Вестник Московского авиационного института. 2025. Т. 32. № 1. С. 124-133. Aerospace MAI Journal, 2025, vol. 32, no. 1, pp. 124-133. (In Russ.).

Научная статья УДК 629.783 URL: https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=184455 EDN: https://www.elibrary.ru/ZMAQTD



# Радиально-окружной поток в микротурбине двухфазной системы терморегулирования космического аппарата

Олег Валентинович Шилкин<sup>1</sup>, Юлия Николаевна Шевченко<sup>2⊡</sup>, Александр Викторович Делков<sup>3</sup>, Александр Анатольевич Кишкин<sup>4</sup>, Павел Алексеевич Снетков<sup>5</sup>, Мухамадамин Уктамович Абдуллаев<sup>6</sup>

<sup>1</sup> АО «РЕШЕТНЁВ», Сибирский федеральный округ, Красноярский край, Железногорск, Российская Федерация

<sup>2, 3, 4, 5, 6</sup> Сибирский государственный университет науки и технологий им. академика М.Ф. Решетнева, Сибирский федеральный округ, Красноярский край, Красноярск, Российская Федерация <sup>1</sup> shilkin61@mail.ru

²gift 23j@mail.ru<sup>™</sup>

<sup>3</sup> delkov-mx01@mail.ru

<sup>4</sup> spsp99@mail.ru

<sup>5</sup> snetkov@list.ru

*Аннотация.* При реализации работ по массоэнергетическому совершенствованию космических аппаратов с двухфазным контуром системы терморегулирования рассматривается вопрос частичной регенерации тепловой энергии в электрическую в турбогенераторе низкой быстроходности. Часть проектных работ требует расчетного моделирования при транспорте закрученных потоков в радиальном направлении от внешнего тангенциального ввода до поверхности входа в рабочее колесо турбины, что определяет необходимость теоретической и экспериментальной проработки проблемы как одной из основных определяющих энергетику потока на входе в рабочее колесо.

В статье рассмотрены преобразования уравнений изменения окружного количества движения жидкости в граничных условиях радиально торцевой полости с неподвижными стенками. При допущениях об осесимметричности течений с использованием интегральной формы записи уравнения неразрывности получены соотношения в виде двух дифференциальных уравнений с выраженными производными по радиусу канала для статического канала р и константы окружной скорости Cu = UR (const – на шаге интегрирования).

*Ключевые слова:* уравнение движения жидкости в цилиндрических координатах, радиально окружной поток, расчетный алгоритм в конечно-разностных аналогах, подводящее устройство турбины, паровой поток теплоносителя, двухфазная система терморегулирования

Для цитирования: Шилкин О.В., Шевченко Ю.Н., Делков А.В., Кишкин А.А., Снетков П.А., Абдуллаев М.У. Радиально-окружной поток в микротурбине двухфазной системы терморегулирования космического аппарата // Вестник Московского авиационного института. 2025. Т. 32. № 1. С. 124-133. URL: https://vestnikmai. ru/publications.php?ID=184455

<sup>©</sup> Шилкин О.В., Шевченко Ю.Н., Делков А.В., Кишкин А.А., Снетков П.А., Абдуллаев М.У., 2025

#### Original article

### Radial-Circumferential Flow in a Microturbine of a Spacecraft Two-Phase Thermal Control System

## Oleg V. Shilkin<sup>1</sup>, Yuliya N. Shevchenko<sup>2™</sup>, Aleksandr V. Delkov<sup>3</sup>, Aleksandr A. Kishkin<sup>4</sup>, Pavel A. Snetkov<sup>5</sup>, Mukhamadamin U. Abdullaev<sup>6</sup>

<sup>1</sup>RESHETNEV JSC, Zheleznogorsk, Krasnoyarsk region, Russian Federation <sup>2, 3, 4, 5, 6</sup>Reshetnev Siberian State University of Science and Technology, Siberian Federal District, Krasnoyarsk, Russian Federation <sup>1</sup>shilkin61@mail.ru <sup>2</sup>gift\_23j@mail.ru<sup>⊠</sup> <sup>3</sup>delkov-mx01@mail.ru <sup>4</sup>spsp99@mail.ru

<sup>5</sup> snetkov@list.ru

#### Abstract

In the last decade, an anticipatory reserve into the thermal control systems (TCS) basic elements, which allowed the TCS forming to any problem solution with topological linkage of all of the target equipment spectrum was created within the framework of the research and development work "Thermal Control System with Two-Phase Circuit" (TCS TPC), which encompassed enterprises of the Russian Space Agency. This combined approach to the elements integration allows 2-3 times heat transfer from the equipment to the emitting radiators effectiveness increase with mass savings, namely 1.5-2 times for the heat release levels up to 15 kW, and 3-5 times for the heat release levels up to 30 kW compared to the conventional heat pipes and liquid circuits based TCSs. The results of the research demonstrate the expediency of utilizing the thermal energy of the coolant vapor removed by the TCS TPC employing energy installations based on micoturbines for the prospective spacecraft with high heat generation levels of more than 7 kW.

Theoretical and laboratory research with the experimental installations conducted in Russia and abroad prove both technical expediency and relevance of such kind of work. The level of the heat energy regeneration into eclectic energy may reach 18% at low (up to 4 kg) mass costs. As the result, the required heat sink and solar panel areas will decrease by 12-14%, whereby the efficiency of the power plants utilization increases with the spacecraft heat generation increasing.

