vec{z}_k = \mathbf{H}_k \vec{x}_k + \vec{\varepsilon}_k. \quad (4)$$

При такой связи между векторами параметров движения объекта в моменты времени $k - 1$ и k , и если шум модели движения \vec{w}_k и шум измерений $\vec{\varepsilon}_k$ являются белыми гауссовыми, с ковариационными матрицами \mathbf{Q}_k и \mathbf{R}_k соответственно, фильтр Калмана – оптимальный фильтр [52].

Пусть оценка вектора состояния в момент времени $k - 1$ на основании измерения в момент времени $k - 1$ есть $\vec{x}_{k-1|k-1}$, а ее ковариационная матрица $\mathbf{P}_{k-1|k-1}$. На шаге экстраполяции фильтра Калмана определяется априорная оценка вектора состояния $\vec{x}_{k|k-1}$ и его ковариационная матрица $\mathbf{P}_{k|k-1}$ в момент времени k на основании измерения в момент времени $k - 1$:

$$\vec{x}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \vec{x}_{k-1|k-1} + \mathbf{G}_k \vec{u}_k, \quad (5)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k. \quad (6)$$

При обновлении учитывается текущее измерение \vec{z}_k и экстраполированный вектор состояния $\vec{x}_{k|k-1}$:

$$\vec{y}_k = \vec{z}_k - \mathbf{H}_k \vec{x}_{k|k-1}, \quad (7)$$

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k, \quad (8)$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_k^{-1}, \quad (9)$$

$$\vec{x}_{k|k} = \vec{x}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \vec{y}_k, \quad (10)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1}. \quad (11)$$

Приведенные уравнения фильтрации являются рекуррентными, так как опираются на значения $\vec{x}_{k-1|k-1}$ и $\mathbf{P}_{k-1|k-1}$ на предыдущем шаге.

1.1.2 Квазиоптимальные нелинейные фильтры

Фильтр Калмана является оптимальным для линейных динамических систем с аддитивным белым гауссовым шумом. Однако рассматриваемая задача сопровождения баллистических объектов является нелинейной, так как в зависимости от выбранной системы координат и структуры вектора состояния нелинейно уравнение измерений или уравнение движения.

Существуют алгоритмы, построенные на основе оптимальной фильтрации, подходящие для задач нелинейной фильтрации, являющиеся квазиоптимальными. Среди таких алгоритмов можно выделить: расширенный фильтр Калмана (ЕКФ), квадратурный (QKF) и кубатурный фильтры Калмана (СКФ), непрерывно-дискретный фильтр Калмана, сигма-точечный фильтр Калмана (UKF), многочастичный фильтр (PF) и их модификации [53, 18, 54, 55]. В данной работе рассматривается применение расширенного и сигма-точечного фильтров Калмана к задаче сопровождения излучающего баллистического объекта пассивной радиолокационной станцией.

Алгоритм расширенного фильтра Калмана основан на линеаризации первого порядка функций $\vec{f}(\vec{x}, \vec{u})$ и $\vec{h}(\vec{x})$ в уравнениях движения и измерения. Линеаризованные уравнения (2) и (1) имеют вид (3) и (4), где матрицы \mathbf{F}_k и \mathbf{H}_k являются матрицами Якоби функций $\vec{f}(\vec{x})$ и $\vec{h}(\vec{x})$ [6]:

$$\mathbf{F}_k = \left. \frac{\partial \vec{f}(\vec{x})}{\partial \vec{x}} \right|_{\vec{x}_{k-1|k-1}}, \quad (12)$$

$$\mathbf{H}_k = \left. \frac{\partial \vec{h}(\vec{x})}{\partial \vec{x}} \right|_{\vec{x}_{k|k-1}}. \quad (13)$$

Здесь предполагается, что переменные \vec{x} и \vec{u} разделимы, а функция $\vec{f}(\vec{x}, \vec{u})$ линейна по аргументу \vec{u} , что соответствует решаемой задаче.

Матрицы F_k и H_k используются в уравнениях (6), (8), (9), (11), тогда как при экстраполяции и вычислении невязки обычно используются нелинейные функции:

$$\vec{x}_{k|k-1} = \vec{f}(\vec{x}_{k-1|k-1}, \vec{u}_k), \quad (14)$$

$$\vec{y}_k = \vec{z}_k - \vec{h}(\vec{x}_{k|k-1}). \quad (15)$$

Выражение (12) не единственный способ определения матрицы F_k . Непрерывное уравнение движения объекта (16), можно преобразовать к виду (17) с помощью конечных разностей, с разложением первого порядка. Тогда матрица F_k выражается через матрицу Якоби функции $\vec{g}(\vec{x})$ [48]:

$$d\vec{x} = \dot{\vec{x}}dt = g(\vec{x}(t))dt, \quad (16)$$

$$\vec{x}_{k|k-1} = \vec{x}_{k-1|k-1} + \vec{g}(\vec{x}_{k-1|k-1})T, \quad (17)$$

$$F_k = I + T \left. \frac{\partial \vec{g}(\vec{x})}{\partial \vec{x}} \right|_{\vec{x}_{k-1|k-1}}. \quad (18)$$

Отличие выражения (18) от (12) заключается в порядке разложения для координат. При составлении функции экстраполяции $\vec{f}(\vec{x}, \vec{u})$ как правило, используется второй порядок разложения координат по времени, то есть с учетом ускорения объекта. Тогда как вторые производные по времени отсутствуют в выражении (18).

В расширенном фильтре Калмана распределение вектора состояния на каждом шаге аппроксимируется гауссовым распределением. Для описания гауссова распределения достаточно задать вектор среднего значения и ковариационную матрицу. Однако среднее значение нелинейной функции не может быть вычислено по формулам (14) и (15). Выражения (14), (15), (6) и (8) с учетом (12), (13) или (18) дают приближительную оценку среднего значения вектора состояния и его ковариационной матрицы после нелинейного преобразования [56].

Для более точного вычисления среднего значения и ковариационной матрицы вектора состояния может применяться метод Гаусса, кубатурные формулы или сигма-точечное преобразование. Эти методы позволяют вычислять интегралы вида (19) посредством весового суммирования значений функции в некоторых точках (20) [57].

$$\langle f(\vec{x}) \rangle = \int_{R^n} f(\vec{x}) \rho(\vec{x}) d\vec{x}, \quad (19)$$

$$\int_{R^n} f(\vec{x}) \rho(\vec{x}) d\vec{x} \approx \sum_{i=1}^N \omega_i f(\vec{\sigma}_i), \quad (20)$$

где $\rho(\vec{x})$ – плотность распределения случайной величины \vec{x} ; $f(\vec{x})$ – нелинейная функция \vec{x} ; $\langle f(\vec{x}) \rangle$ – среднее значение функции $f(\vec{x})$; ω_i – весовые коэффициенты; $\vec{\sigma}_i$ – выбранные точки.

На функцию распределения накладываются ограничения. В случае сигма-точечного преобразования $\rho(\vec{x})$ должна быть симметрична относительно своего среднего значения, что выполняется для многомерного нормального распределения.

Порядок приближения определяется количеством точек N и зависит от размерности пространства n , в котором проводится интегрирование. Для получения приближения третьего порядка при использовании кубатурных формул требуется $2n$ точек, а для сигма-точечного преобразования $2n + 1$ точка. Тогда как для получения приближения пятого порядка потребуется $O(n^2)$ точек. Использование приближения пятого порядка как правило не оправдано для задач большой размерности ввиду резкого увеличения вычислительной сложности [58, 57].

Для использования вышеупомянутых методов перепишем уравнения калмановской фильтрации (5 – 8) с использованием интегральных выражений для вычисления среднего значения и ковариационной матрицы вектора состояния и вектора невязки [59]:

$$\vec{x}_{k|k-1} = \int_{R^n} \vec{f}(\vec{x}, \vec{u}_k) \mathcal{N}(\vec{x}, \vec{x}_{k-1|k-1}, \mathbf{P}_{k-1|k-1}) d\vec{x}, \quad (21)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \int_{R^n} (\vec{f}(\vec{x}, \vec{u}_k) - \vec{x}_{k|k-1})(\vec{f}(\vec{x}, \vec{u}_k) - \vec{x}_{k|k-1})^T \cdot \mathcal{N}(\vec{x}, \vec{x}_{k-1|k-1}, \mathbf{P}_{k-1|k-1}) d\vec{x} + \mathbf{Q}_k, \quad (22)$$

$$\vec{y}_k = \vec{z}_k - \int_{R^n} \vec{h}(\vec{x}) \mathcal{N}(\vec{x}, \vec{x}_{k|k-1}, \mathbf{P}_{k|k-1}) d\vec{x}, \quad (23)$$

$$\mathbf{S}_k = \int_{R^n} (\vec{h}(\vec{x}) - (\vec{z}_k - \vec{y}_k)) (\vec{h}(\vec{x}) - (\vec{z}_k - \vec{y}_k))^T \cdot \mathcal{N}(\vec{x}, \vec{x}_{k|k-1}, \mathbf{P}_{k|k-1}) d\vec{x} + \mathbf{R}_k, \quad (24)$$

где $\mathcal{N}(\vec{x}, \vec{\mu}, \mathbf{P})$ – плотность вероятности многомерного нормального распределения для вектора \vec{x} со средним значением $\vec{\mu}$ и ковариационной матрицей \mathbf{P} .

Коэффициент усиления \mathbf{K}_k в фильтре Калмана вычисляется с использованием матрицы измерения \mathbf{H}_k . Вместо оценки матрицы измерения можно определить взаимную ковариацию \mathbf{P}_{xz} векторов \vec{x} и $\vec{h}(\vec{x})$:

$$\mathbf{P}_{xz}(k|k-1) = \int_{R^n} (\vec{x} - \vec{x}_{k|k-1}) (\vec{h}(\vec{x}) - (\vec{z}_k - \vec{y}_k))^T \cdot \mathcal{N}(\vec{x}, \vec{x}_{k|k-1}, \mathbf{P}_{k|k-1}) d\vec{x}. \quad (25)$$

Уравнения (9 – 11) переписываются без использования \mathbf{H}_k :

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{xz}(k|k-1) \mathbf{S}_k^{-1}, \quad (26)$$

$$\vec{x}_{k|k} = \vec{x}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \vec{y}_k, \quad (27)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{S}_k \mathbf{K}_k^T. \quad (28)$$

Таким образом, уравнения (21 – 28) являются основой для построения квазиоптимальных нелинейных фильтров Калмана, с более точными оценками среднего значения и ковариационной матрицы вектора состояния и вектора невязки, чем в расширенном фильтре Калмана.

Рассмотрим сигма-точечный фильтр Калмана. Выбор сигма-точек основывается на вычислении квадратного корня ковариационной матрицы. В работе для вычисления квадратного корня было использовано разложение Холецкого. Разложение возможно, так как ковариационная матрица является симметричной и положительно определенной [8]. Один из альтернативных методов основывается на разложении по собственным векторам.

$$\vec{\sigma}_0 = \vec{\mu}, \quad (29)$$

$$\vec{\sigma}_i = \vec{\mu} \pm \sqrt{n + \lambda} \sqrt{\mathbf{P}}_i, \quad (30)$$

$$\lambda = \alpha^2 n - n, \quad (31)$$

где $\vec{\sigma}_i$ – сигма-точки, $\vec{\mu}$ и \mathbf{P} – среднее значение и ковариационная матрица исходного случайного вектора, n – размерность исходного пространства, α – параметр разнесения точек, $\sqrt{\mathbf{P}}_i$ – i -тая строка квадратного корня ковариационной матрицы.

Найденные сигма-точки могут далее использоваться для вычисления интегралов (21 – 25) с использованием формулы (20) и весовыми коэффициентами:

$$\omega_i^\mu = \begin{cases} \frac{\lambda}{n + \lambda}, & i = 0 \\ \frac{1}{2(n + \lambda)}, & i \neq 0 \end{cases} \quad (32)$$

$$\omega_i^P = \begin{cases} \frac{\lambda}{n + \lambda} + 1 - \alpha^2 + \beta, & i = 0 \\ \frac{1}{2(n + \lambda)}, & i \neq 0 \end{cases} \quad (33)$$

где α и β параметры разнесения точек, ω_i^μ и ω_i^P – весовые коэффициенты вычисления среднего значения и ковариационной матрицы соответственно.

Для многомерного нормального распределения $\beta = 2$ оптимальное значение параметра, а α обычно выбирается небольшим положительным числом, например 10^{-3} . Стоит заметить, что при выборе $\alpha = 1$ и $\beta = 0$ параметр λ становится равным нулю, количество точек с ненулевыми весовыми коэффициентами сокращается до $2n$, а сигма-точечный фильтр переходит в кубатурный фильтр Калмана.

1.1.3 Многомодельный фильтр

Большинство алгоритмов сопровождения основываются на модели движения объекта. Модель движения подразумевает использование определенных компонент вектора состояния и модели возмущений в общем уравнении движения (2).

От выбора модели движения зависят характеристики алгоритма сопровождения. Точность сопровождения увеличивается, если используемая модель отражает реальную динамику движения объекта и использует малые возмущения [26].

Сопровождение баллистических объектов усложняется тем, что они имеют изменяющуюся динамику в процессе полета. Одним из подходов к сопровождению таких объектов является использование наиболее общих моделей движения, при этом для обеспечения устойчивости алгоритма приходится вводить большие возмущения, что снижает точность сопровождения.

Альтернативой является адаптивный подход к задаче сопровождения, подразумевающий определение момента смены типа движения и корректировку или смену используемой модели. Недостатком адаптивного подхода является запаздывание в принятии решения относительно типа движения и жесткое решение, что может привести к потере устойчивости алгоритма при неверном определении типа движения.

В данной работе предлагается использовать многомодельный подход. Многомодельный фильтр включает в себя несколько моделей движения, параллельно используемых для оценки вектора состояния объекта. Результирующая оценка вектора состояния получается в процессе вычисления суперпозиции векторов из каждой модели движения многомодельного алгоритма [60].

Общее уравнение фильтрации Марковского случайного процесса может быть использовано для получения многомодельного алгоритма, если дополнить вектор состояния дискретным параметром θ – моделью движения. В каждый момент времени k ищется апостериорное распределение дискретного параметра [25, 61].

Распределение непрерывных составляющих вектора состояния в фильтре Калмана считается нормальным и описывается средним значением и ковариационной матрицей. Для дискретного параметра с конечным числом состояний распределение представляет собой вектор вероятностей $\vec{p}_{k|k}$. Размерность вектора вероятностей равна числу используемых моделей движения.

Как и для непрерывных составляющих вектора состояния, поиск апостериорного распределения дискретного параметра можно разбить на экстраполяцию и обновление. При экстраполяции используется информация о вероятности переходов между моделями движения. Все вероятности переходов объединяются в матрицу переходов \mathbf{M} . Элемент матрицы \mathbf{M}_{mn} является вероятностью перехода от модели движения n к модели движения m за время $t_k - t_{k-1}$. Матрица переходов может быть постоянной, а может зависеть от вектора состояния объекта. Экстраполяция проводится по формуле (34) [52].

$$\vec{p}_{k|k-1} = \mathbf{M}\vec{p}_{k-1|k-1}. \quad (34)$$

Для обновления вектора вероятностей используются функции правдоподобия каждой модели движения:

$$L_n = \mathcal{N}(\vec{y}_k(\theta = n), \vec{0}, \mathbf{S}_k(\theta = n)), \quad (35)$$

где $\vec{y}_k(\theta = n)$ и $S_k(\theta = n)$ – вектор невязки и его ковариационная матрица в предположении справедливости модели движения с номером n .

После вычисления L_n для всех моделей движения, обновленный вектор вероятностей находится по формуле:

$$\vec{p}_{k|k} = \frac{1}{c} \sum_{n=1}^N L_n p_{k|k-1}^n, \quad (36)$$

где $p_{k|k-1}^n$ – компонента n вектора $\vec{p}_{k|k-1}$, N – число моделей движения в многомодельном алгоритме, c – нормирующий коэффициент (сумма компонент вектора вероятностей равна единице).

На выходе многомодельного алгоритма формируется результирующая оценка вектора состояния объекта и его ковариационной матрицы при помощи весового суммирования:

$$\vec{x}_{k|k} = \sum_{n=1}^N p_{k|k}^n \vec{x}_{k|k}(\theta = n), \quad (37)$$

$$P_{k|k} = \sum_{n=1}^N p_{k|k}^n [P_{k|k}(\theta = n) + \quad (38)$$

$$\left(\vec{x}_{k|k} - \vec{x}_{k|k}(\theta = n) \right) \left(\vec{x}_{k|k} - \vec{x}_{k|k}(\theta = n) \right)^T],$$

где $\vec{x}_{k|k}(\theta = n)$ и $P_{k|k}(\theta = n)$ – апостериорная оценка вектора состояния и его ковариационная матрица в предположении справедливости модели движения с номером n .

Существует три типа многомодельных алгоритмов, описанных в работах [26, 52]. В самом простом случае (алгоритм ММА1) только результирующие оценки вектора состояния, его ковариационной матрицы и вектора вероятностей, полученные по формулам (37), (38), (36), используются при переходе к следующему моменту времени. Фильтр можно рассматривать как параллельно работающие фильтры Калмана с последующим объединением информации. На

рисунке 1.1.1 изображена структурная схема алгоритма, где треугольниками обозначены операции экстраполяции с соответствующей моделью движения, прямоугольниками – операции обновления, кругами – операции объединения.

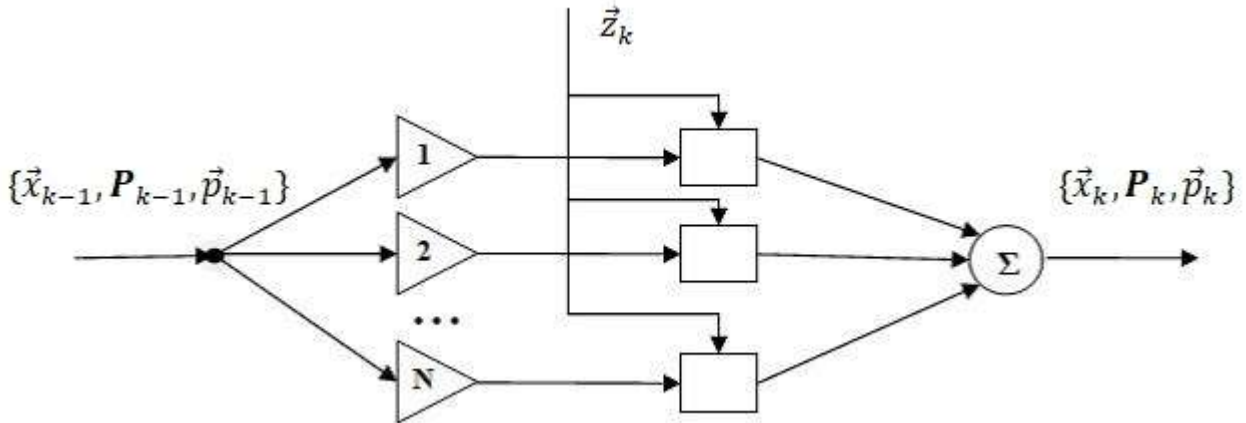


Рисунок 1.1.1. Структурная схема алгоритма MMA1 [26]

Во втором и третьем вариантах алгоритма используются оценки $\hat{x}_{k|k}(\theta = n)$ и $P_{k|k}(\theta = n)$ для всех $n \in \overline{1, N}$. Экстраполяция вектора состояния на следующий момент времени в алгоритме MMA2 происходит для каждой из гипотез в отдельности, после чего происходит частичное объединение оценок $\hat{x}_{k|k-1}(\theta = n)$, учитывающее вероятности перехода от одной модели движения к другой. Получение результирующей объединенной оценки параметров необходимо только для выдачи информации на выход и не используется на следующем шаге (рисунк 1.1.2). Описанный в работе [52] алгоритм IMM аналогичен MMA2, так как возможно изменение порядка операций экстраполяции и частичного объединения, что и было использовано в данной работе.

Третий тип многомодельного алгоритма (MMA3) представляет собой N^2 параллельно работающих фильтров Калмана с объединением информации для отдельных гипотез после их обновления [26]. MMA3 является наиболее трудоемким типом алгоритма.

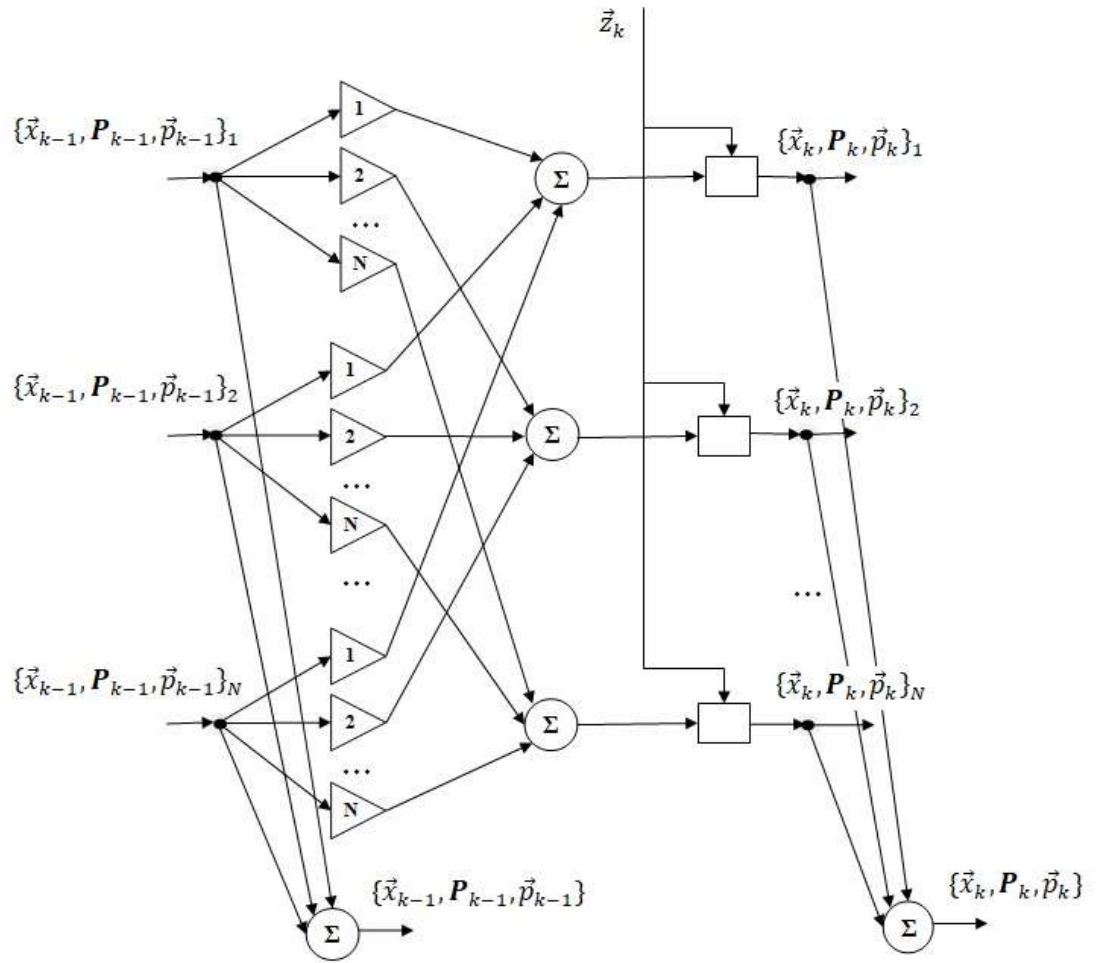


Рисунок 1.1.2. Структурная схема алгоритма MMA2 [26]

Частичное объединение выполняется по формулам (39), (40) с использованием весовых коэффициентов w_m^n (41):

$$\vec{x}'_{k-1|k-1}(\theta = n) = \sum_{m=1}^N w_m^n \vec{x}_{k-1|k-1}(\theta = m), \quad (39)$$

$$\mathbf{P}'_{k-1|k-1}(\theta = n) = \sum_{m=1}^N w_m^n [\mathbf{P}_{k-1|k-1}(\theta = m) + \quad (40)$$

$$\left(\vec{x}'_{k-1|k-1}(\theta = n) - \vec{x}_{k-1|k-1}(\theta = m) \right) \cdot$$

$$\left(\vec{x}'_{k-1|k-1}(\theta = n) - \vec{x}_{k-1|k-1}(\theta = m) \right)^T],$$

$$w_m^n = \frac{1}{c_n} \mathbf{M}_{nm} p_{k-1|k-1}^m, \quad (41)$$

где c_n – нормирующий коэффициент. Коэффициенты c_n выбираются в соответствии с нормой:

$$\sum_{m=1}^N w_m^n = 1, \quad n \in \overline{1, N}. \quad (42)$$

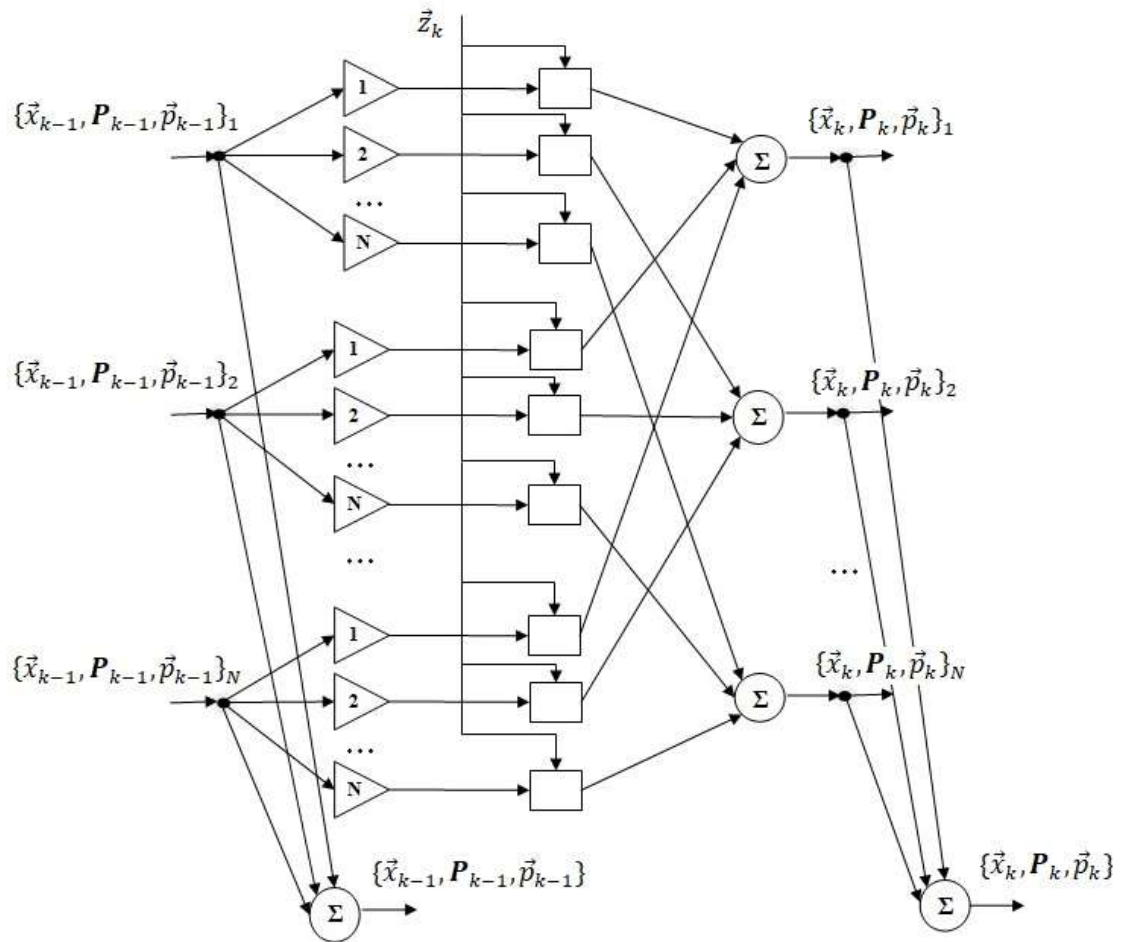


Рисунок 1.1.3. Структурная схема алгоритма ММАЗ [26]

После частичного объединения получаются новые оценки $\vec{x}'_{k-1|k-1}(\theta = n)$ и $\mathbf{P}'_{k-1|k-1}(\theta = n)$, которые далее используются на шаге экстраполяции с соответствующими моделями движения.

1.2 Системы координат

Выбор системы координат, в которой проводится сопровождение, опирается на удобство описания моделей движения объекта, удобство использования результатов траекторной обработки и удобство представления измерений. Распространенными вариантами систем координат являются: сферическая, местная декартова, геоцентрическая, геоцентрическая стационарная. Было решено использовать геоцентрическую декартову систему координат из-за линейности основных моделей движения и удобства перехода к геодезическим координатам. Центр геоцентрической системы координат совпадает с геометрическим центром земного эллипсоида, ось X направлена на нулевой меридиан в плоскости экватора, а ось Z на северный полюс. Направление оси Y определяется исходя из того, что оси X, Y, Z составляют правую тройку векторов [62].

Система координат измерений зависит от набора измеряемых параметров. В данной работе рассматривается сопровождение излучающих объектов с помощью пассивной радиолокационной станции. Считается, что объект непрерывно излучает телеметрический сигнал с известной частотой несущей f_0 . В результате первичной обработки вырабатываются отсчеты, содержащие угол места El , угол азимута Az и частоту Доплера f_D .

Функция измерений $\vec{h}(\vec{x})$, используемая в алгоритме фильтрации, задается как отображение вектора состояния \vec{x} объекта в пространство измерений. Во всех используемых моделях движения помимо координат вектор состояния содержит так же и проекции скорости объекта.

Позиция радиолокационной станции \vec{p}_g задается в геодезической системе координат. Переход к геоцентрической системе \vec{p} осуществляется с использованием выражений [62]:

$$\vec{p} = \begin{pmatrix} (\eta + p_{g3}) \cos p_{g1} \cos p_{g2} \\ (\eta + p_{g3}) \cos p_{g1} \sin p_{g2} \\ (\eta(1 - e^2) + p_{g3}) \sin p_{g1} \end{pmatrix}, \quad (43)$$

$$\eta = \frac{a_E}{\sqrt{1 - (e \sin p_{g1})^2}}, \quad (44)$$

где p_{g1} , p_{g2} , p_{g3} – широта, долгота и высота радиолокационной станции; $e = 0.08181919$ – эксцентриситет земного эллипсоида; $a_E = 6378137$ м – большая полуось земного эллипсоида.

Переход к сферической системе координат осуществляется в два этапа. Сначала производится переход к местной декартовой системе координат \vec{x}_l с помощью матрицы поворота \mathbf{S} :

$$\mathbf{S} = \begin{vmatrix} -\sin p_{g2} & \cos p_{g2} & 0 \\ -\sin p_{g1} \cos p_{g2} & -\sin p_{g1} \sin p_{g2} & \cos p_{g1} \\ \cos p_{g1} \cos p_{g2} & \cos p_{g1} \sin p_{g2} & \sin p_{g1} \end{vmatrix}, \quad (45)$$

$$\vec{x}_l = \mathbf{S}(\vec{x} - \vec{p}). \quad (46)$$

Затем вычисляются углы азимута Az и места El :

$$Az = \tan^{-1}\left(\frac{x_l}{y_l}\right), \quad El = \sin^{-1}\left(\frac{z_l}{\sqrt{x_l^2 + y_l^2 + z_l^2}}\right), \quad (47)$$

где x_l , y_l , z_l , - координаты объекта в местной декартовой системе координат.

Для определения частоты Доплера f_D необходимо сделать перенос вектора скорости \vec{v} из геоцентрической в местную декартову систему координат, а затем вычислить его проекцию на радиус-вектор \vec{x}_l объекта в местной декартовой системе координат [63].

$$\vec{v}_l = \mathbf{S}\vec{v}, \quad v_r = \frac{(\vec{v}_l, \vec{x}_l)}{|\vec{x}_l|}, \quad f_D = -\frac{f_0 v_r}{c}, \quad (48)$$

где v_r – радиальная скорость, c – скорость света. Частота Доплера вычисляется в предположении $|\vec{v}| \ll c$.

1.3 Модели движения

Выбор моделей движения является важной частью разработки алгоритма сопровождения, напрямую влияющей на результирующие характеристики алгоритма. При построении многомодельного фильтра были использованы модели движения, отражающие динамику баллистического объекта на различных этапах полета. Было выделено три фазы полета: разгон, свободный полет, вход в атмосферу. Некоторые фазы полета могут отсутствовать.

1.3.1 Разгон

Фаза разгона характеризуется значительными неизвестными воздействиями на объект. Суммарное ускорение \vec{a}_{total} представляет собой суперпозицию тягового ускорения двигателя \vec{a}_T , гравитационного ускорения \vec{a}_G и лобового сопротивления \vec{a}_D . Так же присутствуют инерционные ускорения, из-за использования неинерциальной системы отсчета: центробежное ускорение \vec{a}_C и ускорение Кориолиса \vec{a}_K [4].

$$\vec{a}_{total} = \vec{a}_T + \vec{a}_G + \vec{a}_D + \vec{a}_C - \vec{a}_K. \quad (49)$$

Ускорение Кориолиса имеет противоположный знак, так как является переносным ускорением, вычитаемым из абсолютного. Центробежное ускорение уже имеет противоположное направление в силу определения.

Гравитационное ускорение, центробежное и ускорение Кориолиса зависят от координат объекта и его скорости. Ускорение лобового аэродинамического сопротивления зависит также от неизвестного баллистического коэффициента. Модуль и направление тягового ускорения являются неизвестными.

Вместо использования параметров, от которых зависят \vec{a}_D и \vec{a}_T , было решено включить в вектор состояния компоненты суммарного ускорения, что решает проблему не наблюдаемости и уменьшает размерность вектора состояния:

$$\vec{x} = (x, v_x, a_x, y, v_y, a_y, z, v_z, a_z)^T. \quad (50)$$

Существует две распространенные формы модели возмущений, подходящих для описания маневрирующих объектов. Первая модель может быть получена из непрерывного уравнения движения с производной ускорения в виде белого шума с помощью метода конечных разностей [64]:

$$\dot{\vec{x}}^x = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{v}_x \\ \dot{a}_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ v_x \\ a_x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} w^x, \quad (51)$$

где \vec{x}^x – часть вектора состояния, включающая в себя компоненты вектора скорости, ускорения и координату по оси X , w^x – возмущения по оси X в виде белого шума. Уравнения для компонент вектора \vec{x} по осям Y и Z записываются аналогично.

Дискретная форма данной модели движения имеет вид:

$$\vec{x}_k^x = \mathbf{F}_{11} \vec{x}_{k-1}^x + \vec{w}_k^x = \begin{pmatrix} 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{x}_{k-1}^x + \vec{w}_k^x, \quad (52)$$

где T – временной шаг между отсчетами.

Ковариационная матрица \mathbf{Q}_{11}^x находится с помощью интегрирования с использованием спектральной плотности мощности шума s_w^x [52]:

$$\mathbf{Q}_{11}^x = s_w^x \begin{pmatrix} T^5/20 & T^4/8 & T^3/6 \\ T^4/8 & T^3/3 & T^2/2 \\ T^3/6 & T^2/2 & T \end{pmatrix}. \quad (53)$$

Вторая модель возмущений записывается непосредственно в дискретном виде исходя из того, что ускорение является последовательностью с независимыми приращениями и нормальным распределением. Модель движения является при этом моделью движения с кусочно-постоянным ускорением, а уравнение движения имеет следующий вид [64]:

$$\vec{x}_k^x = \mathbf{F}_{11} \vec{x}_{k-1}^x + \mathbf{G}_{11} w_k^x = \begin{pmatrix} 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{x}_{k-1}^x + \begin{pmatrix} T^2/2 \\ T \\ 1 \end{pmatrix} w_k^x. \quad (54)$$

Ковариационная матрица шума \mathbf{Q}_{11}^x выражается через матрицу \mathbf{G}_{11} :

$$\mathbf{Q}_{11}^x = \mathbf{G}_{11} \sigma_{w_k}^2 \mathbf{G}_{11}^T = \sigma_{w_k}^2 \begin{vmatrix} T^4/4 & T^3/2 & T^2/2 \\ T^3/2 & T^2 & T \\ T^2/2 & T & 1 \end{vmatrix}, \quad (55)$$

где $\sigma_{w_k}^2$ – дисперсия шума по оси X в момент времени k .

Полные матрицы экстраполяции \mathbf{F}_1 и воздействия \mathbf{G}_1 для вектора состояния (50) являются блочно-диагональными:

$$\mathbf{F}_1 = \begin{vmatrix} \mathbf{F}_{11} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F}_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{F}_{11} \end{vmatrix}, \quad \mathbf{G}_1 = \begin{vmatrix} \mathbf{G}_{11} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{11} \end{vmatrix}. \quad (56)$$

Если использовать предположение о том, что возмущения вдоль различных осей независимы, то для вычисления полной ковариационной матрицы можно использовать выражение (57), иначе вычисление \mathbf{Q}_1 производится по формуле (58).

$$\mathbf{Q}_1 = \begin{vmatrix} \mathbf{Q}_{11}^x & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}_{11}^y & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Q}_{11}^z \end{vmatrix}, \quad (57)$$

$$\mathbf{Q}_1 = \mathbf{G}_1 \mathbf{Q}_w \mathbf{G}_1^T, \quad (58)$$

где \mathbf{Q}_w – ковариационная матрица возмущений по осям X, Y, Z , которая в невырожденном случае может быть представлена с помощью матриц поворота \mathbf{R} :

$$\mathbf{Q}_1 = \mathbf{G}_1 \mathbf{R} \begin{vmatrix} \sigma_{w_i}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{w_j}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{w_k}^2 \end{vmatrix} \mathbf{R}^T \mathbf{G}_1^T, \quad (59)$$

где $\sigma_{w_i}^2, \sigma_{w_j}^2, \sigma_{w_k}^2$ – дисперсии возмущений вдоль осей i, j, k , выбранных исходя из динамики объекта.

1.3.2 Свободный полет

Для фазы свободного полета характерно отсутствие неизвестных внешних воздействий и малые возмущающие ускорения, так как движение происходит в открытом пространстве. Основным ускорением является гравитационное \vec{a}_G ,

которое может быть вычислено с большой точностью с использованием эллипсоидальной модели земли WGS 84. Помимо гравитационного присутствуют также инерциальные ускорения \vec{a}_C и \vec{a}_K . Расчет $\vec{a}_G + \vec{a}_C$ производится по формулам (4-5 – 4-23) из [62]. Ускорение Кориолиса вычисляется по формуле:

$$\vec{a}_K = 2[\vec{\omega}_E, \vec{v}], \quad (60)$$

где $\vec{\omega}_E$ – угловая скорость вращения Земли, \vec{v} – скорость тела в неинерциальной системе координат.

