

Научная статья

УДК 534.12

URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=186672>

EDN: <https://www.elibrary.ru/RIDHZU>



Методика автоматизированной коррекции жесткостных характеристик сложной оболочечной модели конструкции космического аппарата

Александр Алексеевич Иголкин¹, Александр Геннадиевич Филипов^{2✉}, Александр Владимирович Кузнецов³, Артур Ильгизарович Сафин⁴

^{1, 2, 3, 4} Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва (Самарский университет), Самара, Российская Федерация

¹ igolkin.aa@ssau.ru ORCID 0000-0001-7411-0534

² iskander-filipov@yandex.ru✉

³ al.vl.kuznetsov@mail.ru ORCID 0000-0001-5485-427X

⁴ safin@ssau.ru ORCID 0000-0003-0936-4364

Аннотация. В статье описаны основные существующие методы коррекции расчетных моделей и обоснован выбор метода дифференциальной эволюции для разрабатываемой методики. Разработана методика автоматизированной коррекции жесткостных и диссипативных характеристик расчетной модели космического аппарата по экспериментальным данным. В результате автоматизированной коррекции модели максимальные значения погрешности снизились с 54,2% до 16,2%, а значения MAC-критерия получены в диапазоне 0,75–1.

Ключевые слова: модальные испытания, валидация конечно-элементной модели, метод дифференциальной эволюции, автоматизированная коррекция параметров модели, выбор варьируемых параметров, малый космический аппарат

Финансирование: результаты исследования получены при финансовой поддержке Российской Федерации в лице Минобрнауки России (грант на проведение крупных научных проектов по приоритетным направлениям научно-технического развития, соглашение №075-15-2024-558).

Для цитирования: Иголкин А.А., Филипов А.Г., Кузнецов А.В., Сафин А.И. Методика автоматизированной коррекции жесткостных характеристик сложной оболочечной модели конструкции космического аппарата // Вестник Московского авиационного института. 2025. Т. 32. № 4. С. 103–111. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=186672>

Original article

A Technique for Stiffness Characteristics Automated Correction of the Complex Shell Model of the Spacecraft Structure

Aleksandr A. Igolkin¹, Aleksandr G. Filipov^{2✉}, Aleksandr V. Kuznetsov³, Artur I. Safin⁴

^{1, 2, 3, 4} Samara National Research University, Samara, Russian Federation

¹ igolkin.aa@ssau.ru ORCID 0000-0001-7411-0534

² iskander-filipov@yandex.ru✉

³ al.vl.kuznetsov@mail.ru ORCID 0000-0001-5485-427X

⁴ safin@ssau.ru ORCID 0000-0003-0936-4364

© Иголкин А.А., Филипов А.Г., Кузнецов А.В., Сафин А.И., 2025

Abstract

The article presents an innovative technique for the spacecraft finite element models (FEM) automated correction. The study is focused on solving an actual problem of the spacecraft finite element shell-type models dynamic analysis accuracy increasing.

The said technique is based on application of the differential evolution (DE) method in conjunction with integration into CAE systems via PyAnsys. The authors parameterized 152 characteristics of the model, including stiffness and damping parameters with account for their physical limitations that guarantee of the mathematical model correctness. To minimize discrepancies between the computed and experimental data, an objective function was used that accounted to the account frequency errors and the values of the MAC-criterion. The modal criterion of modal fidelity (MAC) serves as the the quality of convergence criterion of the calculated and experimental data.

The key results of the study are as follows:

- MAC-criterion improvement up to 0.75-1.0 (average value of 0.92) was achieved after 300 optimization iterations;
- The frequencies error was reduced from 54.2% to 1.8%;
- Optimal damping factor, ensuring vibration accelerations convergence within 15%, was selected.

The main advantages of the technique are:

- Full automation of the process (correction time reduction by 4–5 times);
- The account for real structural specifics (embedded elements, nonlinearities of the junctions);
- Possibility of computations parallelizing.

Practical significance of the work is confirmed by the technique successful application for the spacecraft vibration strength analyzing, which allowed the virtual tests reliability increasing. Implementation of this elaboration is capable to reduce the number of full-scale tests, as well as accelerate and cheapen the certification process, which is of prime importance for the both small-scale and upgraded spacecraft (the small-scale spacecraft flight worthiness, accelerated implementation of structural changes and qualification tests programs optimization).

Conclusion outlines prospective areas for the technique development, including accounting for the temperature effects, integration with digital design systems and of machine learning methods application. The presented results demonstrate significant potential of the elaboration for wide application in the aerospace industry.

