

**Министерство образования и науки Российской Федерации
Подольский институт (филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего профессионального образования
«Московский государственный машиностроительный
университет (МАМИ)»**

На правах рукописи

Миронова Любовь Ивановна

**Исследование и оптимизация высокоградиентных
термонапряженных состояний сочлененных оболочечных
конструкций в технологических процессах энергетического
машиностроения**

Специальность 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

**Диссертация на соискание ученой степени
доктора технических наук**



Научный консультант

**Федик И.И.
член-корреспондент РАН РФ,
доктор технических наук, профессор**

Москва 2014

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|---|-----------|
| Введение..... | 8 |
| ГЛАВА I. Обзор методов исследования и анализ высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций, обусловленных технологическими процессами энергетического машиностроения..... | 24 |
| §1.1. Некоторые научные проблемы в задачах модернизации отечественного энергетического машиностроительного комплекса..... | 22 |
| §1.2. Краткий исторический обзор ранее проведенных исследований термонапряженного состояния элементов конструкций и их предельных возможностей..... | 33 |
| §1.3. Феноменологическая модель предельного состояния обобщенной конструкции..... | 38 |
| §1.4. Термонапряженное состояние элементов конструкций энергетического машиностроения с учетом особенностей конструктивной формы и неоднородностей физико-механических характеристик..... | 43 |
| §1.5. Технологические факторы влияния на термонапряженное состояние элементов конструкций энергетического машиностроения, изготовленных методом сварки..... | 51 |
| §1.6. Основные технические требования, предъявляемые к конструкциям энергетического машиностроения..... | 57 |
| §1.7. Постановка задачи исследования и оптимизации высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций в технологических процессах энергетического машиностроения..... | 59 |

| | |
|--|-----|
| Глава II. Теоретические методы исследования термо-напряженного состояния элементов конструкций оболочечного типа в условиях действия тепловых нагрузок..... | 63 |
| § 2.1. Основные соотношения теории тонких упругих оболочек..... | 63 |
| § 2.2. Основные соотношения термоупругости для тонкой оболочки..... | 68 |
| § 2.3. Статическая и квазистатическая задачи термоупругости..... | 75 |
| § 2.4. Аналитические и численные методы определения внутренних напряжений при тепловом воздействии..... | 76 |
| § 2.5. Вариационные методы в решении задач теории тонкостенной упругой оболочки..... | 80 |
| § 2.6. Вариационные принципы теории термоупругости в случаях статической и квазистатической задач термоупругости.... | 87 |
| §2.7. Задачи минимизации с ограничениями в переходных процессах упругопластического состояния конструкции..... | 90 |
| § 2.8. Вариационно-разностный метод..... | 93 |
| § 2.9. Вариационная постановка задачи разрабатываемого метода для нахождения экстремального параметра, характеризующего предельное упругое состояние конструкции..... | 98 |
| | |
| Глава III. Теоретическое исследование экстремальных температурных полей и термонапряженных состояний оболочечных конструкций..... | 101 |
| §3.1. Постановка экстремальной температурной задачи в исследовании термонапряженных состояний тонких оболочек, обусловленных воздействием высокоградиентных температурных полей..... | 102 |

| | |
|---|------------|
| §3.2. Вариационная задача нахождения локального теплового экстремума в тонких оболочках при заданных условиях нагрева..... | 106 |
| §3.3. Математическая модель исследования температурного поля в условиях продольного локального нагрева образующей поверхности тонкой цилиндрической оболочки..... | 112 |
| §3.4. Математическая модель исследования температурного поля в условиях кольцевого локального нагрева образующей поверхности цилиндрической оболочки..... | 121 |
| §3.5. Математическая модель исследования температурного поля, действующего в плоскости, перпендикулярной к продольной оси оболочки..... | 124 |
| §3.6. Математическая модель исследования температурного поля, действующего в наклонной плоскости к продольной оси оболочки..... | 128 |
| §3.7. Обобщенные модели термонапряженного состояния оболочечных конструкций в решении экстремальной температурной задачи..... | 134 |
| | |
| Глава IV. Исследование термонапряженного состояния элементов конструкций с переменными геометрическими и физико - механическими характеристиками в условиях действия высокоградиентного температурного поля..... | 141 |
| §4.1. Локальное тепловое нагружение двух полых пересекающихся цилиндрических оболочек вращения, одна из которых является несущей..... | 141 |
| §4.2. Локальное тепловое нагружение двух пересекающихся цилиндрических оболочек вращения с переменной толщиной стенки..... | 148 |

| | |
|--|------------|
| §4.3. Математическое моделирование температурных полей и термонапряжений элементов конструкции форм литья на примере матрицы с переменной толщиной стенки..... | 154 |
| §4.4. Термонапряженное состояние многослойных конструкций с переменным модулем упругости в условиях термосилового нагружения..... | 160 |
| §4.5. Осесимметричное упругопластическое состояние многослойного цилиндра..... | 166 |
| §4.6. Упругопластическое состояние цилиндра при локальном нагреве поверхности движущимся источником тепла постоянной интенсивности..... | 170 |
| | |
| Глава V. Теоретическое исследование термонапряженного состояния сварных конструкций энергетического машиностроения..... | 177 |
| §5.1. Температурные напряжения в оболочечных конструкциях, изготовленных при помощи сварки..... | 180 |
| §5.2. Деформации и перемещения в зоне сварных соединений оболочечных конструкций..... | 195 |
| §5.3. Некоторые соотношения параметров режимов сварки с температурной зависимостью протекающего теплового нагрева... | 204 |
| | |
| ГЛАВА VI. Оптимизация термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций в технологических процессах энергетического машиностроения..... | 207 |
| §6.1. Постановка оптимизационной задачи. Общие подходы к ее решению..... | 207 |
| §6.2. Оптимизационная модель конструктивной формы, сочлененной двумя пересекающимися цилиндрами..... | 215 |

| | |
|--|------------|
| §6.3. Оценка точности приближенного решения задачи оптимизации конструктивной формы..... | 219 |
| §6.4. Задача на оптимальное сопряжение двух пересекающихся цилиндров..... | 229 |
| §6.5. Оптимизация высокоградиентных термонапряженных состояний сварной конструкции сосуда высокого давления в технологическом процессе сварки..... | 234 |
| §6.6. Оптимизация термонапряженных состояний сварных трубных конструкций..... | 239 |
| §6.7. Оптимизация термонапряженных состояний многослойной цилиндрической конструкции с учетом особенностей технологий изготовления и сборки структурных элементов..... | 246 |
| §6.8. Математическое обоснование построения алгоритма оптимизации и оценочных весовых функций..... | 254 |
| | |
| Глава VII. Экспериментальные исследования термонапряженного состояния сварных конструкций оболочечного типа..... | 265 |
| §7.1. Теория эксперимента и постановка задачи экспериментальных исследований..... | 265 |
| §7.2. Технология обеспечения точности измерений эксперимента | 270 |
| §7.3. Экспериментальное определение остаточных напряжений в зоне термического влияния углового сварного соединения в образце «угольник»..... | 275 |
| §7.4. Металлографические исследования зоны термического влияния углового сварного соединения..... | 286 |

| | |
|------------------------|-----|
| Основные выводы..... | 295 |
| Список литературы..... | 298 |
| Приложение А..... | 313 |
| Приложение Б..... | 317 |

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время энергетическое машиностроение является одной из приоритетных отраслей Российской экономики с высокой долей объема валового национального продукта. Современные требования к эксплуатационной надежности и долговечности объектов энергетики вызывают необходимость, как в модернизации существующего оборудования, так и в разработке новых конструкций из перспективных материалов с повышенными эксплуатационными свойствами. Изготовление многих элементов таких конструкций, как правило, связано с технологиями, которым характерны операции с высокими температурными режимами. Структурные превращения материалов вследствие интенсивных тепловых воздействий приводят к возникновению неоднородных высокоградиентных термонапряженных состояний в зонах технологического влияния. Следует отметить, что обеспечение прочностной надежности объектов энергетического машиностроения, основанное на анализе действительного напряженно-деформированного состояния элементов конструкций способствует повышению конкурентоспособности изделий в рамках современной инновационной политики и определяется Приоритетными направлениями развития науки, технологий и техники в Российской Федерации, а также Перечнем критических технологий Российской Федерации, утвержденных Президентом РФ от 7 июля 2011 года Пр-№ 899. Таким образом, разработка методов исследования и оптимизации высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций энергетического машиностроения с учетом особенностей технологических процессов изготовления является актуальной задачей и имеет важное хозяйственное значение.

Существующие проблемы продления сроков эксплуатации объектов атомной энергетики обозначили востребованность научно-технического обоснования прочности и надежности энергетического оборудования,

охватывающего широкий круг вопросов обеспечения качества проектирования, изготовления и эксплуатации элементов конструкций, их несущей способности и вероятности разрушения, а также используемых для этих целей методов и средств анализа напряженного состояния конструкций¹.

К числу наиболее распространенных конструкций энергетического машиностроения оболочечного типа относятся тепловыделяющие элементы атомной техники, сосуды высокого давления энергетических аппаратов, корпусные конструкции энергетических установок, детали и узлы технологической оснастки металлургического производства и пр. Типичным для них является сложная конструктивная форма, состоящая из многих сочлененных между собой оболочечных элементов: обечаек, сферических днищ, патрубков, штуцеров, трубопроводов и т.д. Наличие неразъемных стыковых и сопряженных деталей существенно влияет на прочность и несущую способность всего изделия в целом.

Из большого числа возможных типов соединений отдельных узлов в единую конструктивную форму широкое распространение получили сварные соединения, образованные продольными, кольцевыми, меридиональными и многими контурными сварными швами. Технологическим процессам их изготовления характерны локальное неоднородное высокоградиентное термонагружение, объемная деформация металла в зоне влияния, концентрация упругопластических напряжений в окрестностях сварного соединения, способствующих образованию технологических дефектов в виде трещин и усадочной пористости. Сочетание негативных факторов технологического характера и конструкционных особенностей в определенных условиях может привести к снижению эксплуатационных свойств и возможному последующему разрушению конструкции.

Следует подчеркнуть, что технологические процессы энергетического машиностроения, связанные с высокотемпературным нагружением, такие как

¹ Решение 8-го Межотраслевого семинара «Прочность и надежность оборудования» ГК «Росатом» г. Звенигород Московской области, октябрь 2013г.

сварка, термообработка, индукционный нагрев и пр., в настоящее время являются безальтернативными в изготовлении несущих оболочечных конструкций энергетических установок, прочностная надежность которых существенно зависит от остаточного напряженного состояния. Концентрация местных растягивающих температурных напряжений в местах сочленения формы способствует развитию трещин при эксплуатации и может приводить к потере устойчивости. Жесткие требования, предъявляемые к подобным конструкциям, включают в числе прочих вопросы обеспечения минимальных по величине температурных деформаций, размерной стабильности и точности изготовления основных несущих элементов. Во многих случаях, когда ресурсы оптимального проектирования исчерпаны, первостепенное значение в создании высококачественного энергетического оборудования приобретают технологии изготовления, которым свойственно возникновение в конструкциях упругопластических деформаций. Мероприятия, связанные со снижением опасных уровней температурных напряжений и деформаций, требуют разработки соответствующих методов оптимизации термонапряженных состояний, обоснованных критериальными системами качества, формализацией класса допустимых управлений, выбором ограничений и целевой функции, позволяющих осуществлять целевое управляющее воздействие.

Существующие аналитические и численные методы определения напряженного состояния элементов конструкций не всегда дают объективные результаты в вопросах исследования высокоградиентных неоднородных температурных полей и напряжений, связанных с технологиями изготовления. Этим задачам свойственно одновременное рассмотрение сравнимых по величине возникающих упругих и пластических деформаций. Подобные процессы еще недостаточно изучены. Используемые математические модели не в полной мере описывают особенности практических задач, а в ряде практических случаев решения отсутствуют вовсе. Исследование краевых температурных эффектов определяет

необходимость разработки адекватных расчетных моделей и новых подходов, корректно интегрирующих основополагающие зависимости теории термоупругости и механики деформируемого твердого тела (МДТТ) в реальные условия термосилового воздействия. Разрабатываемые математические модели и методы в решении такого класса задач должны учитывать нестационарный характер нагружения концентрированным источником тепла, зависимость от температуры теплофизические и механические свойства материала, геометрические параметры сочлененных элементов, структурные и термомодеформационные процессы в зоне технологического влияния. Обеспечение требований эксплуатационной безопасности деталей и узлов энергетических установок вызывает необходимость в развитии современных расчетных и экспериментальных методов анализа напряженно-деформированного состояния ответственных элементов конструкций.