Так как все ускорения в фазе свободного полета известны, для описания движения объекта достаточно включить в вектор состояния координаты и скорость:

$$\vec{x}' = (x, v_x, y, v_y, z, v_z)^T. \quad (61)$$

Модель возмущений, как и в случае движения в фазе разгона, может быть получена из непрерывного уравнения движения с возмущающими ускорениями в виде белого шума или может быть записана непосредственно в дискретной форме. Так как движение объекта в фазе свободного полета происходит с малыми возмущениями, выберем наиболее простую модель возмущений с независимыми, нормально распределенными приращениями скорости:

$$\vec{x}_k^x = \begin{pmatrix} x \\ v_x \end{pmatrix} = \mathbf{F}_{22} \vec{x}_{k-1}^x + \mathbf{G}_{22} a_{total}^x + \mathbf{G}_{22} w_k^x, \quad (62)$$

$$\mathbf{F}_{22} = \begin{pmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G}_{22} = \begin{pmatrix} T^2/2 \\ T \end{pmatrix}, \quad (63)$$

где a_{total}^x – сумма гравитационного и инерциальных ускорений в проекции на ось X . Уравнения для компонент вектора \vec{x}_k по осям Y и Z записываются аналогично.

Ковариационная матрица шума \mathbf{Q}_{22}^x вычисляется аналогично (55):

$$\mathbf{Q}_{22}^x = \mathbf{G}_{22} \sigma_{w_k^x}^2 \mathbf{G}_{22}^T = \sigma_{w_k^x}^2 \begin{pmatrix} T^4/4 & T^3/2 \\ T^3/2 & T^2 \end{pmatrix}. \quad (64)$$

Полные матрицы экстраполяции \mathbf{F}'_2 и воздействия \mathbf{G}'_2 для вектора состояния (61) вычисляются по формуле (56) с использованием \mathbf{F}_{22} и \mathbf{G}_{22} . Однако

при использовании модели свободного полета в многомодельном алгоритме возникает необходимость объединения гипотез. Для удобства объединения вектор состояния (61) и соответствующие матрицы экстраполяции и воздействия дополнены нулями:

$$\vec{x} = (x, v_x, 0, y, v_y, 0, z, v_z, 0)^T, \quad (65)$$

$$F_2 = \begin{pmatrix} F_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & F_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad G_2 = \begin{pmatrix} G_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{22} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (66)$$

Ковариационная матрица Q_2 вектора возмущений \vec{w}_k находится с использованием (57) или (58).

1.3.3 Вход в атмосферу

В фазе входа в атмосферу наиболее значительными ускорениями являются гравитационное и аэродинамическое ускорение. С точки зрения динамики объекты можно разделить на маневрирующие (maneuvering reentry vehicle, MaRV) и не маневрирующие (ballistic reentry vehicle, BRV). Если во время входа в атмосферу из аэродинамических сил на тело действует только сила лобового сопротивления, то объект считается не маневрирующим, так как его движение предсказуемо, при известном баллистическом коэффициенте. Если объект в силу конструктивных особенностей может изменять свои аэродинамические характеристики, создавая подъемную силу, то он считается маневрирующим. Периодическая подъемная сила, может возникать из-за асимметрии объекта, что приводит к спиралевидному движению [18].

Ускорение, вызванное силой лобового сопротивления, может быть вычислено следующим образом [21]:

$$\vec{a}_D = -0.5\alpha_D\rho(h)v^2 \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}, \quad (67)$$

где α_D – величина, обратная баллистическому коэффициенту β объекта ($\alpha_D = \frac{1}{\beta}$). α_D может считаться константой для не маневрирующих объектов. $\rho(h)$ – плотность воздуха на различных высотах h над уровнем моря.

Плотность воздуха вычисляется с использованием стандартного температурного профиля атмосферы и стандартных значений давления и температуры у поверхности земли $T_0 = 288K$, $P_0 = 101300$ Па [65].

Аэродинамическое ускорение не маневрирующего объекта зависит от параметра α_D , который включается в вектор состояния (68). Все остальные ускорения зависят от координат и скорости объекта.

$$\vec{x} = (x, v_x, 0, y, v_y, 0, z, v_z, 0, \alpha_D)^T. \quad (68)$$

В качестве модели возмущений принята модель с независимыми, нормально распределенными приращениями скорости, как и в случае свободного полета. Для параметра α_D возмущения представляют собой независимые, нормально распределенные приращения параметра. Уравнение движения в дискретной форме для вектора состояния (68) имеет вид:

$$\vec{x}_k = \mathbf{F}_3 \vec{x}_{k-1} + \mathbf{G}_3 \begin{pmatrix} \vec{a}_G + \vec{a}_C - \vec{a}_K \\ 0 \end{pmatrix} + \mathbf{G}_3 w_k, \quad (69)$$

$$\mathbf{G}_3 = \begin{pmatrix} \mathbf{G}_2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Q}_3 = \mathbf{G}_3 \begin{pmatrix} \sigma_{wx}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{wy}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{wz}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{\alpha_D}^2 \end{pmatrix} \mathbf{G}_3^T. \quad (70)$$

Для вычисления матрицы \mathbf{F}_3 рассмотрим изменение двух компонент вектора состояния по оси X , исключая известные ускорения, которые учитываются во втором члене уравнения движения:

$$x_k = x + v_x T + a_{Dx} \frac{T^2}{2} = x + v_x T - \frac{T^2}{4} \alpha_D \rho(h(x, y, z)) v_x \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}, \quad (71)$$

$$v_k = v_x + a_{Dx}T = v_x - \frac{T}{2} \alpha_D \rho(h(x, y, z)) v_x \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}, \quad (72)$$

где компоненты вектора состояния в правой части уравнения взяты в момент времени $k - 1$.

Воспользуемся выражением (12) для вычисления первых двух строк матрицы экстраполяции, при дифференцировании по компонентам вектора состояния (68):

$$\mathbf{F}_3^x = \begin{vmatrix} 1 + \frac{T^2}{2} \partial a_{Dx} / \partial x & T + \frac{T^2}{2} \partial a_{Dx} / \partial v_x & 0 & \dots & \frac{T^2}{2} a_{Dx} / \alpha_D \\ T \partial a_{Dx} / \partial x & 1 + T \partial a_{Dx} / \partial v_x & 0 & \dots & T a_{Dx} / \alpha_D \end{vmatrix}. \quad (73)$$

Здесь пропущены частные производные $a_{Dx} \frac{T^2}{2}$ по компонентам y, v_y, z, v_z , которые аналогичны производным по x, v_x . С учетом дополнения нулями, матрица \mathbf{F}_3 имеет вид (74). Уравнение изменения параметра α_D имеет вид (75), поэтому в последней строке от нуля отлична лишь частная производная по α_D .

$$\mathbf{F}_3 = \begin{vmatrix} \mathbf{F}_3^x \\ 0 \dots 0 \\ \mathbf{F}_3^y \\ 0 \dots 0 \\ \mathbf{F}_3^z \\ 0 \dots 0 \\ 0 \dots 1 \end{vmatrix}, \quad (74)$$

$$\alpha_D|_k = \alpha_D|_{k-1}. \quad (75)$$

Для использования выражения (18) при вычислении матрицы экстраполяции рассмотрим производные трех компонент вектора состояния:

$$\dot{x} = v_x, \quad (76)$$

$$\dot{v}_x = a_{Dx} = -\frac{1}{2} \alpha_D \rho(h(x, y, z)) v_x \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}, \quad (77)$$

$$\dot{\alpha}_D = 0. \quad (78)$$

С учетом зависимостей (76–78) матрица \mathbf{F}_3^x имеет вид (79), при этом полная матрица \mathbf{F}_3 аналогична (74).

$$\mathbf{F}_3^x = \left\| \begin{array}{cccccc} 1 & T & 0 & \dots & 0 \\ T\partial a_{Dx}/\partial x & 1 + T\partial a_{Dx}/\partial v_x & 0 & \dots & T a_{Dx}/\alpha_D \end{array} \right\|. \quad (79)$$

В целях уменьшения количества частных производных и упрощения матрицы \mathbf{F}_3 рассмотрим другой подход к ее формированию. Пусть ускорение \vec{a}_D является кусочно-постоянным, тогда его можно трактовать как известное внешнее воздействие на момент времени $k - 1$, а уравнение движения принимает вид:

$$\vec{x}_k = \mathbf{F}'_3 \vec{x}_{k-1} + \mathbf{G}_3 \begin{pmatrix} \vec{a}_D \\ 0 \end{pmatrix} + \mathbf{G}_3 (\vec{a}_G + \vec{a}_C - \vec{a}_K) + \mathbf{G}_3 w_k, \quad (80)$$

$$\mathbf{F}'_3 = \left\| \begin{array}{cc} \mathbf{F}_2 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right\|, \quad \mathbf{G}_3 = \left\| \begin{array}{cc} \mathbf{G}_2 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right\|. \quad (81)$$

Первые два слагаемых можно объединить, вернувшись к уравнению (69) [39]:

$$\mathbf{F}'_3 \vec{x}_{k-1} + \mathbf{G}_3 \begin{pmatrix} \vec{a}_D \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{F}'_3 \vec{x}_{k-1} + \mathbf{G}_3 \begin{pmatrix} \vec{a}_D/\alpha_D \\ 0 \end{pmatrix} \alpha_D = \mathbf{F}_3 \vec{x}_{k-1}, \quad (82)$$

$$\mathbf{F}_3 = \left\| \begin{array}{cccccccccc} 1 & T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T^2 a_{Dx}/2\alpha_D \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T a_{Dx}/\alpha_D \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & T & 0 & 0 & 0 & 0 & T^2 a_{Dy}/2\alpha_D \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & T a_{Dy}/\alpha_D \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T & 0 & T^2 a_{Dz}/2\alpha_D \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & T a_{Dz}/\alpha_D \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right\|. \quad (83)$$

В каждом из трех предложенных вариантов матрица экстраполяции включает в себя частные производные \vec{a}_D . Это необходимо для сохранения связи между компонентой α_D вектора состояния и координатами и скоростью объекта. При отсутствии связи пропадает взаимная корреляция в корреляционной матрице, что влияет на матрицу усиления в расширенном фильтре Калмана и ведет к низкой точности оценивания параметра α_D .

Рассмотрим модель движения маневрирующего объекта, входящего в атмосферу. Одним из самых распространенных подходов к учету возможных подъемных ускорений является введение дополнительных баллистических коэффициентов в вектор состояния (84). Уравнение (85) определяет модуль подъемного ускорения, а его направление определяется выбором осей системы координат, привязанной к объекту [48].

$$\vec{x} = (x, v_x, 0, y, v_y, 0, z, v_z, 0, \alpha_D, \alpha_{LU}, \alpha_{LS})^T, \quad (84)$$

$$a_{LU/LS} = -0.5\alpha_{LU/LS}\rho(h)v^2, \quad (85)$$

где $a_{LU/LS}$ – модуль подъемного ускорения, $\alpha_{LU/LS}$ – параметр, обратно пропорциональный баллистическому коэффициенту объекта.

Исходя из аэродинамики подъемного ускорения, стоит рассматривать систему координат, жестко привязанную к объекту, так как объект имеет разную степень маневренности во взаимно перпендикулярных направлениях. Однако такой подход дополнительно предполагает определение ориентации объекта, что перегружает вектор состояния. Поэтому рассмотрим систему координат, в которой оси имеют направление: вдоль скорости; перпендикулярно скорости вверх, относительно земли LU ; перпендикулярно скорости и второй оси LS . Уравнение (85) теперь может быть переписано с учетом направления ускорений, которое определяется с помощью компонент вектора состояния [39]:

$$\vec{a}_{LU} = -\frac{1}{c}0.5\alpha_{LU}\rho(h)v^2((\vec{r}_{k-1} \times \vec{r}_k) \times \vec{v}_k), \quad (86)$$

$$\vec{a}_{LS} = -\frac{1}{c}0.5\alpha_{LS}\rho(h)v^2(\vec{r}_{k-1} \times \vec{r}_k), \quad (87)$$

где \vec{r}_k и \vec{v}_k – радиус-вектор объекта и его скорость в геоцентрической системе координат в момент времени k .

Уравнение движения в дискретной форме для вектора состояния (84) имеет вид:

$$\vec{x}_k = \mathbf{F}_4 \vec{x}_{k-1} + \mathbf{G}_4 \begin{pmatrix} \vec{a}_G + \vec{a}_C - \vec{a}_K \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \mathbf{G}_4 w_k, \quad (88)$$

$$\mathbf{G}_4 = \begin{pmatrix} \mathbf{G}_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Q}_4 = \mathbf{G}_4 \begin{pmatrix} \sigma_{wx}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{wy}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{wz}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{\alpha_D}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\alpha_{LU}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\alpha_{LS}}^2 \end{pmatrix} \mathbf{G}_4^T. \quad (89)$$

Матрица экстраполяции \mathbf{F}_4 вычисляется одним из представленных ранее методов. Приведем вид матрицы \mathbf{F}_4 при использовании третьего метода [66]:

$$\mathbf{F}_4 = \begin{pmatrix} 1 & T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{T^2 a_{Dx}}{2\alpha_D} & \frac{T^2 a_{LUx}}{2\alpha_{LU}} & \frac{T^2 a_{LSx}}{2\alpha_{LS}} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{T a_{Dx}}{\alpha_D} & \frac{T a_{LUx}}{\alpha_{LU}} & \frac{T a_{LSx}}{\alpha_{LS}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & T & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{T^2 a_{Dy}}{2\alpha_D} & \frac{T^2 a_{LUy}}{2\alpha_{LU}} & \frac{T^2 a_{LSy}}{2\alpha_{LS}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{T a_{Dy}}{\alpha_D} & \frac{T a_{LUy}}{\alpha_{LU}} & \frac{T a_{LSy}}{\alpha_{LS}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T & 0 & \frac{T^2 a_{Dz}}{2\alpha_D} & \frac{T^2 a_{LUz}}{2\alpha_{LU}} & \frac{T^2 a_{LSz}}{2\alpha_{LS}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{T a_{Dz}}{\alpha_D} & \frac{T a_{LUz}}{\alpha_{LU}} & \frac{T a_{LSz}}{\alpha_{LS}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (90)$$

1.4 Выводы к главе 1

1. Рассмотрены подходы к решению задачи вторичной обработки радиолокационной информации. Описаны алгоритмы работы расширенного и

сигма-точечного фильтров Калмана, а так же разница в порядке получаемых с их помощью приближений нелинейной функции.

2. Выделено три фазы полета баллистического объекта: разгон, свободный полет, вход в атмосферу, и рассмотрены соответствующие модели движения: разгон, свободный полет, вход в атмосферу. В вектор состояния модели разгона включены координаты, скорость и ускорение объекта; в модели свободного полета – координаты и скорость; в модели входа в атмосферу – координаты, скорость и один или три баллистических коэффициента, в зависимости от возможности объекта осуществлять маневры.

3. Для описания движения объекта выбрана геоцентрическая декартова система координат, жестко привязанная к Земле. Представлены преобразования из геоцентрической системы координат к измеряемым координатам: угол азимута, угол места и частота Доплера.

4. Для решения задачи фильтрации предложено использовать многомодельный подход. Приведены схемы и описаны принципы работы трех типов многомодельного алгоритма.

Глава 2. Сопровождение баллистического объекта из точки старта

Задача сопровождения баллистического объекта пассивной радиолокационной станцией рассматривается в данной работе в двух вариантах: РЛС находится недалеко от точки старта; РЛС находится недалеко от точки падения. В данной главе рассматривается сопровождение из точки старта.

Координаты старта являются априорно известными, и в соответствии с ними выбирается позиция РЛС. Возможность выбора позиции ограничивается географией местности и величиной опасной зоны, но заранее предполагается, что РЛС может находиться в радиусе 100 км от точки старта.

В зависимости от высоты расположения РЛС и точки старта над уровнем моря, объект может быть скрыт за горизонтом первые секунды после запуска. Объект должен подняться на высоту, порядка 800 м для достижения зоны прямой видимости, при удаленности РЛС на 100 км. Эта цифра уменьшается до 200 м при удаленности РЛС на 50 км (рисунок 2.1.1).

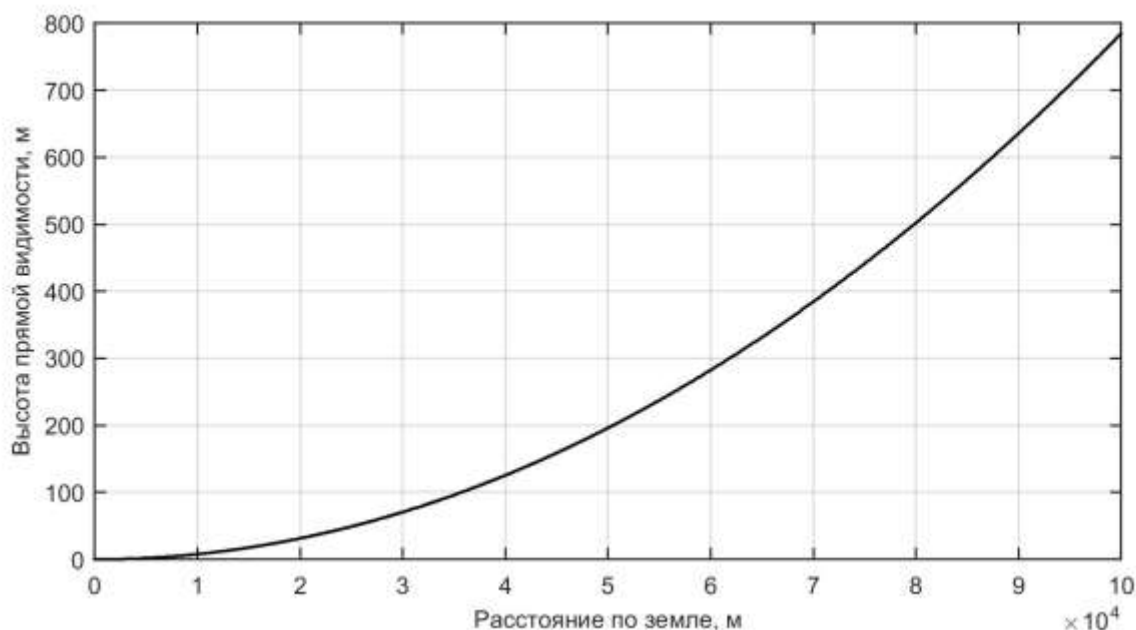


Рисунок 2.1.1. Высота зоны прямой видимости

Относительно траектории движения объекта РЛС может находиться по пути его движения, с противоположной стороны, сбоку. В работе исследуются различные позиции РЛС, однако основная часть работы выполнена в предположении базирования РЛС сбоку от траектории объекта на расстоянии 50 км от точки старта (рисунок 2.1.2).

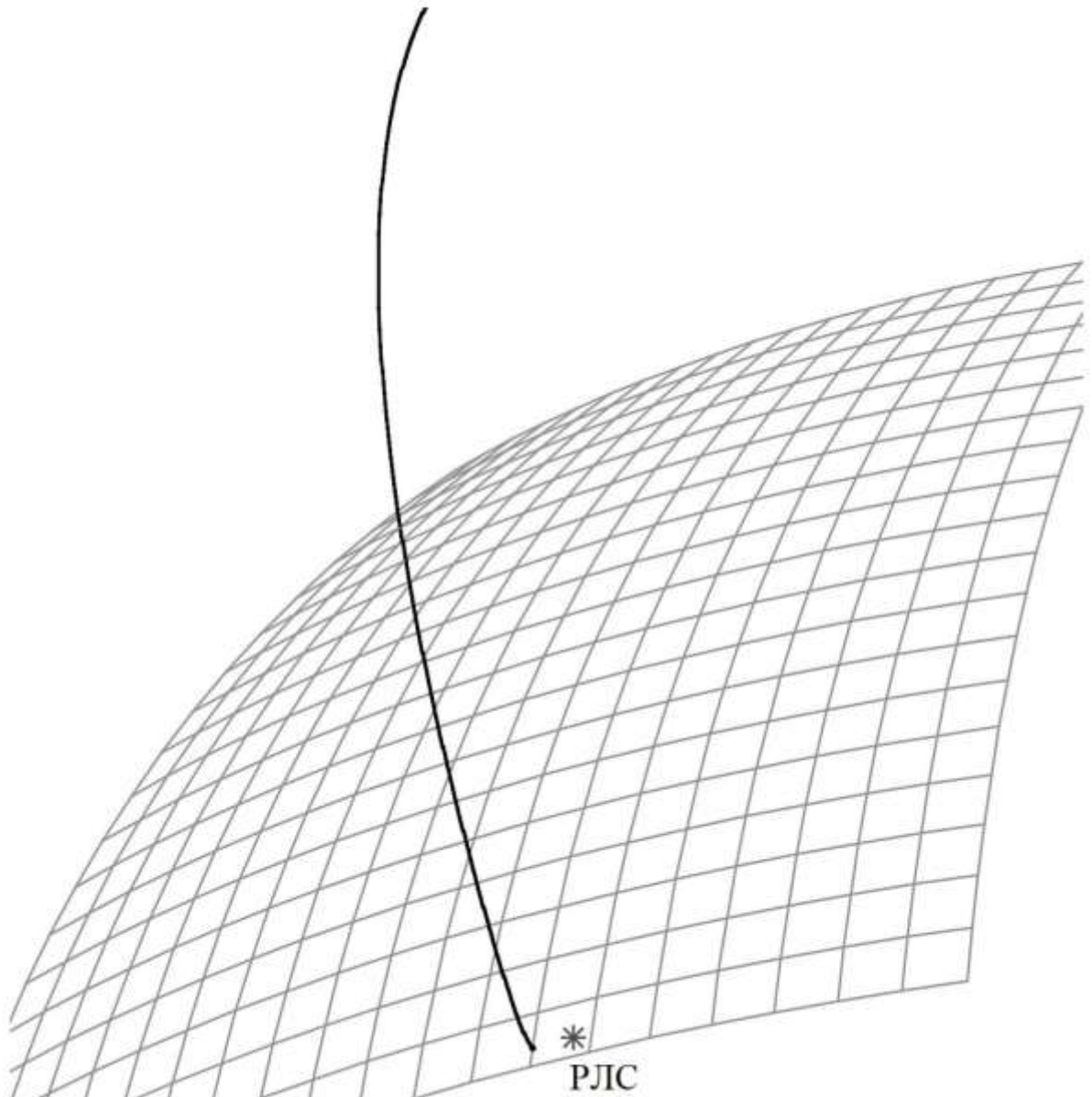


Рисунок 2.1.2. Траектория движения объекта и позиция РЛС

2.1 Модели траекторий движения объекта

Сравнение характеристик рассматриваемых алгоритмов проводилось посредством математического моделирования сопровождения объекта. Для проведения моделирования сопровождения были разработаны модели траекторий, отражающие основные особенности движения объекта: наличие трех фаз полета, характерная динамика в каждой фазе, характерные параметры траекторий. Всего рассмотрено девять вариантов траекторий, охватывающих широкий класс возможных параметров движения объекта.

Траектории построены на основе заданного профиля тягового ускорения, включающего 3 степени разгона (рисунок 2.1.3). Между степенями присутствует небольшая пауза в одну секунду. Ускорение увеличивается в процессе выгорания топлива ступени.

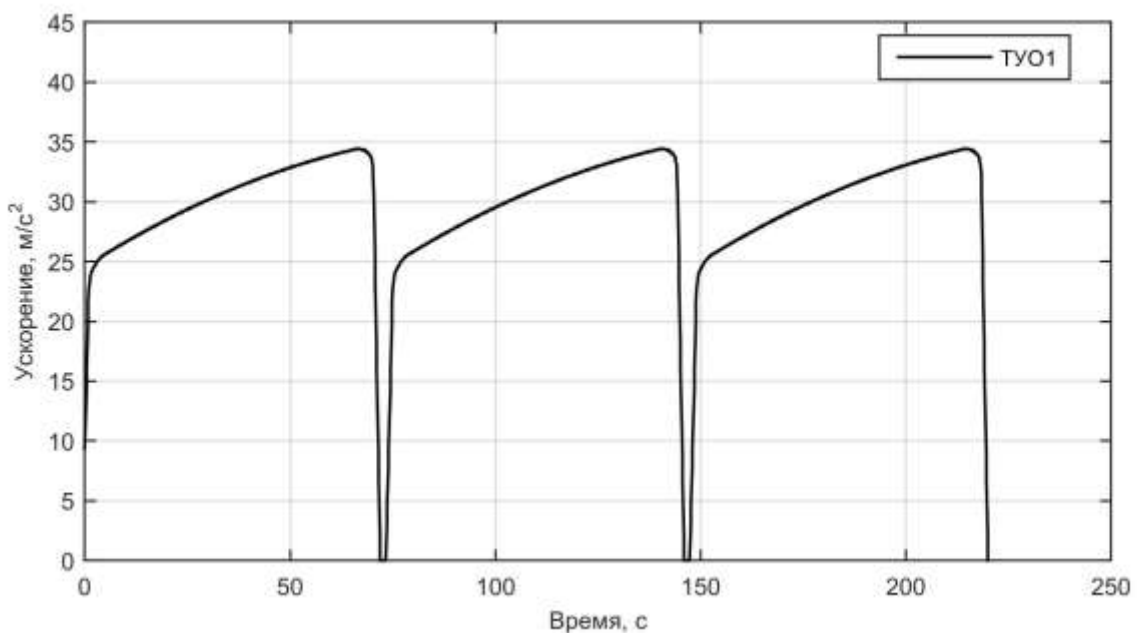


Рисунок 2.1.3. Абсолютное значение тягового ускорения объекта

В качестве альтернативы были рассмотрены другие профили ускорения, с неодинаковыми степенями и различными скоростями изменения ускорения (рисунок 2.1.4).

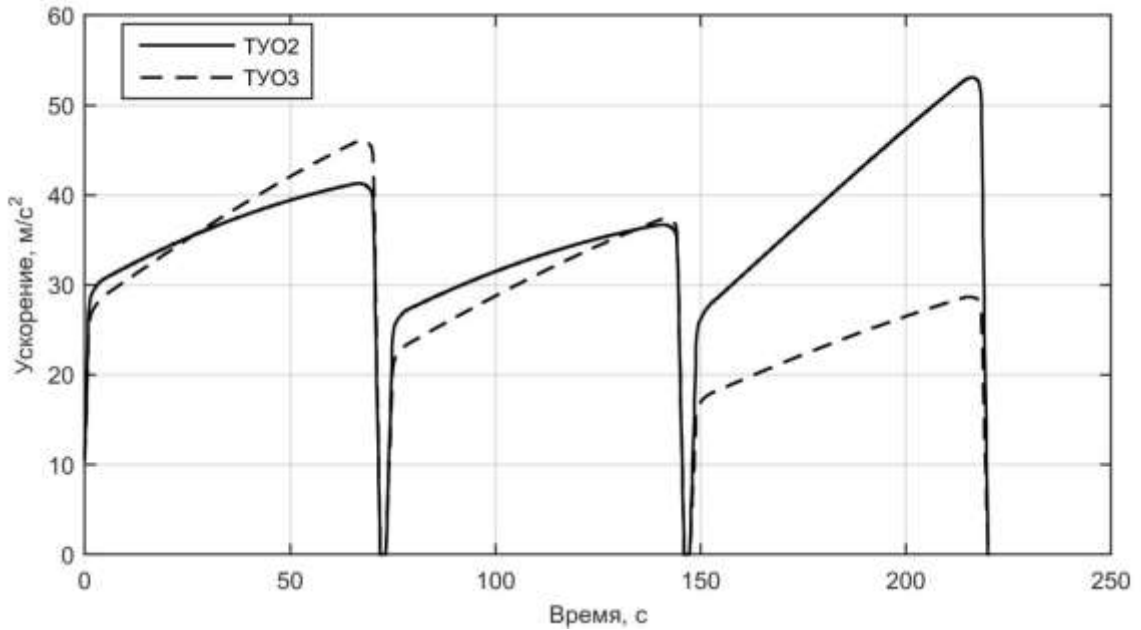


Рисунок 2.1.4. Альтернативные профили тягового ускорения объекта

При построении траекторий средней дальности требуется меньшая скорость объекта, соответственно были рассмотрены профили ускорения с тремя или двумя ступенями меньшей длительности (рисунок 2.1.5).

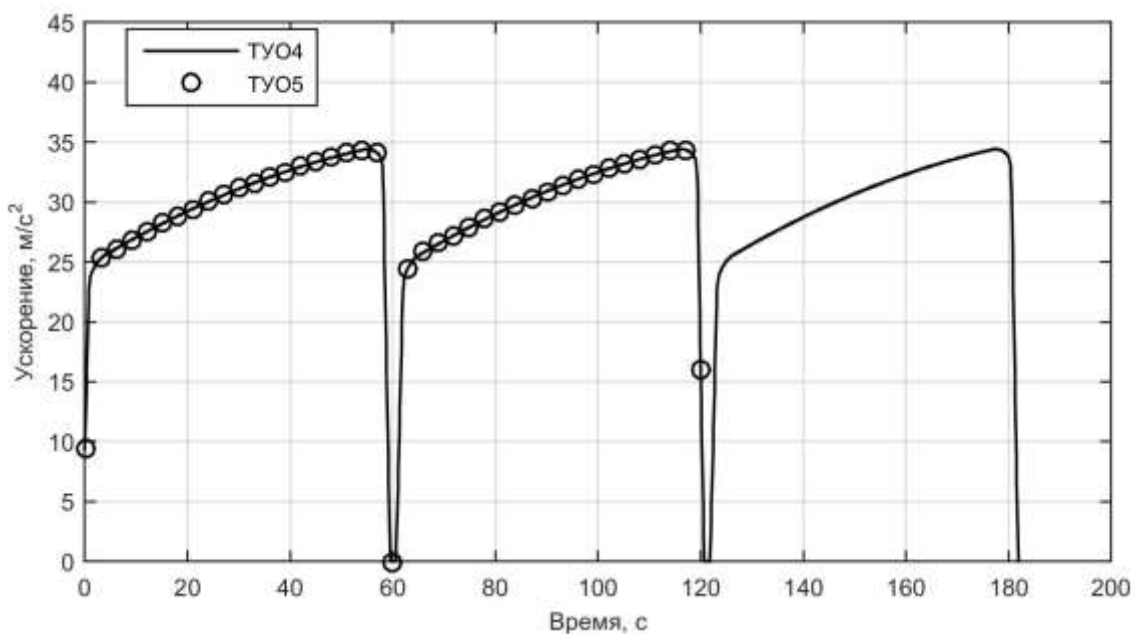


Рисунок 2.1.5. Абсолютное значение тягового ускорения объекта для траекторий средней дальности

Основная траектория ТР1 построена с использованием профиля ускорения ТУ01 изображенного на рисунке 2.1.3 и имеет следующие параметры: дальность

полета около 8000 км, максимальная высота над уровнем моря 1400 км (рисунок 2.1.6). На рисунке 2.1.7б можно видеть характерные перегибы проекций скорости (72 с, 146 с, 220 с) при переходе от одной ступени к другой.

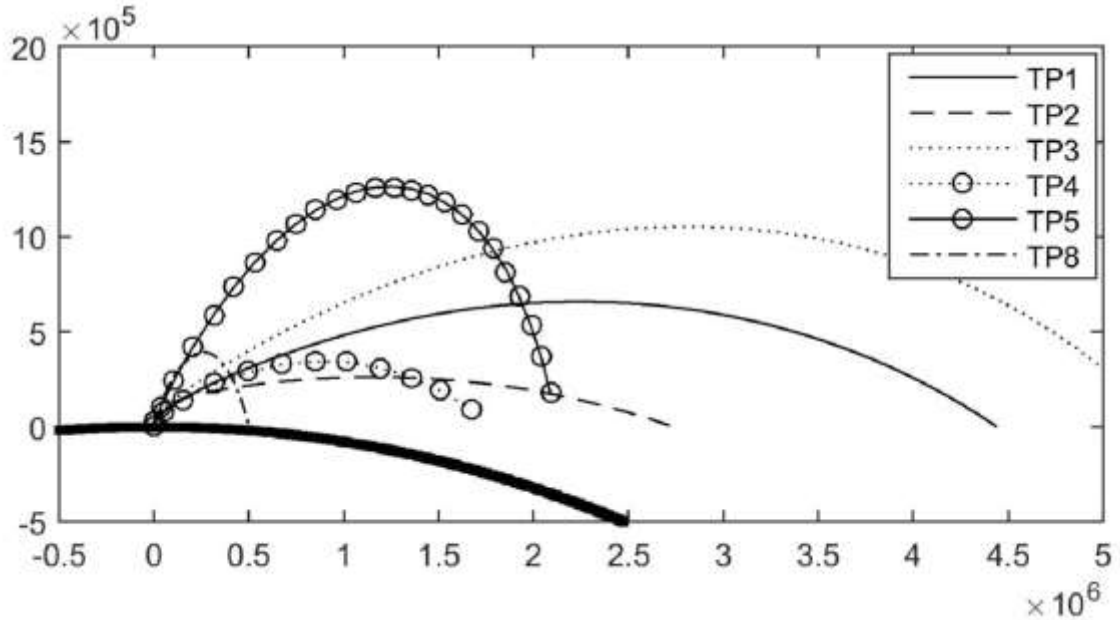


Рисунок 2.1.6. Траектории движения объекта

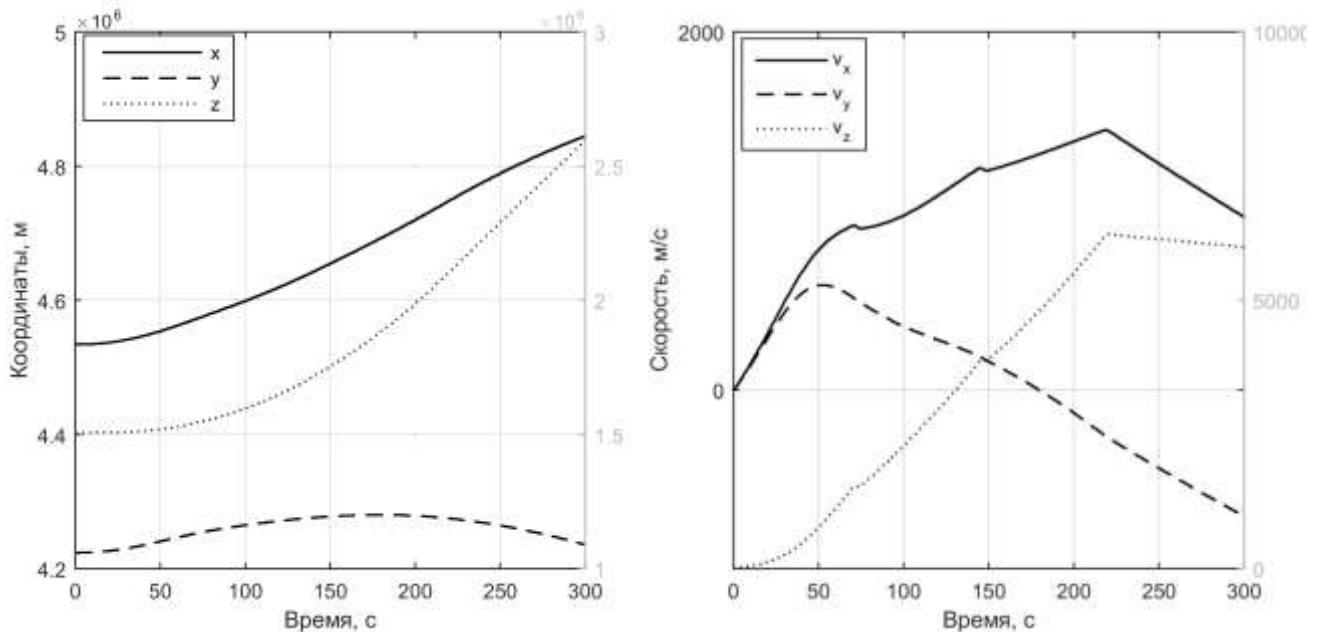


Рисунок 2.1.7. а) Координаты, б) проекции скорости, в фазе разгона

Траектории TP2 и TP3 имеют такую же дальность полета и используют тот же профиль ускорения, но максимальная высота равна 600 км и 2000 км соответственно.

Траектории TP6 и TP7 имеют те же параметры, что и TP1, но используют альтернативные профили тягового ускорения ТУО2 и ТУО3 (рисунок 2.1.4).

В фазе свободного полета объект может совершать дополнительный маневр для корректировки курса. В траектории TP9, имеющей параметры аналогичные TP1, на 720 секунде введено маневрирование. На время 10 с включаются двигатели с тяговым ускорением 6 м/с^2 , что изменяет скорость приблизительно на 1% (рисунок 2.1.8).

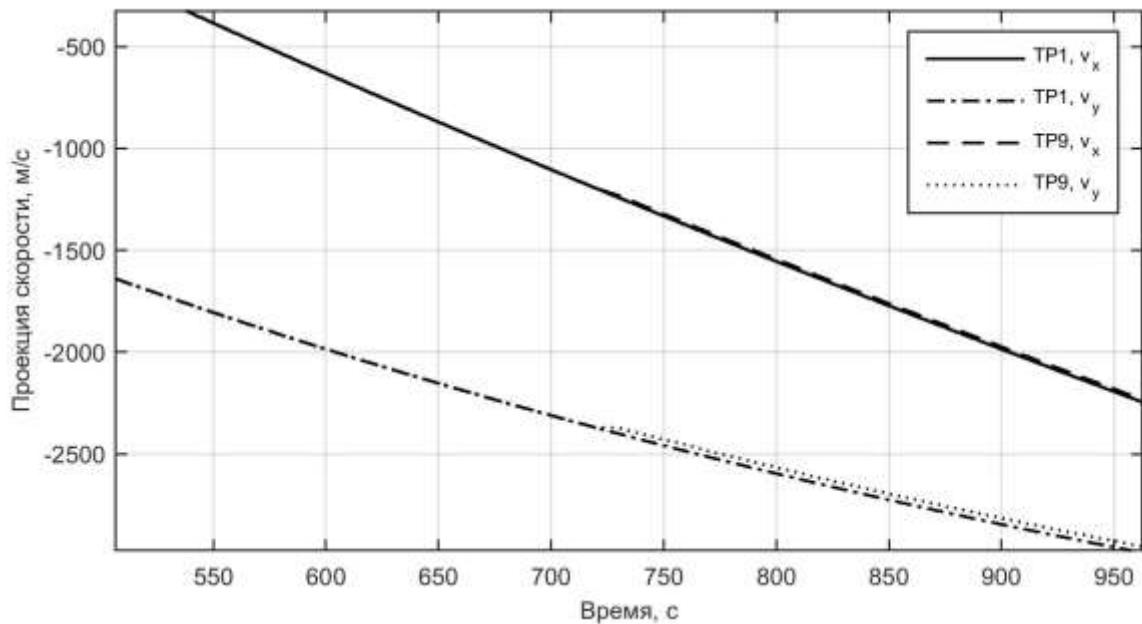


Рисунок 2.1.8. Изменение проекций скорости объекта при совершении маневра

Траектории средней дальности TP4 и TP5 построены с использованием профиля ускорения ТУО4. Дальность полета составляет около 2000 км, а высота равна 400 км и 1300 км соответственно.

