

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Московский авиационный институт (национальный исследовательский  
университет)»

На правах рукописи



НГУЕН ДИЕН НГОК

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИЙ МЕЖПЛАНЕТНЫХ ПЕРЕЛЕТОВ КА С  
ЭЛЕКТРОРАКЕТНОЙ ДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКОЙ С УЧЕТОМ  
НЕШТАТНОГО ВРЕМЕННОГО ВЫКЛЮЧЕНИЯ ДВИГАТЕЛЯ

Специальность 05.07.09

Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов

Диссертация

на соискание ученой степени кандидата технических наук

Москва – 2015

## СОДЕРЖАНИЕ

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И ОБОЗНАЧЕНИЙ .....	5
ВВЕДЕНИЕ .....	8
1 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С ЭЛЕКТРОРАКЕТНОЙ ДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКОЙ .....	18
1.1 Общий подход к описанию движения КА с электроракетной двигательной установкой при исследовании межпланетной траектории.....	18
1.2 Уравнения оптимального движения космического аппарата с электроракетной двигательной установкой .....	19
1.3 Заключение по разделу.....	22
2 ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ.....	23
2.1 Метод интегрирования систем обыкновенных дифференциальных уравнений .....	23
2.2 Метод продолжения по параметру при решении краевых задач .....	24
2.3 Заключение по разделу.....	26
3 ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ МЕЖПЛАНЕТНОЙ ТРАЕКТОРИИ.....	27
3.1 Формулировка задачи проектирования межпланетной траектории .....	27
3.2 Формулировка краевой задачи принципа максимума при проектировании межпланетной траектории с гравитационным маневром .....	28
3.3 Заключение по разделу.....	30
4 АНАЛИЗ БАЛЛИСТИЧЕСКИХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПАРИРОВАНИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ, СВЯЗАННЫХ С ВРЕМЕННЫМ НЕШТАТНЫМ ВЫКЛЮЧЕНИЕМ ЭРДУ .....	31
4.1 Общая постановка задача .....	31
4.2 Постановка задачи оценки требуемого для перелета топлива для произвольного момента нештатного выключения ЭРДУ и произвольной длительности этого выключения .....	32
4.3 Постановка задачи анализа требований при парировании возможного нештатного выключения ЭРДУ на номинальной траектории с дополнительно вводимыми пассивными участками.....	33
4.3.1 Необходимость введения пассивного участка в конце гелиоцентрического перелета для рассматриваемой схемы полета.....	33
4.3.2 Оптимизация траектории гелиоцентрического перелета при дополнительно вводимом пассивном участке в конце гелиоцентрического перелета.....	34
4.3.3 Оптимизация траектории гелиоцентрического перелета при нескольких дополнительно вводимых пассивных участках на траектории гелиоцентрического перелета.....	34
4.3.4 Формулировка оптимизационной возмущенной задачи.....	35
4.4 Оптимизация характеристик вводимых пассивных участков. Постановка задачи оптимизации траектории при максимизации допустимого времени нештатного выключения двигателя .....	36

4.5 Используемые приемы в алгоритме оптимизации характеристик вводимых пассивных участков .....	39
4.6 Заключение по разделу.....	40
5 АНАЛИЗ ТРАЕКТОРИИ ЗЕМЛЯ – ЗЕМЛЯ – ВЕНЕРА В РАМКАХ ПРОЕКТА ИССЛЕДОВАНИЯ СОЛНЦА.....	42
5.1 Общая схема перелёта КА к Венере.....	43
5.2 Номинальная траектория, полученная по критерию максимальной конечной массы КА .....	44
5.3 Анализ требований при парировании возможного нештатного выключения ЭРДУ на номинальной траектории с выбором оптимальной даты старта .....	47
5.3.1 Анализ требований при парировании возможного нештатного выключения ЭРДУ на номинальной траектории с пассивным участком в конце гелиоцентрического перелёта.....	47
5.3.2 Анализ требований при парировании возможного нештатного выключения ЭРДУ на номинальной траектории с дополнительным пассивным участком .....	52
5.3.3 Характеристики номинальной траектории с одним дополнительным пассивным участком.....	57
5.4 Анализ требований при парировании возможного нештатного выключения ЭРДУ на номинальной траектории с выбором оптимальной даты старта и величины гиперболического избытка скорости при отлете от Земли.....	60
5.4.1 Анализ требований при парировании возможного нештатного выключения ЭРДУ на номинальной траектории с пассивным участком в конце гелиоцентрического перелёта.....	60
5.4.2 Анализ требований при парировании возможного нештатного выключения ЭРДУ на номинальной траектории с одним дополнительным пассивным участком .....	67
5.4.3 Анализ траектории с одним дополнительным пассивным участком, выбранной по критерию максимальной продолжительности допустимого нештатного выключения ЭРДУ .....	70
5.4.4 Анализ требований при парировании возможного нештатного выключения ЭРДУ на номинальной траектории с двумя дополнительными пассивными участками.....	76
5.5 Характеристики траектории с двумя дополнительными пассивными участками, оптимизированной по критерию максимальной допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя при ограничении сверху требуемого запаса топлива..	83
5.6 Заключение по разделу.....	87
6 АНАЛИЗ ТРАЕКТОРИИ ЗЕМЛЯ – ЗЕМЛЯ – ЮПИТЕР.....	90
6.1 Транспортная система. Анализируемая схема перелёта КА к Юпитеру.....	91
6.2 Номинальная траектория, оптимальная по величине конечной массы КА .....	91
6.3 Введение дополнительного пассивного участка в конце траектории перелета и выбор его продолжительности .....	94
6.3.1 Вариант с длительностью вводимого последнего пассивного участка 10 суток .....	95
6.3.2 Вариант с длительностью вводимого последнего пассивного участка 15 суток .....	97
6.3.3 Вариант с длительностью вводимого последнего пассивного участка 20 суток ...	100

6.3.4 Сравнительный анализ вариантов траектории с различной длительностью вводимого последнего пассивного участка.....	103
6.4 Анализ требований при парировании возможного нештатного выключения ЭРДУ на траектории с двумя дополнительными пассивными участками .....	104
6.5 Характеристики траектории с двумя вводимыми пассивными участками, оптимизированной по критерию максимальной допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя, при ограничении сверху требуемого расхода топлива .....	110
6.6 Заключение по разделу .....	113
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	114
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	116

## СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И ОБОЗНАЧЕНИЙ

ГМ	- гравитационный маневр;
ДУ	- двигательная установка;
КА	- космический аппарат;
МГНП	- метод грависфер нулевой протяженности;
ПЛ	- планета назначения;
РБ	- разгонный блок;
РН	- ракета-носитель;
ХРБ	- химический разгонный блок;
ЭРД	- электроракетный двигатель;
ЭРДУ	- электроракетная двигательная установка;
$a$	– большая полуось;
$\mathbf{a}$	– вектор возмущающего ускорения; вектор реактивного ускорения;
$a = P/m$	– величина реактивного ускорения;
$a_{ob}$	– безразмерная величина начального реактивного ускорения;
$e$	– эксцентриситет; элемент вектора неизвестных параметров краевой задачи;
$E$	– эксцентрическая аномалия;
$\mathbf{e}, \mathbf{e}_p$	– единичный вектор, направленный вдоль вектора тяги;
$\mathbf{f}$	– вектор невязок краевой задачи;
$g_0 = 9.80665 \text{ м/с}^2$	– стандартное ускорение свободного падения;
$H$	– гамильтониан;
$i$	– наклонение;
$I_{уд}$	– удельный импульс тяги;
$J$	– функционал задачи оптимального управления;
$m$	– масса КА;
$M^*$	– масштаб массы;
$P$	– величина реактивной тяги,
$p$	– фокальный параметр;

$Q$  – матрица поворота для учета вращения Земли и движения плоскости земного экватора;

$\mathbf{r}$ – вектор положения КА;

$r$ – удаление КА от притягивающего центра,

$\mathbf{r}_E$  – радиус вектор Земли в гелиоцентрической эклиптической системе координат;

$\mathbf{r}_p$  – вектор положения удаленного небесного тела;

$r_p$  – радиус перицентра пролетной планетоцентрической орбиты;

$T$  – длительность перелета;

$t$  – время;

$t_\mu$  – моторное время;

$\mathbf{V}_\infty$ – вектор гиперболического избытка скорости;

$V^*$  – масштаб скорости;

$V_{\text{хар}}, V_x$  – характеристическая скорость;

$w$  – скорость истечения ЭРДУ;

$w_b$  – безразмерный удельный импульс ЭРДУ;

$\mathbf{x}$  – вектор неизвестных параметров краевой задачи;

$\mu$ – гравитационный параметр притягивающего центра;

$\Omega$ – долгота восходящего узла;

$\tau$ – параметр продолжения;

$\beta$ – угол поворота вектора асимптотической скорости при гравитационном маневре;

$\psi$ – угол рысканья;

$\vartheta$ – угол тангажа;

$\delta$ – функция включения двигателя ( $\delta=1$  или  $0$ );

$\psi, \psi_s$ – функция переключения;

$\mu_E$  – гравитационная постоянная Земли;

$\mu_S$  – гравитационная постоянная Солнца;

$\lambda_r$ – сопряженный вектор к радиусу вектору КА;

$\lambda_V$  – сопряженный вектор к вектору скорости КА;

Индексы:

0 – индекс, относящийся к начальному моменту времени;

$f$  – индекс, относящийся к конечному моменту времени;

$lamb$  – индекс, относящийся к решению задачи Ламберта;

max – максимальный;

min – минимальный;

$p, \pi$  – индекс, относящийся к перицентру;

КА – индекс, относящийся к КА;

пл. – индекс, относящийся к планете;

ЭРДУ – индекс, относящийся к ЭРДУ;

$\infty$  – асимптотический;

$\tau$  – индекс, относящийся к текущему значению параметра продолжения;

«+» – индекс, относящийся к отлетной от планеты характеристике;

«-» – индекс, относящийся к подлетной к планете характеристике;

## **ВВЕДЕНИЕ**

Электроракетная двигательная установка (ЭРДУ) широко применяется для обеспечения транспортных космических операций. В настоящее время при разработке новых космических программ происходит смещение акцента в сторону более широкого использования электроракетных двигателей в качестве маршевых двигателей, двигателей ориентации и коррекции траектории. Особенно актуальным использование ЭРДУ становится для космических проектов, использующих длительные энергоемкие перелеты, для проектов со значительными характеристическими скоростями [2].

Для энергонапряженных космических маневров массовая отдача КА становится очень малой и целесообразно перейти к использованию двигателей с более высокими значениями удельного импульса. Такими двигателями и являются электроракетные двигатели [15].

По мнению авторов [6] ЭРДУ имеет следующие достоинства:

- ✓ высокое значение удельного импульса;
- ✓ большой ресурс непрерывной работы;
- ✓ управляемый вектор тяги;
- ✓ высокую эффективность и надежность;
- ✓ способность высокоэффективно функционировать в достаточно широком диапазоне располагаемой мощности.

Одной из наиболее красивых идей механики космического полета, позволяющих существенно улучшить энергомассовые характеристики КА, является идея использования гравитационных маневров у различных небесных тел Солнечной системы. В работе анализируются схемы полета, в которых на первом этапе межпланетного перелёта используется гравитационный маневр у Земли. Рассматриваются такие схемы полета, для которых при старте с низкой околоземной орбиты химический разгонный блок обеспечивает небольшой

гиперболический избыток скорости (до 1000 м/с). Затем с помощью солнечной электроракетной двигательной установки реализуется гелиоцентрическая траектория Земля – Земля с большой величиной гиперболического избытка скорости при подлете к Земле. Реализуемый гравитационный маневр у Земли обеспечивает широкий диапазон вектора гелиоцентрической скорости отлета от Земли и поэтому большие транспортные возможности КА.

Таким образом, в настоящей работе анализируется возможность использовать высокоэффективный двигатель (ЭРДУ) при эффективной схеме межпланетного перелета с гравитационным маневром у Земли. В работе разрабатываются математические модели проектно-баллистического анализа, методы оптимизации траекторий межпланетного перелета. Рассматривается проблема проектирование траекторий межпланетного перелета с учетом возможности парирования возмущений траектории, связанных с возможным нештатным выключением ЭРДУ. Результаты такого проектирования могут быть использованы для проектирования систем КА (бортового комплекса управления, командно-измерительной системы, ЭРДУ, системы обеспечения теплового режима и др.). Результаты исследования должны использоваться при разработке бортового и наземного программно-математического обеспечения для управления полетом, подготовки полетного задания, сопровождения полета КА с ЭРДУ и анализа телеметрической и целевой информации, полученной с КА [40].

**Актуальность** представляемой работы определяется:

- целесообразностью повышения эффективности выполнения транспортных космических маневров с использованием электроракетных двигательных установок благодаря их высокому удельному импульсу;
- необходимостью разработки математических моделей, описывающих траектории межпланетных КА с электроракетной двигательной установкой при использовании схемы межпланетного маневра, при которой на первом этапе гелиоцентрического перелета используется гравитационный маневр у Земли; и методов оптимизации таких траекторий;

- необходимостью учета при проектировании межпланетной траектории КА с ЭРДУ возможности временного нештатного выключения двигателя в любой момент любого активного участка траектории.

**Основными целями** диссертационной работы являются:

- анализ баллистической возможности парирования возмущений траектории межпланетного перелета КА с ЭРДУ, связанных с временной невозможностью штатного использования ЭРДУ на участках гелиоцентрического перелета;

- формулировка задачи проектирования траектории межпланетного перелета космического аппарата с электроракетной двигательной установкой с учетом возможности нештатного выключения двигателя в любой точке любого активного участка траектории;

- разработка методики нахождения оптимальной траектории, реализация которой возможна при наибольшей допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя.

**Объект исследования** – траектория межпланетного перелета космических аппаратов с электроракетными двигательными установками и гравитационным маневром.

**Предметом исследования** являются математические модели для расчета и оптимизации межпланетной траектории космического аппарата с электроракетной двигательной установкой при использовании гравитационного маневра у Земли.

**Основная идея работы** – при проектировании межпланетной траектории космического аппарата с электроракетной двигательной установкой необходимо анализировать возможность парирования возмущения от возможного временного нештатного выключения ЭРДУ на гелиоцентрической траектории КА. В работе предложены приемы, которые могут обеспечить возможность парировать возмущения траектории от нештатного выключения ЭРДУ достаточно большой продолжительности.

**Научная новизна** полученных в работе результатов заключается в следующем:

- Сформулирована новая постановка задачи проектирования траектории межпланетного перелета КА с ЭРДУ, анализирующая возможность парирования возмущений, связанных с временным нештатным выключением двигателя в любой точке любого активного участка гелиоцентрической траектории.

- Предложен подход к проектированию межпланетной траектории КА с ЭРДУ, учитывающий необходимость парирования возмущений, связанных с нештатным временным выключением двигателя. Он основан на введении дополнительных пассивных участков на траектории гелиоцентрического перелета с выбором их характеристик (определяющих их положение и продолжительность), а также с выбором величины гиперболического избытка скорости при старте от Земли и даты старта.

- Разработан новый метод оптимизации траектории межпланетного перелета КА с ЭРДУ с учетом необходимости парирования возмущений, связанных с временным нештатным выключением двигателя в любой точке любого активного участка гелиоцентрической траектории. При этом критерием оптимизации рассматривается допустимая длительность нештатного выключения двигателя в любой точке любого активного участка. Эта длительность максимизируется.

- Разработан метод проектирования межпланетной траектории КА с ЭРДУ, при реализации которой допускается достаточно большая продолжительность временного нештатного выключения двигателя.

Используется три постановки задачи оптимизации (проектирования) траектории.

1. Первая (начальная) постановка мало отличается от постановки, которая может быть названа традиционной для анализируемой схемы межпланетного перелета. **Критерием оптимальности** в этой поставке рассматривается

**конечная масса КА** (масса, доставляемая в окрестность планеты назначения). Эта масса максимизируется.

В этой постановке обеспечивается «сквозная оптимизация» траектории перелета, включающая:

- оптимизацию даты старта;
- оптимизацию величины и направления вектора гиперболического избытка скорости при старте от Земли. Этот вектор обеспечивается химическим разгонным блоком при старте с низкой околоземной орбиты;
- оптимизацию программы управления движением КА на гелиоцентрическом участке траектории. Эта программа включает закон включения – выключения ЭРДУ и закон, определяющий направление вектора тяги этой двигательной установки;
- оптимизацию характеристик гравитационного маневра у Земли.

2. При анализе конкретного варианта характеристик нештатного выключения ЭРДУ используется постановка, при которой **критерием оптимизации рассматривается требуемый для перелета запас топлива ЭРДУ**. Оптимизируется программа движения КА после восстановления возможности включения ЭРДУ в некоторый момент  $t$ . Оптимизируемая программа включает:

- оптимизацию закона включения – выключения ЭРДУ на траектории дальнейшего гелиоцентрического перелета (позже момента  $t$ );
- оптимизацию закона, определяющего направление вектора тяги ЭРДУ на траектории дальнейшего гелиоцентрического перелета;
- оптимизацию характеристик гравитационного маневра у Земли.

3. Для итоговой постановки критерием оптимизации выбирается *допустимое время нештатного выключения двигателя в любой точке любого активного участка траектории гелиоцентрического перелета*. Ищется максимум этого допустимого времени. При этом учитывается ограничение типа неравенства на требуемую для перелета массу топлива. *Масса топлива считается ограниченной сверху* заданной величиной. Предполагается возможность учета ограничения типа неравенства на конечную массу КА. Эта масса ограничивается снизу заданной величиной. Выбираемыми (оптимизируемыми) характеристиками при этом рассматриваются характеристики вводимых пассивных участков (их расположение на гелиоцентрической траектории и продолжительность).

Указанные две последние постановки являются новыми нетрадиционными.

**Методология и методы исследования.** Задача сквозной оптимизации траектории межпланетного перелета КА формулируется с использованием подхода, основанного на принципе максимума Л. С. Понтрягина. Принцип максимума позволяет свести задачу определения оптимальных программ управления вектором тяги ЭРДУ КА к конечномерной краевой задаче относительно небольшой размерности для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Для решения краевой задачи используется метод продолжения по параметру. Сущность метода продолжения заключается в формальной редукции рассматриваемой краевой задачи к задаче Коши.

До настоящего времени при проектировании траектории КА с ЭРДУ не анализировалось требование парирования возмущения траектории, вызванного возможным временным нештатным выключением двигателя. Но траектория гелиоцентрического перелета КА с ЭРДУ может быть весьма напряженной. При этом нештатная работа ЭРДУ (например, необходимость её выключения на некоторое время) может привести к невозможности выполнения транспортной

задачи. Это обстоятельство должно учитываться при проектировании траектории.

Проведенный в настоящей работе анализ показал, что, если номинальная проектируемая межпланетная траектория КА с ЭРДУ получена без учета возможного выключения двигателя, то, в лучшем случае, «перестройкой» закона управления движением КА удастся парировать только небольшие возмущения, вызываемые нештатным выключением двигателя очень малой продолжительности. Этим обосновывается необходимость оценки максимально допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя, необходимость выбора номинальной траектории с учетом требования по достаточно большой продолжительности нештатного выключения двигателя.

**Практическая значимость работы** заключается в следующем:

1. На основе разработанных математических моделей и численных методов разработан комплекс программно-математического обеспечения для оптимизации межпланетных траекторий КА, оснащенных электроракетными двигательными установками, при использовании гравитационного маневра у Земли.

2. Идея необходимости проектирования траекторий КА с ЭРДУ с учетом возможности парирования возмущений, связанных с возможным нештатным выключением двигателя, должна найти широкое использования в практике анализа проектов межпланетных КА с ЭРДУ.

3. Введение дополнительных пассивных участков проектируемой траектории межпланетного перелета КА с ЭРДУ является приемом, который может позволить обеспечить возможность парирования возмущений, связанных с нештатным выключением двигателя большой длительности.

4. Разработанный метод нахождения номинальной траектории с обеспечением достаточно большой допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя в любой точке любого активного участка может быть использован для анализа различных проектов транспортных маневров КА с ЭРДУ.

5. Имеют практическое значение полученные в работе качественные и количественные результаты анализа выведения КА на гелиоцентрическую орбиту для исследования Солнца с использованием гравитационного маневра у Земли и серии гравитационных маневров у Венеры. В работе рассмотрена транспортная система на базе ракеты-носителя «Союз 2.1б», химического разгонного блока «Фрегат» и ЭРДУ с двумя параллельно работающими двигателями типа RIT-22. Показано, что, использование предлагаемых приемов и методов проектирования траектории позволяет обеспечить возможность парирования возмущений, связанных с нештатным временным выключением двигателя в любой точке траектории гелиоцентрического перелета длительностью до 7.9 суток.

6. При анализе проекта полета к Юпитеру с гравитационным маневром у Земли для космической транспортной системы на базе ракеты-носителя «Союз 2.1б», химического разгонного блока «Фрегат» и ЭРДУ с тремя параллельно работающими двигателями типа RIT-22, проанализирована возможность парирования возмущений, связанных с временным нештатным выключением ЭРДУ. Показано, что оптимизация характеристик траектории перелета Земля – Земля дает возможность допустить нештатное выключение двигателя продолжительностью до 2.8 суток.

**Апробация результатов работы.** Методы и результаты оптимизации схемы межпланетного перелета с использованием гравитационного маневра у Земли для КА с ЭРДУ обсуждались на трех конференциях:

- На конференции «Инновации в авиации и космонавтике», Москва, апрель 2014;
- На XLIX научных чтениях памяти К.Э. Циолковского, Калуга, сентябрь 2014;
- На 13-ой международной конференции «Авиация и космонавтика», Москва, ноябрь 2014.

Результаты работы используются в учебном процессе кафедры "Космические системы и ракетостроение" Московского авиационного института (национального исследовательского университета).

### **Научные положения, выносимые на защиту**

1. Подход к проектированию межпланетной траектории КА с ЭРДУ, учитывающий необходимость парирования возмущений, связанных с нештатным временным выключением двигателя.

2. Метод оптимизации траектории межпланетного перелета КА с ЭРДУ с учетом необходимости парирования траекторных возмущений, связанных с временным нештатным выключением двигателя в любой точке любого активного участка гелиоцентрической траектории.

3. Комплекс программно-математического обеспечения для оптимизации межпланетных траекторий КА, оснащенных электроракетными двигательными установками, при использовании гравитационного маневра у Земли.

4. Качественные и количественные результаты проектно-баллистического анализа выведения КА на гелиоцентрическую орбиту для исследования Солнца с использованием гравитационного маневра у Земли и серии гравитационных маневров у Венеры для транспортной системы на базе ракеты-носителя «Союз 2.1б», химического разгонного блока «Фрегат» и ЭРДУ с двумя параллельно работающими двигателями типа RIT-22 с учетом обеспечения большой допустимой продолжительности нештатного выключения ЭРДУ.

5. Качественные и количественные результаты проектно-баллистического анализа полета к Юпитеру с гравитационным маневром у Земли для транспортной системы на базе ракеты-носителя «Союз 2.1б», химического разгонного блока «Фрегат» и ЭРДУ с тремя параллельно работающими двигателями типа RIT-22 с учетом обеспечения большой допустимой продолжительности нештатного выключения ЭРДУ.

**Достоверность научных результатов** подтверждается:

- использованием строгих математических методов при разработке моделей, описывающих анализируемые траектории КА и оптимальное управление его движением;
- использованием апробированных численных методов для решения систем дифференциальных уравнений;
- использованием при оптимизации траектории КА полного набора необходимых условий оптимальности принципа максимума;
- совпадением результатов анализа оптимальных гелиоцентрических траекторий с ЭРДУ, выполненных с помощью разработанных в диссертационной работе методов, с опубликованными результатами других авторов;
- сравнительным анализом результатов оптимизации траектории с учетом нештатного временного выключения двигателя с результатами оптимизации траектории без учета этого выключения.

#### **Публикации автора по теме диссертации**

Основные результаты опубликованы в 7 работах [19, 20, 21, 22, 23, 24, 34], из которых 4 [19, 20, 21, 23] – в изданиях из списка ВАК Минобрнауки.

**Объем диссертации.** Работа состоит из введения, шести глав, заключения и списка использованных источников. Диссертация содержит 122 страницы, 51 рисунок, 15 таблиц. Список использованных источников содержит 66 наименований.

# **1 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С ЭЛЕКТРОРАКЕТНОЙ ДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКОЙ**

В разделе представлена математическая модель, описывающая движение космического аппарата с электроракетной двигательной установкой. Анализируются схемы межпланетного перелета с гравитационным маневром у Земли. Траектория межпланетного перелета включает следующую последовательность участков:

- Геоцентрический участок при старте от Земли (стартовый околоземной участок);
- Участок гелиоцентрического перелета Земля – Земля;
- Участок геоцентрического перелета при гравитационном маневре у Земли;
- Участок гелиоцентрического перелета КА после гравитационного маневра у Земли (например, полет в окрестность планеты назначения или в окрестность промежуточной планеты, у которой предполагается следующий гравитационный маневр).

Приведем математическую модель, описывающую проектируемую оптимальную траекторию межпланетного перелета.

## **1.1 Общий подход к описанию движения КА с электроракетной двигательной установкой при исследовании межпланетной траектории**

Участки межпланетной траектории в рамках метода грависфер нулевой протяженности анализируются с использованием следующих предположений.

*Стартовый околоземной участок* анализируется в рамках импульсной аппроксимации работы химического разгонного блока, обеспечивающего гиперболический избыток скорости отлета от Земли.

*Участок гелиоцентрического перелета Земля – Земля* реализуется с использованием ЭРДУ. Для анализа гелиоцентрических участков траектории

управляемого движения межпланетных КА с ЭРДУ используются уравнения движения, записанные в гелиоцентрической эклиптической системе координат (ГЭСК).

На этом участке траектории программа полета КА (закон включения - выключения ЭРДУ, программы, определяющие направление тяги ЭРД) оптимизируется с использованием необходимых условий оптимальности принципа максимума. Нахождение траектории сводится к решению краевой задачи.

*Участок гравитационного маневра у Земли* анализируется в предположении, что на нем не работает маршевый двигатель КА. В этих условиях выбираемыми параметрами гравитационного маневра рассматриваются два параметра. Первый из них определяет угол поворота асимптоты гиперболы при гравитационном маневре (он связан с высотой перигея пролетной гиперболы). Второй параметр определяет положение плоскости пролетной гиперболы. Анализ этого участка дает возможность записать граничные условия для краевой задачи предыдущего участка (гелиоцентрического перелета Земля-Земля).

*Участок гелиоцентрического перелета после гравитационного маневра у Земли* анализируется в предположении, что на нем не работает маршевый двигатель КА. При этом гелиоцентрическая траектория КА определяется решением уравнения Ламберта. Основными характеристиками участка являются дата гравитационного маневра у Земли и время рассматриваемого гелиоцентрического перелета. При этом характеристики движения планет (для всех этапов исследования) определяются с использованием эфемерид DE405.

## **1.2 Уравнения оптимального движения космического аппарата с электроракетной двигательной установкой**

Для уменьшения вычислительной ошибки при численном интегрировании уравнений движения КА в модели его движения используются

безразмерные переменные. При этом за единицу расстояния принята 1 астрономическая единица (а.е.), за единицу ускорения принято гравитационное ускорение от Солнца на расстоянии 1 а.е. Система уравнений движения КА в гелиоцентрической эклиптической системе координат (ГЭСК) может быть записана так:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\mathbf{r}}{dt} &= \mathbf{V}, \\ \frac{d\mathbf{V}}{dt} &= -\frac{\mathbf{r}}{r^3} + \frac{a_{ob} \cdot \delta}{1 - \frac{a_{ob}}{w_b} t_m} \cdot \mathbf{e}, \\ \frac{dt_m}{dt} &= \delta, \end{aligned} \right\}$$

где  $\mathbf{r}$  - радиус вектор КА (безразмерный) в ГЭСК;  $\mathbf{V}$  - вектор гелиоцентрической скорости КА (безразмерный);  $\mathbf{e}$  - орт вектора реактивной тяги;  $\delta$  – функция включения-выключения двигателя ( $\delta = 1$  при включенной ЭРДУ, и  $\delta = 0$  при неработающей ЭРДУ);  $a_{ob}$  - безразмерная величина начального реактивного ускорения;  $w_b$  - безразмерный удельный импульс ЭРДУ;  $t_m$  - безразмерное моторное время. В качестве инерциальной декартовой системы координат обычно используется система координат J2000.

Задача состоит в нахождении оптимальных программ  $\delta(t)$  и  $\mathbf{e}(t)$ , обеспечивающих выполнение граничных условий для системы уравнений движения и доставляющих максимум конечной массы КА. Функция Гамильтона может быть записана в следующем виде:

$$H = (\lambda \mathbf{v}, \frac{d\mathbf{V}}{dt}) + (\lambda \mathbf{r}, \frac{d\mathbf{r}}{dt}) + \lambda t_m \cdot \frac{dt_m}{dt} = \left( \lambda \mathbf{v}, \left( -\frac{\mathbf{r}}{r^3} + \frac{a_{ob} \cdot \delta}{1 - \frac{a_{ob}}{w_b} t_m} \cdot \mathbf{e} \right) \right) + (\lambda \mathbf{r}, \mathbf{V}) + \lambda t_m \cdot \delta,$$

где  $\lambda \mathbf{r}$ ,  $\lambda \mathbf{V}$  - вектора, сопряженные векторам положения и скорости КА;  $\lambda t_m$  - сопряженная к моторному времени переменная.

Оптимальное управление находится из условия максимума гамильтониана

Н по управлениям  $\delta$  и  $\epsilon$ :

$$\epsilon^{opt} = \frac{\lambda v}{\lambda v}, \quad \delta^{opt} = \begin{cases} 1, & \text{если } \Pi > 0; \\ 0, & \text{если } \Pi \leq 0. \end{cases}$$

где  $\lambda v = |\lambda v|$ ,

$$\Pi = \frac{a_{ob}}{1 - \frac{a_{ob}}{w_b} t_m} \cdot \lambda V + \lambda t_m - \text{функция переключения двигателя.}$$

Производные по времени для сопряженных переменных получаем дифференцированием гамильтониана по фазовым переменным. После этого полная система уравнений, включающая уравнения для фазовых и сопряженных переменных, может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{V}, \\ \frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\frac{\mathbf{r}}{r^3} + \frac{a_{ob} \cdot \delta}{1 - \frac{a_{ob}}{w_b} t_m} \cdot \frac{\lambda \mathbf{v}}{\lambda v}, \\ \frac{dt_m}{dt} = \delta, \\ \frac{d\lambda \mathbf{v}}{dt} = -\lambda \mathbf{r}, \\ \frac{d\lambda \mathbf{r}}{dt} = \frac{\lambda \mathbf{v}}{r^3} - \frac{3 \cdot \mathbf{r} \cdot (\lambda V_x \cdot x + \lambda V_y \cdot y + \lambda V_z \cdot z)}{r^5}, \\ \frac{d\lambda t_m}{dt} = -\frac{a_{ob}^2}{\left(1 - \frac{a_{ob}}{w_b} t_m\right)^2} \cdot \frac{\lambda v}{w_b} \cdot \delta, \end{cases} \quad (1.1)$$

Система (1.1) используется в данной работе при оптимизации гелиоцентрических траекторий, в частности для анализа свойств оптимальных траекторий в центральном гравитационном поле.

### **1.3 Заключение по разделу**

В разделе проанализирована общая схема рассматриваемого межпланетного перелета. Для участка гелиоцентрического перелета представлены уравнения оптимального движения космического аппарата с электроракетной двигательной установкой, полученные с использованием принципа максимума.

## 2 ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### 2.1 Метод интегрирования систем обыкновенных дифференциальных уравнений

При решении системы нелинейных дифференциальных уравнений требуется высокая точность интегрирования. Чтобы добиться такой точности использовался метод Рунге-Кутты высокого порядка с автоматическим выбором шага интегрирования [33].

Пусть правые части системы дифференциальных уравнений, разрешенных относительно первых производных от фазовых переменных  $y$  по независимому переменному  $x$  имеют вид  $f(x, y)$ . Положим, что

$$y(x+h) \approx y(x) + \sum_{i=1}^q p_i k_i(h) = z(h),$$

где коэффициенты  $k$  вычисляются последовательно по схеме:

$$k_1(h) = h \cdot f(x, y),$$

$$k_2(h) = h \cdot f(x + \alpha_2 \cdot h, y + \beta_{21} k_1(h)),$$

.....

$$k_q(h) = h \cdot f(x + \alpha_q h, y + \beta_{q1} k_1(h) + \dots + \beta_{qq-1} k_{q-1}(h))$$

Рассмотрим вопрос о выборе параметров  $\alpha_i, p_i, \beta_{ij}$ :

$$\alpha_2, \dots, \alpha_q; p_1, \dots, p_q; \beta_{ij}, 0 < j < i \leq q$$

Обозначим  $\varphi(h) = y(x+h) - z(h)$ . Предположим, что

$$\varphi(0) = \varphi'(0) = \dots = \varphi^{(s)}(0) = 0 \text{ при любых функциях } f(x, y), \text{ а}$$

$$\varphi^{(s+1)}(0) \neq 0 \text{ для некоторой функции } f(x, y).$$

Используя формулу Тейлора, можно записать следующее равенство (в нем  $0 < \theta < 1$ ):

$$\varphi(h) = \sum_{i=0}^s \frac{\varphi^{(i)}(0)}{i!} h^i + \frac{\varphi^{(s+1)}(\theta h)}{(s+1)!} h^{s+1}.$$

Величина  $\varphi(h)$  называется *погрешностью метода на шаге интегрирования*, а  $s$  – *порядком погрешности метода*.

В настоящей работе применялся модифицированный метод Рунге-Кутты-Вернера (“Verner's 8th and 9th Order Embedded Runge-Kutta Method”) [58]. Это метод восьмого и девятого порядка точности с количеством шагов 16. Метод позволяет на каждом шаге интегрирования оценить не только решение, но и ошибку интегрирования. Шаг интегрирования выбирается автоматически по заданной точности.