В связи с этим разработка научно-обоснованных математических моделей и методов исследования высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных конструкций в технологических процессах энергетического машиностроения, практическая реализация оптимизационных моделей и подходов на этапах жизненного цикла «проектирование – изготовление – эксплуатация», является актуальной проблемой механики деформируемого твердого тела, имеющей прикладное и теоретическое значение.

Возникающая при этом задача обеспечения прочностной надежности и долговечности конструкций энергетического машиностроения, работающих в условиях действия высоких температур и давлений, наиболее важна в создании отечественной конкурентоспособной техники. Отсюда непосредственно вытекает *актуальность* темы диссертационной работы.

Целью работы являются разработка, практическая реализация адекватных моделей и расчетно-экспериментальных методов исследования и оптимизации высокоградиентных термонапряженных состояний

сочлененных конструкций оболочечного типа, обусловленных особенностями технологических процессов энергетического машиностроения.

Для достижения указанной цели поставлены и решены следующие *основные* задачи:

1. Дано теоретическое обоснование расчетно-экспериментальных методов исследования высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций в технологических процессах энергетического машиностроения на основе энергетических методов термоупругости, теории экстремальных задач и вариационных принципов механики деформируемого твердого тела.

2. Разработана феноменологическая модель предельных состояний и переходных процессов, на основе которой проведено математическое моделирование высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных конструкций, подверженных действию неоднородных температурных полей в процессе изготовления.

3. Разработаны математические модели и получены аналитические решения в экстремальных задачах для исследования высокоградиентных температурных полей, действие которых может приводить к предельным состояниям оболочечных конструкций в переходных процессах – из упругого в упругопластическое.

4. Разработаны математические модели определения параметров термонапряженного состояния сочлененных конструкций сложной геометрической формой с переменными физико-механическими свойствами, испытывающих локальные высокоградиентные термонагружения, адаптированные к реальным условиям технологии сварки.

5. Разработаны методы и алгоритмы оптимизации термонапряженных состояний сочлененных конструкций оболочечного типа на основе системы критериев качества, выбора оптимальной конструктивной формы и оптимального управления параметрами технологических процессов

изготовления. Математически обосновано построение оценочных весовых функций.

6. Проведены экспериментальные исследования остаточных температурных напряжений на образцах натурной сварной конструкции с учетом особенностей технологического процесса сварки.

7. Разработаны оригинальные методики экспериментального исследования остаточных напряжений в реальных сварных оболочечных конструкциях и новые технические средства для проведения экспериментов.

8. На основе разработанных методов проведено исследование натурной сварной алюминиевой конструкции сосуда высокого давления и даны практические рекомендации по оптимизации высокоградиентных термонапряженных состояний, локализованных в зонах термического влияния продольных и кольцевых сварных швов.

Научная новизна результатов работы заключается в следующем:

1. Дано теоретическое обоснование новых математических моделей и принятых подходов механики деформируемого твердого тела в исследовании высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций энергетического машиностроения.

2. Развит и осуществлен феноменологический подход в моделировании термонапряженных состояний для оценки предельных параметров переходных процессов из упругого в упругопластическое состояние.

3. Разработан универсальный подход к определению экстремальных температурных полей на основе минимизации функционала упругой энергии деформации оболочки в энергетическом пространстве, позволяющий применить единую методику решения температурной задачи.

4. На основе аналитического решения экстремальной температурной задачи развит и адаптирован новый расчетный метод определения параметров термонапряженного состояния сочлененных оболочечных конструкций с учетом реальных условий термонагружения в технологических процессах энергетического машиностроения.

5. В континуальном приближении построены новые математические модели определения полей температурных напряжений и деформаций в местах сочленения элементов конструкций, характерных резкому изменению контура, геометрической неоднородности с температурно зависимыми физико-механическими свойствами материалов.

6. Получено решение обратной задачи термоупругости, позволяющее в условиях действия неоднородного высокоградиентного термонагружения оптимизировать уровни температурных напряжений в оболочечных элементах конструкций и назначать оптимальные геометрические и технологические параметры.

7. На основе предложенных системы критериев качества и алгоритмов оптимизации разработаны методы оптимизации высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций в технологических процессах энергетического машиностроения.

8. Разработаны экспериментальные методы исследования остаточных термонапряженных состояний сварных конструкций оболочечного типа, основанные на корреляции металлографических и механических методов определения остаточных напряжений. Такой подход позволил верифицировать предложенные модели и методы в исследовании действительных высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций энергетического машиностроения.

Достоверность полученных результатов обеспечивается использованием основных положений и методов теории термоупругости и механики деформируемого твердого тела, разработанных алгоритмов компьютерной проверки, корректностью экспериментальных методов определения температурных напряжений с применением современной аппаратуры, а также апробированных методов и пакетов математического моделирования. Корреляция теоретических и экспериментальных исследований с погрешностью, не превышающей 10%, в достаточно полной

мере гарантирует обоснованность и достоверность результатов диссертационной работы.

Практическая значимость и внедрение результатов. Использование разработанных методов и моделей, адаптированных к реальным условиям технологических процессов энергетического машиностроения, позволяет оптимизировать высокоградиентные термонапряженные состояния сочлененных оболочечных конструкций в жизненном цикле «проектирование – изготовление – эксплуатация». Проведенные исследования могут найти применение в разработке перспективных энергетических конструкций с повышенными эксплуатационными свойствами. Новизна и оригинальность разработанных технических средств нагружения и измерения перемещений подтверждены патентом на изобретение №2453823 от 20.06.2012.

Результаты диссертационной работы внедрены в расчетную практику заинтересованных организаций и используются при проектировании изделий новой техники, что подтверждено актами и справками внедрения от предприятий: 1. ОАО «ИНЦ ТЕМП» г. Москва, 2014г. 2. ОАО «ПЭМЗ спецмаш», г. Подольск Московской области, 2014г. 3. ЗАО «Опыт» ОАО «Машиностроительный завод «Зио – Подольск» г. Подольск Московской области, 2013г. 4. ООО «Инструмент» г. Подольск Московской области, 2013г. 5. ООО «Компания Корд» Подольский район, поселок Львовский Московской области, 2013г.

На защиту выносятся:

1. Теоретическое обоснование адекватных моделей, расчетно-экспериментальных методов исследования и оптимизации высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций энергетического машиностроения, адаптированных к производственным условиям технологических процессов, на основе энергетических методов термоупругости, теории экстремальных задач и вариационных принципов механики деформируемого твердого тела.

2. Единый подход в исследовании экстремальных температурных полей для решения квазистатической несвязанной и связанной задач термоупругости.

3. Разработанные расчетные методы и модели определения температурных полей и деформаций в пограничных переходных процессах из упругого в упругопластическое состояние.

4. Адекватные расчетные модели теоретического исследования остаточного напряженного состояния сварных оболочечных конструкций.

5. Разработанные методы оптимизации высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций на основе принятой критериальной системы качества и выбора оптимальных значений целевой функции.

6. Экспериментальные методы исследования остаточных напряжений в натуральных сварных оболочечных конструкциях.

7. Результаты исследования по оптимизации высокоградиентных термонапряженных состояний натуральных сочлененных оболочечных конструкций энергетического машиностроения и практические рекомендации, способствующие снижению уровней температурных напряжений в технологических процессах изготовления.

Апробация работы. Основные положения и результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях и семинарах: 1. XX Петербургские чтения по проблемам прочности, г. Санкт-Петербург, 2010 г. 2. V-я Евразийская научно-практическая конференция «Прочность неоднородных структур», г. Москва, 2010 г. 3. XI Всероссийский Симпозиум по прикладной математике, г. Кисловодск, 2010 г. 4. VI Всероссийская научно-практическая конференция «Актуальные задачи математического моделирования и информационных технологий», г. Сочи, 2010 г. 5. XI Всероссийский Симпозиум по прикладной математике, г. Дагомыс, 2010 г. 6. VI Евразийской научно-практической конференции «Прочность неоднородных структур». М. НИТУ МИСиС, 2012

г. 7. XX Петербургские чтения по проблемам прочности, посвященные памяти профессора В.А. Лихачева. С-Петербург, 2012 г. 8. V международная конференция «Проблемы механики современных машин». Улан-Уде, 2012 г. 9. XIII Всероссийский Симпозиум по прикладной математике, г. Петрозаводск, 2012 г. 10. XIII Всероссийский симпозиум по прикладной и промышленной математике, Сочи-Вардане, 2012 г. 11. XIV Всероссийский симпозиум по прикладной и промышленной математике г. Йошкар-Ола, 2013 г. 12. 54-я Международная конференция «Актуальные проблемы прочности», г. Екатеринбург, 2013 г. 13. Международная конференция «Машины, технологии и материалы для современного машиностроения», посвященная 75-летию Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, г. Москва, 2013г. 14. V Международная конференция «Деформация и разрушение материалов и наноматериалов», ФГБУН Институт металлургии и материаловедения им. А.А. Байкова РАН, г. Москва, 2013г. 15. 8-й Межотраслевой семинар «Прочность и надежность оборудования» ГК «Росатом», ОАО «НИКИЭТ» г. Звенигород Московской области, 2013г. 16. XX Международный симпозиум «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова, МАИ (НИУ), г. Москва, 2014г.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 45 работ, включая 27 научных статей в изданиях, входящих в перечень ведущих рецензируемых научных журналов, рекомендованных ВАК РФ, а также 1 монографию.

В первой главе изложены некоторые сдерживающие факторы развития отечественной экономики, к которым относятся устаревший парк оборудования, большой износ основных фондов, высокая доля импортного основного оборудования при оснащении предприятий. Взятый Российским Правительством курс на новую индустриализацию страны ставит перед разработчиками новые задачи: повышение конкурентоспособности, эффективности экономики, производительности труда и снижение издержек. Многие отрасли экономики, в том числе энергетическое машиностроение,

базируются на работе оборудования в условиях действия высоких температур и давлений. Поэтому поставленная задача требует от разработчиков создание современной техники с безотказной работоспособностью, высокой прочностной надежностью и с достаточным запасом необходимого эксплуатационного ресурса.

Приведены сравнительные характеристики температурного диапазона работы и конструктивные особенности корпусных сборок, узлов и деталей энергетических аппаратов. Типичным для них является оболочечная форма, сочлененная различными элементами: штуцерами, патрубками, трубными пучками, многослойными стенками и т.д. Отмечено, что традиционные методики расчетов на прочность таких агрегатов не могут иметь единые подходы, и в полной мере охватить все факторы влияния в виду технической сложности изделий с одной стороны, и соблюдения оптимального снижения затрат на изготовление – с другой.

Решение такой проблемы, возможно, прежде всего, в проведении комплексных исследований высокоградиентных термонапряженных состояний конструкции, определения ее предельных возможностей на основе фундаментальных научных теорий термоупругости, уточненных прикладных методов МДТТ, включая все жизненные стадии изделия: проектную разработку, этапы изготовления и режимы последующей эксплуатации. С этой целью приведен исторический обзор и анализ работ, посвященных исследованиям данной тематики.

С учетом совокупных факторов влияния, как в процессе изготовления, так и в процессе эксплуатации предложено разработать расчетные методы исследования и оптимизации высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций, адаптированных к реальным условиям технологических процессов энергетического машиностроения, на основе теорий термоупругости, экстремальных задач и вариационных методов механики деформируемого твердого тела.

Сформулирована постановка задачи теоретического и экспериментального исследований.

Во второй главе диссертационной работы приведены основные соотношения теории тонких оболочек. Выделены особенности этих соотношений в теории термоупругости. Для решения задач, связанных с нахождением температурных полей напряжений и деформаций, изложены основные положения некоторых теоретических методов определения температурных напряжений (аналоговых и численных), применительно к конструкциям оболочечного типа. Рассмотрены их преимущества и недостатки.

Освещены основные положения вариационных методов термоупругости и механики деформируемого твердого тела, построенные на произвольных вариациях тензоров перемещений и напряжений, удовлетворяющие уравнениям совместности деформаций и равновесия для элемента конструкции оболочечного типа, в основе которых принят метод минимизации функционала потенциальной энергии упругого тела.

Сформулированы основные подходы разрабатываемого метода в нахождении экстремального температурного параметра и соответствующего ему предельного упругого состояния конструкции оболочечного типа. Это позволило в дальнейшем построить адекватные расчетные модели для исследования экстремальной температурной задачи с целью оптимизации термонапряженных состояний оболочечных конструкций и нахождения оптимального решения для выбора искомых параметров, существенно снижающих уровень температурных напряжений.