It should be noted that for both active and reactive types of turbines nozzle or guide assembly for the high-speed turbines accomplished in the form of nozzle arrays (in the blade crown) is the crucial element, which forms the flow circumferential direction, ensuring circumferential operation of the impeller. For the low-speed and low-flow machines the one nozzle (nozzle tangential channel) is being accomplished.

A part of the design works requires computational modeling during the swirling flows transporting in the radial direction from the external tangential inlet to the turbine impeller inlet surface, which defines the need for theoretical and experimental study of the problem as one of the main determinants of the flow energy at the impeller inlet.

The article considers transformations of the equations of change in the circumferential amount of gas motion in the boundary conditions of a radially end cavity with fixed walls, with an adiabatic flow to the center. Under the assumptions of the flow axial symmetry and the axial gap constancy, integration of the equations of motion in cylindrical coordinates by the magnitude of the axial gap was performed. With account for the assumptions of the two ordinary layer about characteristic thicknesses, solutions were obtained in the form of a system of the two ordinary differential equations in full differentials, which allowed performing their numerical integration under the boundary conditions of a cylindrical end slit. For numerical integration, the system is reduced to the form of two differential equations with expressed derivatives along the channel radius for the static channel p and circumferential velocity constant Cu = UR (const – at the integration step). The authors analyzed the obtained results are proposed possible options for the algorithm improving.

*Keywords:* equation of fluid motion in cylindrical coordinates, radially circumferential flow, computational algorithm in finite-difference analogues, turbine inlet unit, coolant steam flow, two-phase temperature control system

*For citation:* Shilkin O.V., Shevchenko Yu.N., Delkov A.V., Kishkin A.A., Snetkov P.A., Abdullaev M.U. Radial-Circumferential Flow in a Microturbine of a Spacecraft Two-Phase Thermal Control System. *Aerospace MAI Journal*. 2025;32(1):124-133. (In Russ.). URL: https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=184455

#### List of Figures

- Fig. 1. Design diagram of the radial annular cavity
- Fig. 2. Friction stress diagram for radially surrounded flow
- Fig. 3. Calculated dependence of the circumferential velocity of the radial-circumferential turbulent flow
- Fig. 4. Integral value of the circumferential velocity constant
- Fig. 5. Static pressure derivative with respect to radius
- Fig. 6. Static pressure dependence on radius
- Fig. 7. Thermodynamic temperature dependence on radius at a constant temperature without accounting for the heat of friction

#### List of Tables

Table. Initial data for numerical modeling

#### Введение

При реализации отраслевой опытно-конструкторской работы «Системы терморегулирования с двухфазным контуром» («СТР с ДФК»), включающей предприятия Российского космического агентства, создан опережающий задел в разработке базовых элементов СТР, позволяющий формировать СТР под решение любых задач с топологической увязкой всего спектра оборудования целевой аппаратуры. Комбинированный подход к интеграции элементов ДФК в составе СТР позволяет повысить эффективность теплопереноса от оборудования к излучающим радиаторам в 2–3 раза с экономией массы: 1,5-2 раза для уровней тепловыделения до 15 кВт и в 3-5 раз для уровней тепловыделения до 30 и более кВт по сравнению с существующими СТР на основе тепловых труб (ТТ) и жидкостных контуров. Результаты исследований показывают, что для перспективных КА с высокими уровнями тепловыделений более 7 кВт целесообразно утилизировать тепловую энергию пара теплоносителя, снимаемую активным ДФК СТР, используя энергетические установки на базе микротурбин [1-4]. Теоретические и лабораторные исследования на экспериментальных установках, проводимые в России и за рубежом, доказывают техническую целесообразность и актуальность проведения таких работ. Уровень регенерации тепловой энергии в эклектическую может достигать 18% при незначительных (до 4 кг) массовых затратах, в результате необходимые площади радиатора и солнечных батарей уменьшатся на 12-14%, причем эффективность использования энергетических установок возрастает при увеличении тепловыделения KA [5-11].

Стоит отметить, что для турбин как активного, так и реактивного типа важнейшим элементом,

формирующим окружное направление потока, обеспечивающего окружную работу рабочего колеса, является сопловой или направляющий аппарат для быстроходных турбин, выполненных в виде сопловых решеток (в лопаточном венце), для тихоходных и малорасходных машин выполняется одно сопло (сопловой тангенциальный канал) [12–15].

Целью исследования является расчетно-аналитическая проработка радиально-окружных течений в граничных условиях радиально-кольцевого канала как транспортного канала к поверхности входа в рабочее колесо центростремительной микротурбины.

#### Закрученные потоки в граничных условиях подводящих устройств

Закрученные потоки в основном формируются в осесимметричной цилиндрической полости, как в радиальном, так и в осевом направлении, а также в иных полостях вращения с иной образующей поверхности (конические, сферические и т. п.). Окружная составляющая скорости – u в потоке сформирована по закону свободного вихря – uR = Cu = const, является решением линейного уравнения Эйлера и является потенциальным течением вне нулевой точки. Расходное течение является также потенциальным, следовательно, возможна суперпозиция решений для расходной составляющей скорости  $v_p = \dot{V}/F_{np}$  ( $\dot{V}$  – объемный расход;  $F_{np}$  – площадь проходного сечения) и окружной составляющей скорости – u = Cu/R [13, 16, 17].

