

На правах рукописи



ХОАНГ ВУ ТАН

**РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ
КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА СИСТЕМЫ ОБСЛУЖИВАНИЯ
ГЕОСТАЦИОНАРНЫХ СПУТНИКОВ СВЯЗИ**

Специальность 05.07.09

«Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов»

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва – 2021

Работа выполнена на кафедре «Системный анализ и управление» федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)».

Научный руководитель: **Федоров Александр Викторович**, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Системный анализ и управление» Московского авиационного института (национального исследовательского университета)

Официальные оппоненты: **Баранов Андрей Анатольевич**, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник федерального государственного учреждения «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук».

Кутоманов Алексей Юрьевич, кандидат технических наук, заместитель начальника Центра Управления Полетами АО «ЦНИИмаш» по научно-испытательной работе.

Ведущая организация: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов». Инженерная академия. 117198, г. Москва, ул. Миклухо Маклая, д. 6

Защита состоится «15» апреля 2021 г. в 16⁰⁰ часов на заседании диссертационного совета Д 212.125.12 в Московском авиационном институте (национальном исследовательском университете) по адресу: 125993, г. Москва, Волоколамское шоссе, дом 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Московского авиационного института (национального исследовательского университета).

https://mai.ru/upload/iblock/f53/Khoang_dissertasiya.pdf

Автореферат разослан « _____ » _____ 2021 г.

Ученый секретарь диссертационного совета Д 212.125.12

доктор технических наук



Старков А.В.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования.

В настоящее время всё большее внимание уделяют идее обслуживания спутников автоматическими космическими аппаратами. В последнее двадцатилетие задачей обслуживания на орбите занимаются аэрокосмические организации России и в мире, например NASA, Airbus, С 7 КТС. С помощью обслуживания можно выполнить инспекцию, перемещение, дозаправку, ремонт или дооснащение спутников. Срок активного существования спутника связи во многом определяется запасом рабочего тела двигателей коррекции движения и надежностью аппаратуры. Продление срока активного существования возможно за счет организации дозаправки и проведением ремонтных работ в автономном режиме с помощью беспилотных обслуживающих космических аппаратов (КА). При создании спутников связи (и других космических аппаратов) добиваются высокой надежности, но отказы систем или дефекты все же проявляются по той или иной причине. Возможность устранить их непосредственно в космосе с целью продления срока эксплуатации несомненно актуальна. Кроме того, необходимо сводить с орбит нефункционирующие спутники из области низких околоземных орбит и геостационарной орбиты (ГСО). На ГСО количество мест для спутников ограничено, а потребность их размещения постоянно повышается. При отказе системы управления движением или ориентации увести спутник с орбиты можно с помощью сервисного модуля-буксира.

Личное участие в получении результатов, изложенных в диссертации.

Все результаты, представленные в работе, получены автором лично или при его непосредственном участии. Вклад автора состоит в формулировке проблемы в целом и частных задач исследования, разработке методик, алгоритмов и компьютерных программ, в анализе и обобщении полученных результатов, в формулировке выводов по работе.

Степень разработанности темы исследования

В России проблемам обслуживания на орбите посвящены труды авторов Ю.Н. Разумного, В.Ю. Разумного, А.А. Баранова, В.С. Асланова, В.В. Юдинцева, В.М. Иванова, В.И. Трушлякова и других авторов.

В целом, в большинстве работ предлагаемых авторов решаются задачи организации обслуживающих орбитальных группировок, задачи маршрутизации при перелете между обслуживаемыми объектами, или проблемы техники и технологии для ремонта.

Не смотря на достаточно широкое исследование в литературе указанной темы, остается нерешенным ряд проблем, связанных с вопросами баллистики, автономной навигации и управления относительным движением космических

аппаратов в процессе обслуживания.

Цель и задачи.

Целью диссертационной работы является разработка алгоритмов автономного управления движением центра масс КА при обслуживании орбитальных объектов в окрестности геостационарной орбиты с учетом технических ограничений.

В данной работе решаются следующие научно-технические **задачи**:

- разработка математических модели управляемого движения сервисного модуля (СМ) системы обслуживания на этапе его приведения в окрестность рабочей позиции целевого модуля (ЦМ) и модели управляемого движения СМ относительно ЦМ с учетом влияния от нецентральной гравитационного поля Земли, ускорения от Солнца и Луны, давления света и ошибок реализации и ориентации тяги двигательной установки (ДУ);

- решение задач синтеза субоптимального управления стохастической системы с использованием критерия оптимальности, отражающего статистические характеристики терминальной точности управления и затрат рабочего тела ДУ на реализацию управления с учетом ограничений;

- разработка программного обеспечения имитационного моделирования движения СМ и ЦМ, получение оценки точности управления как в случае с идеальным управлением, так и в случае статистического моделирования с заданными статистическими характеристиками случайных величин, в том числе ошибок решения навигационной задачи.

Научная новизна.

В работе получены следующие результаты, обладающие новизной и научной значимостью:

- разработан новый алгоритм генерации начального приближения для устойчивого решения задачи синтеза субоптимального управления движением центра масс СМ методом последовательных приближений в сочетании с комбинированным методом оптимизации на этапе его приведения в окрестность рабочей позиции ЦМ в стохастической постановке по интегро-терминальному критерию с учетом детерминированных возмущений от гравитационного поля Земли, гравитации Луны и Солнца и случайных ошибок управления и навигации;

- разработан новый алгоритм удержания СМ относительно ЦМ в допустимом расстоянии в процессе инспекции в стохастической постановке;

- создан программно-математический комплекс для отработки новых алгоритмов управления движением космических аппаратов в рамках задач обслуживания.

Теоретическая и практическая значимость работы.

Результаты, полученные в диссертационной работе, могут найти дальнейшее

применение как для действующих космических аппаратов, так и для перспективных СМ и систем, а именно:

- алгоритмы и программно-моделирующий комплекс могут быть использованы при проектировании автономных систем управления динамическими операциями спутников на околокруговых орбитах, отличных от ГСО;

- алгоритмы и программно-математический комплекс могут быть использованы при отработке автономных систем управления динамическими операциями спутников, функционирующих на околокруговых орбитах, в том числе ГСО;

- программно-математический комплекс имеет открытую архитектуру и может использоваться для решения задачи отработки средств автономного проведения динамических операций космических аппаратов на ГСО.

Объект исследования. Система автономного управления движением центра масс СМ при его приведении в окрестность рабочей орбитальной позиции ЦМ и его удержании относительно ЦМ с помощью двигателя малой тяги.

Предмет исследования. Алгоритмы квази-оптимального автономного управления движением центра масс СМ на этапе его приведения в окрестность рабочей позиции ЦМ и его удержания относительно ЦМ, разрабатываемые с использованием комбинированного метода оптимизации, подразумевающего разбиение искомого вектора управления стохастической системой на программную и синтезируемую компоненты.

Методология и методы исследования.

Методы системного анализа, динамика полета, теории управления, статистические методы обработки данных и синтеза оптимального управления. При программной реализации математического обеспечения используются методы объектно-ориентированного программирования в системе Windows.

Положения, выносимые на защиту.

- математические модели управляемого движения центра масс СМ системы обслуживание геостационарных спутников связи и модель движения СМ относительно ЦМ с учетом случайных и неслучайных возмущений, вызываемых естественными факторами, ошибками работы элементов системы управления;

- алгоритм генерации начального приближения в задаче синтеза субоптимального управления движением центра масс СМ комбинированным методом оптимизации;

- алгоритм автономного управления движением центра масс СМ на этапе его приведения в окрестность рабочей позиции ЦМ;

- алгоритм удержания СМ относительно ЦМ в процессе инспекции;

- программно-математический комплекс отработки системы автономного

управления движением центра масс СМ по данным бортовой системы навигации;

– результаты моделирования автономной системы управления движением центра масс СМ, подтверждающие возможность обеспечения требуемой точности в процессе обслуживания с использованием разработанных алгоритмов автономного управления.

Достоверность полученных результатов подтверждается использованием математических методов и сравнением полученных результатов моделирования, проведенного в работе, с опубликованными результатами работ по данной тематике.

Апробация работы.