TP8 — траектория с наименьшей рассматриваемой дальностью 500 км. Использован профиль ускорения ТУО5. В отличие от остальных вариантов траекторий фаза входа в атмосферу не скрыта за горизонтом при сопровождении из точки старта. Максимальная высота равна 400 км.

Для построения фазы входа в атмосферу использовалось уравнение (67) с обратным баллистическим коэффициентом $\alpha_D = 0.002$. При входе в плотные слои

атмосферы на высоте 25 км объект испытывает ускорение лобового сопротивления 40 g (рисунок 2.1.9б).

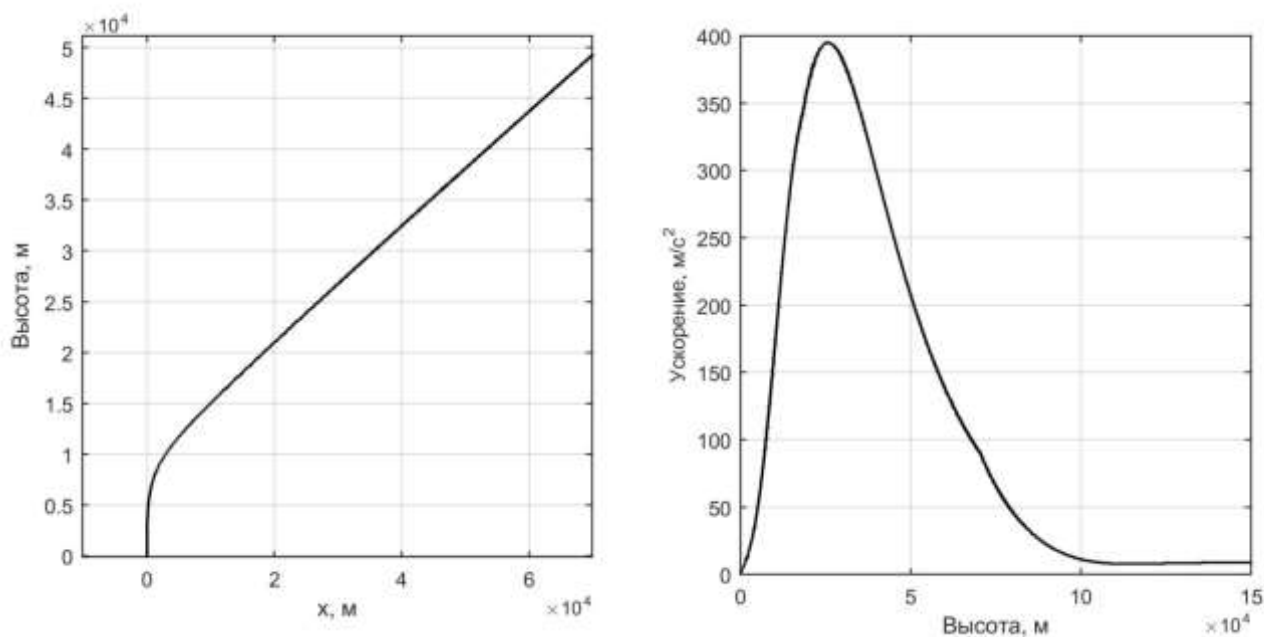


Рисунок 2.1.9. Фаза входа в атмосферу: а) координаты объекта, б) ускорение

Все траектории имеют различные направления и точки старта.

От расположения РЛС относительно траектории зависит точность сопровождения, поэтому, дополнительно к девяти вариантам траекторий были рассмотрены шесть позиций РЛС (рисунок 2.1.10):

- по пути движения под углом 30° на расстоянии 50 км (ТР1.1);
- сбоку на расстоянии 50 км (ТР1.2);
- против движения под углом 30° на расстоянии 50 км (ТР1.3);
- по пути движения под углом 30° на расстоянии 20 км (ТР1.4);
- сбоку на расстоянии 20 км (ТР1.5);
- против движения под углом 30° на расстоянии 20 км (ТР1.6).

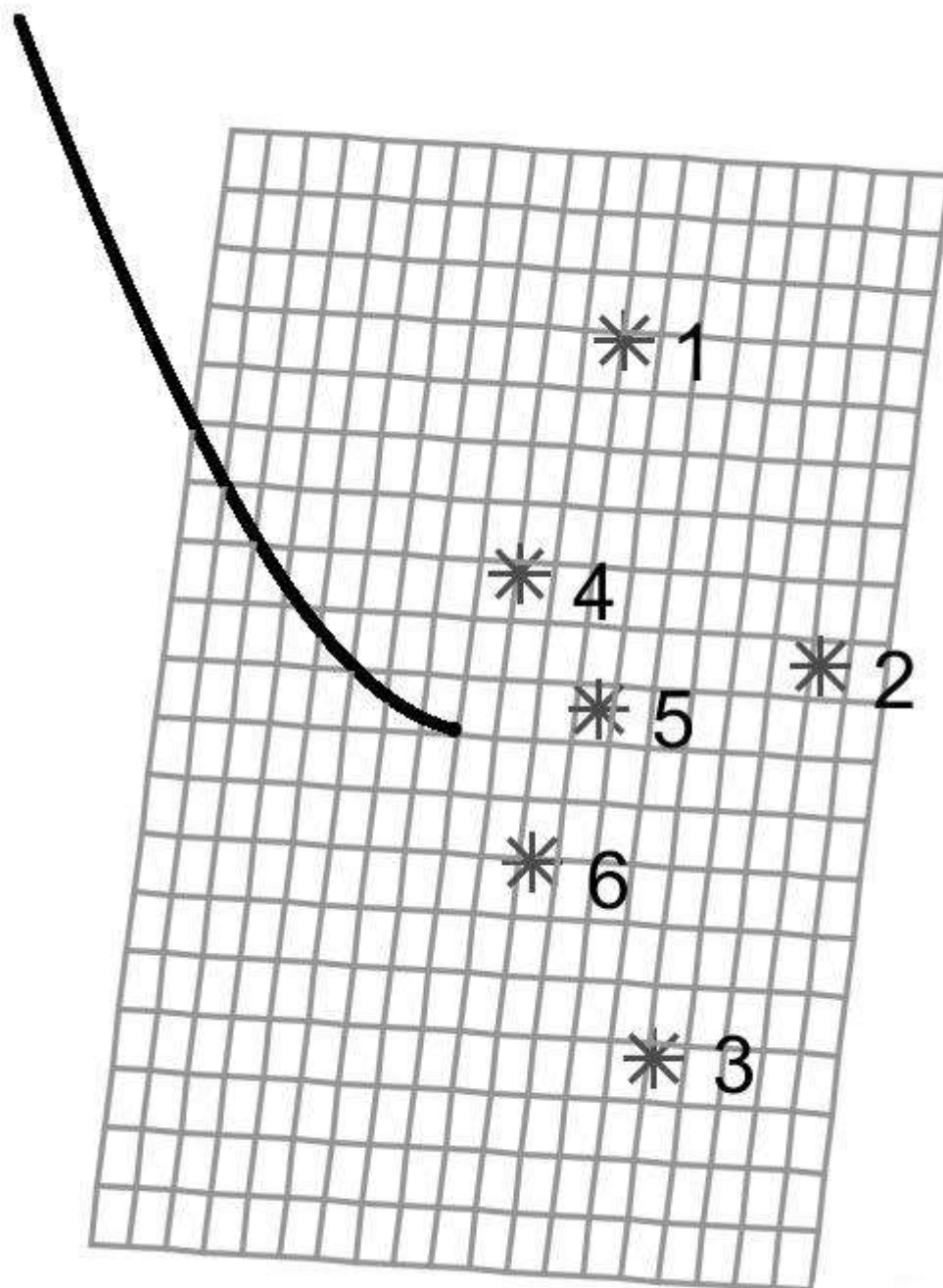


Рисунок 2.1.10. Расположения РЛС относительно траектории

2.2 Построение многомодельного алгоритма для сопровождения баллистического объекта

Особенностью сопровождения баллистических объектов из точки старта является возможность наблюдения всех трех фаз полета объекта: разгон, свободный полет, вход в атмосферу. Многомодельный алгоритм должен включать

в себя все три модели движения. Подобные алгоритмы рассматривались в [2, 3], применительно к активной локации, однако они работоспособны и в случае пассивной локации.

Объединение моделей в многомодельный алгоритм проводилось согласно блок-схемам, представленным на рисунках 1.1.1-1.1.3. Алгоритм второго типа ММА2 аналогичен IMM [52].

В данной работе рассмотрены все три типа многомодельных алгоритмов. Для проведения моделирования были использованы следующие параметры РЛС:

- среднеквадратичное отклонение оценки частоты Доплера $\sigma_{f_D} = 100$ Гц;
- среднеквадратичное отклонение оценки углов азимута и места $\sigma_{El} = \sigma_{Az} = 0.1^\circ$;
- частота несущей $f_0 = 2$ ГГц;
- период получения отсчетов $T = 1$ с.

2.2.1 Моделирование не модифицированного алгоритма

Для использования формул (6) и (34) необходимо определить матрицу переходов \mathbf{M} и дисперсию возмущающих воздействий σ_w^2 для каждой модели движения алгоритма ММА1:

$$\mathbf{M} = \begin{vmatrix} 0.9 & 0.005 & 0 \\ 0.1 & 0.99 & 0.01 \\ 0 & 0.005 & 0.99 \end{vmatrix}, \quad (91)$$

$$\sigma_{w1}^2 = 1 \text{ м}^2/\text{с}^4, \quad \sigma_{w2}^2 = 0.002 \text{ м}^2/\text{с}^4, \quad (92)$$

$$\sigma_{w3}^2 = 0.02 \text{ м}^2/\text{с}^4, \quad \sigma_{\alpha_D}^2 = 10^{-8}, \quad (93)$$

где σ_{w1}^2 , σ_{w2}^2 , σ_{w3}^2 – дисперсии возмущающих воздействий для моделей разгона, свободного полета и входа в атмосферу соответственно (дисперсии возмущающих воздействий одинаковы вдоль осей X , Y , Z); $\sigma_{\alpha_D}^2$ – дисперсия возмущающего воздействия для параметра α_D .

В отличие от ММА1, при моделировании работы алгоритмов ММА2 и ММА3 были изменены следующие параметры:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0.84 & 0.0025 & 0 \\ 0.16 & 0.995 & 0.01 \\ 0 & 0.0025 & 0.99 \end{bmatrix}, \quad \sigma_{w1}^2 = 0.5 \text{ м}^2/\text{с}^4. \quad (94)$$

Данные параметры были получены после проведения процедуры оптимизации, описанной в 4 части данной главы.

В начальный момент времени ковариационная матрица вектора состояния принята нулевой, а вероятность гипотезы о модели движения разгон – единица. Вероятность перехода к модели движения свободный полет согласно (91) равна 0.1, а вероятность перехода к модели входа в атмосферу 0, так как траектории, полностью лежащие в атмосфере, не рассматриваются. Из модели свободного полета возможны переходы как к модели разгона (при переходе к следующей ступени или дополнительном маневрировании), так и к модели входа в атмосферу. Переходы из модели входа в атмосферу к модели разгона напрямую также не рассматриваются.

Для сопровождения объекта на внеатмосферном участке могла бы быть использована модель входа в атмосферу, так как вклад ускорения лобового сопротивления экспоненциально стремится к нулю с увеличением высоты. Однако это приводит к ухудшению точности сопровождения из-за большей дисперсии возмущающих воздействий в модели входа в атмосферу, необходимых для ее устойчивости.

В качестве нелинейного фильтра был использован расширенный фильтр Калмана. Матрица измерений \mathbf{H}_k вычисляется по формуле (13) с использованием преобразований (43 – 48), а матрица экстраполяции \mathbf{F}_k по формуле (83). Поиск нормирующего коэффициента c в формуле (36) может быть неустойчив, если функция правдоподобия L_n наиболее вероятной модели мала, поэтому обновление не производится, если $c < 10^{-6}$. Такая ситуация может возникнуть при получении аномального измерения.

Сравнение характеристик алгоритмов проводилось путем сравнения временных зависимостей среднеквадратичного отклонения (СКО) оценки координат и скорости от их истинного значения. Для вычисления СКО проводилось усреднение по 1000 реализациям.

На рисунках 2.2.1-2.2.3 показаны зависимости СКО координат и скорости от времени для трех вариантов многомодельного алгоритма, а так же зависимость вектора состояния от времени. Моделирование проводилось для траектории TP1.2.

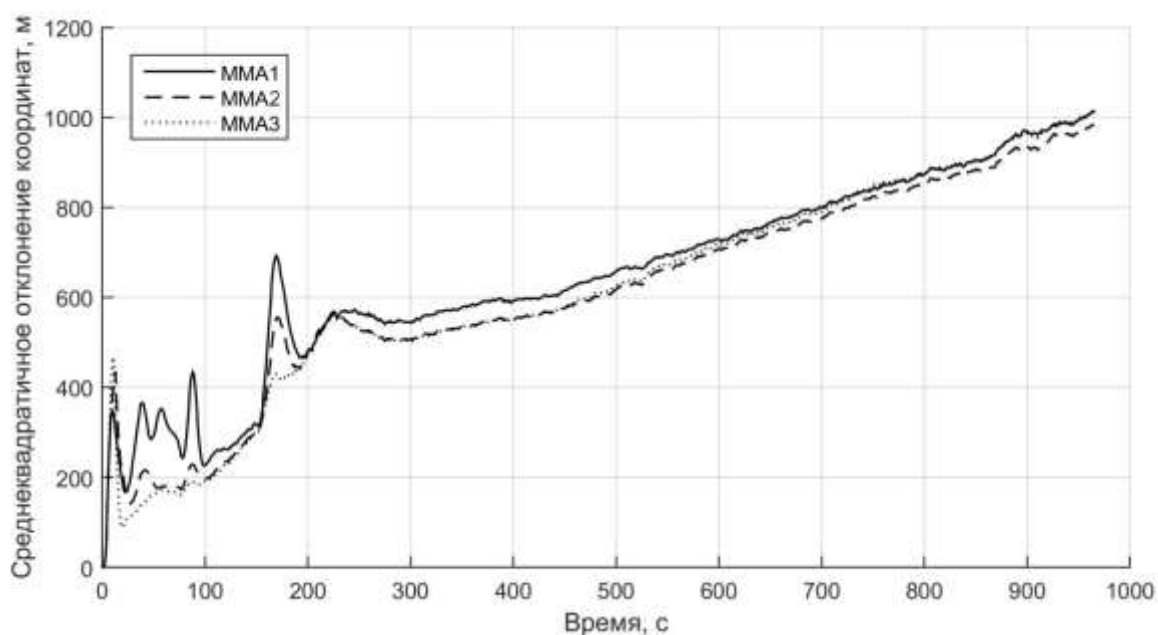


Рисунок 2.2.1. СКО координат алгоритмов MMA1, MMA2, MMA3

Алгоритмы MMA2 и MMA3 показывают меньшую величину СКО как по координате, так и по скорости, чем MMA1. При этом MMA3 имеет лучшую точность сопровождения в фазе разгона. Возрастание СКО со временем связано с удалением объекта от РЛС.

Как можно видеть, вероятность модели движения разгон испытывает три скачка в соответствии с количеством ступеней. При использовании алгоритма MMA2 или MMA3 происходит более быстрый и полный переход к модели свободного полета и обратно после каждой ступени разгона, что приводит к уменьшению пиков СКО координат и скорости в районе 80 с и 150 с. Все три алгоритма переходят преимущественно к модели свободного полета после 220 с.

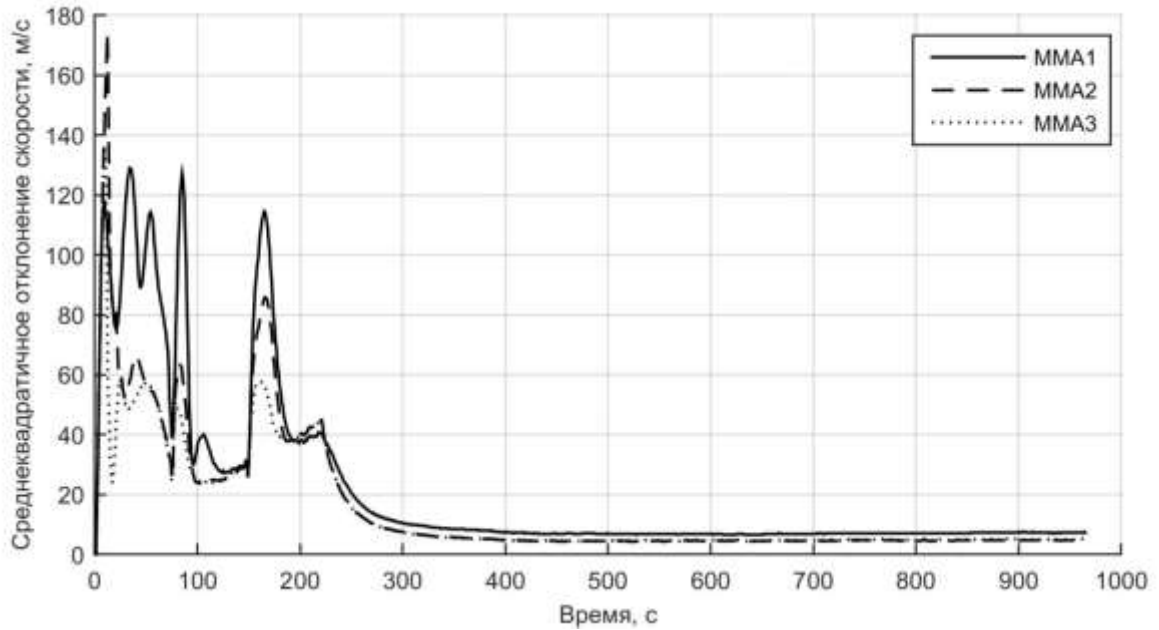


Рисунок 2.2.2. СКО скорости алгоритмов MMA1, MMA2, MMA3

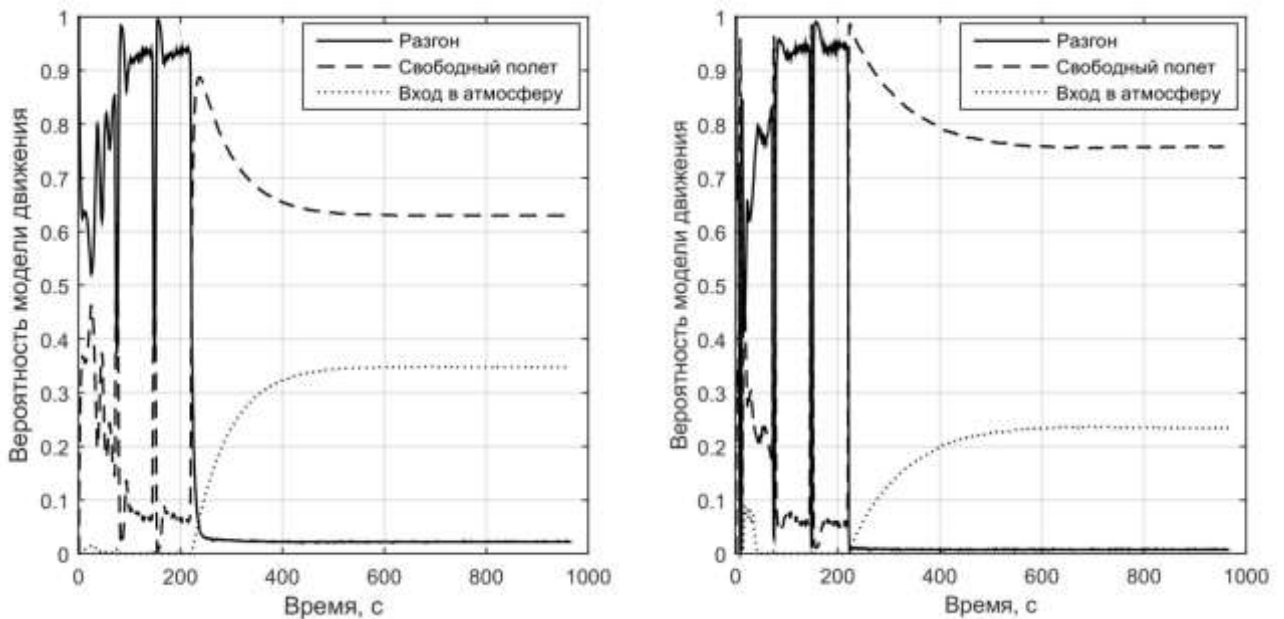


Рисунок 2.2.3. Изменение компонент вектора вероятностей алгоритма: а) MMA1, б) MMA2

Увеличение дисперсии возмущающих воздействий в модели разгона или увеличение вероятности M_{11} улучшает точность сопровождения в фазе разгона и уменьшает пики СКО координат и скорости при переходных процессах. Однако это значительно увеличивает СКО в фазе свободного полета, за счет увеличения

ошибки вносимой моделью движения разгон либо за счет увеличения вероятности этой модели.

2.2.2 Введение зависимости матрицы переходов от вектора состояния

В первой фазе полета объект ускоряется под действием силы тяги. В соответствии с этим, в начальный момент времени вероятность гипотезы о модели движения разгон приравнена к единице. Из рисунка 2.2.3 видно, что во время работы первой ступени вероятность модели движения разгон сильно колеблется, что не соответствует динамике объекта и приводит к появлению пиков СКО координат и скорости (рисунок 2.2.1, 2.2.2).

Можно также заметить, что в фазе свободного полета велика вероятность модели входа в атмосферу. Модель входа в атмосферу в данном случае ухудшает характеристики сопровождения, так как имеет большую дисперсию возмущающих воздействий.

Для устранения вышеупомянутых недостатков можно изменять матрицу переходов в зависимости от вектора состояния [31]. Подобный подход рассматривался в работе [2]. В отличие от [2] рассматривалось три участка зависимостей (от высоты при разгоне и входе в атмосферу, и от времени) и вероятности обратных переходов к модели разгона и свободного полета, что улучшает точность сопровождения на траекториях с несколькими ступенями разгона и дополнительным маневрированием.

Введем некоторую высоту h_1 – математическое ожидание высоты перехода к фазе свободного полета, тогда с использованием функции распределения h_1 элементы матрицы \mathbf{M} можно определить как:

$$\mathbf{M} = \begin{vmatrix} \mathbf{M}_{11}(h) & \mathbf{M}_{12} & 0 \\ \mathbf{M}_{21}(h) & \mathbf{M}_{22} & 0.1 \\ 0 & \mathbf{M}_{32} & 0.9 \end{vmatrix}, \quad (95)$$

$$\mathbf{M}_{11}(h) = 1 - (1 - \mathbf{M}_{11}) \operatorname{erf}(h, h_1, \sigma_{h_1}), \quad (96)$$

$$\mathbf{M}_{21}(h) = (1 - \mathbf{M}_{11}) \operatorname{erf}(h, h_1, \sigma_{h_1}), \quad (97)$$

$$\text{erf}(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{1000\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t-1000\mu)^2}{2000000\sigma^2}} dt, \quad (98)$$

где $M_{11}, M_{12}, M_{22}, M_{32}$ определяются из (91) или (94), $h_1 = 125$ км, $\sigma_{h_1} = 35$ км – среднеквадратичное отклонение ожидаемой высоты перехода к фазе свободного полета.

Определенная таким образом вероятность сохранения модели движения разгон постепенно снижается с единицы до M_{11} с увеличением высоты, что устраняет колебания вероятности модели разгона (рисунок 2.2.6).

Увеличения точности сопровождения в фазе свободного полета можно добиться с помощью уменьшения влияния сильно возмущенных моделей движения. Введем время $t_{burnout} = 300$ с – максимальное время выгорания топлива. После $t_{burnout}$ проведем снижение вероятности перехода к модели разгона вплоть до снижения объекта, когда модель движения разгон может потребоваться при вхождении в плотные слои атмосферы (99). При снижении объекта также восстанавливается вероятность сохранения модели входа в атмосферу до значения, представленного в (91) или (94).

$$M = \begin{vmatrix} M_{11} & M_{12}(h) & 0 \\ M_{21} & M_{22}(h) & 1 - M_{33}(h) \\ 0 & M_{32} & M_{33}(h) \end{vmatrix}, \quad \text{при } t > t_{burnout}, \quad (99)$$

$$M_{12}(h) = \frac{(1 - M_{22})}{2} (1 - 0.9 \text{erf}(h, h_2, \sigma_{h_2})), \quad (100)$$

$$M_{22}(h) = M_{22} + 0.9 \frac{(1 - M_{22})}{2} \text{erf}(h, h_2, \sigma_{h_2}), \quad (101)$$

$$M_{33}(h) = M_{33} - (M_{33} - 0.9) \text{erf}(h, h_2, \sigma_{h_2}), \quad (102)$$

где $M_{11}, M_{21}, M_{22}, M_{32}, M_{33}$ определяются из (91) или (94), $h_2 = 125$ км, $\sigma_{h_2} = 25$ км – среднеквадратичное отклонение ожидаемой высоты перехода к фазе входа в атмосферу.

На рисунках 2.2.4, 2.2.5 представлено сравнение зависимостей СКО координат и скорости от времени для трех вариантов многомодельного алгоритма и их модифицированных с помощью выражений (95) и (99) вариантов: MMA1.2, MMA2.2, MMA3.2. А так же зависимость вектора состояния от времени (рисунок 2.2.6). Моделирование проводилось для траектории TP1.2.

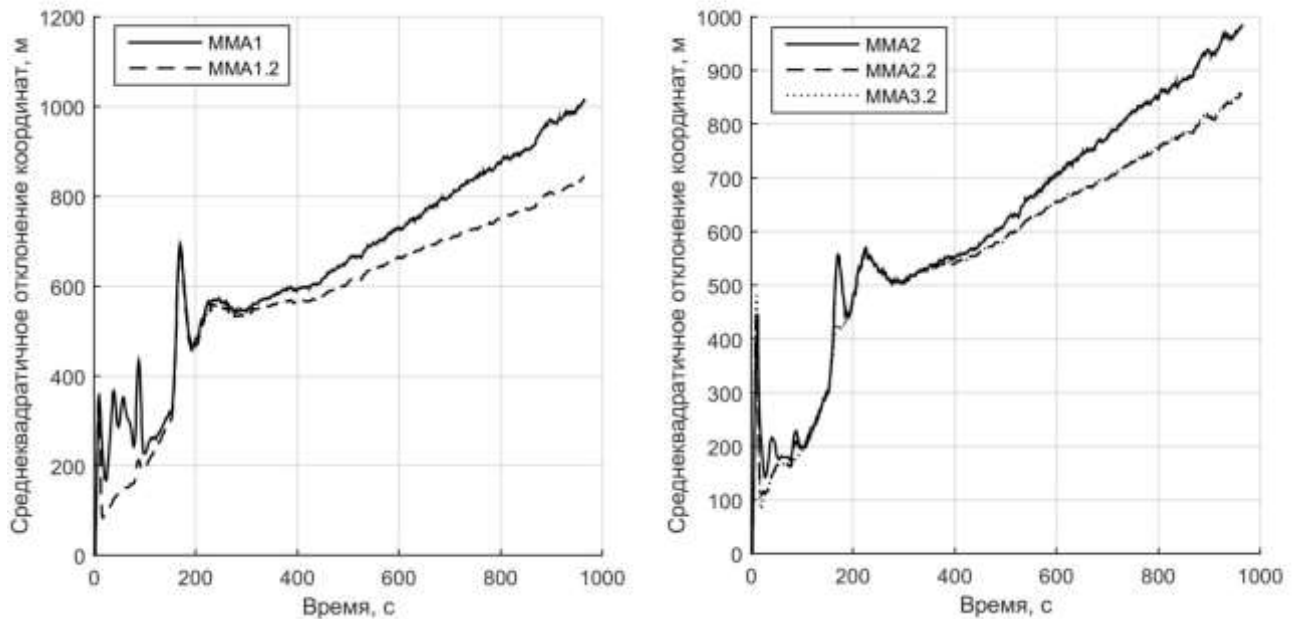


Рисунок 2.2.4. СКО координат алгоритмов: а) MMA1 и MMA1.2; б) MMA2, MMA2.2 и MMA3.2

Как можно заметить, устранение колебаний вероятности модели разгона привело к значительному уменьшению СКО координат и скорости во время фазы разгона, как для алгоритма MMA1, так и для MMA2.

Увеличение вероятности модели свободного полета снизило СКО координат и скорости всех трех алгоритмов в фазе свободного полета. Выигрыш в точности можно увеличить, если заменить коэффициент 0.9 в формулах (100) и (101) на единицу. Однако это действие может привести к резкому возрастанию СКО или срыву сопровождения при осуществлении объектом дополнительного маневрирования (рисунок 2.2.7), поэтому коэффициент был сохранен на уровне 0.9.

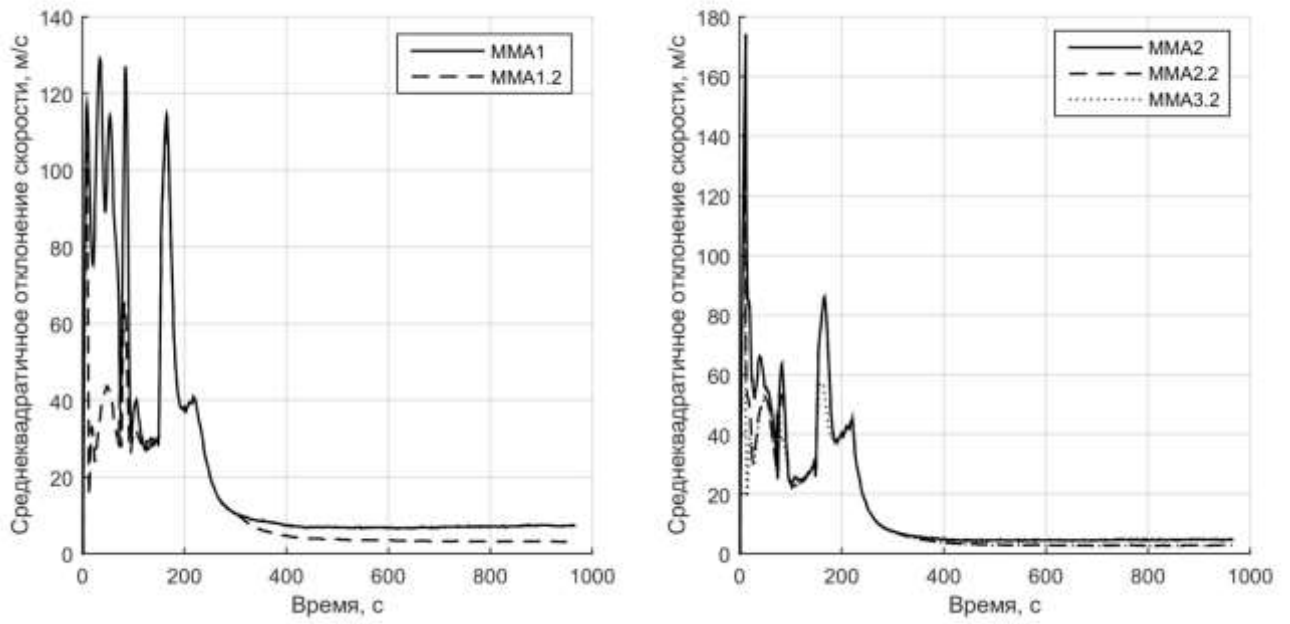


Рисунок 2.2.5. СКВ скорости алгоритмов: а) MMA1 и MMA1.2; б) MMA2, MMA2.2, MMA3.2

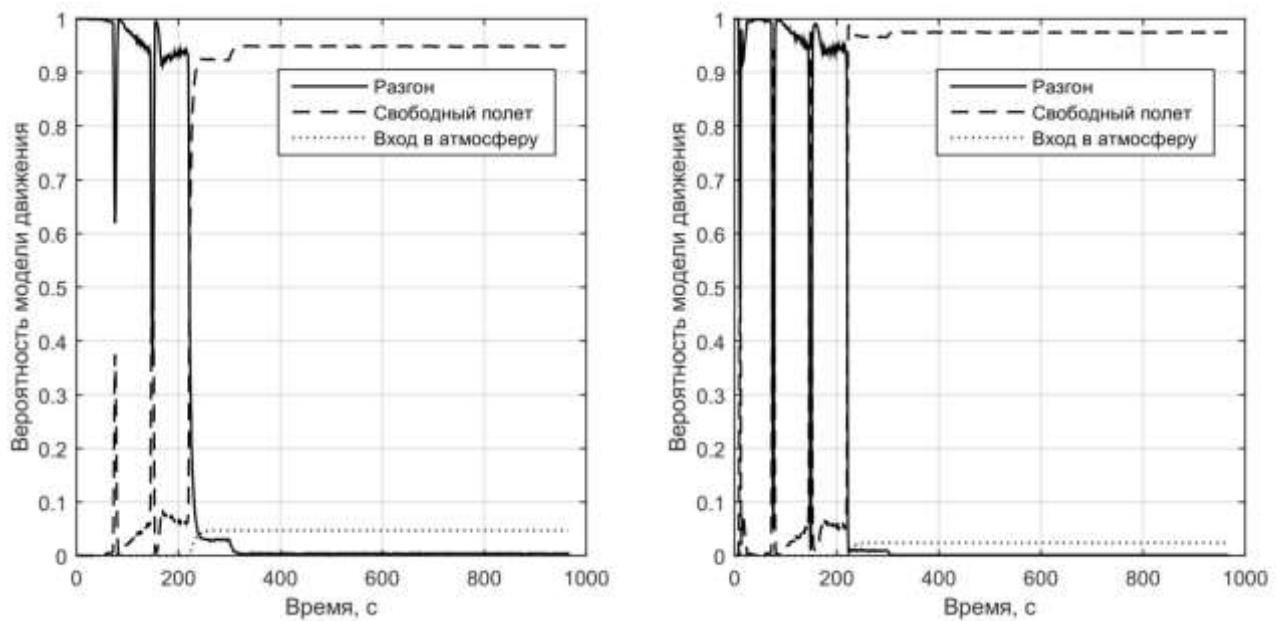


Рисунок 2.2.6. Изменение компонент вектора вероятностей алгоритма: а) MMA1, б) MMA2

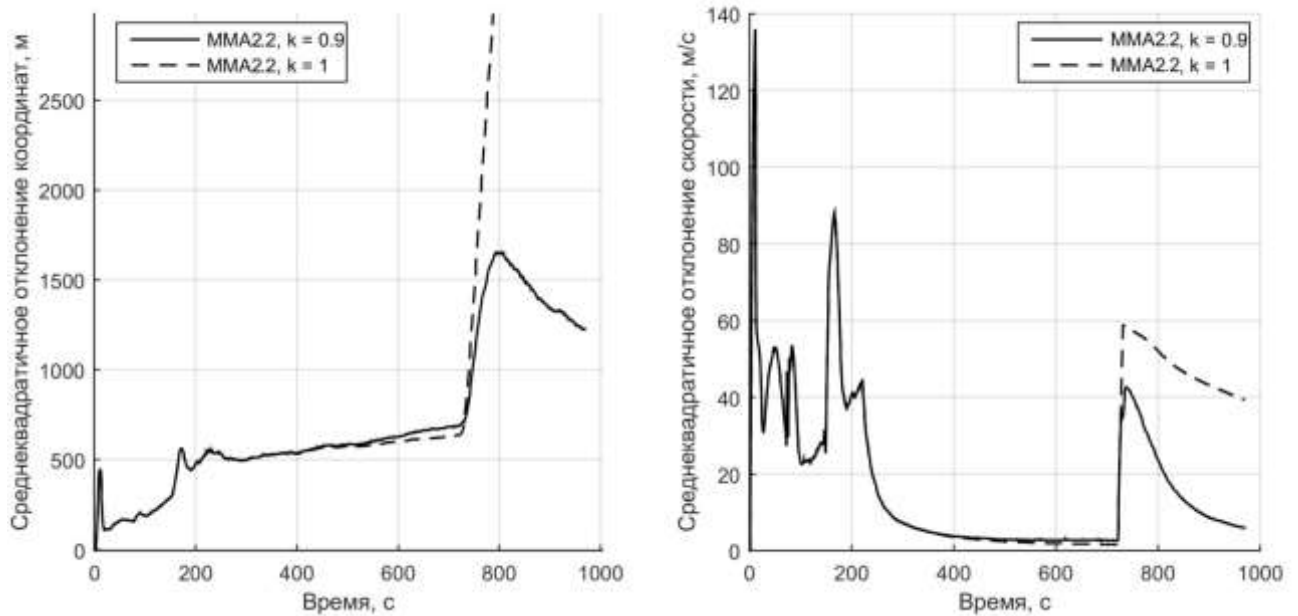


Рисунок 2.2.7. SKO а) координат, б) скорости, на траектории TP9 при сопровождении с помощью алгоритма MMA2.2 с коэффициентом 0.9 и 1

2.2.3 Модификация взаимодействия моделей

Параметр α_D , обратный баллистическому коэффициенту, оценивается только в модели входа в атмосферу, что при частичном или полном объединении гипотез по формуле (39) или (37) приводит к занижению или обнулению оценки параметра, когда вероятность модели входа в атмосферу не высока [72]. Это дополнительно замедляет переход к модели движения вход в атмосферу. Переход происходит только при вхождении в плотные слои атмосферы (рисунок 2.2.9а).

Решение этой проблемы может быть достигнуто с помощью модификации взаимодействия моделей. При объединении гипотез по формулам (37), (38) объединяются только девять компонент вектора состояния. Последняя компонента – параметр α_D и ассоциированные с ним компоненты ковариационной матрицы приравниваются к оценкам, полученным с помощью модели входа в атмосферу [72].

Аналогичные действия могут быть произведены и в алгоритмах MMA2 и MMA3, при частичном объединении гипотез, при получении оценок

$\vec{x}'_{k-1|k-1}(\theta = n_{reentry})$, $\mathbf{P}'_{k-1|k-1}(\theta = n_{reentry})$, где $n_{reentry}$ – номер модели входа в атмосферу.

Дополнительно, для ускорения перехода, значения функции правдоподобия $L_{n_{reentry}}$ модели входа в атмосферу увеличиваются в два раза, когда оценка параметра α_D превышает $0.5 \cdot 10^{-3}$.