В исходном уравнении преобразован вязкостный член: оставлена только производная трения по нормали  $\overline{n}$  к поверхности трения. Как исходное используется уравнение изменения количества движения жидкости, записано в общем виде в цилиндрических координатах [13, 17]:

$$v_{R} \frac{\partial v_{R}}{\partial R} - \frac{u}{R} \frac{\partial v_{R}}{\partial \alpha} + v_{R} \frac{\partial v_{R}}{\partial z} - \frac{u^{2}}{R} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial R} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{R}}{\partial n};$$

$$v_{R} \frac{\partial u}{\partial R} + \frac{u}{R} \frac{\partial u}{\partial \alpha} + v_{z} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{v_{R}u}{R} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{R \partial \alpha} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{\alpha}}{\partial n};$$

$$v_{R} \frac{\partial v_{z}}{\partial R} + \frac{u}{R} \frac{\partial v_{z}}{\partial \alpha} + v_{z} \frac{\partial v_{z}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{z}}{\partial n};$$

$$(1)$$

$$\frac{\partial v_{R}}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \alpha} + \frac{\partial v_{z}}{\partial z} + \frac{v_{R}}{R} = 0.$$

Для радиально-окружного течения нормалью n определяется координата z, для осе-окружного — координата R.

### Соотношения для радиально-окружного кольцевого потока

Воспользуемся записью уравнений движения (1) с допущениями об осесимметричности потока и отсутствии течения в осевом направлении:

$$v_z = 0; \frac{\partial}{\partial z} = 0; \frac{\partial}{\partial z} = 0,$$

система (1) упростится в цилиндрических координатах:

$$v_{R} \frac{dv_{R}}{dR} - \frac{u^{2}}{R} = -\frac{1dp}{\rho dR} + \frac{1}{\rho} \frac{d\tau_{R}}{dz};$$

$$v_{R} \frac{du}{dR} + \frac{v_{R}u}{R} = \frac{1}{\rho} \frac{d\tau_{\alpha}}{dz};$$

$$\frac{dv_{R}}{dR} + \frac{v_{R}}{R} = 0.$$
(2)

Поскольку целью является соотношение для интегрирования по координате R, проинтегрируем (2) по координате z в пределах от z = 0, до  $z = n_{oz}$ , где  $n_{oz}$  – осевой зазор радиально-окружного канала (рис. 1). Из рисунка видно, что область течения условно разделена на ядро потока, где влияние трения практически не оказывается (течение потенциально), и два пограничных слоя, по толщине которых «формируется» напряжение трения на



Рис. 1. Расчетная схема радиально кольцевой полости

неподвижной стенке как в окружном, так и в радиальном направлении.

Процедура интегрирования определяет интегральный поток окружной и радиальной (расходной) составляющей скорости в сечении  $2\pi Rn_{oz}$ ; поле градиента давление  $\partial p/\partial R$  окружные и радиальные силы трения на шаге интегрирования  $dR - \tau_{0\alpha} 2\pi R_i dR_i$ ;  $\tau_{0R} 2\pi R_i dR_i$ .

При интегрировании учитывается влияние пограничного слоя на формирование динамики скорости в ядре потока. Возьмем интеграл по нормали в направлении оси z [18–20]:

$$\int_{0}^{\delta} \frac{d\tau}{dz} = \tau \int_{0}^{\delta} \tau_{\delta} - \tau_{0} = -\tau_{0}.$$
(3)

Проинтегрируем (2) по z, учтем, что поверхностей трения две, уравнение неразрывности в (2) интегрируется отдельно по R (рис. 1):

$$\left(V_R \frac{dV_R}{dR} - \frac{U^2}{R}\right) \left(n_{0z} - 2\delta_z^*\right) = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dR} \left(n_{0z} - 2\delta_z^*\right) - \frac{2\tau_{0R}}{\rho};$$

$$\left(V_R \frac{dU}{dR} + \frac{V_R U}{R}\right) \left(n_{0z} - 2\delta_z^*\right) = -\frac{2\tau_{0\alpha}}{\rho}.$$
(4)

Уравнение неразрывности:

$$\int \frac{dV_R}{V_R} = -\int \frac{dR}{R};$$
  

$$\ln V_R = -\ln R;$$
  

$$RV_R = \text{const} = C_R.$$

Учтем

$$V_{R} = \frac{\dot{V}}{2\pi R \left( n_{0z} - 2\delta_{z}^{*} \right)};$$

$$V_{R} = \frac{C_{R}}{R};$$

$$C_{R} = \frac{V}{2\pi \left( n_{0z} - 2\delta_{z}^{*} \right)};$$

$$\frac{dV_{R}}{dR} = -\frac{C_{R}}{R^{2}} = -\frac{V_{R}}{R}.$$
(5)
(6)

Следует отметить, что  $C_R$  при течении от периферии к оси вращения потока имеет знак «минус» — это характерный случай для подводящего устройства в радиальном направлении. Подставим (5) в (4):

$$\left(\frac{-C_R^2}{R^3} - \frac{U^2}{R}\right) \left(n_{0z} - 2\delta_z^*\right) = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dR} \left(n_{0z} - 2\delta_z^*\right) - \frac{2\tau_{0R}}{\rho};$$

$$\left(\frac{-C_R}{R} \frac{dU}{dR} - \frac{C_R}{R} \frac{U}{R}\right) \left(n_{0z} - 2\delta_z^*\right) = -\frac{2\tau_{0\alpha}}{\rho};$$
(7)

учтем (5):

$$\frac{1}{R} \left( V_R^2 + U^2 \right) \left( n_{0z} - 2\delta_z^* \right) = \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dR} \left( n_{0z} - 2\delta_z^* \right) + \frac{2\tau_{0R}}{\rho};$$
(8)  
$$\frac{C_R}{R} \left( \frac{dU}{dR} + \frac{U}{R} \right) \left( n_{0z} - 2\delta_z^* \right) = \frac{2\tau_{0\alpha}}{\rho}.$$