В третьей главе диссертационной работы приведено теоретическое обоснование расчетных моделей и методов решения температурной задачи для исследования экстремальных температурных полей и соответствующих им термонапряженных состояний оболочечных конструкций в переходных процессах из упругого состояния в упругопластическое. Такая задача отнесена к классу экстремальных, и для ее решения предлагается

использовать математический аппарат теории экстремальных задач. На основе минимизации функционала упругой энергии оболочки разработан метод теоретического исследования экстремальных температурных полей и построены новые адекватные модели для определения параметров высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций, адаптированных к технологическим процессам энергетического машиностроения.

В четвертой главе диссертационной работы приведено решение температурной задачи для сочлененных конструкций оболочечного типа с физико-механическими и геометрическими неоднородностями. Отмечено, что распространенными конструкциями энергетического машиностроения являются сосуды высокого давления, которые должны удовлетворять условиям прочности, устойчивости, герметичности, коррозионностойкости и пр. Как, правило, они состоят из обечаек, сферических днищ и патрубков, соединение которых производится при помощи сварки. Для таких случаев предложена расчетная модель, соответствующая конструкции, образованной пересечением двух тонкостенных цилиндров вращения. Ее особенностью являются неоднородная толщина меридиональной стенки и резкое изменение контура. Сингулярность параметров внешней формы преодолена путем соблюдения условий сопряжения поверхностей двух цилиндрических оболочек третьей. Это позволило выделить область исследования, где выполняются условия непрерывности, дифференцируемости функций и вариаций отображения.

Рассмотрены многослойные конструкции и выделены особенности технологических процессов их изготовления и сборки. Разработанные математические модели исследования термонапряженного состояния таких конструкций построены на решении упругопластической задачи для кольца. Предложенные адекватные модели взяты в дальнейшем за основу в разработке методов оптимизации высокоградиентных термонапряженных

состояний сочлененных оболочечных конструкций в технологических процессах энергетического машиностроения.

Пятая глава диссертационной работы посвящена теоретическому исследованию термонапряженного состояния сварных оболочечных конструкций энергетического машиностроения. Определены максимальные уровни температурных напряжений, возникающих в термической зоне сварного шва натурной конструкции сосуда высокого давления. За основу расчетов приняты разработанные ранее модели.

Определены деформации и перемещения в сварных зонах. Получены соотношения между эффективной тепловой мощностью дуги источника и температурными усилиями, обусловленными высокоградиентными температурными полями, позволяющие выявить зависимость между параметрами сварки (скорость сварки, величины сварочного тока и падения напряжения на дуге) и максимальными уровнями температурных напряжений. Отсюда появляются возможности оптимизации технологических процессов сварки и получения сварной конструкции с минимальным уровнем остаточного напряженного состояния.

Шестая глава диссертационной работы посвящена разработке моделей и методов оптимизации высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций энергетического машиностроения. Предложенные оптимизационные модели адаптированы к реальным условиям технологических процессов изготовления. Приведены конкретные примеры оптимизации сварных конструкций оболочечного типа, имеющих сравнительно низкие уровни остаточных напряжений в зоне технологического влияния. В заключение шестой главы приводится математическое обоснование построения весовых функций, которые в предложенном расчетно-феноменологическом методе могут быть взяты за основу оценочных критериев в переходных процессах из упругого в упругопластическое состояние. Показано, что одним из путей разработки оценочного инструментария является сведение многих критериев к одному

путем введения априорных весовых коэффициентов для каждого из критериев на основе поиска общности закономерностей или зависимостей, в качестве которой принимается уравнение механики сплошной неоднородной изотропной среды в перемещениях.

В седьмой главе диссертационной работы проведена верификация расчетного метода исследования термонапряженных состояний сварных конструкций оболочечного типа, обусловленных действием высокоградиентных температурных полей. Экспериментально определены остаточные температурные напряжения в натуральных сварных образцах на основе механического и металлографического методов исследования.

Проведенные экспериментальные исследования показали хорошее совпадение экспериментальных данных с расчетными значениями остаточных напряжений. Их отклонение находится в пределах 10%, что подтверждает корректность разработанных адекватных моделей и расчетных методов определения температурных напряжений, обусловленных особенностями технологического процесса сварки.

В заключение диссертационной работы приведены основные выводы. Полученные в диссертации научные и практические результаты можно квалифицировать как решение научной проблемы, имеющей важное хозяйственное значение в обеспечении прочностной надежности и эксплуатационной долговечности конструкций энергетического машиностроения. Изложенные новые технические и технологические решения в исследовании и оптимизации высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций с учетом полного жизненного цикла «проектирование – изготовление – эксплуатация» позволяют решать практические задачи, связанные с вопросами продления эксплуатационного ресурса объектов энергетического машиностроения, внедрение которых вносит значительный вклад в развитие страны.

Автор выражает благодарность научному консультанту член-корреспонденту РАН РФ, доктору технических наук, профессору Федику И.И. и признательность творческому коллективу Подольского института (филиала) Московского государственного машиностроительного университета (МАМИ), а также его руководителю – доктору технических наук, профессору Иванову С.Д. за техническое обеспечение проведения экспериментальных работ.

ГЛАВА I. ОБЗОР МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ И АНАЛИЗ ВЫСОКОГРАДИЕНТНЫХ ТЕРМОНАПРЯЖЕННЫХ СОСТОЯНИЙ СОЧЛЕНЕННЫХ ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ, ОБУСЛОВЛЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО МАШИНОСТРОЕНИЯ

§1.1. Некоторые научные проблемы в задачах модернизации отечественного энергетического машиностроительного комплекса

В настоящее время развитие многих отраслей отечественной экономики сдерживается наличием ряда проблем, одними из которых являются устаревший парк оборудования, большой износ основных фондов, высокая доля импортного основного оборудования при оснащении предприятий. Поэтому взятый Правительством Российской Федерации курс на новую индустриализацию России [96, 143] ставит перед разработчиками новые задачи. Это повышение конкурентоспособности, эффективности экономики, производительности труда и снижение издержек. Так, например, в энергетическом и атомном машиностроении приоритетными направлениями являются разработка и внедрение атомных станций малой мощности (АСММ) – плавучих, транспортабельных и стационарных. В свою очередь изготовление таких агрегатов требует модернизации смежных промышленных отраслей, таких как металлургическое производство, заготовительное, инструментальное и т.д. Все перечисленные отрасли базируются на работе оборудования, обеспечивающего протекание высокотемпературных процессов. Поэтому поставленная задача требует от разработчиков создание современной техники с безотказной работоспособностью, высокой прочностной надежностью и с достаточным запасом необходимого эксплуатационного ресурса.

Прорыв в модернизации экономики связывают, прежде всего, с созданием научно-технических и технологических разработок, внедрением инновационных проектов на основе результатов проведенных достоверных

научных изысканий, формирования интеллектуальной собственности и т.д. Это, в свою очередь, требует современных методов исследования (расчетных и экспериментальных), новых методик испытаний с использованием инновационных технологий в контрольно - измерительной технике, компьютерных технологий моделирования и имитации протекающих процессов.

Одной из основных научных проблем обеспечения конструктивной работоспособности и прочностной надежности изделий, работающих в условиях высоких температур, является разработка научно обоснованных эффективных мероприятий, исключающих появление в конструкции упругопластических деформаций на протяжении всего гарантированного ресурса эксплуатации, приводящих к потере устойчивости и разрушению ее элементов. Следовательно, проводимые расчеты должны базироваться на фундаментальных знаниях соответствующих научных дисциплин, к которым относятся теория термоупругости, механика деформируемого твердого тела, теории предельных состояний, механика разрушения, теория упругопластического деформирования и ползучести элементов конструкций. Во многих случаях расчеты проводятся на основе эмпирических зависимостей искомых параметров, принятых рекуррентных формул, полученных еще советскими учеными.

В настоящее время следует уточнять характеристики разрабатываемых конструкций по многим параметрам, например, анизотропные механические и теплофизические свойства новых материалов, геометрические неоднородности несущих поверхностей, быстроменяющиеся режимы эксплуатации. Все это в совокупности влияет на переходные процессы упругого состояния конструкции в упругопластическое. Поэтому уточненная оценка предельного упругого состояния конструкции может в значительной мере расширить возможности существующих расчетных методов.

Традиционные методики расчетов на прочность и надежность изделий, работающих в условиях высоких температур, не могут в полной мере

охватить все факторы влияния на элементы конструкций в виду технической сложности изделий с одной стороны, и соблюдения оптимального снижения затрат с другой. Решение такой проблемы возможно, прежде всего, при проведении комплексных исследований напряженно-деформированного состояния (НДС) конструкции на основе фундаментальных научных теорий и уточненных прикладных методов, включая все жизненные стадии изделия от проектной разработки, этапов изготовления и последующей эксплуатации. Последнее обстоятельство определяет цель представленной диссертационной работы, в которой особое внимание уделено исследованию и оценки термонапряженного состояния ответственных конструкций энергетического машиностроения, металлургического производства и изделий специального назначения.

Приведем сравнительные характеристики температурного диапазона работы элементов некоторых энергетических ядерных реакторов, табл. 1.1.

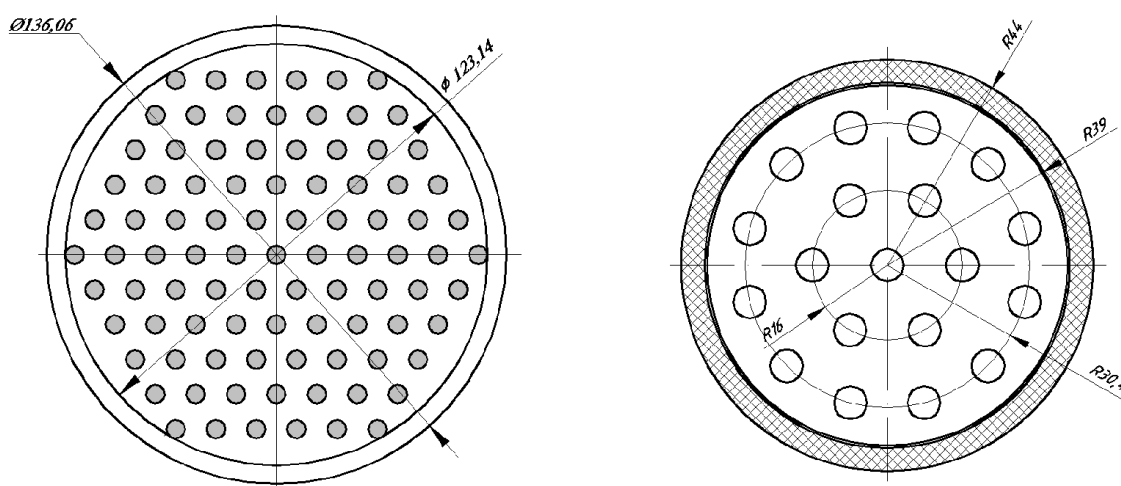
Таблица 1.1

Сравнительные характеристики реакторов

| Реактор | Тепловая мощность, МВт сут/т | Топливо | Выгорание, МВт сут/т | Размеры стержня/таблетки, мм | Максимальная температура оболочки/центра сердечника, °С | Оболочка |
|----------------------------|------------------------------|-----------------------------------|----------------------|------------------------------|---|-------------------|
| 1. ВВЭР-210 | 760 | UO ₂ | 19000 | 2570×10,2/8,8 | 300/2200 | Zr-1%Nb |
| 2. РБМК-1000 | 3200 | UO ₂ | 18100 | 3430×13,5/11,52 | 295/1800 | Циркониевый сплав |
| 3. БН-600 | 1470 | UO ₂ -PuO ₂ | 61600 | 1060×6,1/5,4 | 700/1450 | Нержавеющая сталь |
| 4. Газоохлаждаемый реактор | 40 | UO ₂ | 10000 | - | 620/1450 | Zr-0,01%Nb |

Так, например, разрабатываемый отечественный газоохлаждаемый реактор (табл.1.1, п.4) является основной энерговырабатывающей установкой АСММ и ЯЭУ ГРЭМ. Его геометрические параметры представлены на рис. 1.1.

Приведенные данные показывают, что интервалы температурных режимов оболочки и центра сердечника в реакторных установках отличаются незначительно, в то время как, размеры тепловыделяющих элементов имеют существенные различия.



*Геометрия активной зоны реактора;
91 канал*

*Размещение твэлов в топливной сборке с
внешним диаметром 6,9 мм*

Рис.1.1. Геометрические параметры газоохлаждаемого реактора

Могут ли быть применимы существующие методики расчетов на прочность и надежность, основанные на допускаемых параметрах, нормативных коэффициентах запаса или статических методах расчета, к таким элементам конструкций? Ответ однозначен. Могут, но только в комплексном исследовании термонапряженного состояния ответственных узлов и механизмов, включая фундаментальные положения теорий теплопроводности, термоупругости, материаловедения, механики деформируемого твердого тела и многие другие смежные научные дисциплины.

