

Локализация энергии-импульса и спин

Р. И. Храпко

Критикуются представления о неоднозначности тензора энергии-импульса и о нелокализуемости энергии, которые помешали заметить классический спин электродинамики

В литературе распространено мнение, что «физическим смыслом обладает лишь интегральный поток вектора Пойнтинга сквозь замкнутую поверхность, но не вектор Пойнтинга сам по себе» [1]. Это мнение восходит к лекциям Л. И. Мандельштама [2]:

«Локализация потока энергии приводит к парадоксам, потому что из теоремы Пойнтинга выводят то, чего в ней не содержится, незаконно применяют соотношение, установленное для замкнутой поверхности, к отдельной площадке. Известный пример такого парадокса – комбинация непараллельных электрического и магнитного статических полей. Здесь $\mathbf{S} = c[\mathbf{E}, \mathbf{H}] / 4\pi \neq 0$, поток же вектора \mathbf{S} через замкнутую поверхность, конечно, нуль. В связи с этим говорят, что к статическим полям рассуждения с вектором Пойнтинга неприменимы, либо же, что в статических полях электромагнитная энергия циркулирует по замкнутым кривым. Против первого утверждения можно возразить, что статическое поле – предельный случай переменного. Второе утверждение физически бессмысленно – энергия циркулирует, и это ни на чем не сказывается».

Отказ от локализации энергии-импульса, по сути, присутствует и в книге [3]:

«Необходимо заметить, что определение тензора энергии-импульса T^{ik} по существу не однозначно. Действительно, если T^{ik} – тензор, определенный согласно

$$T_i^k = q_{,i} \frac{\partial \Lambda}{\partial q_{,k}} - \delta_i^k \Lambda, \quad (32.3)$$

то и всякий другой тензор вида

$$T^{ik} + \frac{\partial}{\partial x^l} \psi^{ikl}, \quad \psi^{ijl} = -\psi^{ijl}, \quad (32.7)$$

удовлетворяет уравнению сохранения

$$\partial T^{ik} / \partial x^k = 0, \quad (32.4)$$

так как тождественно $\partial^2 \psi^{ikl} / \partial x^k \partial x^l = 0$ ввиду антисимметричности тензора ψ^{ikl} по индексам k, l . Полный 4-импульс системы при этом вообще не изменится, так как согласно (6.17) имеем:

$$\int \frac{\partial \psi^{ikl}}{\partial x^l} dS_k = \frac{1}{2} \int \left(dS_k \frac{\partial \psi^{ikl}}{\partial x^l} - dS_i \frac{\partial \psi^{ikl}}{\partial x^k} \right) = \frac{1}{2} \oint \psi^{ikl} df_{kl}^*,$$

где интегрирование с правой стороны равенства производится по поверхности (обычной), «охватывающей» гиперповерхность, по которой производится интегрирование с левой стороны равенства. Эта поверхность находится, очевидно, на бесконечности трехмерного

пространства, и, поскольку поле или частицы на бесконечности отсутствуют, интеграл равен нулю. Таким образом, 4-импульс системы является, как и следовало, однозначно определенной величиной».

В самом деле, если признать справедливым локальное выражение

$$dP^i = T^{ik} dS_k \quad (1)$$

для энергии и импульса, которые приходятся на инфинитезимальную 3-площадку dS_k и подлежат экспериментальному измерению, то любое изменение выражения для тензора энергии-импульса недопустимо изменит эти величины.

Мнение о неопределенности и нелокализуемости энергии-импульса поля изложено во всех учебниках по теории поля (см., напр., [4, 5]). В [5] читаем:

«Нас будут интересовать лишь интегральные динамические величины, подобные 4-вектору энергии-импульса P^i . Структура тензора T^{ik} , который в нашем изложении не является даже однозначным, приобретает самостоятельный интерес лишь в последовательной теории, включающей учет гравитационных эффектов».

Мнение о неопределенности и нелокализуемости энергии поля разделяет и Р. Фейнман [6]:

«Мы так и не знаем, как же на самом деле распределена энергия в электромагнитном поле. Откуда нам известно, что, покрутив формулами, мы не придем к другому выражению для нее и другому выражению для \mathbf{S} ? Новое \mathbf{S} и новое выражение для энергии u будут отличаться от старых, но по-прежнему будут удовлетворять уравнению

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{j} = -\partial u / \partial t - (\nabla \cdot \mathbf{S}).$$

Для u и \mathbf{S} можно фактически написать бесконечное число различных выражений, и до сих пор никто не думал над экспериментальной проверкой того, которое же из них истинное».