С учетом окружной константы  $C_u = UR$  на шаге интегрирования, выражения (8) могут быть представлены в ином виде:

$$\begin{pmatrix} V_R \frac{dV_R}{dR} - \frac{C_u^2}{R^3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_{0z} - 2\delta_z^* \end{pmatrix} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dR} \begin{pmatrix} n_{0z} - 2\delta_z^* \end{pmatrix} - \frac{2\tau_{0R}}{\rho}; \\ \begin{bmatrix} V_R \frac{d}{dR} \begin{pmatrix} \frac{C_u}{R^2} \end{pmatrix} + V_R \cdot \begin{pmatrix} \frac{C_u}{R^2} \end{pmatrix} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} n_{0z} - 2\delta_z^* \end{pmatrix} = -\frac{2\tau_{0\alpha}}{\rho}.$$
(9)

Обратим внимание, что (9) интегрируется при  $n_{oz} = \text{const} \text{ и } \delta_z^* = \text{const} - \text{установившееся течение}$  при постоянной ширине радиально-кольцевого канала. Используя выражение (6), продолжим преобразование:

$$\begin{bmatrix} -\frac{V_R^2}{R} - \left(\frac{C_u}{R}\right)^2 \frac{1}{R} \end{bmatrix} \left(n_{0z} - 2\delta_z^*\right) = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dR} \left(n_{0z} - 2\delta_z^*\right) - \frac{2\tau_{0R}}{\rho};$$
$$V_R \left(\frac{1}{R} \frac{dC_u}{dR} - \frac{C_u}{R^2} + \frac{C_u}{R^2}\right) \left(n_{0z} - 2\delta_z^*\right) = \frac{-2\tau_{0\alpha}}{\rho},$$

выразим производные и окончательно имеем производные на участке установившегося течения  $\delta_{z}^{*} = \text{const}$ 

$$\frac{dp}{dR} = \frac{\rho}{R} \left[ V_R^2 + \left(\frac{C_u}{R}\right)^2 \right] - \frac{2\tau_{0R}}{n_{0z} - 2\delta_z^*};$$

$$\frac{dC_u}{dR} = -\frac{2\tau_{0\alpha}R}{V_R \cdot \rho \left(n_{0z} - 2\delta_z^*\right)},$$
(10)

где

$$\frac{C_u}{R} = U; \ C^2 = V_R^2 + U^2.$$

Тогда

$$\frac{dp}{dR} = \frac{\rho C^2}{R} - \frac{2\tau_{0R}}{n_{0z} - 2\delta_z^*}.$$
 (11)

#### Конечно-разностный алгоритм интегрирования уравнений движения в основных постановках граничных условий для радиально-окружного течения

Радиально-окружное течение рассматривается как суперпозиция расходного и окружного (вихревого) течения, причём окружное течение формирует пограничный слой, зависящий от радиуса поверхности и напряженности  $C_u = UR$  вихревого течения, и является установившимся, т. е. имеющим



Рис. 2. Схема напряжения трения для радиально окруженного потока

толщину пограничного уже на входе в канал, что очевидно при движении по кольцевой (замкнутой линии тока) [6, 16].

Расчетная схема потока и напряжений трения представлена на рис. 2 и содержит напряжения трения от абсолютной скорости  $\tau_{oc}$  в проекциях на оси координат *R* и *z*.

Исходными данными являются термодинамические и кинематические параметры потока во входном сечении: p – давление; v – скорость; T – температура;  $\dot{m}$  – массовый расход рабочего тела,  $n_{oz}$  – величина осевого зазора;  $R_0$  – радиус входа.

Предлагается следующая последовательность интегрирования по координате *R*:

Плотность:

$$\rho = \frac{p_i}{RT_i}.$$
 (12)

Толщина потери импульса для начала интегрирования определяется выражением для плоской пластины:

$$\delta_{zi=0}^{**} = 0,0493 \cdot \left[\frac{\nu}{V_{R\delta i=0}}\right]^{0,2} \cdot \left(\Delta R\right)^{0,5}.$$
 (13)

Радиальная составляющая скорости на шаге интегрирования:

$$V_{Ri} = \frac{\dot{m}}{\rho_i 2\pi R_i \left( n_{0z} - 2,572\delta_{zi}^{**} \right)}.$$
 (14)

Производная потери импульса от радиальной составляющей скорости:

$$\left(\frac{d\delta_z^{**}}{dR}\right)_i = \left[0,0186\left(\frac{V_{Ri}\cdot\delta_{zi}^{**}}{\nu}\right)^{-0,25} + \frac{3,286\cdot\delta_{zi}^{**}}{R_i}\right] \times \left(15\right) \times \left[\frac{n_{oz}-2,572\delta_{zi}^{**}}{n_{oz}+5,88\delta_{zi}^{**}}\right].$$

Приращение толщины потери импульса в радиальном направлении:

$$\Delta \delta_{zi}^{**} = \left(\frac{d\delta_z^{**}}{dR}\right)_i \Delta R.$$
 (16)

Интегральное значение толщины потери импульса при турбулентном режиме:

$$\Delta \delta_{zi+1}^{**} = \delta_{zi}^{**} + \Delta \delta_{zi}^{**}. \tag{17}$$

Абсолютная скорость на шаге интегрирования:

$$C_{i}^{2}=U_{i}^{2}+V_{Ri}^{2},$$

где  $U_{i=0}$  – в исходных данных. (18) Полная энтальпия на шаге интегрирования:

$$i_i^* = C_p T_i + \frac{C_i^2}{2}.$$
 (19)