Заготовительное производство основных элементов конструкций энергетического машиностроения (обечайки сосудов высокого давления, днища, крышки, патрубки, трубные пучки и т.д.) требует создание эффективного парка оборудования и соответствующего технического

оснащения, в которое входят технологическая оснастка формообразования, сварочные установки и приспособления, инструмент (универсальный, оригинальный) и т.д. Перечисленная номенклатура относится к оригинальным дорогостоящим конструкциям, работающим в условиях термосилового нагружения. Эффективность их применения заключается в выполнении следующих основных требований: конструкции должны обладать многообразием применения, обеспечивать надежную работоспособность в технологиях изготовления заготовок и иметь достаточный эксплуатационный ресурс. В качестве иллюстративного примера приведем фотографии диска и формообразующей матрицы, способ изготовления диска – литье под давлением, рис. 1.2.



Матрица



Литая деталь

Рис.1.2. Фотография литого изделия и ее формообразующей матрицы

Нарушение эксплуатационных параметров элементов оснастки обусловлено взаимодействием расплавленного металла с поверхностью форм литья. Конечным результатом такого взаимодействия является изменение структуры поверхностного слоя материала с последующим снижением прочности, предела текучести, образования микротрещин. При этом степень деградации материала оснастки определяется уровнем и характером распределения температурных напряжений. Определение

термонапряженного состояния и предельных возможностей литевых форм весьма важны для прогнозирования и оптимизации конструкций оснастки в условиях эксплуатации. Поэтому качеству оснастки и ее эксплуатационной стойкости уделяется большое внимание. Если учесть, что стоимость подобных форм литья в настоящее время колеблется в пределах сотен миллионов рублей, то вопросы ее оптимальности и прочностной надежности имеют первоочередное значение.

Любая натурная деталь проходит технологические этапы изготовления, вследствие чего ее НДС характеризуется наличием остаточных напряжений. Поскольку многие элементы конструкций энергетического машиностроения, такие как днища, крышки, трубопроводы, фланцы производятся с помощьюковки, горячей штамповки, а также методами горячего и холодного волочения, то остаточные температурные напряжения, обусловленные высокими термосиловыми нагружениями, могут являться концентраторами местных напряжений. Наличие последних в совокупности с технологическими дефектами существенно влияют на состояние конструкции в процессе эксплуатации. Ниже приведены фотографии возможных разрушений конструкций, не выработавших своего гарантированного ресурса, рис. 1.3, 1.4.



Рис. 1.3. Износ канала трубопровода из стали 15ГС вследствие воздействия рабочей среды



Рис. 1.4. Примеры разрушения элементов силовых конструкций, применяемых в энергетическом машиностроении

Отдельно отметим технологию изготовления ответственных конструкций энергетического машиностроения методом сварки. Высокие температурные режимы в узких зонах сварного шва приводят к появлению высоких температурных напряжений. Их характер быстро меняется, на малом расстоянии растягивающие напряжения переходят в сжимающие. В местах сварных соединений наблюдается высокий уровень технологических напряжений. Большое влияние на размерную стабильность при изготовлении сосудов высокого давления оказывают перекрестные сварные швы, которые приводят к деформативности изделия, образованию продольных прогибов и

кольцевых сужений, рис. 1.5. Такие негативные технологические дефекты способствуют развитию трещин и последующему разрушению конструкции.



Рис. 1.5. Обечайка подпиточного бака с перекрестными сварными швами

Вопросы оптимального проектирования и оптимизации сварочных процессов весьма важные для разработчиков и изготовителей. В их числе должны решаться проблемы с учетом требований, направленных на создание экономически-целесообразных конструктивных форм изделий с гарантированной прочностной надежностью и внедрение инновационных технологических процессов изготовления, оптимизированных по текущим параметрам технологического воздействия, позволяющих получать конструкции с наименьшим остаточным напряженным состоянием. Такой подход возможен на основе проведения комплексных исследований действительной работы и анализа напряженно-деформированного состояния элементов конструкций, включая теории предельного состояния.

Так, например, в работе [98] приведены методики расчетов по предельному состоянию и статистический расчетный метод, где было отмечено, что опыт применения метода предельных состояний при расчете корпусов ядерных реакторов (ЯР) показал ограниченность принятых коэффициентов запаса, которые не учитывают возможных случайных отклонений. Данный недостаток компенсировался применением

вероятностной теорией надежности. Вероятность отказа корпуса реактора определялся прочностью конструкции (несущей способностью), охарактеризованной параметрами нагрузки и материала. Предполагалось, что предельное состояние не наступит, если

$$P(q_1, q_2, \dots, q_n) < (r_1, r_2, \dots, r_n),$$

где P - усилие, действующее на корпус реактора, зависящего от ряда случайных параметров q_i ; - несущая способность в виде функций случайных величин r_i .

Отмечалось, что для стационарного процесса работы корпуса одномерная плотность вероятности не зависит от времени. При этом условии должно соблюдаться равенство

$$f(\sigma, \sigma_T) = f_1(\sigma) \cdot f_2(\sigma_T),$$

где σ - случайное напряжение; σ_T - случайный предел текучести. В оценке качества опасного состояния рассматривалось неравенство – $\sigma_T < \sigma < \sigma_T$, т.е. принималось условие равенства напряжений пределу текучести.

Все это оправдано, но требует значительного периода наблюдения и сбора информации, ее последующей статистической обработки. В то время как разработчику необходимо назначать размеры на изделие в процессе проектирования. Поэтому весьма важно в этот период иметь разработанные методики, позволяющие строить расчеты по предельным нагрузкам, при которых сохраняется термоупругое состояние конструкции, определять границы интервала переходных процессов (от упругого в упругопластическое состояние). С этой целью проведем исторический обзор и анализ работ, посвященных исследованию термонапряженного состояния в данной тематике.

§1.2. Краткий исторический обзор ранее проведенных исследований термонапряженного состояния элементов конструкций и их предельных возможностей

Задачи расчета температурных напряжений в пределах упругости решаются для заданного, обычно постоянного во времени температурного поля. Систематическое изложение этого вопроса и решение ряда задач термоупругих напряжений можно найти в трудах Н.Н. Лебедева [91], Е. Мелана [97], Г. Паркуса [130] и др. литературе.

Весьма важным вопросом для решения инженерных задач является определение напряжений в пределах упругости при изменяющемся во времени температурном поле. Влияние нестационарных тепловых режимов, приводит к росту уровней температурных напряжений, который может быть опасен для прочности вследствие возможного развития ползучести материалов. Исследование предельных состояний элементов конструкций требует решения задачи о нестационарной теплопроводности и определения максимальных температурных напряжений, которым сопоставимы переходные процессы из упругого в упругопластические состояния. Некоторые аспекты решения поставленной задачи приведены в работах Б.Е. Гейтвуда [39]. Нелинейным проблемам теории упругости и пластичности посвящены работы академиков В.В. Новожилова, Ю.Н. Работнова, профессоров Л.М. Качанова, А.И. Лурье и др [80, 144, 145].

На основании постулата изотропии А.А. Илюшиным сформулирована весьма общая тензорно-линейная связь между напряжениями и деформациями с коэффициентами, являющимися функционалами процесса. Различного рода упрощения этой задачи (сокращение количества функционалов или замена их функциями) получены на основании дополнительных гипотез, например, гипотезы о компланарности векторов напряжений, приращений напряжений и деформаций. Эту теорию с успехом применил С. Д. Иванов при разработке методов экспериментального

определения температурных напряжений. Одновременно с этим развивается теория термоупругости. Данному обстоятельству способствовала необходимость решения проблем при разработке новых конструкций паровых и газовых турбин.

Первоначально решение задач о термоупругих напряжениях проводилось на основе теорий, разработанных Дюамелем (1838г.) и Нейманом (1914г.). Ограниченность теоретических положений не позволяли рассматривать процессы термоупругого деформирования с учетом термодинамических процессов. Большой интерес специалистов проявляется к работам А.Д. Коваленко, посвященным вопросам термоупругости пластин и оболочек. В его работах расчеты строятся на основе теорий упругости, теплопроводности и термодинамики, учитываются энтропия процессов и термодинамические потенциалы полной кинетической энергии элементов конструкции при тепловом нагружении.

Большой вклад в развитие этой научной дисциплины внесли украинские советские ученые. Это – Э.И. Григолюк, Я.С. Подстригач, С.Я. Коляно. Их труды, посвященные температурным напряжениям в оболочках, являются классическими представлениями о напряженном состоянии тонких оболочек. Предложенные методики определения оптимальных температурных полей были развиты и распространены на широкий класс задач оптимизации напряженного состояния термоупругих оболочек. Хочется отметить классические работы С.П. Тимошенко [158, 159] и А.Л. Гольденвейзера [43-45]. В них изложена полная теория упругих тонких оболочек с рассмотрением задач определения температурных напряжений.

Несмотря на весьма высокий уровень теоретических исследований температурных напряжений, достигнутый указанными авторами, практические решения конкретных задач для изделий, представляющих собой многосвязные области, встречали всякий раз значительные математические трудности. В начале шестидесятых годов XX века в решении плоской задачи термоупругости плодотворным оказалось использование

математической аналогии между задачами определения функции напряжения и функции прогиба, применительно к теориям пластин и пологих оболочек.

Исторически сложилось так, что усилия советских и зарубежных ученых в области использования пластиночной аналогии для определения температурных напряжений в конкретных элементах конструкций относятся к одному периоду. Так в 1965г. японские ученые Сайносуки Суми, Ейтче Матсумото опубликовали работу, в которой с помощью аналоговых устройств исследовали температурное напряженное состояние в твердом топливе. Эта деталь представляла собой круглый цилиндр со звездообразным внутренним отверстием. В это же время коллектив советских ученых, в составе которого был молодой ученый С.Д. Иванов, реализовал на моделях - пластинах расчеты температурных напряжений для различных элементов конструкций, работающих в условиях высоких температур и давлений.

Разработанный метод исследования температурных напряжений на основе математической аналогии механики деформируемого твердого тела, известный под названием «метод пластичной аналогии», с 1986г. получил свое дальнейшее развитие в Московском Государственном Открытом Университете, одним из основателей которого является Заслуженный деятель науки РФ, д.т.н., профессор С.Д. Иванов. Область применения этого метода постоянно расширяется.

Разработке аналитических методов решения оптимальных по быстродействию задач управления нагревом и охлаждением элементов конструкций в технологических процессах, таких как сварка, индукционный нагрев, отжиг и т.д. посвящены монографии П.Т. Рыбалкина, С.Д. Иванова, Г.Н. Чернышева [80, 149, 150, 168, 169].

Большое количество научно-исследовательских работ посвящаются вопросам оценки прочности и термостойкости элементов конструкции, как в энергетическом машиностроении, так и в металлургическом и заготовительном производствах с целью рационального выбора материалов и отработки деталей, повышения качества их структур, придания им

специальных свойств [3, 11, 26, 27, 47, 86]. Критериальные подходы в оценке термостойкости материалов являются основными в работах И.И. Федика, А.Г. Ланина [89, 161].

Разнообразие задач, решение которых не могло быть получено только аналитическими и экспериментальными методами, дали развитие численным методам теории упругости. Большой вклад в рассмотрении конкретных задач внесли такие известные ученые, как В.З. Власов, П.М. Варвак, Н.П. Абовский, Д.В. Вайнберг, В.М. Геращенко [1, 21, 22, 24, 29÷35, 48, 49, 51] и др. Теоретическое обоснование подобных решений доступно изложено в работах Н.И. Безухова [9, 10].

Одновременно с этим стремительно развивается теория экстремальных задач. Ее становлению способствовал хорошо развитый метод вариационного исчисления, который с успехом применялся в механике сплошной среды. На теориях Эйлера, Лагранжа, Гамильтона и Якоби строятся современные теории линейного программирования и динамического управления. Большой вклад в их развитие внесли советские математики А.Д. Иоффе, В.М. Тихомиров [78]. Теоретическому обоснованию вопросов оптимизации, являющихся составной частью теории экстремальных задач, посвящены работы В.В. Гринева [48], С.Г. Михлина [120], Р. Гловински [42]. Многие экстремальные задачи механики и физики формулируются на более узком множестве функций, чем традиционные, причем соответствующие функционалы могут не обладать гладкостью, необходимой для применения методов вариационного исчисления. Для исследования задач такого класса с ограничениями были привлечены вариационные неравенства. Это нашло отражение в сформулированной А.А. Илюшиным вариационной задаче теории вязко-пластичности. Ее развитие связано с новыми решениями задач устойчивости относительно заданных классов возмущений, изложенных А.А. Илюшиным принципов максимума мощности внутренних сил [18].