Результаты работы доложены и получили одобрение на конференциях различного уровня, включая международные:

- 17-я Международная конференция «Авиация и космонавтика» (МАИ, г. Москва, 2018 г.)

- XXIV Международная конференция «Системный анализ, управление и навигация» (г. Евпатория, 2019 г.);

- 18-я Международная конференция «Авиация и космонавтика» (МАИ, г. Москва, 2019 г.)

- Международная конференция «Математическое моделирование» (МАИ, г. Москва, 2020 г.)

- 19-я Международная конференция «Авиация и космонавтика» (МАИ, г. Москва, 2020 г.)

Результаты диссертационного исследования опубликованы в двух статьях в рецензируемых научных журналах, входящих в рекомендованный ВАК Минобрнауки России перечень изданий [1, 2], и одной статье в рецензируемом научном журнале, индексируемом в международных системах цитирования Scopus [3].

Структура и объем работы.

Диссертация содержит введение, четыре главы, заключение, список литературы. Объем диссертации 104 страниц, включает 40 рисунков и 1 таблицу. Список литературы содержит 60 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении показана актуальность темы диссертации, цель и задачи исследования, отмечена научная новизна и практическая значимость полученных результатов, приведены основные положения диссертационной работы, выносимые на защиту, а также приведена информация об апробации результатов работы. Описана структура диссертации.

В первой главе проведен обзор проектов системы беспилотного обслуживания на орбите и приводится постановка технической задачи. Анализ опубликованных исследований по обслуживанию на орбите показал, что адекватная система обслуживания геостационарных спутников будет базироваться на круговой орбите вне пояса безопасности ГСО. Она представляет собой группировку из нескольких станций. В состав каждой станции входят отделяемые сервисные модули, которые могут самостоятельно выполнять функции обслуживания, совершая перемещения от станции к целевому модулю и обратно. Задача обслуживания декомпозируется на 5 операций: 1 – перевод СМ с орбиты станции в окрестность рабочей позиции целевого модуля (ЦМ); 2 – инспекция, в течение которой необходимо удерживать СМ относительно ЦМ; 3 – стыковка; 4 – движение в состыкованном состоянии; 5 – расстыковка и увод СМ на орбиту станции. С точки зрения разработки алгоритмов управления движением СМ для реализации перечисленных операций необходимо решать две базовые задачи. Первая из них заключается в приведении вектора состояния СМ в заданную область пространства в окрестности ЦМ. Вторая задача – удержание СМ относительно ЦМ в течение заданного времени.

Считается, что СМ оснащен двигателями малой тяги с ориентацией вдоль осей связанной орбитальной системы координат. Двигатели работают в старт-стопном режиме. Целевой модуль рассматривается как кооперируемый и не совершает маневров во время приведения СМ и инспекции. Кроме того, имеется бортовая автономная система навигации, которая позволяет в любой момент определить параметры его орбиты. Структура и функции системы автономной навигации изложены в работах Козореза Д.А., Красильщикова М.Н., Кружкова Д.М., Сыпало К.И. Таким образом имеется возможность решать задачу синтеза управления движением центра масс СМ по полным данным.

Анализ источников показывает, что при решении задачи автономного управления движением центра масс КА необходимо учитывать две группы неконтролируемых факторов, а именно:

- неконтролируемые факторы, вызываемые влиянием внешней среды;
- неконтролируемые факторы, вызываемые ошибками работы бортовых аппаратных средств, включая бортовую навигационную систему.

Вторая глава посвящена математической формализации автономного управления движением СМ. Эта глава содержит математические модели движения центра масс СМ и ЦМ в процессе обслуживания. В работе используются несколько моделей возмущенного движения КА. Полная (исходная) модель управляемого движения центра масс СМ и ЦМ это система нелинейных дифференциальных уравнений в инерциальной системе J2000. Она учитывает возмущения от нецентральности гравитационного поля Земли разложением

гравитационного потенциала по сферическим функциям из актуальных бюллетеней IERS, гравитационное воздействие Луны и Солнца с использованием координат небесных тел по аппроксимации эфемерид из каталогов JPL DE/LE425, давление солнечного света с учетом площади видимого со стороны КА солнечного диска, ошибки реализации тяги и ориентации вектора тяги двигателя. Полная модель используется в контуре синтеза квази-оптимального управления и для проведения статистического анализа управляемого возмущенного движения с учетом ошибок управления и навигации.

Синтез оптимального управления с использованием полной модели не представляется возможным из-за неявной зависимости правых частей уравнений движения от компонент вектора управления. Поэтому при построении моделей управляемого движения СМ и ЦМ примем линеаризацию исходной модели управляемого движения в окрестности номинальной орбиты заданного радиуса. В качестве опорной орбиты можно использовать круговую орбиту, период обращения по которой равен периоду обращения одного из двух КА, например – целевого модуля. С целью повышения точности в качестве опорной можно выбрать "среднюю" круговую орбиту. Под такой будем понимать орбиту с периодом равным среднему периоду СМ и ЦМ. Таким образом движение каждого КА рассматривается в окрестности одной и той же круговой орбиты радиуса r_0 .

Так как управление движением центра масс СМ заключается в проведении коррекций с использованием двигателей малой тяги, т.е. формально является дискретным, будем использовать дискретные модели движения для синтеза алгоритмов управления. В качестве интервала дискретности примем отрезок времени движения КА, состоящий из пассивного участка t_k (двигатель выключен) и активного участка τ_k (двигатель работает).

В результате линеаризации и дискретизации получена модель движения КА в следующем виде:

$$\mathbf{X}_{k+1} = \hat{\mathbf{A}}_k \mathbf{X}_k + \hat{\mathbf{B}}_k [\mathbf{F}_k (1 + \mu_k) + \boldsymbol{\eta}_k] + \hat{\mathbf{S}}_k + \boldsymbol{\xi}_k, \quad k = \overline{1, N} \quad (1)$$

где $\mathbf{X}_k^T = (\Delta y_k \ v_k \ e_{xk} \ e_{yk} \ \Delta i_k \ \Delta \Omega_k \ \Delta \omega_k)$ – семимерный вектор состояния в момент начала k -й коррекции; Δy – отклонение текущей долготы СМ от требуемой; v – скорость дрейфа; e_x и e_y – элементы вектора эксцентриситета; Δi – наклонение орбиты к экватору; $\Delta \Omega$ – отклонение долготы восходящего узла от номинального значения; $\Delta \omega$ – отклонение аргумента перигея от номинала; \mathbf{F}_k – вектор управляющего ускорения от тяги ДУ; μ_k – мультипликативная центрированная гауссова ошибка; $\boldsymbol{\eta}_k$ – центрированный гауссов вектор аддитивной ошибки навигации; $\hat{\mathbf{S}}_k$ – вектор неслучайных возмущающих факторов; $\boldsymbol{\xi}_k$ – случайный

вектор, возмущающий прогноз вектора состояния \mathbf{X}_{k+1} ; N – число циклов коррекции.

$$\hat{\mathbf{A}}_k = \left(\begin{array}{c|c} \mathbf{A}_k & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{I}_3 \end{array} \right), \hat{\mathbf{B}}_k = \left(\begin{array}{c|c} \mathbf{B}_k & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{C}_k \end{array} \right), \hat{\mathbf{S}}_k = (\mathbf{S}_k \ 0 \ 0 \ 0)^T; \theta_k = \omega_0(t_k + \tau_k), \quad (2)$$