## **2.2 Метод продолжения по параметру при решении краевых задач**

С помощью принципа максимума оптимизационная задача сводилась к краевой задаче. Для решения краевой задачи в работе используется метод продолжения по параметру.

Метод продолжения по параметру является мощным численным методом решения системы трансцендентных уравнений. Метод при определенных свойствах исследуемой системы трансцендентных уравнений (высокой степени "гладкости системы"). При этом область сходимости к решению оказывается предельно широкой. Некоторые авторы основным достоинством метода продолжения по параметру считают глобальную сходимость [10]. Но условия для такой сходимости очень "жесткие", вряд ли они выполняются для рассматриваемых в настоящей работе краевых задач.

Рассматриваемый вариант метода продолжения для случая решения систем нелинейных уравнений был предложен Д.Ф. Давиденко [8] и М.К. Гавуриным [5]. Для рассматриваемой задачи оптимизации траекторий КА с малой тягой (то есть, для краевой задачи оптимального управления движением КА с малой тягой, редуцированной к краевой задаче с помощью принципа максимума Л.С. Понтрягина) применение этого метода впервые было предложено в работах В.Г. Петухова. [37]. В настоящей работе метод продолжения используется в том виде, как это предложил В.Г. Петухов [40].

Сущность метода продолжения заключается в формальной редукции рассматриваемой краевой задачи к задаче Коши для некоторой системы дифференциальных уравнений. Рассмотрим произвольную систему трансцендентных уравнений

$$\varphi(\mathbf{x}) = 0, \quad (2.1)$$

где  $\mathbf{x}$  – вектор неизвестных (для нашей задачи вектор неизвестных параметров краевой задачи).

При некотором начальном приближении для неизвестных параметров краевой задачи  $\mathbf{x}_0$  вычислим вектор невязок (2.1):

$$\varphi(\mathbf{x}_0) = \mathbf{c}. \quad (2.2)$$

где  $\mathbf{c}$  - вектор невязок при  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$ .

Введем в рассмотрение однопараметрическое семейство  $\varphi(\tau)$ , где  $\tau$  - параметр продолжения и рассмотрим уравнение:

$$\varphi(x) = (1 - \tau)\mathbf{c}, \quad (2.3)$$

относительно  $\mathbf{x}(\tau)$ . Очевидно, что  $\mathbf{x}(1)$  - решение уравнения (2.1). Продифференцируем уравнение (2.3) по  $\tau$  и разрешим его относительно  $d\mathbf{x}/d\tau$ , получим формальную редукцию уравнения (2.1) к задаче Коши:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{d\tau} &= -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\mathbf{x}}\right)^{-1} \mathbf{c}, \\ \mathbf{x}(0) &= \mathbf{x}_0, \quad 0 \leq \tau \leq 1. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Очевидно, что интегрируя уравнение (2.4) по  $\tau$  от 0 до 1 получаем решение системы.

В уравнении (2.4) очевидно, что при интегрировании его необходимо существование и невырожденность матрицы частных производных  $\partial\varphi/\partial\mathbf{x}$  на всем интервале продолжения  $\tau \in [0; 1]$ . Для вычисления матрицы чувствительности  $\partial\varphi/\partial\mathbf{x}$  применяется метод конечных разностей или метод комплексного шага. Последний метод обеспечивает высокую точность нахождения матрицы чувствительности.

### **2.3 Заключение по разделу**

В разделе описан используемый метод интегрирования системы обыкновенных дифференциальных уравнений - модифицированный метод Рунге-Кутты-Вернера (метод восьмого и девятого порядка точности с количеством шагов 16). Рассмотренный метод с переменным шагом интегрирования позволяет оценивать не только решение, но и ошибку интегрирования.

В разделе также описан метод продолжения по параметру, который в настоящей работе использовался для решения краевых задач. Этот метод основан на Ньютоновской гомотопии.

### **3 ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ МЕЖПЛАНЕТНОЙ ТРАЕКТОРИИ**

В разделе описан подход к оптимизации проектируемой траектории межпланетного перелета рассматриваемой схемы (схемы с гравитационным маневром у Земли).

Из рассматриваемой оптимизационной проблемы выделяется задача гелиоцентрического перелета к планете "назначения" после гравитационного маневра у Земли. Этот перелет рассматривается пассивным (на нем не предполагается включение маршевого двигателя) и анализируется с использованием решения уравнения Ламберта. Дата гравитационного маневра у Земли и время перелета на этом гелиоцентрическом участке определяются из требований по характеристикам подлетной скорости к планете назначения (например, ограничивается снизу или сверху величина гиперболического избытка скорости, она может, например, минимизироваться) и требований по вектору гиперболического избытка скорости при отлете от Земли после гравитационного маневра у неё. В некоторых случаях выбранные решения рассматриваются как однопараметрическое семейство решений на замкнутом диапазоне этого параметра, в других случаях выбирается одно рациональное решение, обеспечивающее хорошие условия подлета к планете назначения и небольшую величину гиперболического избытка скорости при гравитационном маневре у Земли. Будем описывать именно такой случай. При этом будем считать найденными дату гравитационного маневра у Земли и вектор гиперболического избытка скорости при отлете от Земли после гравитационного маневра у неё.

#### **3.1 Формулировка задачи проектирования межпланетной траектории**

Неизвестными характеристиками при проектировании рассматриваемого межпланетного перелета с маршрутом Земля - Земля - планета "назначения" в

рамках метода грависфер нулевой протяженности рассматриваются следующие характеристики:

- ✓ дата старта от Земли;
- ✓ дата проведения гравитационного маневра у Земли;
- ✓ дата подлёта КА к планете назначения;
- ✓ вектор гиперболического избытка скорости при старте от Земли;
- ✓ вектора, сопряженные к радиусу вектору и вектору скорости КА, в начале гелиоцентрического участка траектории Земля – Земля;
- ✓ параметры гравитационного маневра у Земли.

Тогда оптимизация анализируемой траектории может быть сведена к оптимизации движения КА на трех последовательных участках: геоцентрическом участке при старте от Земли, гелиоцентрическом перелете Земля - Земля, участке гравитационного маневра у Земли. Проводится сквозная оптимизация этих трех участков. Оптимизируемыми характеристиками являются:

- ✓ дата старта;
- ✓ вектор гиперболического избытка скорости при старте от Земли;
- ✓ закон включения - выключения ЭРДУ на гелиоцентрическом перелете Земля;
- ✓ программы по углам тангажа и рыскания на этом перелете;
- ✓ параметры гравитационного маневра у Земли.

### **3.2 Формулировка краевой задачи принципа максимума при проектировании межпланетной траектории с гравитационным маневром**

Используем формулировку краевой задачи принципа максимума в виде, описанном в статье [20]:

«Найти дату старта (время перелета Земля - Земля), вектора  $\lambda r$  и  $\lambda V$  в начальной точке траектории, величину гиперболического избытка скорости при

старте от Земли (всего 8 скалярных неизвестных), при которых удовлетворяются следующие условия:

1. В конечной точке траектории радиус вектор КА должен быть равен радиусу вектору Земли в момент гравитационного маневра у неё (три скалярных условия).

2. Величина гиперболического избытка скорости при подлете к Земле должна быть равна известной величине гиперболического избытка скорости после гравитационного маневра у Земли.

3. Угол между вектором гиперболического избытка скорости при подлете к Земле и вектором гиперболического избытка скорости при отлете от неё должен быть меньше (случай **В**) или равен (случай **А**) максимально допустимому углу поворота асимптоты гиперболы. Этот угол зависит от величины гиперболического избытка скорости  $V_\infty$  и от характеристик планеты (минимально допустимого радиуса перигея пролетной гиперболы  $r_{\pi\min}$  и гравитационного параметра Земли):

$$\beta_{\max} = 2 \arcsin\left(1 + \frac{r_{\pi\min} V_\infty^2}{\mu_E}\right)^{-1}. \quad (3.1)$$

4. В случае **А**, когда угол поворота асимптоты гиперболы равен максимально допустимому значению, должно выполняться следующее скалярное условие трансверсальности:

смешенное произведение трех векторов (вектора гиперболического избытка скорости при подлете к Земле, вектора гиперболического избытка скорости при отлете от неё, вектора  $\lambda\mathbf{V}$  в конечной точке траектории Земля - Земля) должно быть равно нулю:

$$(\lambda_V(t_E), [\mathbf{V}_\infty^- \times \mathbf{V}_\infty^+]) = 0. \quad (3.2)$$

В случае **В** (когда угол поворота асимптоты гиперболы меньше его максимально допустимого значения) должно выполняться условие коллинеарности вектора гиперболического избытка скорости при подлете КА к Земле и вектора  $\lambda\mathbf{V}$  в конечной точке траектории Земля – Земля:

$$\frac{V_{\infty x}^-}{\lambda_{V_x}(t_E)} = \frac{V_{\infty y}^-}{\lambda_{V_y}(t_E)} = \frac{V_{\infty z}^-}{\lambda_{V_z}(t_E)}. \quad (3.3)$$

В последних двух соотношениях верхние индексы "плюс" и "минус" обозначают вектора гиперболического избытка скорости до и после гравитационного маневра соответственно.

В обоих возможных случаях условия приведенных пунктов 3 и 4 определяют два условия типа равенства на характеристики в конечной точке траектории. Всего в конечной точке нужно удовлетворить 6 условий типа равенства.

5. Условие оптимальности даты старта включает скалярное произведение вектора, сопряженного к радиусу вектору КА, и вектора, сопряженного к вектору скорости, а также функцию переключения двигателя. (Все характеристики рассматриваются в начальной точке траектории  $T_0$ ). Это условие имеет следующий вид:

$$\frac{(\lambda \mathbf{r}(T_0), \lambda \mathbf{V}(T_0))}{\lambda \mathbf{V}(T_0)} + \Pi_1(T_0) = 0, \quad \text{где } \Pi_1(T_0) = \begin{cases} \Pi(T_0), & \text{если } \Pi(T_0) > 0; \\ 0, & \text{если } \Pi(T_0) \leq 0 \end{cases}. \quad (3.4)$$

6. Условие оптимальности величины гиперболического избытка скорости при старте от Земли включает величину производной массы КА ( $M_0$ ) после отделения ХРБ по величине гиперболического избытка при старте от Земли  $V_\infty$ :

$$a_{ob} \cdot \lambda \mathbf{V}(T_0) - \lambda t_m(T_0) \cdot w_b \cdot \frac{dM_0}{dV_\infty} = 0. \quad (3.5)$$

Перечисленных краевых условий 8. Так как последние 2 условия связывают переменные в начальной точке траектории, то можно рассматривать сформулированную задачу оптимизации траектории Земля - Земля как краевую задачу 6-ого порядка.»

### 3.3 Заключение по разделу

В разделе задача оптимизации межпланетного перелета КА с ЭРДУ (при использовании схемы полета с гравитационным маневром у Земли) сведена к двухточечной краевой задаче шестого порядка.

## 4 АНАЛИЗ БАЛЛИСТИЧЕСКИХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПАРИРОВАНИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ, СВЯЗАННЫХ С ВРЕМЕННЫМ НЕШТАТНЫМ ВЫКЛЮЧЕНИЕМ ЭРДУ

### 4.1 ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧА

Временная невозможность штатного использования ЭРДУ трактуется как ситуация, при которой в любой момент на активных участках программной траектории при перелете Земля – Земля может появиться необходимость выключения двигателя на некоторое ограниченное время. Понятно, что такое нештатное выключение двигателя может привести к невозможности реализации траектории перелета и подлета к Земле (для гравитационного маневра у неё) с необходимым вектором скорости. В работе рассмотрены баллистические возможности парирования этих нештатных ситуаций, то есть такое переформирование последующей программы полета КА, чтобы подлет к Земле осуществлялся с условиями, при которых за счет гравитационного маневра у Земли можно было обеспечить программное движение к планете назначения. При этом анализируются возможные новые рациональные траектории, обеспечивающие решение транспортной задачи. Рассматривается возможность однократного появления нештатной ситуации в любой точке любого активного участка траектории межпланетного перелета. В итоге находится максимально допустимая продолжительность нештатного выключения двигателя. Если эта продолжительность не достаточно велика, то считается необходимым модернизировать номинальную траекторию КА. Предлагается несколько путей такой модернизации. Среди них:

- введение пассивного участка в конце траектории гелиоцентрического перелета и выбор его продолжительности ( $dt_{last}$ ).

- введение одного или нескольких ( $N$ ) дополнительных пассивных участков с выбором расположения этих участков ( $tp_m$ )  $m=1, \dots, N$  и их продолжительности ( $\Delta tp_m$ ).

#### 4.2 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОЦЕНКИ ТРЕБУЕМОГО ДЛЯ ПЕРЕЛЕТА ТОПЛИВА ДЛЯ ПРОИЗВОЛЬНОГО МОМЕНТА НЕШТАТНОГО ВЫКЛЮЧЕНИЯ ЭРДУ И ПРОИЗВОЛЬНОЙ ДЛИТЕЛЬНОСТИ ЭТОГО ВЫКЛЮЧЕНИЯ

Для заданной номинальной траектории, для заданных:

- момента нештатного выключения двигателя  $t$  и
- длительности нештатного выключения двигателя  $dt$ ,

найти оптимальную (по затратам топлива) траекторию перелета к Земле, на которой гравитационный маневр у Земли может обеспечить выход на известную траекторию гелиоцентрического перелета к планете "назначения".

Исходные данные:

- номинальная траектория КА;
- момент нештатного выключения двигателя  $t$ ;
- длительность нештатного выключения двигателя  $dt$ ;
- дата гравитационного маневра у Земли  $T_1$ ;
- вектор гиперболического избытка скорости относительно Земли после гравитационного маневра у Земли.

Требуется найти на временном интервале  $[t+dt, T_1]$ :

- программу включения-выключения ЭРДУ;
- программу углов тангажа и рыскания на активных участках этого временного интервала.

Критерий оптимизации – требуемая для перелета масса ксенона. На траекторию перелета после нештатного выключения двигателя никаких дополнительных требований не вводится.

По заданному моменту нештатного выключения двигателя  $t$  определяются условия движения (положение и скорость) КА на номинальной траектории в этот момент времени. Интегрируя уравнения пассивного движения КА на интервале  $[t, t+dt]$ , определяются условия движения КА в начальной точке для оптимизируемой траектории дальнейшего перелета к Земле.

Поиск оптимальной траектории перелета проводится с помощью принципа максимума. Используется полный набор необходимых условий оптимальности, включающий условия трансверсальности при подлете к Земле для гравитационного маневра у Земли (3.2) или (3.3).

#### **4.3 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ АНАЛИЗА ТРЕБОВАНИЙ ПРИ ПАРИРОВАНИИ ВОЗМОЖНОГО НЕШТАТНОГО ВЫКЛЮЧЕНИЯ ЭРДУ НА НОМИНАЛЬНОЙ ТРАЕКТОРИИ С ДОПОЛНИТЕЛЬНО ВВОДИМЫМИ ПАССИВНЫМИ УЧАСТКАМИ**

Прежде всего, обоснуем необходимость введения пассивного участка в конце гелиоцентрического перелета.

##### ***4.3.1 Необходимость введения пассивного участка в конце гелиоцентрического перелета для рассматриваемой схемы полета***

Численный анализ показывает, что очень трудно парировать траекторное возмущение от нештатного выключения двигателя, происходящего на последнем активном участке. Особенно трудно парировать возмущение от нештатного выключения двигателя на последнем активном участке, если в конце гелиоцентрического перелета нет пассивного участка. В этом случае практически нет возможности парировать возмущение от нештатного выключения двигателя. Дело в том, что дата подлета к Земле зафиксирована, а программа дальнейшего полета по номинальной (полностью активной) траектории выбрана так, чтобы с минимальными затратами топлива достичь окрестности Земли для обеспечения требуемых условий гравитационного маневра. При нашем предположении о невозможности форсирования тяги двигателя становится понятным невозможность парирования возникшего возмущения. Отсюда следует вывод: выбирать траекторию перелета следует так, чтобы в конце рассматриваемого перелета Земля – Земля обязательно существовал пассивный участок.

Длительность этого участка является важным выбираемым параметром при выборе новой номинальной траектории перелета.

### ***4.3.2 Оптимизация траектории гелиоцентрического перелета при дополнительно вводимом пассивном участке в конце гелиоцентрического перелета***

Для каждого варианта длительности пассивного участка находится новая номинальная траектория. Как и во всех рассматриваемых в работе задачах оптимального управления используется принцип максимума. Закон включения - выключения двигателя находится из условия максимума гамильтониана с дополнительным условием, что на некотором временном интервале  $[T_1 - dt_f, T_1]$  двигатель не работает. Решается краевая задача принципа максимума. Находятся неизвестные сопряженные переменные в начальной точке гелиоцентрического перелета, оптимальная дата старта и оптимальная величина гиперболического избытка при старте от Земли.

На полученной таким образом траектории есть несколько активных участков.

### ***4.3.3 Оптимизация траектории гелиоцентрического перелета при нескольких дополнительно вводимых пассивных участках на траектории гелиоцентрического перелета***

Предполагается, что выбрано определенное количество вводимых пассивных участков ( $N$ ). Выбрано расположение этих участков на траектории гелиоцентрического перелета (с условием, что один из участков находится в конце гелиоцентрического перелета). Предполагаем, что продолжительность пассивных участков тоже выбрана. Оптимизируется траектория перелета Земля - Земля с учетом существования выбранных пассивных участков. Закон включения - выключения двигателя находится из условия максимума гамильтониана с дополнительным условием, что на введенных пассивных участках двигатель не работает. Решается краевая задача принципа максимума. Находятся неизвестные сопряженные переменные в начальной точке гелиоцентрического перелета, оптимальная дата старта и оптимальная величина гиперболического избытка при старте от Земли.

Найденная траектория рассматривается как новая номинальная траектория. На ней есть несколько активных участков.

#### 4.3.4 *Формулировка оптимизационной возмущенной задачи*

Каждый из этих активных участков номинальной траектории равномерно по времени разбивается на 20 сегментов. Дата прохождения КА каждой начальной точки полученных сегментов ( $t_i$ ,  $i=1\dots 20*n$ , где  $n$  – количество активных участков) рассматривается как возможная дата нештатного выключения двигателя. Для каждой такой даты рассматривается 10 значений возможных продолжительностей нештатного выключения двигателя ( $dt_j$ ,  $j=1\dots 10$ ) например, от 1 до 5 суток с шагом 0.5 суток. Для каждой пары значений  $t_i$ ,  $dt_j$  решается «оптимизационная возмущенная задача».

Формулировка «оптимизационной возмущенной задачи» такова.

Известны:

- ✓ номинальная траектория КА;
- ✓ момент нештатного выключения двигателя  $t$ ;
- ✓ длительность нештатного выключения двигателя  $dt$ ;
- ✓ известна дата гравитационного маневра у Земли  $T_I$ ;
- ✓ известен вектор гиперболического избытка скорости относительно Земли после гравитационного маневра у Земли.

На временном интервале  $[t+dt, T_I]$  требуется найти:

- ✓ программу включения-выключения ЭРДУ;
- ✓ программу углов тангажа и рыскания на активных участках этого интервала.

Критерий оптимизации – минимальные затраты топлива.

В результате создается массив данных: для каждой пары чисел ( $t_i$ ,  $dt_j$ ) известна требуемая масса топлива  $m_{Хенон_{i,j}}$ . Интерполяция данных массива дает возможность получить зависимость предельно допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя  $dt$  от момента

нештатного выключения двигателя  $t_i$  ( $dt(t_i)$ ), при котором требуемая масса топлива (ксенона) равна допустимому бортовому запасу топлива:

$$m_{\text{Xenon}}(t_i, dt(t_i)) = m_{\text{Xenon}}^* \quad (4.1)$$

Для  $k$ -ого активного участка интерполяция массы топлива как функции двух аргументов (даты нештатного выключения двигателя  $t$  на участке и продолжительности этого выключения  $dt$ ) дает возможность исследовать предельно допустимую продолжительность нештатного выключения двигателя, как функцию даты возникновения нештатной ситуации на участке. Минимизация этой функции дает возможность найти такой (самый неудачный) момент нештатного выключения двигателя на этом участке  $t^{k*}$ , при котором допустимая продолжительность нештатного выключения двигателя минимальна:

$$\delta t_{\text{нештат}}^k = \text{Min}(dt^k(t^{k*})). \quad (4.2)$$

Находится самый сложный (с точки зрения величины допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя) активный участок и предельно допустимая продолжительность нештатного выключения двигателя для всей рассматриваемой траектории:

$$\text{Min} \delta t_{\text{нештат}} = \min_k (\delta t_{\text{нештат}}^k). \quad (4.3)$$

Это значение считается предельно допустимой продолжительностью нештатного выключения двигателя для рассматриваемой номинальной траектории.

#### **4.4 ОПТИМИЗАЦИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ВВОДИМЫХ ПАССИВНЫХ УЧАСТКОВ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ТРАЕКТОРИИ ПРИ МАКСИМИЗАЦИИ ДОПУСТИМОГО ВРЕМЕНИ НЕШТАТНОГО ВЫКЛЮЧЕНИЯ ДВИГАТЕЛЯ**

Полученная в предыдущем разделе предельно допустимая продолжительность нештатного временного выключения двигателя  $\text{Min} \delta t_{\text{нештат}}$  является функцией характеристик вводимых пассивных участков: их числа, положения на траектории и длительности:

$$\text{Min} \delta t_{\text{нештат}}(N, tp_m, \Delta tp_m) \quad m = 1, \dots, N \quad (4.4)$$

Естественно поставить вопрос о нахождении таких оптимальных характеристик вводимых пассивных участков, при которых предельно допустимая продолжительность нештатного выключения двигателя была максимальной:

$$tp_m, \Delta tp_m = \arg \{ \max [ \text{Min} \delta t_{\text{нештат}} (N, tp_m, \Delta tp_m) ] \}. \quad (4.5)$$

Для фиксированного числа вводимых пассивных участков  $N$  задача (4.5) есть задача безусловного максимума в пространстве  $2N$  переменных  $(tp_m, \Delta tp_m, m=1, \dots, N)$ .

Переформулируем задачу, вспоминая о специфике последнего пассивного участка (его характеризует один параметр, в то время как остальные вводимые пассивные участка характеризуются двумя параметрами).

Итак, рассматриваем  $2N+1$  выбираемых характеристик проектируемой траектории:

- a) длительность последнего пассивного участка  $\Delta t_{\text{last}}$ ;
- b) дата начала вводимых пассивных участков  $tp_m$  и их продолжительность  $\Delta tp_m$  ( $m=1 \dots N$ ), где  $N$  - число вводимых пассивных участков.

Предельно допустимая продолжительность нештатного временного выключения двигателя  $\text{Min} \delta t_{\text{нештат}}$  является функцией характеристик проектируемой траектории:

$$\text{Min} \delta t_{\text{нештат}} (N, tp_m, \Delta tp_m, \Delta t_{\text{last}}) \quad m = 1, \dots, N \quad (4.6)$$

Рассматриваем проблему нахождения таких оптимальных характеристик вводимых пассивных участков, при которых предельно допустимая продолжительность нештатного выключения двигателя была максимальной:

$$tp_m, \Delta tp_m, \Delta t_{\text{last}} = \arg \{ \max [ \text{Min} \delta t_{\text{нештат}} (N, tp_m, \Delta tp_m, \Delta t_{\text{last}}) ] \}. \quad (4.7)$$

Разработанный метод исследования требований по допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя может быть сведен к следующему общему алгоритму:

1. По критерию минимального требуемого запаса топлива находится оптимальная траектория КА для фиксированных значениях выбираемых характеристик.
2. Для полученной траектории по приведенному в разделе 4.3.4 алгоритму определяется предельно допустимая продолжительность нештатного выключения двигателя на этой траектории.
3. Предельно допустимая продолжительность нештатного выключения двигателя рассматривается как функция  $(2N+1)$  выбираемых характеристик траектории:  $\Delta t_{last}, tp_m, \Delta t_{last} (m=1 \dots N)$ .
4. Решается задача безусловной максимизации этой функции по её аргументам.

Поставленная задача весьма трудоемка. Непростой задачей оказывается задача пункта 1. Но основная трудоемкость всей проблемы связана с проблемой пункта 2. Дело в том, что для вычисления предельно допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя  $Min \delta t_{нештатно} (N, tp_m, \Delta tp_m, \Delta t_{last})$  для заданных характеристик вводимых пассивных участков  $tp_m, \Delta tp_m, \Delta t_{last} m=1, \dots, N$  требуется:

- 1) решить  $200n$  ( $n$  - количество активных участков на траектории) краевых задач принципа максимума;
- 2) для  $20n$  дат нештатного выключения двигателя интерполировать массу требуемого топлива как функцию продолжительности нештатного выключения двигателя;
- 3) для  $20n$  дат нештатного выключения двигателя найти максимальную длительность нештатного выключения двигателя, парирование возмущения от которого можно обеспечить располагаемым запасом топлива;
- 4) найти минимальное значение из полученных в предыдущем пункте  $20n$  максимальных длительностей нештатного выключения двигателя, парирование возмущения от которого можно обеспечить располагаемым запасом топлива.

Это значение и будет предельно допустимой продолжительностью нештатного выключения двигателя.

Самым трудоемким элементом описанного алгоритма является первый его пункт. Несмотря на то, что используемый метод (метод продолжения по параметру) показал свою высокую эффективность, время расчета одного варианта иногда оказывалось значительным. Кроме того, очень "мешали" случаи, когда решения задачи не существовало. Эти случаи чаще всего соответствовали нештатному выключению двигателя в конце гелиоцентрического перелета. Конечная дата в рассматриваемой постановке была фиксирована. Поэтому КА не хватало времени для парирования возмущений от нештатного выключения двигателя. Диагностировать, выявить такой случай заранее трудно. Хотя существует очевидный прием для борьбы с ним: увеличение длительности последнего пассивного участка.

Имея ввиду трудоемкость вычисления оптимизируемой функции (4.4), мы посчитали нерациональным использование стандартных алгоритмов безусловной максимизации. Используя специфику рассматриваемой задачи, удалось несколько упростить исследование, вводя несколько простых приемов.

#### **4.5 ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПРИЕМЫ В АЛГОРИТМЕ ОПТИМИЗАЦИИ ХАРАКТЕРИСТИК ВВОДИМЫХ ПАССИВНЫХ УЧАСТКОВ**

Анализ рассматриваемой проблемы (включая и численный анализ) выявил следующие свойства рассматриваемой проблемы.

1) Так как на оптимальной по массовому критерию траектории, как правило, есть один (иногда, два) активных участка, очень чувствительных к возмущениям, связанным с нештатным выключением двигателя, то именно на этих участках и целесообразно вводить дополнительные пассивные участки.

2) Введение дополнительных пассивных участков  $tp_m$ ,  $\Delta tp_m$ , ( $m=1, \dots, N$ ) приводит, как правило, к увеличению числа активных участков. Характеристики дополнительных пассивных участков (их положение и длительность) должны выбираться так, чтобы увеличить допустимую

продолжительность нештатного выключения ЭРДУ. Решение при этом оказывается таким, что допустимая продолжительность нештатного выключения на соседних активных участках с номерами  $k_I, k_I+1 \dots k_I+N$  оказывается равной:

$$\delta t_{1\text{нштат}}^{k_I} = \delta t_{1\text{нштат}}^{k_I+1} = \dots = \delta t_{1\text{нштат}}^{k_I+N}. \quad (4.6)$$

3) Начало вводимого пассивного участка целесообразно сдвигать влево, если критичным оказывается предыдущий активный участок. И наоборот, вправо, если критичным является последующий участок.

4) Длительность вводимого пассивного участка целесообразно увеличивать, если критичным оказывается последующий активный участок. Её нужно уменьшать, если критичным является предыдущий участок.

Учитывая свойство (4.6), из  $2N$  параметров вводимых пассивных участков ( $tp_m, \Delta tp_m$ ) половину (например, начальные даты вводимых пассивных участков  $tp_m$ ) можно рассматривать как независимые оптимизируемые параметры, а остальные  $N$  параметров можно находить из условия удовлетворения равенств (4.6).

Перечисленные свойства использовались для нахождения характеристик вводимых пассивных участков при оптимизации проектируемой траектории по критерию максимальной допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя.

#### 4.6 ЗАКЛЮЧЕНИЕ ПО РАЗДЕЛУ

В разделе сформулирована задача проектирования траектории межпланетного перелета КА с ЭРДУ с учетом временного нештатного выключения двигателя.

Предлагается постановка задачи оценки требуемого для реализации перелета топлива при временном нештатном выключении ЭРДУ в любой точке любого активного участка гелиоцентрического перелета.

Предлагается метод оценки допустимой продолжительности временного нештатного выключения двигателя, при которой возможно парировать возмущения траектории от нештатного выключения двигателя.

Предлагаются приемы «деформации» проектируемой траектории (введение дополнительных пассивных участков и увеличение длительности существующих пассивных участков гелиоцентрической траектории), которые позволяют увеличивать допустимое время нештатного выключения ЭРДУ.

Формулируется оптимизационная возмущенная задача. Её решение дает оценку минимального топлива для реализации перелета с временным нештатным выключением ЭРДУ.

Сформулирована задача оптимизации траектории по критерию максимального допустимого времени нештатного выключения ЭРДУ с ограничением на располагаемый запас топлива. Оптимизируемыми характеристиками задачи рассматриваются характеристики вводимых пассивных участков (их даты и продолжительность).

Предложены несколько приемов, которые предлагается использовать при проектировании траектории межпланетного перелета по критерию максимального допустимого времени нештатного выключения ЭРДУ с ограничением на располагаемый запас топлива.

## **5 АНАЛИЗ ТРАЕКТОРИИ ЗЕМЛЯ – ЗЕМЛЯ – ВЕНЕРА В РАМКАХ ПРОЕКТА ИССЛЕДОВАНИЯ СОЛНЦА**

В настоящее время разрабатывается несколько проектов, в которых предполагается исследование Солнца с достаточно небольшого расстояния. При этом рассматривается вывод КА на рабочие гелиоцентрические орбиты с достаточно низким перигелием. В некоторых из этих проектов наклонение гелиоцентрических рабочих орбит к плоскости эклиптики предполагается значительным. Последнее обстоятельство обеспечивает возможность удобного наблюдения полярных областей Солнца.

Среди таких проектов можно отметить проект НАСА "Solar Probe Plus" [54], проект Европейского космического агентства "Solar Orbiter" и Российский проект "Интергелио-Зонд" [55, 56, 57].

Научные задачи этих проектов достаточно близки. Наблюдения Солнца из района перигелия гелиоцентрических рабочих орбит с высоким пространственным разрешением могут позволить исследовать такие проблемы, как нагрев солнечной короны и ускорение солнечного ветра, триггерные механизмы наиболее мощных проявлений солнечной активности, механизм 11-летнего солнечного цикла и т.д.

При разработке проекта "Интергелио-Зонд" анализируется несколько вариантов типов двигательных установок. Интересным является вариант, в котором на гелиоцентрическом перелете используется солнечная электроракетная двигательная установка. Такой вариант анализировался в следующих публикациях [16, 27, 28, 41, 51, 52, 53].

В приведенных публикациях анализировалась схема полета, использующая один гравитационный маневр у Земли и затем последовательность гравитационных маневров у Венеры. Солнечная ЭРДУ работает только на гелиоцентрическом перелете Земля – Земля. Величина гиперболического избытка скорости у Венеры предполагается большой: 17 – 17.5 км/с. При такой большой величине гиперболического избытка скорости

удается перевести КА на последовательность рабочих орбит с небольшим радиусом перигелия, наклонение последней рабочей орбиты сделать большим  $30^\circ$ .

В настоящей работе будет анализироваться именно такая схема перелета. При этом предполагается заранее исследованной гелиоцентрическая траектория первого подлета КА к Венере: траектория Земля (после гравитационного маневра у неё) - Венера. В результате исследования были выбраны:

- дата гравитационного маневра у Земли 09 апреля 2020 года;
- время перелета на участке 50.788 суток.

Они были выбраны так, чтобы величина гиперболического избытка скорости у Венеры была равна 17.5 км/с, а величина гиперболического избытка скорости у Земли и наклонение орбиты Земля – Венера были небольшими.

Анализируемая транспортная система базируется на ракете-носителе «Союз-2.1Б», межорбитальном космическом буксире «Фрегат» и ЭРДУ на базе двух двигателей типа RIT22.

## **5.1 ОБЩАЯ СХЕМА ПЕРЕЛЁТА КА К ВЕНЕРЕ**

Схема анализируемого перелета включает:

- выведение КА на опорную орбиту с помощью ракеты-носителя (РН) «Союз-2.1Б» [44];
  - выведение КА на гиперболическую отлетную от Земли траекторию с помощью межорбитального космического буксира «Фрегат» [1; 41] с его последующим отделением;
  - участок перелета по гелиоцентрической траектории Земля – Земля с использованием маршевой ЭРДУ на базе ЭРД типа RIT-22 [50];
  - гравитационный маневр у Земли;
  - пассивный участок гелиоцентрического перелета Земля – Венера.
- Подлет к Венере с большим гиперболическим избытком скорости (17.5 км/с).

## 5.2 НОМИНАЛЬНАЯ ТРАЕКТОРИЯ, ПОЛУЧЕННАЯ ПО КРИТЕРИЮ МАКСИМАЛЬНОЙ КОНЕЧНОЙ МАССЫ КА

Для анализируемой транспортной системы номинальная траектория находится по критерию максимальной конечной массы КА. Выбираемыми характеристиками является величина и направление вектора гиперболического избытка скорости при старте от Земли, дата старта, закон включения–выключения ЭРДУ на гелиоцентрическом перелете Земля - Земля, программы по углам тангажа и рыскания на активных участках этого перелета. В результате решения задачи получена оптимальная номинальная траектория. Характеристики её представлены в таблице 5.3.2.1.