Сформулированные конкретные задачи механики [4, 5, 15, 16, 17, 36, 92, 95, 97, 123, 126, 130, 136, 134, 135, 159, 160, 165, 167], в том числе и

термоупругости, приводящие к вариационным методам, обозначили проблемы существования и единственности решения. Отсутствие точных аналитических решений дало развитие мощной теории численных методов в период бурно развивающейся электронно-вычислительной техники. Современные расчеты методами конечных разностей и конечных элементов (МКР, МКЭ) построены на применении дискретной математики. Разработанные мощные программно-вычислительные комплексы позволяют решать достаточно сложные задачи механики деформируемого твердого тела, связанные с исследованиями термонапряженных состояний элементов конструкций, обусловленных высокоградиентными температурными воздействиями [20, 23, 41, 46, 83, 127, 140, 161, 172, 175, 176, 177].

Помимо рассмотренных выше научных дисциплин остановимся на теории прочности, которая используется в расчетах надежности разрабатываемых конструкций. Так, например, основным методом расчета промышленных конструкций, сооружений, мостов и пр. в настоящее время является метод предельных состояний. Этот метод был разработан учеными под руководством профессора Н.С. Стрелецкого и начал применяться с 1955 года. Для технических конструкций различают две группы предельных состояний: первая – непригодность к эксплуатации по причинам потери несущей способности; вторая – непригодность к нормальной эксплуатации в соответствии с предусмотренными технологическими или бытовыми условиями. В спроектированных объектах не должно возникнуть ни одно из указанных предельных состояний, т.е. должна быть обеспечена их надежность и долговечность. Проблемам прочности конструкций посвятил свои работы Э.И. Григолюк, советский учёный в области механики, член-корреспондент АН СССР. Он создал общую теорию прочности, устойчивости и конечных прогибов биметаллических конструкций, трёхслойных и многослойных оболочек с заполнителями, воспринимающими поперечный сдвиг, разработал общую теорию устойчивости тонких оболочек за пределом упругости.

В целом, заканчивая краткий исторический обзор, можно сказать следующее. История поисков наиболее практически приемлемых методов исследования и оптимизации термонапряженных состояний элементов конструкций при термонагрузении, в том числе и предельных состояний продолжается. Предлагается следующий подход в рассмотрении этой проблемы.

§1.3. Феноменологическая модель предельного состояния обобщенной конструкции

Известный советский ученый в области прочности конструкций и механики деформируемых систем – В.И. Феодосьев считал, что все предложения, связанные с созданием теорий предельных состояний, имеют два варианта научного исследования различной методологии [163]. К первому варианту он отнес критериальные гипотезы, когда высказывается предположительно некоторый критерий предельного состояния. В качестве примера В.И. Феодосьев приводит условие перехода материала из одного механического состояния в другое, определяющееся принятыми величинами наибольших нормальных напряжений, наибольших главных деформаций, наибольших касательных напряжений, энергией формообразования или комбинацией этих параметров. Гипотеза энергии формоизменения приобрела особое значение в связи с созданием и развитием теории пластичности, в которой основополагающей является зависимость между компонентами напряженного и деформированного состояний.

Ко второму варианту ученый отнес теории, основанные на систематизации результатов испытания материала. Они позволяют оценить прочность детали по известному напряженному состоянию.

В соответствие с этим теория предельных состояний формулировалась основными положениями теории прочности. Если рассматривать предельное состояние конструкции, как потерю несущей способности (прочности,

устойчивости или выносливости) при соответствующих комбинациях нагрузок, то для этого необходимо применять теории механики разрушения, поскольку такое состояние сопровождается образованием трещин, разрушениями любого вида (вязкое, усталостное, хрупкое), превращением системы в механизм цепи пластических шарниров и пр.

Как правило, теория предельных состояний связана с изучением свойств материала, знание которых применительно к различным точкам напряженного тела дает возможность переходить к определению свойств самой конструкции. Основопологающим здесь является анализ строения, структуры материала и его физико-механические свойства. Поэтому в качестве критериев предельного состояния предлагаются те или иные упомянутые выше характеристики свойств материала. Так, например, во избежание пластического деформирования (одного из самых распространенных требований к деталям и конструкциям) критерием предельного состояния может выступать физический или условный предел текучести или даже предел упругости.

Однако специалистам хорошо известно: – то, что является предельным для материала, не является предельным для конструкции. Поэтому для исследования ее предельных возможностей определение компонентов тензора деформаций и тензора напряжений не всегда бывает достаточным. Это обстоятельство приводит исследователя к мысли о необходимости комплексного изучения поведения конструкции с учетом ее геометрической формы, технологии изготовления и работоспособности в процессе эксплуатации.

Для реальных инженерных задач, связанных с определением предельных состояний конструкций, необходимо установить условие перехода от упругой стадии деформирования к пластической стадии, что в первую очередь требует анализа напряженно-деформированного состояния тела, и последующего анализа физических зависимостей процесса во второй стадии деформирования. Это объясняется процессом деформирования

элементов конструкций, который условно разделяют на две стадии. Начальная стадия - упругое деформирование, где компоненты тензоров напряжений и деформаций связаны законом Гука. Последующей стадией является упруго-пластическая стадия деформирования.

В данной постановке вопроса необходимо рассмотреть НДС исследуемой конструкции на некоторых интервалах, которые характеризуют процессы упругого, упруго-пластичного (переходной процесс) и пластического состояний. С этой точки зрения наглядное представление о деформированном состоянии конструкции можно выразить некоторой формализованной моделью ленточной структуры, представленной на рис. 1.6, в виде «линейки» зон переходных процессов и оценочных критериев НДС.

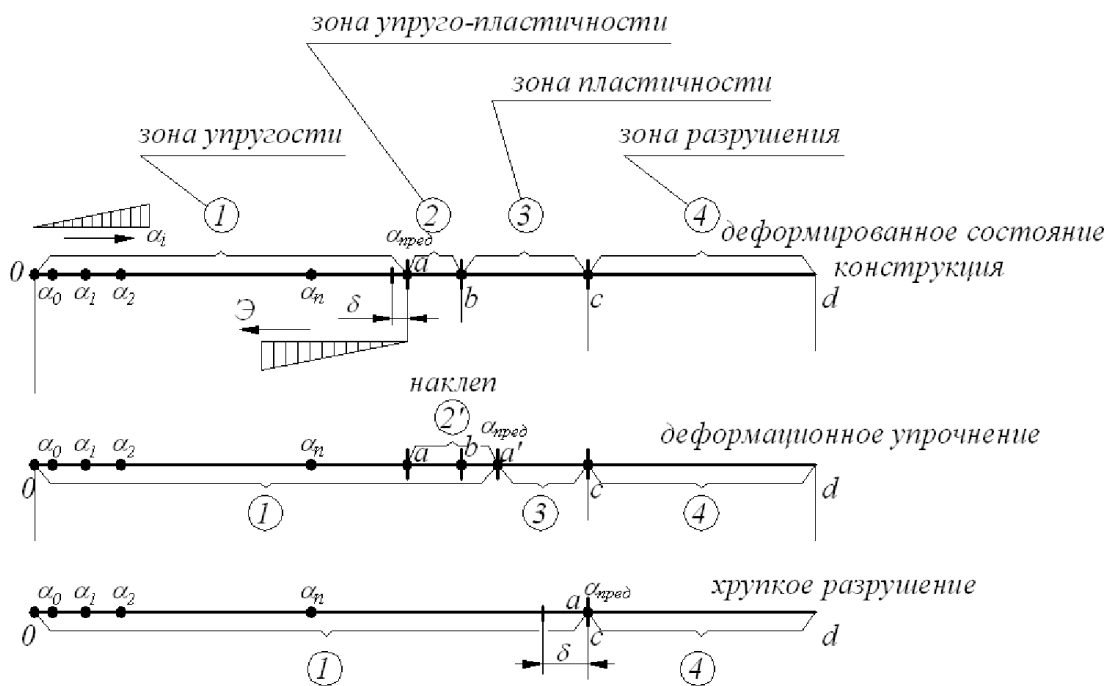


Рис. 1.6. Модель предельного состояния конструкции в линейном представлении:
 где α_i - оценочный критерий НДС; $\alpha_{пред}$ - предельный критерий НДС;
 a, b, c, d - конечные значения интервалов переходных процессов;
 δ - интервал приближения к ПСК

Для проведения исследования и определения предельных возможностей конструкции сформулируем задачу следующим образом. Пусть α - будет оценочным критерием, описывающим напряженно-деформированное

состояние конструкции (критерий НДС) в упругом состоянии, тогда в процессе эксплуатации (или изготовления, или с учетом того и другого) критерий НДС может (или будет) принимать свои значения $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n$ в зоне упругости. Будем считать, что предельное состояние конструкции достигается в конечном значении интервала зоны упругости и соответствует предельному значению критерия НДС – $\alpha_{пред}$. К более полному пониманию момента достижения конструкцией предельного состояния (ПС) можно сформулировать несколько смысловых интерпретаций определения ПСК с учетом поведения конструкции.

Первый вариант. Конструкция принимает одно из своих значений α_i , которое занимает определенное место в линейке оценки НДС и может быть предельным значением $\alpha_{пред}$. Тогда математическая формулировка ПСК может быть выражена следующим соотношением

$$\lim_{\alpha \rightarrow \alpha_{пред}} \alpha_i = k H_{ПСК}, \quad (1.1)$$

где α_i – оценочный критерий, описывающий НДС конструкции; $H_{ПСК}$ – параметр предельного состояния; k – коэффициент соответствия между ними. Схема оценки такого предельного состояния конструкции должна соответствовать схеме сравнения, когда сначала определяются предельные значения факторов влияния, а затем – реальные параметры действующих факторов. В ряде случаев они могут быть известными или частично известными. Далее, реализуя формулу $\Delta\alpha = \alpha_{пред} - \alpha_i$, можно оценить состояние конструкции. Также можно, к примеру, ввести весовую составляющую степени соответствия предельному состоянию [108, 109].

Второй вариант. Конструкция накапливает НДС от действия факторов, соответствующих оценочным критериям $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n$, сумма которых может соответствовать предельному значению критерия $\alpha_{пред}$, тогда

$$\lim_{i=n} \sum \alpha_i = \alpha_{пред} = k H_{ПСК}. \quad (1.2)$$

Очевидно, что в этом случае, необходимо определить оценочные критерии в интервале $[0, a]$. Если рассмотреть оценочные критерии α_i в

интервале $[0, a - \delta]$, то можно предположить, что на этом отрезке конструкция не достигнет своего предельного состояния. Назовем интервал $[0, a - \delta]$ гарантированным интервалом упругого состояния конструкции.

В любом из этих вариантов в предложенной модели ПСК необходимо раскрыть понятие предельного состояния конструкции, и определить в каких процессах оно рассматривается. С точки зрения классического подхода, когда различают две группы ПС, а именно: – непригодность к эксплуатации по причинам потери несущей способности и – непригодность к нормальной эксплуатации в соответствии с предусмотренными технологическими или бытовыми условиями, второй вариант является более предпочтительным. Это объясняется тем, что в проектных разработках конструкции всегда определены технические условия для соблюдения прочностной надежности в процессе ее эксплуатации.

Рассматривая работу конструкции в стационарном или динамическом режимах, мы обязательно затронем вопрос влияния временной характеристики, который кардинальным образом меняет принципы подхода к определению ПСК. Так, например, в стационарных процессах используют формализм Эйлера и Лагранжа [90]. В этом случае ПСК можно определять на основе *энергетического подхода* в деформационных процессах, когда аккумулируемая энергия в теле, тратится на совершение работы для восстановления формы тела в исходное состояние после снятия нагрузки. Осуществлению принципа неразрывности деформаций в упругом теле соответствует минимальное значение накапливаемой телом потенциальной энергии деформации [9]. Поэтому для определения упругой и упругопластической задач часто применяются решения, основанные на вариационном принципе Лагранжа

$$\delta \mathcal{E} = 0, \quad (1.3)$$

где \mathcal{E} - квадратичный функционал полной потенциальной энергии системы «тело-нагрузка», который может быть записан для любой конструкции.

На самом деле условия эксплуатации конструкции зависят не только от факторов влияния (силового воздействия, от места приложения силовых факторов, условий закрепления и т.д.), но и от времени. В таком случае можно следовать формализму Гамильтона, который также основан на принципах наименьшего действия, где характерной величиной в качестве меры действия является интеграл по времени от разности между кинетической и потенциальной энергиями [90]. Все эти рассуждения сводят постановку задачи определения ПСК к математической задаче минимизации некоторого интеграла в вариационных методах исчисления.