Для турбулентного режима толщина потери импульса в окружном направлении определяется:

$$\delta_{\alpha i}^{**} = 0,9545 \cdot \left(\frac{v}{R_i U_i}\right)^{0,2} \cdot R_i.$$
 (20)

Толщина потери импульса в направлении абсолютной скорости:

$$\delta_{ci}^{**} = \delta_{\alpha i}^{**} \frac{U_i^2}{U_i^2 + V_{Ri}^2} + \delta_{zi}^{**} \frac{V_{Ri}^2}{U_i^2 + V_{Ri}^2}.$$
 (21)

Напряжения трения в направлении абсолютной скорости:

$$(\tau_{oc})_{i} = 0,0186\rho_{i}C_{i}^{2}\left(\frac{C_{i}\cdot\delta_{c}^{**}}{\nu}\right)^{-0.25}.$$
 (22)

Угол α определяется по значением составляющих расходной и окружной:

$$\alpha_i = \operatorname{arctg} \frac{V_{Ri}}{U_i}.$$
 (23)

Напряжение трения в окружном направлении:

$$\left(\tau_{o\alpha}\right)_{i} = \left(\tau_{oc}\right)_{i} \cos \alpha_{i}.$$
 (24)

Проекция напряжения трения в радиальном направлении:

$$\left(\tau_{oR}\right)_{i} = \left(\tau_{o\alpha}\right)_{i} \sin \alpha_{i}.$$
 (25)

Напряжения трения от окружной составляющей скорости:

$$\left(\tau_{o\alpha}\right)_{i}^{*} = 0,0186\rho_{i} \cdot U_{i}^{2} \left(\frac{U_{i}\delta_{\alpha i}^{**}}{\nu}\right)^{-0,25}.$$
 (26)

Добавочное напряжение трения в радиальном направлении:

$$\tau_{oR(\alpha)i}^* = \varepsilon \left(\tau_{o\alpha}\right)_i^* = 1,69 \left(\tau_{o\alpha}\right)_i^*.$$
 (27)

Производная константы окружной скорости:

$$\left(\frac{dC_u}{dR}\right)_i = -\frac{2\tau_{0\alpha i}R_i}{\rho V_{Ri}\left(n_{oz} - 2,572\delta_{zi}^{**}\right)}.$$
 (28)

Приращение константы окружной составляющей:

$$\Delta C u_i = \left(\frac{dCu}{dR}\right)_i \cdot \Delta R. \tag{29}$$

Константа окружной скорости на следующем шаге:

$$Cu_{i+1} = Cu_i + \Delta Cu_i. \tag{30}$$

Производная статического давления:

$$\left(\frac{dp}{dR}\right)_{i} = \frac{\rho_{i}}{R_{i}} \left\{ V_{Ri}^{2} \left[ 1 - \frac{2,572R_{i}}{n_{oz} - 2,572} \left( \frac{d\delta_{z}^{**}}{dR} \right)_{i} \right] + \left( \frac{Cu_{i}}{R_{i}} \right)^{2} \right\} - \frac{2\left( \tau_{oRi} \pm \tau_{oR(\alpha)i}^{*} \right)}{\left( n_{oz} - 2,572\delta_{z}^{**} \right)}.$$

$$(31)$$

Знак (+) при течении к оси вращения.

Приращение статического давления:

$$\Delta p_i = \left(\frac{dp}{dR}\right)_i \Delta R. \tag{32}$$

Статическое давление на следующем шаге:

$$p_{i+1} = p_i + \Delta p_i. \tag{33}$$

Мощность трения на шаге интегрирования:

$$\Delta N_{Tpi} = \left(\tau_{oc}\right)_{i} \cdot 2\pi R_{i} \cdot \left|\Delta R\right| \cdot C_{i}.$$
(34)

Интегральное значение полной энтальпии:

$$i_{i+1}^* = i_i^* + \Delta i_i, \tag{35}$$

Радиальная составляющая на шаге *i* + 1:

$$V_{Ri+1} = \frac{\dot{m}}{\rho_{i+1} 2\pi R_{i+1} \left( n_{oz} - 2,572\delta_{zi}^{**} \right)}.$$
 (36)

Абсолютная скорость на шаге i + 1:

где 
$$U_{i+1} = \frac{Cu_{i+1}}{R_{i+1}}$$
. (37)

Температура: 
$$T_{i+1}\left(i_{i+1}^* - \frac{C_{i+1}^2}{2}\right) \cdot \frac{1}{C_p}$$
. (38)

Плотность по выражению (12):

$$\rho_{i+1} = \frac{\rho_{i+1}}{R \cdot T_{i+1}}.$$

### Расчетные результаты распределения параметров радиального окружного потока по радиусу

Рассмотрим результаты численного моделирования. Исходные данные для расчета представлены в таблице.

По исходным данным видно, что течение по окружной скорости турбулентно:

 $\operatorname{Re}_{\omega} = 3 \cdot 10^5$ ,

толщина пограничного слоя окружного течения по закону свободного вихря  $\delta_{\alpha 0} >> n_{oz}$  – осевого зазора щели, следовательно, пограничные слои сомкнуты и равны половине величины осевого зазора, тогда  $\delta_{\alpha 0}^{**} = 0,00034$  м – постоянная величина по радиусу. Следовательно, алгоритм расчета выбирается как турбулентный с постоянной толщиной потери импульса при сомкнутых пограничных слоях.