Между тем, об экспериментальной проверке выражения $\mathbf{S} = c[\mathbf{E}, \mathbf{H}] / 4\pi$ для вектора Пойнтинга нечего и говорить. Это и только это выражение дает, например, несчетное количество раз проверенное на практике и всюду приведенное угловое распределение энергии излучения диполя, осциллирующего или вращающегося:

$$dI = \dot{\mathbf{d}}^2 \sin^3 \theta d\theta d\phi / 4\pi c^3, \quad dI = \dot{\mathbf{d}}^2 (1 + \cos^2 \theta) \sin \theta d\theta d\phi / 4\pi c^3$$

Инфинитезимальная площадка $d\mathbf{a}$, поглощающая электромагнитное излучение, то есть черная площадка, вне всякого сомнения, принимает мощность, пондеромоторную силу и импульс согласно формулам (1):

$$dI = \mathbf{S} \cdot d\mathbf{a}, \quad dF^\alpha = T^{\alpha\beta} da_\beta, \quad dP^\alpha = T^{\alpha\beta} da_\beta dt,$$

где $T^{\alpha\beta}$ - однозначно определенный максвелловский тензор напряжений, являющийся пространственной частью однозначно определенного тензора энергии-импульса Максвелла-Минковского.

Вопреки сомнениям Мандельштама, энергия $\mathbf{S} = c[\mathbf{E}, \mathbf{H}] / 4\pi$ действительно циркулирует по замкнутым кривым в области непараллельных электрического и магнитного статических полей. Иначе не выполнялся бы закон сохранения момента импульса [6, 7].

Приходится констатировать, что ошибочное мнение о неоднозначности тензора энергии-импульса и сомнения относительно формулы (1) не приносят вреда науке и технике только потому, что не принимаются всерьез. Но тогда зачем они повторяются во всех учебниках?

Мы уже подробно занимались этой темой [8 - 13]. Однако в последнее время обнаружилась важная область физики, где сомнения в формуле (1) привели к серьезной ошибке.

В публикации [14] поставлен вопрос о воздействии луча электромагнитного излучения круговой поляризации на круглую площадку, разделенную узким зазором на центральный диск и внешнее кольцо, при этом поверхность луча падает на кольцо, а внутренность луча падает на диск. Как хорошо известно [15 - 20], в области поверхности луча вектор Пойнтинга имеет касательную к площадке составляющую, а внутри луча он направлен вдоль оси луча. Поэтому, если применить формулу

$$dF^\alpha = T^{\alpha\beta} da_\beta$$

по отдельности к кольцу и диску – а это никогда раньше не делали, избегая формулы (1), - то сразу получится, что кольцо испытывает касательную силу и воспринимает момент силы, а диск испытывает давление и поглощает энергию, но на него не действует момент силы и он не будет закручиваться, если кольцо и диск свободно подвешены, но не связаны друг с другом механически.

Многokратно подсчитано [15 - 20], что момент импульса L , передаваемый поверхностью луча кольцу, и энергия W , получаемая всей площадкой, находятся в соотношении $1 / \omega$, таком же, как спин \hbar и энергия $\hbar\omega$ кванта. Поэтому научное сообщество интерпретировало момент импульса L , как спин луча.

В то же время, очевидно, что волна круговой поляризации несет спиновый момент импульса и энергию и всегда в пропорции $1 / \omega$. Это означает, что центральный диск площадки, получающий энергию и световое давление, будет получать и спиновый момент импульса, не описываемый теорией Максвелла, и будет закручиваться, вопреки вышеприведенному рассуждению. Такой вывод следует и из простого рассуждения Р. Фейнмана, который рассказывает, как световая волна круговой поляризации передает вращающий момент поглощающей среде [6]. Таким образом, вся площадка, кроме момента импульса $L = W / \omega$, приходящегося на кольцо, будет получать еще действительно спиновый момент импульса $S = W / \omega$, так что полный момент импульса оказывается удвоенным.

$$J = S + L = 2W / \omega,$$

Этот результат впервые был представлен автором в статьях, направленных 25.02.99 в УФН и ЖЭТФ.

Разумеется, этот результат не должен противоречить классическому опыту Бета [21] по определению спина луча круговой поляризации. В этом опыте был зафиксирован момент импульса $J = W / \omega$. Но так и должно быть. Нетрудно показать, что полуволновая пластинка Бета, сквозь которую пропускался проходящий и отраженный свет, фиксирует только спиновый момент импульса, потому что, из-за интерференции, вектор Пойнтинга в опыте Бета оказывается равным нулю.

Действительно, обратимся к выражению Джексона [19] для луча круговой поляризации,

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \Re\{[\hat{\mathbf{x}} + i\hat{\mathbf{y}} + \hat{\mathbf{z}}(i\partial_x - \partial_y)]E_0(x, y)e^{i(z-t)}\},$$

$$\mathbf{B}(x, y, z) = \Re\{[-i\hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{y}} + \hat{\mathbf{z}}(\partial_x + i\partial_y)]E_0(x, y)e^{i(z-t)}\}.$$

Выражение для отраженного луча может быть получено изменением знаков у z и y . Складывая проходящий и отраженный лучи, получаем интересные выражения,

$$\mathbf{E}_{tot} = 2[(\hat{\mathbf{x}} \cos z - \hat{\mathbf{y}} \sin z)E_0 - \hat{\mathbf{z}}(\sin z \partial_x E_0 + \cos z \partial_y E_0)] \cos t,$$

$$\mathbf{B}_{tot} = -2[(\hat{\mathbf{x}} \cos z - \hat{\mathbf{y}} \sin z)E_0 - \hat{\mathbf{z}}(\sin z \partial_x E_0 + \cos z \partial_y E_0)] \sin t,$$

которые показывают, что E и B поля оказываются параллельны друг другу. Поэтому вектор Пойнтинга равен нулю, и, связанный с ним орбитальный момент импульса L отсутствует в опыте Бета.

