О Т З Ы В

официального оппонента о диссертационной работе Казаковой Анастасии Олеговны **«Математическое моделирование в задачах механики сплошных сред с использованием полигармонических уравнений и численные методы их решения»,** представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, трех приложений и списка литературы из 103 наименований. Работа изложена на 164 страницах машинописного текста.

1. Тема диссертации актуальна как в плане построения математических моделей новых классов задач механики сплошной среды, в частности, теории упругости и гидромеханики, так и в плане разработки эффективных численных методов исследований этих моделей и построения решений конкретных задач.

2. Изучению указанных проблем и посвящена диссертация Казаковой А.О., в которой в терминах полигармонических функций построены математические модели ряда задач теории упругости и гидромеханики для плоских и пространственных осесимметричных областей, и приведены численные методы решения этих задач.

В первой главе приводятся служащие предметом дальнейших исследований математические модели явлений механики сплошной среды: кручения стержня произвольного сечения, плоской задачи теории упругости, изгиба тонких упругих пластин, движения цилиндра в вязкой жидкости. Здесь же приводится классификация краевых задач для полигармонического уравнения.

Во второй главе диссертации, без привязки к какой-либо конкретной физической задаче, приводится метод приближенного решения основной краевой задачи для полигармонического уравнения в односвязной и двухсвязной плоской области, основанный на точном или приближенном конформном отображении круга или кольца на рассматриваемую область и выполнении краевых условий задачи в конечном числе отдельных точек границы области (коллокации). На основании сравнений приближенного и точного решений задачи для тригармонической функции в односвязной области, ограниченной лемнискатой Бута, и для бигармонической функции в двухсвязной оласти, ограниченной конфокальными эллипсам, делается вывод об эффективности метода.

Главы 3 и 4 посвящены построению алгоритма численного решения краевых задач для полигармонической функции в плоской и пространственной осесимметричной области методом граничных элементов и решению этим методом указанных выше задач теории упругости и гидромеханики. Метод основан на полученной в работе интегральной формуле Грина для полигармонических функций, позволяющей свести рассматриваемые краевые задачи сначала к интегральным уравнениям на границе области, а затем – к системе линейных алгебраических уравнений относительно значений искомых функций в отдельных точках границы области. Указан способ вычисления коэффициентов и свободных членов системы, а в наиболее часто встречаемых на практике случаях гармонической и бигармонической функции получены точные аналитические формулы для них. Проведены тщательные исследования по обоснованию метода граничных элементов применительно к краевым задачам для полигармонического уравнения. Несомненно, эти исследования относятся к преимуществам работы. А большое количество конкретных задач теории упругости и гидромеханики, решенных в последней главе разработанным в работе методом, свидетельствует о высокой эффективности этого метода.

Разработанный алгоритм решения краевых для полигармонического уравнения оформлен в виде комплекса программ, приведенных в приложении В. Они органично дополняют банк программ для численного решения новых задач механики сплошной среды и математической физики.

Все эти перечисленные основные **результаты диссертации являются новыми** и представляют собой непосредственное развитие и обобщение результатов предшествующих исследователей по указанной выше проблеме.

3. Основные положения и результаты диссертации строго научно обоснованы. Их **достоверность сомнений не вызывает**. Все вычисления и рассуждения проделаны аккуратно и тщательно выверены. Решения всех задач всесторонне проанализированы. Применяемые в работе методы в большинстве теоретически обоснованы, разделы диссертации между собой логически связаны, структура работы последовательная. Оформление работы грамотное и методически продуманное. Теоретические исследования подкреплены конкретными числовыми примерами, подтверждающими конструктивизм предложенных в диссертации методов решения краевых задач для полигармонического уравнения в плоском и пространственном осесимметричном случае.

4. Результаты работы **имеют теоретическую и практическую ценность.** Теоретическую ценность представляют построенные в работе математические модели механики сплошной среды, методы их исследования и результаты по полигармоническим функциям. Практическую ценность представляют алгоритмы численного решения краевых задач для полигармонических функций и построенные на их основе решения конкретных задач.

5. Замечаний принципиального характера по диссертации у меня нет. Есть несколько замечаний, которые на ценность диссертации не влияют.

1) Крайне сжатый обзор литературы по изучаемой проблеме. Стоило более подробно описать хотя бы бигармоническую проблему или сослаться на какую-нибудь работу, где это сделано. Например, на обзор Мелешко В.В. [Meleshko V.V. Selected topics in the theory of the two-dimensional biharmonic problem. – Applied Mechanics Reviews. 2003. V. 56], который содержит более 700 работ на наиболее существенные результаты за последние два века.

2) Отсутствие исследований по сходимости рядов, используемых для решения рассматриваемых задач в главе 2. На каком месте можно обрывать эти ряды для получения решения с требуемой точностью?

3) Для подтверждения эффективности применяемых в диссертации методов результаты численных решений большинства примеров сравниваются с выбранными самим автором эталонными аналитическими решениями. Было бы хорошо сравнить эти результаты с результатами других авторов.

4) Не совсем понятен смысл приложений А и Б, ибо приведенные в них свойства интеграла Стилтьеса и биполярных координат практически не применятся в диссертации? Если это сделано для увеличения объема диссертации, то зря. Диссертация и без того сильно перегружена как теоретическим материалом, так и решениями большого числа разнообразных задач.

5) Можно ли обобщить предложенные в работе методы решения краевых задач с условиями одного типа вдоль всей границе области на случай смешанных краевых задач для полигармонических функций?

6. Основные результаты диссертации отражены в 11 работах, из которых 4 опубликованы в журналах из списка ВАК России. Результаты достаточно апробированы. Автореферат правильно отражает содержание диссертации. Диссертация по тематике, методам исследований и полученным результатам соответствует специальности 05.13.18 - «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Заключение. Диссертация Казаковой А.О. представляет собой законченную научно-исследовательскую работу, в которой в терминах полигармонических функций построены математические модели ряда задач теории упругости и гидромеханики для плоских и пространственных осесимметричных областей, и разработаны численные методы этих задач. Диссертация **удовлетворяет всем требованиям ВАК России, предъявляемым к кандидатским диссертациям**, и свидетельствует о высокой научной квалификации ее автора – Казаковой Анастасии Олеговны, которой вполне **может быть присуждена ученая степень кандидата физико-математических наук** по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Официальный оппонент
доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры высшей математики ФГБОУ ВПО «Российский государственный университет нефти и газа имени И.М. Губкина»

Сильвестров Василий Васильевич

Адрес: 119991, г. Москва, Ленинский просп., д. 65, корп. 2
Тел.: (499) 135-73-46
E-mail: v-silvestrov@yandex.ru

Собственноручную подпись *Сильвестрова В.В.* заверяю.

Начальник отдела кадров РГУ
нефти и газа имени И.М.Губкина Лопатина Н.С.