

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТЕЙ В НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ ВРАЩЕНИИ

Денякова М. Н.¹, Светиков Р. С.²

¹Московский государственный строительный университет (НИУ), г. Москва, Россия

²МОУ «Гимназия № 5», г. Юбилейный, Московская область, Россия

Процесс перемешивания вязких жидкостей связан с относительным сдвигом слоёв. Механизмы перемешивания жидкостей могут быть различными. Рассмотрим упрощённую схему такого механизма, состоящего из двух цилиндров. Внешний цилиндр неподвижен, имеет радиус R . Внешний цилиндр – это неподвижный стакан, в который наливается вязкая жидкость. Внутренний цилиндр имеет меньший радиус $r < R$ и располагается внутри внешнего цилиндра. Оба цилиндра коаксиальны, то есть имеют общую ось. Внутренний цилиндр вращается с угловой скоростью ω_0 , размешивая жидкость между цилиндрами. На цилиндрах угловые скорости жидкости такие же, как у цилиндров, то есть выполняется условие «прилипания» жидкости к стенкам цилиндров. Свободная поверхность жидкости при вращении изогнётся, станет отличной от горизонтальной. Однако в этой работе исследовать форму свободной поверхности вращающейся жидкости не будем.

Целью работы является определение закона распределения угловых скоростей слоёв вязкой вращающейся жидкости между двумя цилиндрами.

Актуальность работы заключается в повышении качества перемешивания неньютоновских жидкостей новыми механизмами в различных технологических процессах.

Практическая значимость работы состоит в возможности создания новых более эффективных механизмов перемешивания различных вязких жидкостей во многих технологических процессах, от размягчённых пластмасс до строительных растворов и криогенных компонентов.

Новизна работы заключается в предложенной новой реологической формуле и в выявлении новых свойств вращающихся жидкостей, необходимых для практического использования.

Как распределены угловые скорости частиц жидкости между вращающимся цилиндром и неподвижным?

Касательные напряжения τ в движущейся жидкости подчиняются реологическому

закону $\tau = \eta \left(\frac{dv}{d\rho} \right)^\alpha$, где $v = \omega\rho$ – линейная скорость частицы жидкой среды (м/с); ω –

угловая скорость вращения частицы жидкой среды (1/с); ρ – радиус вращения частицы жидкой среды (м); α – реологический коэффициент (безразмерный); η – вязкость

жидкости ($\text{Па} \cdot \text{с}^\alpha$). В случае жидкости Ньютона $\alpha = 1$, поэтому $\tau = \eta \frac{dv}{d\rho}$. В общем случае

неньютоновской жидкости $\alpha \neq 1$, поэтому $\tau = \eta \left(\frac{dv}{d\rho} \right)^\alpha = \eta \left(\frac{d(\omega\rho)}{d\rho} \right)^\alpha = \eta \left(\frac{d\omega}{d\rho} \rho + \omega \right)^\alpha$.

Получили линейное неоднородное дифференциальное уравнение $\frac{d\omega}{d\rho} \rho + \omega = A\rho^{\frac{-2}{\alpha}}$. Решаем это дифференциальное уравнение методом Лагранжа. Две

постоянные интегрирования для дифференциального уравнения первого порядка определяются из двух граничных условий для угловой скорости ω на вращающемся и на

неподвижном цилиндрах:
$$\begin{cases} \omega(r) = \omega_0 ; \\ \omega(R) = 0 . \end{cases}$$

Получили закон распределения угловых скоростей в случае $\alpha = 2$ в виде следующей формулы:
$$\omega(\rho) = \frac{\omega_0 r}{\ln \frac{R}{r}} \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \ln \frac{R}{\rho}.$$

Получили закон распределения угловых скоростей в случае $\alpha \neq 2$ в виде следующей

формулы:
$$\omega(\rho) = \frac{\omega_0 r}{\rho} \cdot \left(\frac{1 - \left(\frac{\rho}{R}\right)^{\frac{\alpha-2}{\alpha}}}{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{\alpha-2}{\alpha}}} \right).$$

При $\alpha \rightarrow +\infty$, то есть для «сверхвязких» жидкостей получаем следующий закон передачи угловой скорости вращения слоёв жидкости:
$$\omega(\rho) = \frac{\omega_0}{\frac{1}{r} - \frac{1}{R}} \cdot \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{R} \right).$$

Последняя формула – это предельный случай возможной раскрутки жидкости, верхняя граница угловых скоростей вращения слоёв неньютоновской жидкости. Быстрее этих скоростей вязкая жидкость раскручена быть не может. Это надо учитывать при создании механизмов перемешивания жидкостей.

Выводы.

1. Предложена новая реологическая формула для касательных напряжений в вязкой неньютоновской жидкости, которая лучше описывает строительные растворы.
2. Получен закон изменения угловой скорости вращения неньютоновской жидкости от радиуса между двумя цилиндрами – неподвижным внешним и вращающимся внутренним.
3. Получена асимптотика распределения угловой скорости вращения неньютоновской жидкости при больших показателях степени реологического коэффициента, которая является верхним пределом достижимых скоростей вращения жидкости в рассматриваемом простейшем механизме.
4. Показано, что ньютоновские жидкости в смысле реологического показателя степени близки к предельным.
5. Мало исследованы неньютоновские жидкости с малыми значениями показателя реологического коэффициента.