Таблица 5.1 – Основные характеристики номинальной траектории КА

дата старта		23.08.2018
величина вектора гиперболического избытка скорости (ГИС) при отлете от Земли	м/с	488.49
масса КА после отделения маршевой двигательной установки Фрегата	кг	2115.0
вектор ГИС при отлете от Земли	м/с	[210.818; 440.660; -1.294]
время гелиоцентрического перелета Земля – Земля	сут	594.80
дата подлета КА к Земле		09.04.2020
требуемая масса ксенона	кг	238.7
масса КА при его подлете к Земле	кг	1876.4
величина ГИС при подлете к Земле	м/с	8946.173
вектор ГИС при подлете к Земле	м/с	[7141.361; 5388.341; 7.083]
вектор ГИС при отлете от Земли после гравитационного маневра	м/с	[443.839; 8928.697; 339.676]
угол поворота асимптоты гиперболы при гравитационном маневре у Земли	град	50.151
высота перигея гиперболы пролета Земли	км	400.017
время перелета Земля – Венера	сут	50.788
ГИС при подлете к Венере	м/с	17.5

Проекция на плоскость эклиптики найденной гелиоцентрической траектории представлена на рисунке 5.1. На траектории есть три активных и четыре пассивных участка, причем перелет Земля–Земля начинается и заканчивается пассивными участками.

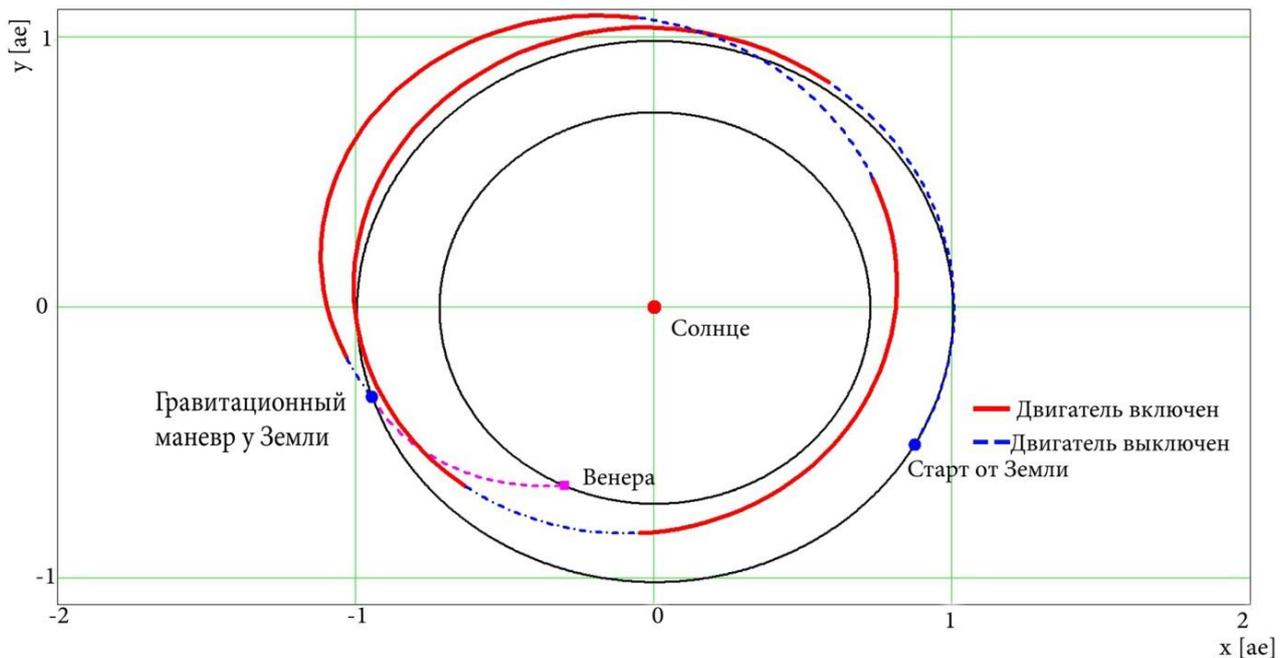


Рисунок 5.1 - Проекция на плоскость эклиптики траектории гелиоцентрического перелета Земля – Земля – Венера

Длительности активных и пассивных участков траектории легко анализировать с помощью рисунка 5.2, на котором представлена функция переключения двигателя. За исключением начального участка траектории перелета (он всегда считается пассивным с минимальной продолжительностью 50 суток для обеспечения условий ввода всех систем ЭРДУ и коррекции траектории) там, где функция переключения положительна, двигатель включен. Продолжительность последнего пассивного участка 10.455 суток.

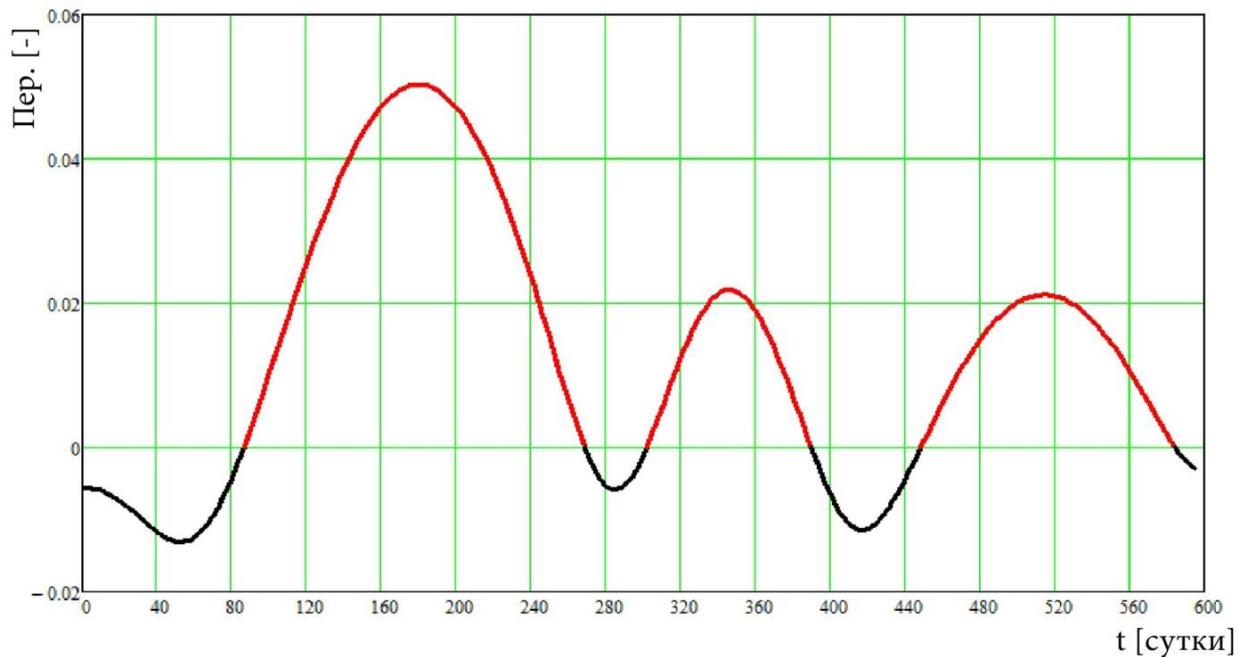


Рисунок 5.2 - Функция переключения двигателя на гелиоцентрической траектории перелета Земля – Земля. Ось абсцисс – время полета в сутках

Рассмотрим два варианта проектирования траектории по критерию максимально большой допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя ЭРДУ. В первом варианте (раздел 5.3) считает выбираемой (оптимизируемой) дату старта КА от Земли, но величину гиперболического избытка скорости предполагаем фиксированной (выбранной в настоящем разделе по критерию максимальной конечной массы КА). Во втором варианте (раздел 5.4) будем рассматривать оптимизируемыми и дату старта от Земли, и величину гиперболического избытка скорости при старте. Критерием оптимизации рассматриваем допустимую продолжительность нештатного выключения двигателя. Она будет максимизироваться при выполнении ограничения на располагаемую массу топлива. Запас топлива будем полагать равным 250 кг.

### **5.3 АНАЛИЗ ТРЕБОВАНИЙ ПРИ ПАРИРОВАНИИ ВОЗМОЖНОГО НЕШТАТНОГО ВЫКЛЮЧЕНИЯ ЭРДУ НА НОМИНАЛЬНОЙ ТРАЕКТОРИИ С ВЫБОРОМ ОПТИМАЛЬНОЙ ДАТЫ СТАРТА**

#### ***5.3.1 Анализ требований при парировании возможного нештатного выключения ЭРДУ на номинальной траектории с пассивным участком в конце гелиоцентрического перелёта***

В настоящем разделе анализируется возможность парировать нештатное выключение двигателя за счет выбора достаточно длительного пассивного участка в конце гелиоцентрического перелета Земля – Земля.

На полученной в разделе 5.2 траектории (она оптимизировалась по критерию конечной массы КА) длительность последнего пассивного участка оказалась равна 10.455 суток. Найдем предельно допустимую длительность нештатного выключения двигателя при такой длительности последнего пассивного участка.

#### **Оценка требуемого для перелета топлива для парирования нештатного выключения ЭРДУ при использовании номинальной траектории с длительностью последнего пассивного участка 10.455 суток**

Рассматриваемая номинальная траектория имеет три продолжительных активных участка.

На рисунке 5.3 и 5.4 представлены изолинии массы топлива, требуемого для гелиоцентрического перелета Земля – Земля, на плоскости: дата нештатного выключения двигателя - продолжительность нештатного выключения двигателя для первого и второго активного участка.

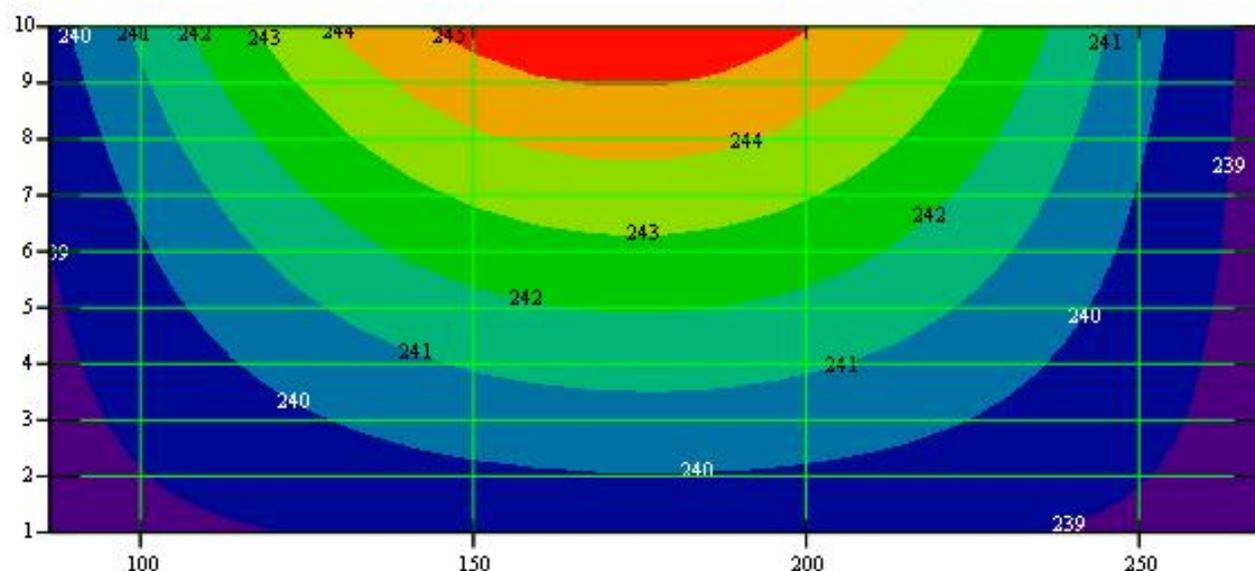


Рисунок 5.3 – Изолинии массы топлива, требуемого для гелиоцентрического перелета Земля – Земля (числа на изолиниях, кг). Ось абсцисс – дата нештатного выключения двигателя (отсчитывается от даты старта в сутках). Ось ординат – продолжительность нештатного выключения двигателя (сутки).  
Первый активный участок.

Для первого и второго активных участков предельно допустимые продолжительности нештатного выключения двигателя оказались достаточно большими (больше десяти суток). Самый трудный момент с точки зрения величины предельно допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя находится на середине этих участка. Требуемая масса топлива изменяется от 238 кг до 246 кг для первого активного участка, и от 238 кг до 243 кг для второго участка.

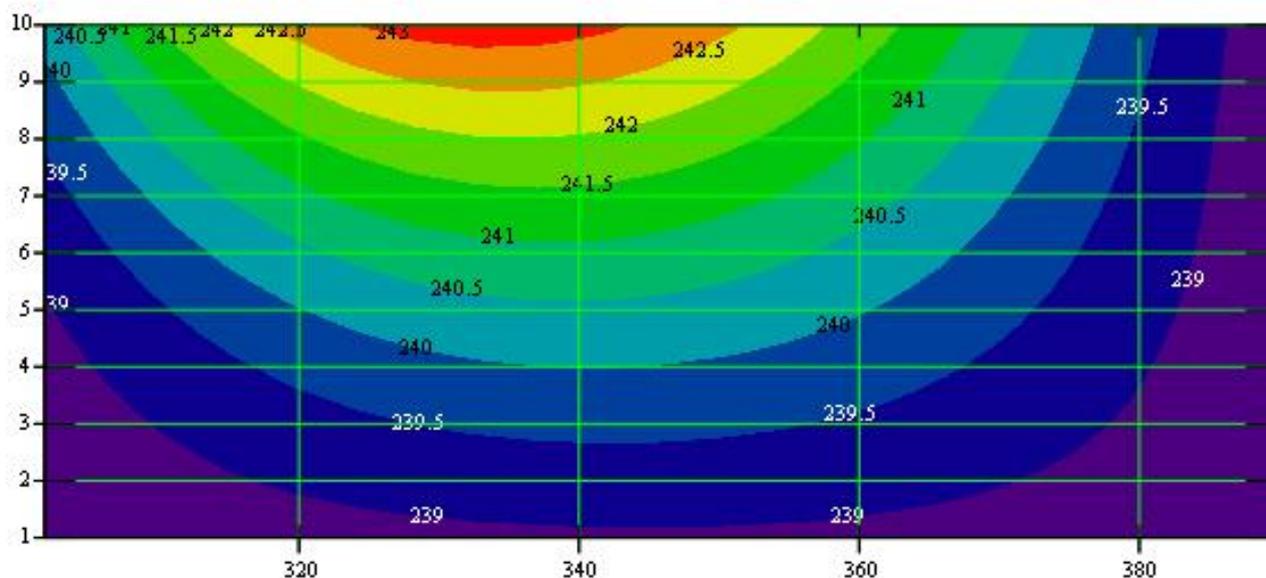


Рисунок 5.4 - Изолинии массы топлива, требуемого для гелиоцентрического перелета Земля – Земля (числа на изолиниях, кг). Ось абсцисс – дата нештатного выключения двигателя (отсчитывается от даты старта в сутках). Ось ординат – продолжительность нештатного выключения двигателя (сутки). Второй активный участок.

К сожалению, нештатное выключение двигателя на последнем активном участке приводит к такому возмущению траектории, что парировать это возмущение оказывается трудной задачей. На рисунке 5.5 приведены изолинии требуемой массы ксенона, как функции даты нештатного выключения двигателя на третьем активном участке (ось абсцисс) и продолжительности этого выключения (ось ординат). Красным цветом выделена область, в которой решение краевой задачи не удастся найти. Можно считать, что в этой области возмущение, связанное с нештатным выключением двигателя невозможно парировать. Интересно и то, что в области рассматриваемой плоскости, где парирование возмущения возможно (на рисунке ниже области, выделенной красным) максимально тратится 243.5 кг ксенона, что меньше предполагаемого нами запаса ксенона в 250 кг.

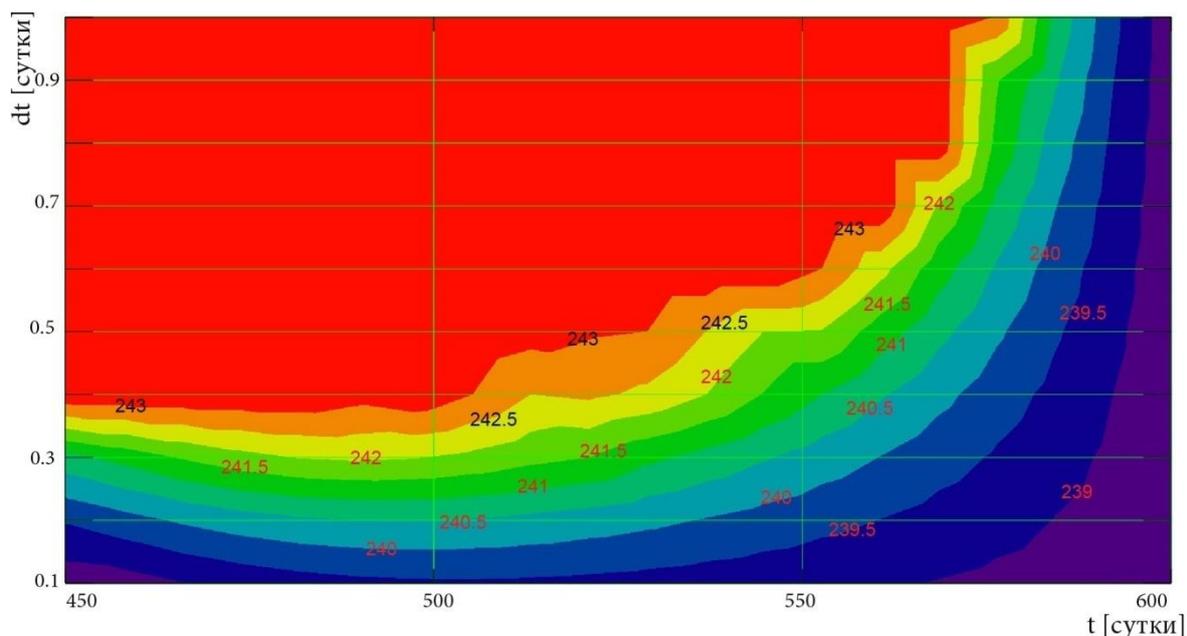


Рисунок 5.5 - Изолинии требуемой для гелиоцентрического перелета Земля – Земля массы топлива (числа на изолиниях, кг) на плоскости: дата нештатного выключения двигателя (сутки, отсчитывается от даты старта) – продолжительность нештатного выключения двигателя (сутки). Третий активный участок. Продолжительность пассивного участка на конечном участке перелета 10.455 суток. Красным выделена область, где нет возможности парировать возмущение.

Проведенный анализ показал, что предельно допустимая продолжительность нештатного выключения двигателя на временном интервале 450–500 суток (начало третьего активного участка) равна 0.37 суток. Такое небольшое время нештатного выключения двигателя вряд ли можно рассматривать допустимым.

Рассмотрим целесообразность увеличения до 20, 30 и 40 дней длительности последнего пассивного участка траектории. Анализ показал, что при этом можно существенно увеличить допустимую продолжительность нештатного выключения двигателя. Для всех этих вариантов самым сложным с точки зрения парирования возмущений от нештатного выключения двигателя оказывается последний (третий) активный участок.

В таблице 5.1 приведены характеристики траекторий и предельно допустимая продолжительность нештатного выключения двигателя для всех рассмотренных вариантов продолжительности последнего пассивного участка.

Таблица 5.1 – Предельно допустимые продолжительности нештатного выключения двигателя для различных продолжительностей последнего пассивного участка. Величина вектора гиперболического избытка скорости при старте от Земли 488.494 м/с

длительность последнего пассивного участка	сутки	10.455	20	30	40
предельно допустимая продолжительность выключения двигателя на третьем активном участке	сутки	0.37	1.726	2.807	1.45
дата старта		23.08.2018	23.08.2018	16.08.2018	27.07.2018
время гелиоцентрического перелета Земля – Земля	сутки	594.8	594.1	601.5	621.0
масса ксенона	кг	238.7	239.1	240.4	247.7
конечная масса КА	кг	1876.3	1875.9	1874.6	1867.3

Анализ приведенных в таблице результатов показывает, что с точки зрения максимизации предельно допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя самым лучшим вариантом является вариант траектории с длительностью последнего пассивного участка 30 суток. В этом варианте удается парировать возмущения от нештатного выключения двигателя на первых двух активных участках длительностью до 10 суток и длительностью до 2.8 суток на последнем активном участке.

Можно отметить, что при увеличении продолжительности последнего пассивного участка оптимальное время перелета Земля – Земля немного увеличивается.

Рассмотрим целесообразность введения дополнительных пассивных участков для увеличения допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя.

### 5.3.2 Анализ требований при парировании возможного нештатного выключения ЭРДУ на номинальной траектории с дополнительным пассивным участком

В соответствии с описанными в главе 4 приемами, используемыми при оптимизации характеристик вводимых пассивных участков, Дополнительный пассивный участок целесообразно вводить на самом сложном третьем активном участке. При этом общее количество активных участков оказывается равным четырем.

В таблицах 5.2–5.4 приведены результаты анализа некоторых рассмотренных вариантов характеристик одного вводимого пассивного участка. В них приведены предельно допустимые продолжительности нештатного выключения двигателя для различных дат начала дополнительного пассивного участка и различной длительности этого участка. Длительность последнего пассивного участка принята равной 30 суток. Строка таблицы, соответствующая лучшей (по критерию максимальной предельно допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя) дате начала дополнительного пассивного участка, выделена красным цветом.

Таблица 5.2 – Предельно допустимые продолжительности нештатного выключения двигателя для различных дат начала дополнительного пассивного участков длительностью 4 суток

временной интервал пассивного участка	1-й активный участок	2-й активный участок	3-й активный участок	4-й активный участок	предельно допустимая продолжительность выключения двигателя
сутки	сутки	сутки	сутки	сутки	сутки
530–534	>10	>10	5.094	3.840	3.840
<b>540–544</b>	<b>&gt;10</b>	<b>&gt;10</b>	<b>4.666</b>	<b>4.669</b>	<b>4.666</b>
545–549	>10	>10	4.445	5.28	4.445
550–554	>10	>10	4.218	5.464	4.218

Анализ данных, приведенных в таблицах 5.2...5.4, показывает, что при введении дополнительного пассивного участка на третьем активном участке:

- не создается каких-либо серьезных трудности для парирования возмущения траектории от нештатного выключения двигателя на первых двух активных участках;

- рациональное расположение пассивного участка конкретной длительности на траектории оказывается таким, при котором предельно допустимые продолжительности нештатного выключения двигателя на третьем и четвертом активных участках оказываются равными.

Таблица 5.3 – Предельно допустимые продолжительности нештатного выключения двигателя для различных дат начала дополнительного пассивного участков длительностью 5 суток

временной интервал пассивного участка	1-й активный участок	2-й активный участок	3-й активный участок	4-й активный участок	предельно допустимая продолжительность выключения двигателя
сутки	сутки	сутки	сутки	сутки	сутки
500–505	>10	>10	>5	2.670	2.670
520–525	>10	>10	>5	3.117	4.63
540–545	>10	>10	5.104	4.323	4.323
543–548	>10	>10	4.924	4.63	4.63
<b>545–550</b>	<b>&gt;10</b>	<b>&gt;10</b>	<b>4.820</b>	<b>4.882</b>	<b>4.820</b>
547–552	>10	>10	4.708	5.157	4.708
548–553	>10	>10	4.710	5.309	4.710
550–555	>10	>10	4.485	5.165	4.485

Сравнения приведенных в таблицах данных показывает, что самым лучшим из приведенных вариантов является вариант с пассивным участком длительность 5 суток и начальной датой участка 545 суток. При этом предельно допустимая продолжительность нештатного выключения двигателя равна 4.82 суток.

Интерполяция приведенных в таблице результатов позволяет уточнить описываемый вывод. На рисунке 5.6 приведены результаты проведенной интерполяции. На нем представлены зависимости предельно допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя от даты начала вводимого пассивного участка для трех длительностей этого вводимого участка

(4 суток, 5 суток и 6 суток) для третьего активного участка (коричневые пунктирные линии) и четвертого активного участка (точечные линии).

Таблица 5.4 – Предельно допустимые продолжительности нештатного выключения двигателя для различных вариантов одного дополнительного пассивного участков длительностью 6 суток

временной интервал пассивного участка	1-й активный участок	2-й активный участок	3-й активный участок	4-й активный участок	предельно допустимая продолжительность выключения двигателя
сутки	сутки	сутки	сутки	сутки	сутки
540–546	>10	>10	5.464	3.61	3.61
545–551	>10	>10	5.164	4.021	4.021
548–554	>10	>10	4.963	4.312	4.312
549–555	>10	>10	4.896	4.457	4.457
550–556	>10	>10	4.828	4.585	4.585
<b>551–557</b>	<b>&gt;10</b>	<b>&gt;10</b>	<b>4.760</b>	<b>4.723</b>	<b>4.723</b>
552–558	>10	>10	4.691	4.871	4.691
555–561	>10	>10	4.485	5.387	4.485

Абсциссы точек пересечения линий с одной продолжительностью пассивного участка указывают оптимальное расположение пассивного участка данной продолжительности.

Красная сплошная линия на рисунке 5.5 – аппроксимация предельно допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя как функции даты начала вводимого пассивного участка. Каждая её точка соответствует определенной длительности пассивного участка. В этих точках пересекаются линии допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя для третьего и четвертого активных участков.

Максимальная ордината сплошной красной линии есть максимальное допустимое время нештатного выключения двигателя на траектории перелета. Абсцисса точки этого максимума характеризует оптимальную дату начала вводимого пассивного участка.

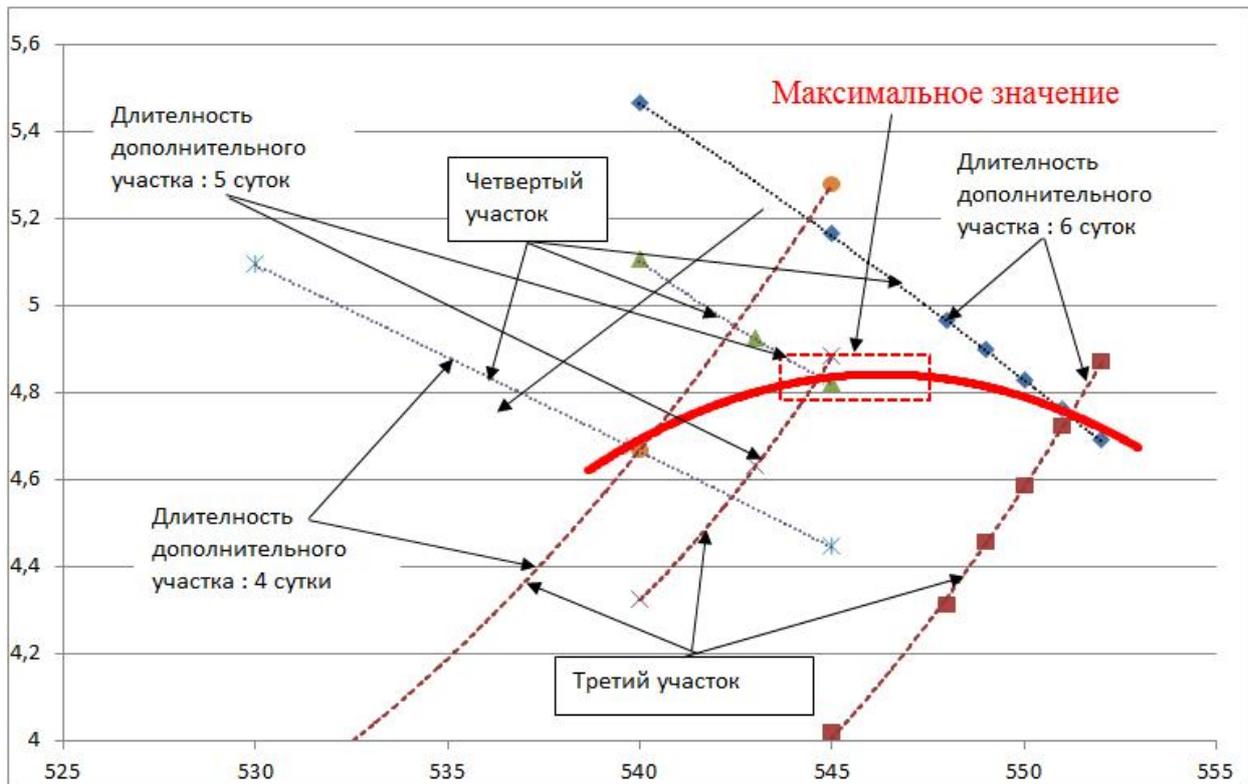


Рисунок 5.6. Предельно допустимая продолжительности нештатного временного выключения двигателя (сутки) как функция даты введения дополнительного участка (сутки, отсчитывается от даты старта) на третьем активном участке (коричневые пунктирные линии) и на четвертом активном участке (точечные линии). Красная линия максимальная продолжительность допустимого нештатного выключения двигателя

Анализ результатов, помещенных в таблицы 5.1–5.3 и на рисунке 5.6, показывает, что оптимальная дата введения дополнительного пассивного участка есть 545-й день полета, а оптимальная его длительность 5 суток. При этом предельно допустимая продолжительность выключения двигателя равна 4.82 суток. Этот вариант траектории назовём новой номинальной траекторией. Изолинии требуемой для гелиоцентрического перелета Земля – Земля массы топлива для двух последних (третьем и четвертом) активных участков новой номинальной траектории приведены на рисунках 5.7 и 5.8.

Из рисунка 5.7 видно, что требуемая масса топлива для парирования возмущения от нештатного выключения двигателя до 5 суток на третьем активном участке изменяется от 242 кг до 251 кг. Последнее значение

соответствует 5-ти суточной продолжительности нештатного выключения двигателя на первой половине рассматриваемого участка траектории.

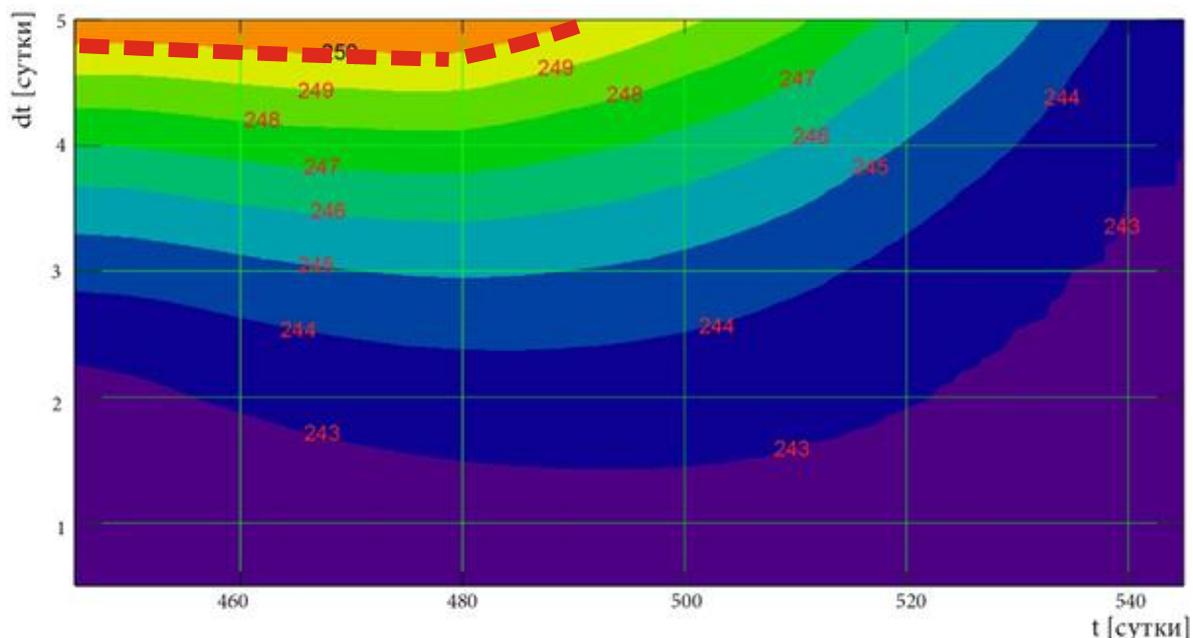


Рисунок 5.7 -Изолинии требуемой массы топлива для гелиоцентрического перелета Земля – Земля (кг) на плоскости: дата нештатного выключения двигателя (сутки, отсчитывается от даты старта) – продолжительность нештатного выключения двигателя (сутки). Третий активный участок новой номинальной траектории

Из рисунка 5.8 видно, что требуемая масса топлива для парирования возмущения от нештатного выключения двигателя до 5 суток на четвертом активном участке изменяется от 243 кг до 250.3 кг. Наиболее критичной (с точки зрения величины предельно допустимой продолжительности выключения двигателя) является начальная точка рассматриваемого активного участка. Нештатное выключение двигателя в начальной точке последнего активного участка допустимо на время не большее 4.88 суток. Именно при такой длительности нештатного выключения возмущение траектории таково, что при его парировании потребуется истратить все 450 кг располагаемого на борту КА топлива.

