УДК 537.868

Спин не есть момент импульса

Р. И. Храпко

Аннотация

Использованию электромагнитного луча круговой поляризации для целей дистанционного изменения ориентации космических объектов в пространстве мешает отсутствие в настоящее время непротиворечивой теории такого луча, которая необходима для определения вращающего момента силы, действующего со стороны луча на космические объекты. При разборе классических монографий Джексона и Бекера в статье показана ошибочность отождествления спина электромагнитного излучения и момента его линейного импульса. В теорию расчёта вращающего момента силы введён тензор спина, использованный в электродинамике ранее.

Ключевые слова

тензор спина; процедура Белинфате-Розенфельда

1. Введение

Управляемое дистанционное вращение космических объектов лучом электромагнитного излучения круговой поляризации может в некоторых случаях заменить использование (применение) двигателей, расположенных на самих объектах. Такое излучение, направляемое с космической станции или даже с земли, может сделать более эффективной деятельность систем ориентации космических объектов в пространстве. В работе [1], а также в статье [2], опубликованной также за границей, приведены конкретные расчёты вращающего момента силы, испытываемого облучаемым объектом. К сожалению, несмотря на многочисленные публикации, касающиеся использования углового импульса электромагнитного излучения, научное сообщество до сих пор не пришло к согласию относительно величины вращающего момента силы, вызываемого таким излучением, что совершенно необходимо для практического использования такой системы ориентирования.

Дело в том, что стандартная электродинамика (Максвелла) рассматривает спин электромагнитного излучения как момент линейного импульса этого излучения, в то время как квантовомеханическое представление не связывает спин с конвективными процессами. Поэтому кардинальным вопросом при определении момента силы, который окажет электромагнитный луч на космический объект, является вопрос о том, должен ли спин луча добавляться к моменту линейного импульса, или спин не должен добавляться, поскольку он является частью момента линейного импульса Стандартная концепция обычно иллюстрируется с помощью параксиального приближения луча круговой поляризации или с помощью электромагнитного излучения, исходящего из ограниченного района пространства, [3, problem 7.27], [4, p. 320]. Стандартная концепция опирается на так называемое преобразование Гамблета [5]. Именно, момент импульса $\mathbf{J}$ отрезка луча преобразуется к интегралу от величины $\mathbf{E}\times\mathbf{A}$, которая интерпретируется как плотность спина электромагнетизма:

$$\mathbf{J} = \varepsilon_0\int \mathbf{r}\times(\mathbf{E}\times\mathbf{B})dV = \varepsilon_0\int E^i(\mathbf{r}\times\nabla)A_i dV + \varepsilon_0\int \mathbf{E}\times\mathbf{A}dV\,. \qquad (1.1)$$

Это преобразование предполагает интегрирование по частям и презентуется в качестве разложения момента импульса $\mathbf{J}$ на орбитальную и спиновую составляющие, хотя первое слагаемое справа (выдаваемое за орбитальную составляющую) очевидно равно нулю [6] для симметричного луча, например, для луча с плоской вершиной [3, problem 7.28]

$$\mathbf{E} = \exp(ikz - i\omega t)[\mathbf{x} + i\mathbf{y} + \frac{\mathbf{z}}{k}(i\partial_x - \partial_y)]E_0(x,y), \quad \mathbf{B} = -i\mathbf{E}/c\,. \qquad (1.2)$$

Однако, на наш взгляд, рассматривать величину $\mathbf{E}\times\mathbf{A}$ как плотность спина электромагнетизма весьма нелогично, потому что в рамках современной электродинамики тензор спина отсутствует вообще, он равен нулю. Физики специально этого добились, применив к каноническим тензорам энергии-импульса и спина,

$$\underset{c}{T}^{\lambda\mu} = -\partial^\lambda A_\alpha F^{\mu\alpha} + g^{\lambda\mu}F_{\alpha\beta}F^{\alpha\beta}/4, \quad \underset{c}{\Upsilon}^{\lambda\mu\nu} = -2A^{[\lambda}F^{\mu]\nu}, \qquad (1.3)$$

процедуру Белинфанте-Розенфельда. Такая процедура элиминирует канонический тензор спина электродинамики [6-8], в том числе его временную компоненту, которая как раз и равнялась величине $\varepsilon_0\mathbf{E}\times\mathbf{A}$ [6]:

$$\underset{c}{\Upsilon}^{ijt} = 2\varepsilon_0 E^{[i}A^{j]}\,. \qquad (1.4)$$

(Этот факт даёт основание предполагать, что величина $\varepsilon_0\mathbf{E}\times\mathbf{A}$ все же имеет какое-то отношение к реальному спину электромагнитного излучения).

