УТВЕРЖДАЮ

И.о. ректора
ФБГОУ ВПО «Уфимский
государственный авиационный
технический университет»,
д.э.н, профессор

_________________ А.Н. Дегтярев

«_21_» _____11_____ 2014 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертационную работу Казаковой Анастасии Олеговны «Математическое моделирование в задачах механики сплошных сред с использованием полигармонических уравнений и численные методы их решения», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Диссертация А.О. Казаковой посвящена вопросам математического описания явлений, изучаемых в механике сплошных сред и сводящихся к решению краевых задач для полигармонического уравнения, а также разработке методов решения этих задач. Основное внимание уделено плоским и осесимметричным пространственным задачам. Автор подробно рассмотрел задачи кручения призматического стержня, изгиба тонкой пластинки, плоскую задачу теории упругости, а также гидродинамическую задачу о движении цилиндра в вязкой жидкости в приближении Стокса.

Как известно, математические модели многих задач механики сплошных сред могут быть описаны гармоническим и бигармоническим уравнением. Однако автор предлагает для их решения использовать универсальный метод решения краевых задач для полигармонического уравнения. Это оправданно, в частности, тем, что, как показано в диссертации, задача изгиба тонкой пластинки может быть сведена к решению краевой задачи для полигармонического уравнения, и такой подход в некоторых случаях представляется более удобным. Также к полигармоническим уравнениям порядка выше второго приводят, например, задачи теории упругих оболочек, на основе которых можно получить относительно легкие пространственные конструкции, что имеет значение в авиационной технике. Кроме того, исследование в области теории полигармонических уравнений и методов их решения представляет интерес и с чисто математической точки зрения, так как является достаточно новым и перспективным направлением математического моделирования. Таким образом, тема диссертационного исследования представляется весьма актуальной.

Для решения краевых задач для полигармонического уравнения автором предлагаются два различных подхода. Первый из них (аналитический) основан на методах комплексного анализа с последующим применением приближенного метода коллокации, что дает возможность рассмотреть плоские односвязные и двусвязные области. Второй подход основан на применении численного метода граничных элементов, и позволяет решать различные краевые задачи для полигармонического уравнения в произвольной плоской и осесимметричной пространственной области. Именно этот метод используется в диссертации для численного моделирования рассматриваемых автором задач механики сплошных сред.

Представленная диссертационная работа изложена на 164 страницах и состоит из введения, четырех глав, заключения, трех приложений и списка использованной литературы (103 наименования).

Во **введении** обоснована актуальность темы исследования, описана степень разработанности проблемы, сформулированы цель и задачи работы, кратко изложено содержание диссертации, дано обоснование научной новизны полученных результатов и их соответствия паспорту научной специальности.

В **первой главе** реферативно изложен вывод фундаментальных уравнений теории напряженно-деформированного состояния сплошной среды, дан обзор математических моделей теории упругости и гидромеханики. Предложена классификация краевых задач для полигармонического уравнения, к которым приводят рассмотренные модели, по аналогии с краевыми задачами для гармонического уравнения. В заключение первой главы сделан вывод о том, что для исследования рассмотренных математических моделей может быть применен один и тот же метод решения краевых задач для полигармонического уравнения.

Вторая глава посвящена аналитическому решению основной краевой задачи для полигармонической функции в плоской области. В начале главы вводятся основные понятия теории полигармонических функций и дана постановка основной краевой задачи. Далее предлагается способ решения этой задачи в плоской области с применением методов комплексного анализа. При этом использовано полученное И.Н. Векуа представление вещественной n-гармонической функции через n аналитических функций. После конформного отображения области задачи на единичный круг или круговое кольцо и перехода к новым граничным условиям, каждая из этих функций представляется в виде степенного ряда, для нахождения коэффициентов которого автор использует метод коллокации. Такой подход позволяет рассмотреть односвязные и двусвязные области. В конце второй главы рассмотрены тестовые примеры для полигармонического уравнения до третьего порядка в областях, ограниченных окружностью произвольного радиуса, лемнискатой Бута и двумя конфокальными эллипсами, подтверждающие эффективность такого подхода.

В **третьей главе** основное внимание уделено построению численного алгоритма для решения краевых задач для полигармонического уравнения в произвольных плоских и осесимметричных пространственных областях. В начале главы рассматривается интегральная формула Грина, на основании которой, полигармоническое уравнение сводится к системе интегральных уравнений относительно дополнительных полигармонических функций более низких порядков. Далее с помощью метода граничных элементов эта система интегральных уравнений представлена в виде системы линейных алгебраических уравнений. Показано, что основная краевая задача для полигармонического уравнения эквивалентна смешанной краевой задаче для системы вспомогательных функций, и, следовательно, может быть применен один и тот же алгоритм. В конце главы сделана попытка обоснования предложенного метода и приведены некоторые оценки погрешности полученного с его помощью решения. В заключение второй главы численный метод иллюстрируется тестовыми примерами решения задач для полигармонических уравнений до четвертого порядка, результаты которых позволяют автору сделать вывод об эффективности его применения для решения различных краевых задач для полигармонического уравнения.

Четвертая глава посвящена применению описанного в третьей главе метода для численного моделирования задач гидродинамики и теории упругости, рассмотренных в первой главе. Рассмотренные тестовые примеры подтверждают эффективность применения такого подхода для решения различных прикладных задач. Также в четвертой главе содержится описание комплекса программ, реализующих предложенный алгоритм, и приведены результаты решений некоторых актуальных задач механики сплошных сред.

В **заключении** сформулированы основные результаты диссертационной работы, выносимые на защиту. В **приложениях А** и **Б** изложены некоторые вспомогательные теоретические сведения. В **приложении В** приведены листинги некоторых программ комплекса.

