
УДК 629.78.015:531.55.001.2

Системный синтез оптимальных межпланетных траекторий на основе современных космических технологий.

В.Е. Усачов

Аннотация.

Предлагается системный подход синтеза оптимальных межпланетных траекторий на основе современных космических технологий для широкого диапазона дальних космических миссий, планируемых на ближайшую перспективу. Высокие энергетические возможности получаемых межпланетных траекторий и относительно низкая стоимость космических миссий достигаются за счет использования многократных гравитационных маневров у планет и применения электрореактивных двигателей. Для решения сложной задачи оптимального управления составной динамической системой с функциональными ограничениями предлагается оригинальная методика.

Ключевые слова: межпланетная траектория, дальняя космическая миссия, гравитационные маневры, электрореактивные двигатели, оптимизация, управление, составная динамическая система, функционалы, ограничения.

Проблема системного синтеза дальней космической миссии.

Космические исследования последних пятнадцати лет существенно расширились за счет активного изучения дальних объектов солнечной системы, в том числе: астероидов, планет Юпитер и Сатурн, а также их спутников.

Очевидно, что в связи с этим возросли требования к межпланетным траекториям космических миссий и, в первую очередь, - к энергозатратам на их реализацию. Естественным следствием этого процесса стало привлечение новых энергетически более эффективных космических технологий. В частности, к ним относятся [1, 3]:

- использование гравитационных маневров у планет и спутников планет,
- применение электрореактивных двигательных установок в процессе выведения КА и на траектории перелета.

Очевидно также, что поиск и оптимизация наилучших сочетаний перспективных возможностей развития космических технологий требует системного подхода к формированию облика современных космических миссий. На рис. 1 представлена структурная схема вариантов осуществления межпланетных миссий.

Многовариантность космических комплексов (КК) для дальних исследований определяется не только новым пополнением космических технологий, но и сложностью состава КК. На рис. 2 представлена структурная схема вариантов выведения КА на межпланетную траекторию. Более простые варианты операции выведения могут не включать: либо этапы доразгона двигателями малой тяги (разгон КА с помощью только химических разгонных блоков), либо разгон КА химическими разгонными блоками (разгон только двигателями малой тяги). При этом каждый из указанных этапов может осуществляться по различным баллистическим схемам.