Keywords: modal testing, finite element model validation, differential evolution method, automated model parameter correction, variable parameters selection, small spacecraft

Funding: The results of the study were obtained with the financial support of the Russian Federation represented by the Ministry of Education and Science of Russian Federation (grant for conducting large-scale scientific projects in priority areas of scientific and technological development, agreement No. 075-15-2024-558)

For citation: Igolkin A.A., Filipov A.G., Kuznetsov A.V., Safin A.I. A Technique for Stiffness Characteristics Automated Correction of the Complex Shell Model of the Spacecraft Structure. *Aerospace MAI Journal*. 2025;32(4):103–111. (In Russ.). URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=186672>

List of Figures

Fig. 1. Computational FEM and experimental mesh collated in Ansys

Fig. 2. MAC criterion values prior to FEM correction performing

Fig. 3. Location of measurement close to the BA MAC-1 installation center of mass (MAC – micro-accelerations compensator placed inside a spacecraft on the panel)

Fig. 4. Location of measurement close to the BA Meteor installation center of mass

Fig. 5. The FEM correction algorithm

Fig. 6. MAC-criterion value after 300 iterations

Fig. 7. Computed and experimental vibration accelerations for the BA MAC-1 center of mass

Fig. 8. Computed and experimental vibration accelerations for the Meteor spacecraft center of mass

List of Tables

Table. Comparison of the computed and experimental frequencies after the shell-type FEM correction

Введение

Повышение требований к конечно-элементным моделям (КЭМ) обусловлено их возрастающей ролью в процессе разработки новых изделий.

Процесс коррекции КЭМ представляет собой количественную оценку расхождений между резуль-

татами численного моделирования и экспериментальными данными с последующей оптимизацией модели. Основные источники расхождений можно разделить на две категории:

1. Физические несоответствия:
 - различия в граничных условиях;

- отклонения свойств материалов (модули упругости, наличие дефектов);
- расхождения геометрических параметров (формы, толщины, сборные допуски).

2. Численные погрешности:

- особенности моделирования (тип элементов, детализация сетки);
- особенности расчетов (шаг интегрирования, критерии сходимости);
- вычислительные ошибки (погрешности программного обеспечения (ПО));
- несоответствия степеней свободы.

Важно учитывать, что экспериментальные данные также содержат погрешности (неточности воздействий, погрешности измерений, влияние измерительного оборудования).

Современные методы коррекции моделей делятся на прямые и итерационные. Прямые методы (1970–1980-е годы) требуют полного спектра собственных форм, что на практике труднореализуемо. Эти методы применяются преимущественно для редуцированных моделей сборных конструкций.

В качестве примера прямого метода коррекции расчетной модели можно выделить метод множителя Лагранжа, при котором матрицы масс или жесткости принимаются эталонными, а остальные параметры оптимизируются через целевую функцию. Такой процесс регулируется множителями Лагранжа [1–3].

Среди прямых методов также можно выделить метод матрицы ошибок. Данный подход позволяет напрямую оценивать погрешности в матрицах массы и жесткости [4–7]. В работе [8] продемонстрировано его применение для коррекции модели консольно-ступенчатой пластины с использованием данных лазерного виброметра. После предварительной обработки экспериментальных форм колебаний метод обеспечил значительное повышение адекватности модели.

Метод присвоения собственной структуры, также относящийся к прямым, разработан на основе теории управления и требует определения матрицы обратной связи для достижения заданных собственных значений и векторов и коррекции матриц жесткости и демпфирования. К основным ограничениям метода относятся: необходимость измерения всех степеней свободы, сложность сохранения симметрии матриц, высокие требования к точности экспериментальных данных.

К недостаткам прямых методов, из-за которых они не нашли широкого применения, относятся:

1. Несоответствие между n – числом степеней свободы в КЭМ и экспериментально измеренными параметрами m , где $m \ll n$.

2. Высокая чувствительность к измерительному шуму и погрешностям определения форм мод.

Другие, альтернативные подходы (редуцирование КЭМ или расширение экспериментальных данных [9]) вносят дополнительные погрешности.

Особенности реализации итерационных методов следующие:

- минимизация нелинейной целевой функции через градиентные методы;
- пошаговая коррекция параметров (матрицы масс, жесткости, демпфирования);
- контроль изменений через расчетные коэффициенты [10].

Преимуществами итерационных методов являются гибкость выбора варьируемых параметров и возможность учета физических ограничений. К недостаткам относят необходимость повторного модального анализа на каждой итерации и высокую вычислительную стоимость применительно к сложным моделям, а при коррекции диссипативных характеристик, которая опирается на гармонический анализ, время расчетного анализа вырастает в разы.

Байесовскому подходу [11], как одному из итерационных методов, присущи следующие особенности:

- использование взвешенных матриц (обратных ковариационным);
- применимость к статистическим моделям;
- учет априорной информации о параметрах.