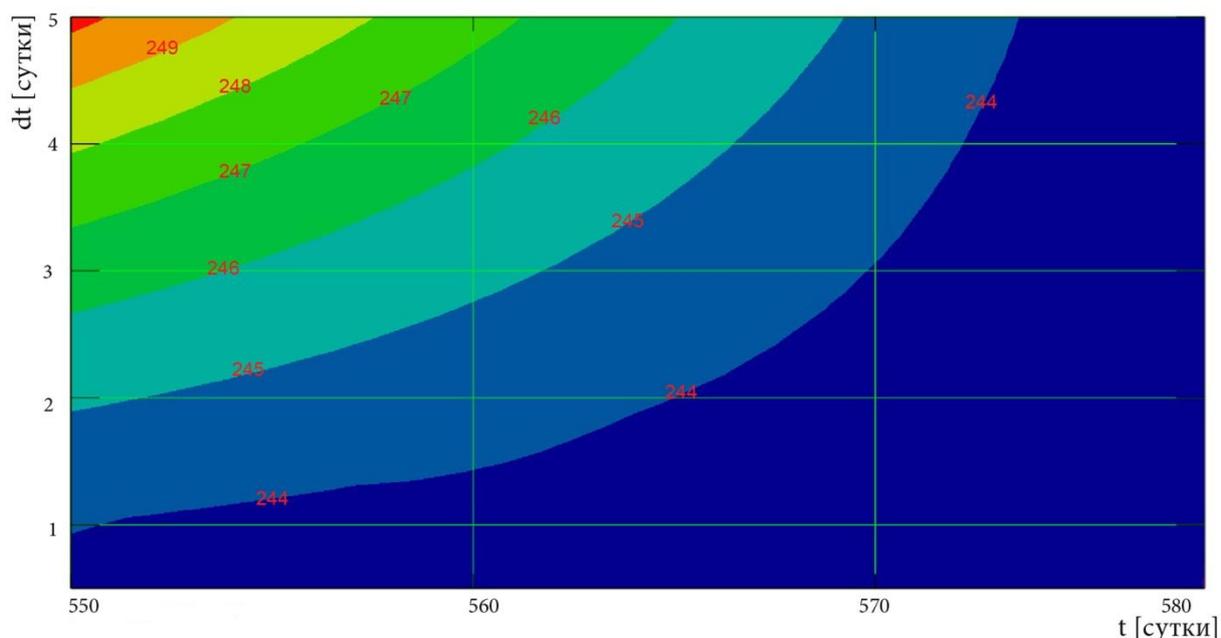


Рисунок 5.8 - Изолинии требуемой массы топлива для гелиоцентрического перелета Земля – Земля (кг) на плоскости: дата нештатного выключения двигателя (сутки, отсчитывается от даты старта) – продолжительность нештатного выключения двигателя (сутки). Четвертый активный участок новой номинальной траектории

### 5.3.3 Характеристики номинальной траектории с одним дополнительным пассивным участком

В таблице 5.5 представлены основные характеристики новой номинальной траектории КА, при реализации которой есть возможность парировать возмущение траектории от нештатного отключения ЭРДУ в любой момент времени продолжительностью до 4.82 суток.

Таблица 5.5 – Основные характеристики новой номинальной траектории КА (с одним дополнительным пассивным участком)

дата старта		09.08.2018
величина ГИС при отлете от Земли	м/с	488.494
масса КА после отделения маршевой двигательной установки Фрегата	кг	2115.0
вектор ГИС при отлете от Земли	м/с	[220.335; 435.958; -4.381]
время гелиоцентрического перелета Земля – Земля	сутки	608.19
дата подлета КА к Земле		09.04.2020
масса ксенона	кг	243.0
масса КА при его подлете к Земле	кг	1872.1
величина ГИС при подлете к Земле	м/с	8946.173
вектор ГИС при подлете к Земле	м/с	[7141.183; 5388.647; -0.299]
вектор ГИС при отлете от Земли после гравитационного маневра	м/с	[443.839; 8928.697; 339.676]
угол поворота асимптоты гиперболы при гравитационном маневре у Земли	град	50.151
высота перигея гиперболы пролета Земли	км	400.018
время перелета Земля - Венера	сутки	50.79
гиперболический избыток скорости при подлете к Венере	м/с	17.5

Оптимальная дата старта 09 августа 2018. Конечная масса КА (масса при подлете к Земле для гравитационного маневра у нее) 1872.1 кг.

Проекция на плоскость эклиптики новой номинальной траектории представлена на рисунке 5.9.

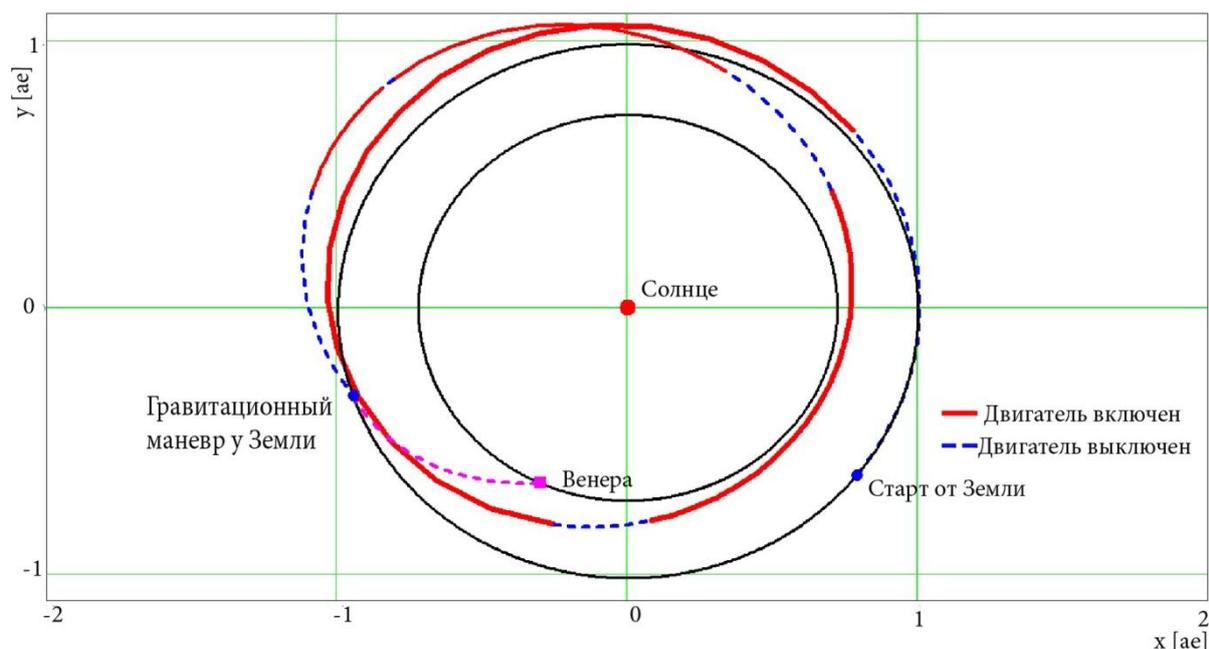


Рисунок 5.9 - Проекция на плоскость эклиптики новой номинальной траектории

На траектории перелета Земля – Земля есть четыре активных, и пять пассивных участков. В таблице 5.6 представлены моменты переключения двигателя. Первый участок пассивный, его продолжительность достаточно большая - 97.725 суток.

Таблица 5.6 – Моменты переключения двигателя новой номинальной траектории КА

участок	начало участка (i-й день)	продолжительность (сутки)
1-й участок (пассивный)	0	97.725
2-й участок (активный)	97.725	196.829
3-й участок (пассивный)	294.55	23.023
4-й участок (активный)	317.577	88.767
5-й участок (пассивный)	406.344	38.735
6-й участок (активный)	445.078	99.922
7-й участок (пассивный)	545	5
8-й участок (активный)	550	28.187
9-й участок (пассивный)	578.187	30
полное время перелета	608.187	

Ряд точек траектории, в которых осуществляется включение или выключение двигателя, совпадают с нулями функции переключения, (исключение первый и последний участки).

Полное время работы маршевой ЭРДУ на перелете Земля – Земля равно 410.046 суток. За это время тратится 243.0 кг ксенона.

#### **5.4 АНАЛИЗ ТРЕБОВАНИЙ ПРИ ПАРИРОВАНИИ ВОЗМОЖНОГО НЕШТАТНОГО ВЫКЛЮЧЕНИЯ ЭРДУ НА НОМИНАЛЬНОЙ ТРАЕКТОРИИ С ВЫБОРОМ ОПТИМАЛЬНОЙ ДАТЫ СТАРТА И ВЕЛИЧИНЫ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ИЗБЫТКА СКОРОСТИ ПРИ ОТЛЕТЕ ОТ ЗЕМЛИ**

В разделе проанализирована возможность улучшить реализуемую траекторию за счет выбора величины гиперболического избытка скорости при старте от Земли.

Как и в предыдущем разделе, сначала проанализируем возможность увеличения длительности последнего пассивного участка. Затем проанализируем возможность введения дополнительного пассивного участка на наиболее сложном (с точки зрения парирования возмущения от нештатного выключения двигателя) третьем активном участке.

##### ***5.4.1 Анализ требований при парировании возможного нештатного выключения ЭРДУ на номинальной траектории с пассивным участком в конце гелиоцентрического перелёта***

Рассмотрим целесообразность увеличения до 60 дней длительности последнего пассивного участка траектории. Анализ показал, что при этом можно существенно увеличить допустимую продолжительность нештатного выключения двигателя.

В таблице 5.7 приведены характеристики траекторий с рассмотренными вариантами продолжительности последнего пассивного участка. Анализ приведенных результатов показывает, что с точки зрения максимизации предельно допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя самым лучшим вариантом является вариант траектории с длительностью последнего пассивного участка 55 суток. В этом варианте удастся парировать

возмущения от нештатного выключения двигателя на первых двух активных участках длительностью до 10 суток и длительностью до 5.89 суток на последнем активном участке.

Таблица 5.7 – Предельно допустимые продолжительности нештатного выключения двигателя для различных продолжительностей последнего

Длительность последнего пассивного участка, сутки	10.455	30	40	45	50	55	60
Предельно допустимая продолжительность выключения двигателя, сутки	0.37	3.05	4.6	5.24	5.75	5.89	5.47
Оптимальная дата старта	23.08.2018	24.08.2018	21.08.2018	20.08.2018	19.08.2018	17.08.2018	16.08.2018
Оптимальная величина вектора ГИС при отлете от Земли, м/с	488.494	544.018	603.758	617.428	642.676	668.038	691.968
Масса КА после отделения МД и РБ, кг	2115.0	2112.6	2109.7	2109.0	2107.7	2106.3	2104.9
Время гелиоцентрического перелета Земля – Земля, сутки	594.80	593.12	596.01	597.08	598.80	600.28	601.47
Масса ксенона, кг	238.66	238.09	239.10	239.57	240.71	242.26	244.34
Масса КА при его подлете к Земле, кг	1876.4	1874.5	1870.6	1869.5	1867.0	1864.0	1860.6

пассивного участка

Можно отметить, что при увеличении продолжительности последнего пассивного участка оптимальное время перелета Земля – Земля и оптимальная величина гиперболического избытка скорости при отлете от Земли немного увеличиваются. Масса КА после отделения химического разгонного блока немного уменьшается. Масса требуемого для перелета ксенона немного увеличивается. Поэтому при увеличении длительности последнего пассивного

участка конечная масса КА (масса КА при его подлете к Земле для гравитационного маневра) немного, но уменьшается.

При оптимальной (с точки зрения допустимого времени нештатного выключения двигателя) длительности последнего пассивного участка (55 суток) конечная масса КА уменьшается на 12 кг относительно массы на начальной номинальной траектории (с длительностью последнего пассивного участка 10.455 суток).

В таблице 5.8 представлены основные характеристики новой номинальной траектории с длительностью последнего пассивного участка 55 суток.

Таблица 5.8 – Основные характеристики траектории с длительностью последнего пассивного участка 55 суток

дата старта		17.08.2018
величина ГИС при отлете от Земли	м/с	668.038
масса КА после отделения маршевой двигательной установки Фрегата	кг	2106.3
вектор ГИС при отлете от Земли	м/с	[254.433; 617.534; -13.826]
время гелиоцентрического перелета Земля – Земля	суток	600.28
дата подлета КА к Земле		09.04.2020
масса ксенона	кг	242.3
масса КА при его подлете к Земле	кг	1864.0
величина ГИС при подлете к Земле	м/с	8946.173
вектор ГИС при подлете к Земле	м/с	[7141.183; 5388.647; -0.299]
вектор ГИС при отлете от Земли после гравитационного маневра	м/с	[443.839; 8928.697; 339.676]
угол поворота асимптоты гиперболы при гравитационном маневре у Земли	град	50.151
высота перигея гиперболы пролета Земли	км	400.018
время перелета Земля - Венера	суток	50.79
гиперболический избыток скорости при подлете к Венере	м/с	17.5

На рисунке 5.10 показаны изолинии массы топлива, требуемого для гелиоцентрического перелета Земля – Земля (кг) на плоскости: дата нештатного выключения двигателя (ось абсцисс)– продолжительность нештатного выключения двигателя для первого активного участка (ось ординат).

На первом активном участке самый напряженный участок (с точки зрения парирования рассматриваемого возмущения) находится в середине этого участка (интервал 150-230 суток). Возмущение траектории от нештатного выключения двигателя на 10 суток на этом интервале может быть парировано. Максимальный требуемый запас равен 244 кг, что меньше располагаемой массы ксенона (250 кг). Интересно, что на интервале 150-230 суток полета значение функции переключения близко к максимальному значению.

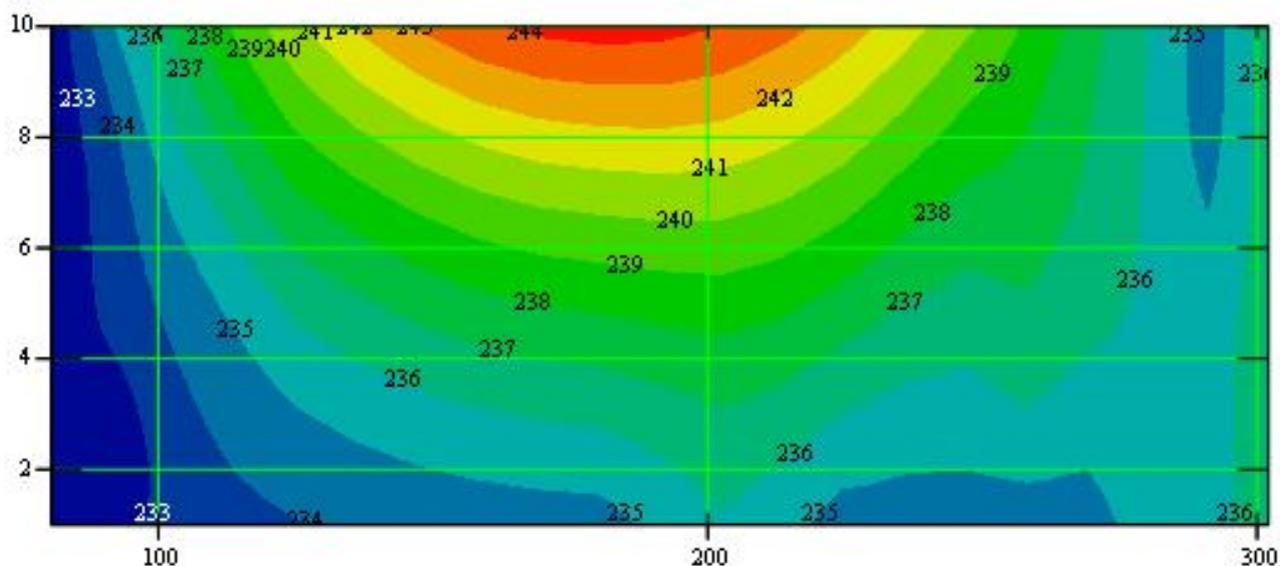


Рисунок 5.10 - Изолинии требуемой массы топлива для гелиоцентрического перелета Земля – Земля (кг) на плоскости: дата нештатного выключения двигателя (сутки, отсчитывается от даты старта) – продолжительность нештатного выключения двигателя (сутки). Длительность последнего пассивного участка 55 суток. Первый активный участок

На рисунке 5.11 показаны изолинии массы топлива, требуемого для гелиоцентрического перелета Земля – Земля на втором активном участке. На нем самый трудный момент (с точки зрения возможности парирования возмущения траектории от нештатного выключения двигателя) находится на интервале 330-370 суток. Допустимая продолжительность нештатного выключения двигателя на втором активном участке более 10 суток. Парирование возмущения траектории от нештатного выключения двигателя на 10 суток на этом активном участке требует до 249 кг топлива.

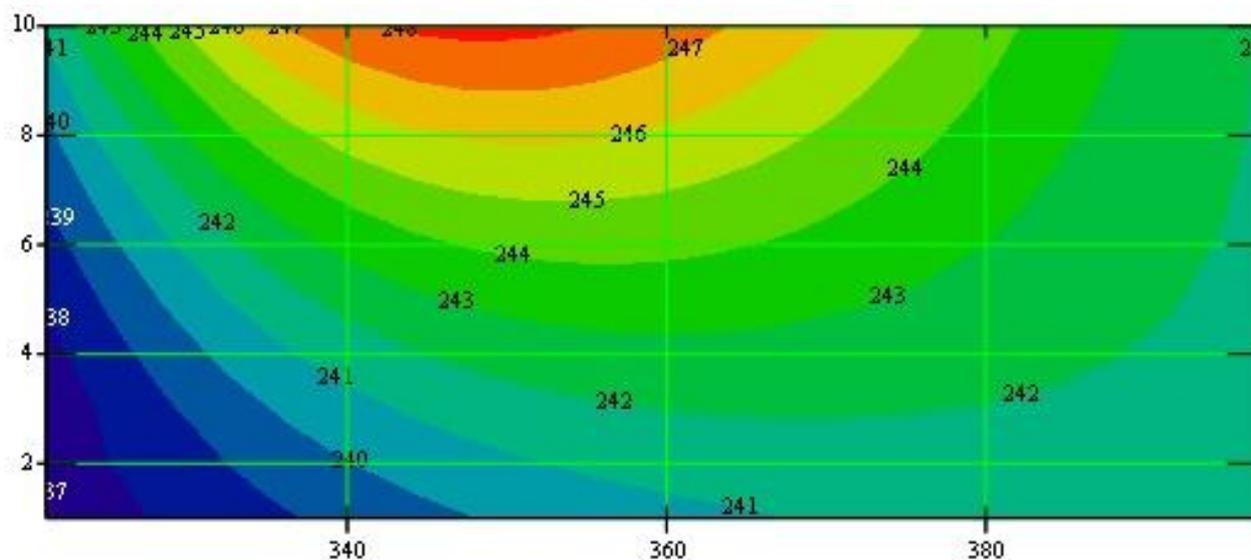


Рисунок 5.11 - Изолинии требуемой массы топлива для гелиоцентрического перелета Земля – Земля (кг) на плоскости: дата нештатного выключения двигателя (сутки, отсчитывается от даты старта) – продолжительность нештатного выключения двигателя (сутки). Длительность последнего пассивного участка 55 суток. Второй активный участок

На рисунке 5.12 показаны изолинии массы топлива, требуемого для гелиоцентрического перелета Земля – Земля на третьем активном участке. На нем самый трудный момент находится в начале участка на интервале 430-470 суток. На этом интервале есть возможность парировать возмущение от нештатного выключения ЭРДУ длительностью до 5.89 суток.

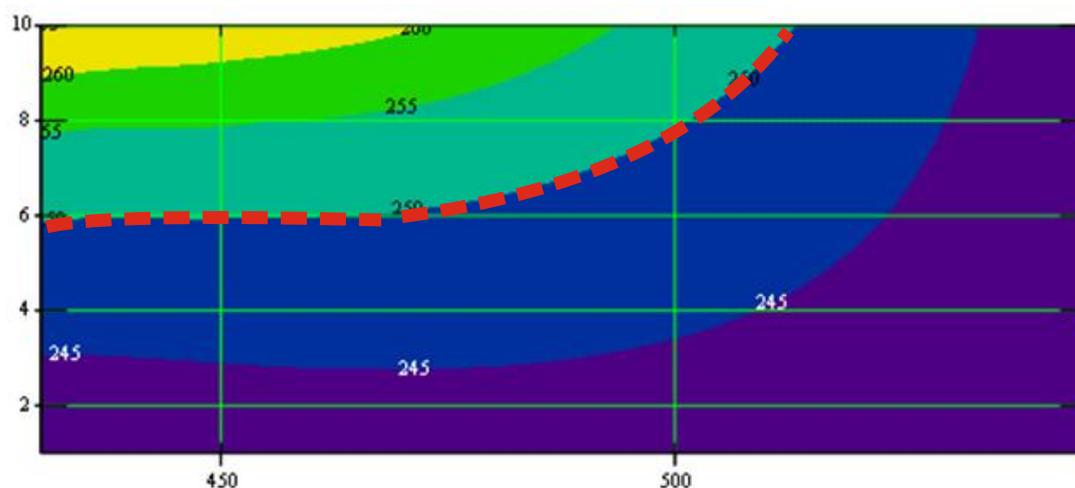


Рисунок 5.12 - Изолинии требуемой массы топлива для гелиоцентрического перелета Земля – Земля (кг) на плоскости: дата нештатного выключения двигателя (сутки, отсчитывается от даты старта) – продолжительность нештатного выключения двигателя (сутки). Длительность последнего пассивного участка 55 суток. Третий активный участок

Проекция на плоскость эклиптики новой номинальной траектории с длительностью последнего пассивного участка 55 суток (с оптимизацией даты старта и величины гиперболического избытка скорости при старте от Земли) представлена на рисунке 5.13. На нем использованы следующие обозначения: активные участки траектории перелета выделены красной жирной линией. Пассивные участки показаны синей пунктирной линией.

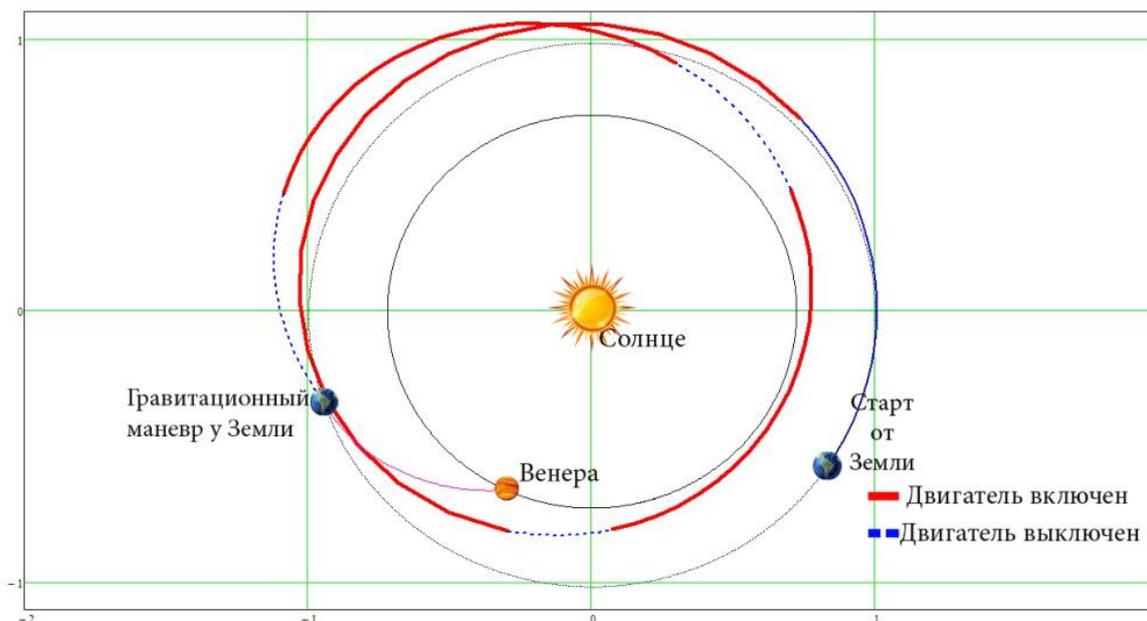


Рисунок 5.13 - Проекция на плоскость эклиптики новой номинальной траектории. Используется оптимизация даты старта и величины гиперболического избытка скорости при старте. Длительность последнего пассивного участка 55 суток

Некоторые точки траектории, в которых осуществляется переключение двигателя, совпадают с нулями функции переключения, представленной на рисунке 5.14. Красным цветом выделены участки с включенным двигателем. Заметим, что на начальном этапе перелета Земля – Земля, несмотря на то, что функция переключения положительна, ЭРДУ не работает. Траектория имеет три активных и четыре пассивных участков, она начинается и заканчивается пассивными участками.

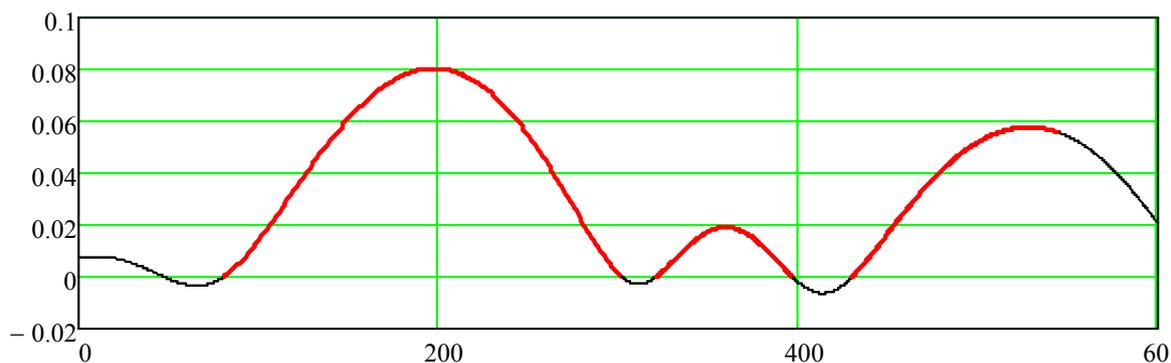


Рисунок 5.14 - Функция переключения двигателя на гелиоцентрической траектории перелета Земля – Земля с длительностью последнего пассивного участка 55 суток. Используется оптимизация даты старта и величины гиперболического избытка скорости при старте. Ось абсцисс - время полета в сутках. Красным цветом выделены активные участки полета

На рисунке 5.15 представлена оптимальная программа атаки на гелиоцентрическом перелете Земля – Земля как функция времени. Видно, что на первом активном участке есть точка, где угол атаки равен  $180^\circ$  и ЭРДУ активно тормозит КА. Интересно, что при этом удаление КА от Солнца увеличивается.

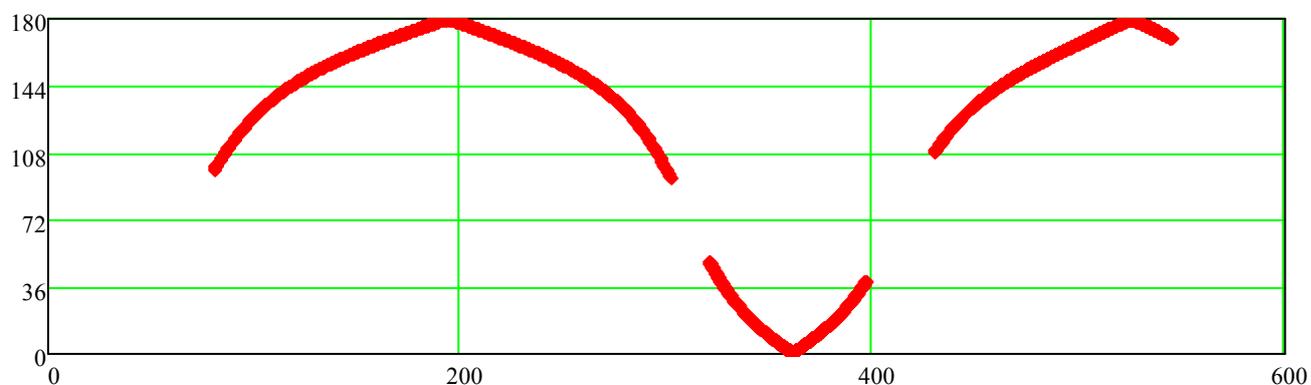


Рисунок 5.15 - Оптимальная программа угла атаки [градусы] как функция времени [сутки] на активных участках гелиоцентрической траектории перелета Земля – Земля. Используется оптимизация даты старта и величины гиперболического избытка скорости при старте. Длительность последнего пассивного участка 55 суток

На рисунке 5.16 показано изменение длины радиуса вектора КА на гелиоцентрическом перелете Земля - Земля. Видно, что примерно на 530 сутки полета КА находится на максимальном удалении от Солнца (1.18 АЕ). В этот момент его скорость минимальна, что хорошо видно из графика рисунка 5.17,

на котором показана зависимость скорости КА от времени перелета. Минимальная скорость КА оказывается равной 23.13 км/с.

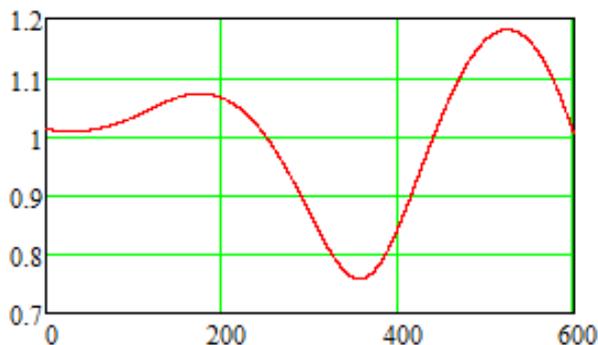


Рисунок 5.16 - Длина гелиоцентрического радиуса вектора КА [АЕ] как функция времени полета [сутки] на гелиоцентрической траектории перелета Земля – Земля. Длительность последнего пассивного участка 55 суток

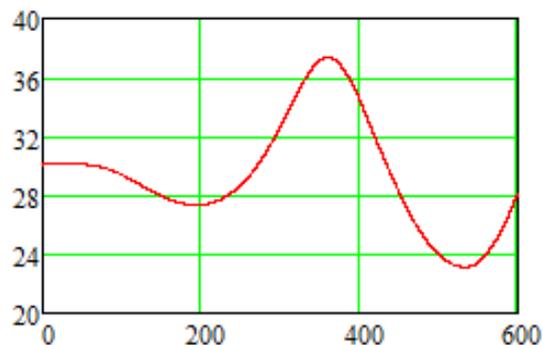


Рисунок 5.17 - Гелиоцентрическая скорость КА [км/с] как функция времени полета [сутки] на гелиоцентрической траектории перелета Земля – Земля. Длительность последнего пассивного участка 55 суток

Таким образом, увеличение длительности последнего пассивного участка до 55 суток (с одновременной оптимизацией даты старта и величины гиперболического избытка скорости при старте) дает возможность увеличить продолжительность допустимого нештатного выключения двигателя до 5.89 суток.

#### **5.4.2 Анализ требований при парировании возможного нештатного выключения ЭРДУ на номинальной траектории с одним дополнительным пассивным участком**

Рассмотрим возможность введения дополнительного пассивного участка для увеличения допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя. Понятно, что дополнительный участок будет вводиться на последнем (третьем) активном участке, как наиболее критичным с точки зрения возможности парирования возмущений. При этом на траектории будет четыре активных участка. Характеристики вводимого пассивного участка будут вводиться так, чтобы предельно допустимая продолжительность нештатного выключения двигателя на последних двух активных участках оказалась равна.

В таблице 5.9 собраны результаты исследованных вариантов характеристик вводимого пассивного участка. В первом её столбце помещен временной интервал, на котором вводится пассивный участок. В третьем столбце приводится масса требуемого для перелета топлива. В последних двух столбцах приведены значения предельно допустимого времени нештатного выключения двигателя на 3-ем и 4-ом активных участках соответственно.

Таблица 5.9 – Предельно допустимые продолжительности нештатного выключения двигателя для различных дат начала дополнительного пассивного участков и его длительностей. Длительность последнего пассивного участка 55 суток. Используется оптимизация даты старта и величины гиперболического избытка скорости при старте

Временной интервал пассивного участка	Оптимальная величина ГИС при отлете от Земли	Масса расхода ксенона	Время перелета Земля - Земля	Третий активный участок	Четвертый активный участок
сутки	м/с	кг	сутки	сутки	сутки
508-513	688.802	244.4	601.60	7.69	7.71
510-514	684.98	244.0	601.35	7.31	8.38
510-515	689.013	244.4	601.60	7.56	8.03
510-515.5	690.981	244.7	601.71	7.67	7.84
<b>510-515.8</b>	<b>692.143</b>	<b>244.8</b>	<b>601.78</b>	<b>7.73</b>	<b>7.71</b>
510-516	692.909	244.9	601.82	7.77	7.69
515-519	685.404	244.0	601.34	7.05	9.43
515-520	689.53	244.5	601.58	7.23	9.04
515-521	693.511	245.0	601.80	7.36	8.64
515-521.5	695.432	245.3	601.91	7.40	8.41
515-522	687.298	245.5	602.01	7.43	8.14
515-522.5	699.1	245.8	602.11	7.44	7.84
515-523	700.829	246.1	602.20	7.44	7.56
520-526.5	696.053	245.3	601.88	6.95	9.87
520-527	697.952	245.6	601.98	6.94	9.60
520-528	701.538	246.1	602.17	6.86	8.95
508-513	688.802	244.4	601.60	7.69	7.71
510-514	684.98	244.0	601.35	7.31	8.38
510-515	689.013	244.4	601.60	7.56	8.03

Строка таблицы, соответствующая лучшей (по критерию максимальной предельно допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя) дате начала дополнительного пассивного участка, выделена красным цветом.

Анализ результатов в таблицах 5.9, приведенных в таблице 5.9, показывает, что максимальное значение предельно допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя достигается при введении дополнительного пассивного участка на интервале 510-515.8 суток, при котором предельно допустимая продолжительность равна 7.7 суток. Этот вариант в таблице выделен красной строкой.

На рисунке 5.17 приведены зависимости предельно допустимой продолжительности нештатного выключения ЭРДУ как функции длительности вводимого пассивного участка для трех дат ввода этих участков (505-ый, 510-ый и 515-ый день полета). Эти зависимости для третьего активного участка нарисованы точечными линиями, для четвертого участка - коричневыми пунктирными линиями. Точки, в которых линии с одной датой начала вводимого пассивного участка для третьего и четвертого участка пересекаются, являются оптимальными (по критерию допустимого времени нештатного выключения двигателя) для рассматриваемых дат вводимого пассивного участка. Такие точки соединены на рассматриваемом рисунке красной жирной линией. Анализ максимума функции, которая показана этой линией, дает возможность определить оптимальные характеристики вводимого пассивного участка.