Так использование формулы (1) для нашей площадки, а значит признание локализации энергии-импульса и однозначности тензора энергии-импульса, привело к выводу о существовании классического спина электродинамики. Этот спин описывается некоторым тензором Y^{ijk} . Поэтому пондеромоторное воздействие электромагнитного поля складывается из силы и вращающего момента:

$$dF^\alpha = T^{\alpha\beta} da_\beta, \quad d\tau^{\mu\nu} = Y^{\mu\nu\beta} da_\beta.$$

Я глубоко благодарен профессору Роберту Ромеру за публикацию [14].

Примечание

Материал этой заметки был отклонен или проигнорирован следующими журналами (в скобках указана дата подачи материала): Phys. Rev. D (25.09.01), Foundation of Physics (28.05.01), American J. of Physics (15.09.99, 10.09.01, 28.03.02, 21.06.02), Acta Physica Polonica B (28.01.02, 09.05.02), Письма в ЖЭТФ (14.05.98, 17.06.02, 05.08.02), ЖЭТФ (27.01.99, 25.02.99, 13.04.00, 25.05.00, 16.05.01, 26.11.01, 05.07.02), ТМФ (29.04.99, 17.02.00, 29.05.00, 18.10.00), УФН (25.02.99, 12.01.00, 31.05.00), Физика (18.05.99, 15.10.99, 01.03.00, 25.05.00, 31.05.01, 24.11.01).

Материал этой заметки отклонялся arXiv'ом (21.01.02, 18.02.02, 02.06.02, 13.06.02).

Список литературы

1. Барабанов А.Л. Об угловом моменте в классической электродинамике. // Успехи физических наук. – 1993, **163**.- с.75-81.
2. Мандельштам Л.И. Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. - М.: Наука, 1972.- 440 с.
3. Ландау Л.Д. и Лифшиц Е.М. Теория поля. - М.: Наука, 1973.- 504 с.
4. Райдер Л. Квантовая теория поля. - М.: Мир, 1987.- 512 с.
5. Боголюбов Н.Н. и Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. - М.: ГИТТЛ, 1957.- 442с.
6. Фейнман Р, Лейтон Р, Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Вып. 6. - М.: Мир, 1977.- 347 с.
7. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Том 3, часть 2. - М.: Наука, 1996.- 320с.
8. Храпко Р.И. О функциях пути и законах сохранения. // Проблемы относительности в земных и космических условиях. - М.: МАИ, 1988. с.34-42.
9. Храпко Р.И. Лакунное определение тензоров энергии-импульса и спина. //Современные теоретические и экспериментальные проблемы теории относительности и гравитации. Всесоюзная конф., Ереван. 1988: Тез. докл. – Ереван, 1988. - с.228-229.
10. Храпко Р.И. Истинные тензоры энергии-импульса и спина однозначны. // Теоретические и экспериментальные проблемы общей теории относительности и гравитации. Российская гравитационная конф., Владимир. 1999: Тез. докл. – Москва, 1999. – с.47.
11. R.I. Khrapko. True energy-momentum tensor are unique. Electrodynamics spin tensor is not zero. – <http://ru.arXiv.org/abs/physics/0102084>.
12. R.I. Khrapko. Violation of the gauge equivalence. – <http://ru.arXiv.org/abs/physics/0105031>.
13. Р.И. Храпко.
Плотность спина электромагнитных волн. - <http://www.mai.ru> Труды МАИ, вып.3 (2001).
Спиновый момент импульса дипольного излучения. - <http://www.mai.ru> Труды МАИ, вып.6 (2001).
Внутренняя неполнота теории Максвелла. - <http://www.mai.ru> Труды МАИ, вып.9 (2002).
14. Khrapko R.I. Does plane wave not carry a spin. //Amer. J. Phys. – 2001, **69**.- p.405.
15. Darvin C.G. //Proc. Roy. Society. – 1932, **A136**.- p.36.
16. Humblet J. // Physica. – 1943, **10**.- p.585.
17. Crichton J. et al. // General Relativity and Gravitation. – 1990, **22**.- p.61.
18. Ohanian H.C. What is spin? // American Journal of Physics. – 1986, **54**.- p.500.
19. Джексон Д. Классическая электродинамика. - М.: Мир, 1965.- 524 с.
20. Вульфсон К.С. О моменте количества движения электромагнитных волн. // Успехи физических наук. – 1987, **152**.- с.667-674.
21. Beth R.A. Mechanical Detection and Measurement of the Angular Momentum of Light. // Physical. Rev. – 1936, **50**. – с.115-125.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

*Храпко Радий Игоревич, доцент кафедры физики Московского авиационного института
(Государственного технического университета), к.ф.-м.н. E-mail: khrapko_ri@hotmail.com*

121433, Москва, Б. Филевская, 43 – 92, т. 1446312