\mathbf{I}_3 – единичная матрица размером 3×3

$$\mathbf{A}_k = \begin{pmatrix} 1 & \frac{\theta_k}{2\pi} & -\frac{2(1-\cos\theta_k)}{r_0} & \frac{2\sin\theta_k}{r_0} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta_k & \sin\theta_k \\ 0 & 0 & -\sin\theta_k & \cos\theta_k \end{pmatrix}, \mathbf{B}_k = \begin{pmatrix} \frac{1}{V_0} \left[\frac{4(1-\cos\omega_0\tau_k)}{\omega_0} - \frac{3\omega_0\tau_k^2}{2} \right] & -\frac{2(\omega_0\tau_k - \sin\omega_0\tau_k)}{V_0\omega_0} \\ -\frac{6\pi\tau_k}{V_0} & 0 \\ \frac{2(1-\cos\omega_0\tau_k)}{\omega_0^2} & \frac{\sin\omega_0\tau_k}{\omega_0^2} \\ \frac{2\sin\omega_0\tau_k}{\omega_0^2} & -\frac{1-\cos\omega_0\tau_k}{\omega_0^2} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{C}_k = \begin{pmatrix} \frac{2}{V_0\omega_0} \cos\left(\frac{\omega_0\tau_k}{2} + \alpha_k\right) \sin\frac{\omega_0\tau_k}{2} \\ -\frac{2}{V_0\omega_0 \sin i_0} \sin\left(\frac{\omega_0\tau_k}{2} + \alpha_k\right) \sin\frac{\omega_0\tau_k}{2} \\ \frac{2 \operatorname{ctg} i_0}{V_0\omega_0 \sin i_0} \sin\left(\frac{\omega_0\tau_k}{2} + \alpha_k\right) \sin\frac{\omega_0\tau_k}{2} \end{pmatrix}, \mathbf{S}_k = \begin{pmatrix} \frac{1}{V_0} \left[\frac{4(1-\cos\theta_k)}{\omega_0} - \frac{3\theta_k(t_k + \tau_k)}{2} \right] \Delta g_{0T} - \frac{2(\theta_k - \sin\theta_k)}{V_0\omega_0} \Delta g_{0R} \\ \frac{6\pi(t_k + \tau_k)}{V_0} \Delta g_{0T} \\ \frac{2\Delta g_{0T}(1-\cos\theta_k) + \Delta g_{0R} \sin\theta_k}{\omega_0^2} \\ \frac{2\Delta g_{0T} \sin\theta_k - \Delta g_{0R}(1-\cos\theta_k)}{\omega_0^2} \end{pmatrix}$$

Здесь: τ_k – длительность k -ого активного участка, t_k – длительность k -ого пассивного участка, Δg_{0R} и Δg_{0T} – осредненные возмущающие ускорения.

Нетрудно видеть, что матрицы $\hat{\mathbf{A}}$ и $\hat{\mathbf{B}}$ в (2) диагональные, линеаризованная модель (1) расщепляется на две подсистемы: первая описывает эволюцию отклонений параметров движения от номинальных в плоскости орбиты, а вторая – эволюцию параметров, характеризующих положение плоскости орбиты в пространстве. Это обстоятельство позволяет говорить о возможности раздельного синтеза алгоритмов управления в плоскости орбиты и управления плоскостью орбиты.

Третья глава содержит описание разработанных алгоритмов автономного управления движением центра масс СМ на этапе его приведения в окрестность рабочей позиции ЦМ и удержания относительно ЦМ в процессе инспекции. Алгоритмы управления создаются путем решения стохастической задачи синтеза оптимального управления по полным данным.

Этап приведения СМ в окрестность рабочей позиции ЦМ

Из (1) выделим модель управляемого движения в плоскости орбиты в следующем виде:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_k u_k (1 + \mu_k) + \mathbf{S}_k + \zeta_k, \quad k = \overline{1, N} \quad (3)$$

$$\text{где } \mathbf{x}_k = (\Delta y_k \quad v_k \quad e_{xk} \quad e_{yk}), \quad \zeta_k = \mathbf{B}_k \boldsymbol{\eta}_k + \xi_k$$

В рамках стохастического подхода все возмущения кроме \mathbf{S}_k являются гауссовыми с известными статистическими характеристиками. При этом:

$$\mathbf{M}[\mu_k^2] = \sigma_{\mu k}^2, \quad \mathbf{M}[\boldsymbol{\eta}_k \boldsymbol{\eta}_k^T] = \mathbf{H}_k, \quad \mathbf{M}[\zeta_k \zeta_k^T] = \mathbf{B}_k \mathbf{H}_k \mathbf{B}_k^T + \mathbf{N}_k = \mathbf{V}_k$$

Вводится в рассмотрение обобщенный вектор управления $\mathbf{U} = (u \mid t \mid N)$ и его допустимая область $\hat{\mathbf{U}} = \{ \mathbf{U} \mid t_k^l \leq t_k \leq t_k^h, \quad k_t |u_k| \leq \tau_k^h, \quad k = \overline{1, N} \}$ где $u = \{u_k, k = \overline{1, N}\}$ – последовательность активных воздействий. Длительность активного участка τ_k коррекции связана с модулем u_k линейной зависимостью $\tau_k = \rho_\tau |u_k|$, где ρ_τ – коэффициент пропорциональности;

$t = \{t_k, k = \overline{1, N}\}$ – последовательность интервалов между коррекциями (длительности пассивных участков);

t_k^l и t_k^h – нижнее и верхнее ограничения длительности k -ого пассивного участка;

τ_k^h – верхняя граница длительности k -ого активного участка.

В начальный момент времени ($k=1$) заданы начальные условия: Δy_1 – разность текущей и требуемой долготы СМ; v_1 – скорость дрейфа долготы; e_1 – эксцентриситет орбиты; \mathcal{A}_1 – истинная аномалия. Процесс сближения приведения СМ в окрестность рабочей позиции ЦМ считается законченным, если после последней коррекции выполняются следующие требования:

$$|\Delta y_{N+1}| \leq \Delta y_m; \quad |v_{N+1}| \leq v_m; \quad \sqrt{\frac{e_{x,N+1}^2 + e_{y,N+1}^2}{r_o^2}} \leq e_m.$$

В рамках линейно-квадратичного синтеза управления движением дискретной системы (3) оценки характеристической скорости и терминальной точности заменим квадратичными формами. В общем случае квадратичные оценки характеристической скорости и терминальной точности имеют вид

$J_0 = \sum_{k=1}^N u_k^T \mathbf{W}_k u_k$ и $J_1 = \mathbf{x}_{N+1}^T \boldsymbol{\lambda} \mathbf{x}_{N+1}$ соответственно. Для учета ограничений на траекторию относительного движения СМ и ЦМ введем в рассмотрение

квадратичную функцию $J_2 = \sum_{k=1}^N \mathbf{x}_k^T \mathbf{Q}_k \mathbf{x}_k$. Матрицы \mathbf{W}_k , $\boldsymbol{\lambda}$, и \mathbf{Q}_k – положительно-

определенные симметричные. Отметим, что в нашем случае управление u_k скаляр, который можно трактовать как вектор размерности 1, поэтому использование квадратичной формы правомерно. При этом матрица \mathbf{W} вырождается в скалярный коэффициент w . Для решения задачи синтеза управления в линейно-квадратичной постановке вводится обобщенный критерий

$$J = M \left[\sum_{k=1}^N (\mathbf{x}_k^T \mathbf{Q}_k \mathbf{x}_k + u_k^T w_k u_k) + \mathbf{x}_{N+1}^T \boldsymbol{\lambda} \mathbf{x}_{N+1} \right] \quad (4)$$

Требуется найти обобщенный вектор управления системой (3) $\mathbf{U} = (u \mid t \mid N)$, который обеспечит перевод ее из начального состояния в конечное с требуемой точностью при минимальном значении критерия оптимальности (4).

Для решения задачи оптимального управления применяется комбинированный метод оптимизации. При этом искомый вектор управления разбивается на две составляющие – программную и синтезируемую. Для отыскания программной составляющей применяются необходимые условия оптимальности и численные методы. Синтезируемая составляющая определяется с использованием достаточных условий оптимальности управления при фиксированной (текущей) программной составляющей.