С другой стороны, существует серьёзное геометрическое возражение против отождествления плотности момента линейного импульса $\varepsilon_0\mathbf{r}\times(\mathbf{E}\times\mathbf{B})$ с величиной $\varepsilon_0\mathbf{E}\times\mathbf{A}$, несмотря на равенство интегралов (1.1). Дело в том, что $\mathbf{r}\times(\mathbf{E}\times\mathbf{B})$ локализован на поверхности луча. Там протекает циркулирующий поток массы-энергии электромагнитного поля [5]. В отличие от этого, величина $\mathbf{E}\times\mathbf{A}$ распределена по самому телу луча. Поэтому в работе [6] сделан вывод, что интегрирование величины $\mathbf{E}\times\mathbf{A}$ является просто способом вычисления момента импульса поверхностного потока массы-энергии, который очевидно является орбитальным моментом импульса

$$\mathbf{L}=\varepsilon_0\int\mathbf{r}\times(\mathbf{E}\times\mathbf{B})dV\,. \tag{1.5}$$

Тем не менее, Оганян [5] настаивает, что этот момент импульса и есть спин волны.

В качестве другой иллюстрации орбитальной природы электромагнитного спина используется излучение в пространство от источников, локализованных в ограниченном районе [3, problem 7.27], [4, V. 2, p. 320]. К такому излучению применяют то же преобразование (1.1) с интегрированием по частям, и получают то же равенство

$$\int\mathbf{r}\times(\mathbf{E}\times\mathbf{B})dV=\int\mathbf{E}\times\mathbf{A}dV\,, \tag{1.6}$$

которое используется как доказательство тождества момента линейного импульса со спином.

Тут однако оказывается, что равенство (1.6) не верно для такого излучения. Вывод этого равенства содержит математическую ошибку, поскольку интегрирование по частям нельзя применять в случае излучения в пространство столь же успешно, как в случае луча. Представленное в разделе 5 этой статьи прямое вычисление для излучения диполя, вращающегося (в плоскости x-y), даёт соотношение

$$\int\mathbf{r}\times(\mathbf{E}\times\mathbf{B})dV=2\int\mathbf{E}\times\mathbf{A}dV\,. \tag{1.7}$$

Чего-то подобного следовало ожидать, если подынтегральному выражению, $\mathbf{E}\times\mathbf{A}$, приписывать смысл плотности спина, поскольку при излучении в пространство фотоны летят в разные стороны, и спины их не направлены параллельно друг другу, как в луче. Так что суммарный спин при том же моменте импульса оказывается тут вдвое меньше, чем в луче.

К этому надо добавить, что, как и в случае луча, величины $\mathbf{r}\times(\mathbf{E}\times\mathbf{B})$ и $\mathbf{E}\times\mathbf{A}$ разделены пространственно. Момент импульса $\varepsilon_0\mathbf{r}\times(\mathbf{E}\times\mathbf{B})$ излучается в основном в окрестности плоскости вращения диполя, а величина $\varepsilon_0\mathbf{E}\times\mathbf{A}$ излучается в окрестности оси вращения диполя, где излучение имеет круговую или эллиптическую поляризацию [9,10].

Имеется ещё одно существенное обстоятельство, препятствующее интерпретации интеграла $\varepsilon_0 \int \mathbf{r}\times(\mathbf{E}\times\mathbf{B})dV$ как спина излучения. В электромагнитном излучении вектора $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ перпендикулярны направлению распространения излучения. Поэтому $\mathbf{r}\times(\mathbf{E}\times\mathbf{B})=0$ для любого излучения. Поэтому момент импульса $\varepsilon_0 \int \mathbf{r}\times(\mathbf{E}\times\mathbf{B})dV$ вычисляют с привлечением не волнового поля, пропорционального $1/r^2$. Это указывает на не волновую природу момента импульса, в то время как спин является атрибутом именно излучения и должен вычисляться только с использованием полей, пропорциональных $1/r$. Защищая спиновую природу момента импульса, Гайтлер ссылается по поводу этой трудности на некий "тонкий интерференционный эффект". Однако такое объяснение представляется неубедительным.