Результаты расчета представлены ниже. Расчетное значение скорости U (рис. 3) уменьшается до значения 0,0365 м/с, затем через минимальное значение 67,05 м/с растет с уменьшением радиуса. При этом радиальное значение скорости монотонно убывает по радиусу.

Значение константы ( $C_u$ ) окружной скорости монотонно убывает от значения 4,5 до 1,667 м<sup>2</sup>/с (см. рис. 4), аналогично производной константы. Значение производной по давлению как первым, так и вторым членом зависит от значения окружной скорости и также имеет слабовыраженный минимум при устойчивом росте при снижении радиуса (рис. 5). Зависимость статического давления от радиуса (рис. 6) монотонно снижается по давлению, на меньших радиусах меняет значение второй производной (выпуклость кривой), отслеживая рост dp/dR в этом диапазоне.

Расчетные результаты по алгоритму, не учитывающему подогрев потока трением с постоянной энтальпией i\* = 298785 = const Дж/кг (во входном



Рис. 3. Расчетная зависимость окружной скорости радиально-окружного турбулентного течения



Рис. 4. Изменение константы окружной скорости

Параметр	Обозначение	Единицы измерения	Значение
$R_0$	начальный радиус	М	0,051
$n_{0z}$	осевой зазор	М	0,007
$U_0$	окружная скорость	м/с	88,17
'n	массовый расход	кг/с	0,004
$p_0$	давление на входе	H/m <sup>2</sup>	101355
$T_0$	температура на входе	Κ	293,4
<i>c</i> <sub>p</sub>	теплоемкость рабочего тела	Дж/кг · К	1005
$\nu_0$	кинематическая вязкость	м <sup>2</sup> /с	0,000015
$c_u = U_0 \cdot R_A$	константа окружной скорости	м <sup>2</sup> /с	4,497
R <sub>B</sub>	газовая постоянная воздуха	Дж/кг · К	287
$\operatorname{Re}_{\omega} = R_0 \cdot U_0 / v$	число Re по окружной скорости		$3 \cdot 10^5$
$\delta^{**}_{\alpha 0}$	толщина потери импульса по окружной скорости	М	0,00453
$\delta_{\alpha 0}$	толщина пограничного слоя потенциального вихревого течения	М	0,047

Исходные данные для численного моделирования



Рис. 5. Производная давления по радиусу



Рис. 6. Зависимость статического давления от радиуса



Рис. 7. Зависимость термодинамической температуры от радиуса при постоянной без учета тепла трения

сечении  $R_0 = 0,051$  м, по исходным данным расчета) показаны на рис. 7. Изменение температуры заметно меньше, однако плотность изменяется несущественно, что позволяет в этом диапазоне дозвуковых скоростей вести расчеты без подогрева трением.

#### Выводы

Теоретическое распределение скорости по закону сохранения момента количества движения UR = const дает значительное увеличение скорости с уменьшением радиуса, расчетный алгоритм показывает снижение окружной составляющей до определенного радиуса с последующим подрастанием окружной скорости с уменьшением радиуса. Тем не менее расчетный алгоритм показывает монотонное снижение константы окружной скорости  $C_u$  по радиусу, что требует дополнительного анализа алгоритма в области относительно малых радиусов [21, 22].

#### Список источников

- 1. *Ткаченко А.Ю.*, *Филинов Е.П*. Повышение эффективности газотурбинной установки для нового поколения газотурбовоза // Вестник Московского авиационного института. 2019. Т. 26. № 1. С. 143-151.
- Зуев А.А., Назаров В.П., Арнгольд А.А. Определение локального коэффициента теплоотдачи с использованием модели температурного пограничного слоя в полостях вращения газовых турбин // Вестник Московского авиационного института. 2019. Т. 26. № 2. С. 99-115.
- 3. Варсегов В.Л., Абдуллах Б.Н. Влияние геометрии лопаток осевой турбины малоразмерных турбореактивных двигателей на КПД турбины // Вестник Московского авиационного института. 2020. Т. 27. № 1. С. 191-200. DOI: 10.34759/vst-2020-1-191-200
- Малов Д.В., Шаблий Л.С. Исследование зависимости коэффициента потока жидкости в осевом зазоре электронасосного агрегата от режимных и конструктивных параметров // Вестник Московского авиационного института. 2020. Т. 27. № 2. С. 149-156. DOI: 10.34759/ vst-2020-2-149-156
- Gorbenko G.O., Gakal P., Turna R.Yu., Hodunov A. Retrospective Review of a Two-Phase Mechanically Pumped Loop for Spacecraft Thermal Control Systems // Journal of Mechanical Engineering. 2021. Vol. 24. No. 4, pp. 27-37. DOI: 10.15407/pmach2021.04.027
- *Zhang J., Lu T., Ye T.* et al. Development of an Intelligent Control System for Spacecraft Vacuum Thermal Test // 4th International Conference on Advanced Algorithms and Control Engineering (ICAACE 2021; 29-31 January 2021; Sanya, China). 1848(1):012144. DOI: 10.1088/1742-6596/1848/1/012144
- Шилкин О.В., Кишкин А.А., Зуев А.А. и др. Проектирование системы терморегулирования с двухфазным контуром для космического аппарата производительностью до 15 кВт // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. 2022. № 68. С. 49-63. DOI: 10.15593/2224-9982/2022.68.06
- Neuman J.C., Buescher J.A., Esterl G.J. Magellan spacecraft thermal control system design and performance // 28th Thermophysics Conference (06-09 July 1993; Orlando, FL, USA). DOI: 10.2514/6.1993-2844
- Han A., Zhang W., Lv W. et al. Test Design and Verification of a Model-Based Spacecraft Thermal Control System // 7th International Conference on Signal and Information Processing, Networking and Computers (21-23 September 2020; Rizhao, China). DOI: 10.1007/978-981-33-4102-9\_56
- 10. Kishkin A.A., Shevchenko Yu.N., Delkov A.V. Analysis of the key design features of low-power turbines for electricity generation