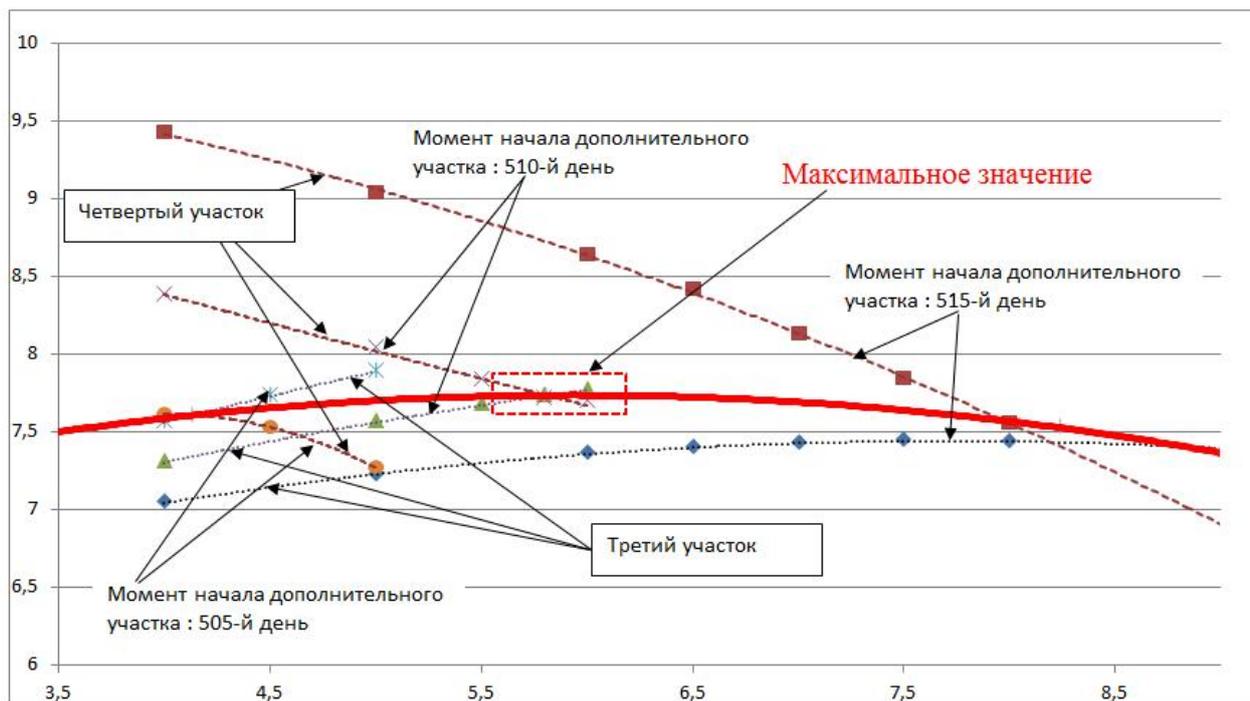


Рисунок 5.18 - Допустимая продолжительность нештатного выключения двигателя (сутки) как функция длительности вводимого пассивного участка (сутки) для трех дат начала этих участков (505-ый , 510-ый и 515-ый день полета) для третьего (точечные линии) и четвертого (пунктирные, коричневые линии) активных участков. Красная линия - максимальная продолжительность допустимого нештатного выключения двигателя как функция длительности вводимого пассивного участка

Эти оптимальные характеристики оказываются близки к выделенным характеристикам в таблице 5.9: оптимальная дата вводимого пассивного участка 510 суток полета, оптимальная длительность вводимого пассивного участка 5.8 суток. Рассмотрим характеристики траектории с такими характеристиками вводимого пассивного участка.

### 5.4.3 Анализ траектории с одним дополнительным пассивным участком, выбранной по критерию максимальной продолжительности допустимого нештатного выключения ЭРДУ

Рассмотрим оптимальный вариант характеристик вводимого пассивного участка. Полагаем, что его продолжительность равна 5.8 суток, а начало вводимого участка – 510-ые сутки полета КА. Длительность последнего пассивного участка полагаем равной 55 суток.

На рисунках 5.19-5.20 показаны изолинии массы топлива, требуемого для гелиоцентрического перелета Земля – Земля, для каждого активного участка. Очевидно, что на первом (рисунок 5.19) и втором (рисунок 5.20) активных участках предельно допустимая продолжительность нештатного выключения двигателя больше 10 суток.

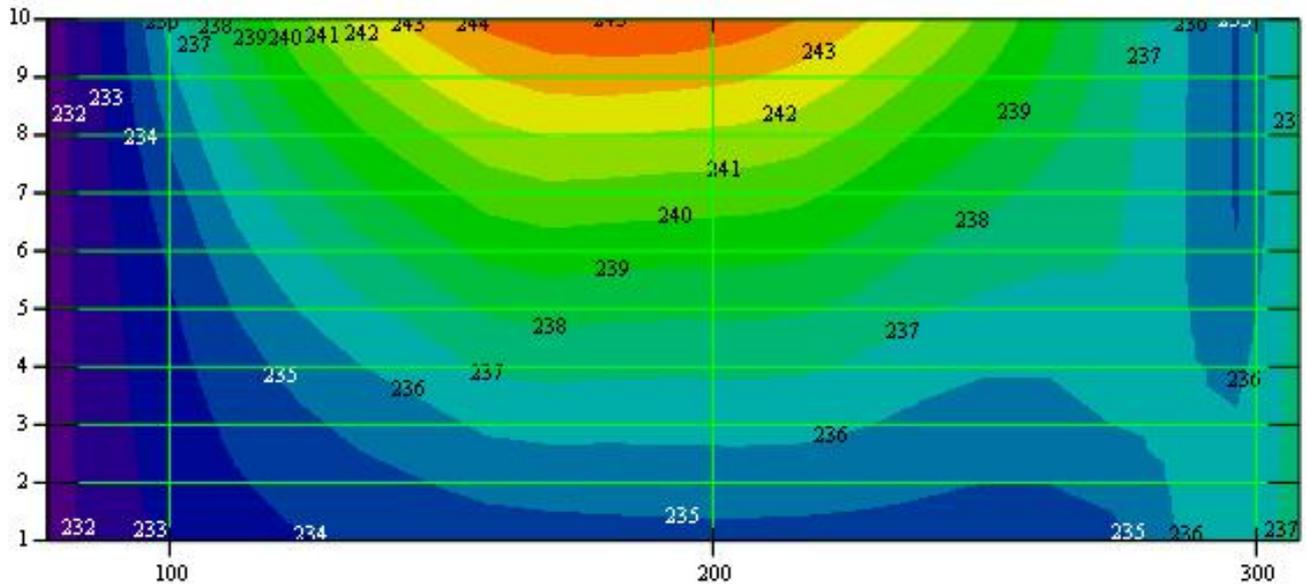


Рисунок 5.19 - Изолинии требуемой массы топлива для гелиоцентрического перелета Земля – Земля (кг) на плоскости: дата нештатного выключения двигателя (сутки, отсчитывается от даты старта) – продолжительность нештатного выключения двигателя (сутки). Первый активный участок

На этих участках самые напряженные моменты (с точки зрения парирования возмущения от нештатного выключения двигателя) находятся в середине участков. Интересно, что в эти моменты функция переключения достигает локальных максимумов.

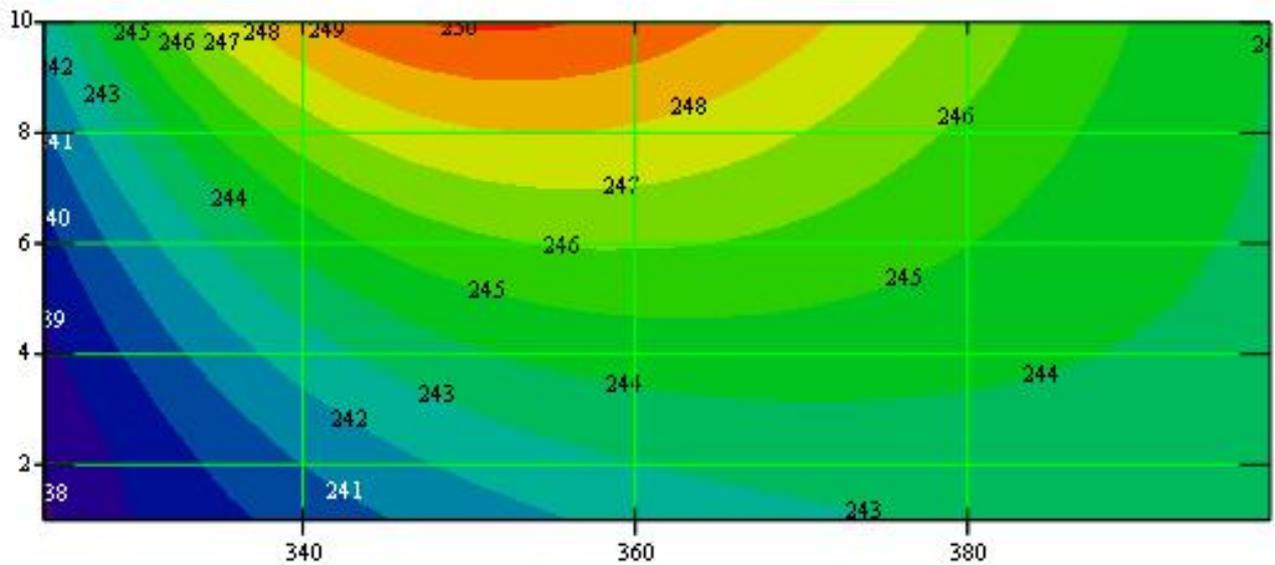


Рисунок 5.20 - Изолинии требуемой массы топлива для гелиоцентрического перелета Земля – Земля (кг) на плоскости: дата нештатного выключения двигателя (сутки, отсчитывается от даты старта) – продолжительность нештатного выключения двигателя (сутки). Второй активный участок

На рисунке 5.21 показаны изолинии массы топлива, требуемого для гелиоцентрического перелета Земля – Земля на третьем активном участке. Видно, что наиболее критичным (с точки зрения парирования возмущения от нештатного выключения двигателя) оказывается первая половина рассматриваемого участка. Самое малое значение допустимого нештатного выключения двигателя при располагаемой массе ксенона 450 кг (изолиния выделена красным пунктиром) соответствует начальной точке участка. В этой точке допустимая продолжительность нештатного выключения двигателя 7.73 суток.

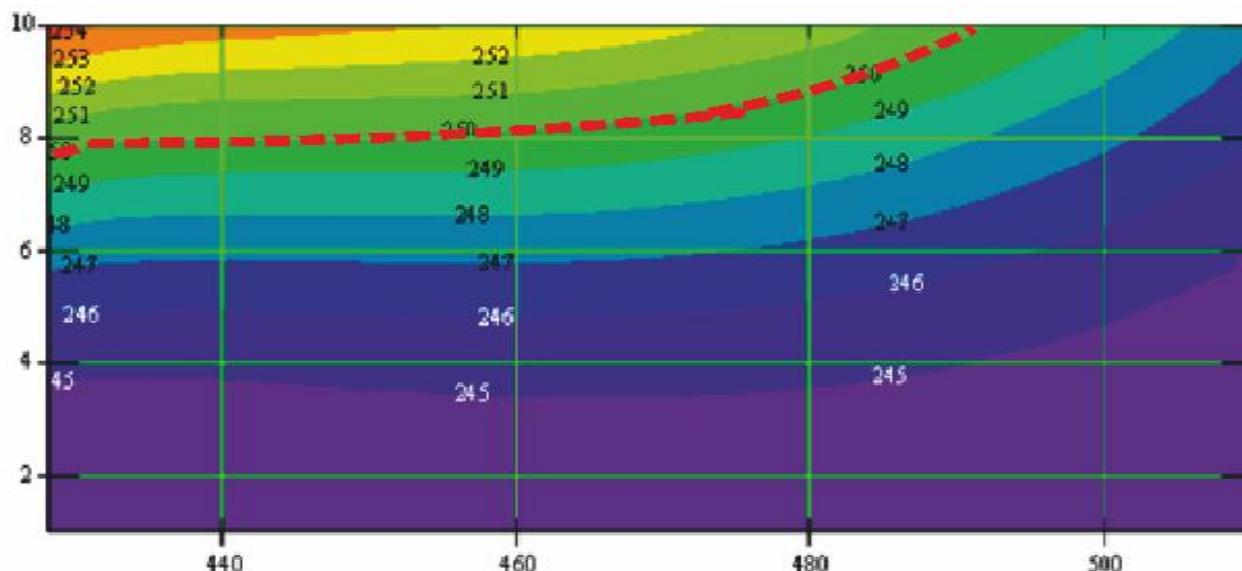


Рисунок 5.21 - Изолинии требуемой массы топлива для гелиоцентрического перелета Земля – Земля (кг) на плоскости: дата нештатного выключения двигателя (сутки, отсчитывается от даты старта) – продолжительность нештатного выключения двигателя (сутки). Третий активный участок

На рисунке 5.22 показаны изолинии массы топлива, требуемого для гелиоцентрического перелета Земля – Земля на четвертом активном участке. На нем самый напряженный момент (с точки зрения парирования возмущения от нештатного выключения двигателя) находится в начале этого участка на интервале 515-525 суток. Допустимая продолжительность нештатного выключения двигателя примерно равна 7.71 суток.

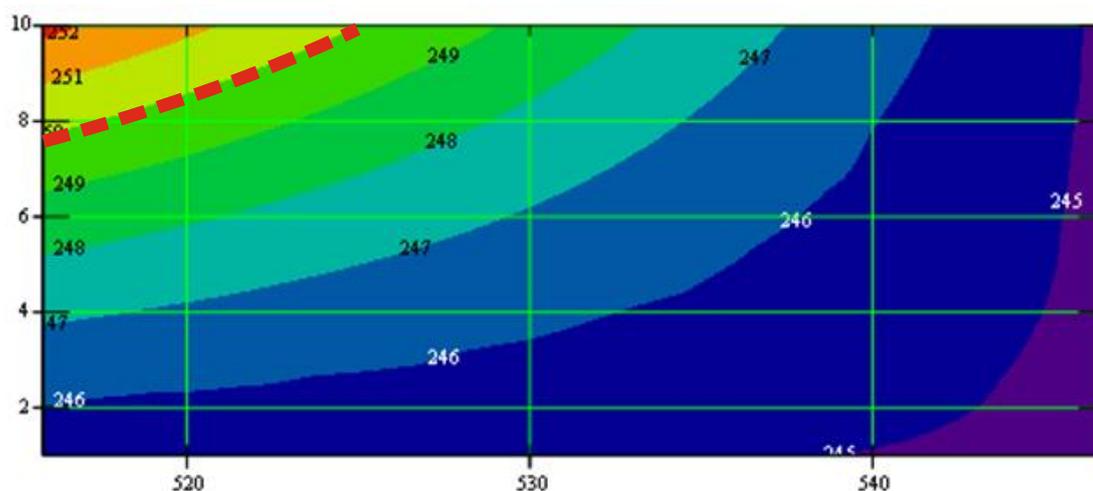


Рисунок 5.22 - Изолинии требуемой массы топлива для гелиоцентрического перелета Земля – Земля (кг) на плоскости: дата нештатного выключения двигателя (сутки, отсчитывается от даты старта) – продолжительность нештатного выключения двигателя (сутки). Четвертый активный участок

Проекция на плоскость эклиптики найденной оптимальной гелиоцентрической траектории с дополнительным пассивным участком на интервале 510-515.8 суток полёта представлена на рисунке 5.23. На нем использованы следующие обозначения: активные участки траектории перелета выделены красной жирной линией. Пассивные участки обозначены синей пунктирной линией.

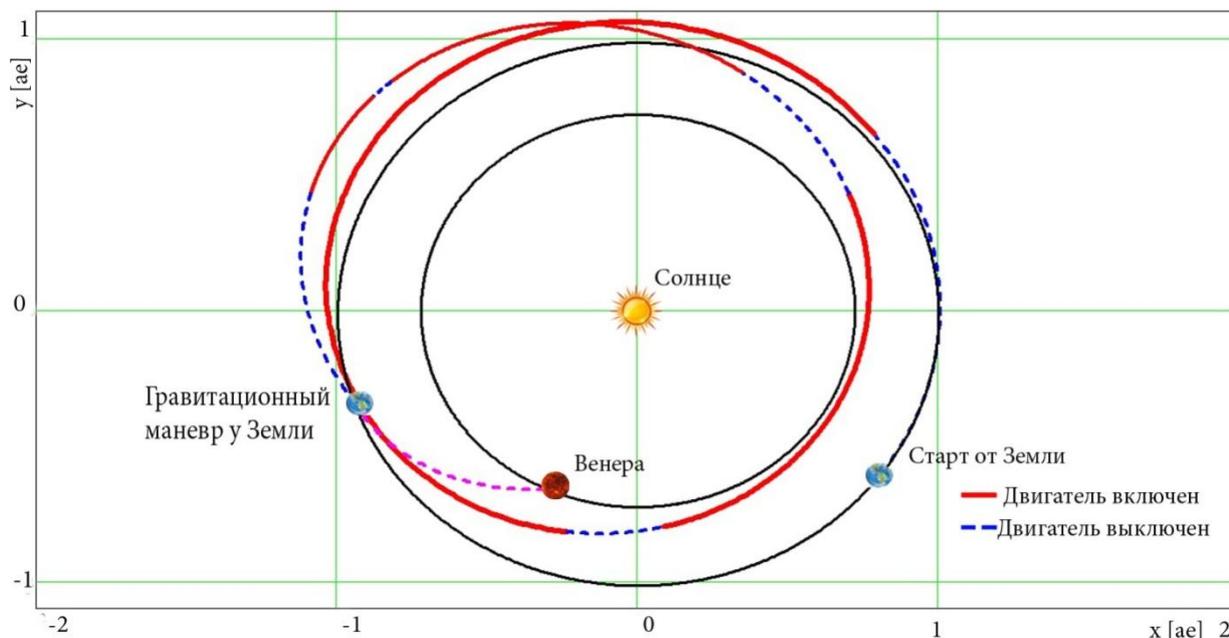


Рисунок 5.23 - Проекция на плоскость эклиптики новой номинальной траектории с дополнительным пассивным участком на интервале 510-515.8 суток полёта. Используется оптимизация даты старта, величины гиперболического избытка скорости при старте и характеристик вводимого пассивного участка. Длительность последнего пассивного участка 55 суток

Некоторые точки траектории, в которых осуществляется переключение двигателя, совпадают с нулями функции переключения, представленной на рисунке 5.24. Красным цветом выделены участки с включенным двигателем. Заметим, что на начальном этапе перелета Земля – Земля и в конце этого перелета, несмотря на то, что функция переключения положительна, ЭРДУ не работает. В нижней части рисунка 5.24 в крупном масштабе показана функция переключения на участок полета, на котором вводится дополнительный пассивный участок

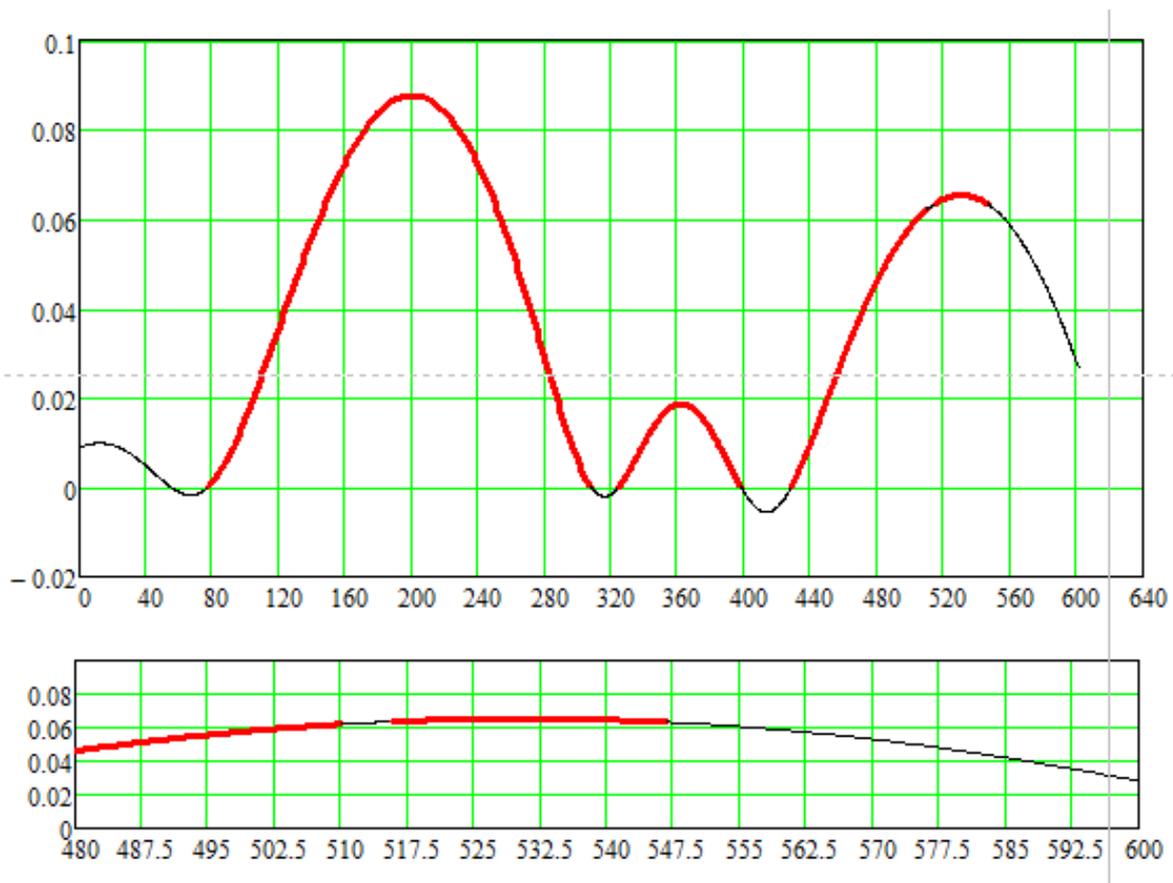


Рисунок 5.24 - Функция переключения двигателя на гелиоцентрической траектории перелета Земля – Земля с дополнительным пассивным участком на интервале 510-515.8 суток полёта. Ось абсцисс - время полета в сутках. Внизу в крупном масштабе показан участок полета, на котором вводится дополнительный пассивный участок

На рисунке 5.24 видно, что траектория имеет четыре активных и пять пассивных участков, она начинается и заканчивается пассивными участками.

На рисунке 5.25 показано изменение длины радиуса вектора КА на гелиоцентрическом перелете Земля - Земля. Видно, что примерно на 530 сутки полета КА находится на максимальном удалении от Солнца (1.18 АЕ). В это момент его скорость минимальна, что хорошо видно из графики рисунка 5.26, на котором показана зависимость скорости КА от времени перелета. Минимальная скорость КА оказывается равной почти 23.13 км/с. По сравнению с вариантом без дополнительного пассивного участка эти параметры почти не изменились. Можно отметить, что введение дополнительного пассивного участка очень мало изменяет длину радиуса вектора КА и его гелиоцентрическую скорость.

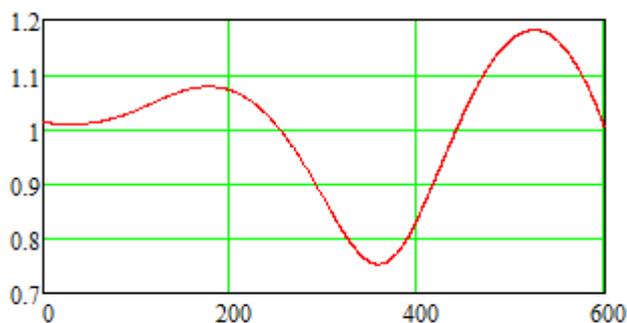


Рисунок 5.25 - Длина гелиоцентрического радиуса вектора КА [АЕ] как функция времени полета [сутки] на гелиоцентрической траектории перелета Земля – Земля с дополнительным пассивным участком на интервале 510-515.8 суток полёта

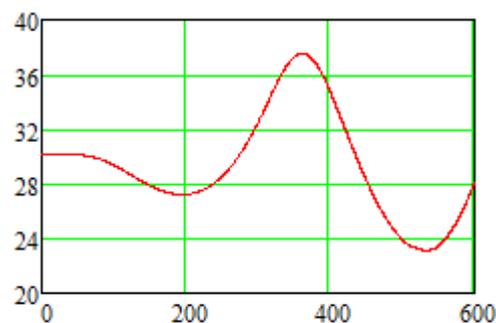


Рисунок 5.26 - Гелиоцентрическая скорость КА [км/с] как функция времени полета [сутки] на гелиоцентрической траектории перелета Земля – Земля с дополнительным пассивным участком на интервале 510-515.8 суток полёта

Проанализируем целесообразность введения на траектории гелиоцентрического перелета Земля – Земля двух дополнительных пассивных участков.

#### **5.4.4 Анализ требований при парировании возможного нештатного выключения ЭРДУ на номинальной траектории с двумя дополнительными пассивными участками**

При введении двух дополнительных пассивных участков на анализируемой схеме перелета появляется четыре новых выбираемых параметра: две даты начала дополнительно вводимых пассивных участков и их длительности. Эти параметры выбираются оптимальными по критерию максимума предельно допустимого времени нештатного выключения двигателя. Минимальная предельно допустимая продолжительность нештатного выключения двигателя при введении одного дополнительного пассивного участка на третьем и четвертом активных участках была значительно меньше допустимых продолжительностей выключения двигателя на первых двух активных участках. Поэтому было понятно, что введение двух дополнительных пассивных участков следует делать на том же участке, где вводился один дополнительный пассивный участок (на третьем активном

участке траектории, полученной без введения дополнительных пассивных участков). Численный анализ показал, что при таком введении двух дополнительных пассивных участков структура функции переключения двигателя не меняется. Поэтому на траектории перелета существовало 6 пассивных участков, разделенных 5-ю активными участками.

Обозначим даты начала активных участков  $t_{a1}$ ,  $t_{a2}$ ,  $t_{a3}$ ,  $t_{a4}$ ,  $t_{a5}$ . Введенные даты есть и даты конца первых пяти пассивных участков траектории. Как показал численный анализ критичными датами (с точки зрения величины допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя) являются даты:  $t_{a3}$ ,  $t_{a4}$ ,  $t_{a5}$ . Учитывая это обстоятельство, на четыре выбираемых параметра двух вводимых пассивных участков накладывались следующие два ограничения: предельно допустимые продолжительности нештатного выключения двигателя в точках  $t_{a3}$ ,  $t_{a4}$ ,  $t_{a5}$  должны быть равны. Эти два условия помогли уменьшить проводимый итерационный поиск рациональных параметров исследуемой схемы перелета с двумя вводимыми пассивными участками.

Результаты некоторых рассмотренных вариантов параметров двух дополнительных пассивных участков приведены в таблице 5.10. В первом столбце таблицы представлены временные интервалы рассматриваемых дополнительных пассивных участков. Во втором столбце таблицы показаны оптимальные значения гиперболического избытка скорости при старте от Земли. В третьем столбце таблицы приведена информация о требуемой массе топлива (ксенона). В последних трех столбцах таблицы приводятся значения предельно допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя на 3-ем, 4-ом и 5-ом активных участках.

Таблица 5.10 - Предельно допустимые продолжительности нештатного выключения двигателя для различных вариантов характеристик двух дополнительных пассивных участков

Временные интервалы пассивных участков	Оптимальная величина ГИС при отлете от Земли	Масса ксенона	Время перелета Земля - Земля	3-й активный участок	4-й активный участок	5-й активный участок
сутки	м/с	кг	кг	сутки	сутки	сутки
460-460.7 510-516	694.659	245.1	601.984	8.33	8.17	7.44
460-460.7 510-515	690.855	244.6	601.761	8.13	7.92	7.87
460-460.6 510-515	690.593	244.6	601.737	8.05	7.93	7.89
460-460.5 510-515	690.331	244.5	601.714	7.97	7.94	7.92
450-451 515-519	687.829	244.1	601.571	7.94	7.32	9.28
450-451 515-520	691.857	244.6	601.801	8.11	7.52	8.91
450-450.7 515-522	698.739	245.6	602.155	8.03	7.79	7.99
450-450.8 515-522	698.942	245.6	602.175	8.11	7.77	7.97
450-451 515-522	699.345	245.6	602.216	8.28	7.76	7.92
450-451 515-522.5	701.054	245.9	602.308	8.29	7.78	7.61
460-460.7 520-527	699.554	245.7	602.132	7.48	7.23	9.31
460-460.7 520-528	702.975	246.3	602.306	7.38	7.13	8.61

Анализ данных, приведенных в таблице 5.10, показывает, что максимально допустимая продолжительность нештатного выключения двигателя оказалась равна 7.92 суток. Она соответствует варианту схемы перелета, когда первый дополнительный пассивный участок начинается на 460 сутки полета КА и продолжается 0.5 суток. При этом второй пассивный участок продолжается 5 суток и начинается на 510 сутки полета.

На рисунках 5.27 - 5.31 показаны изолинии массы топлива, требуемого для гелиоцентрического перелета Земля – Земля для парирования возмущения от нештатного выключения двигателя на всех пяти активных участках траектории.

Как и ожидалось на первых двух активных участках (рисунки 5.27 и 5.28) предельно допустимая продолжительность нештатного выключения двигателя больше 10 суток. На этих участках самые напряженные даты (с точки зрения парирования возмущения траектории от нештатного выключения двигателя) находятся на середине участков.

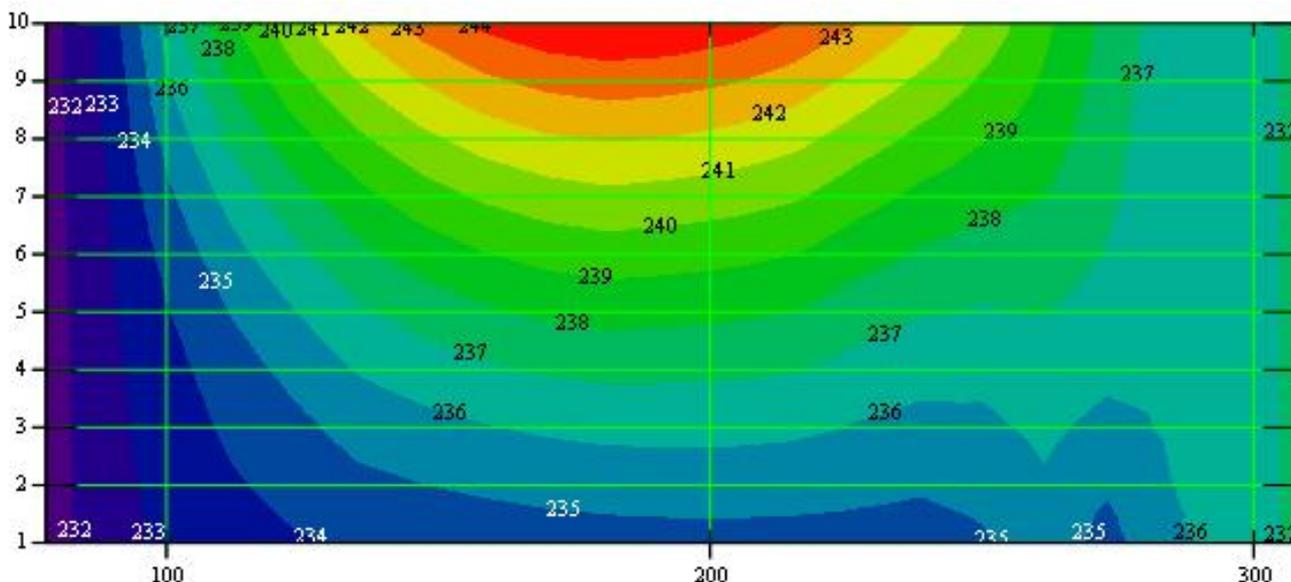


Рисунок 5.27 - Изолинии массы топлива, требуемого для гелиоцентрического перелета Земля - Земля [кг] на плоскости: дата нештатного выключения двигателя [сутки, отсчитывается от даты старта] - продолжительность нештатного выключения двигателя [сутки]. Два дополнительных пассивных участка. Первый активный участок.

На первом активном участке парирование возмущения от нештатного выключения двигателя продолжительностью 10 суток максимально может потребовать 244 кг топлива. На втором активном участке для парирования такого же возмущения может потребоваться 249 кг топлива.

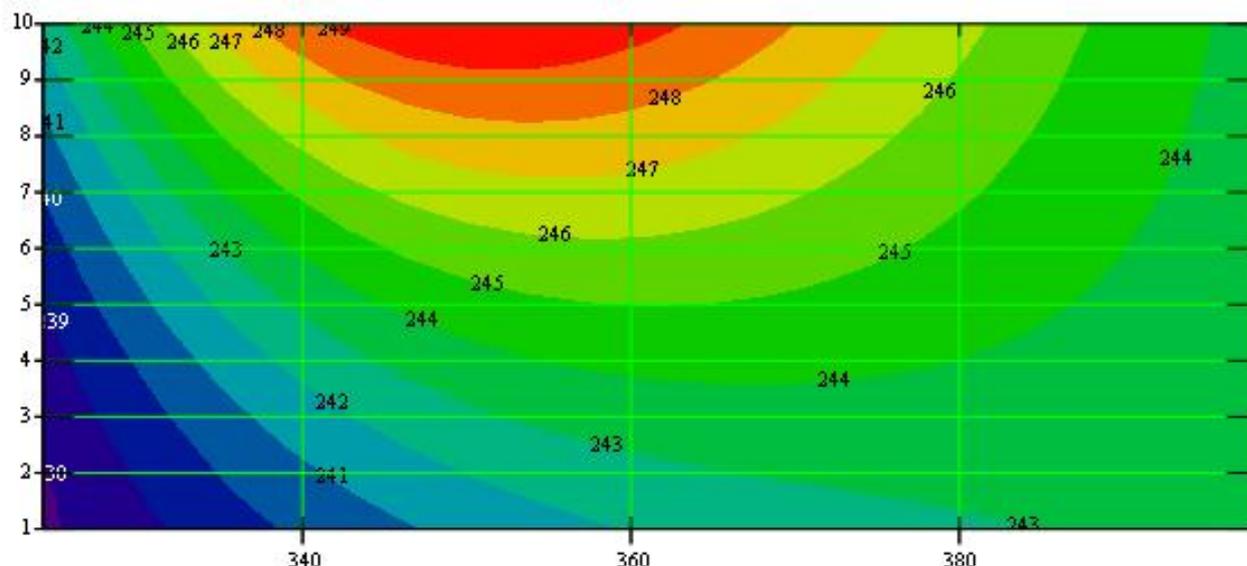


Рисунок 5.28 - Изолинии массы топлива, требуемого для гелиоцентрического перелета Земля - Земля [кг] на плоскости: дата нештатного выключения двигателя [сутки, отсчитывается от даты старта] - продолжительность нештатного выключения двигателя [сутки]. Два дополнительных пассивных участка. Второй активный участок.