На рисунке 2.2.8 представлено сравнение зависимостей СКО координат и скорости от времени для двух вариантов многомодельного алгоритма и их модификаций: MMA1.3, MMA2.3. А так же зависимость вектора состояния от времени (рисунок 2.2.9а) и зависимость оценки параметра α_D от времени (рисунок 2.2.9б). Моделирование проводилось для траектории TP8.

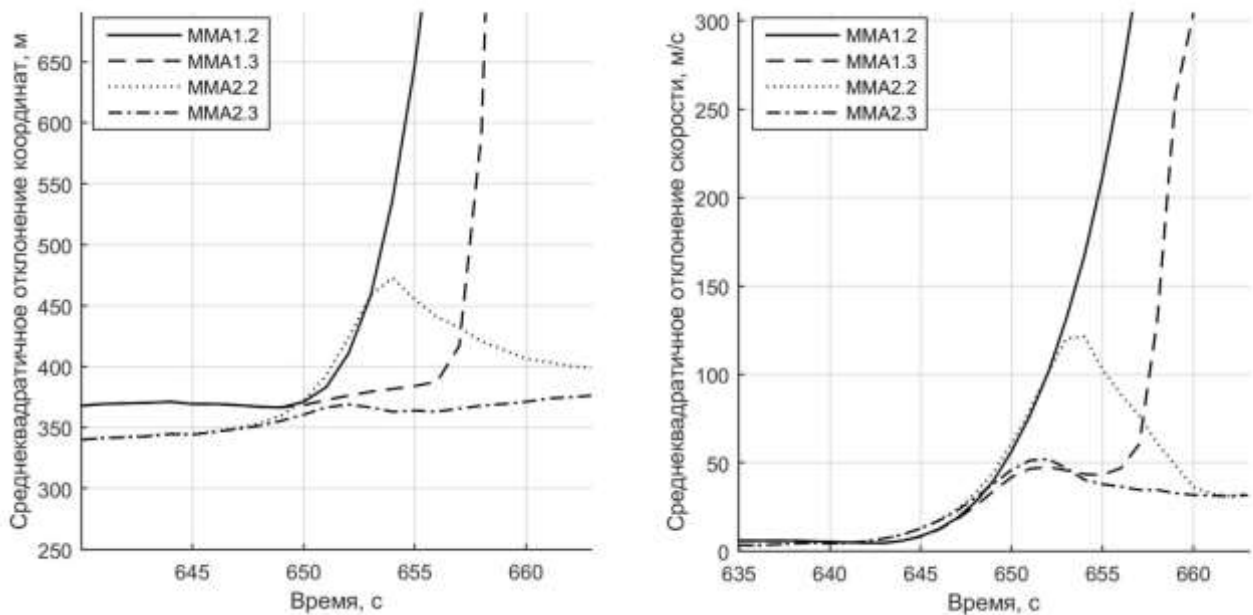


Рисунок 2.2.8. СКО а) координат, б) скорости, алгоритмов MMA1.2, MMA1.3, MMA2.2, MMA2.3

Изменение взаимодействия моделей сдвинуло переход к модели входа в атмосферу на момент вхождения в разряженные слои атмосферы (рисунок 2.2.9а). Формирование оценки параметра α_D начинается с пересечения границы атмосферы на высоте 100 км (рисунок 2.2.9б). Алгоритм MMA1.3 по-прежнему расходится, но несколько позже, а оценка параметра α_D завышена (истинное значение $\alpha_D = 0.002$). СКО координат и скорости алгоритма MMA2.3 имеют

значительно меньший пик, и алгоритм дает более точную оценку параметра α_D . MMA3.3 имеет характеристики аналогичные MMA2.3.

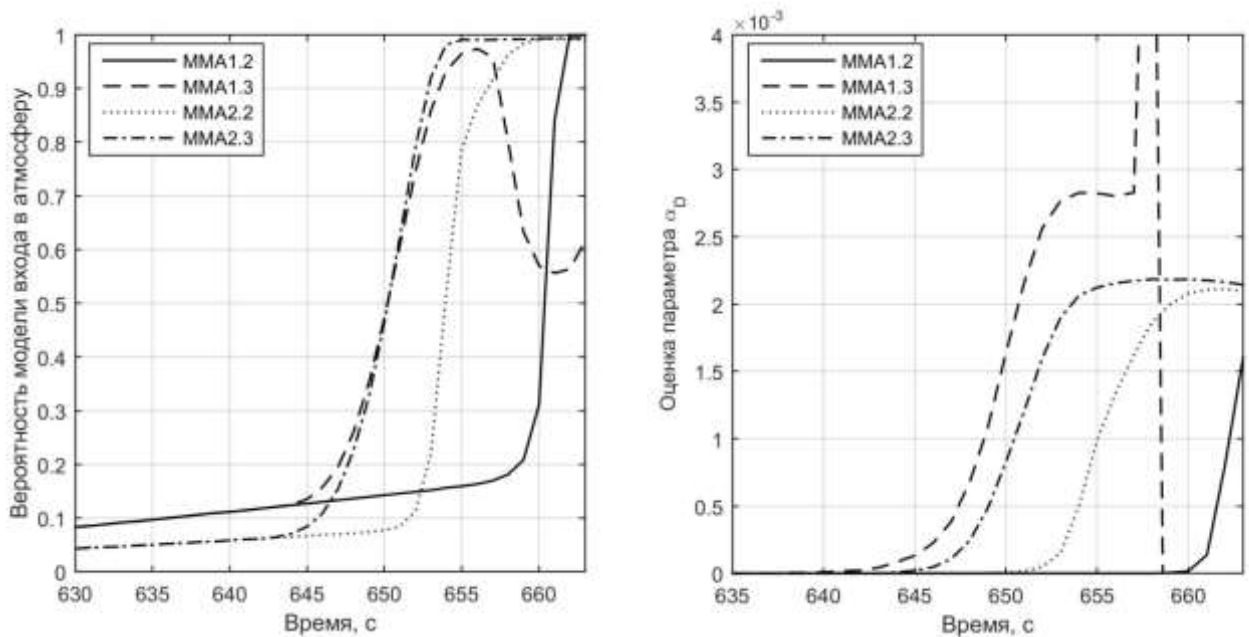


Рисунок 2.2.9. а) Вероятность модели входа в атмосферу, б) оценка параметра α_D , для алгоритмов MMA1.2, MMA1.3, MMA2.2, MMA2.3

Важно отметить, что модификацию взаимодействия нельзя делать для ускорения, несмотря на то, что его оценки получаются только в модели движения разгон. В моменты времени, когда эта модель дает плохую аппроксимацию и ее вероятность мала, она может привести к расхождению алгоритмов. Этого не происходит с моделью входа в атмосферу, потому что она дает оценку вектора состояния сравнимую с оценкой, полученной с использованием модели свободного полета, а в фазе разгона коэффициент α_D обнуляется.

2.2.4 Альтернативные модели возмущений

В части 3 главы 1 было представлено две распространенных модели возмущений: белый шум в качестве производной ускорения (53), ускорение является последовательностью с независимыми приращениями и нормальным распределением (55). Основной используемой моделью являлась вторая из них. В ходе работы была также протестирована альтернативная модель шума на

траекториях TP1.2 и TP8. Было установлено, что использование этой модели не дает никакого существенного выигрыша, при сопровождении из точки старта.

В работе [64] представлена модель возмущений Сингера. Модель Сингера является моделью с коррелированным во времени шумом. В зависимости от параметра α , определяющего характерное время корреляции, эта модель занимает промежуточное положение между моделью движения с кусочно-постоянной скоростью и кусочно-постоянным ускорением.

В данной работе была протестирована модель Сингера. Из-за резкого изменения ускорения во время фазы разгона требуется уменьшать параметр α , чтобы избежать чрезмерного сглаживания, что сводит модель шума к последовательности с независимыми приращениями. Поэтому модель Сингера так же не дает выигрыша.

2.2.5 Улучшение характеристик переходных процессов алгоритмов

После проведения оптимизации СКО алгоритмов в фазе свободного полета, были выбраны значения дисперсии шума модели движения разгон $\sigma_{w1}^2 = 0.5 - 1 \text{ м}^2/\text{с}^4$. При использовании данных значений дисперсии многомодельные алгоритмы показывают достаточно длительные переходные процессы при резком изменении ускорения объекта. На рисунках 2.2.4, 2.2.5 можно видеть пики СКО координат и скорости после включения первой и третьей ступени разгона (10 с и 170 с).

Существует подход к решению проблемы длительных переходных процессов с сохранением низкого СКО в установившемся режиме. Для этого в многомодельный алгоритм включаются две одинаковые модели с различными возмущениями. В данном случае в алгоритм были включены слабо возмущенная и сильно возмущенная модель движения разгон.

Процедура оптимизации, описанная в 4 части данной главы, дала следующие значения дисперсий возмущающих воздействий, использованных для всех типов многомодельного алгоритма:

$$\begin{aligned} \sigma_{w1}^2 &= 0.25 \text{ м}^2/\text{с}^4, & \sigma_{w2}^2 &= 4 \text{ м}^2/\text{с}^4, & \sigma_{w3}^2 &= 0.002 \text{ м}^2/\text{с}^4, \\ \sigma_{w4}^2 &= 0.02 \text{ м}^2/\text{с}^4, & \sigma_{\alpha_D}^2 &= 10^{-8}, \end{aligned} \quad (103)$$

где $\sigma_{w1}^2, \sigma_{w2}^2, \sigma_{w3}^2, \sigma_{w4}^2$ – дисперсии возмущающих воздействий для слабо и сильно возмущенной модели разгона, свободного полета и входа в атмосферу соответственно.

Матрица переходов была задана аналогично (95) и (99). Вероятность M_{11} распределяется между слабо и сильно возмущенной моделью движения:

$$M_{\leq} = \left\| \begin{array}{cccc} M_{11-1}M_{11}(h) & (1 - M_{11-2})M_{11}(h) & 0.005 & 0 \\ (1 - M_{11-1})M_{11}(h) & M_{11-2}M_{11}(h) & 0 & 0 \\ 1 - M_{11}(h) & 1 - M_{11}(h) & 0.99 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0.005 & 0.9 \end{array} \right\|, \quad (104)$$

$$M_{11}(h) = 1 - (1 - M_{11}) \operatorname{erf}(h, h_1, \sigma_{h_1}), \quad (105)$$

$$M_{>} = \left\| \begin{array}{cccc} M_{11} & M_{11}(1 - M_{11-2}) & M_{12}(h) & 0 \\ 0 & M_{11}M_{11-2} & 0 & 0 \\ 1 - M_{11} & 1 - M_{11} & M_{22}(h) & 1 - M_{33}(h) \\ 0 & 0 & 0.005 & M_{33}(h) \end{array} \right\|, \quad (106)$$

$$M_{12}(h) = \frac{(1 - M_{22})}{2} (1 - 0.9 \operatorname{erf}(h, h_2, \sigma_{h_2})), \quad (107)$$

$$M_{22}(h) = M_{22} + 0.9 \frac{(1 - M_{22})}{2} \operatorname{erf}(h, h_2, \sigma_{h_2}), \quad (108)$$

$$M_{33}(h) = M_{33} - (M_{33} - 0.9) \operatorname{erf}(h, h_2, \sigma_{h_2}), \quad (109)$$

где $M_{11-1} = 0.99, M_{11-2} = 0.9, M_{11} = 0.9, M_{22} = 0.99, M_{33} = 0.99$ – вероятности переходов, M_{\leq} – матрица переходов при $t \leq t_{burnout}$, $M_{>}$ – матрица переходов при $t > t_{burnout}$.

На рисунках 2.2.10 и 2.2.11 представлены зависимости СКО координат и скорости алгоритмов с внесенными изменениями (ММА1.5, ММА2.5, ММА3.5). Моделирование проводилось для траектории TP1.2.

Из графиков видно, что добавление второй модели разгона слабо повлияло на алгоритм ММА1. Немного уменьшился пик СКО на 170 с и увеличился на 10 с. Алгоритмы ММА2 и ММА3 заметно улучшили свои характеристики. Были сглажены оба пика на 10 с и 170 с, но незначительно увеличилось СКО в фазе свободного полета.

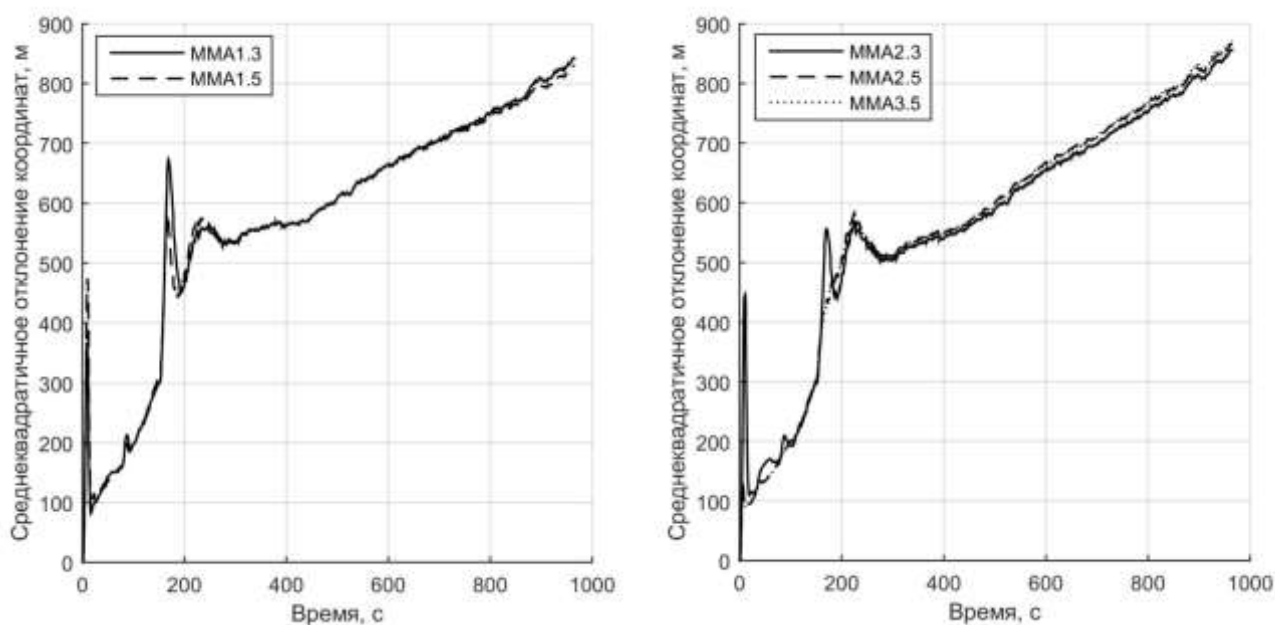


Рисунок 2.2.10. СКО координат алгоритмов: а) ММА1.3 и ММА1.5; б) ММА2.3, ММА2.5 и ММА3.5

По итогам части 2 настоящей главы: точность алгоритма ММА2 лучше чем у ММА1 и совпадает с ММА3, но ММА3 требует значительно больше вычислений, поэтому для сопровождения баллистического объекта из точки старта рекомендуется использовать алгоритм ММА2.

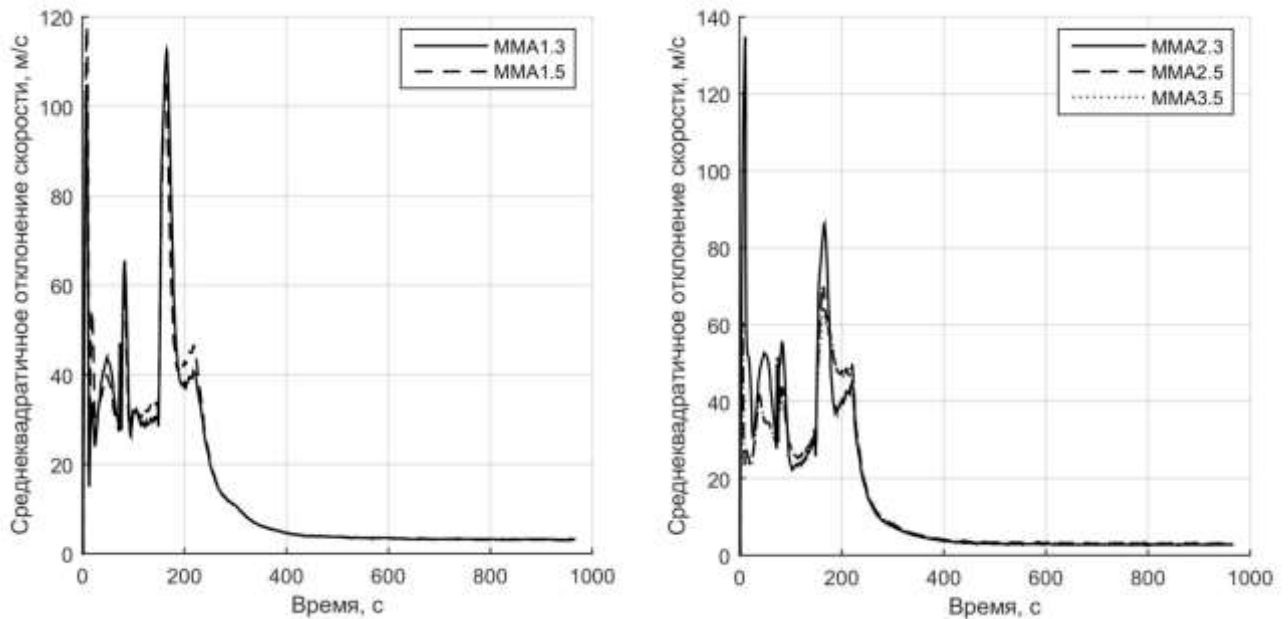


Рисунок 2.2.11. СКО скорости алгоритмов: а) MMA1.3 и MMA1.5; б) MMA2.3, MMA2.5, MMA3.5

2.2.6 Результаты моделирования на различных траекториях

В первой части второй главы были описаны модели траекторий с различными параметрами и различными расположениями РЛС относительно траектории. Проведение моделирования с использованием описанных траекторий важно с точки зрения подтверждения применимости найденных параметров многомодельного алгоритма в различных ситуациях.

На рисунке 2.2.12 изображены СКО координат и скорости для траектории TP1 при различных положениях РЛС. Результаты имеют невысокий разброс, особенно СКО координат, однако можно заключить, что более близкое расположение РЛС к точке старта дает преимущество только на начальном участке траектории. Расположение против движения менее выгодно по сравнению с расположением сбоку или по пути движения объекта.

Точность сопровождения объекта сохраняется на прежнем уровне вне зависимости от параметров траектории (рисунок 2.2.13а). Видимые отличия в фазе свободного полета связаны с различной дальностью до объекта, так как, например, на настильной траектории объект удаляется быстрее.

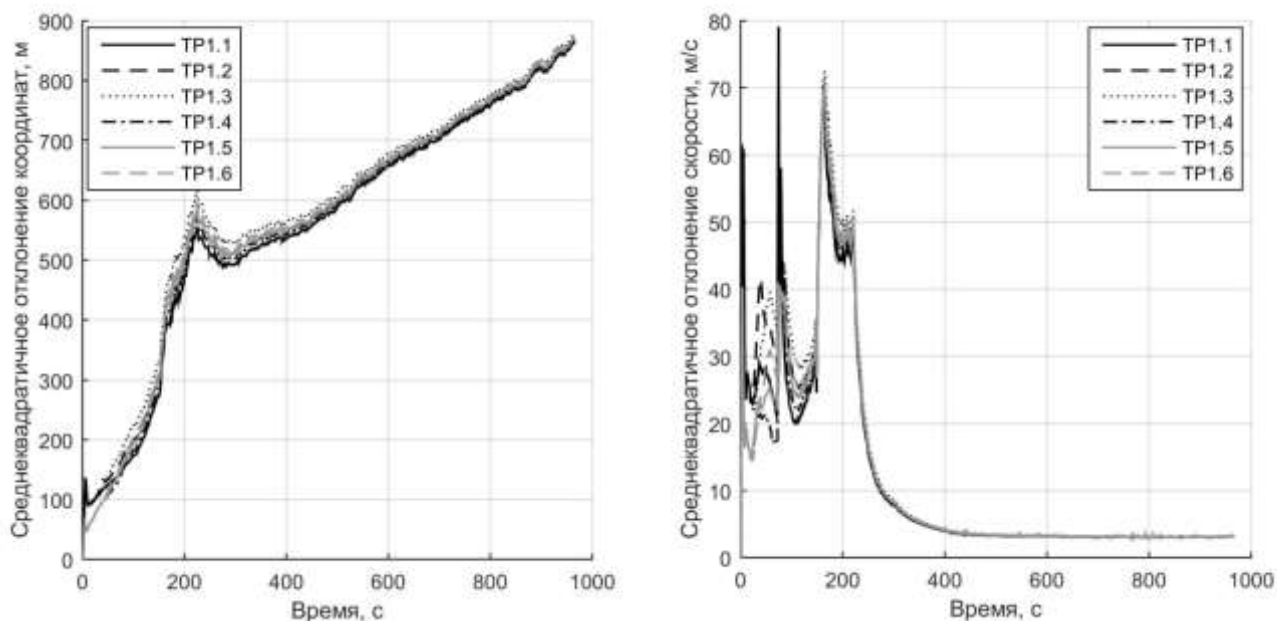


Рисунок 2.2.12. СКО а) координат, б) скорости, алгоритма MMA2.5 при различных положениях РЛС

Изменение профиля ускорения также незначительно влияет на СКО координат (рисунок 2.2.13б). Увеличение СКО на траектории TP7 опять же связано с удалением объекта, так как при использовании профиля ТУОЗ объект имеет большее ускорение на первых ступенях.

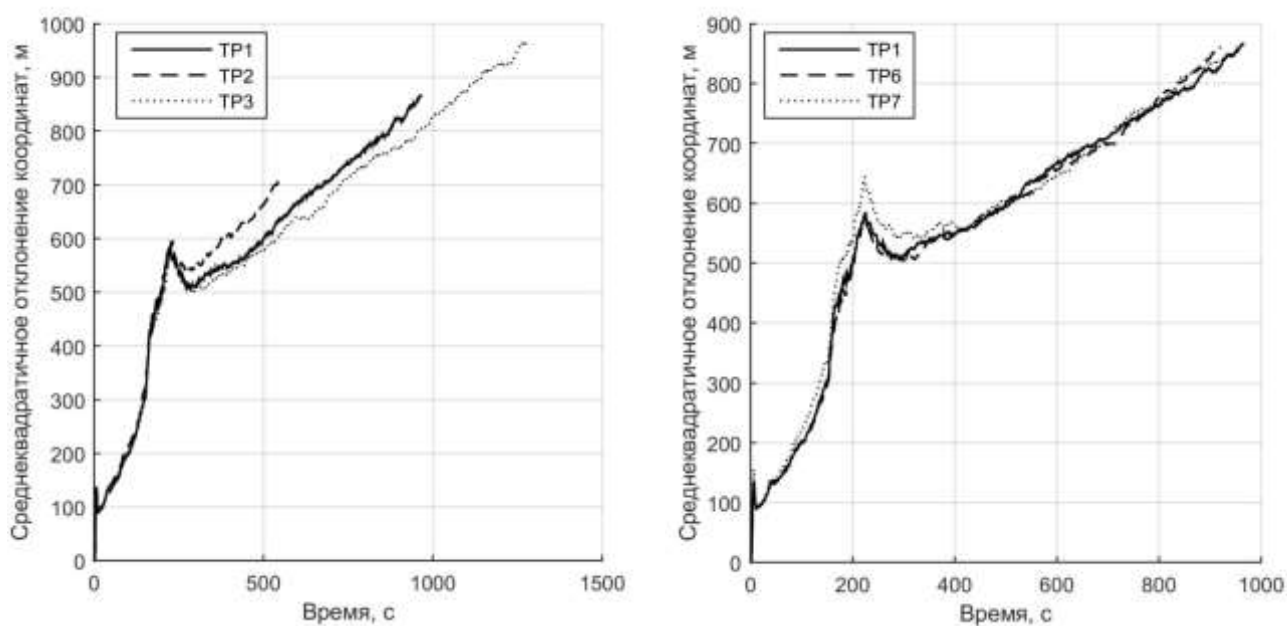


Рисунок 2.2.13. СКО координат алгоритма MMA2.5 при а) различных параметрах траектории, б) различных профилях ускорения

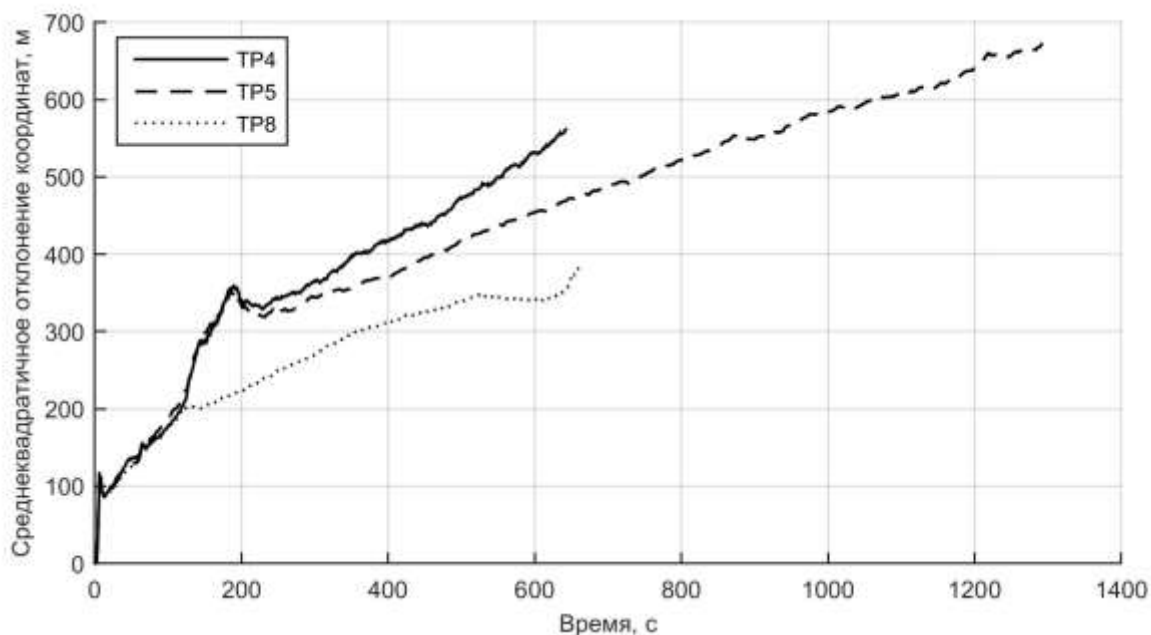


Рисунок 2.2.14. СКО координат алгоритма MMA2.5, траектории средней дальности

Внесенные модификации сохраняют свою эффективность и на траекториях средней дальности. Как видно из рисунка 2.2.14, отсутствуют пики на 10 с и 170 с, СКО координат не сильно возрастает в фазе свободного полета.

2.3 Сопровождение в условиях низкого отношения сигнал-шум

С увеличением расстояния сигнал, улавливаемый РЛС, теряет свою мощность пропорционально квадрату расстояния до излучающего объекта. В соответствии с этим уменьшается отношение сигнал-шум. Сопровождение объекта на последнем участке траектории, до ухода объекта за горизонт, приходится проводить при малом отношении сигнал-шум [67]. Это приводит к уменьшению вероятности правильного обнаружения и пропускам цели. Частые пропуски увеличивают собственные числа ковариационной матрицы вектора состояния и приводят к сбросу траектории.

Процесс обнаружения сигнала является пороговой обработкой. Увеличить вероятность правильного обнаружения можно снизив значение порога H , при этом возрастает вероятность ложной тревоги и возрастает число ложных отметок, попадающих в строб отождествления [68]. Для сопровождения объекта в таких

условиях необходим алгоритм ассоциации получаемых отметок и строящейся траектории. В данной части второй главы рассматриваются различные алгоритмы ассоциации отметок при сопровождении единственной цели с использованием многомодельного алгоритма. Приводятся результаты моделирования и сравнение характеристик алгоритмов.

2.3.1 Распределение ложных отметок

Рассмотрим процесс обнаружения в виде пороговой обработки спектра принятого сигнала. Как известно действительные и мнимые части компонент разложения Фурье белого гауссовского шума имеют нормальное распределение. Следовательно, модуль спектра имеет распределение Релея (110). Среднеквадратичный уровень модуля спектра шума σ_n связан с параметром σ распределения Релея (110).

$$\rho_{rayl}(x) = \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), \quad \sigma_n = \sigma\sqrt{2}. \quad (110)$$

Если спектральная компонента содержит сигнал с некоторой амплитудой a_s , то распределение является смещенным и описывается законом Райса (111).

$$\rho_{rice}(x) = \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{(x^2 + a_s^2)}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{xa_s}{\sigma^2}\right), \quad (111)$$

где $I_0(x)$ – функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

Так как при обнаружении значимым является только отношение сигнал-шум, примем в целях моделирования $\sigma = 0.707$. Тогда среднеквадратичный уровень модуля спектра шума будет равен единице, а амплитуду сигнала a_s можно связать с отношением сигнал-шум:

$$a_s = \sqrt{SNR}, \quad (112)$$

где SNR – отношение сигнал-шум.

Алгоритм выбора порога H основывается на достижении заданных характеристик обнаружения: вероятности правильного обнаружения и

вероятности ложной тревоги. Вероятности задаются для элемента разрешения РЛС в системе координат измерений: углы азимута и места, частота Доплера. При большом отношении сигнал-шум можно определить порог, придерживаясь критерия Неймана-Пирсона – максимизируя вероятность правильного обнаружения D при заданной вероятности ложной тревоги F_m (рисунок 2.3.1а). Порог находится из уравнения (113), а вероятность правильного обнаружения по формуле (114) [68]. При этом всегда можно нормировать отсчеты так, чтобы $\sigma = 0.707$, а a_s из распределения Райса находится с помощью усредненной оценки отношения сигнал-шум.

$$F = \int_H^{\infty} \rho_{rayl}(x) dx = \int_H^{\infty} \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) dx \quad (113)$$

$$D = \int_H^{\infty} \rho_{rice}(x) dx = \int_H^{\infty} \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{(x^2 + a_s^2)}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{xa_s}{\sigma^2}\right) dx \quad (114)$$

Если отношение сигнал-шум мало и определенная по формуле (114) вероятность правильного обнаружения меньше, чем заранее заданное минимальное значение D_m , то значение порога вычисляется из уравнения (114), а вероятность ложной тревоги F по формуле (113).

На рисунке 2.3.1 представлен пример выбора порога и зависимость характеристик обнаружения от времени для траектории TP1.2 при $F_m = 10^{-4}$, $D_m = 0.8$. Как можно видеть, при уменьшении отношения сигнал-шум значение порога начинает уменьшаться, начиная с некоторого момента, определяемого требуемыми характеристиками обнаружения.

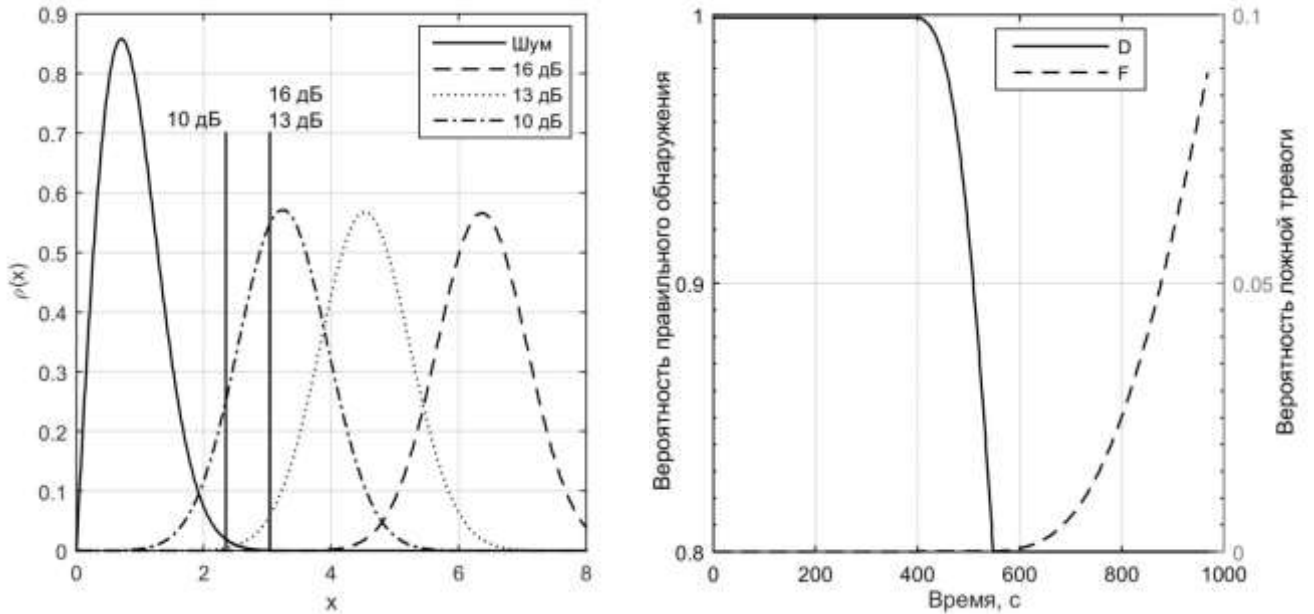


Рисунок 2.3.1. а) Выбор порога при изменении отношения сигнал-шум, б) зависимость характеристик обнаружения от времени на траектории TP1.2

Пространственное распределение ложных отметок в стробе отождествления можно считать равномерным, так как шумовые отметки в различных элементах разрешения независимы. Среднее количество ложных отметок можно определить исходя из объема строба отождествления [40] и плотности вероятности ложной тревоги:

$$N_F = \rho_F V, \quad \rho_F = \frac{F}{V_i}, \quad V = \frac{4}{3} \pi \gamma^{3/2} \sqrt{|\mathbf{S}_k|}, \quad (115)$$

где N_F – среднее количество ложных отметок в стробе отождествления, ρ_F – плотность вероятности ложных тревог в пространстве измерений, V – объем строба отождествления, F – вероятность ложной тревоги, V_i – объем элемента разрешения, $|\mathbf{S}_k|$ – детерминант ковариационной матрицы невязки, γ – параметр, задающий границы строба отождествления в соответствии с формулой (116).

$$\Omega(\vec{z}_{k|k-1}) = \vec{z}: \left\{ (\vec{z} - \vec{z}_{k|k-1})^T \mathbf{S}_k^{-1} (\vec{z} - \vec{z}_{k|k-1}) \leq \gamma \right\}, \quad (116)$$

где $\vec{z}_{k|k-1}$ – оценка вектора измерений в момент времени k на основании экстраполированного значения вектора состояния $\vec{x}_{k|k-1}$. В расширенном фильтре Калмана вычисляется по формуле $\vec{h}(\vec{x}_{k|k-1})$.

Распределение числа ложных отметок, попавших в строб отождествления, подчиняется распределению Пуассона со средним N_F [43].

$$P[n_F = k] = \frac{N_F^k}{k!} e^{-N_F}, \quad (117)$$

где n_F – число ложных отметок, попавших в строб отождествления.

Рисунок 2.3.2а дает информацию о реализации количества отметок, попавших в строб отождествления, от времени в соответствии с формулами (115 – 117). Для наглядности, на рисунке 2.3.2б можно видеть зависимость отношения сигнал-шум от времени. При определении отношения сигнал-шум считалось, что $SNR = 13$ дБ на расстоянии 2000 км и обратно пропорционально квадрату расстояния до объекта.

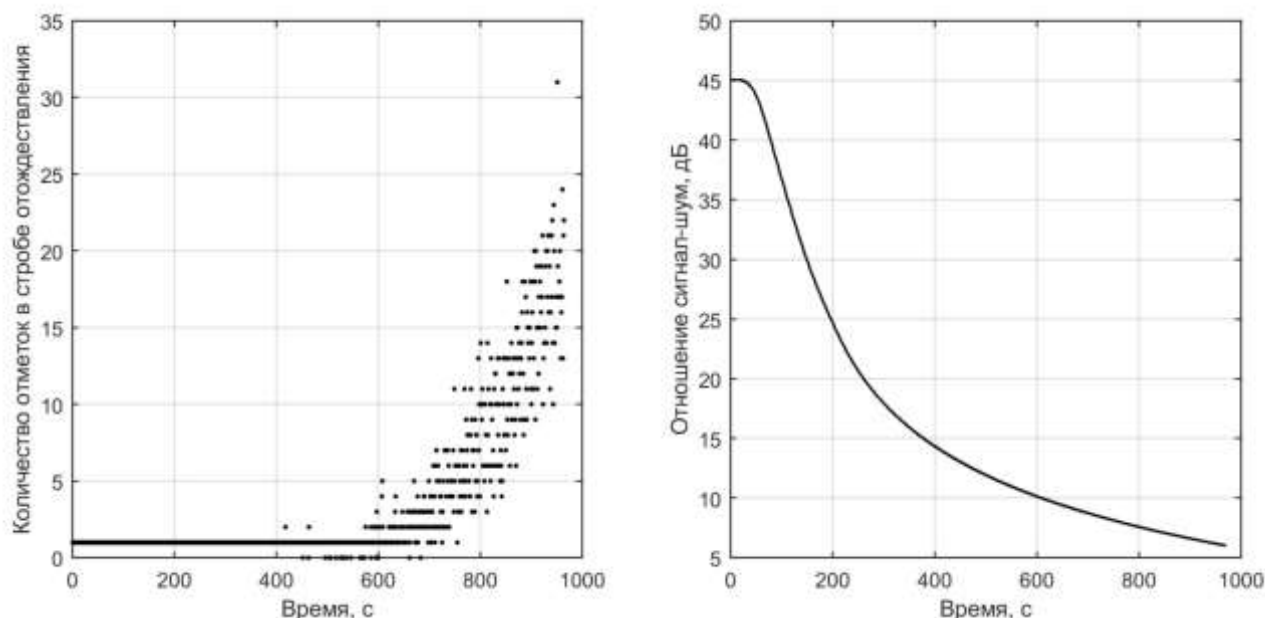


Рисунок 2.3.2. а) Реализация количества ложных отметок в соответствии с распределением Пуассона б) зависимость отношения сигнал-шум от времени на траектории TP1.2

Моделирование ложных отметок состоит из определения их количества согласно распределению (117), равномерного их распределения по объему V_m и формирования их амплитуд согласно (118), так как учитываются только отметки превысившие порог. Объем V_m выбирается заведомо больше строба отождествления каждой из моделей многомодельного алгоритма.

$$\rho_{rayl}(x) = \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), \quad x \geq H. \quad (118)$$

Формирование амплитуды истинной отметки происходит согласно распределению (111) с ограничением $x \geq H$, аналогично (118). Помимо появления ложных отметок существует вероятность пропуска цели $1 - D$, при этом в строб отождествления может не попасть ни одной отметки.