// IOP Conference Series: Materials Science and Engineering.Vol. 919 "Mathematical methods in engineering and technology": 062030. DOI: 10.1088/1757-899X/919/6/062030

- 11. Шилкин О.В., Кишкин А.А., Зуев А.А. и др. Проектирование системы пассивного охлаждения бортового комплекса космического аппарата // Вестник Московского авиационного института. 2021. Т. 28. № 2. С. 96-106. DOI: 10.34759/vst-2021-2-96-106
- 12. Зуев А.А., Арнгольд А.А., Назаров В.П. Участки динамически нестабилизированных течений характерных каналах проточных частей турбонасосных агрегатов жидкостных ракетных двигателей // Вестник Московского авиационного института. 2020. Т. 27. № 3. С. 167-185. DOI: 10.34759/ vst-2020-3-167-185
- 13. Шайдуллин Р.А., Бекеров А.Р., Сабирзянов А.Н. Влияние закрутки потока на входе в сопло ракетного двигателя на коэффициент расхода // Вестник Московского авиационного института. 2021. Т. 28. № 2. С. 142-151. DOI: 10.34759/vst-2021-2-142-151
- 14. Малиновский И.М., Нестеренко В.Г., Стародумов А.В. и др. Анализ и конструктивные методы оптимизации распределения осевых сил в турбореактивном двигателе с целью увеличения ресурса подшипника ротора высокого давления // Вестник Московского авиационного института. 2022. Т. 29. № 1. С. 81-94. DOI: 10.34759/vst-2022-1-81-94
- 15. Кишкин А.А., Зуев А.А., Делков А.В., Шевченко Ю.Н. Аналитический подход при исследовании уравнений импульсов пограничного слоя при течении в межлопаточном канале газовых турбин // Вестник Московского авиационного института. 2021. Т. 28. № 1. С. 45-60. DOI: 10.34759/vst-2021-1-45-60
- Кишкин А.А., Шевченко Ю.Н., Зуев А.А., Жуйков Д.А. Расчетно-экспериментальное исследование закрученного кольцевого потока // Омский научный вестник. Авиа

ционно-ракетное и энергетическое машиностроение. 2024. Т. 8. № 1. С. 57-68. DOI: 10.25206/2588-0373-2024-8-1-57-68

- 17. Бабанина О.В., Гасанбеков К.Н., Прохоренко И.С. Двигательная установка коррекции для наноспутников на фреоне // Вестник Московского авиационного института. 2023. Т. 30. № 3. С. 136-146.
- Матвеев В.Н., Батурин О.В., Попов Г.М. и др. Осесимметричная модель рабочего процесса двухвального компрессора газогенератора // Вестник Московского авиационного института. 2023. Т. 30. № 4. С. 167–177. URL: https://vestnikmai.ru/publications. php?ID=177618
- Zuev A.A., Arngold A.A., Levko V.A. et al. Heat transfer coefficient of laminar rotational flow // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. Vol. 734. II International Scientific Conference «Advanced Technologies in Aerospace, Mechanical and Automation Engineering» (18–21 November 2019; Krasnoyarsk, Russia). 2020. No. 1: 012029. DOI: 10.1088/1757-899X/734/1/012029
- 20. Lazzi Gazzini S., Schädler R., Kalfas A.I. et al. Infrared thermography with non-uniform heat flux boundary conditions on the rotor endwall of an axial turbine // Measurement Science and Technology. 2016. Vol. 28. No. 2:025901. DOI: 10.1088/1361-6501/aa5174
- Yule L., Zaghari B., Harris N. et al. Surface temperature condition monitoring methods for aerospace turbomachinery: exploring the use of ultrasonic guided waves // Measurement Science and Technology. 2021. Vol. 32. No. 5:052002. DOI 10.1088/1361-6501/abda96
- 22. *Сэффмэн Ф. Дж*. Динамика вихрей / Пер. Ф.В. Должанского. М.: Научный мир, 2000. 376 с.
- 23. Алексеенко С.В., Куйбин П.А., Окулов В.Л. Введение в теорию концентрированных вихрей. Новосибирск: Ин-т теплофизики СО РАН, 2003. 503 с.

#### References

- 1. Tkachenko AYu, Filinov EP. Gas turbine unit efficiency upgrading for gas-turbine locomotive of a new generation. *Aerospace MAI Journal*. 2019;26(1):143-151. (In Russ.).
- 2. Zuev AA, Nazarov VP, Arngol'd AA. Determining local heat transfer coefficient by a model of temperature boundary layer in gas turbine cavity of rotation. *Aerospace MAI Journal*. 2019;26(2):99-115. (In Russ.).
- 3. Varsegov VL, Abdullah BN. Axial turbine blades geometry impact of small-sized turbojet engines on the turbine efficiency. *Aerospace MAI Journal*. 2020;27(1):191-200. (In Russ.). DOI: 10.34759/vst-2020-1-191-200
- Malov DV, Shablii LS. The study of liquid flux coefficient dependence in axial clearance of electrically driven pump unit on operating and structural parameters. *Aerospace MAI Journal*. 2020;27(2):149-156. (In Russ.). DOI: 10.34759/vst-2020-2-149-156