Решение проблемы классического спина электромагнитного излучения заключается, по нашему мнению, в следующем. Необходимо дополнить стандартную электродинамику (Максвелла) тензором спина

$$\Upsilon^{\lambda\mu\nu} = A^{[\lambda}\partial^{|\nu|}A^{\mu]} + \Pi^{[\lambda}\partial^{|\nu|}\Pi^{\mu]}, \tag{1.8}$$

где A^λ и Π^λ суть магнитный и электрический векторные потенциалы, удовлетворяющие $2\partial_{[\mu}A_{\nu]} = F_{\mu\nu}$, $2\partial_{[\mu}\Pi_{\nu]} = -e_{\mu\nu\alpha\beta}F^{\alpha\beta}$, и согласиться, что $\varepsilon_0\mathbf{r}\times(\mathbf{E}\times\mathbf{B})$ представляет момент импульса, который имеет орбитальный характер и не представляет спин электромагнитного излучения [6-12].

Два слагаемых выражения (1.8) оказываются равны между собой в волновой зоне поля излучения вращающегося диполя. Поэтому в настоящей статье мы рассматриваем тензор спина в виде

$$\Upsilon^{\lambda\mu\nu} = 2A^{[\lambda}\partial^{|\nu|}A^{\mu]}. \tag{1.9}$$

И вот тут обнаруживается, что временная компонента тензора спина (1.9) совпадает с временной компонентой (1.4) в целом неверного канонического тензора спина, уничтоженного процедурой Белинфанте-Розенфельда:

$$\Upsilon^{ijt} = 2A^{[i}\partial^{|t|}A^{j]} = \varepsilon_0\mathbf{E}\times\mathbf{A} = \underset{c}{\Upsilon}^{ijt}. \tag{1.10}$$

Мы будем использовать $\varepsilon_0\mathbf{E}\times\mathbf{A}$ в качестве плотности спина в разделе 5.

2. Схема вычислений

Существуют два метода вычисления потоков энергии, момента импульса и спина электромагнитного излучения. Эти методы, конечно, дают одинаковые результаты.

1. Объемная плотность (массы-энергии или момента импульса) интегрируется по тонкому сферическому слою (толщиной dr), окружающему источник излучения, а потом делится на dt, при условии, что $dr/dt = c$. Так получаются формулы для мощности излучения и момента силы

$$P = \int T^{tt} da_i dr^i / dt, \quad \tau^{ij} = \int 2r^{[i}T^{j]t} da_k dr^k / dt \text{ [Дж]}, \tag{2.1}$$

в которых использованы компоненты тензора энергии-импульса Максвелла, объемная плотность массы-энергии, T^{tt}, и объемная плотность импульса, T^{jt}, равная вектору Пойнтинга, T^{tj}, из-за симметрии тензора Максвелла,

$$T^{tt} = \varepsilon_0 E^2/2 + \mu_0 B^2/2, \quad T^{jt} = T^{tj} = \varepsilon_0 \mathbf{E}\times\mathbf{B} \text{ [кг/м}^2\text{сек]}. \tag{2.2}$$

2. Более естественно, однако, интегрировать потоковые компоненты тензора Максвелла по поверхности, окружающей источник:

$$P = \int T^{ti} da_i \text{ [кг/сек]}, \quad \tau^{ij} = \int 2r^{[i}T^{j]k} da_k, \tag{2.3}$$

здесь T^{jk} есть максвелловский тензор механических напряжений.

Те же два способа применимы для вычисления излученного спина:

$$\underset{s}{\tau}^{ij} = \int \Upsilon^{ijt} da_k dr^k / dt \text{ [Дж]}, \tag{2.4}$$

$$\underset{s}{\tau}^{ij} = \int \Upsilon^{ijk} da_k, \tag{2.5}$$

где $\Upsilon^{\lambda\mu\nu}$ есть тензор спина.