В рамках проведенных исследований автором получены следующие научные результаты, показывающие новизну диссертационной работы:

1) исследованы вопросы математического моделирования в механике сплошных сред с использованием общей теории полигармонических функций, что позволяет применить один и тот же подход для решения различных задач гидродинамики и теории упругости;

2) предложен способ решения основной краевой задачи для полигармонического уравнения, основанный на методах конформного отображения и коллокации, позволяющий рассмотреть произвольные односвязные и двусвязные плоские области;

3) разработан эффективный численный алгоритм решения краевых задач для полигармонического уравнения в произвольной плоской и

осесимметричной пространственной области на основе интегральных соотношений Грина и метода граничных элементов, обоснована корректность предлагаемого метода;

4) предложен метод численного моделирования кручения стержней, изгиба тонких пластинок, плосконапряженного состояния и движения тел в вязкой жидкости с использованием методов решения полигармонических уравнений, благодаря чему можно расширить класс рассматриваемых областей и граничных условий для задач, связанных с этими явлениями;

5) создан комплекс программ для моделирования решений различных задач механики сплошных сред, приводящих к краевым задачам для полигармонического уравнения, благодаря чему осуществлена программная реализация математических моделей гидромеханики и теории упругости с использованием разработанного на основе МГЭ численного метода решения краевых задач для полигармонического уравнения;

6) проведено численное моделирование некоторых актуальных задач механики сплошных сред с помощью предложенного метода (в частности, решена задача об определении напряженного состояния трубы произвольного сечения, погруженной в весомую жидкость).

Практическая значимость работы состоит в том, что рассмотренные в ней математические модели механики сплошных сред имеют множество приложений в таких значимых отраслях как авиационная и ракетно-космическая промышленность, кораблестроение, конструирование глубоководных объектов. Полученные в диссертации результаты имеют теоретическое значение в теории полигармонических функций и математического моделирования, а также могут быть внедрены в образовательный процесс при чтении спецкурсов для студентов и аспирантов университетов.

Достоверность результатов обосновывается корректностью постановок задач и применяемых методов решения. В работе приведено большое количество тестовых примеров, демонстрирующих эффективность предлагаемых алгоритмов.

Результаты диссертационной работы, полученные автором лично, в достаточной степени отражены в 11 публикациях (4 из них опубликованы в научных изданиях, рекомендованных ВАК РФ). Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на научных семинарах и 5 международных конференциях. В опубликованных автором работах отражены основные положения диссертации, в материалах совместных публикаций в рецензируемых научных журналах личный вклад автора является существенным.

Диссертационная работа квалифицированно оформлена и соответствует требованиям, установленным Министерством образования и науки Российской Федерации. Автореферат полностью отражает содержание диссертации. Изложенные в работе материалы обладают внутренним единством и непротиворечивостью. Диссертация по своему направлению соответствует специальности 05.13.18 - «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», поскольку основные составляющие паспорта специальности в достаточной степени отражены в тексте диссертации.

Следует отметить следующие недостатки представленной работы:

1) Большинство рассмотренных автором математических моделей механики сплошных сред (кроме задачи изгиба тонкой пластинки) описываются гармоническим и бигармоническим уравнением, методы решения которых, в том числе численные, достаточно хорошо изучены. В диссертации лишь упоминается о возможности применения предлагаемых методов к решению задач теории оболочек, которые приводят к полигармоническим уравнениям порядка выше второго.

2) Хотя предложенный в третьей главе численный метод описан для плоских и осесимметричных пространственных задач, в качестве приложений в механике сплошных сред рассмотрены только плоские задачи.

3) В диссертации и автореферате много раз встречается термин «точность», но не дано его определения.

4) На рис. 4 автореферата (и на соответствующему ему рис. 3.7 диссертации) не указано, что результаты даны в процентах, а в автореферате этого нет и в тексте. Получается, что, относительная погрешность достигает 20. Непонятно также, как автор практически оценивает погрешность при численном решении задач, не имеющих аналитического решения. Установление качественной зависимости погрешности от числа элементов $1/N^2$ позволяет применить, например, правило Рунге. Правда, эту зависимость более наглядно можно было бы проиллюстрировать в логарифмическом масштабе.

Отмеченные недостатки не снижают значимости полученных Казаковой А.О. результатов и могут рассматриваться как рекомендации для проведения дальнейших исследований по данной тематике.

Заключение:

Диссертация А.О. Казаковой содержит новые научные результаты, имеющие теоретическое и практическое значение, и является законченной научно-квалифицированной работой. Она удовлетворяет требованиям, предъявляемым ВАК при Министерстве образования и науки РФ к кандидатским диссертациям, а ее автор, Казакова Анастасия Олеговна, заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Отзыв обсужден и одобрен на расширенном заседании кафедры математики ФГБОУ ВПО «Уфимский государственный авиационный технический университет» (протокол № 2 от 18.11.2014).

Отзыв составили:

Профессор кафедры математики УГАТУ,
д.ф.-м.н., профессор Г.Т. Булгакова

Рабочий адрес: 450000, г. Уфа, ул. К. Маркса, д. 12, корп. 1, ауд. 413
Рабочий телефон: 8 (347) 273-75-53
Адрес электронной почты: math@mail.rb.ru

Профессор кафедры высокопроизводительных вычислительных технологий и систем УГАТУ,
д.ф.-м.н., профессор В.П. Житников

Рабочий адрес: 450000, г. Уфа, ул. К. Маркса, д. 12, корп. 1, ауд. 410
Рабочий телефон: 8 (347) 273-32-00
Адрес электронной почты: zhitnik@mail.ru

«21» ноября 2014 г.

Подпись Булгаковой Г.Т. Житникова В.П.
удостоверяю 21 11 20 14
Начальник ОО УГАТУ Сирегф-