Можно сформировать результат решения стохастической задачи синтеза управления линейной модели (3) по полным данным с использованием достаточных условий оптимальности в форме Р. Беллмана по квадратичному критерию Больца (4) в виде линейной зависимости управления от вектора текущего состояния:

$$u_k = -\mathbf{L}_k \mathbf{x}_k - \mathbf{d}_k \quad (5)$$

где коэффициенты обратной связи \mathbf{L}_k и компенсационные составляющие \mathbf{d}_k определяются следующими рекуррентными соотношениями:

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_k &= \Gamma_k^{-1} \mathbf{B}_k^T \boldsymbol{\lambda}_{k+1} \mathbf{A}_k; \quad \mathbf{d}_k = \Gamma_k^{-1} \mathbf{B}_k^T (\boldsymbol{\lambda}_{k+1} \mathbf{S}_k + \mathbf{G}_{k+1}); \quad \Gamma_k = \mathbf{W}_k + \mathbf{B}_k^T \boldsymbol{\lambda}_{k+1} \mathbf{B}_k (1 + \sigma_{\mu k}^2); \\ \boldsymbol{\lambda}_k &= \mathbf{Q}_k + \mathbf{A}_k^T \boldsymbol{\lambda}_{k+1} \mathbf{A}_k + \mathbf{L}_k^T \Gamma_k \mathbf{L}_k - \mathbf{A}_k^T \boldsymbol{\lambda}_{k+1} \mathbf{B}_k \mathbf{L}_k - \mathbf{L}_k^T \mathbf{B}_k^T \boldsymbol{\lambda}_{k+1} \mathbf{A}_k; \\ \mathbf{G}_k &= \mathbf{A}_k^T (\mathbf{G}_{k+1} + \boldsymbol{\lambda}_{k+1} \mathbf{S}_k) - \mathbf{L}_k^T \Gamma_k \mathbf{d}_k; \quad \boldsymbol{\lambda}_{N+1} = \boldsymbol{\lambda}; \quad \mathbf{G}_{N+1} = 0; \end{aligned} \quad (6)$$

Модель (3) формально линейна по векторам состояния и управления, но матрицы \mathbf{A} и \mathbf{B} зависят от управления. Это обстоятельство не позволяет использовать известный алгоритм линейно-квадратичного синтеза непосредственно. Поэтому при синтезе субоптимального управления необходимо применять метод последовательных приближений с замораживанием матриц коэффициентов линеаризованных уравнений движения.

В ряде источников предлагалось задавать нулевое начальное приближение активных участков, что соответствует импульсной тяге. При очень малой тяге двигателя такое начальное приближение приводит к неудачным решениям. Для

обеспечения сходимости метода разрабатывается специальный алгоритм генерации начального приближения. Этот алгоритм определяет профиль оптимальной траектории, оценивает потребное количество коррекций снизу и формулирует правила назначения последовательностей $\{u_k^0\}$ и $\{t_k^0\}$, $k = \overline{1, N}$.

Для определения профиля оптимальной фазовой траектории применяется вспомогательный алгоритм при числе коррекций не более двух.

На рис. 1 показаны три вида траекторий коррекции на плоскости «угловое отклонение (y) – дрейф (v)». Начало координат соответствует целевую долготу СМ. Активным участкам соответствуют параболические отрезки траекторий.

Траектория типа “а” обеспечивает минимальную длительность процесса коррекции.

Траектория “b” имеет место в случаях, когда знаки углового отклонения и скорости дрейфа в начальный момент времени совпадают, либо СМ «проскакивает» линию переключения тяги раньше чем можно включить двигатель.

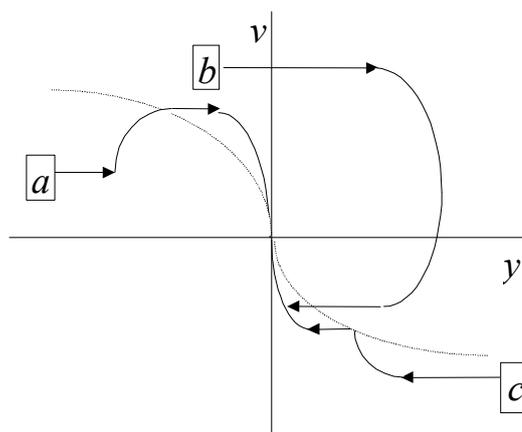


Рис. 1. Траектории при $N=2$

Траектория типа “с” обеспечивает минимум характеристической скорости. Если перед обращением к алгоритму отключить проверку терминального эксцентриситета, то на его выходе аналитическим методом можно получить профили траектории и управление $\{u_k^D\}$ и $\{t_k^D\}$, $k = \overline{1, N}$, адекватные критерию оптимальности.

Нижнюю оценку количества коррекций N^n определяет потребное количество коррекций для достижения заданного терминального эксцентриситета с учетом терминальной точности.

Количество коррекций для достижения заданного терминального эксцентриситета:

$$N_e = \left\lceil \frac{e_1 - e_m}{\Delta e_{mk}} \right\rceil + 1, \text{ где: } \Delta e_{mk} = \frac{4|f_k|}{V_0 \omega_0}$$

Правила назначения последовательностей $\{u_k^0\}$ и $\{t_k^0\}$, $k = \overline{1, N}$ сформируем с учетом профиля траектории. При числе коррекций больше двух, варианты траекторий показаны на рис. 2.

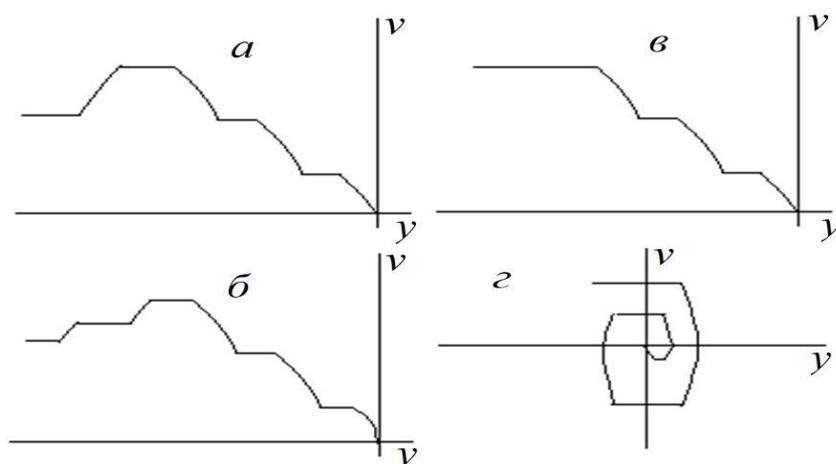


Рис. 2. Варианты траекторий на плоскости $(y-v)$

Для траектории минимума затрат топлива (рис. 2. в) последний активный участок примем равным предельно допустимому u_N^B , а остальные распределим равномерно,

где u_N^B - верхнее ограничение на величину последнего управляющего воздействия u_N , при котором заданная терминальная точность достигается автоматически, полученное в работе Войсковского А.П. (Войковский А.П. Автономное управление движением центра масс геостационарного космического аппарата на этапах довыведения, перевода в рабочую позицию и удержания. Дис. ... канд. техн. наук: 05.07.09 / Войковский Андрей Павлович. – М., 2016. – 128 с.). u_N^B определяется по следующей формуле:

$$u_N^B = \min \left\{ \sqrt{\frac{2\sigma_y^*}{\rho_N \sigma_{\mu_N}}}, u_N^e \right\},$$

$$\text{где: } u_N^e = \frac{\rho_N}{\pi} \arcsin \frac{e_m}{\Delta e_m}; \quad \sigma_y^* \leq \frac{\rho_N \sigma_v^2}{2\sigma_{\mu_N}};$$

σ_v - Среднеквадратическое отклонение терминальной скорости дрейфа.

Тогда начальное приближение управления определяется по следующим формулам:

$$u_N^0 = -u_N^B \operatorname{sgn} v_1; \quad u_j^0 = -\frac{|v_1| - |u_N^0|}{N-1} \operatorname{sgn} v_1; \quad j = \overline{1, N-1}.$$

Длительности всех пассивных участков кроме первого зададим минимально допустимыми, а длительность первого участка вычислим по необходимым условиям оптимальности при торможении, разработаны в работе (Войковский А.П., Красильщиков М.Н., Малышев В.В., Федоров А.В. Автономная реализация динамических операций на ГСО. II. Синтез алгоритмов управления // Изв. РАН. ТиСУ. 2016. № 6. С. 107-128.):

$$t_j^0 = t_j^h, j = 2, N; \quad t_1^0 = \begin{cases} t_1^h, & \tilde{t} \leq t_1^h \\ \tilde{t} & \text{- в противном случае} \end{cases}$$

где $\tilde{t} = -\frac{y_1 + s_2(v_1 + u_1^0)}{v_1} - \rho \frac{|v_1|}{2}$. Для вычисления S_2 используется рекуррентное

соотношение: $s_j = t_j^h + s_{j+1} \left| \frac{v_{j+1}}{v_j} \right|$; $s_{N+1} = 0$, при последовательности управлений

$\{u_j^0\}$ и соответствующих ей отношениях $\frac{v_{j+1}}{v_j}$. Для траектории оптимального

быстродействия (рис.2. а) начальное приближение участка торможения формируем аналогично предыдущему случаю, а начальные параметры для участка разгона принимаем полученными по алгоритму двухимпульсной коррекции.