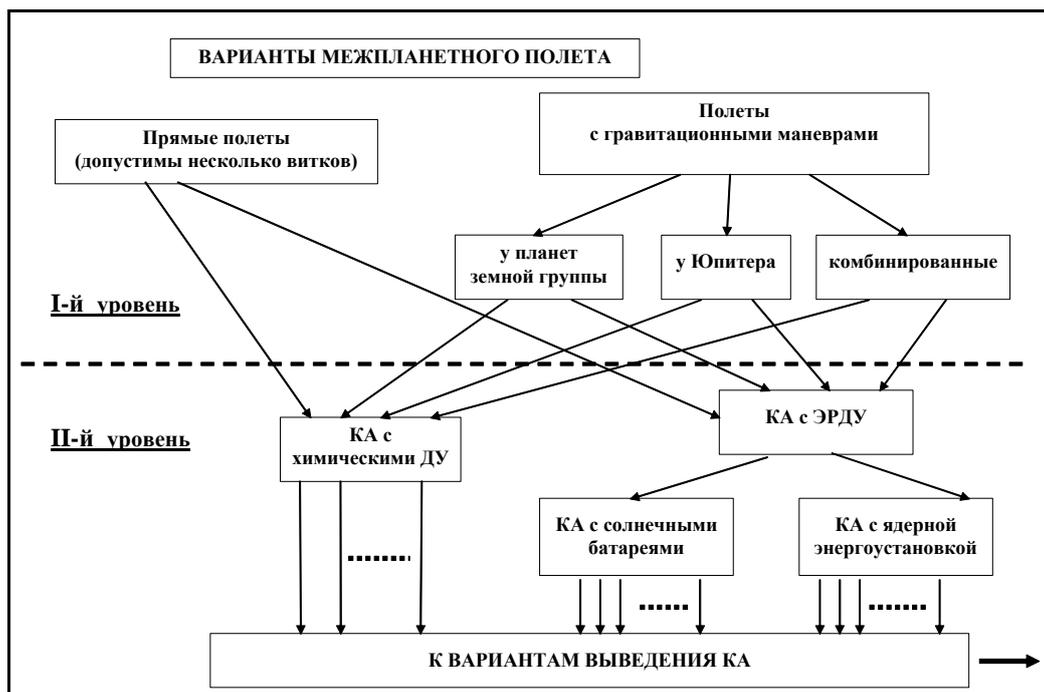


Рис. 1

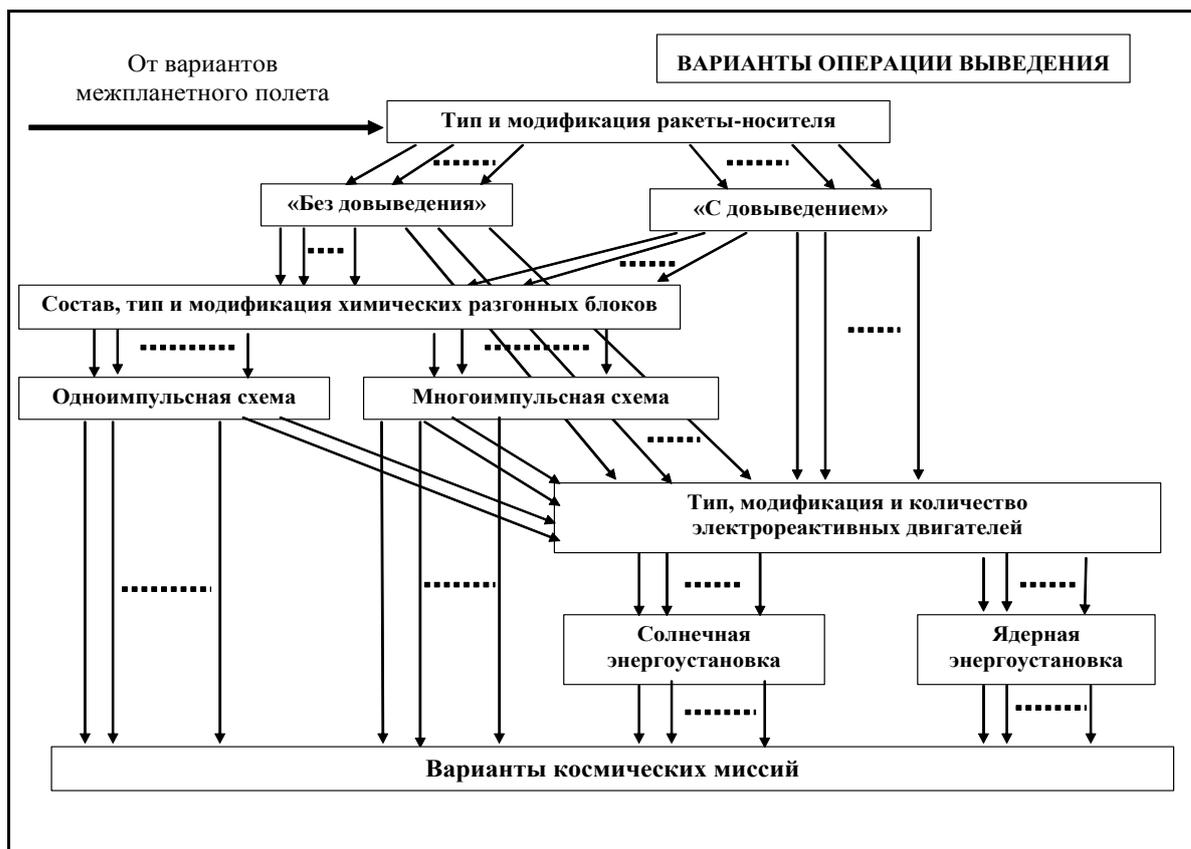


Рис 2.

Как видно из рис. 2 базовую подсистему КК образуют типы и модификации ракетно-космических систем, которые в основном определяют величину критериев качества космических миссий:

- критерий научной эффективности миссии;
- критерий надежности выполнения миссии;
- критерий суммарной стоимости миссии, включая затраты на разработку, производство, испытания и эксплуатацию;
- критерий продолжительности осуществления миссии, включая время на разработку, производство, испытания и эксплуатацию.

Для векторной оптимизации конкретной космической миссии по указанным критериям должны быть заданы их приоритеты, например, в самом простейшем случае, – в виде неравенств [1].

Таким образом, проблема системного синтеза дальней космической миссии может быть сформулирована следующим образом.

Определить облик КК и соответствующую оптимальную траекторию для проведения дальних космических исследований, обеспечивающие наилучшее сочетание значений указанных критериев с заданными приоритетами.

Некоторые перспективные космические технологии.