Современные подходы к уточнению моделей

В последние годы возрастает интерес к неградиентным оптимизационным алгоритмам [12]. Такие методы требуют значительных вычислительных ресурсов, применимы преимущественно к моделям с ограниченным числом параметров [13] и способны находить глобальные экстремумы целевых функций.

Для сравнения результатов расчетного и экспериментального модального анализа используют МАС-критерий (Modal Assurance Criterion) [14, 15], с помощью которого количественно оценивается соответствие форм колебаний и который вычисляется по формуле

$$MAC(\{\theta_x\}_i, \{\theta_A\}_j) = \frac{\left| \{\theta_x\}_i^T \{\theta_A\}_j \right|^2}{\left(\{\theta_x\}_i^T \{\theta_x\}_j \right) \left(\{\theta_A\}_i^T \{\theta_A\}_j \right)}, \quad (1)$$

где $\{\theta_x\}_i$ и $\{\theta_A\}_j$ – i -я экспериментальная и j -я расчетная моды; T – оператор транспонирования векторов.

Интерпретация результатов: 1,0 — полное соответствие, 0,75 — удовлетворительная корреляция [16], 0,0 — полное несоответствие.

Ключевыми проблемами при корректировке моделей являются:

- отсутствие универсального метода для всех областей;
- особые требования в специфических областях (например, в аэрокосмической);
- ограниченность экспериментальных данных (неполный спектр частот, ограниченное число измеряемых степеней свободы).

Для успешного обновления моделей необходимо комбинировать математические методы, проводить инженерную экспертизу и учитывать различную чувствительность параметров к собственным частотам и формам колебаний. Также необходимо обеспечить монотонность целевой функции и учет всех параметрических зависимостей.

Среди современных методов оптимизации можно отметить генетические алгоритмы. Их преимущества следующие:

- устойчивость к локальным минимумам;
- эффективность для негладких целевых функций;
- возможность параллельных вычислений.

По сравнению с традиционными методами они демонстрируют лучшую сходимость для сложных КЭМ.

Автоматизированная коррекция конечно-элементной модели с использованием межплатформенного подхода

Ограничения традиционных методов оценки:

- классический МАС-критерий анализирует соответствие форм колебаний только в дискретных узлах;
- необходимо согласовывать пространственные характеристики моделей перед коррекцией.

Разработанная методика включает перенос КЭМ космического аппарата (КА) из ПО Nastran в ПО Ansys Workbench, прямое сопоставление с экспериментальной сеткой без редуцирования, сохранение полной детализации исходной модели.

Примечание. Подробное описание конструкции малого космического аппарата (МКА), описание и анализ расчетной модели объекта исследования, а также методика и результаты экспериментальных исследований его динамических характеристик приведены в работах [17–19].

Реализация процесса

Технологическая цепочка операций:

1. Импорт полной КЭМ в ПО Ansys Workbench.

В разработанной методике нет необходимости редуцировать расчетную модель и, следовательно, можно избежать внесения погрешностей при процедуре редуцирования. Однако время расчета для

полных моделей может быть значительным, в зависимости от количества элементов модели.

2. Загрузка экспериментальной сетки измерений.

3. Автоматизированное пространственное согласование моделей (рис. 1).

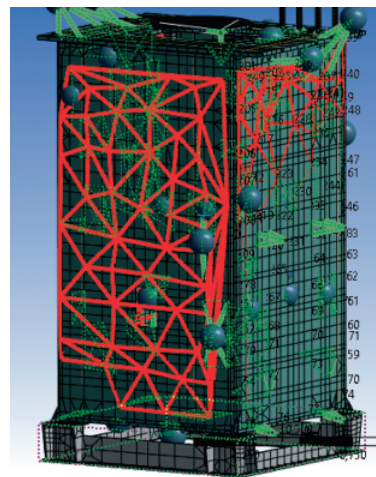


Рис. 1. Сопоставленные в Ansys расчетная КЭМ и экспериментальная сетка

На данном этапе пространственное соответствие расчетной модели экспериментальной может быть достигнуто путем введения новой системы координат, соответствующей экспериментальной, или визуальным выбором соответствующих пар узлов расчетной и экспериментальной модели. В настоящей методике предварительно создавалась система координат в расчетной модели в соответствии с расположением системы координат экспериментальных данных.

4. Расчет МАС-критерия для сопоставленных моделей.

5. Визуализация результатов корреляции (рис. 2).