Начальное приближение траектории как на рис. 2. г формируется аналогично предыдущему.

Этап удержание СМ относительно ЦМ в процессе инспекции

Из модели плоского движения, разработанной в главе 2 можно выделить уравнение углового пассивного движения КА при $\Delta g_{Rk} = \Delta g_{Tk} = 0$ в следующем виде:

$$\Delta \alpha_{k+1} = \Delta \alpha_k + \frac{t}{T_0} v_k + 4e_k \sin \frac{\theta_k}{2} \cos \left(\eta_k + \frac{\theta_k}{2} \right) \quad (7)$$

Раскрыв с помощью (7) соотношение $\delta \alpha_{k+1} = \Delta \alpha_{S_{k+1}} - \Delta \alpha_{T_{k+1}}$, где индекс «S» соответствует СМ, а «Т» - ЦМ, можно найти уравнение эволюции углового расстояния между СМ и ЦМ. Отпуская промежуточное преобразование получаем:

$$\delta \alpha_{k+1} = \delta \alpha_k + \frac{t_k}{T_0} \delta v_k + 4\delta e_k \sin \frac{\theta_k}{2} \cos \left(\psi_k + \frac{\theta_k}{2} \right) \quad (8)$$

где δe_k – разность эксцентриситетов СМ и ЦМ;

$$\delta e_k = \sqrt{e_{Sk}^2 + e_{Tk}^2 - 2e_{Sk}e_{Tk} \cos(\vartheta_{Sk} - \vartheta_{Tk})}; \quad (9)$$

$$tg \psi_k = \frac{e_{Sk} \sin \vartheta_{Sk} - e_{Tk} \sin \vartheta_{Tk}}{e_{Sk} \cos \vartheta_{Sk} - e_{Tk} \cos \vartheta_{Tk}}.$$

Уравнение пассивного относительного движения вдоль радиуса-вектора имеет вид:

$$\Delta r_{k+1} = -\frac{r_0}{3\pi} \Delta v_k + 2r_0 \delta e_k \sin \frac{\theta_k}{2} \cos \left(\psi_k + \frac{\theta_k}{2} \right) \quad (10)$$

Если плоскости орбит обоих КА совпадают, то существует четыре основных типа траекторий относительного движения. Траектории показаны на рис.3

построены в координатах модели (8): $\delta\alpha$ - среднее угловое расстояние между СМ и ЦМ, δv - относительная скорость дрейфа СМ относительно ЦМ.

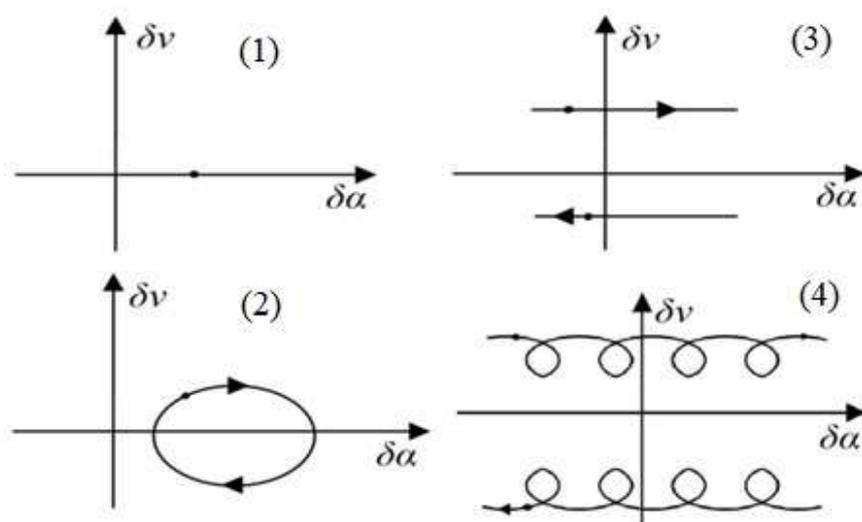


Рис.3. Типы траекторий относительного движения

Траектория типа 1 вырождена в точку на оси $\delta v = 0$. Этот случай имеет место если периоды обращения обоих КА, эксцентриситеты их орбит совпадают. Это значит, что оба КА находятся на одной и той же орбите и на одинаковом расстоянии от ее центра. Траектория типа 2 соответствует случаю, когда периоды обращения совпадают, но эксцентриситеты различны. Амплитуда угловых колебаний пропорциональна разности эксцентриситетов и, как следует из уравнения (8), составляет $4\delta e_k$. Траектория типа 3 имеет место, когда эксцентриситеты орбит равны, но периоды обращения различны. Наконец, траектория типа 4 соответствует случаю разных периодов и эксцентриситетов. В этом случае один КА движется относительно другого по эллипсу с подвижным центром.

Сформулируем теперь общие требования к выбору параметров орбиты СМ, наблюдающего за целью. Возможны два способа размещения СМ относительно ЦМ. В первом случае он расположен либо за целью, либо впереди нее, во втором случае реализуется относительная траектория облета цели, как показаны на рис. 4.

Пусть D_{\min} и D_{\max} - минимально и максимально допустимые расстояния между СМ и ЦМ. Тогда в первом случае (рис. 4 «а») следует ограничение сверху на разности эксцентриситетов орбит СМ и ЦМ $\delta e^B \leq (D_{\max} - D_{\min}) / 8r_0$. При этом номинальное угловое расстояние между СМ и ЦМ равно $\delta\alpha_{\text{ном}} = (D_{\max} + D_{\min}) / 2r_0$. Данный случай может быть реализован при идеальном совпадении периодов обращения обоих КА. Поэтому значение δe^B является оценкой сверху. В рамках первого способа коррекции удержания должны быть нацелены на минимизацию разности эксцентриситетов.

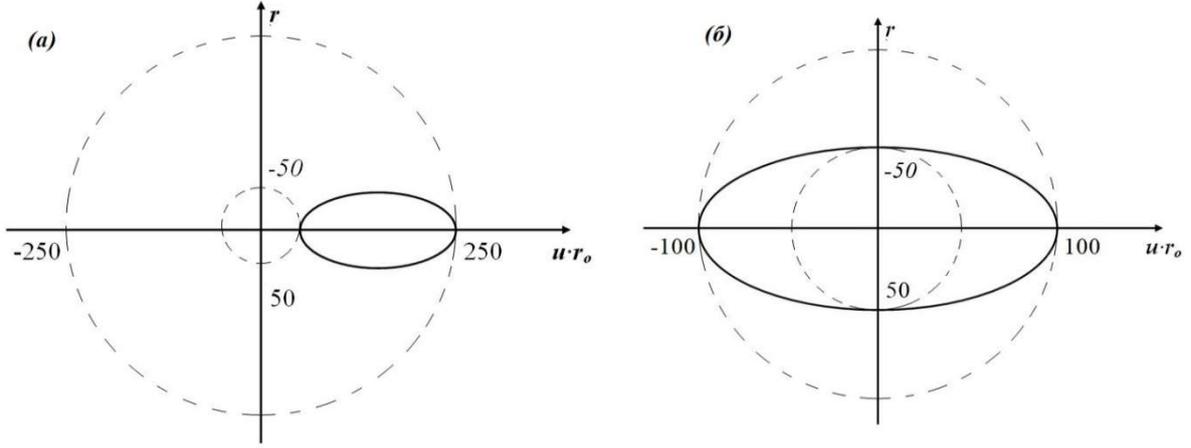


Рис. 4. Размещение СМ относительно ЦМ

Во втором случае (облетная траектория на рис. 4, «б») эксцентриситет должен принадлежать определенному. Из ограничения на минимальное расстояние D_{\min} с учетом амплитуды колебаний вдоль радиуса имеем нижнюю границу диапазона $\delta e^H = D_{\min}/2r_0$. Ограничение на D_{\max} приводит к ограничению сверху $\delta e^B = D_{\max}/4r_0$. Для реализации второго варианта СМ выводится, например, в апогей орбиты, имеющей период обращения ЦМ, с обеспечением условий $\delta\alpha_{\text{ном}} = 0$; $\delta e^H \leq \delta e \leq \delta e^B$.