На рисунке 5.29 показаны изолинии массы топлива, требуемого для гелиоцентрического перелета Земля – Земля при парировании возмущения траектории от нештатного выключения двигателя на третьем активном участке. Красной пунктирной линией показана изолиния, соответствующая 250 кг истраченного топлива. Видно, что возмущение от нештатного выключения ЭРДУ в начальной точке рассматриваемого участка можно парировать, если продолжительность этого выключения меньше 7.97 суток. В остальных точках рассматриваемого активного участка положение с возможностью парирования возмущения от нештатного выключения двигателя немного лучше (очень немного). Зависимость допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя как функции даты нештатного выключения двигателя очень пологая.

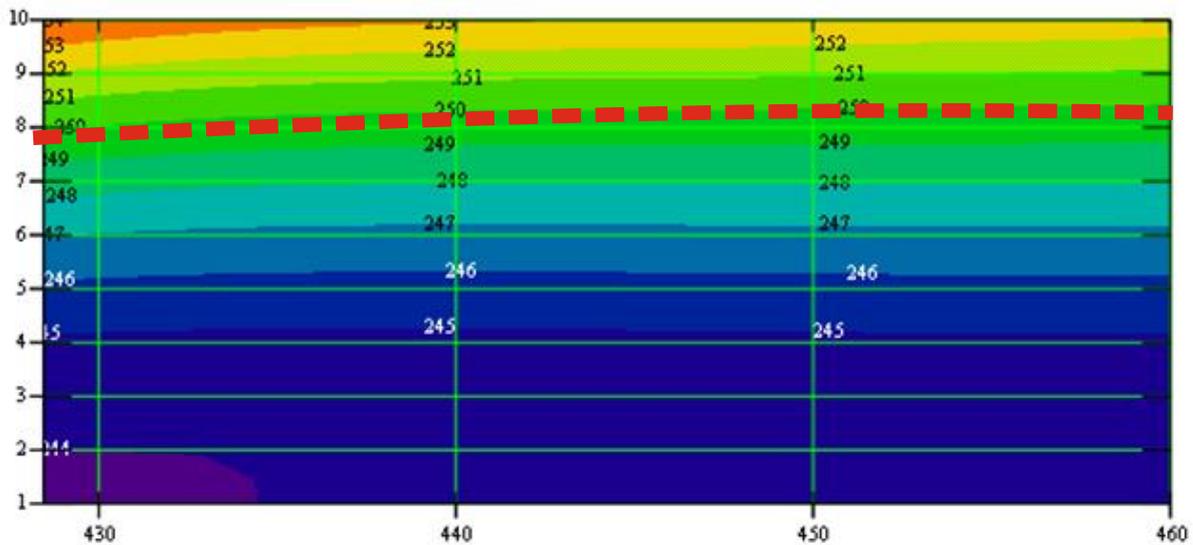


Рисунок 5.29 - Изолинии массы топлива, требуемого для гелиоцентрического перелета Земля - Земля [кг] на плоскости: дата нештатного выключения двигателя [сутки, отсчитывается от даты старта] - продолжительность нештатного выключения двигателя [сутки]. Два дополнительных пассивных участка. Третий активный участок.

На рисунке 5.30 показаны изолинии массы топлива, требуемого для гелиоцентрического перелета Земля – Земля при парировании возмущения траектории от нештатного выключения двигателя на четвертом активном участке. Красной пунктирной линией показана изолиния, соответствующая 250 кг истраченного топлива. Видно, что возмущение от нештатного выключения ЭРДУ в начальной точке рассматриваемого участка можно парировать, если продолжительность этого выключения меньше 7.94 суток. В остальных точках рассматриваемого активного участка положение с возможностью парирования возмущения от нештатного выключения двигателя существенно лучше. Например, на интервале 495...510 суток полета удастся парировать возмущение от нештатного выключения двигателя на время большее 10 суток.



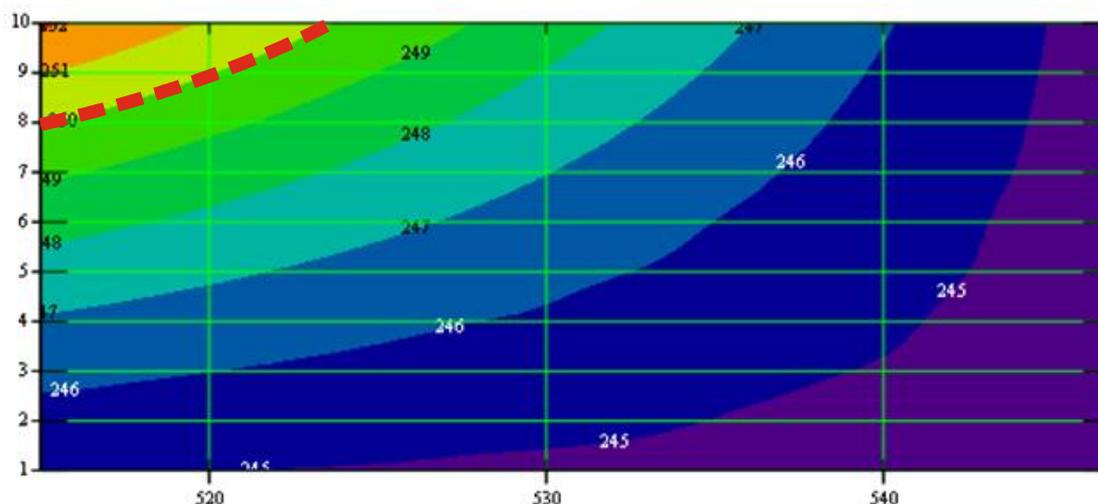


Рисунок 5.31 - Изолинии массы топлива, требуемого для гелиоцентрического перелета Земля - Земля [кг] на плоскости: дата нештатного выключения двигателя [сутки, отсчитывается от даты старта] - продолжительность нештатного выключения двигателя [сутки]. Два дополнительных пассивных участка. Пятый активный участок

Таким образом введение второго пассивного участка дало возможность увеличить время допустимого нештатного выключения двигателя. К сожалению, такое увеличение оказалось неожиданно небольшим (всего на 0.21 – с 7.71 суток до 7.92 суток).

### **5.5 ХАРАКТЕРИСТИКИ ТРАЕКТОРИИ С ДВУМЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ПАССИВНЫМИ УЧАСТКАМИ, ОПТИМИЗИРОВАННОЙ ПО КРИТЕРИЮ МАКСИМАЛЬНОЙ ДОПУСТИМОЙ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ НЕШТАТНОГО ВЫКЛЮЧЕНИЯ ДВИГАТЕЛЯ ПРИ ОГРАНИЧЕНИИ СВЕРХУ ТРЕБУЕМОГО ЗАПАСА ТОПЛИВА**

Основные характеристики полученной оптимальной (по критерию максимальной допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя) траектории с двумя дополнительными пассивными участками представлены в таблице 5.11.

Таблица 5.11 – Основные характеристики оптимальной (по критерию максимальной допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя) траектории с двумя дополнительными пассивными участками

дата старта		17.08.2018
величина ГИС при отлете от Земли	м/с	690.331
масса КА после отделения маршевой двигательной установки Фрегата	кг	2105.0
вектор ГИС при отлете от Земли	м/с	[259.317; 639.584; -15.640]
время гелиоцентрического перелета Земля – Земля	сутки	601.71
дата подлета КА к Земле		09.04.2020
масса ксенона	кг	244.5
масса КА при его подлете к Земле	кг	1860.5
величина ГИС при подлете к Земле	м/с	8946.173
вектор ГИС при подлете к Земле	м/с	[7150.007; 5396.454; -8.022]
вектор ГИС при отлете от Земли после гравитационного маневра	м/с	[443.839; 8928.697; 339.676]
угол поворота асимптоты гиперболы при гравитационном маневре у Земли	град	50.151
высота перигея гиперболы пролета Земли	км	401.857
время перелета Земля - Венера	сутки	50.788
гиперболический избыток скорости при подлете к Венере	м/с	17.5

Оптимальная дата старта оказалась равна 17 августа 2018. Время гелиоцентрического перелета перелета Земля – Земля 601.71суток. Требуемая масса ксенона 244.5 кг. Масса КА при подлете к Земле для гравитационного маневра у нее 1860.5 кг.

Проекция на плоскость эклиптики полученной оптимальной траектории представлена на рисунке 5.32. На нем использованы следующие обозначения: активные участки траектории перелета выделены красной жирной линией. Пассивные участки обозначены синей пунктирной линией.

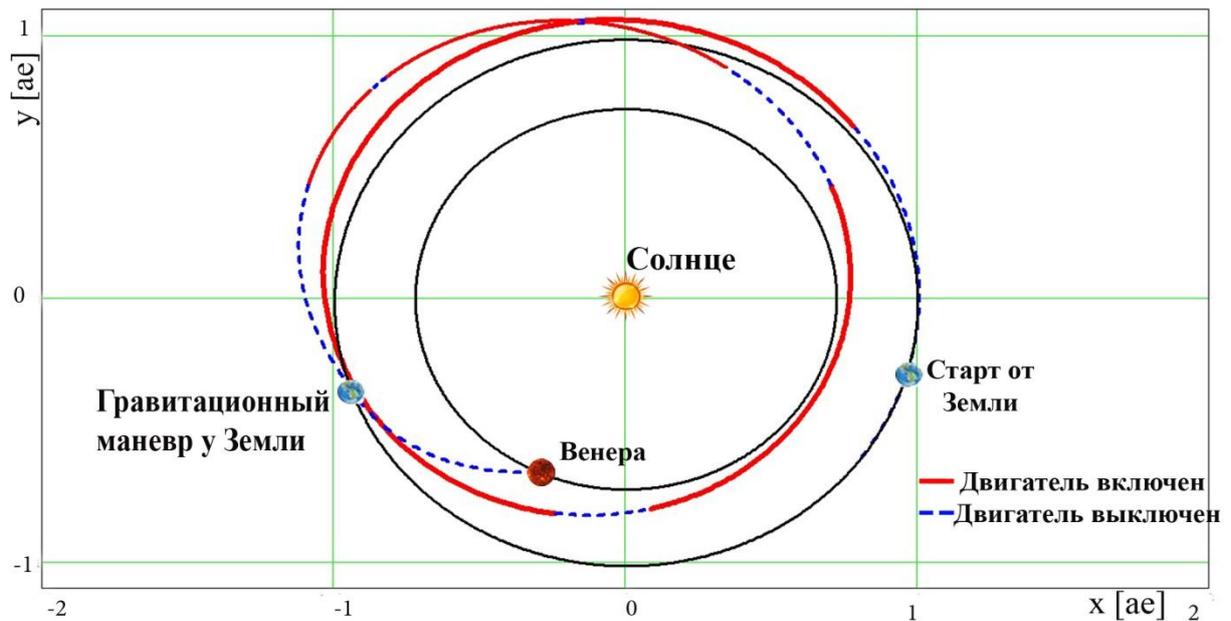


Рисунок 5.32 -Проекция на плоскость эклиптики оптимальной (по критерию максимальной допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя) траектории с двумя дополнительными пассивными участками

Некоторые точки траектории, в которых осуществляется переключение двигателя, совпадают с нулями функции переключения, представленной на рисунке 5.33. Красный цвет линии показывает, что на участке ЭРДУ включен, а черный цвет – двигатель выключен. Заметим, что на граничных участках перелета Земля – Земля, несмотря на то, что функция переключения положительна, ЭРДУ не работает. Траектория имеет пять активных и шесть пассивных участков.

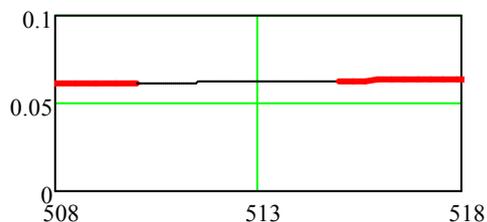
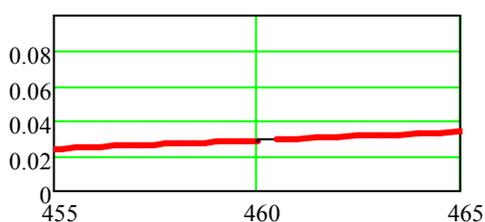
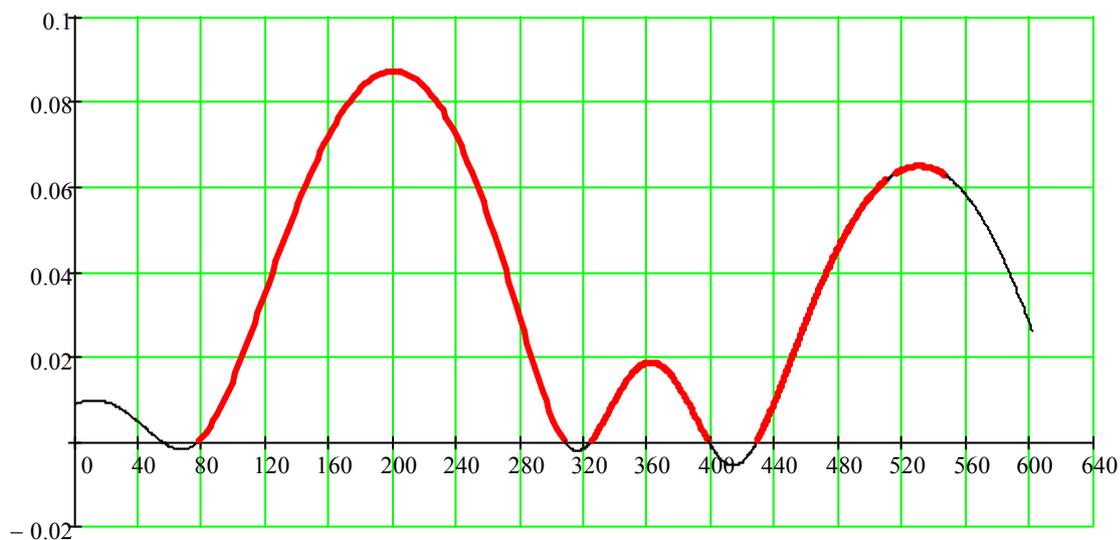


Рисунок 5.33 -Функция переключения двигателя на гелиоцентрической оптимальной (по критерию максимальной допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя) траектории с двумя дополнительными пассивными участками. На участках, где двигатель включен, используется линия красного цвета. На участках, где двигатель выключен, используется линия черного цвета. В нижней части рисунка в крупном масштабе показаны участки траектории с введенными пассивными участками

На рисунке 5.34 показано изменение длины радиуса вектора КА на гелиоцентрической оптимальной (по критерию максимальной допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя) траектории с двумя дополнительными пассивными участками. Видно, что примерно на 530 сутки полета КА находится на максимальном удалении от Солнца (1.178 АЕ). В это момент его скорость минимальна, что хорошо видно из графика рисунка 5.35. На нем приведена зависимость скорости КА от времени перелета. Минимальная скорость КА оказывается равной 23.33 км/с.

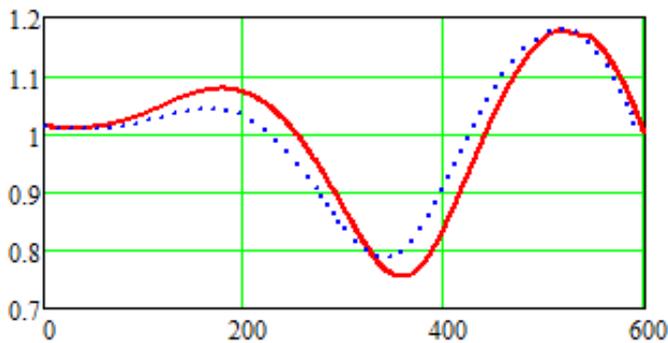


Рисунок 5.34 -Длина гелиоцентрического радиуса вектора КА [АЕ] как функция времени полета [сутки]. Красная линия используется для оптимальной (по критерию максимальной допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя) траектории с двумя дополнительными пассивными участками. Синяя точечная линия – оптимальная по массовым характеристикам траектория

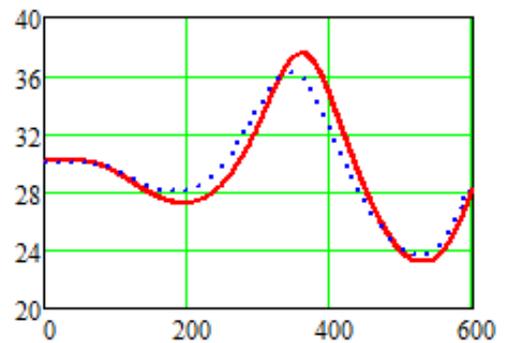


Рисунок 5.35 -Гелиоцентрическая скорость КА [км/с] как функция времени полета [сутки]. Красная линия используется для оптимальной (по критерию максимальной допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя) траектории с двумя дополнительными пассивными участками. Синяя точечная линия – оптимальная по массовым характеристикам траектория

На рисунках 5.34 и 5.35 красными линиями показаны зависимости для оптимальной (по критерию максимальной допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя) траектории с двумя дополнительными пассивными участками. Синими точечными линиями показаны зависимости для траектории, оптимизированной по массовым характеристикам без анализа возможного временного нештатного выключения двигателя.

## 5.6 Заключение по разделу

- В разделе в рамках проекта солнечного зонда, использующего гелиоцентрические рабочие орбиты с низким перигелием, проанализирована проблема оптимизации траектории на участке перелета КА к Венере. Рассматриваемая транспортная космическая система базируется на ракетеносителе «Союз-2-1б», химическом разгонном блоке «Фрегат» и ЭРДУ с двумя параллельно работающим двигателями типа RIT22. Критерий оптимизации траектории - максимальная допустимая продолжительность нештатного

выключения ЭРДУ в произвольной точке траектории. Масса требуемого на перелет топлива (ксенона) считается ограниченной сверху (250 кг).

- Получены оценки допустимой продолжительности нештатного выключения ЭРДУ для рассматриваемых ранее программных траекторий, оптимизированных по массовому критерию (по максимуму конечной массы КА). Сделан вывод о необходимости корректирования этих траекторий для увеличения допустимого времени нештатного выключения двигателя.

- Исследованы два пути корректирования траекторий. Они основаны на увеличении длительности пассивного участка на конечном участке гелиоцентрического перелета и на введении одного или нескольких дополнительных пассивных участков.

- Показано, что оптимизация характеристик дополнительных пассивных участков (их положения на траектории перелета и длительности) и длительности последнего пассивного участка приводит к увеличению предельно допустимого времени нештатного выключения двигателя до уровня, который может удовлетворять проектанта транспортной системы.

- В частности, показано, что
  - ✓ увеличение длительности последнего пассивного участка с 10.455 до 55 суток увеличивает допустимую продолжительность нештатного выключения ЭРДУ от 0.37 суток до 5.89 суток;
  - ✓ введение одного пассивного участка на интервале 510-515.8 на траектории с длительностью последнего пассивного участка 55 суток увеличивает допустимую продолжительность нештатного выключения ЭРДУ до 7.71 суток;
  - ✓ введение двух пассивных участков (на интервалах 460-460.5 суток и 510-515 суток) на траектории с длительностью последнего пассивного участка 55 суток увеличивает допустимую продолжительность нештатного выключения ЭРДУ до 7.92 суток.

- Показано, что при оптимизации траектории целесообразно использовать весь набор условий оптимальности. В частности оптимизировать дату старта и величину гиперболического избытка скорости при старте от Земли. Так оптимизация величины гиперболического избытка скорости при использовании схемы перелета с одним дополнительным пассивным участком позволило увеличить допустимое время нештатного выключения двигателя с 4.82 суток (таблица 5.3 раздела 5.3.2) до 7.71 суток (таблица 5.9 раздела 5.4.2).

- На найденной в разделе траектории перелета обеспечивается возможность парировать траекторные возмущения, вызываемые нештатным выключением двигателя продолжительностью до 7.92 суток в любой точке траектории перелета.

## **6 АНАЛИЗ ТРАЕКТОРИИ ЗЕМЛЯ – ЗЕМЛЯ – ЮПИТЕР**

В настоящее время разрабатывается несколько проектов исследования Юпитера и его спутников. Среди них проект "Лаплас", в котором предполагается исследование одного из спутников Юпитера. В рамках этого международного проекта сначала предполагалось исследование естественного спутника Юпитера - Европы. В настоящее время проект переориентирован на исследование другого спутника Юпитера - "Ганимеда", как полагают, имеющего под своей поверхностью океан. В некоторых рассматриваемых вариантах реализации проекта предполагалось, что транспортная система, обеспечивающая достижение КА окрестности Юпитера будет включать использование ЭРДУ на участке гелиоцентрического перелета.

Материал настоящей главы следует рассматривать, как пример, иллюстрирующий необходимость анализа проблемы парирования возмущения траектории от возможного временного выключения ЭРДУ на траектории гелиоцентрического перелета с ЭРДУ. При этом рассматривается транспортная система на базе ракеты-носителя среднего класса "Союз-2" (судя по публикациям, в проекте "Лаплас" будет использована ракета-носитель тяжелого класса "Протон-М" или "Ангара-5"), одна из возможных схем перелета к Юпитеру, использующего один гравитационный маневр у Земли (в проекте "Лаплас" рассматриваются схемы полета с несколькими гравитационными маневрами у Венеры и Земли). Выбранная для анализа схема перелета взята весьма энергонапряженной. И показано, что парировать возмущения траектории от нештатного выключения двигателя на такой траектории является непростой проблемой.

## **6.1 ТРАНСПОРТНАЯ СИСТЕМА. АНАЛИЗИРУЕМАЯ СХЕМА ПЕРЕЛЁТА КА к ЮПИТЕРУ**

Анализируемая транспортная система базируется на ракете-носителе «Союз-2.1Б», межорбитальном космическом буксире «Фрегат» и ЭРДУ на базе трех двигателей типа RIT22.

Схема анализируемого перелета аналогична схемам, рассмотренным в работах [26, 20]. Она включает:

- выведение КА на опорную орбиту с помощью ракеты-носителя «Союз-2.1Б»;
- выведение КА на гиперболическую отлетную от Земли траекторию с помощью межорбитального транспортного буксира «Фрегат» с его последующим отделением;
- участок гелиоцентрического перелета Земля - Земля с использованием маршевой ЭРДУ на базе трех двигателей типа RIT-22;
- пассивный гравитационный маневр у Земли;
- пассивный участок гелиоцентрического перелета Земля – Юпитер, обеспечивающий подлет к Юпитеру с небольшим значением гиперболического избытка скорости.

Заранее анализировался гелиоцентрический перелет Земля (после гравитационного маневра у него) – Юпитер. Дата гравитационного маневра у Земли (01 апреля 2020 года) и время перелета на этом участке (835 суток) были выбраны так, чтобы величина гиперболического избытка скорости у Юпитера была небольшой (6.241 км/с). При этом был получен вектор гиперболического избытка скорости при отлете от Земли (после гравитационного маневра у неё). Его величина 9.2889 км/с.

## **6.2 НОМИНАЛЬНАЯ ТРАЕКТОРИЯ, ОПТИМАЛЬНАЯ ПО ВЕЛИЧИНЕ КОНЕЧНОЙ МАССЫ КА**

Для анализируемой транспортной системы номинальная траектория находилась по критерию максимальной конечной массы КА. Выбираемыми характеристиками являлись:

- величина и направление вектора гиперболического избытка скорости при старте от Земли,
- дата старта,
- закон включения – выключения ЭРДУ на гелиоцентрическом перелете и
- программы по углам тангажа и рыскания на активных участках траектории перелета.

В результате решения задачи получена номинальная траектория. Её характеристики представлены в таблице 6.1.

Таблица 6.1 - Основные характеристики номинальной траектории КА, оптимальной по критерию максимальной конечной массы

Дата старта		18.05.2018
Величина вектора гиперболического избытка скорости (ГИС) при старте от Земли	м/с	445.11
Масса КА после отделения маршевой двигательной установки Фрегата	кг	2116.8
Время гелиоцентрического перелета Земля – Земля	сутки	683.87
Дата подлета КА к Земле		01.04.2020
Требуемая масса ксенона	кг	435.7
Масса КА при его подлете к Земле	кг	1681.0
Величина ГИС при подлете к Земле	км/с	9.2889
Угол поворота асимптоты гиперболы при гравитационном маневре у Земли	град	47.85
Угловая дальность участка перелета Земля - Юпитер	град	164.75
Время перелета на участке Земля - Юпитер	сутки	835
ГИС при подлете к Юпитеру	км/с	6.241

Проекция траектории гелиоцентрического перелета Земля – Земля – Юпитер на плоскость эклиптики представлена на рисунке 6.1.

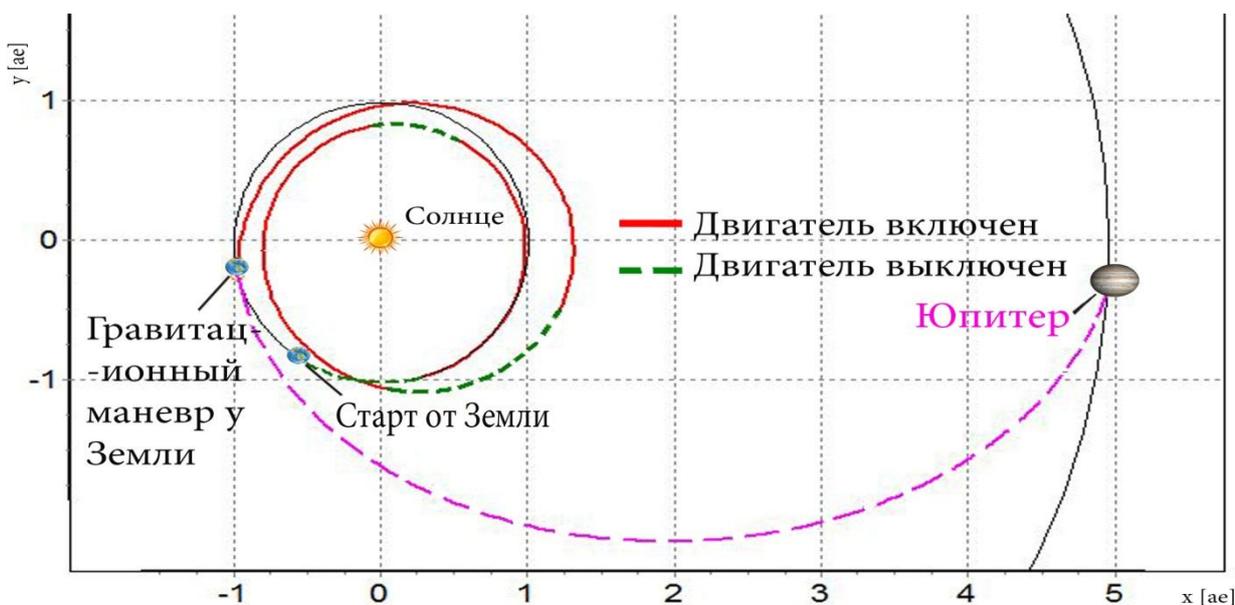


Рисунок 6.1 - Проекция на плоскость эклиптики траектории гелиоцентрического перелета Земля – Земля – Юпитер

На рисунке 6.1 активные участки траектории полета выделены красным цветом. Функция переключения двигателя представлена на рисунке 6.2. Красные участки функции переключения выделяют активные участки. Видно, что на траектории перелета Земля – Земля есть три пассивных и три активных участка. Важной особенностью траектории является то, что последним участком является активный участок весьма большой продолжительности. Поэтому, как утверждалось ранее, всякое нештатное выключение ЭРДУ на последнем активном участке приведет к таким возмущениям траектории, что их будет невозможно парировать. Отсюда следует необходимость введения в схему полета дополнительного последнего пассивного участка.

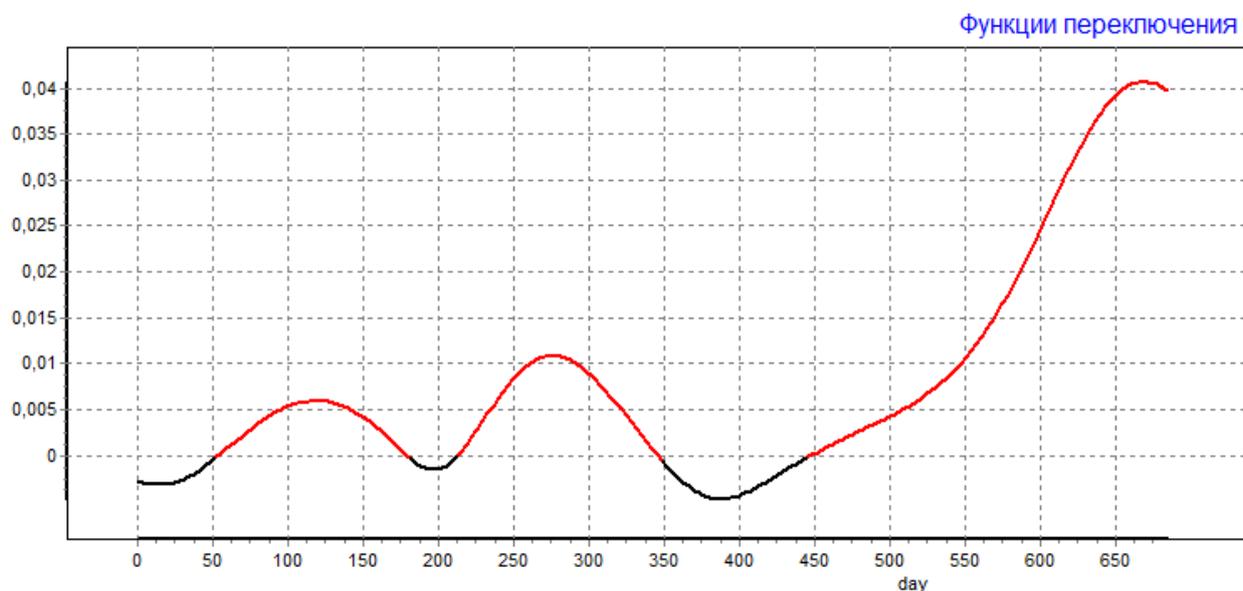


Рисунок 6.2 - Функция переключения двигателя на гелиоцентрической траектории перелета Земля – Земля при полете к Юпитеру. Ось абсцисс - время полета в сутках

### 6.3 ВВЕДЕНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ПАССИВНОГО УЧАСТКА В КОНЦЕ ТРАЕКТОРИИ ПЕРЕЛЕТА И ВЫБОР ЕГО ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ

Предполагается, что в любой точке любого активного участка траектории Земля - Земля может появиться необходимость нештатного выключения ЭРДУ. Момент этого выключения, как и ранее, обозначим. Продолжительность нештатного выключения двигателя обозначим  $dt$ .

После нештатного выключения двигателя придется использовать новую программу управления движением КА для решения транспортной задачи. При этом требуемая на перелет масса топлива (ксенона) может только увеличиться. Запасы ксенона на борту КА считаем ограниченными 490 кг (напомним, что на номинальной невозмущенной траектории требуемый запас ксенона 435.7 кг).

Рассмотрим возможность парировать возможное выключение ЭРДУ за счет выбора достаточно длительного пассивного участка (10, 15, 20, 25 суток) в конце гелиоцентрического перелета Земля - Земля. Для каждого варианта длительности пассивного участка находится новая номинальная траектория. Проводится анализ каждой из 4-ёх новых номинальных траекторий. При этом величину гиперболического избытка скорости при старте от Земли примем равной 445.11 м/с.

### 6.3.1 Вариант с длительностью вводимого последнего пассивного участка 10 суток

Проанализируем зависимость требуемой массы топлива как функции двух переменных (даты нештатного выключения двигателя  $t$  и длительности этого выключения двигателя  $dt$ ). Анализ ведем отдельно для каждого из трех активных участков номинальной траектории с использованием изолиний.

Изолинии требуемой для гелиоцентрического перелета Земля – Земля массы топлива (как функции  $t$  - ось абсцисс и  $dt$  - ось ординат) на первом активном участке показаны на рисунке 6.3. На нем самый напряженный момент (с точки зрения парирования возмущения от нештатного временного выключения ЭРДУ) находится в конце этого участка. Требуемая масса топлива в исследованном диапазоне  $t$  и  $dt$  изменяется от 436 кг до 439 кг (существенно меньше предельных 490 кг). Предельно допустимая продолжительность нештатного выключения двигателя больше 5 суток.