- Gorbenko GO, Gakal P, Turna RYu, et al. Retrospective Review of a Two-Phase Mechanically Pumped Loop for Spacecraft Thermal Control Systems. *Journal of Mechanical Engineering*. 2021;24(4):27-37. DOI: 10.15407/ pmach2021.04.027
- Zhang J, Lu T, Ye T, et al. Development of an Intelligent Control System for Spacecraft Vacuum Thermal Test. *4th International Conference on Advanced Algorithms and Control Engineering (ICAACE 2021; January 29-31, 2021; Sanya, China).* 1848(1):012144. DOI: 10.1088/1742-6596/1848/1/012144
- Shilkin OV, Kishkin AA, Zuev AA, et al. Design of a thermal control system with a two-phase circuit for a spacecraft with a capacity of up to 15 kw. *Perm National Research Polytechnic University Aerospace Engineering Bulletin*. 2022(68):49-63. (In Russ.). DOI: 10.15593/2224-9982/2022.68.06

- Neuman JC, Buescher JA, Esterl GJ. Magellan spacecraft thermal control system design and performance. 28th Thermophysics Conference (July 06-09, 1993; Orlando, FL, USA). DOI: 10.2514/6.1993-2844
- Han A, Zhang W, Lv W, et al. Test Design and Verification of a Model-Based Spacecraft Thermal Control System. *7th International Conference on Signal and Information Processing, Networking and Computers (September 21-23, 2020; Rizhao, China).* 2021. DOI: 10.1007/978-981-33-4102-9\_56

Kishkin AA, Shevchenko YuN, Delkov AV. Analysis of the key design features of low-power turbines for electricity generation. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. Vol. 919 "Mathematical methods in engineering and technology"*. DOI: 10.1088/1757-899X/919/6/062030

- Shilkin OV, Kishkin AA, Zuev AA, et al. Passive cooling system designing for a spacecraft onboard complex. *Aerospace MAI Journal*. 2021;28(2):96-106. (In Russ.). DOI: 10.34759/ vst-2021-2-96-106
- Zuev AA, Arngol'd AA, Nazarov VP. Sections of dynamically non-stabilized flows in characteristic channels of the air-gas channels of liquid rocket engines turbopump units. *Aerospace MAI Journal*. 2020;27(3):167-185. (In Russ.). DOI: 10.34759/ vst-2020-3-167-185
- Shaydullin RA, Bekerov AR, Sabirzyanov AN. Flow swirl impact at the rocket engine nozzle inlet on the flow coefficient. *Aerospace MAI Journal*. 2021;28(2):142-151. (In Russ.). DOI: 10.34759/vst-2021-2-142-151
- Malinovskii IM, Nesterenko VG, Starodumov AV, et al. Analysis and constructive methods for axial forces distribution optimization in turbojet engine to enhance the high-pressure rotor bearing sevice life. *Aerospace MAI Journal*. 2022;29(1):81-94. (In Russ.). DOI: 10.34759/vst-2022-1-81-94
- 15. Kishkin AA, Zuev AA, Delkov AV, et al. Analytical approach while studying equations of boundary layer impulses at the flow

in the inter-blade channel of gas turbines. *Aerospace MAI Journal*. 2021;28(1):45-60. (In Russ.). DOI: 10.34759/vst-2021-1-45-60

- 16. Kishkin AA, Shevchenko YuN, Zuev AA, et al. Computational and experimental investigation of a swirling annular flow. Omskii nauchnyi vestnik. *Aviatsionno-raketnoe i* energeticheskoe mashinostroenie. 2024;8(1):57-68. (In Russ.) DOI: 10.25206/2588-0373-2024-8-1-57-68
- 17. Babanina OV, Gasanbekov KN, Prokhorenko IS. Correcting propulsion unit for freon running nano-satellites. *Aerospace MAI Journal*. 2023;30(3):136-146. (In Russ.).
- Matveev VN, Baturin OV, Popov GM, et al. Gas generator twin-shaft compressor working process axisymmetric model. *Aerospace MAI Journal*. 2023;30(4):167–177. URL: https:// vestnikmai.ru/publications.php?ID=177618
- Zuev AA, Arngold AA, Levko VA, et al. Heat transfer coefficient of laminar rotational flow // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. Vol. 734. II International Scientific Conference "Advanced Technologies in Aerospace, Mechanical and Automation Engineering" (November 18–21 2019; Krasnoyarsk, Russia). 2020. No. 1: 012029. DOI: 10.1088/1757-899X/734/1/012029
- 20. Lazzi Gazzini S, Schädler R, Kalfas AI, et al. Infrared thermography with non-uniform heat flux boundary conditions on the rotor endwall of an axial turbine. *Measurement Science and Technology*. 2016;28(2):025901. DOI: 10.1088/1361-6501/aa5174
- Yule L, Zaghari B, Harris N, et al. Surface temperature condition monitoring methods for aerospace turbomachinery: exploring the use of ultrasonic guided waves. *Measurement Science and Technology*. 2021;32(5):052002. DOI 10.1088/1361-6501/abda96
- 22. Saffman P. Vortex dynamics. Cambridge University Press; 1995. 328 p.
- 23. Alekseenko SV, Kuibin PA, Okulov VL. *Introduction to theory of concentrated vortices*. Novosibirsk: Institut teplofiziki SO RAN; 2003. 503 p.

Статья поступила в редакцию / Received 25.11.2024 Одобрена после рецензирования / Revised 07.03.2025 Принята к публикации / Accepted 11.03.2025