Отметим, что при реализации двух рассмотренных способов размещения СМ, любой маневр ЦМ вдоль орбиты или вдоль радиуса приведет к нарушению ограничений по дальности.

Следует из вышеуказанного анализа, разработаем алгоритм управления СМ на этапе удержания СМ относительно ЦМ при условии постепенной ликвидации рассогласования эксцентриситетов их орбит.

Уравнение рассогласования эксцентриситетов орбит СМ и ЦМ имеет вид (9):

$$\delta e_k = \sqrt{e_{Sk}^2 + e_{Tk}^2 - 2e_{Sk}e_{Tk} \cos(\vartheta_{Sk} - \vartheta_{Tk})}$$

Можно показать, что для эффективного устранения разности эксцентриситетов следует выбирать длительность пассивных участков между коррекциями равными:

$$\Delta t_k = T_0 \left\{ n_k + 0.25 [1 - \text{sign}(u_k \alpha_k)] \right\} - \frac{\psi_k}{\omega} - \frac{\tau_k}{2} \quad (11)$$

где n_k – целое положительное число.

Из векторно-матричной модели (3) можно выделить уравнения эволюции среднего углового рассогласования и скорости дрейфа в следующем виде:

$$\begin{aligned} y_{k+1} &= y_k + [v_k + u_k(1 + \mu_k)] \Delta t_k + b_s \Delta t_k^2 + b_r \Delta t_k + \xi_{yk} \\ v_{k+1} &= v_k + u_k(1 + \mu_k) + 2b_s \Delta t_k + \xi_{gk} \end{aligned} \quad (12)$$

Пренебрегая расстоянием между СМ и ЦМ после этапа приведения, можно считать, что возмущение от нецентральности гравитационного поля Земли и ускорения от Луны и Солнца, действующие на СМ и ЦМ равны, вычитая уравнений в (12) для СМ и ЦМ получаем модель движения СМ относительно ЦМ в следующем виде:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_k (1 + \mu_k) u_k + \boldsymbol{\xi}_k \quad (13)$$

$$\text{где } \mathbf{x}_k = (y_k, v_k)^T; \quad \boldsymbol{\xi}_k = (\xi_{y_k}, \xi_{g_k})^T; \quad \mathbf{A}_k = \begin{pmatrix} 1 & \Delta t_k \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{B}_k = \begin{pmatrix} \Delta t_k \\ 1 \end{pmatrix} \quad (14)$$

Аналогично задаче приведения, здесь для оценки качества процесса удержания используется обобщенный критерий:

$$J = M \left[\sum_{k=1}^N (\mathbf{x}_k^T \mathbf{Q}_k \mathbf{x}_k + u_k^T w_k u_k) + \mathbf{x}_{N+1}^T \boldsymbol{\lambda} \mathbf{x}_{N+1} \right]$$

При решении задачи оптимального управления так же применяется комбинированный метод оптимизации. Отличие только в том, что в уравнении (6) отсутствует вектор систематических возмущений. Поэтому в законе управления теперь нет компенсационной составляющей, т.е.

$$u_k = -\mathbf{L}_k \mathbf{x}_k \quad (15)$$

Рекуррентные соотношения для вычисления коэффициентов обратной связи \mathbf{L}_k имеют такую же форму, как в (6). Нужно отметить, что в рекуррентных соотношениях теперь используются векторы и матрицы из (14).

В случае инспекции техническое состояние ЦМ заранее не известно, поэтому длительность процесса инспекции и число коррекций не определены. В данной ситуации воспользуемся понятием установившегося режима. Это допущение позволяет вычислять коэффициенты обратной связи закона управления по рекуррентные соотношения (6) полагая формально $N=1$, и пересчитывать их перед проведением каждой коррекции. При этом проводим ликвидацию разности эксцентриситетов и скоростей дрейфа на каждой коррекции.

Чтобы вычислить управление поставим матрицы \mathbf{A}_k и \mathbf{B}_k из (14) в (15) и (6), положим $k=N=1$. Для простоты индекс k в уравнениях опускаем. Учитывая, что

матрица $\boldsymbol{\lambda}$ симметричная имеет вид: $\boldsymbol{\lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{12} & \lambda_{22} \end{bmatrix}$, т.е. не является диагональной.

Обозначаем $\chi_1 = \frac{\lambda_{22}}{\lambda_{11}}$, $\chi_2 = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{11}}$. Отпуская промежуточные выкладки, получаем

управление:

$$u = \frac{\Delta t + \chi_2}{\frac{w}{\lambda_{11}} + (\Delta t^2 + 2\chi_2 \Delta t + \chi_1)(1 + \delta_\mu^2)} y + \frac{\Delta t^2 + 2\chi_2 \Delta t + \chi_1}{\frac{w}{\lambda_{11}} + (\Delta t^2 + 2\chi_2 \Delta t + \chi_1)(1 + \delta_\mu^2)} v$$

Длительности пассивных участков рассчитываются по формуле (11).

В четвертой главе проводится анализ точности работы системы автономного управления движением СМ системы обслуживания на рассматриваемых в работе этапах его приведения в окрестность рабочей позиции ЦМ и удержания относительно ЦМ.

Классическим инструментом формирования и исследования облика системы управления КА является имитационное моделирование. Для моделирования работы системы управления СМ с учетом особенностей внешней среды разработан программно-моделирующий комплекс с использованием объектно-ориентированного подхода в среде Windows. Интерфейс программного комплекса показан на рис. 5.

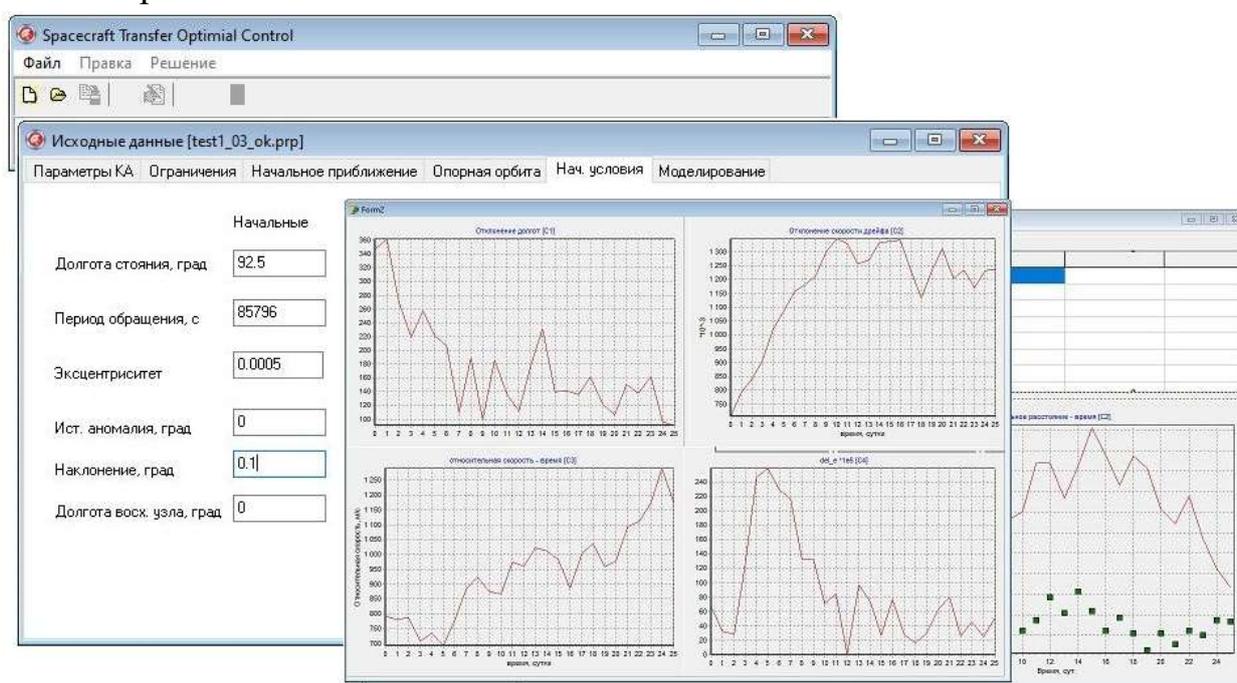


Рис. 5. Интерфейс программного комплекса

По результатам моделирования строятся гистограммы, характеризующие статистические характеристики терминальной точности управления движением центра масс СМ на этапах его приведения в окрестность рабочей позиции ЦМ и удержания относительно ЦМ с использованием ДУ малой тяги.