2.3.2 Точность измерений

Как известно, точность измерений зависит от вида функции неопределенности и отношения сигнал-шум. Важно учесть изменение точности измерений в алгоритме ассоциации, так как от нее зависит объем строба отождествления и соответственно количество ложных отметок. Изменение точности измерений учитывается и в моделировании при формировании вектора измерений. Среднеквадратичное отклонение оценки углов и частоты Доплера обратно пропорционально корню из отношения сигнал-шум по мощности [69]:

$$\sigma_{El}(SNR) = \sigma_{Az}(SNR) \sim \frac{1}{\sqrt{SNR}}, \quad \sigma_{fD}(SNR) \sim \frac{1}{\sqrt{SNR}} \quad (119)$$

Во второй части данной главы были указаны точности определения углов и частоты Доплера. Представленные значения точностей справедливы при $SNR = 20$ дБ. Вычисление ковариационной матрицы ошибок измерения $\mathbf{R}(SNR)$ в зависимости от усредненной оценки отношения сигнал-шум будем проводить по формуле (120), которая учитывает прочие ограничения точности измерений при отношении сигнал-шум большем 100. $\mathbf{R}(SNR)$ используется в уравнении (8).

$$\mathbf{R}(SNR) = \begin{cases} \left\| \begin{array}{ccc} \sigma_{Az}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{El}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{fD}^2 \end{array} \right\|, & SNR \geq 100, \\ \frac{100}{SNR} \left\| \begin{array}{ccc} \sigma_{Az}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{El}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{fD}^2 \end{array} \right\|, & SNR < 100. \end{cases} \quad (120)$$

2.3.3 Алгоритмы ассоциации отметок

Одними из самых простых алгоритмов ассоциации, представленными в работе [43], являются: выбор ближайшей отметки к экстраполированному значению или метод ближайшего соседа (NNDA), выбор отметки с наибольшей амплитудой, попавшей в строб отождествления или метод самого мощного соседа (SNDA).

При определении ближайшей отметки используется мера (121). Рассматриваются все отметки, попавшие в общий строб отождествления Ω_Σ , представляющий собой объединение множеств (116) для всех используемых моделей движения в многомодельном алгоритме (122).

$$l_i^n = \left(\vec{z}_i - \vec{z}_{k|k-1}(\theta = n) \right)^T \mathbf{S}_k^{-1} \left(\vec{z}_i - \vec{z}_{k|k-1}(\theta = n) \right), \quad (121)$$

где \vec{z}_i – i -ая отметка, попавшая в общий строб отождествления, $\vec{z}_{k|k-1}(\theta = n)$ – оценка вектора измерений в момент времени k на основании экстраполированного значения вектора состояния $\vec{x}_{k|k-1}(\theta = n)$ с использованием модели движения n .

$$\Omega_\Sigma = \bigcup_n \Omega \left(\vec{z}_{k|k-1}(\theta = n) \right). \quad (122)$$

Отметка \vec{z}_i с наименьшей мерой l_i^n используется на шаге обновления в модели под номером n , формула (15) или (23).

В методе самого мощного соседа сравниваются амплитуды отметок a_i . Так как ложная отметка вероятнее будет иметь меньшую амплитуду, отметка с наибольшей a_i считается истинной и используется на шаге обновления.

Оба метода определяют всего одну отметку в качестве истинного измерения, отбрасывая все остальные. С некоторой вероятностью истинная отметка будет отброшена и обновление будет произведено по ложной, что ухудшает точность сопровождения и может привести к срыву сопровождения на участках с маневрированием [46].

Альтернативным подходом является вероятностная ассоциация отметок (PDA). Помимо уже описанных ключевых предположений о распределении вектора состояния, стробе отождествления и распределении ложных отметок, необходимых для работы алгоритма PDA, также предполагается, что обнаружение объекта происходит с некоторой известной вероятностью правильного обнаружения D . На практике, вероятность правильного обнаружения может быть оценена исходя из усредненной оценки отношения сигнал-шум и выставленного порога по формуле (114).

При вероятностной ассоциации для каждой отметки, попавшей в строб отождествления, вычисляется весовой коэффициент β_i . Весовой коэффициент представляет собой вероятность того, что i -ая отметка является истинной:

$$\beta_i = P[\mu_i|Z] = P[\mu_i|Z, M], \quad (123)$$

где M – количество отметок попавших в строб отождествления, μ_0 – гипотеза пропуска цели, когда истинная отметка не принадлежит множеству Z , μ_i – гипотеза истинности отметки с номером i , $Z = \{\vec{z}_1, \vec{z}_2, \dots\}$ – множество отметок, попавших в строб отождествления.

Выражение (123) может быть переписано в виде (124) с помощью формулы Байеса. Распределение отметок $p[Z|\mu_i, M]$ представляется в виде произведения распределений каждой из отметок. При гипотезе μ_0 все отметки распределены равномерно, при гипотезе μ_i распределение смешанное, так как истинная отметка имеет нормальное распределение [50].

$$\beta_i = p[Z|\mu_i, M]P[\mu_i|M]. \quad (124)$$

Вероятность $P[\mu_0|M]$ равна вероятности пропуска цели $1 - D$, а вероятность того что i -ая отметка истинная равна D/M , при условии что одна из M истинная. Здесь делается предположение о том, что выбранный строб отождествления достаточно велик, чтобы пренебречь хвостами распределения истинной отметки и считать, что вероятность пропуска цели $1 - D$.

Подставляя описанные распределения и преобразуя нормирующие множители, получаем выражения для весовых коэффициентов β_i :

$$\beta_i = \begin{cases} c M \left(\frac{2\pi}{\gamma}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{3}{4\pi} \frac{1-D}{D}, & i = 0, \\ c \exp\left(-\frac{1}{2} \vec{y}_i^{nT}(k) \mathbf{S}_k^{-1} \vec{y}_i^n(k)\right), & i \neq 0, \end{cases} \quad (125)$$

где c – нормирующий множитель, для нормировки суммы β_i на единицу, $\vec{y}_i^n(k)$ – вектор невязки, вычисленный для отметки с номером i , для модели n в момент времени k .

С использованием весовых коэффициентов вычисляется усредненный вектор невязки (126), который затем используется в уравнении (10).

$$\overline{\vec{y}_k^n} = \sum_{i=1}^M \beta_i \vec{y}_i^n(k) = \sum_{i=1}^M \beta_i \left(\vec{z}_i - \vec{z}_{k|k-1}(\theta = n) \right), \quad (126)$$

где $\overline{\vec{y}_k^n}$ – усредненное значение вектора невязки для модели n в момент времени k . Суммирование ведется по всем отметкам, попавшим в строб отождествления.

После обновления вектора состояния необходимо обновить его ковариационную матрицу. Для этого воспользуемся формулой (28) с некоторыми модификациями. С вероятностью β_0 произошел пропуск цели, и экстраполированное значение вектора состояния становится его обновленным значением. В этом случае $\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1}$. С вероятностью $1 - \beta_0$ ковариационная матрица вектора состояния после обновления изменилась в соответствии с (28). Последний член правой части (127) учитывает разброс векторов невязки [40].

$$\mathbf{P}_{k|k} = \beta_0 \mathbf{P}_{k|k-1} + (1 - \beta_0) [\mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{S}_k \mathbf{K}_k^T] + \mathbf{K}_k \mathbf{V}_k \mathbf{K}_k^T, \quad (127)$$

$$\mathbf{V}_k = \sum_{i=1}^M \beta_i \vec{y}_i^n(k) \vec{y}_i^n(k)^T - \overline{\vec{y}_k^n \vec{y}_k^n}^T. \quad (128)$$

Далее в многомодельном алгоритме вычисляются функции правдоподобия каждой модели движения L^n , необходимые для обновления вектора вероятностей (36). Функции опираются на значение вектора невязки $\vec{y}_i^n(k)$ и в данном случае вычисляются с помощью суммирования функций правдоподобия каждой отметки L_i^n :

$$L_n = P[Z|n] = \frac{1-D}{V_\Sigma} + \frac{D}{M} \sum_{i=1}^M \mathcal{N}(\vec{y}_i^n(k), \vec{0}, \mathbf{S}_k), \quad (129)$$

где V_Σ – объем общего строга отождествления. L_n рассчитана исходя из смешанного распределения: равномерного для ложных отметок и нормального для истинной, с соответствующими вероятностями.

Рассмотренный алгоритм вероятностной ассоциации PDA не использует дополнительную имеющуюся информацию об амплитуде отметок. В работе [40] представлен алгоритм PDAL, использующий отношение правдоподобия амплитуд в качестве корректировки весовых коэффициентов.

При использовании амплитуды отметок распределения $p[Z|\mu_i, M]$ включают распределения (110) или (111) в зависимости от гипотезы μ_0 или μ_i . При преобразовании коэффициентов β_i распределения можно перенести вниз. Таким образом, получается, что β_i домножаются на отношение правдоподобия амплитуды:

$$\beta_i = \begin{cases} c M \left(\frac{2\pi}{\gamma} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{3}{4\pi} \frac{1-D}{D}, & i = 0, \\ c \exp \left(-\frac{1}{2} \vec{y}_i^n(k)^T \mathbf{S}_k^{-1} \vec{y}_i^n(k) \right) \frac{\rho_{rice}(a_i)}{\rho_{rayl}(a_i)}, & i \neq 0, \end{cases} \quad (130)$$

где параметры распределения Райса и Релея: $\sigma = 0.707$, а a_s из выражения (112).

Обновление вектора вероятности и его ковариационной матрицы происходит так же, как и в алгоритме PDA. Функции правдоподобия моделей движения вычисляются по формуле (129).

2.3.4 Моделирование сопровождения в условиях низкого отношения сигнал-шум

Моделирование проводилось для двух вариантов траекторий TP1.2 и TP9, для проверки поведения алгоритмов при осуществлении дополнительного маневрирования в фазе свободного полета на участке траектории с низким отношением сигнал-шум. В качестве многомодельного алгоритма был использован ранее рассмотренный MMA2.3 с алгоритмом ассоциации отметок со следующими параметрами:

$$\mathbf{M}_{\leq} = \begin{vmatrix} \mathbf{M}_{11}(h) & 0.005 & 0 \\ \mathbf{M}_{21}(h) & 0.99 & 0.1 \\ 0 & 0.005 & 0.9 \end{vmatrix}, \quad (131)$$

$$\mathbf{M}_{>} = \begin{vmatrix} 0.94 & \mathbf{M}_{12}(h) & 0 \\ 0.06 & \mathbf{M}_{22}(h) & 1 - \mathbf{M}_{33}(h) \\ 0 & 0.005 & \mathbf{M}_{33}(h) \end{vmatrix}, \quad (132)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{w1}^2 &= 24 \text{ м}^2/\text{с}^4, & \sigma_{w2}^2 &= 0.003 \text{ м}^2/\text{с}^4, \\ \sigma_{w3}^2 &= 0.185 \text{ м}^2/\text{с}^4, & \sigma_{\alpha_D}^2 &= 10^{-8}, \end{aligned} \quad (133)$$

где \mathbf{M}_{\leq} – матрица переходов при $t \leq t_{burnout}$, $\mathbf{M}_{>}$ – матрица переходов при $t > t_{burnout}$, $\mathbf{M}_{11}(h)$, $\mathbf{M}_{21}(h)$, $\mathbf{M}_{12}(h)$, $\mathbf{M}_{22}(h)$, $\mathbf{M}_{33}(h)$ – вычисляются по формулам (96 – 98) и (100 – 102) с применением: $\mathbf{M}_{11} = 0.94$, $\mathbf{M}_{22} = 0.99$, $\mathbf{M}_{33} = 0.99$, $t_{burnout} = 300$ с – максимальное время выгорания топлива.

На рисунках 2.3.3 и 2.3.4 изображены зависимости среднеквадратичного отклонения координат и скорости для траекторий TP1.2 и TP9 соответственно. Значение вероятности ложной тревоги и минимальной вероятности правильного обнаружения: $F_m = 10^{-4}$, $D_m = 0.8$. Параметр, задающий размер строга отождествления $\gamma = 10$.

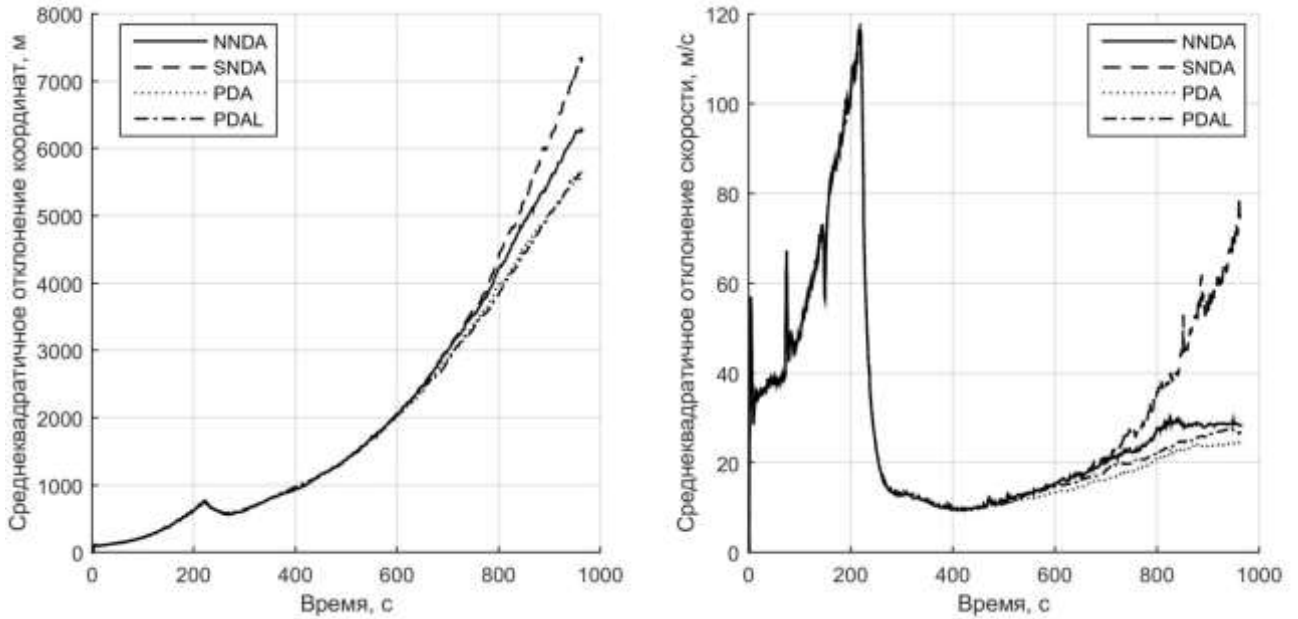


Рисунок 2.3.3. SKO а) координат, б) скорости, алгоритма MMA2.3 на траектории TP1.2

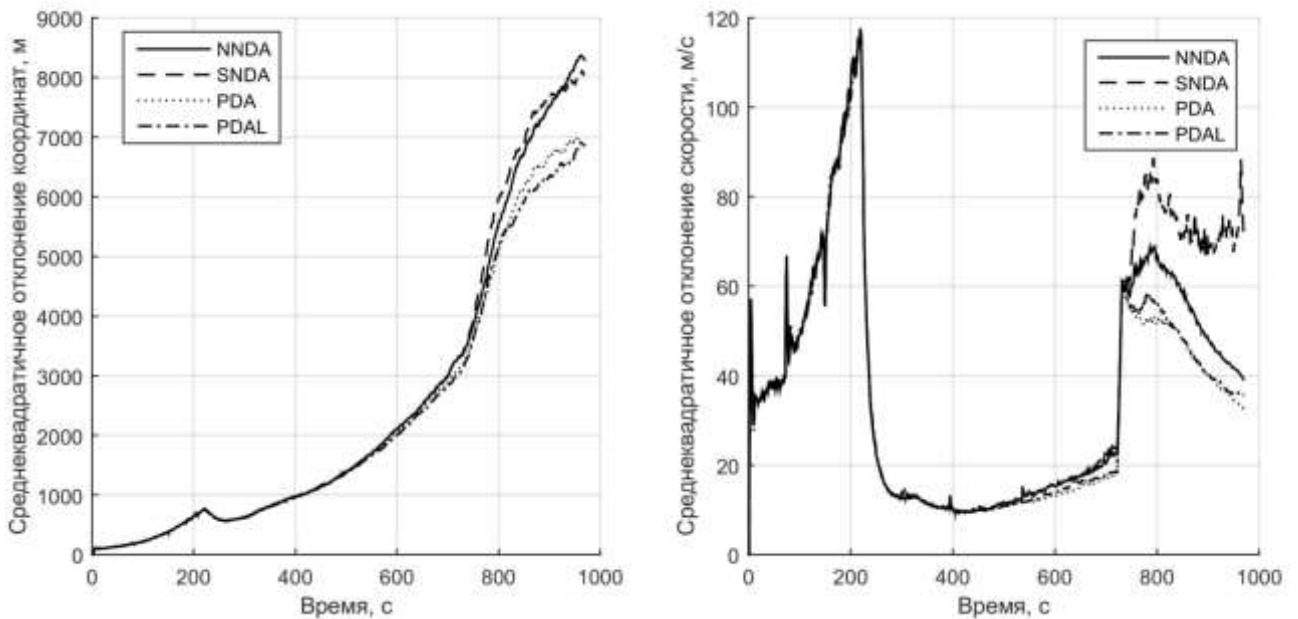


Рисунок 2.3.4. SKO а) координат, б) скорости, алгоритма MMA2.3 на траектории TP9

Как можно было ожидать, после совершения дополнительного маневрирования на траектории TP9 SKO координат начинает расти по сравнению с SKO координат на траектории TP1.2, а SKO скорости испытывает скачек.

В обоих случаях точность сопровождения с использованием алгоритма ассоциации по методу самого мощного соседа значительно хуже точности прочих

алгоритмов ассоциации, поэтому SNDA далее не рассматривается. Алгоритмы вероятностной ассоциации показывают лучшие результаты, однако алгоритм PDAL слабо отличается от PDA. Более того PDAL дает менее точные оценки скорости на обеих траекториях. Это говорит о неэффективном использовании дополнительной информации об амплитуде отметок.

Немаловажным является выбор минимальной вероятности правильного обнаружения. При увеличении значения D_m увеличивается количество ложных отметок, а при уменьшении возрастает вероятность пропуска цели. Оба фактора негативно влияют на точность сопровождения. На рисунках 2.3.5 и 2.3.6 показано изменение среднеквадратичного отклонения координат и скорости для траекторий TP1.2 и TP9 при различных значениях D_m при использовании алгоритма ассоциации PDA.

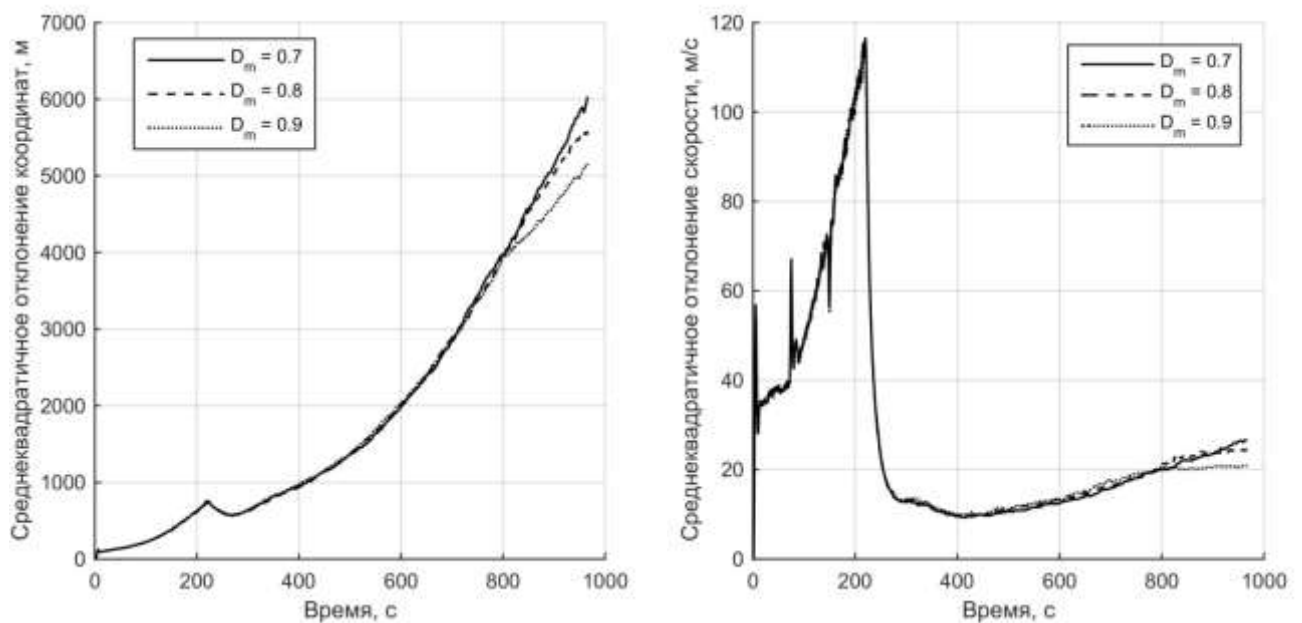


Рисунок 2.3.5. SKO а) координат, б) скорости, алгоритма MMA2.3 PDA на траектории TP1.2

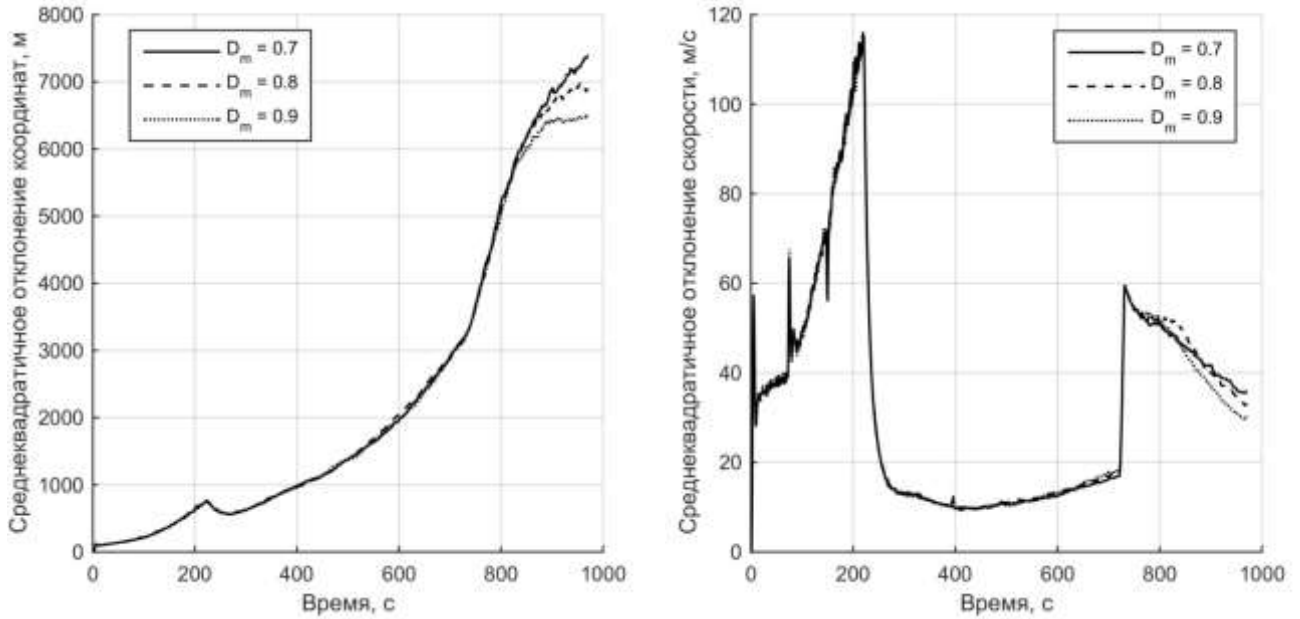


Рисунок 2.3.6. SKO а) координат, б) скорости, алгоритма MMA2.3 PDA на траектории TR9

Из представленных рисунков становится ясно, что при данных условиях моделирования предпочтительнее сохранять вероятность правильного обнаружения на высоком уровне, несмотря на увеличение количества ложных отметок. Среднее число ложных отметок при $D_m = 0.9$ втрое больше чем при $D_m = 0.8$. Дальнейшее увеличение D_m не приводит к уменьшению SKO.

2.3.5 Модификация алгоритма вероятностной ассоциации

Модификация алгоритма PDA касается вычисления весовых коэффициентов β_i и функций правдоподобия L_n с учетом информации об амплитудах отметок a_i .

Рассмотрим вычисление β_i при $i \neq 0$. Коэффициенты β_i зависят от $\vec{y}_i^n(k) = \vec{z}_i - \vec{z}_{k|k-1}(\theta = n)$, формула (125). При их определении мы используем значение вектора измерений \vec{z}_i , который является случайной величиной. Распределение \vec{z}_i будем считать нормальным, с ковариационной матрицей, определяемой амплитудой отметки:

$$\rho_{\vec{z}_i}(\vec{z}) = \mathcal{N}(\vec{z}, \vec{z}_i, \mathbf{R}(a_i^2)), \quad (134)$$

где $\mathbf{R}(SNR)$ – ковариационная матрица вектора измерений (120), а отношение сигнал-шум оценено исходя из выражения (112).

Используя распределение (134), коэффициенты β_i можно записать в виде (135) или с использованием вектора невязки (136) [46].

$$\beta'_i = \int_{\mathbf{z}} \beta_i(\vec{z}) \rho_{\vec{z}_i}(\vec{z}) d\vec{z}, \quad (135)$$

где $\beta_i(\vec{z})$ – коэффициенты, определяемые формулой (125) в зависимости от \vec{z}_i .

$$\begin{aligned} \beta'_i &= c \int_{\mathbf{y}} \exp\left(-\frac{1}{2} \vec{y}^T \mathbf{S}_k^{-1} \vec{y}\right) p[\vec{y} | \vec{y}_i^n(k), a_i] d\vec{y} = \\ &= c \int_{\mathbf{y}} \exp\left(-\frac{1}{2} \vec{y}^T \mathbf{S}_k^{-1} \vec{y}\right) \mathcal{N}\left(\vec{y}, \vec{y}_i^n(k), \mathbf{R}(a_i^2)\right) d\vec{y} = \\ &= c \sqrt{\frac{|\mathbf{S}_k|}{|\mathbf{S}_k + \mathbf{R}(a_i^2)|}} \exp\left(-\frac{1}{2} \vec{y}_i^{nT}(k) \left(\mathbf{S}_k + \mathbf{R}(a_i^2)\right)^{-1} \vec{y}_i^n(k)\right), \end{aligned} \quad (136)$$

где c – нормирующий множитель, для нормировки суммы β_i на единицу, $|\mathbf{S}_k|$ – детерминант ковариационной матрицы вектора невязки.

Как известно, точность оценки вектора \vec{z}_i по формуле (120) уже используется при вычислении ковариационной матрицы невязки (8), однако нельзя использовать a_i^2 вместо усредненной оценки сигнал-шум, так как от матрицы \mathbf{S}_k зависит размер строга отождествления и коэффициент β_0 , общие для всех отметок, попавших в строб.

Анализ выражения (136) показывает, что отметкам с большей амплитудой отдается большее предпочтение, чем в алгоритме PDA, если они находятся близко к экстраполированному значению. Если же отметка с большой амплитудой имеет большой вектор невязки, то она приобретает меньший вес, чем в алгоритме PDA.

Значения функций правдоподобия определяются аналогично PDA, за исключением того, что используются матрицы \mathbf{S}_k^i , вычисленные в соответствии с амплитудами a_i :

$$L'_n = \frac{1-D}{V_\Sigma} + \frac{D}{M} \sum_{i=1}^M \mathcal{N}(\vec{y}_i^n(k), \vec{0}, \mathbf{S}_k^i), \quad (137)$$

$$\mathbf{S}_k^i = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}(a_i^2). \quad (138)$$

На рисунках 2.3.7 и 2.3.8 можно видеть результаты моделирования модифицированного интегрального алгоритма (PDAI) для двух траекторий: TP1.2 и TP9. Значение вероятности ложной тревоги и минимальной вероятности правильного обнаружения: $F_m = 10^{-4}$, $D_m = 0.8$. Параметр, задающий размер строга отождествления $\gamma = 10$.

Предложенный алгоритм более эффективно использует информацию об амплитудах отметок, чем PDAL. Виден существенный выигрыш в точности, увеличивающийся со временем, на траектории TP1.2 как по СКО скорости, так и по СКО координат. На траектории с дополнительным маневрированием также присутствует выигрыш в точности оценки скорости и незначительно улучшилось СКО координат.

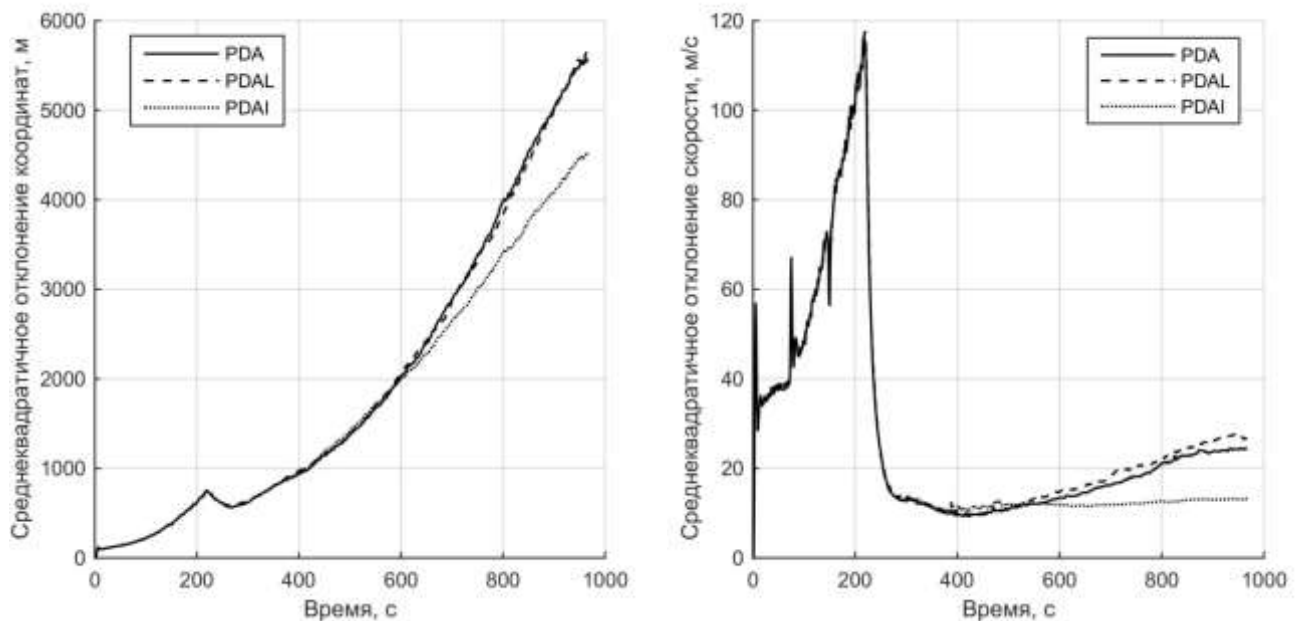


Рисунок 2.3.7. СКО а) координат, б) скорости, алгоритма MMA2.3 на траектории TP1.2

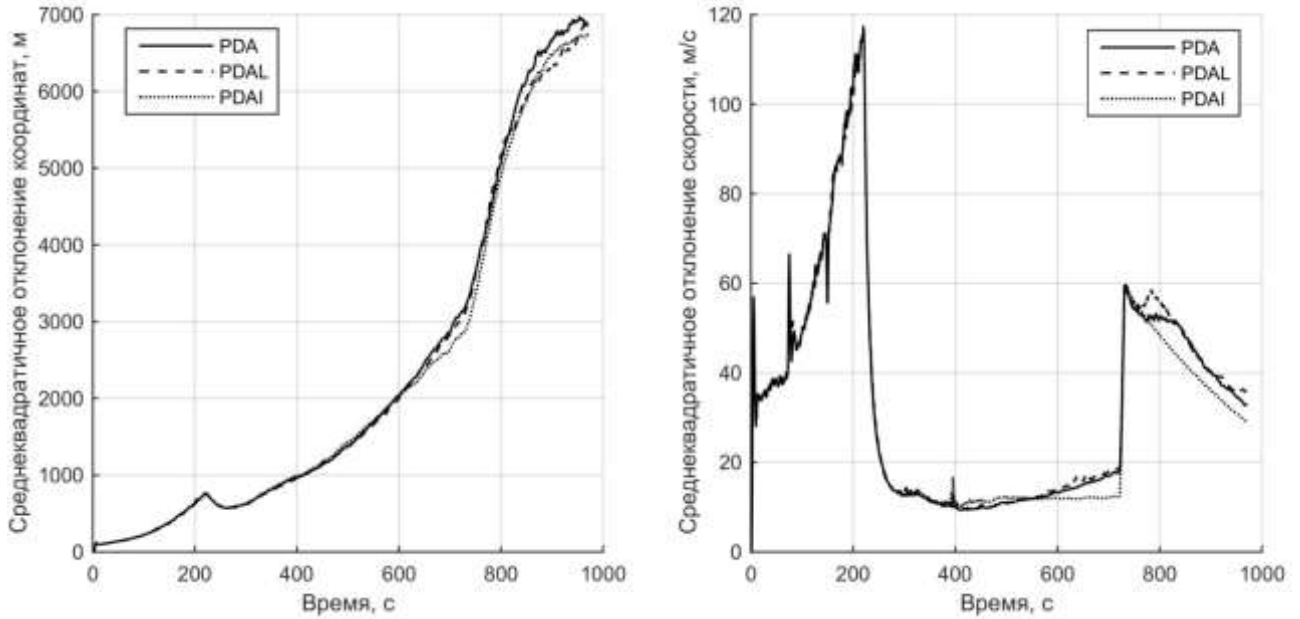


Рисунок 2.3.8. SKO а) координат, б) скорости, алгоритма MMA2.3 на траектории TP9

Помимо описанного способа вычисления весовых коэффициентов предлагается другая модификация алгоритма PDA. Вычисленные по формуле (125) коэффициенты не заменяются на β'_i , а корректируются с их помощью [46]:

$$\beta''_i = c\beta_i\beta'_i. \quad (139)$$

Аналогично с этим, нормальные распределения из (129) корректируются с помощью распределений, учитывающих амплитуды отметок:

$$L''_n = \frac{1-D}{V_\Sigma} + \frac{D}{M} \sum_{i=1}^M \mathcal{N}(\vec{y}_i^n(k), \vec{0}, \mathbf{S}_k) \mathcal{N}(\vec{y}_i^n(k), \vec{0}, \mathbf{S}_k + \mathbf{R}(a_i^2)). \quad (140)$$

Рисунки 2.3.9 и 2.3.10 содержат информацию о точности сопровождения с помощью полученной эмпирической модификации алгоритма вероятностной ассоциации (PDAEI). Как и ранее SKO координат и скорости получено для двух траекторий: TP1.2 и TP9, с использованием тех же параметров алгоритма.

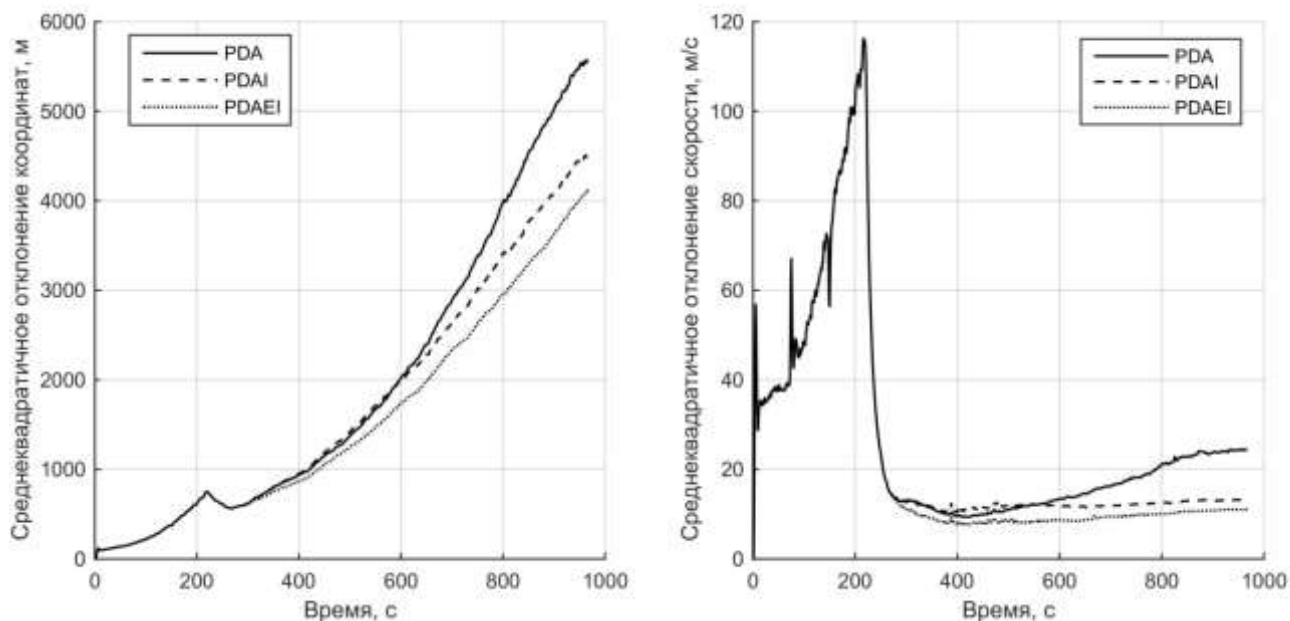


Рисунок 2.3.9. СКО а) координат, б) скорости, алгоритма MMA2.3 на траектории TP1.2

Алгоритм PDAEI показывает лучшие результаты на траектории TP1.2. Выигрыш в точности наблюдается уже после 300 с, при переходе к матрице переходов $M_{>}$. Это связано с тем, что вычисление функций правдоподобия моделей движения по формуле (140) затрагивает их значения еще до появления значительного числа ложных тревог.