Ключевыми преимуществами разработанной методики являются:

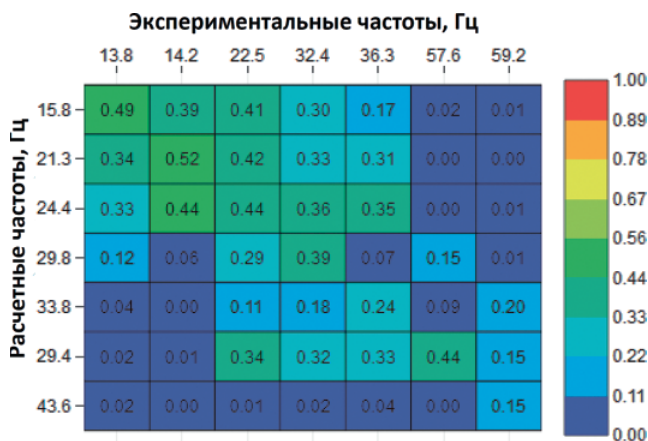


Рис. 2. Значения МАС-критерия до проведения коррекции КЭМ

- устранение погрешностей редуцирования;
 - учет полного пространственного распределения характеристик;
 - возможность работы с экспериментальными данными разной детализации;
 - автоматизация процесса сопоставления сеток.
- Особенности расчета:

- учет весовых коэффициентов для различных зон конструкции;
- итерационная процедура автоматической коррекции параметров.

Методика позволяет существенно повысить точность корректировки моделей сложных космических конструкций при сохранении вычислительной эффективности процесса.

Методология валидации конечно-элементной модели с учетом эксплуатационных воздействий

В результате анализа внешних воздействий в заданном частотном диапазоне проведена оценка спектрального состава эксплуатационных нагрузок, установлен верхний частотный предел значимых воздействий 60 Гц, для обеспечения запаса принят рабочий диапазон валидации 0–70 Гц. Методика допускает расширение анализа на высокочастотную область при необходимости.

Сравнительный анализ выполнен для бортовой аппаратуры (БА) космического аппарата. Контрольные параметры:

- амплитудно-частотные характеристики виброускорений;
- соответствие резонансных частот.

Точками измерений являются критические узлы БА (рис. 3) и зоны повышенной чувствительности (рис. 4).

Особенности методики корректировки:

1. Поэтапная коррекция параметров модели:

- в низкочастотном диапазоне (0–20 Гц) – уточнение граничных условий;

- в среднем диапазоне (20–50 Гц) – корректировка жесткостных характеристик;
- в верхнем диапазоне (50–70 Гц) – уточнение распределенных масс.

2. Использование весовых коэффициентов для различных частотных полос.

Реализация валидационного процесса представляет собой итерационную процедуру, сопровождающуюся автоматизированной генерацией корректирующих коэффициентов, с контролем собственных частот (погрешность $\leq 5\%$), форм колебаний ($MAC \geq 0,8$) и амплитудных характеристик (расхождение $\leq 3\%$).

Перспективы развития метода:

- возможность расширения на высокочастотную область (до 200 Гц);
- интеграция с системами автоматизированного проектирования;
- реализация адаптивных алгоритмов коррекции.

Представленный подход обеспечивает достоверность динамических характеристик моделей в заданном частотном диапазоне при минимальных вычислительных затратах.

В методике применен метод дифференциальной эволюции (DE) как эффективный инструмент многопараметрической оптимизации и разработана специализированная вычислительная платформа (рис. 5) на базе:

- Python-кода для реализации DE-алгоритма;
- PyAnsys для интеграции с CAE-средой (Computer-Aided Engineering);
- автоматизированного контура управления расчетами.

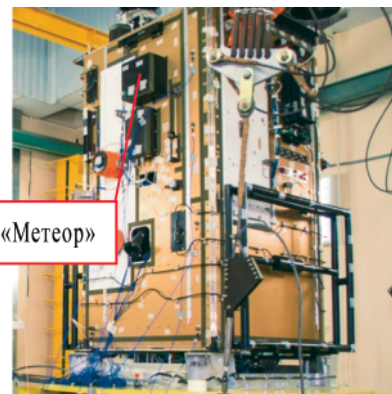
Формулировка задачи минимизации выражена в целевой функции, в которой отражены параметры оптимизации:

$$F(p) = \sum_{i=1}^n \left[k \left| P_{\text{расч}}^i - P_{\text{экс}}^i \right| + \left| 1 - MAC_{i,j} \right| \right] \rightarrow \min, \quad (2)$$



БА КМУ-1 (внутри на панели)

Рис. 3. Место замера, близкое к центру масс установки БА КМУ-1 (КМУ – компенсатор микроускорений, расположен внутри КА на панели)



БА «Метеор»

Рис. 4. Место замера, близкое к центру масс установки БА «Метеор»