Существует целый ряд космических технологий, которые, хотя и были известны, но долгое время не применялись, либо в силу своей недостаточной проработанности, либо в силу сложности и дороговизны реализации. К таким технологиям можно отнести:

- Включение в межпланетную траекторию промежуточных гравитационных маневров у планет, что позволяет существенно увеличивать энергетические возможности ракетно-космического комплекса (РКК) без изменения его состава.
- Использование электрореактивных двигательных установок (ЭРДУ), имеющих гораздо более высокий импульс тяги по сравнению с химическими ДУ.
- Использование в качестве маршевых движителей КА солнечных парусов различного типа.
- Дополнение гравитационного маневра аэродинамическим (для планет имеющих относительно плотную атмосферу). Это позволяет повысить эффективность маневра в целом, особенно для планет земной группы.

Если перечисленные технологии не вступают в противоречие, то они могут применяться совместно, при этом эффект от их применения может возрастать многократно.

Дальние космические миссии, планируемые в ближайшем будущем.

Дальние космические миссии развиваются и планируются по четырём направлениям:

- Исследования ближайшего околосолнечного пространства и солнечно-земных связей.
- Исследования планет-гигантов: Юпитера, Сатурна, Урана, Нептуна.
- Исследования спутников планет-гигантов, в частности: Европы, Каллисто, Ганимед, Ио, Титан.
- Исследование и радио-маркировка астероидов, в первую очередь опасных для Земли.

Как отмечалось, общей для подобных миссий характеристикой является высокая энергонапряженность, требующая применения либо мощных и дорогостоящих РКК, либо внедрения указанных выше относительно слабо отработанных технологий.

Формирование множества возможных баллистических схем дальней космической миссии.

При решении задач достижения определенных точек или областей пространства возможных состояний управляемыми динамическими системами применяется метод построения множеств (областей) достижимости в прямом времени или множеств (областей) поглощения в «обратном» времени [4].

Аналогичные методики могут быть использованы для исследования множества возможных вариантов баллистических схем миссий в заданные точки межпланетного пространства. Построение такого множества достижимости, соответствующего различным траекториям в пространстве значений заданных показателей качества планируемой космической миссии, позволяет совершить обоснованный выбор варианта (или группы вариантов), обеспечивающего оптимальное осуществление рассматриваемой дальней космической миссии.

Множеством достижимости заданных показателей качества сложной технической системы будем называть отображение множества варьируемых параметров системы, удовлетворяющих всем ограничениям системы, на пространство этих показателей.

В частности, в приложении к проблеме синтеза космической миссии в корону Солнца [1, 2, 3] под множеством достижимости некоторых из указанных выше показателей качества миссии - $D(X)$ понимается отображение допустимого множества X варьируемых параметров x (факторов влияния) на пространство показателей: $V_{\Sigma} \times T \times r_{\pi} \times i$, где V_{Σ} - суммарная характеристическая скорость, необходимая для достижения короны Солнца, T - суммарное время достижения требуемой околосолнечной области, r_{π} - радиус перигелия траектории и i - угол наклона траектории в короне Солнца, т.е.

$$D(X) = \{ V_{\Sigma}(x), T(x), r_{\pi}(x), i(x) : x \in X \}. \quad (1)$$

Поскольку большая часть параметров, входящих в вектор x , носит дискретный характер: $x = \{ t_o, N, \{ p_i, t_i, n_i, k_i, i = 1 \dots N \} \}$, где t_o - дата старта, N - количество гравиманевров, p_{i-1} и p_i - идентификационные номера гравиманевров, n_i - полные витки вокруг Солнца, $k_i = \{0, 1\}$ - булевы параметры, тогда для приближенного построения $D(X)$ непрерывно меняющиеся параметры $\{t_i\}$ - моменты проведения гравиманевров можно дискретизировать, например, с некоторым шагом Δt .

В общем случае, если эффективность полета оценивается, кроме $V_{\Sigma}(x)$, $T(x)$, $r_{\pi}(x)$, $i(x)$, по показателям $J_1(x)$, $J_2(x)$, ..., $J_m(x)$, то множество достижимости определяется аналогично:

$$D(X) = \{ J_1(X), J_2(X), \dots, J_m(X) \} = \{ J_1(x), J_2(x), \dots, J_m(x) : x \in X \}. \quad (2)$$

Процедура построения дискретного множества достижимости показателей качества различных миссий для любых траекторий с многократными гравитационными маневрами сводится к реализации следующего укрупненного алгоритма.