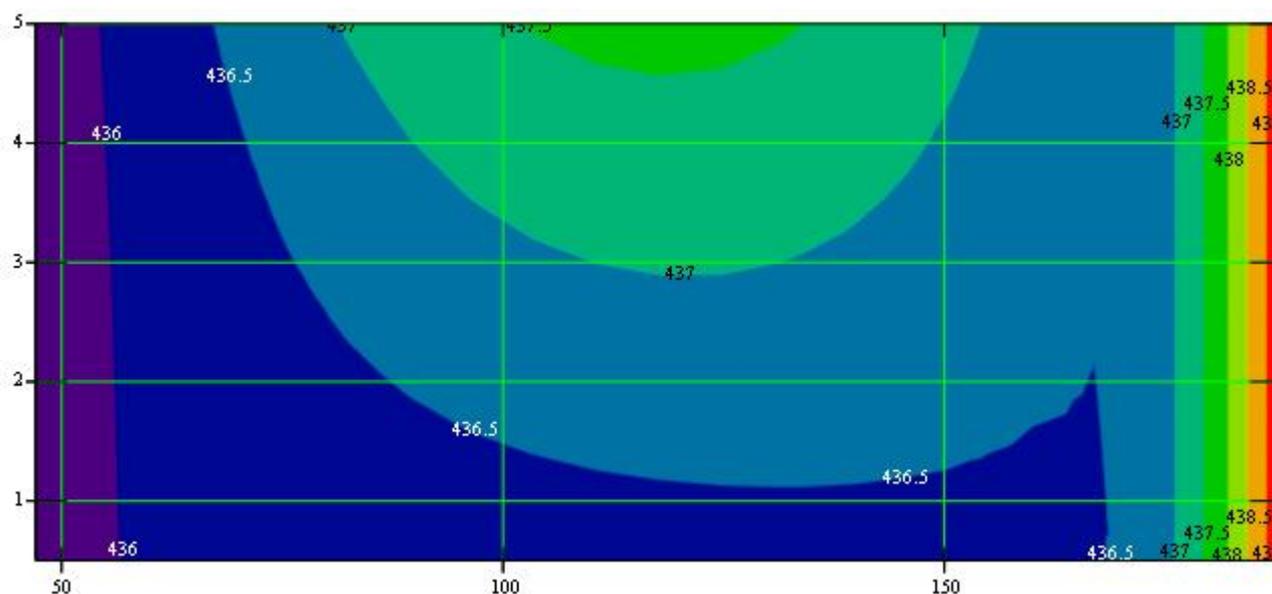


Рисунок 6.3 - Изолинии массы топлива, требуемого для гелиоцентрического перелета Земля - Земля (числа на линиях - кг), на плоскости: дата нештатного выключения двигателя [сутки, отсчитывается от даты старта] - продолжительность нештатного выключения двигателя [сутки]. Длительность вводимого пассивного участка при подлете к Земле 10 суток. Первый активный участок.

Изолинии требуемой для гелиоцентрического перелета Земля – Земля массы топлива на втором активном участке показаны на рисунке 6.4. На нем

самый напряженный момент находится на середине этого участка на интервале 250 – 300 суток. При этом значения функции переключения максимальны. Требуемая масса топлива изменяется от 440 кг до 450 кг. Предельно допустимая продолжительность нештатного выключения двигателя больше 5 суток.

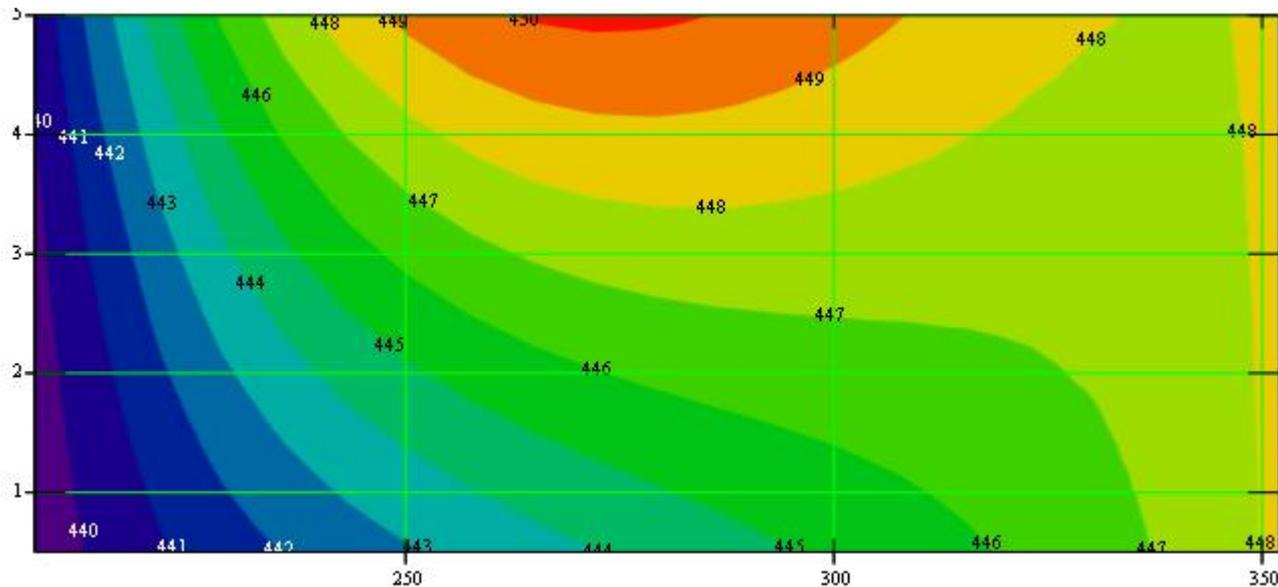


Рисунок 6.4 - Изолинии требуемой для гелиоцентрического перелета Земля - Земля массы топлива (числа на линиях - кг) на плоскости: дата нештатного выключения двигателя [сутки, отсчитывается от даты старта] - продолжительность нештатного выключения двигателя [сутки]. Длительность вводимого пассивного участка при подлете к Земле 10 суток. Второй активный участок

На рисунке 6.5 приведены изолинии требуемой массы топлива на третьем активном участке. Красная область на рисунке, расположенная на большом временном интервале от 560 до 680 суток полета, есть область, где парировать возмущение от нештатного выключения двигателя не удастся. Видно, что при нештатном выключении двигателя на 660 сутки полета продолжительностью 0.9 суток (и больше) нет возможности обеспечить решение транспортной задачи. При нештатном выключении двигателя на, например, 600 суток полета предельно допустимое время нештатного выключения двигателя равно 2.6 суток. При этом требуемые затраты топлива равны 468 кг.

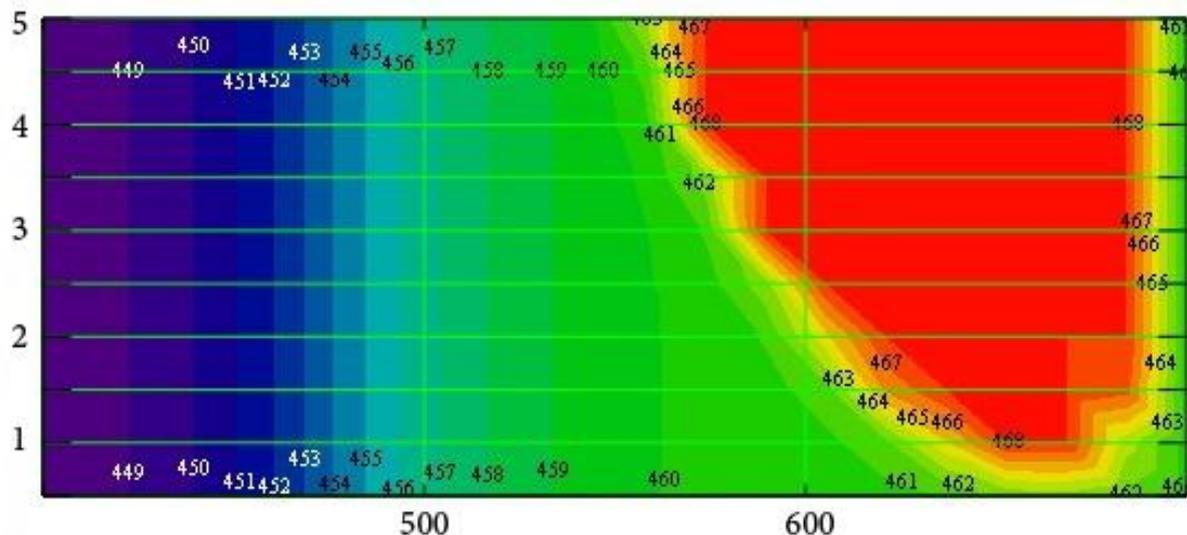


Рисунок 6.5 - Изолинии требуемой для гелиоцентрического перелета Земля - Земля массы топлива (числа на линиях - кг) на плоскости: дата нештатного выключения двигателя [сутки, отсчитывается от даты старта] - продолжительность нештатного выключения двигателя [сутки]. Длительность вводимого пассивного участка при подлете к Земле 10 суток. Третий активный участок

Общий вывод анализа третьего активного участка таков - на нем есть область, где предельно допустимое время нештатного выключения двигателя равно 0.9 суток.

### 6.3.2 Вариант с длительностью вводимого последнего пассивного участка 15 суток

На рисунках 6.6 - 6.8 приведены изолинии массы топлива, требуемого для гелиоцентрического перелета Земля – Земля, как функции даты нештатного выключения двигателя (ось абсцисс) и продолжительности нештатного выключения двигателя (ось ординат) для всех трех активных участков новой номинальной траектории с длительностью последнего пассивного участка 15 суток.

Анализ рисунка 6.6 показывает, что на первом активном участке наиболее сложно парировать возмущения, связанные с нештатным выключением двигателя в конце участка. Но затраты топлива для этого парирования не превышают 444 кг, что существенно меньше рассматриваемого располагаемого запаса топлива. Общий вывод при анализе первого активного участка таков - на

нем возможно парировать возмущение траектории от нештатного выключения двигателя большой продолжительности (по крайней мере, более 5 суток).

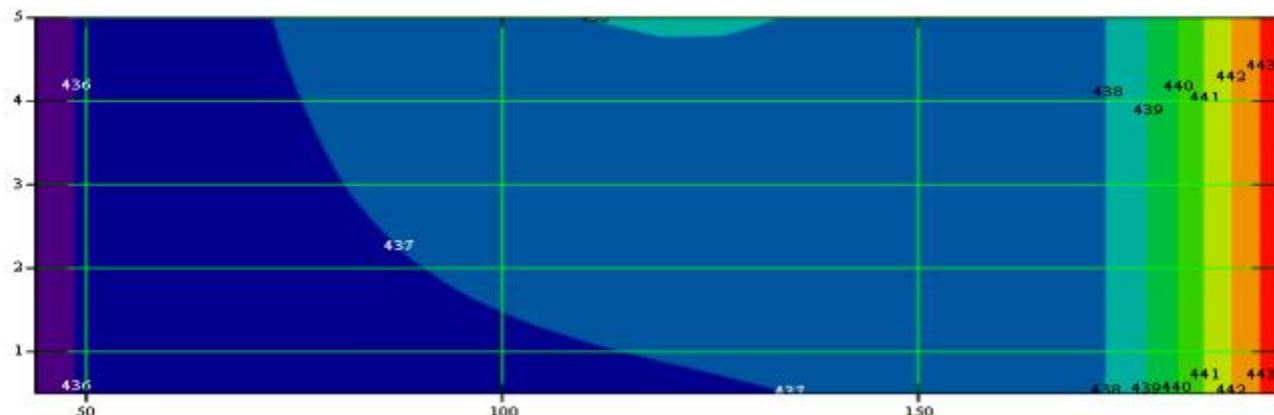


Рисунок 6.6. Изолинии требуемой для гелиоцентрического перелета Земля - Земля массы топлива (числа на линиях - кг) на плоскости: дата нештатного выключения двигателя [сутки, отсчитывается от даты старта] - продолжительность нештатного выключения двигателя [сутки]. Длительность вводимого пассивного участка при подлете к Земле 15 суток. Первый активный участок

Анализ рисунка 6.7 показывает, что на втором активном участке наиболее сложно парировать возмущения, связанные с нештатным выключением двигателя в середине и конце участка. Но затраты топлива для этого парирования не превышают 460 кг, что существенно меньше рассматриваемого располагаемого запаса топлива. Общий вывод при анализе второго активного участка таков – так же, как и на первом активном участке, возмущение от нештатного выключения ЭРДУ большой длительности (по крайней мере, более 5 суток) на этом участке возможно парировать.

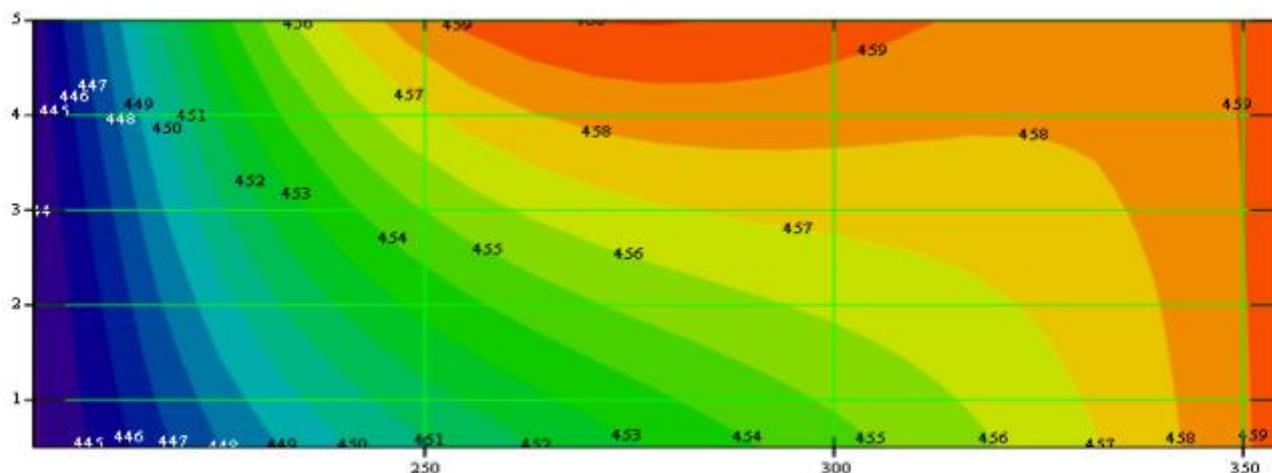


Рисунок 6.7 - Изолинии требуемой для гелиоцентрического перелета Земля - Земля массы топлива [кг] на плоскости: дата нештатного выключения двигателя [сутки, отсчитывается от даты старта] - продолжительность нештатного выключения двигателя [сутки]. Длительность вводимого пассивного участка при подлете к Земле 15 суток. Второй активный участок

На рисунке 6.8 приведены изолинии требуемой массы топлива для парирования возмущения от нештатного выключения ЭРДУ на третьем активном участке как функции даты выключения двигателя (ось абсцисс) и продолжительности этого выключения (ось ординат). Красная область на рисунке, расположенная на большом временном интервале от 580 до 680 суток полета, есть область, где парировать возмущение от нештатного выключения двигателя не удастся. Видно, что при нештатном выключении двигателя на 650 сутки полета продолжительностью 1.9 суток и больше нет возможности обеспечить решение транспортной задачи.

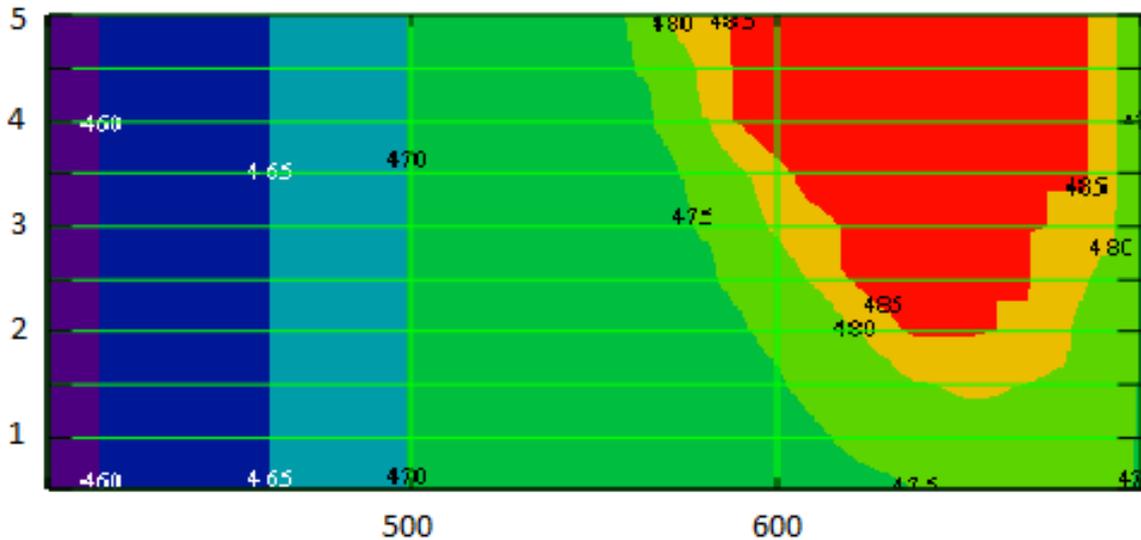


Рисунок 6.8 - Изолинии требуемой для гелиоцентрического перелета Земля - Земля массы топлива [кг] на плоскости: дата нештатного выключения двигателя [сутки, отсчитывается от даты старта] - продолжительность нештатного выключения двигателя [сутки]. Длительность вводимого пассивного участка при подлете к Земле 15 суток. Третий активный участок

Несколько легче парировать возмущение от нештатного выключения двигателя, например, на 600 суток. В этом случае предельно допустимое время нештатного выключения двигателя равно 3.65 суток. При этом требуемые затраты топлива оказываются равными 485 кг.

Общий вывод из анализа третьего активного участка таков - на нем есть область, где предельно допустимое время нештатного выключения двигателя равно только 1.9 суток.

### 6.3.3 *Вариант с длительностью вводимого последнего пассивного участка 20 суток*

Введение последнего пассивного участка длительностью 20 суток изменило структуру закона оптимального переключения двигателя. Траектория стала более напряженной. На траектории пропал (выродился) один из "внутренних" пассивных участков, который ранее присутствовал в структуре оптимального управления. Напомним, что на номинальной траектории, спроектированной по критерию максимальной конечной массы без введения последнего пассивного участка, существовало три пассивных и три активных участка. Оптимальная траектория с дополнительным конечным пассивным

участком продолжительностью 20 суток имеет только 3 пассивных и всего 2 активных участков.

Анализ возможности парировать возмущения от нештатного выключения двигателя на первом активном участке показывает, что на этом участке наиболее сложно парировать возмущения, связанные с нештатным выключением двигателя в конце участка. На рисунке 6.9 приведены изолинии требуемой массы топлива как функции даты нештатного выключения ЭРДУ (ось абсцисс) и продолжительности этого выключения (ось ординат).

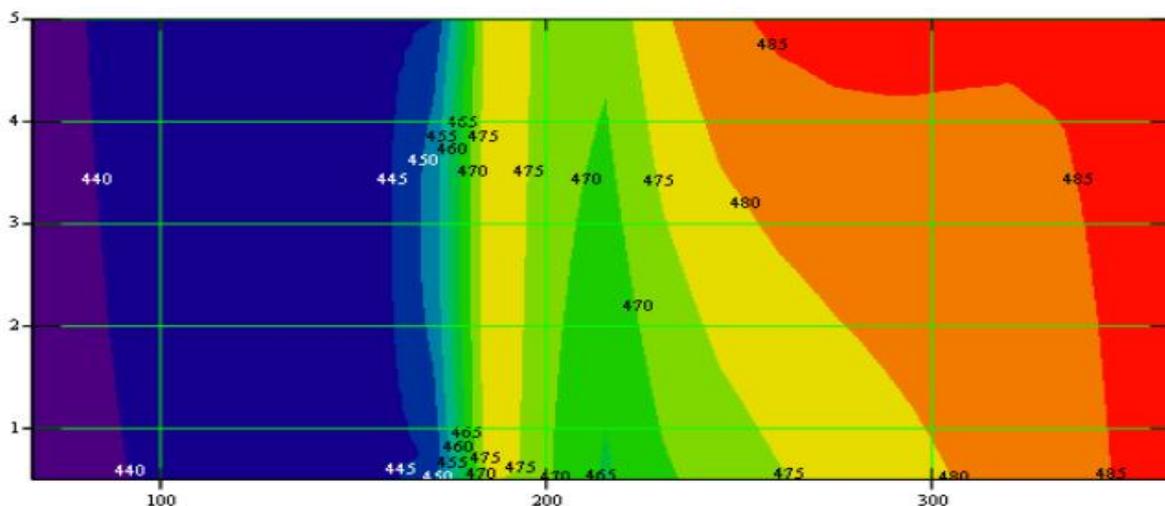


Рисунок 6.9 - Изолинии требуемой для гелиоцентрического перелета Земля - Земля массы топлива (числа на линиях - кг) на плоскости: дата нештатного выключения двигателя [сутки, отсчитывается от даты старта] - продолжительность нештатного выключения двигателя [сутки]. Длительность вводимого пассивного участка при подлете к Земле 20 суток. Третий активный участок

Видно, что нештатное выключение двигателя, например, на 300-ые сутки полета продолжительностью 4.3 суток приводит к затратам топлива равным 485 кг. Так как рассматриваемый располагаемый запас топлива равен 490 кг, то из приведенной на графике зависимости следует, что на первом активном участке возможно парировать возмущение траектории от нештатного выключения двигателя достаточно большой продолжительности (по крайней мере, более 5 суток).

Более сложной оказывается ситуация со вторым активным участком. На рисунке 6.10 приведены изолинии требуемого для перелета топлива как

функции даты нештатного выключения двигателя (ось абсцисс) и продолжительности этого выключения (ось ординат) на втором активном участке. Анализ приведенного рисунка показывает, на втором активном участке самый трудный момент с точки зрения парирования возмущений от нештатного выключения двигателя находится на второй половине участка.

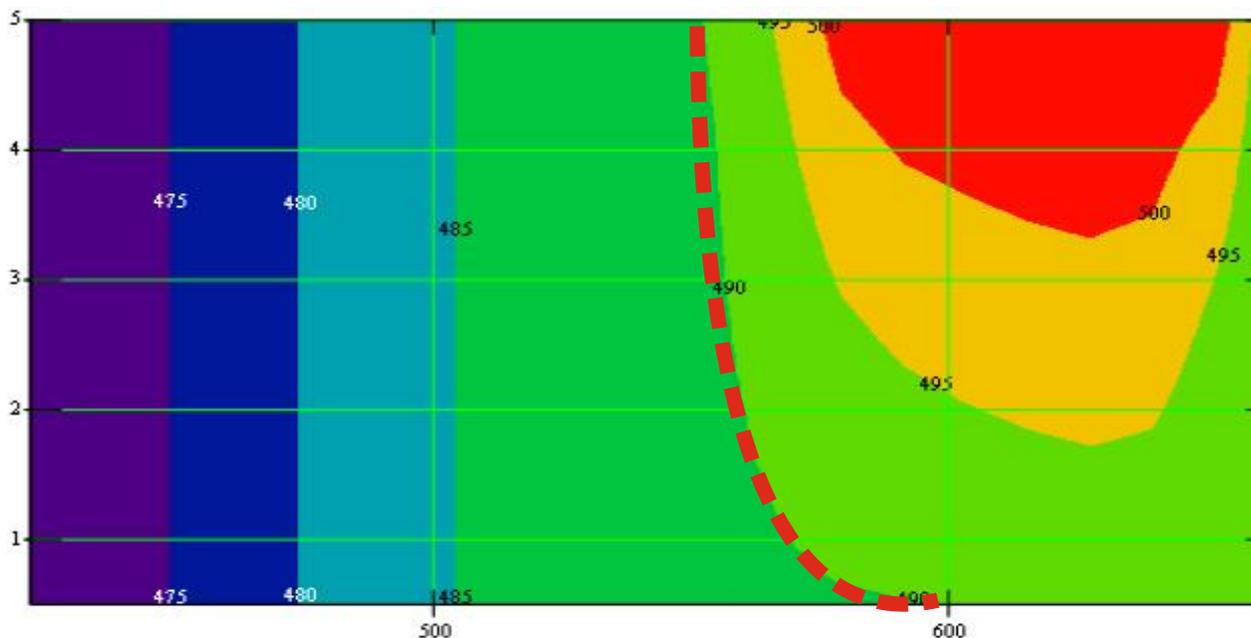


Рисунок 6.10 - Изолинии требуемой для гелиоцентрического перелета Земля - Земля массы топлива (числа на линиях - кг) на плоскости: дата нештатного выключения двигателя [сутки, отсчитывается от даты старта] - продолжительность нештатного выключения двигателя [сутки]. Длительность вводимого пассивного участка при подлете к Земле 20 суток. Третий активный участок

Видно, что нештатное выключение двигателя, например, на 600-ые сутки полета продолжительностью 2.15 суток приводит к затратам топлива равным 495 кг. Такого запаса топлива нет на рассматриваемом КА (рассматриваемый располагаемый запас топлива равен 490 кг). На рисунке приведена изолиния массы топлива равной 490 кг (выделенная пунктирная линия). Она пересекает(почти касается) оси абсцисс в точке с абсциссой 590 суток. Поэтому можно утверждать, что возмущение траектории от нештатного выключения двигателя на временном интервале 600...680 суток даже малой продолжительностью парировать практически невозможно.

### 6.3.4 Сравнительный анализ вариантов траектории с различной длительностью вводимого последнего пассивного участка

Аналогично анализу, представленному в предыдущих трех разделах, был выполнен анализ номинальных траекторий с вводимым пассивным участком длительностью 25 суток. Основные результаты анализа всех рассмотренных вариантов длительности вводимого пассивного участка в конце траектории перелета Земля - Земля приведены в таблице 6.1. Там приведены:

- предельно допустимая продолжительность нештатного выключения двигателя (вторая строка таблицы);
- требуемая масса топлива на номинальной траектории (третья строка таблицы) и
- масса КА в момент подлета к Земле для гравитационного маневра у неё (последняя строка таблицы).

Таблица 6.2 - Предельно допустимые длительности нештатного выключения двигателя для различных продолжительностей вводимого пассивного участка при подлете к Земле

Длительность последнего пассивного участка	сутки	0	10	15	20	25
Предельно допустимая продолжительность выключения двигателя	сутки	0	0.9	1.9	0	0
Масса ксенона	кг	435.7	460.6	474.8	490.0	507.0
Масса КА при его подлете к Земле	кг	1681.0	1656.2	1642.0	1626.7	1609.8

Из результатов, приведенных в таблице 6.2, следует, что при увеличении длительности последнего пассивного участка предельно допустимая продолжительность выключения двигателя увеличивается, но масса требуемого на перелет ксенона сильно увеличивается. Для обеспечения требований по максимальному запасу топлива (490 кг) и достаточно большой конечной массе КА будем считать, что длительность последнего пассивного участка равна 15 суток. Именно этот вариант был подробно рассмотрен ранее. При этом масса требуемого топлива равна 474.8 кг, а предельно допустимая продолжительность выключения двигателя равна 1.9 суток. Желательно

увеличить эту продолжительность для уменьшения рисков, связанных с реализацией траектории перелета.

На рисунке 6.11 приведена проекция на плоскость эклиптики оптимальной траектории перелета Земля - Земля – Юпитер при условии введения пассивного участка при подлете к Земле (для гравитационного маневра у неё) длительностью 15 суток.

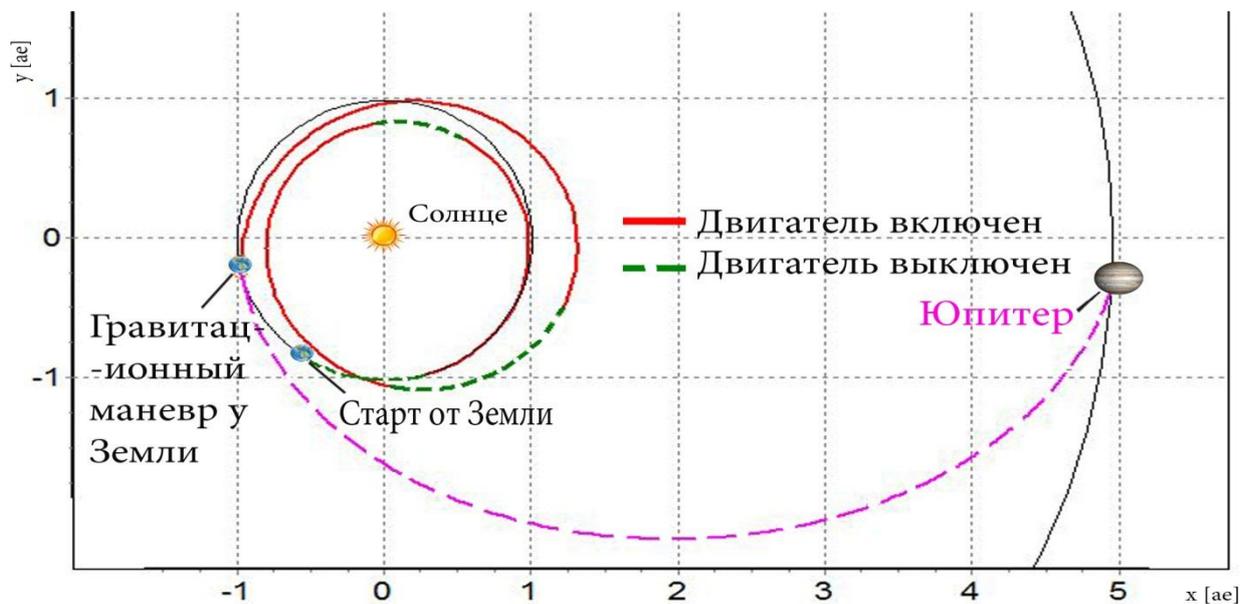


Рисунок 6.11 - Проекция на плоскость эклиптики траектории гелиоцентрического перелета Земля – Земля – Юпитер. Длительность пассивного участка при подлете к Земле 15 суток

На траектории перелета 4 пассивных участка и 3 активных участка. Активные участки траектории перелета выделены красной жирной линией. Пассивные участки обозначены пунктирной линией. Перед подлетом к Земле пассивный участок практически не виден, так как имеет небольшую продолжительность.

#### 6.4 АНАЛИЗ ТРЕБОВАНИЙ ПРИ ПАРИРОВАНИИ ВОЗМОЖНОГО НЕШТАТНОГО ВЫКЛЮЧЕНИЯ ЭРДУ НА ТРАЕКТОРИИ С ДВУМЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ПАССИВНЫМИ УЧАСТКАМИ

Как было показано выше, основные проблемы с парированием возмущения от нештатного выключения двигателя возникают на третьем

(последнем) активном участке гелиоцентрического перелета Земля - Земля. Для увеличения допустимой продолжительности нештатного выключения двигателя введем ещё один дополнительный пассивный участок в середине этого самого сложного (с точки зрения парирования возмущения от нештатного выключения двигателя) участка траектории.

Выборы характеристик вводимого пассивного участка проводились следующим образом. Сначала были рассмотрены следующие начальные даты  $T_a$  для дополнительно вводимого пассивного участка: 570, 600, 650, 655 и 660 суток. На начальном этапе исследования продолжительность дополнительных пассивных участков ( $\delta t$ ) была принята равной 5 суток. Затем она варьировалась, чтобы максимизировать допустимую продолжительность нештатного выключения двигателя на траектории перелета.

Основные результаты анализа возможности парирования нештатного выключения двигателя для всех рассмотренных вариантов использования дополнительного пассивного участка помещены в таблицу 6.3. Прежде чем анализировать данные, представленные в таблице 6.3, необходимо отметить следующее. Казалось бы, что введение дополнительного пассивного участка на третьем активном участке увеличит число активных и пассивных участков на единицу. Но этого не произошло. Изменилась структура оптимального управления. Пропал пассивный участок, расположенный ранее в интервале 190...210 суток. В варианте без дополнительного пассивного участка функция переключения на этом интервале становилась отрицательной, почти касаясь оси абсцисс. Добавление пассивного участка «подняла» функцию переключения, она перестала пересекать ось абсцисс, оставаясь на этом интервале положительной. Поэтому на новых номинальных траекториях со вторым дополнительным пассивным участком, оказалось четыре пассивных участка, разделенных тремя активными участками.

Таблица 6.3 - Предельно допустимые продолжительности нештатного выключения двигателя для различных характеристик дополнительного пассивного участка.

Временной интервал вводимого пассивного участка	Требуемая масса ксенона	Конечная масса КА	1-й активный участок	2-й активный участок	3-й активный участок	Предельно допустимая продолжительность выключения двигателя
сутки	кг	кг	сутки	сутки	сутки	сутки
Без пассивного участка	474.8	1642.0	>5	>5	1.9	1.9
570-575	481.1	1635.7	>5	>5	1.1	1.1
600-605	484.4	1632.3	>5	>5	1.1	1.1
650-653	483.5	1633.3	>5	>5	2.0	2.0
650-655	489.6	1627.2	>5	1.75	0	0
655-657	480.6	1636.1	>5	2.39	3.64	2.39
655-657.5	482.1	1634.6	>5	2.75	3.10	2.39
655-657.6	482.4	1634.3	>5	2.79	2.97	2.75
<b>655-657.7</b>	<b>482.7</b>	1634.0	<b>&gt;5</b>	<b>2.80</b>	<b>2.85</b>	<b>2.80</b>
655-658	483.6	1633.1	>5	2.73	2.49	2.80
660-661	477.7	1639.0	>5	2.00	4.50	2.00
660-662	480.7	1636.1	>5	1.90	>5	1.90

В первом столбце приведен диапазон дат вводимого дополнительного пассивного участка (дата его начала и конца). Во втором и третьем столбцах таблицы приведена масса требуемого топлива и масса КА, доставляемого в окрестность Земли для гравитационного маневра, для новой номинальной траектории. В следующих трех столбцах таблицы приведено значение предельно допустимой продолжительности нештатного выключения ЭРДУ на первом, втором и третьем активных участках. В последнем столбце таблицы представлен итог анализа – минимальная величина из величин, помещенных в три предыдущих столбца (предельно допустимая продолжительность нештатного выключения двигателя на всей траектории перелета).