Мы показываем прямым подсчетом, что в поле излучения вращающегося диполя отношение мощности к потоку момента импульса,

$$P/\tau = \omega, \tag{2.6}$$

отличается от отношения мощности к потоку спина,

$$P/\underset{s}{\tau} = 2\omega, \tag{2.7}$$

в согласии с формулой (1.7), а потому момент импульса не является спином. Существенно, что для фотонов круговой поляризации, летящих вдоль оси вращения диполя $(\theta = 0)$, отношение мощности к потоку спина такое же, как отношение энергии к спину для отдельного фотона, а не вдвое больше, как дают формулы (1.7), (2.7) [9,10]:

$$\left[P/\underset{s}{\tau}\right]_{\theta=0} = \hbar\omega/\hbar = \omega, \tag{2.8}$$

При вычислениях будут использоваться комплексные выражения электромагнитных полей [3, (9.18)], [4, V.1, p.284], [13, p.36], [14, c.313]

$$\mathbf{E} = \left[\frac{\omega^2(\mathbf{p}r^2 - (\mathbf{pr})\mathbf{r})}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r^3} + \frac{i\omega(\mathbf{p}r^2 - 3(\mathbf{pr})\mathbf{r}}{4\pi\varepsilon_0 c r^4} - \frac{(\mathbf{p}r^2 - 3(\mathbf{pr})\mathbf{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^5}\right]\exp(ikz - i\omega t) \tag{2.9}$$

$$\mathbf{H} = \left[\frac{\omega^2 \mathbf{r}\times\mathbf{p}}{4\pi c r^2} + \frac{i\omega\mathbf{r}\times\mathbf{p}}{4\pi r^3}\right]\exp(ikz - i\omega t) \tag{2.10}$$

Вычисление мощности P методом (2.3) выполнено в [13, p.39] с ошибкой. Мы приводим это вычисление, исправив ошибку, в разделе 3. Вычисление потока момента импульса τ^{xy} методом (2.1) выполнено в [13, p.41] также с ошибкой. Мы приводим это вычисление, исправив ошибку, в разделе 4. Вычисление потока спина $\underset{s}{\tau}^{ij}$ методом (2.4) выполнено в разделе 5.

3. Вычисление мощности излучения по методу (2.3)

Интегрируем вектор Пойнтинга T^{ti} из (2.2) по сферической поверхности радиуса r:

$$P = \int T^{ti} da_i = \Re\int \varepsilon_0\mu_0(\mathbf{E}\times\overline{\mathbf{H}})\mathbf{r} r d\Omega/2 = \Re\int \mathbf{E}(\overline{\mathbf{H}}\times\mathbf{r}) r d\Omega/2c^2\,, \tag{3.1}$$

$d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$, черта означает комплексное сопряжение. Используем поля, пропорциональные $1/r$ из (2.9), (2.10):

$$P = \int \frac{\omega^4\,|\,\mathbf{p}r^2 - (\mathbf{pr})\mathbf{r}\,|^2}{32\pi^2 c^5\varepsilon_0 r^4}d\Omega\,. \tag{3.2}$$

Это выражение совпадает с формулой (2.71) из [13]. Используем декартовы компоненты единичного диполя, вращающегося в x-y-плоскости,

$$p_x = \exp(-i\omega t),\ p_y = i\exp(-i\omega t)\ \text{[Кл м]}. \tag{3.3}$$

Получаем

$$\begin{aligned}&[\mathbf{p}r^2 - (\mathbf{pr})\mathbf{r}]\cdot[\overline{\mathbf{p}}r^2 - (\overline{\mathbf{p}}\mathbf{r})\mathbf{r}]/r^4 = \mathbf{p}\overline{\mathbf{p}} - (\mathbf{pr})(\overline{\mathbf{p}}\mathbf{r})/r^2 = \\ &= p_x\overline{p}_x + p_y\overline{p}_y - (x+iy)(x-iy)/r^2 = 2 - \sin^2\theta = 1 + \cos^2\theta.\end{aligned} \tag{3.4}$$

Таким образом,

$$P = \int \frac{\omega^4(1+\cos^2\theta)\sin\theta}{32\pi^2 c^5\varepsilon_0}d\theta d\varphi\,. \tag{3.5}$$

Этот результат получен также в качестве решения задачи 1 из [15, § 67], однако формула (2.73) из [13] необъяснимо даёт вдвое меньшую величину

$$dP = \frac{\omega^4(1+\cos^2\theta)}{64\pi^2 c^5\varepsilon_0}d\Omega\,.$$

Итак, мощность излучения массы-энергии вращающегося диполя равна

$$P = \frac{\omega^4}{6\pi c^5 \varepsilon_0}[\text{кг/сек}] \tag{3.6}$$

и вдвое превышает результат [13, (2.74)]

4. Вычисление потока момента импульса методом (2.1)