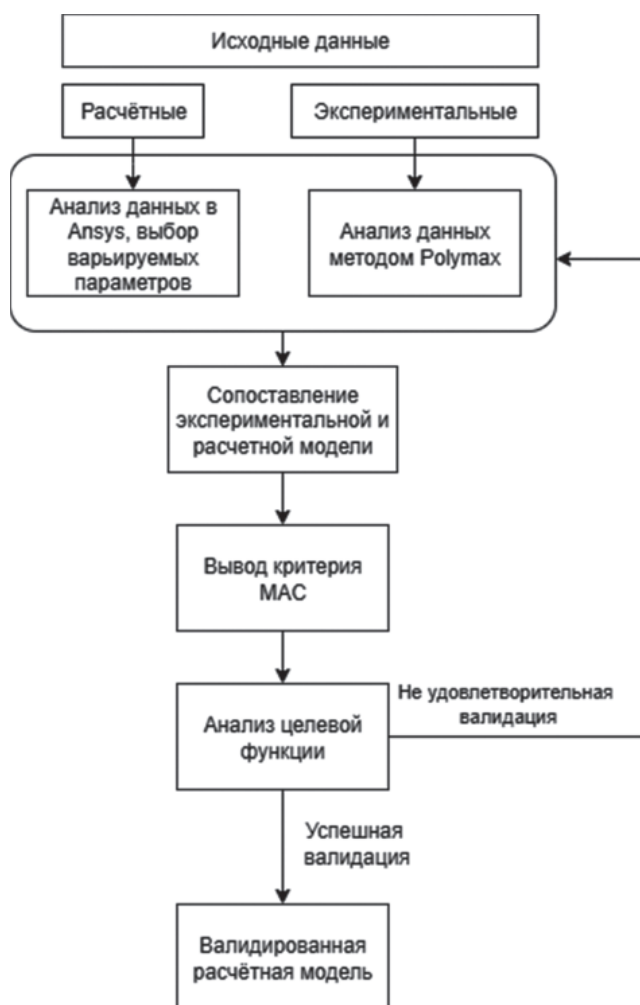


Рис. 5. Алгоритм коррекции КЭМ

где $P_{\text{расч}}^i$, $P_{\text{эксп}}^i$ – расчетные и экспериментальные частоты; $p = f(E, G, \mu, C)$ – вектор варьируемых параметров, E – модули упругости (сотовые панели и платформа); G – модули сдвига; μ – коэффициенты Пуассона; C – жесткости соединений; k – весовой коэффициент для учета параметрической разнородности.

Методика особенно эффективна применительно к сложным оболочечным конструкциям с ярко выраженной частотной зависимостью характеристик.

При моделировании расчетной модели было использовано эквивалентное моделирование сотовых панелей для учета несмоделированных закладных элементов. Такой подход основан на анализе чувствительности модальных характеристик, экспериментальной верификации эквивалентных параметров и сохранении работоспособности модели в заданном частотном диапазоне.

В процессе анализа расчетной модели были выбраны 152 варьируемых параметра с нотацией X_p ($p = 1 \dots 152$), которые можно классифицировать следующим образом:

1. Жесткостные характеристики соединений:
 - Допустимый диапазон: $+100\%/-30\%$ от номинала.
 - Учет нелинейности контактных взаимодействий.
2. Упругие свойства материалов:
 - Допустимое отклонение: $\pm 10\%$.
 - Анзац изотропного эквивалентного материала.

К основным из 152 варьируемых параметров, которые влияют на главные тона колебаний конструкции МКА, нужно отнести жесткостные свойства соединения МКА с системой отделения, свойства силовой конструкции МКА (рамы и платформы) и жесткостные свойства соединений бортовой аппаратуры с корпусом МКА.

Выбранные параметры при варьировании их значений имеют взаимозависимое ограничение, которое можно выразить как

$$h = 1 - \mu_{xy}^2 \frac{E_y}{E_x} - \mu_{yz}^2 \frac{E_z}{E_y} - \mu_{xz}^2 \frac{E_z}{E_x} - 2\mu_{xy}\mu_{yz}\mu_{xz} \frac{E_z}{E_x} > 0, \quad (3)$$

где h – контрольный коэффициент для параметров, μ_{xy} , μ_{yz} , μ_{xz} – коэффициенты Пуассона вдоль соответствующих осей координат; E_x , E_y , E_z – компоненты x , y , z модуля упругости материала.

В выражении (3) учитывается контрольный коэффициент $h > 0$ для всех комбинаций параметров, обеспечение положительной определенности матрицы жесткости и анизотропия свойств сотовых структур.