Используя предложенную феноменологическую модель для определения предельных упругих свойств материала необходимо выделить наиболее существенные факторы влияния на термоупругое состояние конструкции в условиях действия неоднородного температурного поля.

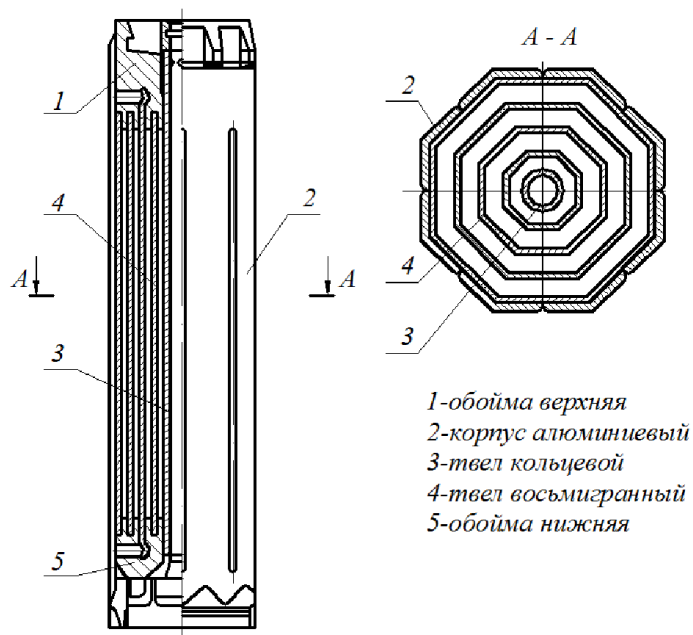
§1.4. Термонапряженное состояние элементов конструкций энергетического машиностроения с учетом особенностей конструктивной формы и неоднородностей физико-механических характеристик

Все элементы конструкций, работающие в условиях действия высоких температур и давлений, имеют неоднородное термонапряженное состояние, которое определяется уровнем и характером распределения внутренних напряжений. Это связано с неоднородной деформацией внутри твердого тела как реакция системы на возможные внутренние и внешние воздействия и обусловлено воздействием на систему различных физических полей, следствием структурных превращений, а также влиянием технологических и эксплуатационных факторов. Составной частью внутренних напряжений являются температурные, концентрационные и остаточные напряжения. Природа их возникновения различна, но все они присутствуют в конструкции при температурном воздействии.

Так, например, одним из важных видов нагрузки ядерных реакторов являются тепловые напряжения [37]. Общее термонапряженное состояние элементов конструкции без учета других силовых факторов обусловлено:

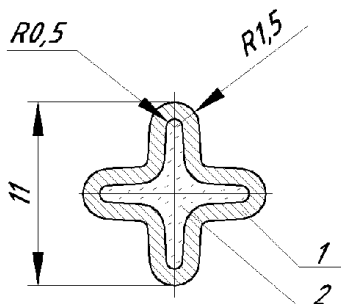
- температурными градиентами, связанными со стационарным тепловым потоком;
- температурными градиентами, обусловленными тепловыделением в твэлах и излучением в других элементах;
- нестационарными температурными градиентами при нормальной работе (изменение мощности, включая разогрев и остановку), а также при аварийной работе (быстрое изменение мощности, аварийная остановка и аварийное охлаждение; при обесточивании приводов насосов);
- силами термических реакций, вызванных противодействием расширению - сжатию закрепленных элементов, а также взаимодействием материалов личными коэффициентами линейного расширения.

Как известно, тепловыделяющие конструкции ЯР работают в сложных и достаточно тяжелых условиях. Совокупностью их термонапряженного состояния являются температурные и механические напряжения, деформации растяжения, сжатия, которые приводят к размерной нестабильности и формоизменению. Любое незначительное отклонение от заданных размеров существенно влияют на перераспределение температурных полей. При этом многие тепловыделяющие элементы имеют многослойную оболочечную конструкцию. Приведем примеры некоторых конструкций тепловыделяющих элементов ЯР, рис. 1.7, 1.8, 1.9.

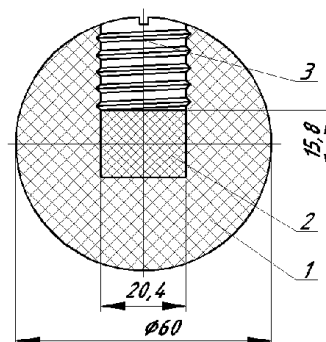


- 1-обойма верхняя
- 2-корпус алюминиевый
- 3-твел кольцевой
- 4-твел восьмигранный
- 5-обойма нижняя

Рис.1.7. Тепловыделяющая сборка реактора ВВР-С

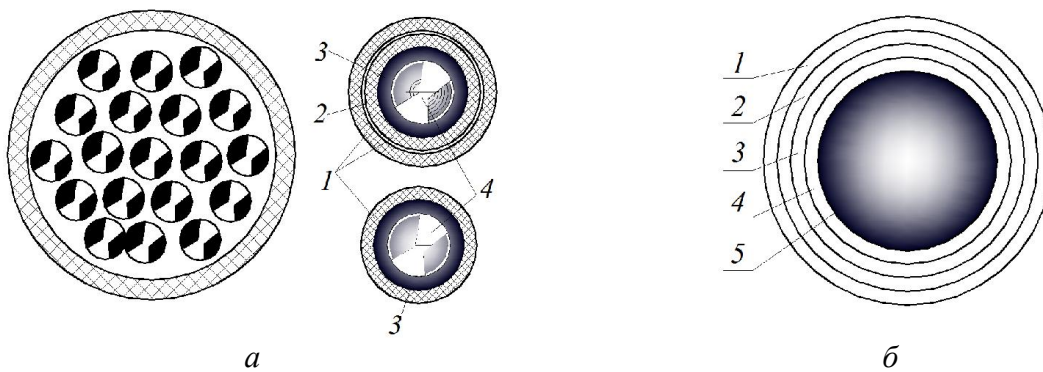


а – сечение твела реактора ВВР-С;
1 – сердечник; 2 – оболочка



б – сечение твела реактора AVR;
1 – топливо; 2 – графитовый шар; 3 – графитовая пробка

Рис.1.8. Конструктивные особенности твелов



1-плотный PuC; 2-SiC; 3-пористый PuC; 4- ядерное топливо

1 – покрытие из алюминия; 2 – покрытие из интерметаллида; 3 – буферный слой; 4 – покрытие из циркония; 5 – сферическая частица

Рис. 1.9. Шаровые твелы THTR, состоящие из многослойных микротвелов

Конструктивная форма любой энергетической установки определяется сложным комплексом физических технологических и конструктивных параметров, совокупное сочетание которых существенно влияет на прочностную надежность и эксплуатационную стабильность конструкции в целом.

Многие из них имеют оболочечную форму, сочлененную различными элементами: штуцерами, патрубками, трубными пучками, многослойными стенками и т.д. Им присуще резкое изменение контура в местах соединения, переменные жесткость и физико-механические свойства материалов, рис. 1.10.

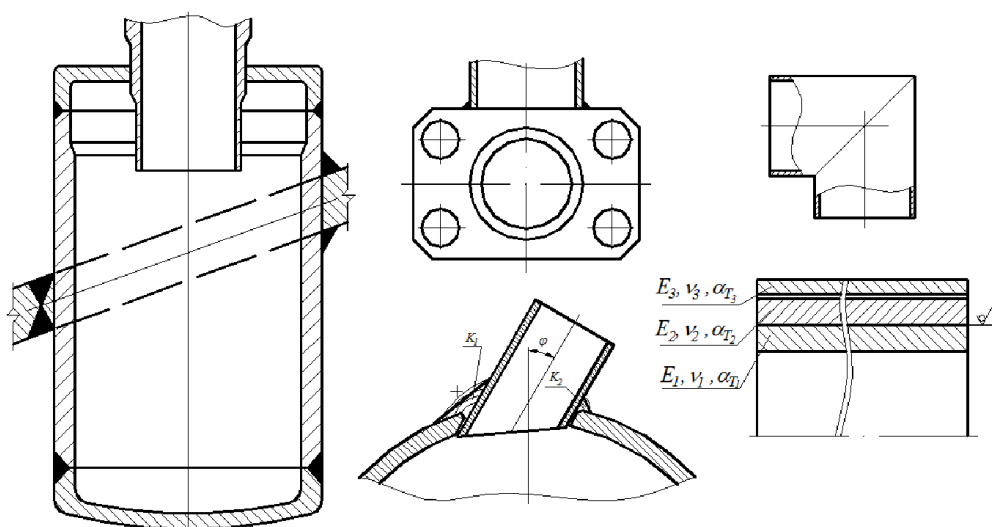


Рис.1.10. Некоторые примеры сочлененных оболочечных конструкций, применяемых в энергетических установках

С учетом ранжирования элементарных геометрических тел в механике деформирования твердого тела оболочечная конструкция имеет свои особенности, которые усложняют расчеты температурных напряжений.

Изготовление многих элементов конструкций энергетического машиностроения, как правило, связано с технологиями, которым характерны операции с высокими температурными режимами. Структурные превращения материалов вследствие интенсивных тепловых воздействий приводят к возникновению неоднородных высокоградиентных

термонапряженных состояний в зонах технологического влияния. Аналитические подходы в выборе оптимальной конструктивной формы учитывают комплекс требований, зачастую противоречивых друг другу. Поэтому задачи ее оптимизации неразрывно связаны с оптимизацией термонапряженных состояний сочлененных элементов конструкций на основе разработки методов снижения критических уровней температурных напряжений, возникающих еще в процессе изготовления.

Следует отметить особенности многослойных конструкций резервуаров, баллонов, цистерн, в которых несущие слои защищены теплоизолирующими покрытиями. Такую форму можно рассматривать как сборную, каждый структурный элемент которой описывается своими теплофизическими и механическими свойствами, а можно рассматривать как монолит с переменными характеристиками материала. Исследование термонапряженного состояния таких конструкций в условиях действия высоких температур и давлений является весьма важной задачей в разработке конкурентоспособной продукции. Отсюда возникает проблема выбора материала и конструктивной формы разрабатываемых изделий.

В прикладных задачах МДТТ часто проводят исследования процессов и состояний, которые возможно описать, оперируя величинами, имеющими разрывы, различными по своему физическому состоянию. Такие процессы и состояния по своей природе неоднородны. Наличие любой характеристики, связанной с неоднородностью, как самого тела, так и силовых факторов влияния на него, значительно усложняет задачу исследования НДС конструкции.

Во многих случаях неоднородность приводит к разрыву непрерывно меняющихся параметров. Такая особенность требует от исследователя выделять зоны непрерывных параметров и границы разделов, составлять отдельные системы дифференциальных уравнений для каждой выделенной зоны, соблюдать условиям на контуре всей системы, удовлетворять условиям

контакта отдельных областей, где могут быть разрывы того или иного характера.

Выделим некоторые особенности исследуемых конструкций, связанные с неоднородностью физико-механических и геометрических характеристик, обусловленные различными факторами и приводящие к разрыву параметров. Перечислим такие факторы.

Характер распределения в пространстве воздействий на исследуемую область:

- силовые факторы, сосредоточенные в точках или вдоль линий;
- силовые факторы, сосредоточенные в точках контакта соприкасающихся тел с различными упругими постоянными и коэффициентами теплопроводности;
- точечные источники тепла.

Закон изменения геометрических размеров и жесткости исследуемых объектов:

- разнотолщинность;
- ступенчато-переменная толщина;
- разрывы в функциях изменения физико-механических свойств (армирование, неоднородность структуры);
- местные включения повышенной либо пониженной жесткости в виде отверстий, ребер и т.д.;

Характер наложения связей на исследуемую систему (наличие дискретных или кусочно-непрерывных опор).

Конфигурация упругих тел и очертание их контура:

- наличие изломов в контурной линии;
- наличие резкого изменения контура;
- наличие конечных и бесконечных разрывов кривизны оси или срединной плоскости.