Результаты моделирования включают:

- оценки точности, времени и характеристической скорости приведения СМ в окрестность рабочей позиции ЦМ с учетом ошибок навигации, реализации и ориентации вектор тяги корректирующей ДУ.

- оценки точности, устойчивости и характеристической скорости удержания СМ относительно ЦМ вдоль орбиты.

Более детальный анализ полученных в результате моделирования характеристик точности на каждом этапе приведен ниже.

Этап приведения СМ в окрестность рабочей позиции ЦМ:

При помощи алгоритма генерации начального приближения, алгоритм синтеза субоптимального управления сходится. Результаты моделирования в случае идеальной работы системы навигации подтверждают, что конечная точность по географической долготе, скорости дрейфа и эксцентриситету выполняется. Графики фазового портрета и сходимости алгоритма показаны на рис. 6 и рис. 7.

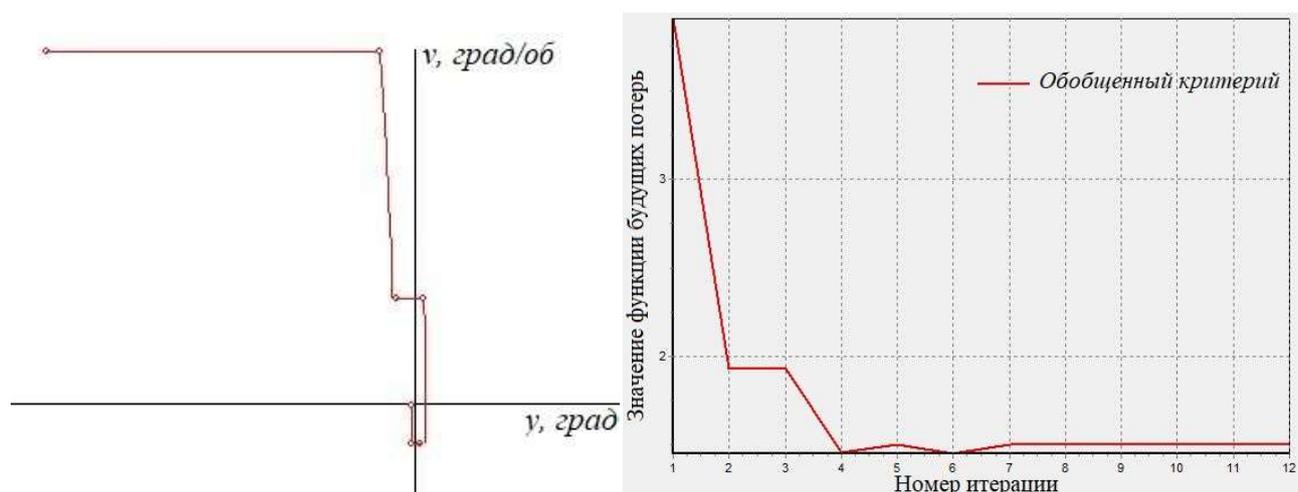


Рис. 6. Фазовый портрет процесса Рис. 7. Сходимость алгоритма синтеза приведения

Результаты статистического моделирования с ошибками работы системы навигации показывают, что по отклонениям географической долготы, скорости дрейфа центр масс СМ и эксцентриситета с вероятностью не ниже 0.997 находится в области, соответствующей требованиям:

- по отклонениям долготы: $[m_\lambda - 3\sigma_\lambda, m_\lambda + 3\sigma_\lambda] = [-0.034^0, 0.001^0]$;
- по скорости дрейфа: $[m_v - 3\sigma_v, m_v + 3\sigma_v] = [-0.0144, 0.0198]$ град/об; или по отклонению периода обращения: $[-4.72, 3.44]$ с;
- по эксцентриситету: $[m_e - 3\sigma_e, m_e + 3\sigma_e] = [0.000314, 0.000331]$.

Этап удержания СМ относительно ЦМ:

Наиболее важным результатом моделирования этапа удержания СМ относительно ЦМ является существование установившегося режима, в котором СМ успешно удерживать в доступном расстоянии от обслуживаемого КА.

На рис. 8 показано относительное движение СМ от ЦМ в плоскости ОХУ абсолютной экваториальной геоцентрической системе координат (АГЭСК) в течение 30 суток. Точка (0, 0) на графике соответствует положение ЦМ, кривая линия – эволюция движения СМ относительно ЦМ. Центральная часть рис. 8 в увеличенном масштабе показана на рис. 9 и наглядно подтверждает наличие установившегося режима, в котором расстояние между СМ и ЦМ меняется в

пределах от 24 до 55 м.

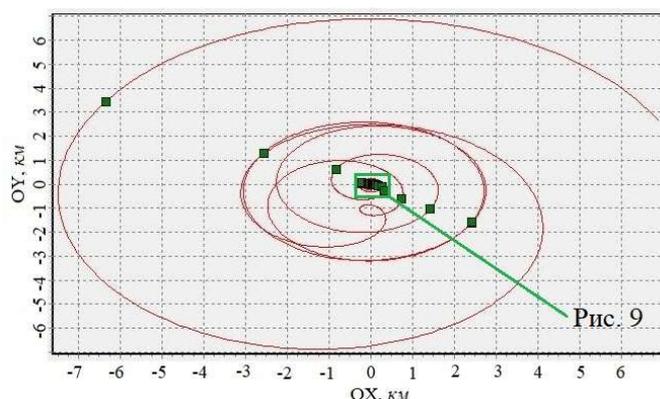


Рис. 8. Относительное движение СМ от ЦМ в плоскости OXY АГЭСК

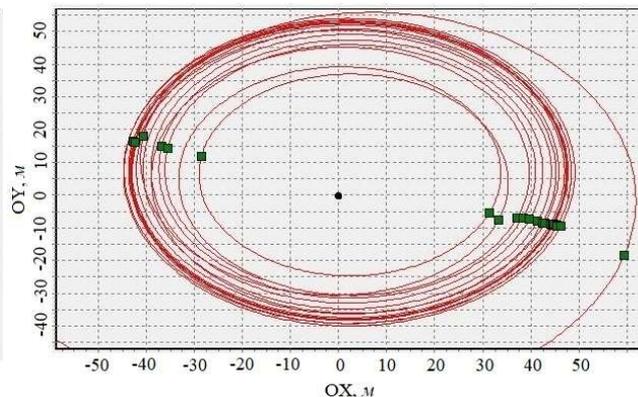


Рис. 9. Относительное движение СМ от ЦМ в плоскости OXY АГЭСК в установившемся режиме

Наиболее важным результатом статистического моделирования с ошибками работы системы навигации этапа удержания СМ относительно ЦМ является тот факт, что во всех полученных реализациях существует установившийся режим. По результатам моделирования построен график разбросов минимального и максимального расстояния между СМ и ЦМ в установившемся режиме, как показан на рис. 10. Во всех испытаниях, расстояние между СМ и ЦМ в установившемся режиме находится в пределах от 19.1 до 82.0 м.