В результате корректировки оболочечной КЭМ и последующего анализа были достигнуты следующие показатели:

- среднее значение МАС-критерия: 0,92 (рис. 6);



Рис. 6. Значение МАС-критерия после 300 итераций

Сравнение расчетных и экспериментальных частот после коррекции оболочечной КЭМ

Номер тона	Расчетные частоты, Гц	Экспериментальные частоты, Гц	Погрешность до коррекции, %	Погрешность после коррекции, %
1	15,0	13,8	17,5	8,6
2	16,5	14,2	28,9	16,2
3	21,0	22,5	54,2	6,7
4	29,8	32,4	9,5	8,0
5	35,0	36,3	31,4	3,6
6	53,0	57,6	14,9	8,0
7	56,3	59,2	0,1	4,9

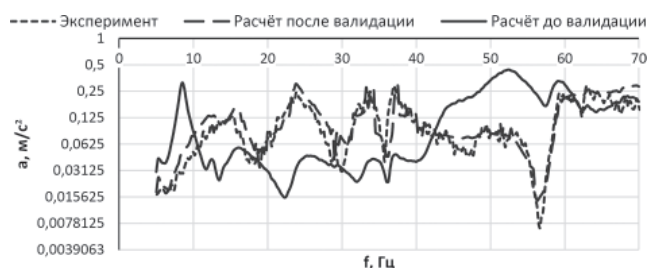


Рис. 7. Расчетные и экспериментальные виброускорения центра масс БА КМУ-1



Рис. 8. Расчетные и экспериментальные виброускорения центра масс БА «Метеор»

- максимальное расхождение частот: 1,8% (см. таблицу);
 - минимальное расхождение частот: 0,3%.
- Особенности коррекции:
- Для 7-го тона колебаний отмечено увеличение погрешности на 0,5% (в пределах допустимого).
 - Наибольшая коррекция потребовалась для параметров соединений (до +45% от исходных значений).
 - Модули упругости сотовых панелей скорректированы в среднем на $\pm 6\%$.

Анализ влияния параметров показал, что жесткостные характеристики оказывают определяющее влияние на резонансные частоты (изменение амплитуд на 12–15% при коррекции). Диссипативные параметры [20–23] влияют на частотные характеристики в меньшей степени (не более 0,7%). Стоит отметить, что в расчетной КЭМ объекта исследования наряду с обобщенным декрементом колебаний конструкции при гармоническом анализе учитывается рассеивание энергии в местах соединений элементов конструкции [24].

Как видно из графиков (рис. 7 и 8), в частотном диапазоне 5–70 Гц удалось достичь хорошей сходимости.

Выводы

Разработана и успешно опробована автоматизированная методика коррекции оболочечных (нередуцированных) КЭМ космических аппаратов, при которой достигнуты показатели корреляции:

- МАС-критерий: 0,75–1,0 (оптимальные значения $> 0,9$ для 85% мод);
- Сходимость частот: $< 2\%$ для рабочего диапазона 5–70 Гц;
- Точность вибропередачи: $< 15\%$ для первых десяти тонов колебаний.

Ключевым преимуществом метода является комплексный подход к коррекции (параллельная оптимизация жесткостных и демпфирующих характеристик, учет реальных конструктивных особенностей (закладные элементы, соединения) и автоматизация процесса).

Методика позволяет повышать достоверность виртуальных испытаний на 30–40%, сокращать количество натурных тестов для малых серий КА, ускорять процесс модернизации существующих аппаратов.

Перспективные исследования направлены на совершенствование алгоритмов (введение нелинейных демпфирующих моделей, учет температурных зависимостей материалов, интеграция методов машинного обучения), расширение функцио-

нальности (автоматическая генерация отчетов о корректировке, прогнозирование характеристик после модификаций, создание библиотеки типовых решений).

Разработанная методика также применима для решения сертификационных задач:

- обоснования летной годности малосерийных КА;
- ускоренного внедрения конструктивных изменений;
- оптимизации программ квалификационных испытаний.

Методика подтвердила свою эффективность при решении задач коррекции сложных оболочечных конструкций. Дальнейшее развитие системы позволит создать универсальный инструмент для сопровождения всего жизненного цикла космических аппаратов.