- На уровне самого верхнего цикла фиксируются внешние факторы влияния, определяющие схему миссии:
 - количество N и последовательность гравиманевров у конкретных планет, определяемых идентификационными номерами $p_i, i = 1 \dots N$;
 - количество витков, совершаемых вокруг Солнца между смежными гравиманеврами, $n_i, k_i, i = 1 \dots N$.
- На уровне следующего вложенного цикла перебирается время старта КА с Земли t_0 с заданным шагом дискретизации Δt .
- На уровне других вложенных циклов перебираются моменты времени проведения гравиманевров $\{t_i\}, i = 1 \dots N$ - согласно заранее выбранному шагу дискретизации Δt (как правило, несколько суток).
- На уровне каждого вложенного цикла, соответствующего определенному участку перелета между маневрами, решается уравнение Ламберта [2, 6] для заданных планет и определенных моментов времени проведения гравиманевров $\{t_i\}, i = 1 \dots N$.
- Если на i -м участке траектории происходит перелет между одной и той же планетой (не по эфемериде этой планеты), то КА, совершив один или несколько полных витков, должен вернуться в ту же точку для повторного маневра у той же планеты, при этом дискретность перебора дат гравиманевра должна быть равна периоду обращения планеты вокруг Солнца, что существенно больше шага дискретизации Δt и, кроме того, отпадает необходимость в решении уравнения Ламберта, поскольку продолжительность i -го участка τ_i состоит из n_i полных витков, откуда сразу находится период промежуточной орбиты $P = \tau_i / n_i$. (период орбиты однозначно связан с ее большой полуосью a , являющейся результатом решения уравнения Ламберта).
- При каждом новом цикле моделирования проверяются все действующие ограничения и, в случае невыполнения какого-либо из них, генерирование последующих участков траектории путем фиксации нового времени проведения гравиманевра (с заданным шагом) прекращается и тем самым ограничивается «ветвление» новых траекторий (на следующем цикле моделирования траектории).
- При моделировании каждого возможного варианта траектории оцениваются указанные показатели качества миссии, соответствующие фактически фиксированному дискретному вектору параметров $\mathbf{x} = \{ t_0, N, \{ p_i, t_i, n_i, k_i, i = 1 \dots N \} \}$.

Алгоритм перебора моментов времени (дат) проведения гравиманевров можно представить графически в виде «дерева» участков траекторий (рис. 3).

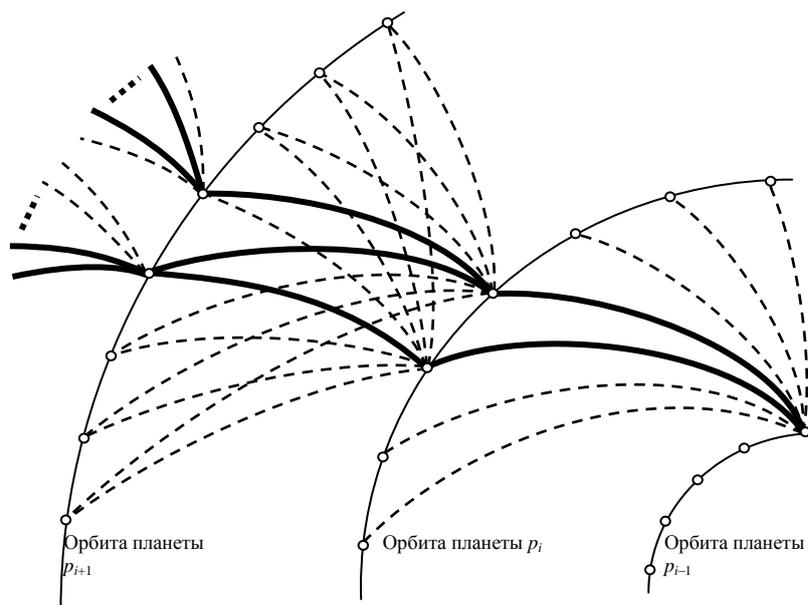


Рис. 3

На рисунке изображены: тонкими линиями – условные траектории планет проведения гравиманевров; кружками – местоположения планет r_i в дискретные моменты времени t_i ; пунктирными линиями - участки траектории, на которых нарушаются некоторые ограничения, например, по расходам характеристической скорости; сплошными жирными линиями – допустимые участки траектории.

Из рисунка видно, что моделирование участков траекторий, последующих за участками, на которых были нарушены какие-либо ограничения, теряет смысл, и наоборот - представляют дальнейший интерес (при моделировании) те участки, которые удовлетворяют всем ограничениям (сплошные жирные линии).

Таким образом, в случае невыполнения каких-либо ограничений на любом уровне моделирования участков траекторий между планетами проведения гравиманевров можно исключать из дальнейшего рассмотрения целые «ветви» последующих траекторий, начиная с того «узла» траекторий (характеризующегося определенным сочетанием предыдущих дат старта и гравиманевров), в котором были не выполнены эти ограничения. Очевидно, что такие «узлы» могут существовать как у самого «корня дерева» траекторий, так и на заключительных участках траекторий.