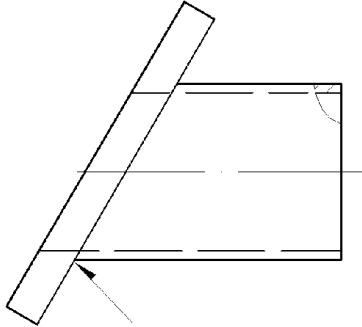
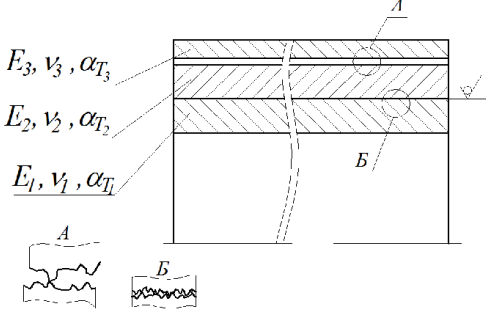
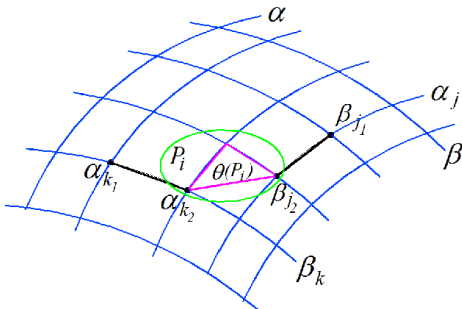
Особенностью приведенных примеров является то обстоятельство, что отмеченные параметры терпят конечные либо бесконечные разрывы при

некоторых значениях пространственной или временной координаты. Математическое описание разрывных процессов и состояний предполагает потребность в исследовании сингулярности особых точек соответствующих дифференциально-интегральных уравнений с использованием δ - функции Дирака или функции Хевисайда. Иллюстративные примеры вышесказанного представлены в таблице 1.2.

Таблица 1.2

Особенности конструкций с неоднородностью физико-механических и геометрических характеристик

| Конструктивная форма | Особенности характера распределения в пространстве воздействий на исследуемую область |
|---|--|
| 1 | 2 |
|  | <p>наличие изломов в контурной линии; наличие резкого изменения контура; наличие конечных и бесконечных разрывов кривизны оси или срединной плоскости.</p> |
|  | <p>наличие резкого изменения контура; наличие конечных и бесконечных разрывов кривизны оси или срединной плоскости; ступенчато-переменная толщина; разрывы в функциях изменения физико-механических свойств (армирование, неоднородность структуры); местные включения повышенной либо пониженной жесткости в виде отверстий, ребер и т.д.</p> |
|  | <p>наличие резкого изменения контура; наличие конечных и бесконечных разрывов кривизны оси или срединной плоскости.</p> |

| 1 | 2 |
|--|--|
|  | <p>ступенчато-переменная толщина; разрывы в функциях изменения физико-механических свойств (армирование, неоднородность структуры); местные включения повышенной либо пониженной жесткости в виде отверстий, ребер и т.д.</p> |
|  | <p>неоднородность структуры многослойной конструкции; наличие точек контакта в местных зазорах; наличие местных натягов; силовые факторы, сосредоточенные в точках контакта соприкасающихся тел с различными упругими постоянными и коэффициентами теплопроводности.</p> |
|  | <p>неголономные кинематические связи оболочечных конструкций.</p> |

Начальные несовершенства конструкции изменяют НДС изделия в процессе эксплуатации. Под этим термином будем понимать геометрические несовершенства, охарактеризованные отклонением формы поверхностей от номинальной в результате изготовления, хранения и доставки конструкции к месту сборки изделия. Как, правило, геометрические несовершенства учитываются в расчетах в качестве начальных параметров, а в конструкторской документации указываются допустимые отклонения на расположения форм и поверхностей [114].

Примером наличия начального несовершенства может служить остаточное напряженное состояние вследствие способа изготовления изделия (влияние термической обработки или сварочного процесса в неразъемном

соединении). При этом начальные несовершенства могут не оказывать существенное влияние на работоспособность изделия в целом, а могут, напротив, увеличить эффекты взаимодействия силовых факторов, как предусмотренных эксплуатационным планом, так и не предусмотренных им возможных локальных нагрузок.

§1.5. Технологические факторы влияния на термонапряженное состояние элементов конструкций энергетического машиностроения, изготовленных методом сварки

В энергетическом машиностроении наиболее распространенными конструкциями являются сосуды высокого давления (парогенераторы), резервуары, цистерны, и т.д. Все они имеют сварные соединения как собственные (соединения обечаек, крышек, днищ), так и внешние (соединения патрубков, штуцеров, трубопроводов). Поэтому вопросам обеспечения прочностной надежности и гарантированного эксплуатационного ресурса при разработке таких изделий уделяется огромное внимание.

В то время, когда исчерпан ресурс оптимального проектирования, первостепенное значение отводится технологиям изготовления разрабатываемых изделий. Качественное производство конструкции с соблюдением всех ТТ, предъявляемых разработчиками, а также с наименьшим остаточным напряженным состоянием является резервом обоснованного продления ресурса в энергомашиностроении.

Как известно, ответственные конструкции этой отрасли во многих случаях выполняются методами сварки, в результате чего они имеют местные зоны с остаточными напряженно-деформированными состояниями, которые могут негативно влиять на работоспособность изделия в процессе эксплуатации. Причины возникновения сварных напряжений и деформаций различны. К неизбежным причинам, способствующим их возникновению,

относятся такие, без которых процесс сварки происходить не может. Это – неравномерный нагрев, кристаллизационная усадка швов, структурные изменения металла шва и околошовной зоны и т. д. Также могут существовать объективные предпосылки, диктуемые конструктивной необходимостью (близкое расположение швов в трубных решетках), способствующие образованию областей с высокоградиентными термонапряженными состояниями.

Механизм образования кристаллизационной усадки металла шва поясняется тем, что при охлаждении металл шва уменьшается в объеме, одновременно с этим шов имеет жесткую связь с относительно холодным основным металлом, его усадка вызывает появление внутренних напряжений.

Остаточные напряжения при сварке возникают в результате появления термопластических деформаций, которые образуются от неравномерного распределения температуры в изделии, такие деформации бывают упругие и упруго-пластические. Остаточные напряжения в пределах объема тела уравновешены. Так, например, остаточные напряжения первого рода уравновешиваются в крупных объемах, соизмеряемых с размерами изделия или его частей, и обладают определенной ориентацией в зависимости от формы изделия. Эти напряжения определяют расчетом исходя из теории упругости и пластичности, а также экспериментально. Остаточные напряжения второго и третьего родов, уравновешенных в пределах микрообъемов тела и атомной решетки, не имеют определенной направленности и не зависят от формы изделий. Они определяются опытным путем или экспериментально [166].

Протекающие металлургические процессы при сварке имеют свои особенности, т.к. они характеризуются сосредоточенной на маленьком участке металла большой температурой, высокой скоростью кристаллизации расплавленного металла сварочной ванны и небольшим его объемом. Помимо физических явлений процесс сварки сопровождается химическими

реакциями, обусловленными взаимодействием электродного стержня с металлом сварочной ванны, окружающей газовой средой, шлаками расплавленных покрытий с основным металлом и т.д. Также сварка сопровождается протеканием прямых и обратных металлургических процессов и зависит во многом от технологических режимов.

При сварке плавлением любое сварное соединение имеет два ярко выраженных участка: закристаллизовавшийся металл шва и зону термического влияния в основном металле. В большинстве случаев наиболее резкие изменения структуры и свойств основного металла происходят в околошовной зоне.

Приведем пример влияния термического цикла сварки на формирование структуры сварного соединения стальных элементов, рис. 1.11. При сварке сталей плавлением в результате нагрева в околошовной зоне протекают следующие процессы: фазовая перекристаллизация; рост зерна; гомогенизация высокотемпературной фазы и ее превращение при охлаждении.

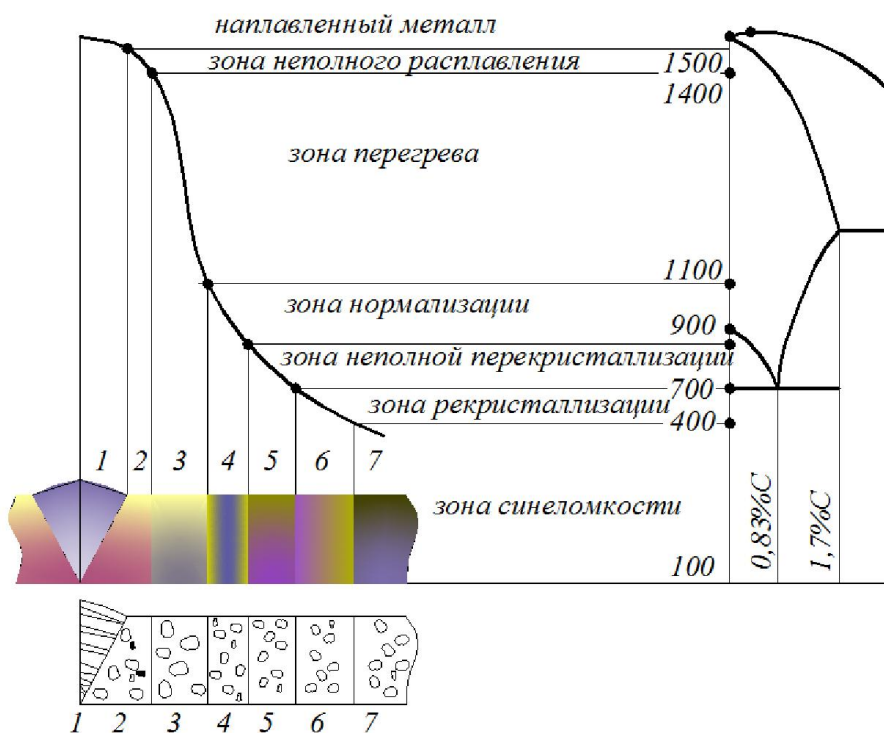


Рис. 1.11. Структура сварного соединения стальных элементов в однопроводном сварном шве

Фазовая перекристаллизация сопровождается переходом перлита и феррита в аустенит. Чем выше температура конца превращения перлита и феррита в аустенит, тем мельче начальное зерно аустенита.

Гомогенизация приводит к созданию однородной структуры в сплавах в результате ликвидации концентрационных микронеоднородностей, образующихся в сплавах при кристаллизации. Степень гомогенизации аустенита зависит от параметров термического цикла сварки. При ручной дуговой сварке стали небольшой толщины (до 10 мм), несмотря на высокие скорости нагрева, происходит заметный рост зерна аустенита, но степень его гомогенизации мала.

При сварке углеродистых и низколегированных сталей, не имеющих в своем составе сильных карбидообразующих элементов, по причине сильного роста зерна устойчивость аустенита увеличивается.

Зона наплавленного металла (шва) имеет столбчатое строение. В переходной зоне между участком неполного расплавления и наплавленным металлом столбчатые кристаллиты направлены в глубь шва. Кристаллит состоит из отдельных дендритов, имеющих общую направленность, которые иногда могут иметь и различную разветвленность. В корне шва, ближе к переходной зоне, составляющие столбчатый кристаллит дендриты разветвлены минимально.

В зоне неполного расплавления первичная структура характеризуется химической неоднородностью, вторичная структура этого участка имеет вид с прямолинейным расположением волокон (видманштеттова структура). Эта зона невелика и для дуговой сварки составляет от 0,1 до 0,5 мм.

В зоне перегрева образовывается крупнозернистая структура, которая придает металлу наименьшую пластичность и ударную вязкость. Для уменьшения протяженности участка перегрева, увеличивают скорость сварки или выполняют сварку за несколько проходов. Ширина зоны участка перегрева иногда достигает 3—4 мм.

Зона нормализации характеризуется мелкозернистым строением металла. В зависимости от размеров швов ширина участка нормализации колеблется от 0,2 до 4—5 мм.

На участке неполной перекристаллизации происходит процесс перехода перлита и феррита в аустенит. При этом не все зерна основного металла подвергаются перекристаллизации. Ширина этой зоны от 0,1 до 5 мм.

Рекристаллизационная зона появляется при сварке пластических деформированных сталей, ширина этого участка составляет 0,1 — 1,5 мм.

Зона синеломкости расположена за участком рекристаллизации. Структура металла здесь не отличается от исходной структуры. На этом участке температура нагрева достигает 200—400°С.

Таким образом, при сварке наблюдаются две противоположные тенденции:

- высокая температура околошовной зоны способствует росту зерна и увеличивает устойчивость аустенита;
- быстрый нагрев металла и малое пребывание его при высокой температуре понижают гомогенизацию и уменьшают устойчивость аустенита.

Все это сопровождается возникновением внутренних напряжений на макро и микроуровнях, когда первичные макро- и микроструктуры околошовной сварной зоны образуются непосредственно в процессе затвердевания расплава, а их вторичные структуры – в результате фазовых (термических) превращений. В конечном счете, такой процесс можно рассматривать как неоднородное структурное распределение концентрации точечных дефектов. Физически это означает, что в малом объеме твердого тела сосредоточено большое количество точечных дефектов. Их неравномерная концентрация приводит к образованию областей, находящихся как в состоянии сжатия (пониженная концентрация), так и – в состоянии растяжения (повышенная концентрация). Неоднородная

концентрация точечных дефектов создает внутреннюю деформацию и приводит к возникновению концентрационных напряжений.