Список источников

1. Baruch M. Optimization procedure to correct stiffness and flexibility matrices using vibration tests // AIAA Journal. 1978. Vol. 16. No. 11, pp. 1208–1210. DOI: 10.2514/3.61032
2. Berman A. Comment on “Optimal weighted orthogonalization of measured modes” // AIAA Journal. 1979. Vol. 17. No. 8, pp. 927–928. DOI: 10.2514/3.7529
3. Berman A., Nagy E.J. Improvement of large analytical model using test data // AIAA Journal. 1983. Vol. 21. No. 8, pp. 1168–1173. DOI: 10.2514/3.60140
4. Gysin H.P. Critical application of an error matrix method for location of finite element modeling inaccuracies // 4th International Modal Analysis Conference - 1986. Vol. 2, pp. 1339–1351.
5. He J., Ewins D.J. Analytical Stiffness Matrix Correction Using Measured Vibration Modes // International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis. 1986. Vol. 1. No. 3, pp. 9–14.
6. Lieven N.A.J., Ewins D.J. Expansion of modal data for correlation // Image Management and Communication. 1990, pp. 605–609.
7. Авершиев А.С., Бобылев С.С., Фалин К.А. Процедура проведения уточненной верификации подробных конечноэлементных моделей конструкций ракетно-космической техники для анализа динамических нагрузжений в полете на примере транспортного грузового корабля «Прогресс МС» // Космическая техника и технологии. 2018. № 1(20). С. 40–53.
8. Lieven N.A.J., Waters T.P. The application of high density measurements to dynamic finite element reconciliation // Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering (01–28 February 1995; San Jose, CA), pp. 185–192.
9. Красноруцкий Д.А., Бернс В.А., Лакиза П.А. и др. Метод освобождения динамической расчетной модели летательного аппарата // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2019. Т. 21. № 1(87). С. 37–44.
10. Mares C., Mottershead J.E., Friswell M.I. Stochastic model updating: Part 1 — theory and simulated example // Mechanical Systems and Signal Processing. 2006. Vol. 20. No. 7, pp. 1674–1695. DOI: 10.1016/j.ymssp.2005.06.006
11. Mares C., Dratz B., Mottershead J.E., et al. Model updating using Bayesian Estimation // Proceedings of ISMA2006: International Conference on Noise and Vibration Engineering (18–20 September 2006; Heverlee, Belgium), pp. 2607–2616.
12. Marwala T. Finite Element Model Updating Using Computational Intelligence Techniques: Applications to Structural Dynamics. Berlin: Springer Science & Business Media, 2010. 268 p.
13. Lam H.F., Yang J., Au S.K. Bayesian model updating of a coupled-slab system using field test data utilizing an enhanced Markov chain Monte Carlo simulation algorithm // Engineering Structures. 2015. Vol. 102, pp. 144–155. DOI: 10.1016/j.engstruct.2015.08.005
14. Хейлен В., Ламменс С., Сас П. Модальный анализ: теория и испытания / Пер. с англ. В.С. Межина и Н.А. Невзоровского под ред. И. Смыслова. М.: Новатекст, 2010. 319 с.
15. Allemang R.J. The modal assurance criterion (MAC): twenty years of use and abuse // Sound and vibration. 2003. Vol. 37. No. 8, pp. 14–23.
16. Николаев С.М. Идентификация параметров моделей динамики сложнопрофильных деталей при обработке фрезерованием: Дисс. ... канд. техн. наук. М., 2017. 187 с.
17. Кирилин А.Н., Ахметов Р.Н., Шахматов Е.В. и др. Опыт-технологический малый космический аппарат «АИСТ-2Д». Самара: Самарский научный центр РАН, 2017. 324 с.
18. Иголкин А.А., Сафин А.И., Филипов А.Г. Модальный анализ динамического макета малого космического аппарата «Аист-2Д» // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2018. Т. 17. № 2. С. 100–108. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-2-100-108
19. Филипов А.Г. Расчетно-экспериментальная методика определения вибрационных нагрузок для ускоренной отработки конструкции космического аппарата: Дисс. ... канд. техн. наук. 2023. 112 с.
20. Безмозгий И.М., Софинский А.Н., Чернягин А.Г. Моделирование в задачах вибропрочности конструкций ракетно-космической техники // Космическая техника и технологии. 2014. № 3(6). С. 71–80.
21. Шорр Б.Ф., Буюкли Т.В., Шорстов В.А. и др. Развитие метода расчета вынужденных колебаний лопаток турбомашин типа «блиск» // Вестник Московского авиационного института. 2018. Т. 25. № 1. С. 28–38.
22. Хмельницкий Я.А., Салина М.С., Катаев Ю.П. Динамический расчет солнечных батарей космических аппаратов // Вестник Московского авиационного института. 2018. Т. 25. № 2. С. 52–60.

23. Терешко А.Г. Расчетно-экспериментальная методика определения динамических характеристик демпферных опор ГТД с упругими кольцами // Вестник Московского авиационного института. 2024. Т. 31. № 4. С. 159–166.