В итоге введение конкретных ограничений по ряду указанных выше критериев качества миссий позволяет с помощью приведенного алгоритма целенаправленно сузить множество возможных перелетных траекторий и на этой основе построить реализуемое современными космическими средствами множество достижимости (1).

Некоторое представление об эффективности целенаправленного синтеза траекторий согласно приведенному выше алгоритму дает следующий иллюстративный анализ.

Известно, что окна старта межпланетных миссий (интервалы возможных дат запуска КА, при которых не нарушаются ограничения по энергетическим возможностям ракетно-космического комплекса) делятся, как правило, от нескольких дней до нескольких недель, причем следующее окно старта может повториться не менее чем через год.

Если предположить, что окно старта длится около 10 суток, а периодичность его появления составляет 1 год, то это означает, что 97% траекторий ($100\% \cdot (365-10) / 365$) можно исключить из рассмотрения уже на первом межпланетном участке (до первого гравитационного маневра). Аналогичная картина будет наблюдаться не только на первом, но и на каждом последующем межпланетном участке. С учетом того, что этот процесс «отсечения» неудовлетворяющих ограничениям траекторий развивается с геометрической прогрессией (примерно пропорционально появлению новых «ветвей дерева» траекторий), становится очевидной эффективность целенаправленного поиска траекторий.

Пример построения множества возможных траекторий полета в корону Солнца.

Согласно данному определению и рассмотренной выше методике построения множества достижимости $D(X)$, оно будет состоять из множества точек в пространстве $V_{\Sigma} \times T \times r_{\pi} \times i$ (или в общем случае в пространстве $J_1 \times J_2 \times \dots \times J_m$). Анализируя полученное множество, можно отобрать наиболее конкурентоспособные схемы полета с точки зрения показателей качества баллистических схем миссии в ближайшую окрестность Солнца.

Показательным примером построения множества возможных вариантов миссии в рамках одного класса является синтез вариантов перелета к Солнцу с использованием многократных маневров у планет земной группы.

На рис 4 представлено множество $D(X)$, построенного в координатах: T, r_{π} - для двух «срезов» по суммарному приращению скорости: $V_{\Sigma} \leq 3.5$ км/с $V_{\Sigma} \leq 4.5$ км/с и для наклона околосолнечной траектории $i = 0.0^{\circ}$. На рис 4, б штрихпунктирной линией показана огибающая множества достижимости для наиболее высокого ограничения по суммарному приращению скорости.

Простое сравнение точек множества, близких к огибающей линии, показывает, что соответствующие точкам варианты схем миссий имеют самые высокие значения показателей

близости КА к Солнцу r_π и продолжительности полета T . Однако при движении вдоль огибающей один из этих показателей улучшается, а другой ухудшается. Такое поведение составляющих векторного критерия на огибающей линии в точности соответствует условиям принадлежности вариантов миссии к множеству Парето, определяемого с помощью принципа Парето [10, 12]. Суть последнего сводится к определению совокупности так называемых «неулучшаемых» векторов $x^* \in X$, в окрестности которых не существуют другие векторы $x \in X$, имеющие лучшее значение хотя бы одного показателя эффективности при не ухудшаемых прочих показателях.

