

Исследование частных случаев движения твёрдого тела с горизонтально вибрирующей точкой подвеса

Беличенко М. В.

МАИ, г. Москва

В работе рассматривается движение тяжёлого твёрдого тела, одна из точек которого совершает горизонтальные гармонические колебания высокой частоты и малой амплитуды. В рамках приближенной автономной системы уравнений движения были найдены некоторые частные случаи движения тела: положения относительного равновесия, стационарные вращения и маятниковые движения. Были рассмотрены два частных случая геометрии масс тела: тело с центром масс на главной оси инерции и тело с центром масс в главной плоскости инерции.

Было показано, что существуют два типа положений относительного равновесия. В положениях равновесия первого типа центр масс находится на одной вертикали с точкой подвеса, выше или ниже неё. Другие положения равновесия таковы, что радиус-вектор центра масс находится в плоскости, содержащей вертикаль и линию действия вибраций. При этом он составляет с нижней вертикалью острый угол.

Исследованы необходимые и достаточные условия устойчивости найденных равновесий. Достаточные условия были найдены как условия положительной определённости квадратичной части гамильтониана возмущенного движения. Необходимые условия устойчивости были найдены, как условия мнимости корней характеристического уравнения линеаризованной системы приближенных уравнений. Исследование показало, что для верхних положений равновесия рассматриваемые условия не выполняются, а для нижних и боковых положений есть области устойчивости, представленные двумя условиями.

Найденным относительным равновесиям приближенной автономной системы соответствуют периодические движения полной неавтономной системы. Установлено, что неустойчивые положения относительного равновесия приближенной системы перейдут в неустойчивые периодические движения полной системы, а устойчивые равновесия перейдут в периодические движения, устойчивые в линейном приближении.

Исследование показало, что стационарные вращения возможны лишь для волчка Лагранжа. Они представляют собой вращения вокруг оси, содержащей центр масс, причём центр масс располагается так же, как и в соответствующих данному телу положениях равновесия.

Обнаружены два типа маятниковых движений. При маятниковых движениях первого типа линия действия вибраций принадлежит плоскости, содержащей радиус-вектор центра масс и вертикаль, а для движений второго типа перпендикулярна ей.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 14-21-00068) в Московском авиационном институте (национальном исследовательском университете).