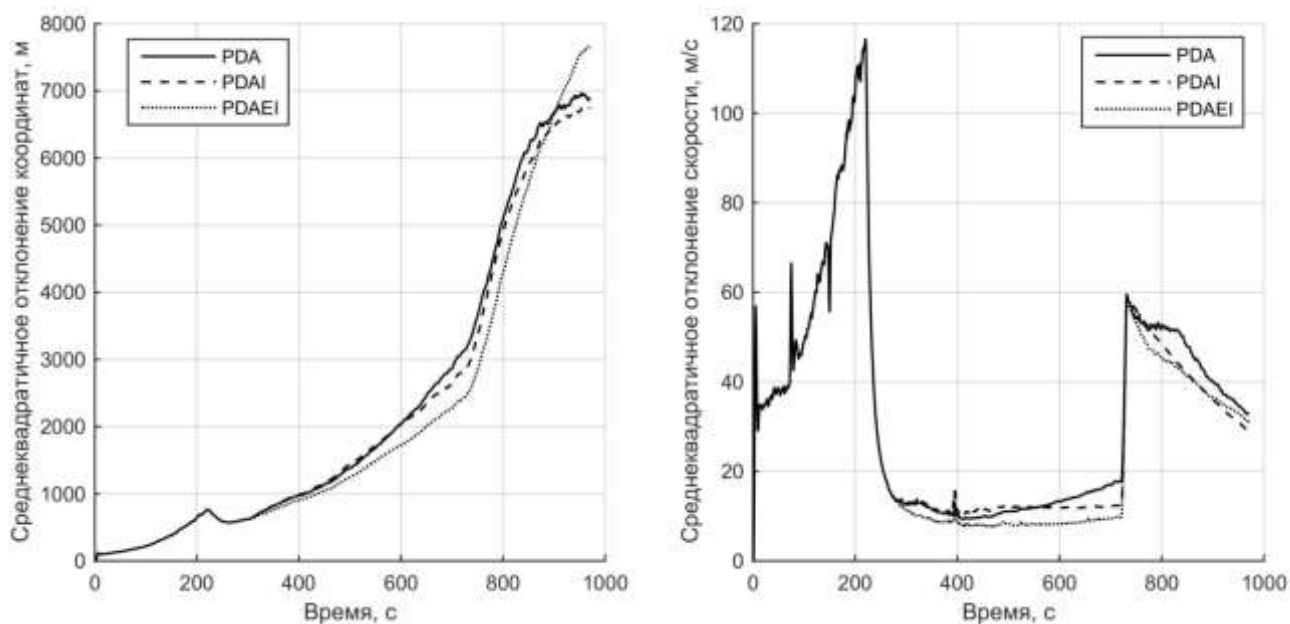


Рисунок 2.3.10. СКО а) координат, б) скорости, алгоритма MMA2.3 на траектории TP9

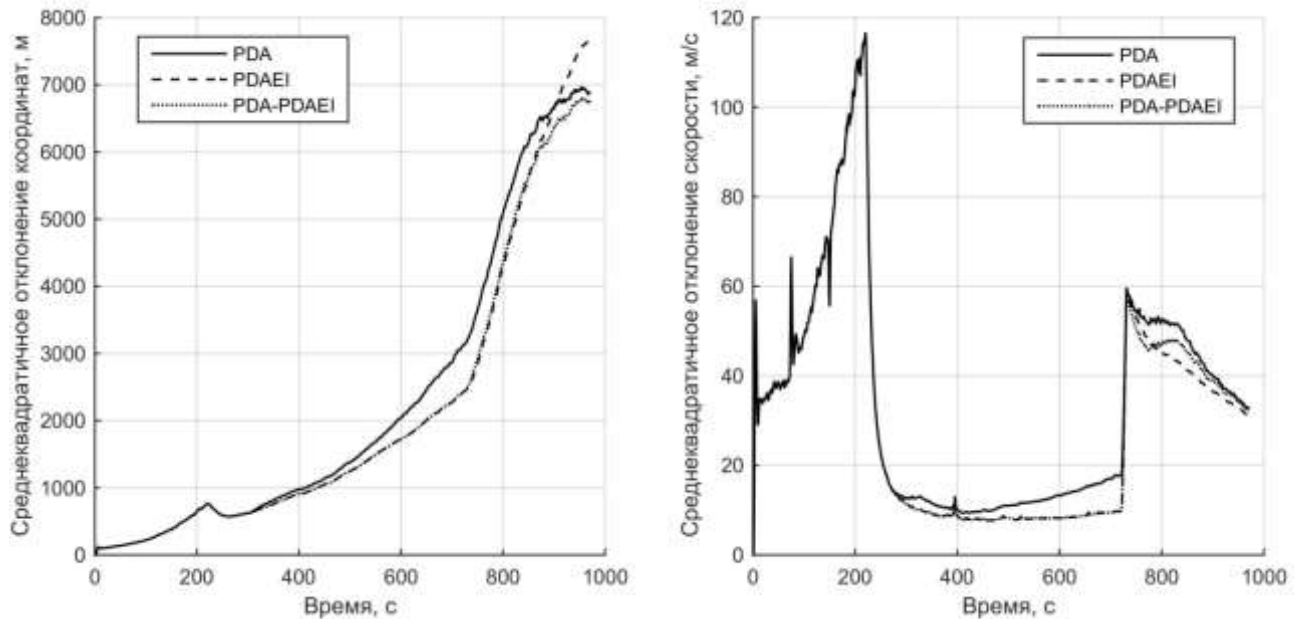


Рисунок 2.3.11. СКО а) координат, б) скорости, алгоритма MMA2.3 на траектории TP9

PDAEI ведет себя хуже чем PDA или PDAI после совершения дополнительного маневрирования в условиях малого отношения сигнал-шум. Данную особенность можно нивелировать, рассмотрев адаптивный алгоритм PDA-PDAEI. Адаптация заключается в изменении алгоритма ассоциации при детектировании маневра на основании вектора вероятностей моделей движения. На время маневра PDAEI заменяется на PDA. Тем самым можно сохранить преимущество на участках без маневрирования и сократить рост СКО координат после дополнительного маневрирования (рисунок 2.3.11).

2.4 Оптимизация параметров алгоритмов

В процессе моделирования и определения характеристик алгоритмов сопровождения возникает необходимость в оптимизации их параметров, таких как дисперсии возмущающих воздействий в моделях движения, компоненты матрицы переходов в многомодельных алгоритмах. Решение задачи оптимизации можно разбить на несколько этапов: определение пространства оптимизируемых параметров, задание решающей функции – функции ошибок, выбор метода оптимизации.

2.4.1 Пространство оптимизируемых параметров

Рассматриваемые многомодельные алгоритмы включают в себя до четырех моделей движения, каждая из которых насчитывает до четырех параметров. Помимо этого, матрица переходов может содержать до двенадцати независимых компонент. Количество оптимизируемых параметров может быть снижено, если ввести дополнительные зависимости или определить некоторые из параметров исходя из общих соображений. Так, например: дисперсии возмущающих воздействий для баллистических параметров подъемной силы считались одинаковыми; вероятности переходов, не осуществляющиеся исходя из динамики объекта, приравнивались к нулю (91); между компонентами матрицы переходов устанавливались дополнительные зависимости (104 – 109). Таким образом, количество оптимизируемых параметров не превышало десяти.

Изначально границы поиска для дисперсий возмущающих воздействий составляют несколько порядков, а компоненты матрицы переходов принадлежат отрезку $[0; 1]$. Присутствие в оптимизируемом векторе таких разнородных параметров приводит к образованию овражных функций, что усложняет выбор метода оптимизации, так как, например, метод градиентного спуска имеет низкую эффективность поиска минимума овражной функции. Увеличивается время поиска, так как шаг итеративного метода ограничивается наименьшим измерением множества, на котором производится поиск. Широкие границы поиска для дисперсий могут также привести к пропуску минимума вблизи нижней границы, так как в этой области возрастает относительный шаг метода оптимизации, а функция имеет множественные локальные минимумы, что было подтверждено в ходе решения задачи оптимизации.

В связи с вышесказанным было предложено осуществить логарифмирование оптимизируемых параметров. При этом выбирались связанные компоненты матрицы переходов, лежащие в диапазоне $[0.01; 0.2]$. Такое преобразование устраняет проблему разнородных параметров и выравнивает поиск по параметрам, границы которых охватывают несколько порядков.

2.4.2 Функция ошибок

Результатом сопровождения объекта является зависимость его вектора состояния от времени. Основными компонентами вектора состояния, которые можно сравнить с истинными значениями, являются скорость и ускорение объекта. Функция ошибок представляет собой функционал, зависящий от истинных и оцененных параметров движения объекта за время наблюдения.

Функция ошибок непосредственно влияет на результат оптимизации. При использовании простейших мер, таких как средняя величина квадрата разницы истинных значений координат и скорости и их оценок, можно получить нежелательный результат по устранению переходного процесса, но с увеличенными ошибками в установившемся режиме, либо наоборот.

Необходимо также учесть, что ошибки вдоль координатных линий углов азимута и места отличаются от ошибок вдоль линии визирования, поэтому для определения меры была использована ковариационная матрица вектора координат или скорости:

$$\varepsilon x_k^i = (\hat{x}_k^i - \vec{x}_k)^T \mathbf{P}_{xk}^{-1} (\hat{x}_k^i - \vec{x}_k), \quad (141)$$

$$\varepsilon v_k^i = (\hat{v}_k^i - \vec{v}_k)^T \mathbf{P}_{vk}^{-1} (\hat{v}_k^i - \vec{v}_k), \quad (142)$$

где εx_k^i и εv_k^i ошибки оценки координат и скорости соответственно в момент времени k , i -той реализации процесса сопровождения; \hat{x}_k^i и \hat{v}_k^i – оценки вектора координат и скорости соответственно в момент времени k , i -той реализации; \vec{x}_k и \vec{v}_k – истинное значение вектора координат и скорости соответственно в момент времени k ; \mathbf{P}_{xk} и \mathbf{P}_{vk} – усредненная по реализациям ковариационная матрица оценки вектора координат и скорости соответственно в момент времени k .

В определении ошибок оценки координат и скорости участвует индекс реализации процесса сопровождения, так как результат сопровождения – случайная величина из-за случайного характера получаемых измерений.

Существует два распространенных подхода к оптимизации случайных функций: устранение зашумления и усреднение результата.

Устранить случайный характер получаемых оценок координат и скорости можно, убрав зашумление измерений. В ходе исследования было замечено, что данный подход приводит к смещению минимумов функции ошибок и полученное решение далеко от локального минимума усредненной функции ошибок.

Второй вариант предусматривает усреднение ошибок εx_k^i и εv_k^i по реализациям i . Получающиеся значения εx_k и εv_k также являются случайными, но с меньшей дисперсией, что, тем не менее, может привести к блужданию в процессе оптимизации. Для устранения этого были использованы одинаковые реализации шума измерений при сопровождении с различными параметрами, а именно: было сгенерировано M реализаций шума измерений, длиной N – количество временных отсчетов на интервале сопровождения. В процессе оптимизации на каждом следующем шаге использовались все те же M реализаций шума, и проводилось усреднение по формуле (143).

$$\varepsilon x_k = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \varepsilon x_k^i, \quad \varepsilon v_k = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \varepsilon v_k^i. \quad (143)$$

Полученные ошибки затем усреднялись по времени на различных множествах: K_t – множество отсчетов переходного процесса, размером N_t отсчетов, K_s – множество отсчетов установившегося режима, размером N_s .

$$\varepsilon x_t = \frac{1}{N_t} \sum_{k \in K_t} \varepsilon x_k^i, \quad \varepsilon x_s = \frac{1}{N_s} \sum_{k \in K_s} \varepsilon x_k^i, \quad (144)$$

$$\varepsilon v_t = \frac{1}{N_t} \sum_{k \in K_t} \varepsilon v_k^i, \quad \varepsilon v_s = \frac{1}{N_s} \sum_{k \in K_s} \varepsilon v_k^i. \quad (145)$$

где εx_t , εx_s , εv_t , εv_s – усредненные ошибки координат и скорости, характеризующие переходной процесс и установившийся режим.

Результирующая функция ошибок E представляет собой суперпозицию полученных значений (146). Изменением коэффициентов можно отдавать предпочтение оптимизации координат или скорости, переходного процесса или установившегося режима. В работе были использованы меньшие коэффициенты для скорости и переходных процессов, так как сама по себе оценка скорости не гарантирует хорошей оценки координат объекта, например на траектории с дополнительным маневрированием, а выбросы СКО при переходных процессах могут быть снижены другими методами.

$$E = C_1 \varepsilon x_t + C_2 \varepsilon x_s + C_3 \varepsilon v_t + C_4 \varepsilon v_s. \quad (146)$$

В формулу (146) могут быть также включены ошибки определения модели движения исходя из значений вектора вероятностей.

2.4.3 Метод оптимизации

В качестве методов оптимизации в работе были рассмотрены: симплекс-метод, метод градиентного спуска, метод Ньютона. Эти методы имеют существенный недостаток – сходятся к ближайшему локальному минимуму. Существуют подходы к решению задачи поиска глобального минимума. Одним из них является использование стохастических методов, имеющих вероятность покинуть локальный минимум. Используемый в работе алгоритм базируется на методах имитации отжига [70] и стохастического градиента [71].

Пусть имеется функция ошибок $E(\vec{\varphi})$, зависящая от набора параметров $\vec{\varphi}$. В методе имитации отжига помимо оптимизируемой функции должна быть задана функция получения нового состояния $\vec{\varphi}_i \rightarrow \vec{\varphi}_{i+1}$ и функция вероятности перехода к состоянию с большим значением $E(\vec{\varphi})$. Вместо вероятностного перехода в алгоритм введена конечная память, в которой хранятся наборы параметров, с наименьшими значениями функции ошибок. В ходе выполнения алгоритма уменьшается вероятность того, что в память попадут наборы параметров, для которых функция ошибок сильно больше найденного минимального значения.

Переход к следующему набору осуществляется для всех наборов параметров из памяти, в том числе для не совсем удачных наборов, что позволяет покинуть локальные минимумы функции $E(\vec{\varphi})$.

Функция получения нового состояния подобна соответствующему шагу метода стохастических градиентов. В методе стохастических градиентов для перехода к следующему набору параметров используется случайная величина $\widehat{\nabla E}$ в качестве градиента, аналогично методу градиентного спуска. Математическое ожидание $\widehat{\nabla E}$ должно совпадать с градиентом $E(\vec{\varphi})$. В предложенном алгоритме в качестве $\widehat{\nabla E}$ используется одно из случайных направлений из точки $\vec{\varphi}_i$, в котором выявлено наибольшее возрастание функции ошибок $E(\vec{\varphi})$.

Сходимость метода гарантирована искусственным снижением шага на каждой итерации.

В процессе поиска оптимального набора параметров алгоритм оптимизации запускался несколько раз с различными начальными состояниями, что является известным приемом при поиске глобального экстремума.

2.5 Выводы к главе 2

Рассмотрено сопровождение баллистического объекта, когда пассивная РЛС базируется недалеко от точки старта, а координаты старта являются априорно известными.

Составлен многомодельный алгоритм, включающий все три модели движения: разгон, свободный полет и вход в атмосферу. Проведено моделирование сопровождения, проанализированы недостатки в работе алгоритма и пути их устранения:

1. Для повышения вероятности наиболее подходящей модели движения на участках, не предполагающих смены типа движения, использовано изменение матрицы переходов в многомодельном алгоритме в зависимости от вектора состояния. Таким образом, были снижены выбросы среднеквадратичного отклонения координат в фазе разгона на величину до 20-50 %, а рост

среднеквадратичного отклонения координат в фазе свободного полета снижен на 20-30 %.

2. Уменьшение среднеквадратичного отклонения координат и скорости во время переходных процессов при смене типа движения достигнуто с помощью введения сильно возмущенной модели движения дополнительно к слабо возмущенной. Степень влияния сильно возмущенной модели движения контролировалась путем выбора параметров модели и соответствующих элементов матрицы переходов. Введение сильно возмущенной модели движения разгон позволило снизить выбросы среднеквадратичного отклонения координат и скорости при переходах между ступенями разгона на величину до 20-60 %.

3. Произведена модификация взаимодействия моделей движения, при которой в результирующий вектор состояния включалась оценка баллистического параметра, полученная непосредственно в модели входа в атмосферу. Данная модификация решает проблему обнуления баллистического параметра во время движения в разряженных слоях атмосферы, когда вероятность модели входа в атмосферу невысока. Введение модификации обеспечило более ранний переход к модели входа в атмосферу и как следствие увеличение точности на 20 % на этапе вхождения в плотные слои атмосферы.

Рассмотрен процесс сопровождения при значительном удалении объекта. Было учтено снижение отношения сигнал-шум. Для проведения моделирования была разработана модель измерений, учитывающая возможные пропуски цели и появление ложных отметок в стробе отождествления.

Показано, что учет информации об амплитудах получаемых отметок увеличивает точность алгоритма вероятностной ассоциации отметок с траекторией. Моделирование сопровождения показало увеличение точности сопровождения до 15-30 % в условиях низкого отношения сигнал-шум (ниже 10 дБ).

Предложен процесс многомерной оптимизации параметров многомодельных алгоритмов методами стохастической оптимизации. Процесс

оптимизации успешно применялся для определения параметров алгоритмов сопровождения.

Глава 3. Сопровождение баллистического объекта на этапе входа в атмосферу

При решении задачи сопровождения объекта на этапе входа в атмосферу наблюдатель имеет априорные данные о предполагаемой точке падения. В соответствии с ними выбирается позиция РЛС, обеспечивающая обзор траектории и возможных маневров объекта, безопасность и функционирование прочих систем комплекса.

В работе рассматриваются различные позиции РЛС относительно траектории движения объекта. Расстояние до предполагаемой точки падения выбирается в диапазоне 20 – 50 км.

Относительно траектории движения объекта РЛС может находиться по пути его движения, с противоположной стороны, сбоку. В части второй данной главы в основном используется позиция против движения под углом 30° на расстоянии 50 км от точки падения (рисунок 3.1.4). При такой позиции объект пролетает практически над РЛС и угловое положение объекта сильно меняется, что дает преимущество при сопровождении пассивной РЛС.

Сопровождение начинается после получения извне целеуказаний. Целеуказания могут иметь существенную погрешность в зависимости от их источника. В работе рассматривается ситуация, когда целеуказания поступают при пересечении объектом границы атмосферы на высоте 100 км или немного ранее, при пересечении высоты 200 км.

3.1 Модели траекторий движения объекта

Для проведения моделирования сопровождения объекта на этапе входа в атмосферу были разработаны модели траекторий, учитывающие ускорение лобового сопротивления (рисунок 2.1.9б), а так же возможное поперечное ускорение при маневрировании с помощью изменения аэродинамических характеристик объекта.

Начальные условия для построения траекторий выбирались в соответствии с траекторией TP1. Использовались координаты и скорость объекта при движении по траектории TP1 на высотах 100 км и 200 км.

Траектории TP10 и TP11 являются траекториями без маневрирования. Построение начинается с высоты 100 км и 200 км соответственно. Для построения фазы входа в атмосферу использовалось уравнение (67) с обратным баллистическим коэффициентом $\alpha_D = 0.002$. Получившаяся траектория аналогична TP8 (рисунок 2.1.9а), как и зависимость ускорения лобового сопротивления от высоты (рисунок 3.1.1б).

Маневр кабрирование реализован в траекториях TP14 и TP15, начинающихся с высот 100 км и 200 км соответственно. Помимо основного обратного баллистического коэффициента $\alpha_D = 0.002$, вводится параметр $\alpha_{LU} = 0.0006$. Согласно уравнению (86) появляется подъемное ускорение направленное вверх перпендикулярно скорости. В результате объект планирует, преодолевая дополнительное расстояние (рисунок 3.1.1а).

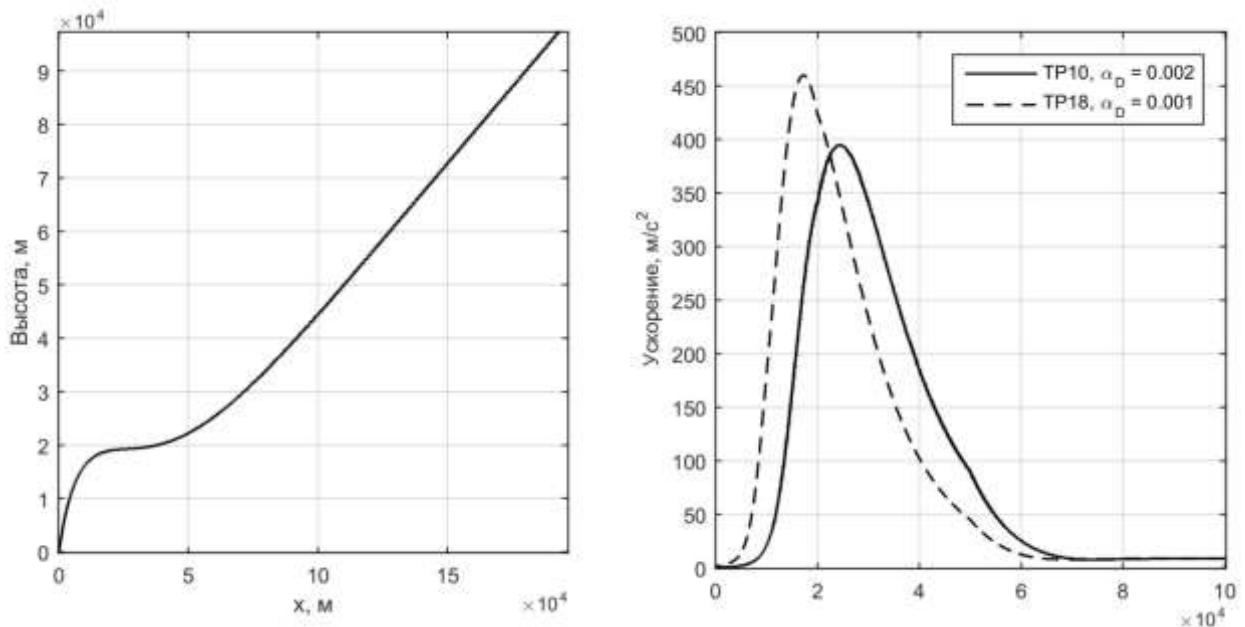


Рисунок 3.1.1. а) Координаты объекта в плоскости полета, траектория TP14, б) ускорение лобового сопротивления

В траекториях TP16 и TP17, начинающихся с высот 100 км и 200 км соответственно, реализовано сочетание кабрирования и поворота. Кабрирование

введено аналогично траекториям TP14 и TP15. Дополнительно введен параметр $\alpha_{LS} = 0.0002$, отвечающий за поворот согласно уравнению (87). Сравнение трех описанных видов траекторий приведено на рисунке 3.1.2.

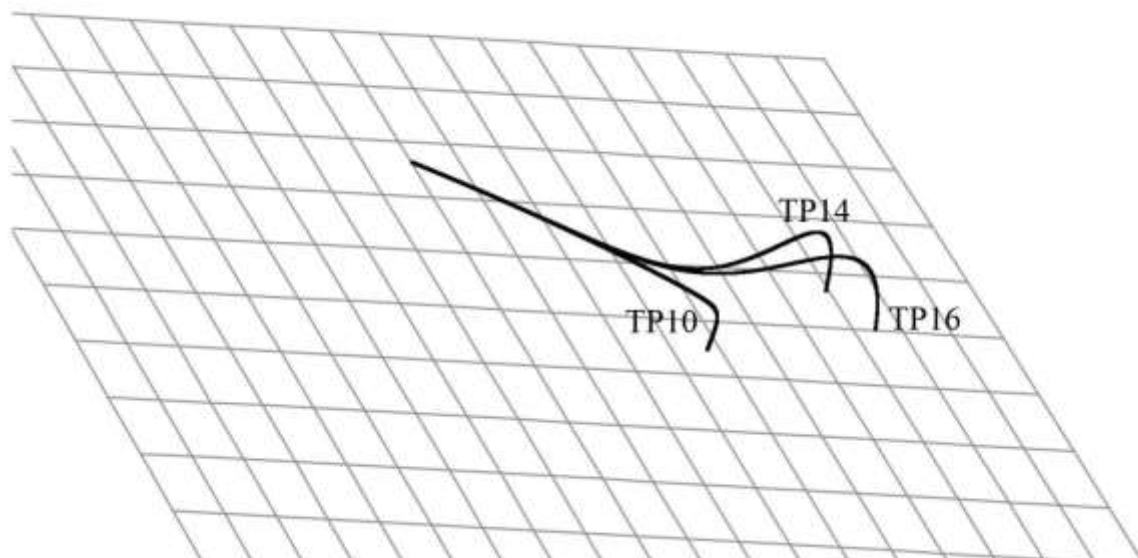


Рисунок 3.1.2. Сравнение траекторий TP10, TP14 и TP16

Асимметрия объекта, входящего в атмосферу, может вызвать периодическую подъемную силу [18], что приводит к спиралевидному движению. Спиралевидная траектория была смоделирована с помощью периодического изменения подъемных коэффициентов α_{LU} и α_{LS} (147), (148).

$$\alpha_{LU} = 0.0004 \sin(2\pi f_s t), \quad (147)$$

$$\alpha_{LS} = 0.0004 \cos(2\pi f_s t), \quad (148)$$

где $f_s = 0.16$ Гц – частота изменения направления подъемной силы.

В результате такого определения подъемных коэффициентов были получены траектории TP12 и TP13, начинающиеся с высот 100 км и 200 км соответственно. На рисунке 3.1.3 можно наблюдать осцилляции координат и проекций скорости, что потенциально может повлиять на устойчивость алгоритмов сопровождения.

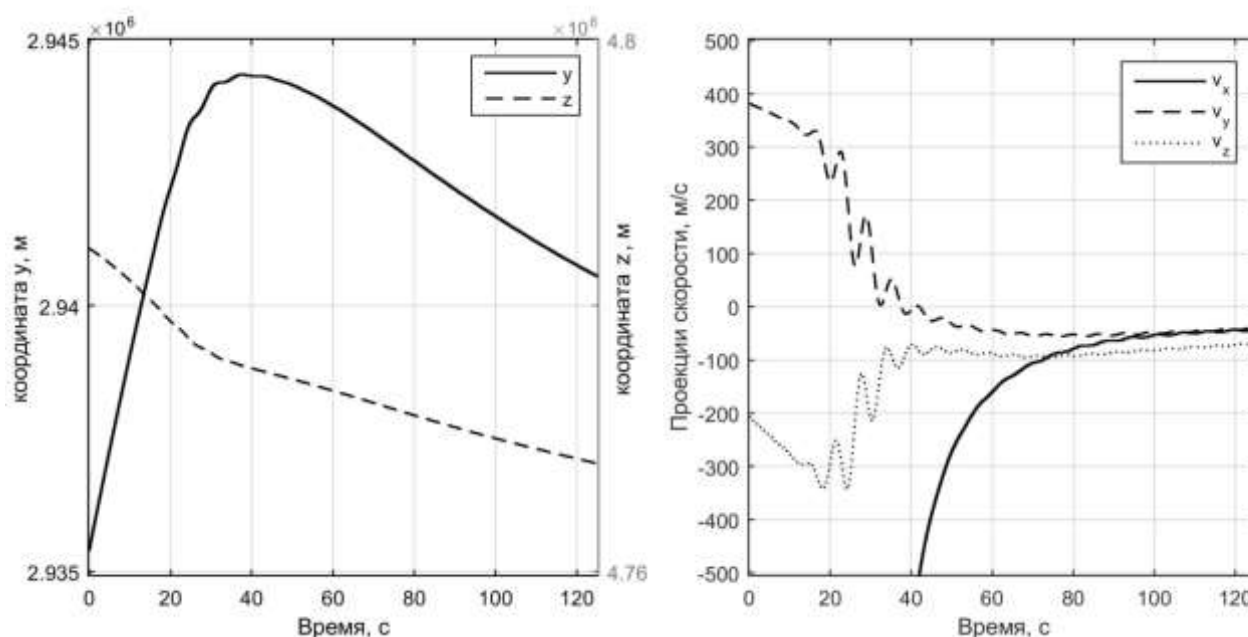


Рисунок 3.1.3. а) Координаты, б) проекции скорости при спиралевидном движении

Помимо проверки работоспособности алгоритма сопровождения на траекториях различного типа необходима проверка на траектории с другими параметрами. Для этого рассмотрим траекторию, аналогичную TP10, но с обратным баллистическим коэффициентом, уменьшенным в два раза $\alpha_D = 0.001$. Торможение в атмосфере при этом наступает позже и увеличивается максимальное значение ускорения лобового сопротивления (рисунок 3.1.1б).

Важным отличием сопровождения баллистического объекта на этапе входа в атмосферу от сопровождения из точки старта является отсутствие точных априорных целеуказаний. В зависимости от степени неопределенности начальных координат и угла обзора маневра, процесс фильтрации может расходиться, так как сопровождение ведется с помощью пассивной радиолокационной станции с неполным вектором измерений [35].

Для определения оптимального угла обзора траектории были рассмотрены восемь позиций РЛС (рисунок 3.1.4):

- по пути движения под углом 30° на расстоянии 50 км (ТРХХ.1);
- сбоку на расстоянии 50 км (ТРХХ.2);
- против движения под углом 30° на расстоянии 50 км (ТРХХ.3);

- против движения под углом 45° с обратной стороны на расстоянии 50 км (ТРХХ.4);
- по пути движения под углом 30° на расстоянии 20 км (ТРХХ.5);
- сбоку на расстоянии 20 км (ТРХХ.6);
- против движения под углом 30° на расстоянии 20 км (ТРХХ.7);
- против движения под углом 45° с обратной стороны на расстоянии 20 км (ТРХХ.8).

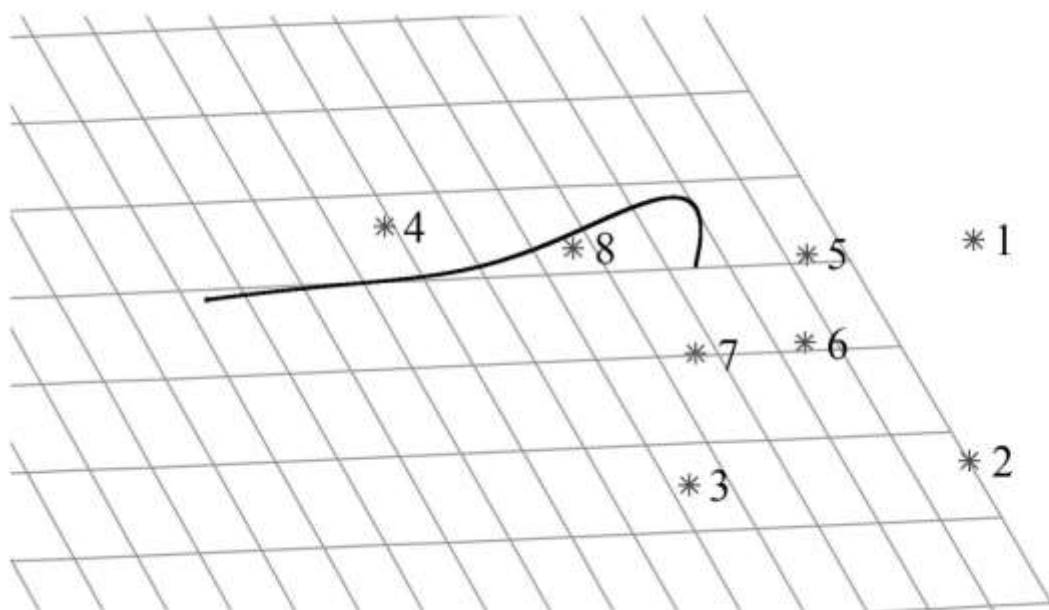


Рисунок 3.1.4. Расположения РЛС относительно траектории

3.2 Построение многомодельного алгоритма для сопровождения объекта на этапе входа в атмосферу

Среди существующих решений задачи сопровождения объектов входящих в атмосферу выделим два: использование расширенного фильтра Калмана с моделью входа в атмосферу с маневрированием (фильтр MaRV) и без (фильтр BRV) [48]. Данные модели движения описаны в третьей части первой главы.

Заранее неизвестно, будет ли объект совершать маневры, а использование модели MaRV на траектории без маневрирования ухудшает точность сопровождения, так как вектор состояния в таком случае перегружен. Для

решения проблемы априорной неопределенности типа движения объекта предлагается применить многомодельный алгоритм.

Построение многомодельного алгоритма основывалось на использовании преимуществ моделей MaRV и BRV, а так же модели движения разгон. На основе результатов, полученных во второй главе, для объединения моделей применялся алгоритм второго типа MMA2.

Сравнение характеристик алгоритмов проводилось путем сравнения временных зависимостей СКО оценки координат. Для вычисления СКО проводилось усреднение по 1000 реализациям. При проведении моделирования были использованы параметры РЛС, приведенные во второй части второй главы. Считалось, что сопровождение начинается с получения целеуказаний со среднеквадратичным отклонением 250 м.

3.2.1 Одномодельные фильтры

Модели движения BRV и MaRV согласуются с реальной динамикой объекта на этапе входа в атмосферу и показывают низкий уровень среднеквадратичного отклонения координат на соответствующих траекториях. В связи с этим, характеристики разрабатываемого многомодельного алгоритма сравнивались с фильтрами BRV и MaRV.

Как и ранее, параметры алгоритмов были получены после проведения процедуры оптимизации сопровождения, описанной в 4 части 2 главы. Для фильтра BRV использовались параметры (149), а для фильтра MaRV (150).

$$\sigma_{wb}^2 = 2.5 \text{ м}^2/\text{с}^4, \quad \sigma_{\alpha_D}^2 = 1.2 \cdot 10^{-7}, \quad (149)$$

$$\sigma_{wm}^2 = 0.12 \text{ м}^2/\text{с}^4, \quad \sigma_{\alpha_{Dm}}^2 = 8 \cdot 10^{-8}, \quad (150)$$

$$\sigma_{\alpha_{LU}}^2 = 2 \cdot 10^{-10}, \quad \sigma_{\alpha_{LS}}^2 = 2 \cdot 10^{-10},$$

где σ_{wm}^2 и σ_{wb}^2 – дисперсии возмущающих воздействий для моделей входа в атмосферу с маневрированием и без; $\sigma_{\alpha_D}^2$, $\sigma_{\alpha_{Dm}}^2$, $\sigma_{\alpha_{LU}}^2$, $\sigma_{\alpha_{LS}}^2$ – дисперсии возмущающих воздействий для соответствующих баллистических параметров.

После проведения моделирования сопровождения объекта на траекториях TP10 и TP16 были получены зависимости СКО координат от времени (рисунок 3.2.1). Пик СКО в первые секунды связан с отсутствием начальной оценки скорости объекта.

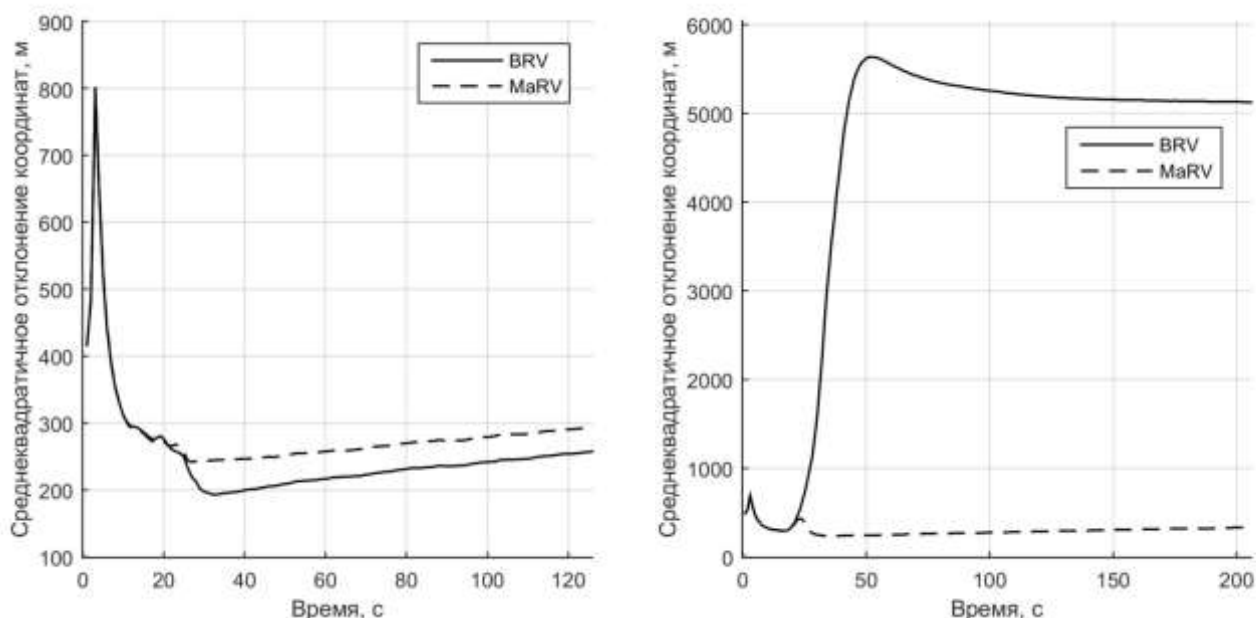


Рисунок 3.2.1. СКО координат фильтров BRV и MaRV на траектории а) TP10, б) TP16

Как и следовало ожидать, BRV несколько лучше на траектории без маневрирования за счет отсутствия избыточных компонент вектора состояния. СКО BRV фильтра на траектории с маневрированием сильно выше по сравнению с СКО MaRV фильтра, так как модель движения BRV не в состоянии описать движение с маневрированием.

СКО BRV фильтра начинает резко подниматься на 25 секунде после вхождения в плотные слои атмосферы, когда траектория начинает сильно отличаться от ожидаемой из-за маневрирования. На траектории без маневрирования напротив, СКО уменьшается на 25 секунде. Это связано с тем, что для восстановления неоднозначности траектории при сопровождении пассивной РЛС необходим известный маневр РЛС или объекта [35]. В качестве известного маневра здесь выступает вход в атмосферу. СКО уменьшается до значений, зависящих от точности определения углов, частоты Доплера, величины

возмущающих воздействий, используемых в модели движения и начальной ошибки определения координат. Если координаты в начальный момент времени известны с большой погрешностью, то погрешность не уменьшается из-за неоднозначного восстановления траектории вследствие неполного вектора измерений до вхождения в плотные слои атмосферы, когда неопределенность траектории становится параметрической с параметрами, включенными в вектор состояния (68) и матрицу экстраполяции (83). Данный эффект становится более заметен при исследовании устойчивости алгоритмов в зависимости от точности внешних целеуказаний, которой посвящена третья часть данной главы.

3.2.2 Использование модели разгона для учета маневрирования объекта

Модель движения разгон, использовавшаяся во второй главе, как наиболее общая модель движения маневрирующего тела может быть включена в многомодельный алгоритм (ММА2.1) совместно с моделью BRV, для уменьшения СКО координат на траектории TP16.