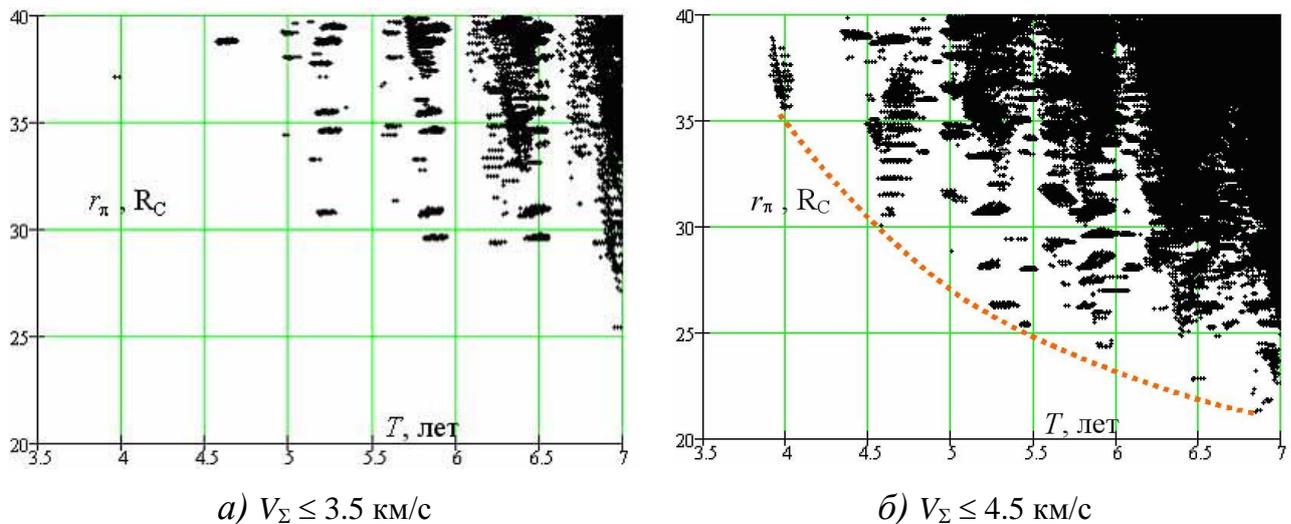


Рис. 4

На рис 5 выделены точки множества $D(X)$, которым соответствуют Парето-оптимальные варианты миссий по показателям: T , r_π , и V_Σ в рамках класса вариантов перелета к Солнцу с использованием многократных маневров у планет земной группы. Варианты №1 и №4 имеют наилучшие показатели продолжительности миссии T и близости к поверхности Солнца r_π , соответственно.

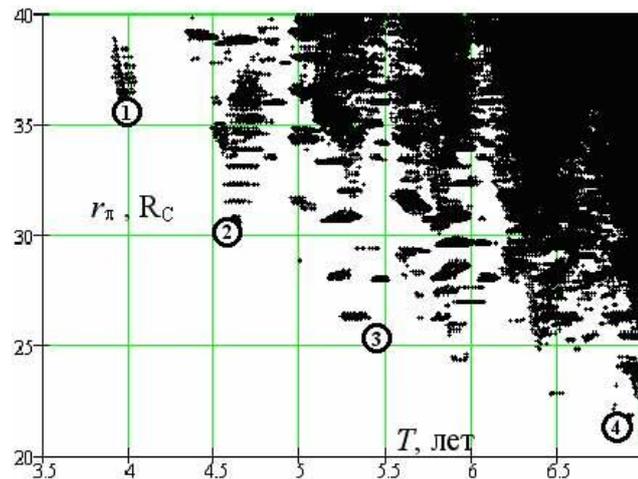


Рис. 5

Однако построение подмножества Парето-оптимальных вариантов баллистических схем перелета КА в корону Солнца на основе соответствующего дискретного множества достижимости показателей эффективности может рассматриваться лишь как первый этап на пути к решению проблемы многокритериального выбора оптимальной космической миссии, потому, что:

во-первых, это решение получено при грубом приближении параметров x^* , которые могут сами уточняться и, что важнее, они не включают другие внешние факторы влияния, определяющие облики космических комплексов, которые должны будут реализовать соответствующие схемы;

во-вторых, более точные математические модели межпланетных траекторий содержат большее количество внутренних факторов влияния (проектно-баллистических параметров), которые также подлежат более точной оптимизации.

Таким образом, переход к следующему этапу решения проблемы многокритериального выбора космической миссии возможен только после более точного решения задачи оптимизации миссии с учетом всех значимых факторов влияния.

Очевидно, что в качестве исходной информации для дальнейшего формирования конкурентоспособных вариантов схем миссий и реализующих их космических комплексов будут выступать баллистические схемы, полученные согласно методике и алгоритму, рассмотренным выше.

Методика оптимизации составной динамической системы

Задача условной оптимизации составной динамической системы [1, 3] включает, кроме критерия оптимальности, ряд функциональных ограничений, которые в случае применения одного из классических методов оптимального управления (например, принципа

максимума Л.С. Понтрягина) требуют либо сведения поставленной задачи к задаче безусловной оптимизации, либо применения метода «штрафных» функций [8]. Оба подхода влекут за собой (при численном решении этих задач) большие проблемы сходимости получаемых промежуточных результатов к искомому решению.

Существуют другие приближенные численные методы оптимизации, которые непосредственно учитывают функциональные ограничения, что практически исключает проблемы сходимости. В частности, наиболее подходящим в рассматриваемом случае является метод последовательной линеаризации, разработанный Р.П. Федоренко [13].

Суть метода заключается в сведении задачи условной оптимизации управления к итерационно решаемой задаче линейного программирования путем последовательной линеаризации всех функционалов (критерия и ограничений) по кусочно-постоянным аппроксимациям управления.