References

- Baruch M. Optimization procedure to correct stiffness and flexibility matrices using vibration tests. *AIAA Journal*. 1978;16(11):1208–1210. DOI: 10.2514/3.61032
- Berman A. Comment on “Optimal weighted orthogonalization of measured modes”. *AIAA Journal*. 1979;17(8):927–928. DOI: 10.2514/3.7529
- Berman A, Nagy EJ. Improvement of large analytical model using test data. *AIAA Journal*. 1983;21(8):1168–1173. DOI: 10.2514/3.60140
- Gysin HP. Critical application of an error matrix method for location of finite element modeling inaccuracies. *4th International Modal Analysis Conference*. 1986. Vol. 2. pp. 1339–1351.
- He J, Ewins DJ. Analytical Stiffness Matrix Correction Using Measured Vibration Modes. *International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*. 1986;1(3):9–14.
- Lieven NAJ, Ewins DJ. Expansion of modal data for correlation. *Image Management and Communication*. 1990. p. 605–609.
- Avershyev AS, Bobylev SS, Falin KA. The updated verification procedure of detailed finite element structural models of rocket-space technology for analysis of dynamic loading in flight by the example of the progress MS cargo transport vehicle. *Space Engineering and Technology*. 2018(1):40–53.
- Lieven NAJ, Waters TP. The application of high density measurements to dynamic finite element reconciliation. *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering (February 01–28, 1995; San Jose, CA)*. p. 185–192.
- Krasnorutskiy DA, Berns VA, Lakiza PA, et al. Method of freeing a fixed dynamic model of an aircraft. *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiiskoi akademii nauk*. 2019;21(1):37–44. (In Russ.).
- Mares C, Mottershead JE, Friswell MI. Stochastic model updating: Part 1 — theory and simulated example. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2006;20(7):1674–1695. DOI: 10.1016/j.ymssp.2005.06.006
- Mares C, Dratz B, Mottershead JE, et al. Model updating using Bayesian Estimation. *Proceedings of ISMA2006: International Conference on Noise and Vibration Engineering (September 18–20, 2006; Heverlee, Belgium)*. p. 2607–2616.
- Marwala T. *Finite Element Model Updating Using Computational Intelligence Techniques: Applications to Structural Dynamics*. Berlin: Springer Science & Business Media; 2010. 268 p.
- Lam HF, Yang J, Au SK. Bayesian model updating of a coupled-slab system using field test data utilizing an enhanced Markov chain Monte Carlo simulation algorithm. *Engineering Structures*. 2015;102:144–155. DOI: 10.1016/j.engstruct.2015.08.005
- Heylen W, Lammens S, Sas P. *Modal Analysis Theory and Testing*. 2nd ed. Katholieke Universiteit Leuven, Belgium; 1998. 167 p.
- Allemang R.J. The modal assurance criterion (MAC): twenty years of use and abuse. *Sound and vibration*. 2003;37(8):14–23.
- Nikolaev SM. *Identification of parameters of dynamics models of complex-profile parts during milling processing*. PhD thesis. Moscow, BSTU; 2017. 187 p. (In Russ.).
- Kirilin AN, Akhmetov RN, Shakhmatov EV, et al. *Experimental and technological small spacecraft “AIST-2D”*. Samara: SamNTs RAN; 2017. 324 p. (In Russ.).
- Igolkin AA, Safin AI, Filipov AG. Modal analysis of the dynamic mockup of “AIST–2D” small spacecraft. *Aerospace and Mechanical Engineering*. 2018;17(2):100–108. (In Russ.). DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-2-100-108
- Filipov AG. *Computational and experimental methodology for determining vibration loads for accelerated testing of spacecraft design*. PhD thesis. Samara: Samara National Research University; 2022. 155 p. (In Russ.).
- Bezmozgiy IM, Sofinsky AN, Chernyagin AG. The simulation in problems of vibration strength of rocket and space hardware. *Space engineering and technology*. 2014;6(3):71–80. (In Russ.). EDN: TEMDRT
- Shorr BF, Buyukli TV, Shorstov VA, et al. Developing calculation method for forced vibrations of turbomachines of a blisk type blades. *Aerospace MAI Journal*. 2018;25(1):28–38. (In Russ.).
- Khmel'nitskii YA, Salina MS, Kataev YA. Spacecraft solar batteries dynamic analysis. *Aerospace MAI Journal*. 2018;25(2):52–60. (In Russ.).
- Tereshko AG. Computational-and-Experimental Technique for Dynamic Characteristics Determining of the GTE Damping Supports with Elastic Rings. *Aerospace MAI Journal*. 2024;31(4):159–166. (In Russ.).
- Berns VA, Zhukov EP, Marinin DA. Identification of the Structures Dissipative Properties According to the Experimental Modal Analysis Results. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Mashinostr. [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Mech. Eng.]*. 2016(4):4–23. (In Russ.). DOI: 10.18698/0236-3941-2016-4-4-23

Статья поступила в редакцию / Received 27.07.202
Одобрена после рецензирования / Revised 14.10.2025
Принята к публикации / Accepted 14.10.2025