Моделирование алгоритма MMA2.1 проводилось с использованием параметров (151) и (152). На рисунке 3.2.2 можно видеть сравнение точности сопровождения алгоритмов MMA2.1 и BRV, MaRV.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.06 \\ 0.1 & 0.94 \end{bmatrix}, \quad (151)$$

$$\sigma_{wa}^2 = 300 \text{ м}^2/\text{с}^4, \quad \sigma_{wb}^2 = 10 \text{ м}^2/\text{с}^4, \quad \sigma_{\alpha_D}^2 = 3.2 \cdot 10^{-10}, \quad (152)$$

где σ_{wa}^2 – дисперсия возмущающих воздействий для модели разгона.

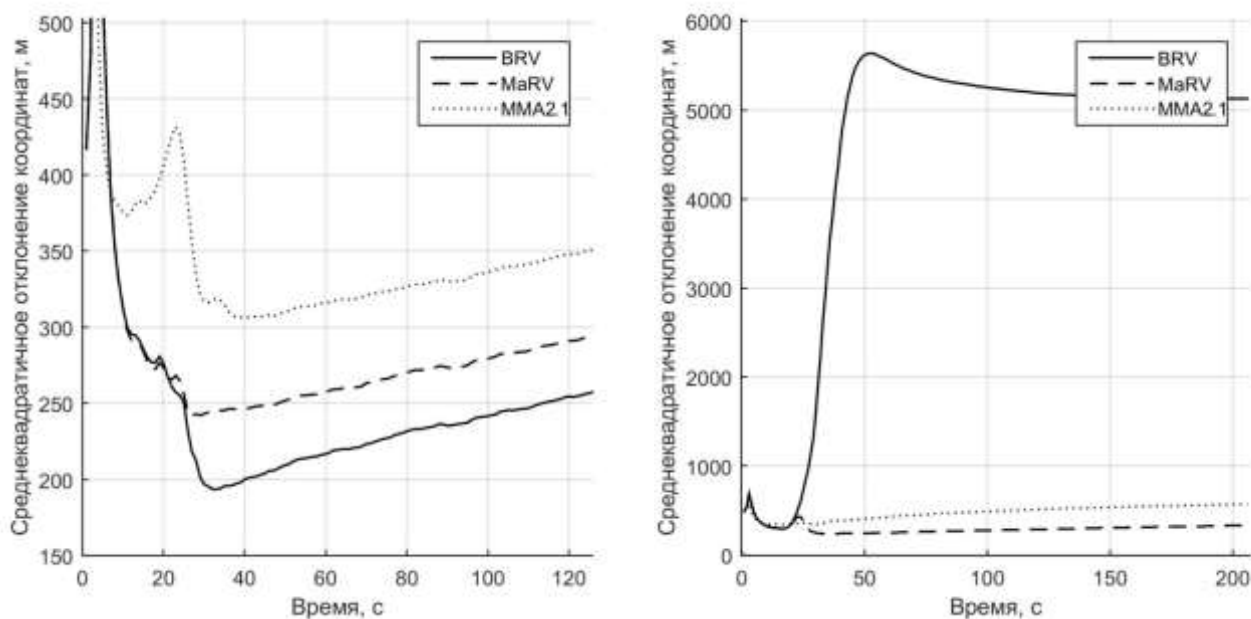


Рисунок 3.2.2. СКО координат фильтров BRV, MaRV и MMA2.1 на траектории а) TP10, б) TP16

Модель разгона действительно делает возможным сопровождение маневрирующего объекта, что подтверждается значительным уменьшением СКО координат на траектории TP16. Однако для корректного сопровождения требуется задавать большие возмущающие воздействия σ_{wa}^2 , что негативно влияет на точность сопровождения на траектории TP10, где модель движения разгон не требуется.

Как было показано во второй части второй главы, негативное влияние сильно возмущенной модели движения можно уменьшить, сохранив при этом динамические характеристики многомодельного алгоритма. Для этого построим алгоритм, включающий модель движения разгон, совместно со слабо и сильно возмущенной моделью BRV (MMA2.2) или слабо и сильно возмущенную модель движения разгон, совместно с BRV (MMA2.3).

После проведения процедуры оптимизации были получены параметры алгоритмов: (153) и (154) для алгоритма MMA2.2, и (155) и (156) для алгоритма MMA2.3.

$$\mathbf{M} = \begin{vmatrix} 0.9 & 0.025 & 0.025 \\ 0.05 & 0.95 & 0.025 \\ 0.05 & 0.025 & 0.95 \end{vmatrix}, \quad (153)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{wa}^2 &= 300 \text{ м}^2/\text{с}^4, & \sigma_{wb}^2 &= 3 \text{ м}^2/\text{с}^4, & \sigma_{\alpha_D}^2 &= 1 \cdot 10^{-9}, \\ \sigma_{wbc}^2 &= 100 \text{ м}^2/\text{с}^4, & \sigma_{\alpha_{DC}}^2 &= 1 \cdot 10^{-7}, \end{aligned} \quad (154)$$

$$\mathbf{M} = \begin{vmatrix} 0.98 & 0.01 & 0.045 \\ 0.01 & 0.98 & 0.045 \\ 0.01 & 0.01 & 0.91 \end{vmatrix}, \quad (155)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{wa}^2 &= 1 \text{ м}^2/\text{с}^4, & \sigma_{wc}^2 &= 300 \text{ м}^2/\text{с}^4, \\ \sigma_{wb}^2 &= 10 \text{ м}^2/\text{с}^4, & \sigma_{\alpha_D}^2 &= 3 \cdot 10^{-10}, \end{aligned} \quad (156)$$

где σ_{wbc}^2 и $\sigma_{\alpha_{DC}}^2$ – дисперсии возмущающих воздействий для сильно возмущенной модели BRV, σ_{wc}^2 – дисперсия возмущающих воздействий для сильно возмущенной модели движения разгон.

Введение слабо и сильно возмущенных моделей движения дало улучшение точности сопровождения: на траектории TP10 для алгоритма MMA2.2 и на траектории TP16 для алгоритма MMA2.3, по сравнению с MMA2.1 (рисунок 3.2.3). Однако все три рассмотренных алгоритма показывают большее СКО координат, чем MaRV. Следовательно, использование модели движения разгон для учета маневрирования объекта не достаточно и следует использовать MaRV модель.

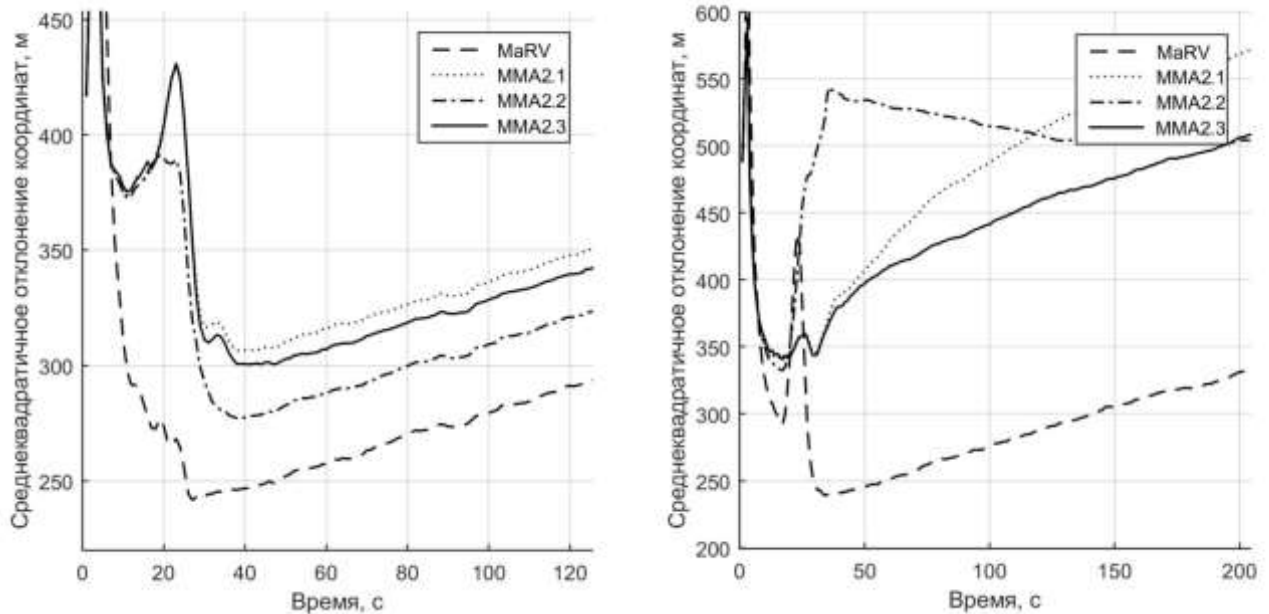


Рисунок 3.2.3. СКО координат фильтров MaRV, MMA2.1, MMA2.2 и MMA2.3 на траектории а) TP10, б) TP16

3.2.3 Совместное использование моделей BRV и MaRV

Объединение моделей BRV и MaRV в многомодельный алгоритм было рассмотрено в двух вариантах: с использованием модели движения разгон и без. Предполагалось, что модель движения разгон может уменьшить СКО координат на участке вхождения в плотные слои атмосферы, где присутствует резкое изменение ускорения лобового сопротивления и подъемных ускорений.

Параметры, использованные для алгоритма MMA2.4, включающего в себя модель движения разгон, BRV и MaRV, представлены в (157) и (158). Для алгоритма MMA2.5 были выбраны аналогичные параметры (159) и (160), за исключением отсутствия модели разгона.

$$M = \begin{vmatrix} 0.99 & 0.01 & 0.005 \\ 0.005 & 0.98 & 0.005 \\ 0.005 & 0.01 & 0.99 \end{vmatrix}, \quad (157)$$

$$\begin{aligned}\sigma_{wa}^2 &= 25 \text{ м}^2/\text{с}^4, & \sigma_{wb}^2 &= 1 \text{ м}^2/\text{с}^4, \\ \sigma_{\alpha_D}^2 &= 1.3 \cdot 10^{-8}, & \sigma_{\omega_m}^2 &= 0.025 \text{ м}^2/\text{с}^4, \\ \sigma_{\alpha_{Dm}}^2 &= 4 \cdot 10^{-7}, & \sigma_{\alpha_{LU}}^2 &= 2 \cdot 10^{-10}, & \sigma_{\alpha_{LS}}^2 &= 2 \cdot 10^{-10},\end{aligned}\quad (158)$$

$$\mathbf{M} = \begin{vmatrix} 0.98 & 0.01 \\ 0.02 & 0.99 \end{vmatrix}, \quad (159)$$

$$\begin{aligned}\sigma_{wb}^2 &= 1 \text{ м}^2/\text{с}^4, & \sigma_{\alpha_D}^2 &= 1.3 \cdot 10^{-8}, & \sigma_{\omega_m}^2 &= 0.025 \text{ м}^2/\text{с}^4, \\ \sigma_{\alpha_{Dm}}^2 &= 4 \cdot 10^{-7}, & \sigma_{\alpha_{LU}}^2 &= 2 \cdot 10^{-10}, & \sigma_{\alpha_{LS}}^2 &= 2 \cdot 10^{-10}.\end{aligned}\quad (160)$$

В результате проведения моделирования сопровождения было выяснено, что алгоритм MMA2.4 по точности схож с фильтром MaRV на траектории с маневрированием и немного выигрывает на траектории без маневрирования. Алгоритм MMA2.5 показывает наилучшие результаты на обеих траекториях, приближаясь по точности к фильтру BRV на траектории TP10 и немного выигрывая на траектории TP16, по сравнению с фильтром MaRV (рисунок 3.2.4).

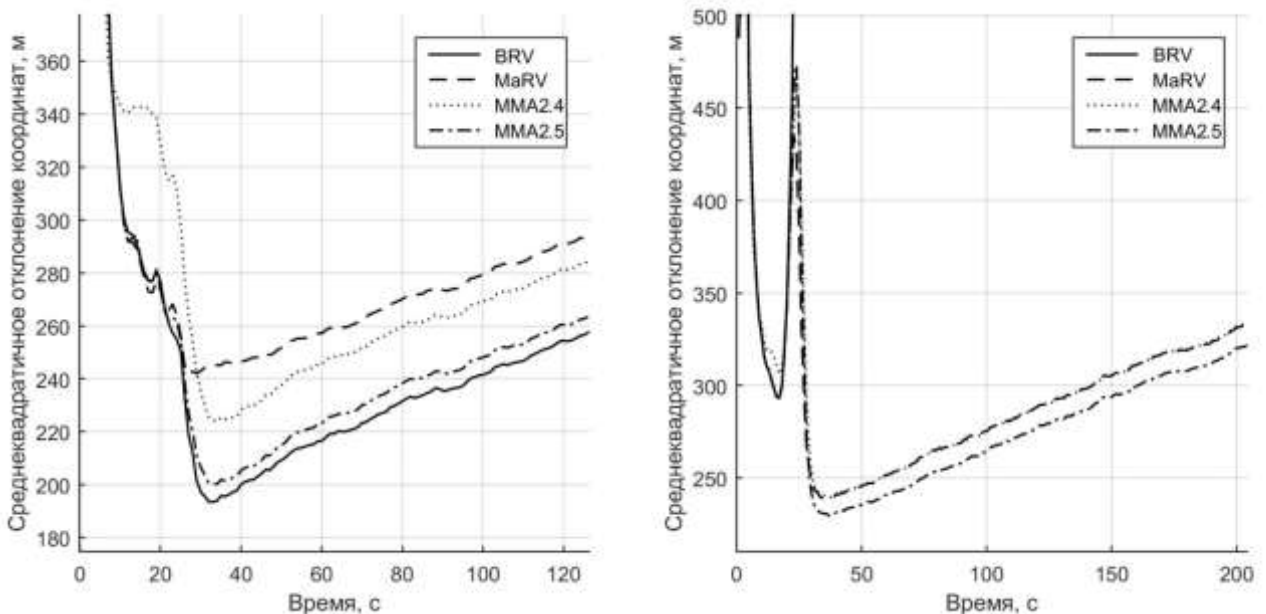


Рисунок 3.2.4. СКО координат фильтров BRV, MaRV, MMA2.4 и MMA2.5 на траектории а) TP10, б) TP16

Как и предполагалось, вероятность модели разгона увеличивается при входе в атмосферу, заменяясь моделью MaRV на участке вхождения в плотные слои

атмосферы даже на траектории без маневрирования, так как модель MaRV является более возмущенной, чем BRV (рисунок 3.2.5). После этого сопровождение продолжается преимущественно моделями BRV или MaRV в зависимости от наличия маневрирования объекта.

Для более полного описания характеристик предложенных алгоритмов было проведено дополнительное сравнение на траекториях TP12, TP14 и TP18 (рисунки 3.2.5 и 3.2.6).

При спиралевидном вхождении на траектории TP12 наиболее интересен временной интервал 20-40 с (рисунок 3.2.6а). За исключением фильтра BRV, все алгоритмы фильтрации показывают сопоставимо низкие значения СКО координат при скачках скорости (рисунок 3.1.3б). Однако алгоритм MMA2.4 проигрывает по точности в установившемся режиме.

Результаты сопровождения на траектории TP18 (рисунок 3.2.7) аналогичны результатам на траектории TP10 (рисунок 3.2.4а), что показывает отсутствие строгой привязанности параметров алгоритмов к баллистическому коэффициенту объекта.

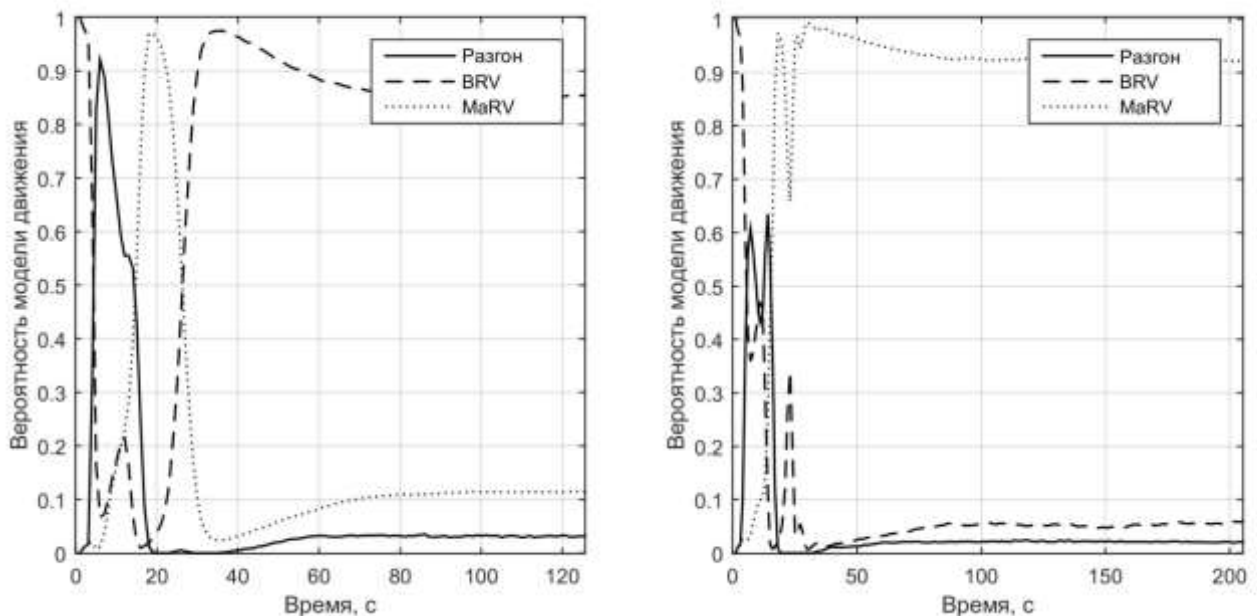


Рисунок 3.2.5. Вероятности моделей движения алгоритма MMA2.4 на траектории а) TP10, б) TP16

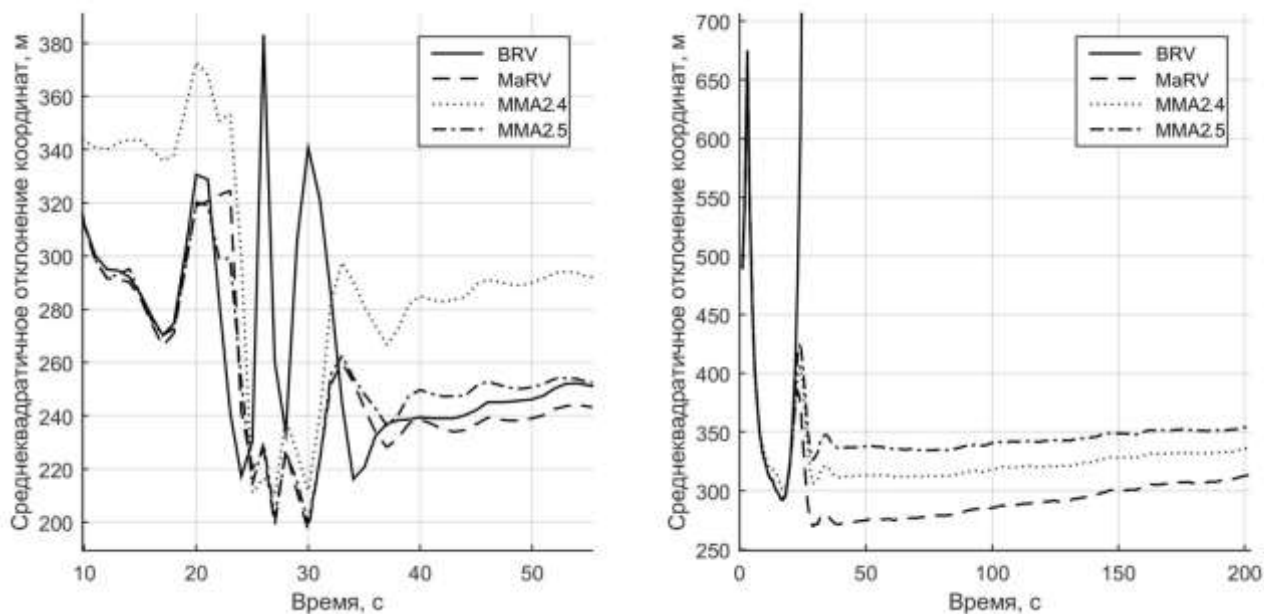


Рисунок 3.2.6. СКО координат фильтров BRV, MaRV, MMA2.4 и MMA2.5 на траектории а) TP12, б) TP14

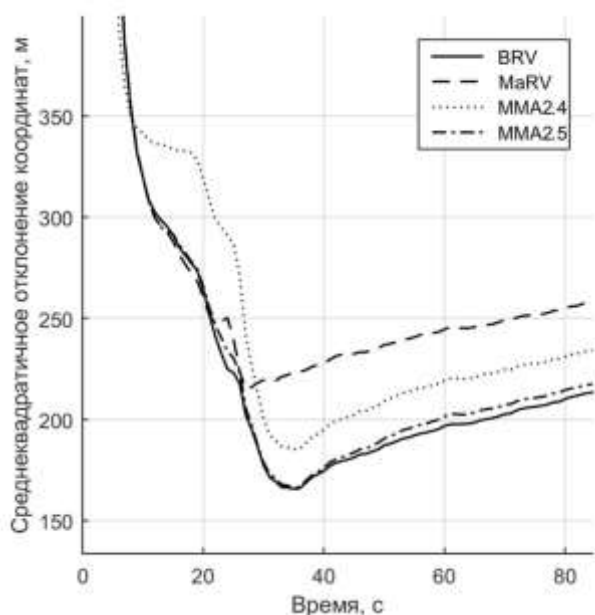


Рисунок 3.2.7. СКО координат фильтров BRV, MaRV, MMA2.4 и MMA2.5 на траектории TP18

Из всех рассмотренных вариантов только на траектории TP14 многомодельный алгоритм MMA2.5 показывает большее СКО координат, чем фильтр MaRV (рисунок 3.2.6б).

В первом разделе данной главы упоминалась зависимость точности сопровождения от позиции РЛС. Ранее использовалась позиция 3 (рисунок 3.1.4), как позиция, обеспечивающая наименьшие значения СКО координат для всех рассматриваемых траекторий. На рисунках 3.2.8, 3.2.9 и 3.2.10 представлены результаты моделирования с использованием других позиций РЛС, удаленных на расстояние 50 км от предполагаемой точки падения.

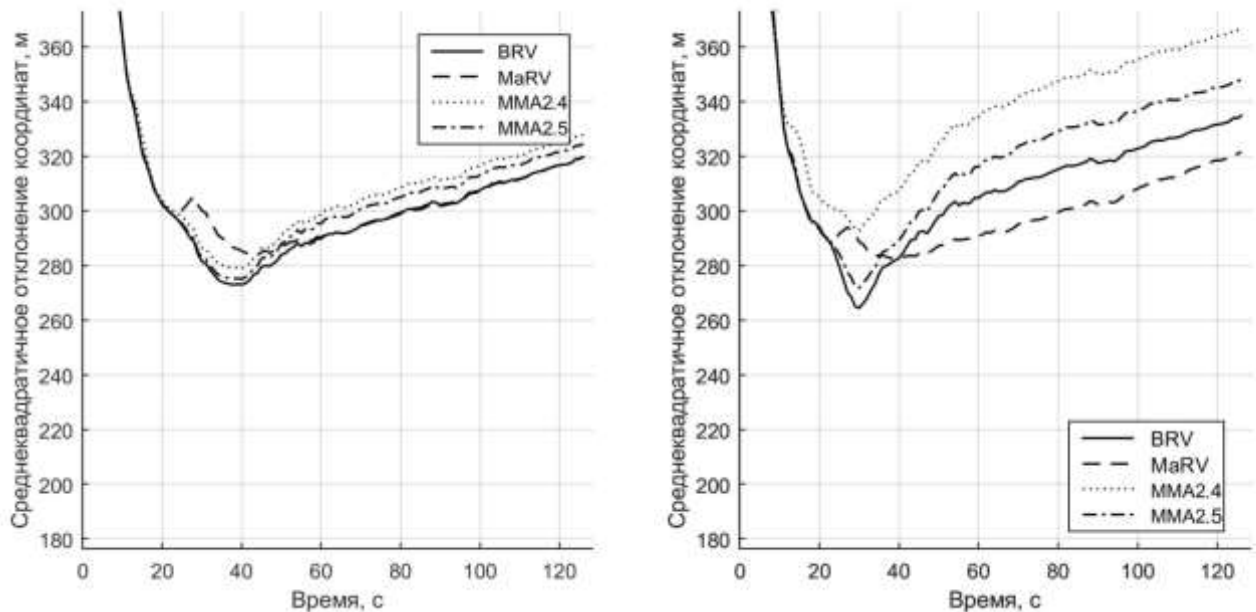


Рисунок 3.2.8. СКО координат фильтров BRV, MaRV, MMA2.4 и MMA2.5 на траектории а) TP10.1, б) TP10.2

Для простоты сравнения был выбран одинаковый масштаб на соответствующих траекториях. Из рисунков 3.2.4а, 3.2.8 и 3.2.9а видно, что позиция 4 в целом аналогична позиции 3, на позиции 1 все рассматриваемые алгоритмы имеют схожую точность. Позиция 2 примечательна тем, что на ней меняется относительное положение зависимостей СКО от времени – у предлагаемых алгоритмов отсутствует выигрыш в точности.

При сопровождении объекта на траектории с маневрированием нет особых положений РЛС, где меняется относительное положение зависимостей СКО от времени. Небольшой выигрыш в точности алгоритма MMA2.5 присутствует на позициях 3 и 4, а на позиции 1 и 2 все алгоритмы показывают одинаковую точность (рисунки 3.2.4б, 3.2.9б и 3.2.10).

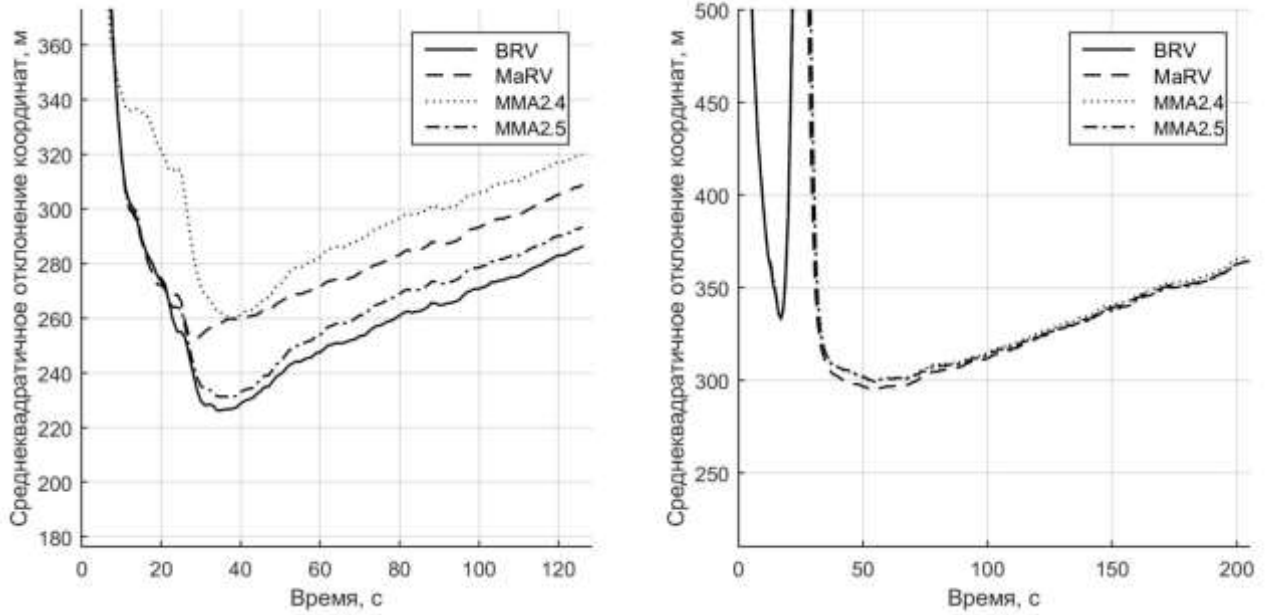


Рисунок 3.2.9. СКО координат фильтров BRV, MaRV, MMA2.4 и MMA2.5 на траектории а) TP10.4, б) TP16.1

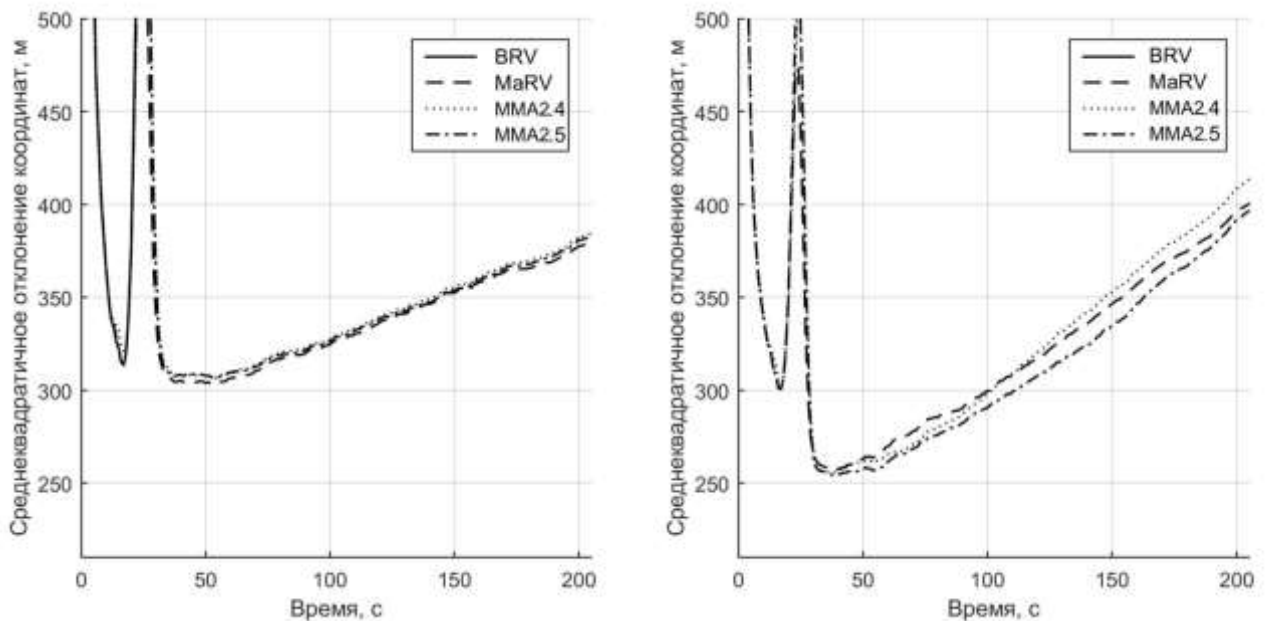


Рисунок 3.2.10. СКО координат фильтров BRV, MaRV, MMA2.4 и MMA2.5 на траектории а) TP16.2, б) TP16.4

При исследовании изменения характеристик сопровождения от расстояния между РЛС и предполагаемой точкой падения было замечено, что большинство описанных зависимостей не претерпевают каких-либо значительных изменений. Сохранялось взаимное положение зависимостей и разница в точности тех или

иных алгоритмов, за исключением траекторий TP10.6 и TP10.8, которые аналогичны TP10.2 и TP10.4 соответственно. В случае с TP10.8 существенно увеличилась разница в точности рассматриваемых алгоритмов по сравнению с TP10.4, но MMA2.4 и MMA2.5 все так же обладают преимуществом по сравнению с MaRV. А на траектории TP10.6, то есть при изменении расстояния с 50 км до 20 км по сравнению с TP10.2, возвратилось увеличение точности MMA2.5 по сравнению с MaRV.

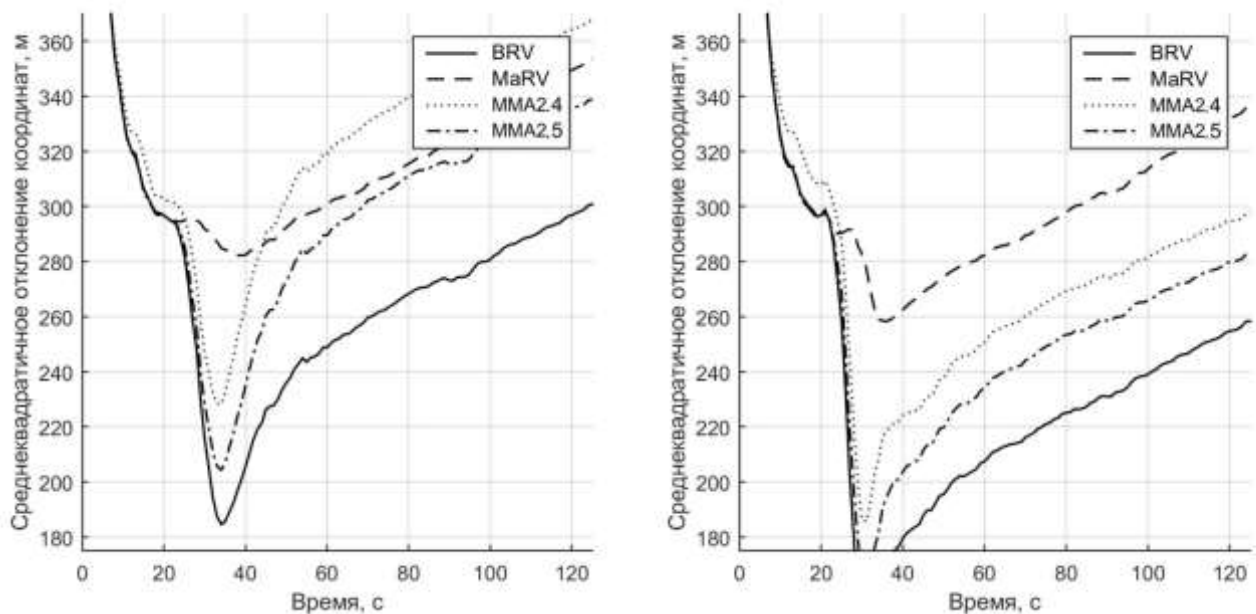


Рисунок 3.2.11. СКО координат фильтров BRV, MaRV, MMA2.4 и MMA2.5 на траектории а) TP10.6, б) TP10.8

На основании проведенного моделирования можно сделать вывод, что для большинства рассматриваемых траекторий и позиций РЛС многомодельный алгоритм MMA2.5 имеет выигрыш в точности по сравнению с фильтром MaRV или не уступает ему, однако нельзя утверждать, что выигрыш присутствует при любом варианте сопровождения объекта.

3.3 Влияние точности априорной информации на устойчивость алгоритмов сопровождения

Во второй части данной главы было проведено сравнение алгоритмов фильтрации в предположении, что поступающие извне начальные целеуказания

имеют точность 250 м. На практике целеуказания могут иметь бóльшую погрешность или недостающая оценка дальности может быть получена в результате анализа возможных траекторий прилета объекта и изменения отношения сигнал-шум. Такая оценка дальности будет иметь большое СКО, что может привести к срыву сопровождения.

В третьей части текущей главы описано исследование устойчивости ранее рассмотренных алгоритмов при увеличении СКО начальной оценки дальности. Рассмотрены переходные процессы в алгоритмах, а так же их точность в установившемся режиме. Предложены модификации многомодельных алгоритмов MMA2.4 и MMA2.5, улучшающие их характеристики.

3.3.1 Начальные условия сопровождения объекта

Исследование влияния точности оценки дальности на процесс сопровождения следует начать с задания начальных условий. Пусть оценка дальности, поступающая на вход алгоритма фильтрации, имеет нормальное распределение с дисперсией σ_R^2 в пределах $2\sigma_R$. Хвосты распределения при этом не рассматриваются. Вектор состояния в начальный момент времени строится исходя из полученной оценки дальности, оценок углов и частоты Доплера. Ковариационная матрица вектора состояния (61) в начальный момент времени имеет вид (161). Она строится на основе ковариационной матрицы радиус-вектора объекта в начальный момент времени (162).

$$\mathbf{P}_0 = \left\| \begin{array}{cccccc} \mathbf{P}_{11}^R & 0 & \mathbf{P}_{12}^R & 0 & \mathbf{P}_{13}^R & 0 \\ 0 & 10^6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{P}_{21}^R & 0 & \mathbf{P}_{22}^R & 0 & \mathbf{P}_{23}^R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^6 & 0 & 0 \\ \mathbf{P}_{31}^R & 0 & \mathbf{P}_{32}^R & 0 & \mathbf{P}_{33}^R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^6 \end{array} \right\|, \quad (161)$$

$$\mathbf{P}^R = \left(\mathbf{H}_R^T \left\| \begin{array}{ccc} \sigma_R^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{Az}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{El}^2 \end{array} \right\|^{-1} \mathbf{H}_R \right)^{-1}, \quad \mathbf{H}_R = \left. \frac{\partial \vec{h}_R(\vec{x})}{\partial \vec{x}} \right|_{\vec{x}_{k|k}}, \quad (162)$$

где \mathbf{P}_0 – ковариационная матрица вектора состояния (61), \mathbf{P}^R – ковариационная матрица радиус-вектора объекта в начальный момент времени, \mathbf{H}_R – матрица измерений, $\vec{h}_R(\vec{x})$ – функция измерений для вектора измерений $\vec{z}_R = (R, Az, El)^T$, σ_R^2 , σ_{Az}^2 , σ_{El}^2 – дисперсии оценок дальности, угла азимута и места соответственно.

Функция измерений $\vec{h}_R(\vec{x})$ задается аналогично $\vec{h}(\vec{x})$, формулы (43 – 47), за исключением дальности, которая вычисляется по формуле (163).

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \quad (163)$$

3.3.2 Устойчивость алгоритмов BRV, MaRV, MMA2.4, MMA2.5

Как уже говорилось ранее, при низкой точности оценки начального положения объекта присутствует неоднозначность построения траектории при сопровождении пассивной РЛС, что поддерживает СКО координат на высоком уровне. Неоднозначность может быть разрешена при помощи известного маневра РЛС или объекта. В данном случае вхождение в плотные слои атмосферы является известным маневром с точностью до конечного числа параметров.

Описанное явление наглядно продемонстрировано на рисунке 3.3.1, при сопровождении объекта на траекториях TP10 и TP11 с помощью фильтра BRV. Как можно видеть, СКО координат начинает падать только при вхождении в плотные слои атмосферы даже на траектории TP11, где сопровождение начинается с высоты 200 км. На участке свободного полета кривизна траектории очень мала, что не позволяет разрешить неоднозначность.