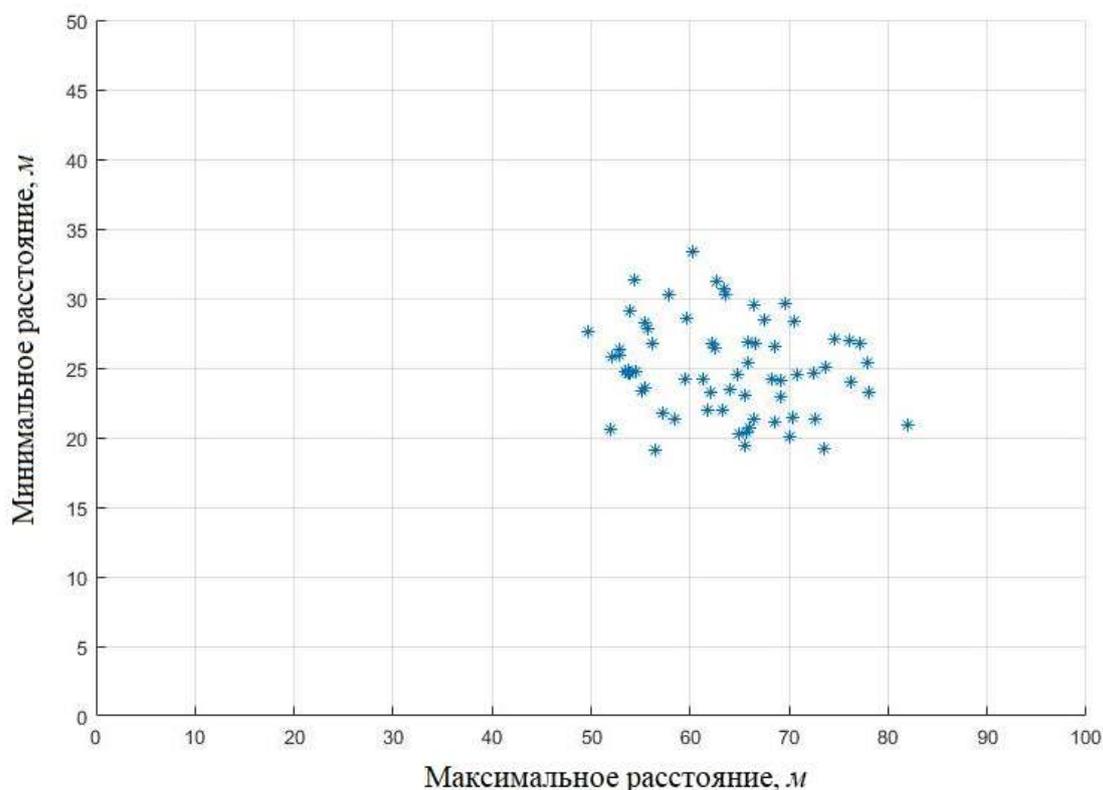


Рис. 10. Разбросы минимального и максимального расстояния между СМ и ЦМ в установившемся режиме

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленной работе сформулирована актуальная техническая задача разработки алгоритмов автономного управления движением центра масс сервисного модуля системы обслуживания геостационарных спутников связи на этапах его приведения в окрестность рабочей позиции обслуживаемого КА и удержания относительно него с учетом случайных и неслучайных неконтролируемых факторов: гравитации Земли, Луны и Солнца; ускорение, вызываемого давлением солнечного света; ошибок реализации и ориентации тяги корректирующей двигательной установки малой тяги; а также ошибок работы навигационной системы.

Задачи оптимизации, которые решены в рамках данной работы, состоят в создании алгоритма формирования циклограмм управления двигателями коррекции на этапах приведения СМ в окрестность рабочей позиции ЦМ и удержания относительно него непосредственно на борту СМ, решены как задачи синтеза оптимального стохастического управления по полным данным.

В работе получена линеаризованная модель движения центра масс КА, используемая при синтезе оптимального управления на этапе приведения СМ в окрестность рабочей позиции ЦМ, разработана новая линеаризованная модель движения СМ относительно ЦМ для синтеза оптимального управления на этапе удержания СМ относительно ЦМ.

Алгоритм синтеза оптимального управления разработан на основе комбинированного метода оптимизации, при котором вектор управления разделяется на синтезируемую и программируемую составляющие. Программной составляющей является количество коррекции и длительности пассивных участков, для нахождения которых применяются численные методы. Синтезируемой составляющей является последовательность управлений.

На этапе приведения синтезируемая составляющая определяется методом последовательных приближений, сходимость которого напрямую связана с удачностью начального приближения. Для обеспечения сходимости и стабильности алгоритма управления разработан новый вспомогательный алгоритм генерации начального приближения.

В первый проведен анализ неуправляемого движения СМ относительно ЦМ. По результатам анализа сформированы ограничения на разность эксцентриситетов орбит и разность среднего отклонения долготы между СМ и ЦМ, которые необходимо обеспечить в процессе удержания.

На этапе удержания синтезируемая составляющая определяется с предположением, что при удержании существует установившийся режим. Длительности пассивных участков определяются по условиям ликвидации разности эксцентриситетов орбит СМ и ЦМ перед проведением каждой

коррекции. При этом разработан новый алгоритм удержания СМ относительно ЦМ в процессе инспекции.

Разработан программный комплекс, реализующий все рассмотренные алгоритмы. Программный комплекс построен с использованием объектно-ориентированного подхода и имеет модульную структуру.

Результаты моделирования рассмотренных алгоритмов управления подтвердили наличие установившегося режима на этапе удержания СМ относительно ЦМ и работоспособность разработанных алгоритмов на этапах приведения и удержания. Полученные оценки точности автономного управления движением центра масс СМ на этапах его приведения в окрестность рабочей позиции ЦМ и удержания относительно него с учетом ошибок работы навигационной системы подтвердили возможность обеспечения требуемых требований по точности реализации рассмотренных этапов функционирования СМ при обслуживании геостационарных спутников связи.

СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ АВТОРОМ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

В изданиях, рекомендованных перечнем ВАК Минобрнауки России:

1. Хоанг В.Т. Программный комплекс для проектирования алгоритмов управления движением сервисного модуля на геостационарной орбите / Фёдоров А.В., Хоанг В.Т. // Вестник Московского авиационного института, 2020, Т. 27, № 4, с. 192-205. DOI: 10.34759/vst-2020-4-192-205 (№393, перечень ВАК, от 22.12.2020 г.)
2. Хоанг В.Т. Алгоритм генерации начального приближения при синтезе алгоритма фазирования космического аппарата на геостационарной орбите / Фёдоров А.В., Хоанг Ву Тан // Космонавтика и ракетостроение, 2020, № 5 (116), с. 52-63. (№1243, перечень ВАК, от 22.12.2020 г.)

В источнике, индексируемом в международных системах цитирования Scopus:

3. Hoang Vu Tan. The synthesis algorithm of motion control of the center of mass of the service module during spacecraft servicing on the geostationary orbit / Hoang Vu Tan, Fedorov Aleksandr Viktorovich // Journal of Mechanical Engineering Research & Developments (JMERE), 2020, Vol. 43, No. 3, pp. 164-173.

В других изданиях:

4. Хоанг Ву Тан. Усовершенствованный метод последовательных приближений в задаче синтеза субоптимального управления движением

- центра масс стационарного спутника Земли / Хоанг Ву Тан, Федоров А.В. // 17-я Международная конференция «Авиация и космонавтика - 2018». 19 - 23 ноября 2018 года. Москва. Тезисы. Сборник. - Типография «Люксор», 2018, с. 232-234.
5. Хоанг Ву Тан. Алгоритм генерации начального приближения в задаче поиска управления движением центра масс КА комбинированным методом оптимизации / Хоанг Ву Тан, Федоров А.В. // 24-я международная научная конференция «Системный анализ, управление и навигация». 30 июня - 7 июля 2019 года. г. Евпатория, Крым. Тезисы. Сборник. - М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2019, с. 184-186.
6. Хоанг Ву Тан. Алгоритм синтеза управления движением центра масс сервисного модуля при обслуживании КА на ГСО / Хоанг Ву Тан, Федоров А.В. // 18-я Международная конференция «Авиация и космонавтика – 2019». 18-22 ноября 2019 года. Москва. Тезисы. Сборник. - Типография «Логотип», 2019, с. 112-113.
7. Хоанг Ву Тан. Программно-моделирующий комплекс для проектирования алгоритмов управления движением сервисного модуля на геостационарной орбите / Хоанг Ву Тан // Международная конференция «Математическое моделирование». 17 ноября 2020 года. Москва. Тезисы. Сборник. - М.: Издательство «Перо», 2020, с. 625-626.
8. Хоанг Ву Тан. Алгоритм удержания сервисного модуля относительно обслуживаемого космического аппарата на геостационарной орбите / Хоанг Ву Тан // 19-я Международная конференция «Авиация и космонавтика – 2020». 23-27 ноября 2020 года. Москва. Тезисы. Сборник. - М.: Издательство «Перо», 2020, с. 322-323.