В рассматриваемом случае идея метода последовательной линеаризации остается неизменной, однако в связи с его применением к оптимизации составных динамических систем потребовалось развитие методики вычисления производных Фреше, а также использование приема регуляризации для вырожденных случаев задачи линейного программирования [3, 13, 14].

А л г о р и т м м е т о д а п о с л е д о в а т е л ь н о й л и н е а р и з а ц и и .

Пусть имеются некоторые допустимые значения варьируемых параметров p и реализаций управлений $u(\cdot)$. И пусть им соответствует некоторая траектория $x(\cdot)$ и значения функционалов $\{ J_j \}$.

$$J_j[u(\cdot), p] = \sum_{i=1}^{N_j} \int_{t_0^i}^{t_k^i} \Phi_j^i(x^i, u^i, p^i, q, t^i) dt^i + F_j[x^{N_j}(t_k^{N_j}), p^{N_j}, q, t_k^{N_j}] \quad (3)$$

$], \quad j = 0, \dots, m,$

где Φ_j^i и F_j – гладкие скалярные функции; $N_j \leq N$ – номер участка полета, на конце которого вычисляется терминальная часть j -го функционала.

При фиксированных внешних факторах влияния $q \in Q$ и в результате декомпозиции задачи многокритериальной оптимизации некоторые критерии качества миссии могут быть переведены в разряд ограничений. Поэтому вместе с фактическими ограничениями, формализующими различные требования к миссии, они войдут в группу функционалов, связанных отношениями в виде равенств или неравенств.

$$J_j[u(\cdot), p] = 0, \quad j = 1, \dots, m_1; \quad (4)$$

$$J_j[u(\cdot), p] \leq 0, \quad j = m_l + 1, \dots, m, \quad m_l \leq m,$$

где J_j – функционалы вида (4.29), учитывающего разделение траектории на участки.

При малых вариациях δp и $\delta u(\cdot)$ изменения функционалов могут быть представлены в линейном приближении [3, 14]:

$$\delta J_j = \Pi_j \delta p + \sum_{i=1}^{N_j} \int_{t_o^i}^{t_k^i} \omega_j^i(s) \delta u^i(s) ds, \quad j = 1, \dots, m, \quad (5)$$

где Π_j – матрицы и $\omega_j^i(\cdot)$ – функции (производные Фреше), вычисляемые на основе известной реализации траектории $x(\cdot)$, соответствующей управлению $u(\cdot)$.

Алгоритм последовательного улучшения критерия (3) при условии удовлетворения ограничений (4) на примере одной итерации может быть представлен в следующем виде.

1. Численно моделируется движение составной динамической системы для некоторых $p \in P$ и $u(\cdot) \in U$, и рассчитываются значения функционалов $\{J_\Sigma\}$ (3) и $\{J_j\}$ (4).

2. Рассчитываются производные Π_j и $\omega_j^i(\cdot)$ для каждого из функционалов.

3. Производится конечномерная аппроксимация задачи путем замены кусочно-непрерывного управления $u(\cdot)$ на близкую к нему кусочно-постоянную функцию. Для этого:

– каждый из участков траектории движения составной ДС - $[t_o^i, t_k^i]$ разбивается на достаточно большое число $K_i - 1$ подынтервалов с крайними точками:

$$t_o^i = t_1^i < t_2^i < \dots < t_{K_i}^i = t_k^i;$$

– на каждом g -м подинтервале непрерывное управление считается постоянным и равным значению u_g^i (например, $u_g^i = u^i[(t_g^i + t_{g+1}^i)/2]$);

– производные Фреше $\omega_j^i(\cdot)$ вычисляются и запоминаются в виде таблицы:

$$\{ \omega_{j_g}^i = \int_{t_g^i}^{t_{g+1}^i} \omega_j^i(s) ds \};$$

– формируется малая окрестность $\{\delta p, \delta U_g^i\}$ параметров и управлений

$\{p, u_g^i\}$ такая, чтобы вариации управления, принадлежащие этой окрестности, были:

во-первых, малы настолько, чтобы линейные модели вариаций функционалов достаточно точно описывали их реальные приращения; во-вторых, достаточно велики, чтобы процесс

оптимизации сходился как можно быстрее; в-третьих, не нарушались ограничения

$$p \in P, u(\cdot) \in U;$$

- формируется задача линейного программирования, аппроксимирующая исходную задачу в окрестности $\{\delta P, \delta U\}$:

$$\min_{\{\delta p, \delta u_g^i\}} \left(\Pi_0 \delta p + \sum_{i=1}^N \sum_{g=1}^{K_i-1} \omega_{og}^i \delta u_g^i \right); \quad (6)$$

$$J_j + \Pi_j \delta p + \sum_{i=1}^N \sum_{g=1}^{K_i-1} \omega_{jg}^i \delta u_g^i = 0 \quad (\leq 0), \quad j = 1, \dots, m; \quad (7)$$

$$\delta p \in \delta P, \quad \delta u_g^i \in \delta U_g^i, \quad g = 1, \dots, K_i-1, \quad i = 1, \dots, N. \quad (8)$$