Интегрируем момент объемной плотности импульса по шаровому слою

$$\tau^{ij} = \int 2r^{[i}T^{j]t}da_k dr^k / dt = \Re\int \varepsilon_0\mu_0 \mathbf{r}\times(\mathbf{E}\times\overline{\mathbf{H}})r^2 cd\Omega/2 = \Re\int[\mathbf{E}(\mathbf{r}\overline{\mathbf{H}}) - (\mathbf{rE})\overline{\mathbf{H}}]r^2 d\Omega/2c\,. \tag{4.1}$$

Первое слагаемое справа равно нулю, а второе требует использования в качестве $\mathbf{E}$ поля, пропорционального $1/r^2$

$$\tau^{ij} = \Re\int \mathbf{r}\frac{i\omega(-\mathbf{p}r^2 + 3(\mathbf{pr})\mathbf{r}}{4\pi\varepsilon_0 cr^4}\overline{\mathbf{H}}r^2 d\Omega/2c = \Re\int\frac{i\omega 2(\mathbf{rp})}{4\pi\varepsilon_0 cr^2}\frac{\omega^2\mathbf{r}\times\overline{\mathbf{p}}}{4\pi c^2}d\Omega/2 = \Re\int\frac{i\omega^3(\mathbf{rp})\mathbf{r}\times\overline{\mathbf{p}}}{16\pi^2\varepsilon_0 c^3 r^2}d\Omega\,. \tag{4.2}$$

Это выражение совпадает с формулой (2.78) из [13]. Проведём дальнейшие преобразования τ^{xy}, учитывая (3.3):

$$[(\mathbf{rp})\mathbf{r}\times\overline{\mathbf{p}}]/r^2 = [(xp_x + yp_y)(x\overline{p}_y - y\overline{p}_x)]/r^2 = -i(x^2+y^2)/r^2 = -i\sin^2\theta\,. \tag{4.3}$$

Поскольку $\int_0^\pi \sin^3\theta d\theta = 4/3$, момент силы, исходящий от излучателя равен

$$\tau^{xy} = \frac{\omega^3}{16\pi^2\varepsilon_0 c^3}\int\sin^3\theta d\theta d\varphi = \frac{\omega^3}{6\pi\varepsilon_0 c^3}\ [\text{Н м}]. \tag{4.4}$$

Вопреки этому, необъяснимым образом, формула (2.80) из [13] даёт вдвое меньшую величину: $\tau_z = \omega^3/12\pi^2\varepsilon_0 c^3$. Однако, так или иначе, отношение потока энергии к потоку момента импульса равно частоте (2.6)

$$c^2 P/\tau = \omega\,. \tag{4.5}$$

5. Вычисление потока спина методом (2.4)

Интегрируем объёмную плотность спина (1.10), $\Upsilon^{ijt} = \varepsilon_0\mathbf{E}\times\mathbf{A}$, которая одинакова для канонического тензора спина и для нашего тензора спина, по шаровому слою:

$$\underset{s}{\tau}^{xy} = \Re\int\varepsilon_0 E_{[x}\overline{A}_{y]}r^2 d\Omega dr/dt = \Re\int i\varepsilon_0 E_{[x}\overline{E}_{y]}r^2 cd\Omega/\omega\,. \tag{5.1}$$

Используем поле $\mathbf{E}$ из (2.9), пропорциональное $1/r$, и учитываем (3.3):

$$
\begin{aligned}
&E_{[x}\overline{E}_{y]}r^2 = (E_x\overline{E}_y - E_y\overline{E}_x)r^2/2 = \\
&= \frac{\omega^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2c^4r^4}\{[r^2-(x+iy)x][-ir^2-(x-iy)y]-[ir^2-(x+iy)y][r^2-(x-iy)x]\} = \\
&= \frac{-i\omega^4}{16\pi^2\varepsilon_0^2c^4}\left(1-\frac{x^2+y^2}{r^2}\right) = \frac{-i\omega^4}{16\pi^2\varepsilon_0^2c^4}(1-\sin^2\theta) = \frac{-i\omega^4}{16\pi^2\varepsilon_0^2c^4}\cos^2\theta.
\end{aligned}
\tag{5.2}
$$

Поскольку $\int_0^\pi \cos^2\theta\sin\theta d\theta = 2/3$, излучаемый поток спина равен

$$
\tau_s^{xy} = \frac{\omega^3}{12\pi\varepsilon_0 c^3}\ [\text{Н м}]. \tag{5.3}
$$

Как и было обещано, это вдвое меньше потока момента линейного импульса (4.4).