Анализ данных, приведенных в таблице 6.3, показывает, что на первом активном участке при нештатном выключении ЭРДУ продолжительностью до 5 суток, система управления может перестроить программу полета так, чтобы обеспечить решение транспортной задачи. На втором и третьем активных

участках допустимые продолжительности нештатного выключения двигателя существенно меньше (от нуля до 2.80 суток). Последнее значение оказывается максимально допустимой продолжительностью нештатного выключения двигателя для второго и третьего активных участков в варианте, когда дополнительно вводимый пассивный участок размещается на интервале 655-657.7 суток полета. Этот вариант в таблице 6.3 выделен красным цветом. Таким образом, введение двух пассивных участков (на интервале 655-657.7 суток полета и в конце перелета) позволило получить новую номинальную траекторию, на которой допускается нештатное выключение двигателя длительностью до 2.80 суток в любой точке траектории перелета.

Приведем результаты анализа новой номинальной траектории с двумя вводимыми пассивными участками (на временном интервале 655-657.7 суток полета и в конце рассматриваемого перелета Земля - Земля).

На рисунке 6.12 для первого активного участка показаны изолинии массы топлива, требуемого для гелиоцентрического перелета Земля - Земля, как функции даты нештатного выключения двигателя (ось абсцисс) и продолжительности этого выключения (ось ординат). Анализ приведенных изолиний показывает, что парирование возмущений, связанных с нештатным выключением двигателя длительностью до 5 суток в любой точке первого активного участка, возможно. При этом требуемая масса топлива не превышает 465 кг, что существенно меньше располагаемого запаса топлива.

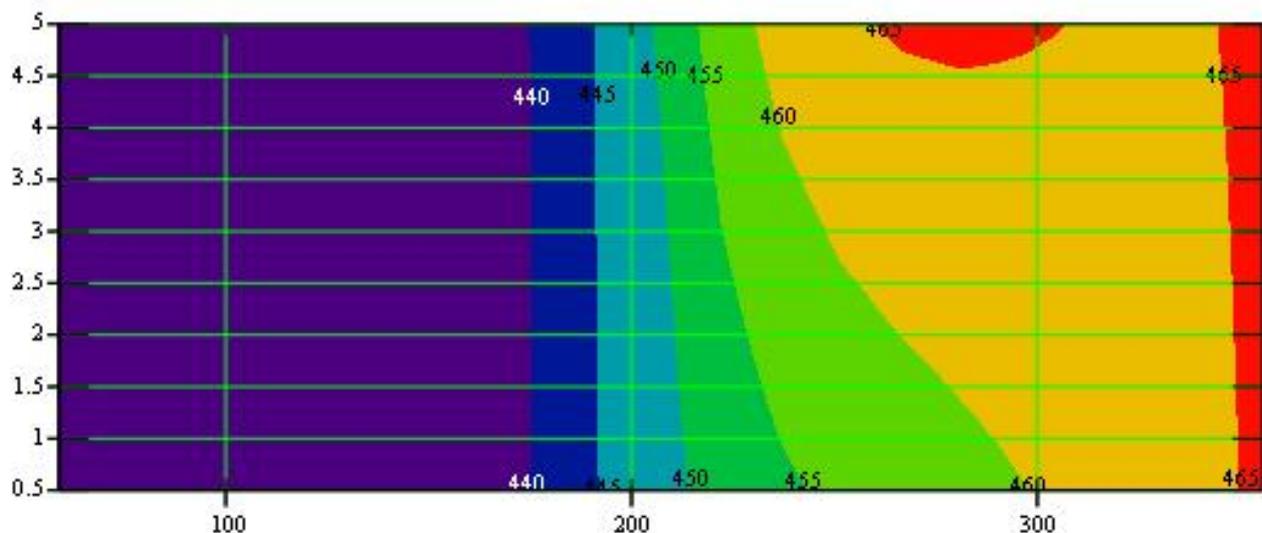


Рисунок 6.12 - Изолинии требуемой для гелиоцентрического перелета Земля - Земля массы топлива [кг] на плоскости: дата нештатного выключения двигателя [сутки, отсчитывается от даты старта] - продолжительность нештатного выключения двигателя [сутки]. Два вводимых пассивных участка. Первый активный участок

На рисунке 6.13 показаны изолинии требуемой массы топлива для второго активного участка. Анализ приведенных изолиний показывает, что наиболее критичным моментом полета (с точки зрения возможности парировать нештатное выключение двигателя) являются 585...640 сутки полета. На рисунке ярким пунктиром показана изолиния требуемой массы топлива 490 кг. Анализ показывает, что минимальная предельно допустимая продолжительность нештатного выключения двигателя оказывается равной 2.8 суток. Такая продолжительность соответствует условиям движения КА на 615 сутки полета.

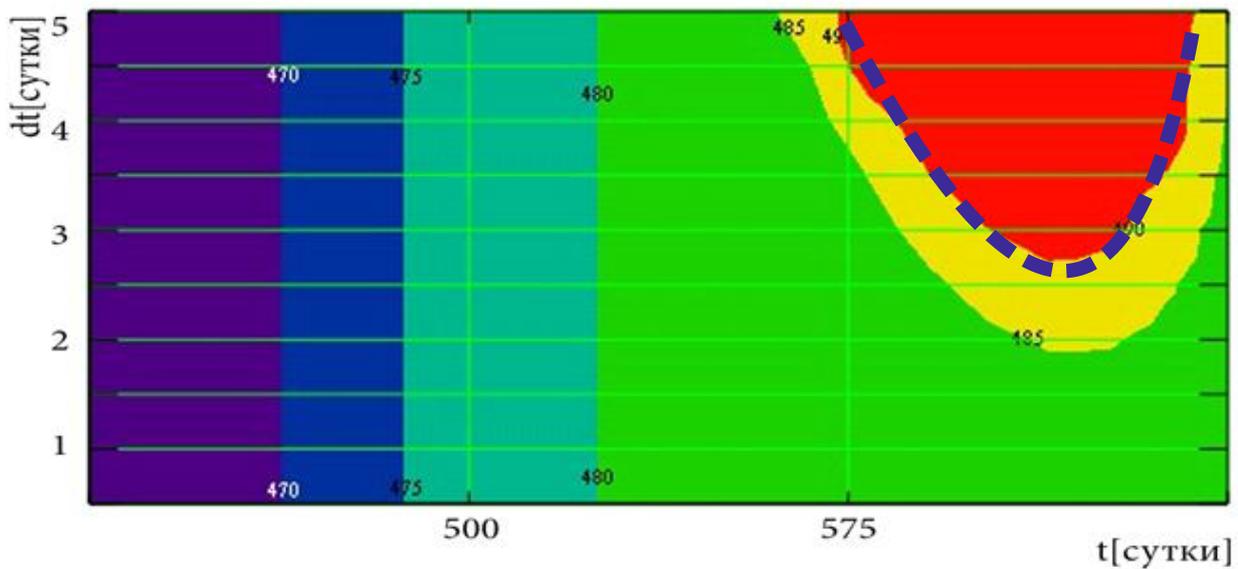


Рисунок 6.13 -Изолинии требуемой массы топлива [кг] на плоскости: дата нештатного выключения двигателя [сутки, отсчитывается от даты старта] - продолжительность нештатного выключения двигателя [сутки]. Два вводимых пассивных участка. Второй активный участок

На рисунке 6.14 показаны изолинии требуемой массы топлива для третьего активного участка. Длительность этого активного участка достаточно мала - 11.17 суток. Анализ изолинии, соответствующей требуемой массе топлива равной 490 кг (красный яркий пиксир), показывает, что критичной для рассматриваемого активного участка является его начальная точка. Предельно допустимое время нештатного выключения двигателя в ней равно 2.80 суток.

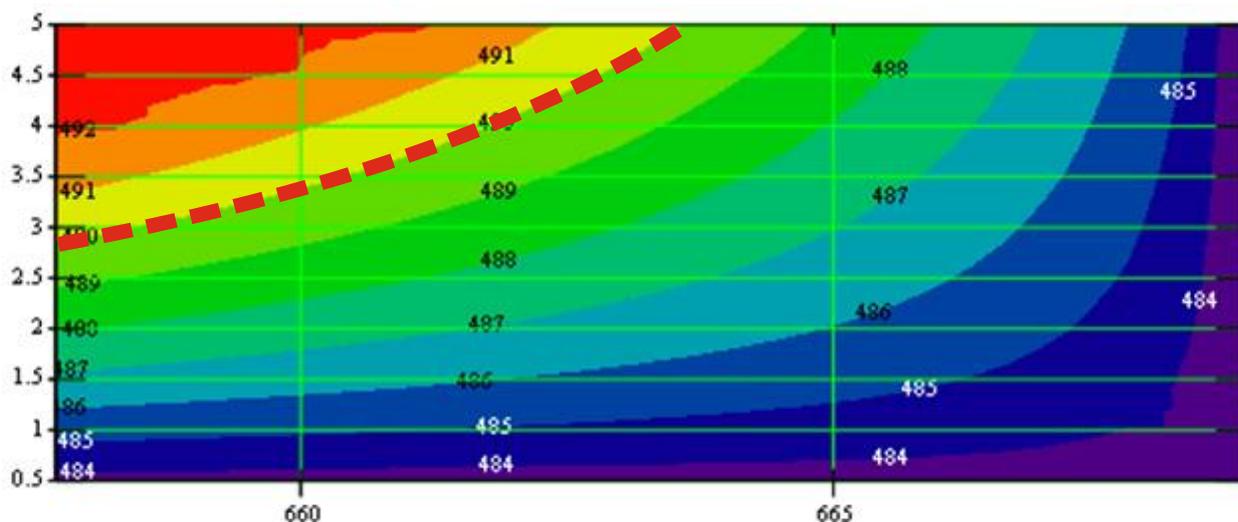


Рисунок 6.14 -Изолинии требуемой для гелиоцентрического перелета Земля - Земля массы топлива [кг] на плоскости: дата нештатного выключения двигателя [сутки, отсчитывается от даты старта] - продолжительность нештатного выключения двигателя [сутки]. Два вводимых пассивных участка. Третий активный участок

В следующем разделе приведены характеристики полученной траектории с оптимальными характеристиками двух вводимых пассивных участков.

### **6.5 ХАРАКТЕРИСТИКИ ТРАЕКТОРИИ С ДВУМЯ ВВОДИМЫМИ ПАССИВНЫМИ УЧАСТКАМИ, ОПТИМИЗИРОВАННОЙ ПО КРИТЕРИЮ МАКСИМАЛЬНОЙ ДОПУСТИМОЙ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ НЕШТАТНОГО ВЫКЛЮЧЕНИЯ ДВИГАТЕЛЯ, ПРИ ОГРАНИЧЕНИИ СВЕРХУ ТРЕБУЕМОГО РАСХОДА ТОПЛИВА**

В таблице 6.3 представлены основные характеристики полученной новой номинальной траектории КА с двумя вводимыми пассивными участками, обеспечивающей возможность парирования временного нештатного отключения ЭРДУ в любой момент времени продолжительностью 2.80 суток.

Таблица 6.3 - Основные характеристики траектории КА с двумя вводимыми пассивными участками, оптимизированной по критерию максимальной допустимой продолжительности нештатного выключения ЭРДУ

Дата старта		18.05.2018
Величина вектора ГИС при отлете от Земли	м/с	445.11
Масса КА после отделения маршевой двигательной установки Фрегата	кг	2116.75
Время гелиоцентрического перелета Земля – Земля	сутки	683.87
Дата подлета КА к Земле		01.04.2020
Требуемая масса ксенона	кг	482.73
Масса КА при его подлете к Земле	кг	1634.02
Величина ГИС при подлете к Земле	км/с	9.2889
Угол поворота асимптоты гиперболы при гравитационном маневре у Земли	град.	47.85
Время перелета Земля - Юпитер	сутки	835
ГИС при подлете к Юпитеру	км/с	6.2411

На рисунке 6.15 показана проекция на плоскость эклиптики полученной новой номинальной гелиоцентрической траектории КА Земля – Земля – Юпитер. Используются те же обозначения, что и на рисунке 6.11.

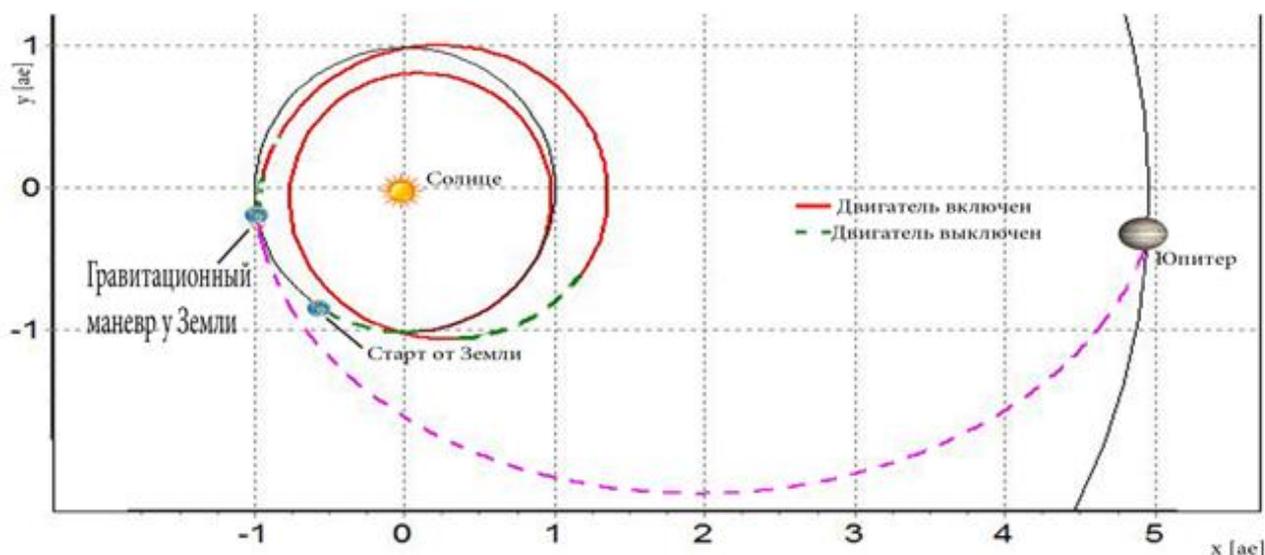


Рисунок 6.15. Проекция на плоскость эклиптики новой номинальной траектории с двумя дополнительными пассивными участками

На траектории перелета Земля – Земля есть три активных и четыре пассивных участка. Моменты переключения двигателя представлены в таблице 6.4. Первый участок пассивный, его длительность 42.437 суток, а второй участок активный, его длительность достаточно большая 313.064 суток.

Таблица 6.4 - Моменты переключения двигателя новой номинальной траектории КА

Участок	Начало участка ( i-й день)	Продолжительность (сутки)
1-й участок (пассивный)	0	42.437
2-й участок (активный)	42.437	313.064
3-й участок (пассивный)	355.501	69.152
4-й участок (активный)	424.653	230.347
5-й участок (пассивный)	655.000	2.700
6-й участок (активный)	657.700	11.170
7-й участок (пассивный)	668.870	15.000
Полное время перелета	683.870	

Ряд точек траектории, в которых осуществляется включение или выключение двигателя, совпадают с нулями функции переключения, представленной на рисунке 6.16. Исключение составляет два дополнительно введенных пассивных участка. Функция переключения на этих участках положительна.

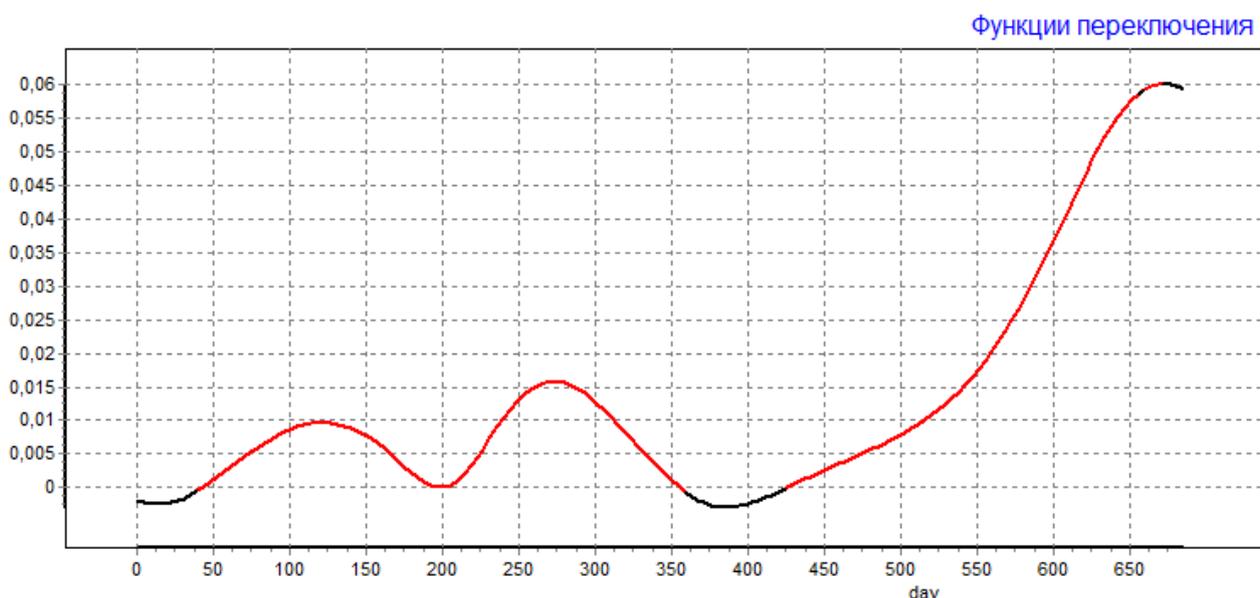


Рисунок 6.16 - Функция переключения двигателя на гелиоцентрической траектории перелета Земля – Земля с двумя дополнительно введенными пассивными участками. Ось абсцисс - время полета в сутках. Красный цвет - двигатель включен, а черный - двигатель выключен

## 6.6 ЗАКЛЮЧЕНИЕ ПО РАЗДЕЛУ

✓ В разделе проведено проектирование траектории межпланетного перелета КА с ЭРДУ к Юпитеру с учетом необходимости парирования возмущения траектории, связанного с нештатным выключением ЭРДУ в любой точке любого активного участка траектории.

✓ Получены оценки допустимой продолжительности нештатного выключения ЭРДУ для одной из возможных траекторий перелета к Юпитеру с одним гравитационным маневром у Земли. Сделан вывод о целесообразности корректирования номинальных траекторий для увеличения допустимого времени нештатного выключения двигателя.

✓ Осуществлено корректирование траектории с введением в структуру управления движением на гелиоцентрическом перелете двух пассивных участков. Один из этих участков вводится в конце гелиоцентрического перелета. Это условие является обязательным для обеспечения возможности парирования возмущения траектории, связанное с временным нештатным выключением двигателя.

✓ Для рассмотренной схемы перелета к Юпитеру с одним гравитационным маневром у Земли введение двух пассивных участков с рациональными характеристиками позволило увеличить допустимое нештатное выключение двигателя до 2.80 суток в любой точке траектории перелета.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенных исследований получены следующие основные результаты:

1. В работе предложен подход к проектированию траектории межпланетного перелета КА с ЭРДУ с учетом необходимости парирования возмущения траектории, связанного с временным нештатным выключением ЭРДУ в любой точке любого активного участка траектории на гелиоцентрическом перелете.

2. Получены оценки допустимой продолжительности нештатного выключения ЭРДУ для рассматриваемых ранее траекторий гелиоцентрического перелета. Сделан вывод о целесообразности корректирования этих траекторий для увеличения предельно допустимого времени нештатного выключения двигателя.

3. Предложены два пути корректировки проектируемых траекторий. Они основаны на введении пассивного участка в конце гелиоцентрического перелета (или на увеличении длительности этого пассивного участка, если он существовал) и на введении одного или нескольких дополнительных пассивных участков в середине гелиоцентрического перелета. Предложено выбирать характеристики дополнительных пассивных участков (положения на траектории и их длительности) по критерию максимума допустимого времени нештатного выключения ЭРДУ с учетом ограничения сверху по требуемому запасу топлива и ограничения снизу по величине конечной массы КА.

4. Разработан метод оптимизации траекторий с учетом требований по парированию возмущений, вызываемых временным нештатным выключением двигателя.

5. Выполнено проектирование траектории перелета к Венере для обеспечения у неё последовательности гравитационных маневров, переводящих КА на систему гелиоцентрических орбит с относительно низким перигелием и

большим наклоном к плоскости эклиптики. Рассматривалась транспортная система на базе ракеты-носителя Союз-2, химического разгонного блока Фрегат и ЭРДУ с 2-мя двигателями типа RIT22. Показано, что введение двух дополнительных пассивных участков (первый на 460-460.5 сутках полета, второй на 510-515 сутках полета) с одновременным увеличением длительности последнего пассивного участка до 55 суток позволяет получить траекторию, на которой допускается нештатное выключение двигателя длительностью до 7.92 суток в любой точке траектории перелета.

6. Выполнено проектирование траектории перелета к Юпитеру с солнечной электроракетной двигательной установкой с анализом возможности нештатного выключения ЭРДУ. Рассматривалась транспортная система на базе ракеты-носителя Союз-2, химического разгонного блока Фрегат и ЭРДУ с 3-мя двигателями типа RIT22. Рассматривалась схема перелета с одним гравитационным маневром у Земли. Показано, что можно увеличить допустимое нештатное выключение ЭРДУ до 2.80 суток в любой точке траектории перелета, если ввести два дополнительных пассивных участка (первый на 655-657.5 сутках полета, второй длительность 15 суток при подлете к Земле для гравитационного маневра у неё).

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Асюшкин В.А., Викуленков В.П., Ишин С.В. Итоги создания и начальных этапов эксплуатации межорбитальных космических буксиров типа Фрегат // Вестник НПО имени С.А. Лавочкина. 2014. № 1. С. 3-9.
2. Багдасарьян В.В. Оценка эффективности применения регулируемых электроракетных двигателей при осуществлении космических полетов. "Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук", Москва, 2000. <http://www.dissercat.com/content/otsenka-effektivnosti-primeneniya-reguliruemykh-elektoraketnykh-dvigateleri-pri-osushchestvlenii-kosmicheskikh-polotov>
3. Белецкий В.В., Егоров В.А. Межпланетные полеты с двигателями постоянной мощности. Космические исследования, т. 2, № 3, 1964.
4. Брайсон А., Хо Ю Ши. Прикладная теория оптимального управления. Оптимизация, оценка и управление. М.: Мир, 1972.
5. Гавурин М.К. Нелинейные функциональные уравнения и непрерывные аналоги итеративных методов. Известия вузов. Математика. 1958. № 5, с. 18-31.
6. Горшов О.А. ЭРД нового поколения. [http://www.aviapanorama.narod.ru/journal/2003\\_2/erd.htm](http://www.aviapanorama.narod.ru/journal/2003_2/erd.htm).
7. Гродзовский Г.Л., Иванов Ю.Н., Токарев В.В. Механика космического полета. Проблемы оптимизации. М., Наука, 1975.
8. Давиденко Д.Ф. Об одном новом методе численного решения систем нелинейных уравнений. ДАН СССР. 1953, т. 88, № 4, с. 601-602.
9. Ельников Р.В. Анализ перелета Земля-Марс с гравитационным маневром у Луны при использовании малой тяги. Вестник МАИ, 2012, т. 19, № 5. с. 38-44.
10. Жулин С.С. Метод продолжения решения по параметру и его приложение к задачам оптимального управления // Вычислительные методы и программирование, 2007.Т8. 205-216

11. Ивашкин В.В., В.Г. Петухов В.Г. Определение траектории перелета КА от Земли к Луне с малой тягой при использовании орбиты захвата Луной. Тезисы XXXIII академических чтений по космонавтике, Москва, ИИЕТ, 2009.
12. Ирвинг Д. Полеты с малой тягой в гравитационных полях при переменной скорости истечения. В сб.: Космическая техника. Под ред. Г. Сейферта. М.: Наука, 1964.
13. Кифоренко Б.Н., Васильев И.Ю. Численные решения точных уравнений движения космического аппарата в ньютоновском центральном гравитационном поле по многовитковым траекториям, близким к оптимальным. Космические исследования, 2011, том 49, № 5, с. 436-452.
14. Константинов М.С. Методы математического программирования в проектировании летательных аппаратов. М., Машиностроение, 1975.
15. Константинов М.С., Каменков Е.Ф., Перельгин Б.П., Безвербый В.К. "Механика космического полета". М.: Машиностроение, 1989.
16. Константинов М.С., Леб Х.В. , Петухов В.Г. Применение высокочастотного ионного двигателя RIT-22 в проекте «Интергелио-Зонд». Электронный журнал «Труды МАИ», выпуск 60, 10 с.
17. Константинов М.С., Леб Х.В., Петухов В.Г., Попов Г.А. Проектно-баллистический анализ пилотируемой марсианской миссии с ядерной электроракетной двигательной установкой. Труды МАИ, 2011, № 42, 21 с.
18. Константинов М.С., Мин Тейн. Оптимизация прямых полетов к Юпитеру с ядерной электроракетной двигательной установкой. Вестник МАИ. т. 20, № 5, 2013.
19. Константинов М.С., Нгуен Д.Н. . Оптимизация межпланетной траектории с учетом возможности парирования возмущений, связанных с временным нештатным выключением двигателя // «Перспективы науки». № 12 , 2014, стр. 101-108.

20. Константинов М.С., Нгуен Д.Н. . Оптимизация траектории полета к Юпитеру с учетом возможного временного выключения двигателя // Электронный журнал «Труды МАИ». 2015. № 79. 24 с.
21. Константинов М.С., Нгуен Д.Н. Анализ баллистических возможностей парирования возмущений, связанных с временным нештатным выключением ЭРДУ // Вестник ФГУП «НПО им. С.А. Лавочкина», №02, 2015.
22. Константинов М.С., Нгуен Д.Н. Оптимизация межпланетной траектории КА с ЭРДУ в рамках задачи трех тел. В сборнике материалов Московской молодежной научно-практической конференции «Инновации в авиации и космонавтике – 2014», стр. 84-85.
23. Константинов М.С., Нгуен Д.Н. Оптимизация траектории КА с ЭРДУ к Юпитеру с гравитационным маневром в рамках задачи трех тел // Электронный журнал «Труды МАИ». 2014. № 72. 24 с.
24. Константинов М.С., Нгуен Д.Н. Оптимизация траектории межпланетного перелета с оценкой допустимого времени нештатного отключения ЭРДУ. В сборнике материалов 13-ой Международной конференции «Авиация и космонавтика – 2014», стр. 159-160.
25. Константинов М.С., Орлов А.А. Оптимизация траектории к Юпитеру космического аппарата с малой тягой с использованием двух гравитационных маневров у Земли // Вестник МАИ. 2014. Т. 21, № 1. С. 58-69.
26. Константинов М.С., Орлов А.А. Оптимизация траектории перелёта космического аппарата с малой тягой для исследования Юпитера с использованием гравитационного манёвра у Земли // Вестник «НПО им. С.А. Лавочкина». 2013. № 5 (21). С. 42-48.
27. Константинов М.С., Тейн М. Анализ одной схемы полёта КА для исследования Солнца. Электронный журнал «Труды МАИ», Выпуск 71, 2013, 24 стр.

28. Константинов М.С., Мин Г. Оптимизация траектории выведения космического аппарата на рабочую гелиоцентрическую орбиту // Электронный журнал «Труды МАИ». 2013. № 67. 20 с.
29. Лёб Х.В., Петухов В.Г., Попов Г. А. Гелиоцентрические траектории космического аппарата с ионными двигателями для исследования Солнца. Электронный журнал «Труды МАИ», 2011, № 42, 22 с.
30. Лебедев В.Н. Расчет движения космического аппарата с малой тягой. М., Изд-во ВЦ АН СССР, 1968.
31. Лейтман Дж. (ред.) "Методы оптимизации с приложениями к механике космического полета". М.: Машиностроение, 1980.
32. Малышев В.В. "Методы оптимизации сложных систем". М.: МАИ, 1981.
33. Метод Рунге Кутта [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://phys.bspu.unibel.by/static/um/inf/vmm/pdf/vml083p.pdf>.
34. Нгуен Д.Н. Оптимизация межпланетной траектории КА с ЭРДУ в рамках задачи четырех тел с учетом влияния второй зональной гармоники Земли. В сборнике материалов XLIX научных чтений памяти К.Э. Циолковского. Калуга, 2014г., стр. 91-92.
35. Ортега Дж., Рейнболдт В. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными. М.: Мир, 1975.
36. Петухов В.Г. Использование методов продолжения по параметру для оптимизации траекторий космических аппаратов с малой тягой. Тезисы докладов XXXII Научных Чтений, посвященных разработке творческого наследия К.Э. Циолковского. М., ИИЕТ РАН, 1997. Выбросить – у Петухова есть на что ссылаться!!!!
37. Петухов В.Г. Метод продолжения для оптимизации траекторий с малой тягой. Тезисы «Пятого международного аэрокосмического конгресса IAC'06». Москва, 27 – 31 августа 2006 г. Выбросить – у Петухова есть на что ссылаться!!!!

38. Петухов В.Г. Оптимизация межпланетных траекторий космических аппаратов с идеально-регулируемым двигателем методом продолжения. Космические исследования, том 46, № 3, 2008, с. 224-237.
39. Петухов В.Г. Оптимизация траекторий и эволюция движения космических аппаратов с двигательными установками малой тяги. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.07.09 «Динамика, баллистика и управление движением летательных аппаратов», М., МАИ, 1996, 132 с.
40. Петухов В.Г. Оптимизация траекторий космических аппаратов с электроракетными двигательными установками методом продолжения. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.07.09 «Динамика, баллистика и управление движением летательных аппаратов», М., МАИ, 2013, 223 с.
41. Полищук Г.М., Пичхадзе К.М., Ефанов В.В., Мартынов М.Б. Космические модули комплекса «Фобос-Грунт» для перспективных межпланетных станций // Вестник ФГУП НПО им. С.А. Лавочкина. 2009. № 2. С. 3-7.
42. Понтрягин Л.С. "Принцип максимума в оптимальном управлении", М.: Наука, 1989.
43. Попов Г.А., Константинов М.С., Петухов В.Г. Проектирование траекторий межорбитального перелета космического аппарата с маршевыми электроракетными двигательными установками. Вестник РФФИ, №3 (47) Май - июнь 2006, с. 16 –30.
44. Ракета-носитель «Союз-2». Официальный сайт РКК «Прогресс». URL: [http://samspace.ru/products/launch\\_vehicles/rn\\_soyuz\\_2](http://samspace.ru/products/launch_vehicles/rn_soyuz_2).
45. Салмин В.В. Оптимизация космических перелетов с малой тягой. М.: Машиностроение, 1987.
46. Суханов А.А., Прадо А.Ф.Б. де А. Межорбитальные перелеты с малой тягой в произвольном поле сил. Космические исследования, т. 51, № 2, 2013, с. 159-170.

47. Тейн М. Оптимизация схем выведения космического аппарата на высокие рабочие орбиты. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.07.09 «Динамика, баллистика и управление движением летательных аппаратов», М., МАИ, 2010, 135 с.
48. Шалашилин В.И., Кузнецов Е.Б. Метод продолжения решения по параметру и наилучшая параметризация. М.: Эдиториал УРСС, 1999.
49. Andreev P.V., Fedotov G.G., Galkin A.Y., Gryaznov G.M., Konstantinov M.S., Petukhov V.G., Zaritsky G.A., Zhabotinsky E.E.. Associated optimization of the low-thrust trajectory and parameters of the nuclear power plant. Paper IEPC-95-214, Moscow, September 1995.
50. Ion Propulsion Systems. URL: <http://cs.astrium.eads.net/sp/spacecraft-propulsion/ion-propulsion/index.html>.
51. Konstantinov M.S., Petukhov V.G., Min Thein. Optimization of the spacecraft insertion into the system of heliocentric orbits for Sun exploration. Proceeding of the 65-th International Astronautical Congress, Toronto, Canada, 2014. Paper IAC-14.C1.9.4. 11 p.
52. Konstantinov M.S., Petukhov V.G. One Version of a Space Transport System for Research of the Sun. The 62-nd International Astronautical Congress, Cape Town, South Africa, 2011. Paper IAC-11.C4.6.10. 10 p.;
53. Konstantinov M.S., Petukhov V.G., Min Thein. The one mission for Sun exploration. Proceeding of the 63-th International Astronautical Congress, Naples, Italy, 2012. Paper IAC-12-A3, 5, 5. 9 p.;
54. Solar Probe Plus. NASA. Goddard Space Flight Center. [http://solarprobe.gsfc.nasa.gov/spp\\_mission.htm](http://solarprobe.gsfc.nasa.gov/spp_mission.htm).
55. Space complex "Interhelio-Probe". Preliminary Design. Part 17: The scientific payload. Ground scientific complex. IG-0000-PB-1.16. Explanatory note of IZMIRAN, 2012, 260 p.;
56. Space Complex "Interhelio-Probe." Preliminary Design. Part 3: SC trajectory with EPS. IG-1.2-0000-0PZ. Explanatory Note SRI AME MAI, 2011, 113 p.

57. V.Kuznetsov. The Russian InerhelioProbe Mission // Fourth Solar Orbiter Workshop, Telluride, Colorado, USA, March 27-31, 2011. 20 p.

58. Verner's 8th and 9th Order Embedded Runge-Kutta Method. Mathematics Source Library C & ASM.  
[http://www.mymathlib.com/diffeq/embedded\\_runge\\_kutta/embedded\\_verner\\_8\\_9.html](http://www.mymathlib.com/diffeq/embedded_runge_kutta/embedded_verner_8_9.html).