4. Решается задача линейного программирования (6) – (8) (например, одним из симплекс методов), а затем находится новое улучшенное приближение параметров и управления в виде: $\{p + \delta p, u_g^i + \delta u_g^i\}$.
5. Переход к новой итерации происходит после проверки условия окончания процесса оптимизации, например, после сравнения полученного и предыдущего значений критериального функционала (3):

$$|J_{\Sigma}^{(l+1)} - J_{\Sigma}^{(l)}| \leq \varepsilon_J, \quad (9)$$

где l - номер итерации.

В приведенном алгоритме наиболее сложными и трудоемкими операциями являются вычисления производных Фреше для составной ДС [14].

В ы в о д ы .

1. В работе предлагается системный подход синтеза оптимальных межпланетных траекторий на основе современных космических технологий для широкого диапазона космических миссий, планируемых на ближайшую перспективу.
2. Рассмотренные методики формирования многоэтапных разнохарактерных межпланетных траекторий имеют особое значение для дальних космических миссий, включающих многократные гравитационные и аэрогравитационные маневры у планет и использующих электрореактивные двигатели.
3. Применение гравитационных маневров и электрореактивных двигателей позволяет существенно повысить энергетические возможности дальних космических миссий и снизить их стоимость.
4. Для решения сложной задачи оптимального управления составной динамической системой с функциональными ограничениями предлагается оригинальная методика, использующая модификацию метода последовательной линеаризации Р.П. Федоренко.
5. На основе разработанного методического материала создано программное обеспечение на объектно-ориентированном языке C++.

Библиографический список

- 1) *Малышев В.В., Пичхадзе К.М., Усачов В.Е.* Оптимизация космической миссии в корону Солнца. – М.: Изд-во МАИ, 2006.
- 2) *Малышев В.В., Пичхадзе К.М., Усачов В.Е., Тычинский Ю.Д.* Методы и алгоритмы синтеза и оптимизации вариантов миссии в ближайшее околосолнечное пространство. – М.: Изд-во МАИ, 2006.
- 3) *Малышев В.В., Пичхадзе К.М., Усачов В.Е.* Системный анализ вариантов миссии и синтез программы прямых исследований ближайшего околосолнечного пространства. – М.: Изд-во МАИ, 2006.
- 4) *Усачов В.Е.* Стратегия управления динамической системой, линейной по входным воздействиям. – М., 1990. Деп. в ВИНТИ 21.06.1990. № 3565.
- 5) *Усачов В.Е., Тычинский Ю.Д.* Оптимизация составных динамических систем. Полет Солнечного зонда с электрореактивными двигателями и гравитационными маневрами у планет. – М., 1999. Деп. в ВИНТИ 17.06.1999. № 1967-В99.
- 6) *Усачов В.Е., Тычинский Ю.Д.* Полет к Солнцу с многократными гравитационными маневрами у планет Земной группы. – М., 2000. Деп. в ВИНТИ 02.08.2000. № 2141-В00.
- 7) *Малышев В.В., Усачов В.Е.* Математическое моделирование управляемого движения космических аппаратов. М.: Изд-во, МАИ, 1994. 84с.
- 8) *Усачов В.Е.* Методы оптимизации организационно-технических систем. М.: Изд-во, МАИ, 2009.
- 9) *Усачов В.Е.* Оптимальное управление организационно-техническими системам. М.: Изд-во, МАИ,.
- 10) *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике. - 4-е изд. - М.: Наука, 1978.
- 11) *Красовский А.А.* Справочник по теории управления. - М.: Наука, 1987.

- 12) *Лебедев А.А.* Основы синтеза систем летательных аппаратов. - М.: Машиностроение, 1987.
- 13) *Федоренко Р.П.* Приближенное решение задач оптимального управления. – М.: Наука, 1978.
- 14) *Усачов В.Е., Казмерчук П.В.* Вычисление производных Фреше в задачах оптимизации сложных траекторий КА с малой тягой. // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина, 2011, № 4. С. 44–54.

Усачов Валерий Евгеньевич, профессор Московского авиационного института (национального исследовательского университета), д.т.н.,
e-mail:usachov@inbox.ru