

Вектор Пойнтинга. Арифметическая ошибка

Р. И. Храпко

Выражение для луча поляризованного света должно быть исправлено в статьях, рассматривающих такой свет, чтобы быть в согласии с результатами этих статей.

Мы заметили весьма распространенную ошибку, которая тиражируется по меньшей мере с 1992 года. Дело в том, что все физики, рассматривающие лучи поляризованного света, исходят из следующего выражения для векторного магнитного потенциала \mathbf{A}

$$\mathbf{A} = \exp(ikz - i\omega t)(\alpha\mathbf{x} + \beta\mathbf{y})u(x, y, z), \quad (1)$$

(см., например, [1] (2.1), [2] (2.9), [3] (2)).

Комбинация $i(\alpha\beta^* - \alpha^*\beta) = \sigma$ обычно рассматривается как спин в направлении оси z (см. [1] (2.11), [2] р. 299) при условии

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \quad (2)$$

(см. [3] р. 1046). Из выражения (1) следует, что

$$\mathbf{E} = \omega \exp(ikz - i\omega t) [i\alpha\mathbf{x} + i\beta\mathbf{y} - \frac{1}{k}\mathbf{z}(\alpha\partial_x + \beta\partial_y)]u, \quad (3)$$

$$\mathbf{B} = \exp(ikz - i\omega t) [-ik\beta\mathbf{x} + ik\alpha\mathbf{y} + \mathbf{z}(\beta\partial_x - \alpha\partial_y)]u. \quad (4)$$

(см. [1] (2.17), [2] (2.10), (2.11)). Учитывая условие (2), удобно положить $\alpha = -i/\sqrt{2}$, $\beta = 1/\sqrt{2}$ для луча правой круговой поляризации. В этом случае мы получаем

$$\mathbf{E} = \omega \exp(ikz - i\omega t) [\mathbf{x} + i\mathbf{y} + \frac{1}{k}\mathbf{z}(i\partial_x - \partial_y)]u/\sqrt{2}, \quad (5)$$

$$\mathbf{B} = \exp(ikz - i\omega t) [-ik\mathbf{x} + k\mathbf{y} + \mathbf{z}(\partial_x + i\partial_y)]u/\sqrt{2}. \quad (6)$$

Эти формулы совпадают с выражениями Джексона [4] (р. 350)

$$\mathbf{E} = \exp(ikz - i\omega t) [\mathbf{x} + i\mathbf{y} + \frac{1}{k}\mathbf{z}(i\partial_x - \partial_y)]E_0, \quad \mathbf{B} = -i\frac{k}{\omega}\mathbf{E} \quad (7)$$

если $E_0 = \omega u/\sqrt{2}$.

Теперь давайте вычислим усредненный по времени поток энергии в направлении оси z как z -компоненту действительной части комплексного вектора Пойнтинга [4] (6.132)

$$\mathbf{S} = (\mathbf{E} \times \mathbf{B}^*)/2 \quad (8)$$

(мы положили $\mu = 1$). Подставляя (5) и (6) в

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \Re(\mathbf{E} \times \mathbf{B}^*)/2, \quad (9)$$

получаем

$$\langle S_z \rangle = \Re(E_x B_y^* - E_y B_x^*)/2 = \omega k |u|^2 / 2. \quad (10)$$

Между тем, все авторы пишут двойную величину:

$$\langle S_z \rangle = \omega k |u|^2 \quad (11)$$

(см. [1] (3.24), [2] (2.16), [5] (4)), [6] (6), (9)).

Ошибка авторов очевидна. Они игнорируют множитель $\frac{1}{2}$ в уравнении (8). Вместо (9) они пишут

$$\langle \mathbf{S} \rangle = (\mathbf{E}^* \times \mathbf{B} + \mathbf{E} \times \mathbf{B}^*) / 2 \quad (12)$$

(см. [1] (3.8), [2] (2.5), [6] (6), (9)).

Выражение (11) более удобно, чем (10). Однако для его использования в формулах (1), (3), (4), содержащих множители α , β , следует заменить $u \rightarrow u\sqrt{2}$.

Эта заметка опубликована в www.sciprint.org. Ошибку в указанных работах признали Л. Нардасси, редактор Physical . Review A и С. Кавата, редактор Optics Communication. Однако они отказались сообщить об этом в журналах. Подробности изложены на сайте <http://groups-beta.google.com/group/sci.physics.electromag>

Список литературы

1. Loudon R. Theory of the forces exerted by Laguerre-Gaussian light beams on dielectrics. // Phys. Rev. A. – 2003, **68** 013806.
2. Allen L., Padgett M. J., Babiker M. Progress in Optics XXXIX. – Amsterdam: Elsevier, 1999.-564 p.
3. Zambrini R., Barnett S. M. Local transfer of optical angular momentum to matter. // J. Mod. Optics. – 2005, **52**.- p.1045-1052
4. Jackson J. D. Classical Electrodynamics. - Wiley, 1999.- 808 p.
5. Allen L., Padgett M. J. The Poynting vector in Laguerre-Gaussian beams and the interpretation of their angular momentum density. // Optics Commun. – 2000, **184**.- p.76-71.
6. Allen L., Beijersbergen M. W., Spreeuw R. J. C., and Woerdman J. P. Orbital angular momentum of light and the transformation of Lagerre-Gaussian laser modes. // Phys. Rev. A. – 1992, **45**.- p.8185-8189

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

*Храпко Радий Игоревич, доцент кафедры физики Московского авиационного института
(Государственного технического университета), к.ф.-м.н. E-mail: khrapko_ri@hotmail.com*

121433, Москва, Б. Филевская, 43 – 92, т. 1446312

Poynting vector. Arithmetic mistake

R. I. Khrapko

Expressions for a polarized light beam must be corrected to correspond to results of papers