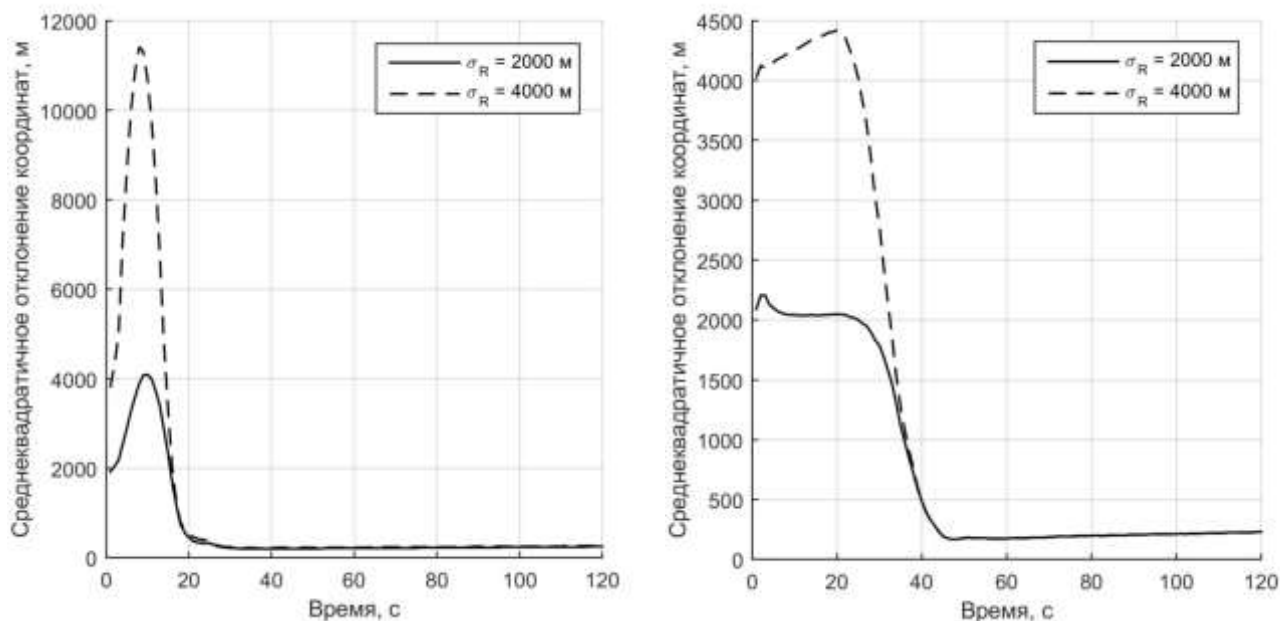


Рисунок 3.3.1. СКО координат фильтра BRV на траектории а) TP10, б) TP11

После входа в плотные слои атмосферы фильтр переходит в установившийся режим с относительно медленным изменением СКО со временем. Для сравнения характеристик алгоритмов сопровождения была выбрана величина медианного значения СКО координат в установившемся режиме. Если обратиться к рисунку 3.3.1б, то медианное значение вычислялось на интервале 50 - 120 с и равно 200 м для $\sigma_R = 2000$ м.

После проведения моделирования сопровождения при различных значениях СКО начальной оценки дальности $\sigma_R \in [250; 32000]$ м, были построены зависимости медианного значения СКО координат от σ_R (рисунок 3.3.2).

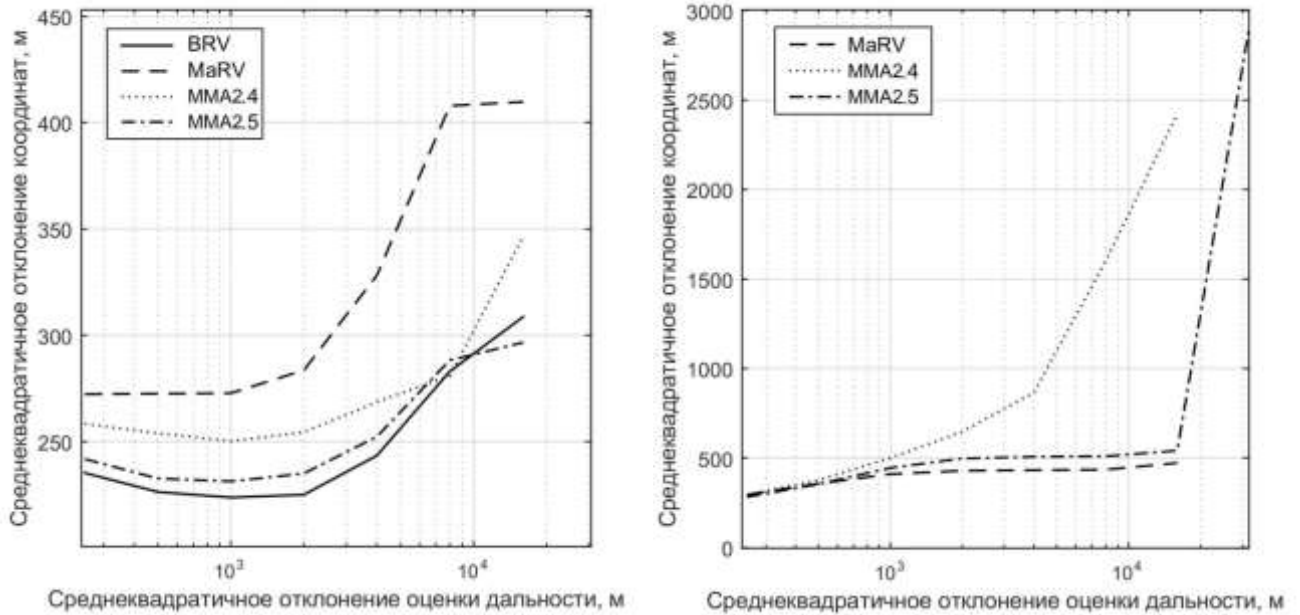


Рисунок 3.3.2. Медианное значение СКО координат в установившемся режиме для фильтров BRV, MaRV, MMA2.4 и MMA2.5 на траектории а) TP10, б) TP16

На траектории TP10 сохраняется ранее выявленное (рисунок 3.2.4) преимущество многомодельных алгоритмов MMA2.4 и MMA2.5 перед MaRV, при этом MMA2.5 по точности близок к фильтру BRV, модель движения которого согласуется с динамикой объекта. Однако СКО алгоритма MMA2.4 в установившемся режиме на траектории TP16 сильно увеличивается с увеличением σ_R по сравнению с MaRV, а алгоритм MMA2.5 немного теряет свою точность.

При увеличении σ_R выше 16 км все алгоритмы расходятся на траектории TP10 и все, кроме MMA2.5 на траектории TP16. Но СКО алгоритма MMA2.5 при этом резко возрастает.

Для улучшения характеристик алгоритмов предлагается использовать другой квазиоптимальный нелинейный фильтр и модель возмущений.

3.3.3 Использование модели Сингера в качестве модели возмущений

Первой моделью в многомодельном алгоритме MMA2.4 является модель движения разгон с кусочно-постоянным ускорением (54). Приращения ускорения

независимы и распределены нормально. Данная модель хорошо описывает динамику объекта в фазе разгона, где присутствуют резкие изменения ускорения при старте и переходе к следующей ступени, но ускорение в фазе входа в атмосферу более предсказуемо, хотя и имеет значительную производную при вхождении в плотные слои атмосферы.

Модель Сингера является моделью с коррелированными во времени возмущениями (164). В зависимости от параметра α , определяющего характерное время корреляции, эта модель занимает промежуточное положение между моделью движения с кусочно-постоянной скоростью и кусочно-постоянным ускорением [64]. Данная модель хорошо описывает поведение ускорения в фазе входа в атмосферу.

$$R(r) = \sigma^2 e^{-\alpha|r|}, \quad (164)$$

где $R(r)$ – автокорреляционная функция возмущений, σ^2 – дисперсия возмущающих воздействий.

После замены модели возмущений на модель Сингера, была получена модификация алгоритма ММА2.4: ММА2.6. Параметры алгоритма ММА2.6 представлены в (165) и (166), а параметр $\alpha = 0.1$, что задает характерное время корреляции 10 с и приводит к сглаживанию ускорения.

$$\mathbf{M} = \begin{vmatrix} 0.98 & 0.01 & 0.01 \\ 0.01 & 0.98 & 0.01 \\ 0.01 & 0.01 & 0.98 \end{vmatrix}, \quad (165)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{wa}^2 &= 50 \text{ м}^2/\text{с}^4, & \sigma_{wb}^2 &= 1 \text{ м}^2/\text{с}^4, \\ \sigma_{\alpha_D}^2 &= 1.3 \cdot 10^{-8}, & \sigma_{wm}^2 &= 0.025 \text{ м}^2/\text{с}^4, \end{aligned} \quad (166)$$

$$\sigma_{\alpha_{Dm}}^2 = 4 \cdot 10^{-7}, \quad \sigma_{\alpha_{LU}}^2 = 2 \cdot 10^{-10}, \quad \sigma_{\alpha_{LS}}^2 = 2 \cdot 10^{-10}.$$

Из результатов, представленных на рисунке 3.3.3 видно, что точность алгоритма ММА2.6 эквивалентна точности ММА2.5. Оба алгоритма, хотя и имеют меньшие значения СКО координат на траектории TP10, не являются

универсальным решением, так как имеют меньшую точность на траектории с маневрированием, чем фильтр MaRV.

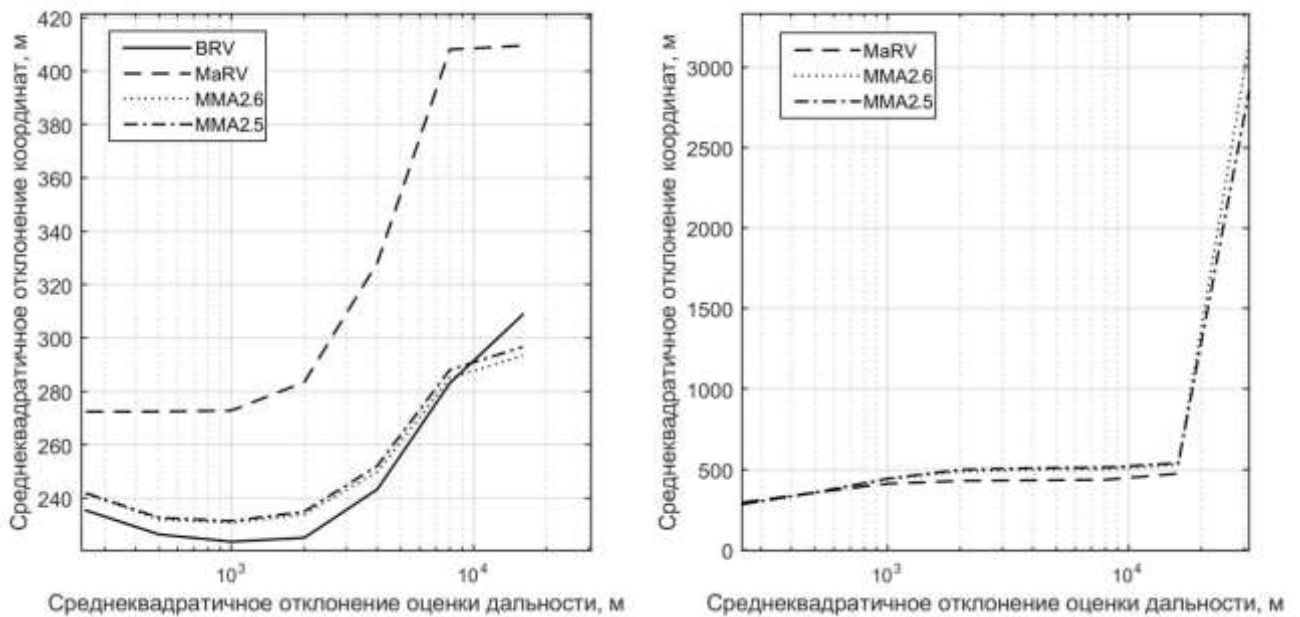


Рисунок 3.3.3. Медианное значение СКО координат в установившемся режиме для фильтров BRV, MaRV, MMA2.6 и MMA2.5 на траектории а) TP10, б) TP16

3.3.4 Улучшение устойчивости алгоритмов за счет замены нелинейного фильтра

В первой части первой главы были рассмотрены квазиоптимальные нелинейные фильтры, такие как EKF и UKF. Как известно, UKF дает более точную оценку среднего значения и ковариационной матрицы при нелинейном преобразовании [8]. При использовании фильтра UKF во время вхождения в плотные слои атмосферы возможно добиться меньшего смещения оценок вектора состояния, тем самым увеличив точность сопровождения, так как сопровождение объекта на данном участке играет ключевую роль при разрешении неоднозначности измерений.

При вхождении в плотные слои атмосферы в многомодельных алгоритмах наибольшую вероятность имеет модель MaRV (рисунок 3.2.5), в ней была проведена замена ранее использовавшегося EKF на UKF. В результате замены были получены алгоритмы MMA2.7 и MMA2.8 из MMA2.6 и MMA2.5

соответственно [66]. Моделирование сопровождения было проведено с использованием параметров (165), (166) и (159), (160).

Из рисунка 3.3.4 видно, что использование фильтра UKF помогло существенно снизить СКО координат на траектории без маневрирования даже при большой погрешности начальной оценки дальности, а на траектории TP16 точность многомодельных алгоритмов приблизилась к точности MaRV. Результаты на траектории TP18 аналогичны TP10 (рисунок 3.3.6).

Несколько хуже алгоритмы показали себя на траекториях TP12 и TP14 – точность меняется в зависимости от σ_R по сравнению с BRV и MaRV (рисунок 3.3.5), поэтому результаты неоднозначны. Однако на всех траекториях многомодельные алгоритмы MMA2.7 и MMA2.8 показывают лучшую устойчивость при значениях среднеквадратичного отклонения начальной оценки расстояния большем, чем 16 км.

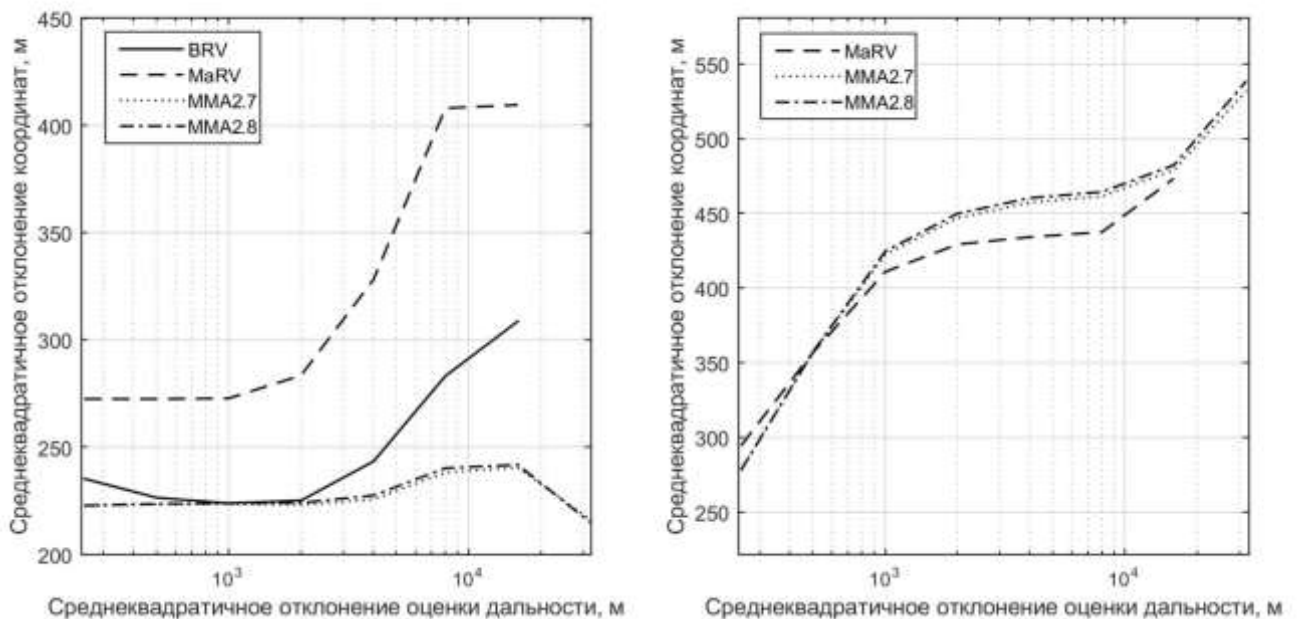


Рисунок 3.3.4. Медианное значение СКО координат в установившемся режиме для фильтров BRV, MaRV, MMA2.7 и MMA2.8 на траектории а) TP10, б) TP16

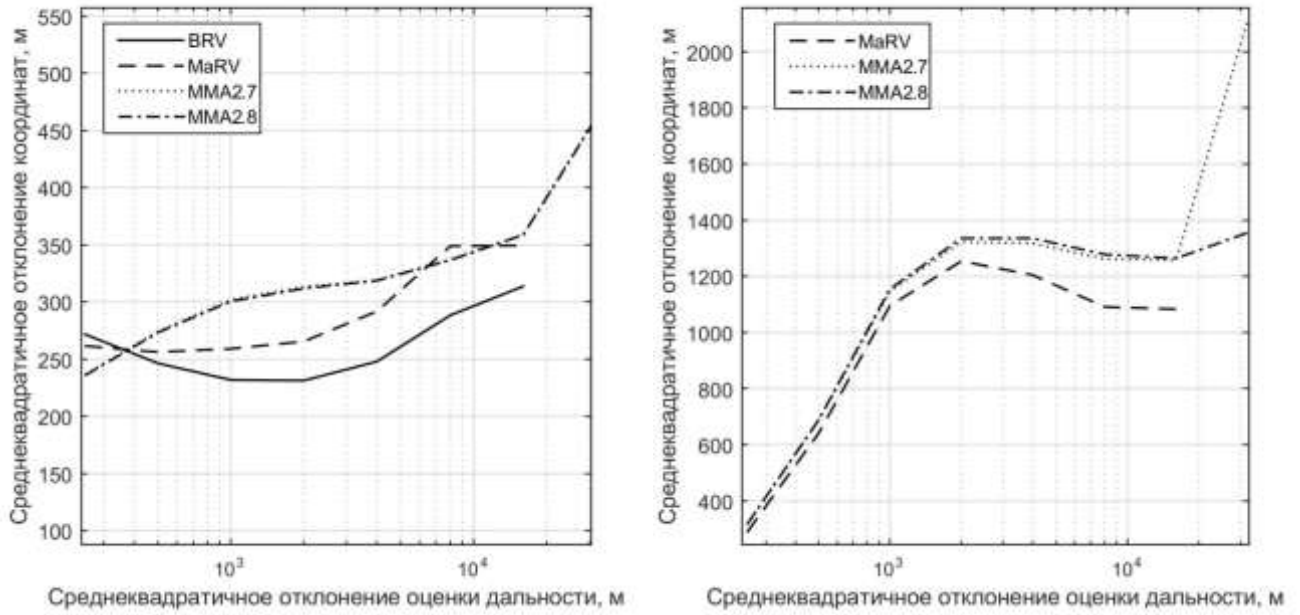


Рисунок 3.3.5. Медианное значение СКО координат в установившемся режиме для фильтров BRV, MaRV, MMA2.7 и MMA2.8 на траектории а) TP12, б) TP14

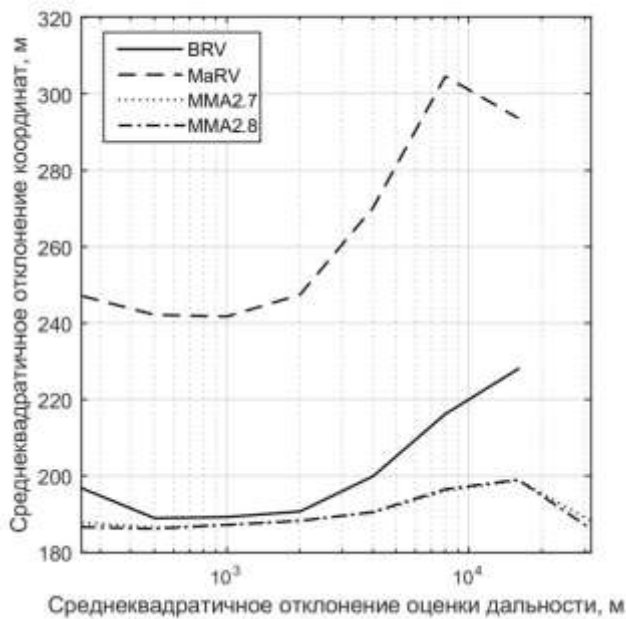


Рисунок 3.3.6. Медианное значение СКО координат в установившемся режиме для фильтров BRV, MaRV, MMA2.7 и MMA2.8 на траектории TP18

3.4 Выводы к главе 3

Рассмотрено сопровождение баллистического маневрирующего объекта на этапе входа в атмосферу, когда пассивная РЛС базируется на расстоянии 20 – 50 км до предполагаемой точки падения, а сопровождение начинается после получения априорных целеуказаний в момент пересечения границы атмосферы.

1. Предложены многомодельные алгоритмы, включающие модели входа в атмосферу с маневрированием и без, а также модель движения разгон. Алгоритмы наиболее эффективны в случае априорной неопределенности о том, является ли баллистический объект маневрирующим.

2. Показано, что модель входа в атмосферу с маневрированием в многомодельном алгоритме не может быть заменена моделью движения разгон или комбинацией моделей разгона и входа в атмосферу с различными возмущениями, без потери точности.

3. Предложена модификация многомодельного алгоритма в виде замены расширенного фильтра Калмана на сигма-точечный фильтр Калмана, что позволяет увеличить область устойчивости алгоритма сопровождения, в которой вероятность срыва сопровождения не превышает 5%. Увеличение устойчивости в зоне погрешности оценки начальной дальности выше 16 км может быть критичным, при низкой точности априорных целеуказаний или при их отсутствии.

Заключение

В работе рассмотрено сопровождение излучающих маневрирующих баллистических объектов с помощью пассивной РЛС из точки старта, когда РЛС базируется на расстоянии 20 – 50 км от точки старта и на этапе входа в атмосферу, когда РЛС базируется на расстоянии 20 – 50 км до предполагаемой точки падения. Была проанализирована динамика объекта на различных участках траектории: разгон, свободный полет и вход в атмосферу, и рассмотрены соответствующие модели движения: разгон, свободный полет и модели входа в атмосферу с маневрированием и без. В связи с изменяющейся динамикой объекта в процессе полета был использован многомодельный подход.

Для описания движения объекта выбрана геоцентрическая декартова система координат, жестко привязанная к Земле, а в вектор измерений включены углы азимута, места и частота Доплера. Модель измерений, в выбранной системе координат, является нелинейной, как и некоторые модели движения. Поэтому для решения задачи сопровождения в составе многомодельного алгоритма были использованы квазиоптимальные нелинейные фильтры: расширенный фильтр Калмана и сигма-точечный фильтр Калмана.

Для сопровождения из точки старта составлен многомодельный алгоритм, включающий все три модели движения: разгон, свободный полет и вход в атмосферу. Проведено моделирование сопровождения, проанализированы недостатки в работе алгоритма и предложен ряд способов увеличения точности многомодельного алгоритма, а именно:

1. Введена зависимость матрицы переходов от вектора состояния, что снижает выбросы среднеквадратичного отклонения координат в фазе разгона на величину до 20-50 %, а рост среднеквадратичного отклонения координат в фазе свободного полета снижен на 20-30 %.

2. Введена сильно возмущенная модель движения разгон дополнительно к слабо возмущенной, что снижает выбросы среднеквадратичного отклонения

координат и скорости при переходах между ступенями разгона на величину до 20-60 %.

3. Произведена модификация взаимодействия моделей движения, при которой в результирующий вектор состояния включалась оценка баллистического параметра, полученная непосредственно в модели входа в атмосферу, что обеспечивает более ранний переход к этой модели движения и как следствие увеличение точности на 20 % на этапе вхождения в плотные слои атмосферы.

Рассмотрен процесс сопровождения из точки старта при значительном удалении объекта. Было учтено снижение отношения сигнал-шум. Для проведения моделирования была разработана модель измерений, учитывающая возможные пропуски цели и появление ложных отметок в стробе отождествления.

Разработан модифицированный алгоритм ассоциации на основе алгоритма вероятностной ассоциации получаемых отметок с траекторией, учитывающий информацию об амплитудах отметок. Его применение при сопровождении в условиях низкого отношения сигнал-шум (ниже 10 дБ) увеличивает точность сопровождения на величину до 15-30 %.

Для сопровождения объекта на этапе входа в атмосферу предложены многомодельные алгоритмы, включающие модели входа в атмосферу с маневрированием и без, а также модель движения разгон. Алгоритмы наиболее эффективны в случае априорной неопределенности о том, является ли баллистический объект маневрирующим.

Исследована устойчивость фильтров в случае существенной погрешности оценки начального положения объекта, при сопровождении на этапе входа в атмосферу. Предложена модификация многомодельного алгоритма в виде замены расширенного фильтра Калмана на сигма-точечный фильтр Калмана, что позволяет увеличить область устойчивости алгоритма сопровождения, в которой вероятность срыва сопровождения не превышает 5%. Увеличение устойчивости в зоне погрешности оценки начальной дальности выше 16 км может быть использовано, при низкой точности априорных целеуказаний или при их отсутствии.

Список литературы

1. Richards M.A., Scheer J.A., Holm W.A. Principles of modern radar. Vol. I: Basic principles // Scitech publishing, Edison, New Jersey. – 2010. 924 p.
2. Yu M., Chen W.H., Chambers J. State dependent multiple model-based particle filtering for ballistic missile tracking in a low-observable environment // Aerospace science and technology. – August 2017. Vol. 67. P. 144–154.
3. Cooperman R.L. Tactical ballistic missile tracking using the interacting multiple model algorithm // Proceedings of the fifth international conference on information fusion, FUSION 2002. – July 2002. P. 824–831.
4. Li X.R., Jilkov V.P. Survey of maneuvering target tracking. Part II: Ballistic target models // IEEE Transactions on aerospace and electronic systems. New Orleans. – January 2001. Vol. 46(1). P. 96–119.
5. Mahler R.P.S. Statistical multisource-multitarget information fusion // Artech house, Boston, London. – 2007. 856 p.
6. You H., Jianjuan X., Xin G. Radar data processing with applications // Publishing house of electronics industry, Singapore. – 2016. 536 p.
7. Wan E.A., Van Der Merwe R. The unscented Kalman filter for nonlinear estimation // IEEE Adaptive systems for signal processing, communications, and control symposium. – October 2000. P. 1–6.
8. Terejanu G.A. Unscented Kalman filter tutorial // Department of computer science and engineering university at Buffalo, Buffalo, New York. P. 1–6.
9. Jia B., Xin M., Cheng Y. The high-degree cubature Kalman filter // IEEE 51st conference on decision and control. – December 2012. Vol. 49(2). P. 510–518.
10. Chen C.X., Zhou D.Y. Study on a new algorithm for tracking ballistic missile in free flight phase // Advanced materials research. – July 2014. Vol. 981. P. 743–753.

11. Radhakrishnan R., Bhaumik S., Tomar N.K. Continuous-discrete quadrature filters for intercepting a ballistic target on reentry using seeker measurements // *IFAC PapersOnLine*. – 2018. Vol. 51(1). P. 383–388.
12. Kulikova M.V., Kulikov G.Y. On computational robustness of accurate continuous-discrete unscented Kalman filtering for target tracking models // *European control conference*. – July 2016. P. 1129–1134.
13. Kulikova M.V., Kulikov G.Y. The accurate continuous-discrete extended Kalman filter for radar tracking // *IEEE Transactions on signal processing*. – February 2016. Vol. 64. P. 948–958.
14. Julier S., Uhlmann J., Durrant-Whyte H.F. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators // *IEEE Transactions on automatic control*. – March 2000. Vol. 45(3). P. 477–482.
15. Kotecha J.H., Djuric P.M. Gaussian sum particle filtering // *IEEE Transactions on signal processing*. – October 2003. Vol. 51(10). P. 2602–2612.
16. Bruno M. G. S., Pavlov A. Improved sequential Monte Carlo filtering for ballistic target tracking // *IEEE Transactions on aerospace and electronic systems*. – July 2005. Vol. 41(3). P. 1103–1108.
17. Blom H.A.P., Bloem E. A. Exact Bayesian and particle filtering of stochastic hybrid systems // *IEEE Transactions on aerospace and electronic systems*. – January 2007. Vol. 43(1). P. 55–70.
18. Kim J., Menon P. K., Ohlmeyer E. J. Comparison between nonlinear filtering techniques for spiraling ballistic missile state estimation // *IEEE Transactions on aerospace and electronic systems*. – January 2012. Vol. 48(1). P. 313–328.
19. Ning X.L., Chen Z.Q., Li X.Y. Ballistic target tracking algorithm based on improved particle filtering // *Proceedings SPIE 9675, AOPC 2015: Image processing and analysis, 96752B*. – October 2015. Vol. 9675. P. 1–6.
20. Wu N., Chen L., Yongjun L., Meng F. Adaptive estimation algorithm of boost-phase trajectory using binary asynchronous observation // *Journal of aerospace engineering*. – February 2016. Vol. 230(14). P. 2661–2672.

21. Siouris G.M., Chen G., Wang J. Tracking an incoming ballistic missile using an extended interval Kalman filter // IEEE Transactions on aerospace and electronic systems. – January 1997. Vol. 33(1). P. 232–240.
22. Huang C.W., Lin C.L., Lin Y.P. Estimator design for re-entry targets // ISA Transactions. – March 2014. Vol. 53(2). P. 658–670.
23. Radhakrishnan R., Saha M., Bhaumik S., Tomar N.K. Ballistic target tracking and its interception using suboptimal filters on reentry // Sixth international symposium on embedded computing and system design. – December 2016. P. 274–278.
24. Бакулев П.А., Сычев М.И., Лыу Н.Ч. Сопровождение маневрирующей цели с помощью интерактивного многомодельного алгоритма // Электронный журнал «Труды МАИ». – Июль 2002. Vol. 9. P. 1–8.
25. Сычев М.И., Фесенко С.В. Оценивание координат и параметров движения воздушных судов по информации от радиолокационных средств наблюдения // Электронный журнал «Труды МАИ». – 2015. Vol. 83. P. 1–21.
26. Сычев М.И. Траекторная обработка радиолокационной информации на основе многомодельной фильтрации // Электронный журнал «Труды МАИ». – 2016. Vol. 90. P. 1-30.
27. Xiao W., Chongzhao H. An improved multiple model GM-PHD filter for maneuvering target tracking // Chinese journal of aeronautics. – January 2013. Vol. 26(1). P. 179–185.
28. Гуторов А.С. Алгоритмы траекторной фильтрации сигналов многопозиционных радиолокационных комплексов // Ульяновский государственный технический университет, Ульяновск. – 2017. 143 p.
29. Farina A., Immediata S., Timmoneri L. Impact of ballistic target model uncertainty on IMM-UKF and IMM-EKF tracking accuracies // 14th European signal processing conference. – September 2006. P. 1–5.

30. Jung J.K., Hwang D.H. The novel impact point prediction of a ballistic target with interacting multiple models // 13th International conference on control, automation and systems. – October 2013. P. 450–453.
31. Сычев М.И., Голенко Д.С. Оценивание координат и параметров движения источников излучения, двигающихся по баллистическим траекториям // Успехи современной радиоэлектроники. – 2018. Vol. 10. P. 50–59.
32. Guan R.P., Ristic B., Wang L., Moran B., Evans R. Feature-based robot navigation using a Doppler-azimuth radar // International journal of control. – October 2016. P. 1–13.
33. Liu J., Li H., Himed B. On the performance of the cross-correlation detector for passive radar applications // Signal Processing. – January 2015. P. 1–6.
34. Li Y., Bar-Shalom Y., Yeddanapudi M. Trajectory and launch point estimation for ballistic missiles from boost phase LOS measurements // IEEE Aerospace conference. – 1999. Vol. 4. P. 425–442.
35. Becker K. A General approach to TMA observability from angle and frequency measurements // IEEE Transactions on aerospace and electronic systems. – January 1996. Vol. 32(1). P. 487–494.
36. Bi S.Z., Ren X.Y. Maneuvering target Doppler-bearing tracking with signal time delay using interacting multiple model algorithms // Progress in electromagnetics research. – 2008. Vol. 87. P. 15–41.
37. Becker K. Three-dimensional target motion analysis using angle and frequency measurements // IEEE Transactions on aerospace and electronic systems. – January 2005. Vol. 41(1). P. 284–301.
38. Benavoli A., Chisci L., Farina A. Tracking of a ballistic missile with a-priori information // IEEE Transactions on aerospace and electronic systems. – July 2007. Vol. 43(3). P. 1000–1016.
39. Golenko D.S., Sychev M.I. Maneuvering reentry target tracking by means of passive radar // Systems of signals generating and processing in the field of on board communications. – March 2020. P. 1–5.

40. Bar-Shalom Y., Li X.R. Multitarget-multisensor tracking: principles and techniques // YBS, Storrs, Connecticut. – 1995. 615 p.
41. Stone L.D., Streit R.L., Corwin T.L., Bell K.L. Bayesian multiple target tracking. Second edition // Artech house, London, Boston. – 2014. 293 p.
42. Gning A., Ristic B., Mihaylova L. Bernoulli particle/box-particle filters for detection and tracking in the presence of triple measurement uncertainty // IEEE Transactions on signal processing. – May 2012. Vol. 60(5). P. 2138–2151.
43. Bar-Shalom Y., Kirubarajan T., Lin X. Probabilistic data association techniques for target tracking with applications to sonar, radar and EO sensors // IEEE Aerospace and electronic systems magazine. – September 2005. Vol. 20(8). P. 37–56.
44. Sathyan T., Chin T.J., Arulampalam S., Suter D. A multiple hypothesis tracker for multitarget tracking with multiple simultaneous measurements // IEEE Journal of selected topics in signal processing. – June 2013. Vol. 7(3). P. 448–460.
45. Emeliyanov D.D., Rubinovich E.Y. The multiple hypothesis extension of the information set-based tracking algorithm for multi-target environment // IFAC automatic control in aerospace. – 2004. P. 623–628.
46. Сычев М.И., Голенко Д.С. Оценивание координат и параметров движения источников излучения, двигающихся по баллистическим траекториям в условиях малого отношения сигнал/шум // Электросвязь. – Июнь 2019. Vol. 6. P. 70–73.
47. Ohlmeyer E.J., Menon, P.K. Tracking of spiraling reentry vehicles with varying frequency using a new target dynamic model // Proceedings of the institution of mechanical engineers part G journal of aerospace engineering. – May 2013. Vol. 228(8). P. 1235–1245.
48. Kameda H., Tsujimichi S., Kosuge Y. Target tracking for maneuvering reentry vehicles using multiple maneuvering models // SICE. – July 1997. P. 1031–1036.

- 49.Перов А.И. Статистическая теория радиотехнических систем // Радиотехника, Москва. – 2003. 400 p.
- 50.Ширяев А.Н. Вероятность-1 // МЦНМО, Москва. – 2007. 552 p.
- 51.Bar-Shalom Y., Willett P.K., Tian X. Tracking and data fusion: A handbook of algorithms // YBS Publishing. – 2011. 1250 p.
- 52.Bar-Shalom Y., Li X.R., Kirubarajan T. Estimation with applications to tracking and navigation // John Wiley&Sons, New York. – 2001. 581 p.
- 53.Mehra R.K. A comparison of several nonlinear filters for reentry vehicle tracking // IEEE Transactions on automatic control. – 1971. Vol. AC-16(4). P. 307–319.
- 54.Arasaratnam I., Haykin S. Cubature Kalman filters // IEEE Transactions on automatic control. – June 2009. Vol. 54(6). P. 1254–1269.
- 55.Arasaratnam I., Haykin S. Square-root quadrature Kalman filtering // IEEE Transactions on signal processing. – May 2008. Vol. 56(6). P. 2589–2593.
- 56.Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники // Советское радио, Москва. – 1969. 751 p.
- 57.Arasaratnam I. Cubature Kalman filtering: Theory & applications // Department of electrical & computer engineering. – April 2009. 137 p.
- 58.Chun Z.X., Jun G.C. Cubature Kalman filters: Derivation and extension // Chinese Physics B. – December 2013. Vol. 22(12). P. 128401-1–128401-6.
- 59.Li Z., Yang W., Ding D. A novel fifth-degree strong tracking cubature Kalman filter for two-dimensional maneuvering target tracking // Mathematical problems in engineering. – Jun 2018. Vol. (2018), P. 1–10.
- 60.Mazor E., Averbuch A., Bar-Shalom Y., Dayan J. Interacting multiple model methods in target tracking: A survey // IEEE Transactions on aerospace and electronic systems. – January 1998. Vol 34(1). P. 103–123.
- 61.Кай-Лай Ч. Однородные цепи Маркова // Мир, Москва. – 1964. 429 p.
- 62.Defense mapping agency World Geodetic System 84 development committee, Smith R.W. Department of defense world geodetic system 1984 its definition

- and relation-ships with local geodetic systems. Defense mapping agency. University of Michigan. – 1987. 175 p.
- 63.Сколник М.И. Справочник по радиолокации в 2 книгах. Книга 1 // Техносфера, Москва. – 2014. 671 p.
- 64.Li X.R., Jilkov V.P. Survey of maneuvering target tracking. Part I: Dynamic models // IEEE Transactions on aerospace and electronic systems. – October 2003. Vol. 39(4). P. 1333–1364.
- 65.МСЭ-R. Рекомендация МСЭ-R P.835-5 Эталонные стандартные атмосферы // Международный союз электросвязи, Женева. – 2013. 12 p.
- 66.Сычев М.И., Голенко Д.С. Влияние априорной информации на сходимость многомодельного алгоритма при сопровождении баллистических объектов // Электросвязь. – Апрель 2020. Vol. 4. P. 48–52.
- 67.Lacomme P., Hardange J.P., Marchais J.C., Normant E. Air and spaceborne radar systems: An introduction // William Andrew publishing, Norwich, New York. – 2001. 508 p.
- 68.Ширман Я.Д. Теоретические основы радиолокации // Советское радио, Москва. – 1970. 561 p.
- 69.Бакулев П.А. Радиолокационные системы // Радиотехника, Москва. – 2004. 320 p.
- 70.Джонс М.Т. Программирование искусственного интеллекта в приложениях // ДМК Пресс, Москва. – 2004. 312 p.
- 71.Spall J.C. Introduction to stochastic search and optimization: Estimation, simulation and control // Wiley-interscience, USA. – 2003. 615 p.
- 72.Yuan T., Bar-Shalom Y., Willett P., Mozeson E., Pollak S., Hardimana D. Multiple IMM Estimation approach with unbiased mixing for thrusting projectiles // IEEE Transactions on aerospace and electronic systems. – October 2012. Vol. 48(4). P. 3250–3267.