Ранее результат (5.3) был получен по методу (2.5) с использованием пространственной компоненты тензора спина в сферических координатах в статьях [9,10]. В этих статьях также было указано на ошибки в монографии [13].

6. Заключение, замечания и благодарности.

В статье подчеркивается раздельное существование спина и момента линейного импульса в качестве двух различных физических величин. Это удваивает вращающий момент силы электромагнитного луча при той же мощности излучения. Такая концепция восходит к лагранжевому формализму с теоремой Нётер, в котором раздельно возникают канонические тензоры энергии-импульса и спина. К сожалению, понятие тензора спина было вычеркнуто из электродинамики всеобщим принятием процедуры Белинфанте-Розенфельда.

В настоящей статье используется тензор спина, введенный в электродинамику ранее [6-12] вопреки процедуре Белинфанте-Розенфельда. Именно, приводится подсчет пространственного распределения спина, излучаемого вращающимся электрическим диполем.

Статья, содержая концепцию спина (1.8), впервые была направлена журналам Письма ЖЭТФ 14 мая 1998 года и ТМФ 29 апреля 1999 года.

Я глубоко благодарен профессору Роберту Ромеру за отважную публикацию моего вопроса [16] (вопрос был направлен в редакцию 07.10.1999) и профессору Тимо Ниеминену за содержательные дискуссии (Newsgroups: sci.physics.electromag).

Библиографический список

1. Р. И. Храпко. Экспериментальная проверка электродинамики Максвелла. http://www.mai.ru/science/trudy/articles/num10/article7/auther.htm.
2. Храпко Р. И. Экспериментальная проверка электродинамики Максвелла. //Измерительная техника. – 2003, № 4. с.3-6. Khrapko R.I. Experimental verification of Maxwellian electrodynamics. // Measurement Techniques – 2003, **46**, No. 4.- p.317.
3. Jackson J. D. Classical Electrodynamics. - Wiley, 1999.- 808p.
4. Becker R, Electromagnetic Fields and Interactions, V.1, V. 2, (NY, Dover, 1982) - 439 + 403 p.
5. Ohanian H.C. What is spin? //Amer. J. Phys. – 1986, **54**.- p.500-505. Оганян Х. Что такое спин? // Физика за рубежом, Серия Б, вып. 88, (М.: Мир, 1988) с. 68-79
6. Khrapko R.I., Mechanical stresses produced by a light beam, //J. Modern Optics – 2008, **55**, 1487-1500
7. R.I. Khrapko. Violation of the gauge equivalence. - http://arXiv.org/abs/physics/0105031 (11.12.2001)
8. Храпко Р. И. Спин классической электродинамики. //Вестник Российского университета дружбы народов, Серия Физика. – 2002, № 10(1).- с.40-48.

9. R.I.Khrapko. Radiation of spin by a rotator. http://www.ma.utexas.edu/cgi-bin/mps?key=03-315 (2003)

10. Р. И. Храпко Спиновый момент импульса дипольного излучения. http://www.mai.ru/science/trudy/articles/num6/article3/auther.htm

11. Храпко Р. И. Истинные тензоры энергии-импульса и спина среды однозначны. //Теоретические и экспериментальные проблемы общей теории относительности и гравитации. X Российская гравитационная конф., Владимир. 1999: Тез. докл. - Москва, 1999. - с.47.

12. R.I. Khrapko. True energy-momentum tensors are unique. Electrodynamics spin tensor is not zero. - http://arXiv.org/abs/physics/0102084 (10.08.2001)

13. Corney A. Atomic and Laser Spectroscopy. – Oxford: University Press, 1977.- 763 p.

14. Сивухин Д.В. Общий курс физики, том 3, часть 2 - М.: Наука, 1996. – 320 с.

15. Ландау Л.Д. и Лифшиц Е. М. Теория поля - М.: Наука, 1973. – 504 с.

16. Khrapko R.I. Does plane wave not carry a spin? //Amer. J. of Physics. – 2001, 69.- p.405.

Сведения об авторе

Храпко Радий Игоревич, доцент Московского авиационного института (государственного технического университета), к.ф.-м.н.

Тел.: 4991446312;

e-mail: khrapko_ri@hotmail.com;

вебсайт http://khrapkori.wmsite.ru

МАИ, Волоколамское шоссе 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993