Математическая аналогия между температурными и концентрационными напряжениями позволяет использовать известные уравнения термомеханики для определения концентрационных напряжений [57].

Сварные конструкции в результате появления упругопластических деформаций в сварных соединениях могут изменять свои размеры и претерпевать общие деформации – продольные и поперечные, изгиба, скручивания и потери устойчивости.

При симметричной укладке сварных швов образуются продольные и поперечные деформации. Деформации изгиба появляются при несимметричном расположении сварных швов в конструкциях и сопровождаются продольным (продольной усадкой) и поперечным сокращением (поперечной усадкой швов) элементов. Этот вид деформации в практике встречается довольно часто. Деформации скручивания образуются вследствие несимметричного расположения швов в поперечных сечениях элементов и встречаются относительно редко. Опасными являются деформации потери устойчивости, которые обусловлены возникновением сжимающих температурных напряжений, образующихся в процессе нагревания и остывания изделий.

Таким образом, термонапряженное состояние элементов сварных конструкций во многом зависит от конструктивной формы соединения, выбора материала и технологии сварочного процесса, включая техническое его оснащение, основной и вспомогательный сварочный инструмент, присадочные материалы и наконец, параметры режимов сварки.

Стремление разработчиков и изготовителя к оптимизации процесса изготовления сварного изделия с наименьшим уровнем технологических напряжений способствует повышению качества конструкции и может

служить обоснованием к продлению эксплуатационного ресурса для элементов энергетических установок с длительными сроками эксплуатации.

§1.6. Основные технические требования, предъявляемые к конструкциям энергетического машиностроения

Установки энергетического машиностроения относятся к конструкциям с повышенными требованиями к прочностной и эксплуатационной надежности. К ним, как в прочем и для других сложных технических систем, предъявляются инженерные, технологические и экономические требования. Не будем на них останавливаться, т.к. они известны. Выделим из них лишь некоторые, которые во многом определяют прочностную надежность и долговечность конструкций энергетического машиностроения, табл. 1.3.

Таблица 1.3

Некоторые основные технические требования, предъявляемые к конструкциям энергетического машиностроения

| 1 | 2 |
|---|---|
| Отличительные признаки | Совокупные требования |
| Конструкции Резервуары, сосуды высокого давления Конструктивная форма | Инженерные требования Минимальный вес, минимальная трудоемкость изготовления и монтажа при соблюдении условий прочности и надежности. Высокий эксплуатационный ресурс. Оптимальное соотношение между радиусом, высотой и весом. Технологические требования Полновесное протекание процессов функционирования (химические, физические, тепловые). Технологические требования при изготовлении Технологичность конструкции. Размерная стабильность, минимальное остаточное напряженное состояние, отсутствие технологических дефектов или допущение их в пределах заданной нормы. |
| Признаки и свойства конструкции | Инженерные требования Деформативность не более для изделий атомного машиностроения – 0,02%; для изделий энергетического машиностроения до 0,2%. Отсутствие упруго пластических деформаций, развивающихся в процессе эксплуатации. |

| 1 | 2 |
|---|---|
| Признаки и свойства конструкции | Технологические требования при изготовлении Технологичность заготовки в заготовительном производстве и последующих технологиях изготовления и сборки. Размерная стабильность, минимальный уровень упругопластических деформаций, переходящих в остаточные деформации, минимальное остаточное напряженное состояние, отсутствие технологических дефектов на каждой стадии изготовления |
| Материалы Химические, физические и механические свойства Пластичность материала | Инженерные требования Однородность и равномерность Соответствие меридиональных и кольцевых напряжений главным напряжениям. Технологические требования при изготовлении Универсальность в способах обработки Инженерные требования Возникающие напряжения в процессе эксплуатации не должны превышать предела текучести. Технологические требования Предельные состояния в высокотемпературных технологических процессах должны оцениваться по пределу текучести. Технологические требования при изготовлении Универсальность в способах обработки Размерная стабильность, минимальный уровень упругопластических деформаций, переходящих в остаточные деформации, минимальное остаточное напряженное состояние, отсутствие технологических дефектов. |
| Параметры НДС Упругие и остаточные напряжения | Инженерные требования Не более допустимых с точки зрения эксплуатации некоторых элементов конструкций корпуса, сосуда высокого давления и других видов энергетических установок. |

Из вышесказанного выделим два направления, которые следует учитывать при разработке изделий энергетического машиностроения. Это конструктивная необходимость, связанная с функциональным назначением установки и технологическая необходимость, диктуемая требованиями технологических процессов изготовления. Оптимальное сочетание обоих в проектных разработках позволяет получить оптимальную конструкцию. Такой метод разработки будем называть оптимальным проектированием, который может быть заложен в основу оптимизации высокоградиентных

термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций в технологических процессах энергетического машиностроения.

При проектировании ответственных элементов конструкций, как правило, критерии деформативности задаются очень жесткими (в случае ЯР приблизительно 0,02% от номинального размера). Такой подход требует уделять серьезное внимание к обеспечению малых деформаций, что приводит к необходимости определять НДС, исходя из упругой стадии работы. При высоких температурах большое значение приобретает ползучесть, которая в условиях неравномерного нагрева приводит к значительному перераспределению и даже исчезновению напряжений. Возникающие пластические деформации в этом случае приводят к потере несущей способности конструкции.

Поэтому, следуя предложенной феноменологической модели ПСК, рис.1.6, необходимо рассмотреть условия переходного процесса в интервале $[a, b]$, где имеет место упругопластическая задача, которая допускает естественную вариационную постановку и сводится к нахождению экстремума некоторого функционала, т.е. к решению экстремальной задачи.

§1.7. Постановка задачи исследования и оптимизации высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций в технологических процессах энергетического машиностроения

Проведенный анализ совокупных особенностей условий изготовления и действительной работы элементов конструкций энергетического машиностроения показал, что возникающие термонапряженные состояния, обусловленные высокоградиентными тепловыми воздействиями, в настоящее время недостаточно изучены.

С этой целью предлагается:

1. Разработать и теоретически обосновать расчетно-экспериментальные методы исследования высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций энергетического машиностроения, адаптированных к реальным условиям технологических процессов изготовления, используя основные положения энергетических методов термоупругости, теории экстремальных задач и вариационных принципов механики деформируемого твердого тела.

2. Разработать расчётно-феноменологический метод, позволяющий моделировать и оценивать высокоградиентные термонапряженные состояния сочлененных оболочечных конструкций в условиях переходных процессов упругого и упругопластического деформирования.

3. Разработать адекватные математические модели для решения экстремальной температурной задачи с целью исследования высокоградиентных температурных полей и определения соответствующих им термонапряженных состояний оболочечных конструкций с учетом особенностей технологических процессов энергетического машиностроения.

4. Разработать методы и алгоритмы оптимизации термонапряженных состояний сочлененных конструкций оболочечного типа на основе формализованной системы критериев качества, выбора оптимальной конструктивной формы и оптимального управления параметрами технологических процессах изготовления.

5. Провести теоретическое исследование натурной сварной конструкции алюминиевого сосуда высокого давления и выработать практические рекомендации по оптимизации высокоградиентных термонапряженных состояний, локализованных в зонах термического влияния продольных и кольцевых сварных швов.

6. С целью верификации разработанных адекватных моделей и расчетных методов, адаптированных к технологическим процессам энергетического машиностроения, провести экспериментальные исследования остаточных температурных напряжений на образцах натурной

сварной конструкции с учетом особенностей технологического процесса сварки.

Заключение по главе I

1. Проанализированы современные проблемы и задачи модернизации отечественного энергетического машиностроительного комплекса, поставленные перед разработчиками Правительством РФ. Отмечено, что производство конкурентоспособной отечественной техники неразрывно связано с применением высокотехнологического оборудования и инновационных технологий изготовления, позволяющих производить изделия высокого качества с обеспечением высокой прочностной и эксплуатационной надежностью.

2. Проведен краткий исторический обзор ранее проведенных исследований термонапряженного состояния элементов конструкций и их предельных возможностей. Отмечено, что современный уровень техники диктует необходимость проведения комплексных исследований с учетом высокотемпературных процессов, протекающих в технологиях изготовления конструкции в целом.

3. Предложена феноменологическая модель предельного состояния обобщенной конструкции и оценочные критерии с целью определения методов исследования и оптимизации высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций в технологических процессах энергетического машиностроения.

4. Проведен анализ термонапряженных состояний элементов конструкций, обусловленных неоднородными высокоградиентными температурными воздействиями с учетом особенностей технологических процессов в энергетическом машиностроении.

5. Отмечены особенности сочлененных оболочечных конструкций энергетического и атомного машиностроения, к которым отнесены сосуды

высокого давления, резервуары, твельные конструкции и сборки. Такими особенностями принимаются геометрические, физико-механические неоднородности, конструктивные формы с разрывными пространственными координатами и начальными несовершенствами.

6. Проведен анализ основных технических требований к ответственным конструкциям энергетического машиностроения, ранжированных на инженерные и технологические с учетом требований, диктуемых процессами изготовления. Раскрываются понятия конструктивной и технологической необходимости, умелое сочетание которых позволяет разработчикам развивать метод оптимального проектирования и создавать оптимальные конструкции с высокими показателями прочностной надежности и запасами эксплуатационного ресурса. Такое понимание проблемы легло в основу разработки методов оптимизации высокоградиентных термонапряженных состояний исследуемых объектов, обусловленных технологическими факторами влияния в процессе изготовления.

7. Сформулирована постановка задачи теоретического и экспериментального исследований.

ГЛАВА II. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕРМОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ОБОЛОЧЕЧНОГО ТИПА В УСЛОВИЯХ ДЕЙСТВИЯ ТЕПЛОВЫХ НАГРУЗОК

Решения задач, связанных с нахождением температурных напряжений и деформаций, могут быть получены путем использования хорошо разработанного в настоящий момент математического инструментария многих методов теории термоупругости и механики деформируемого твердого тела. Так, например, метод энергии деформации связан с построением некоторых интегралов, значение которых достигает минимума, когда распределение напряжений в теле удовлетворяет условиям равновесия. Определение экстремальных значений функции представляет собой задачу вариационного исчисления. Используя его методы в приложении к интегралам энергии, получают или систему дифференциальных уравнений рассматриваемой задачи или ее приближенное решение.

Все рассмотренные в предыдущей главе конструкции имеют одно общее геометрическое свойство – это оболочечная форма. Поэтому для исследования термонапряженного состояния таких конструкций используем теорию тонких оболочек, основные положения которой приведены в следующем параграфе.

§ 2.1. Основные соотношения теории тонких упругих оболочек

Исходными уравнениями классической теории упругости являются статические, геометрические и физические уравнения, которые выражают зависимости между напряжениями, деформациями и перемещениями упруго-линейной среды. Используя источники [29, 43, 84, 181], приведем основные соотношения применительно к теории напряженно-деформированного состояния тонкой оболочки, поскольку на них в дальнейшем мы будем неоднократно ссылаться.

В соответствии с принятыми гипотезами теории оболочек обобщенный закон Гука выражается следующими равенствами

$$\begin{aligned}
 e_{\alpha\alpha} &= \frac{1}{E} \left[\sigma_{\alpha\alpha} - \nu(\sigma_{\beta\beta} + \sigma_{\gamma\gamma}) \right]; \\
 e_{\beta\beta} &= \frac{1}{E} \left[\sigma_{\beta\beta} - \nu(\sigma_{\gamma\gamma} + \sigma_{\alpha\alpha}) \right]; \\
 e_{\gamma\gamma} &= \frac{1}{E} \left[\sigma_{\gamma\gamma} - \nu(\sigma_{\alpha\alpha} + \sigma_{\beta\beta}) \right]; \\
 e_{\alpha\beta} &= 2 \frac{1+\nu}{E} \sigma_{\alpha\beta}; \quad e_{\beta\gamma} = 2 \frac{1+\nu}{E} \sigma_{\beta\gamma}; \quad e_{\gamma\alpha} = 2 \frac{1+\nu}{E} \sigma_{\gamma\alpha}.
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Здесь $e_{\alpha\alpha}$, $e_{\beta\beta}$, $e_{\gamma\gamma}$ являются компонентами тензора деформации относительного удлинения, $e_{\alpha\beta}$, $e_{\beta\alpha}$, $e_{\beta\gamma}$, $e_{\gamma\beta}$, $e_{\gamma\alpha}$, $e_{\alpha\gamma}$ - компонентами тензора деформации относительного сдвига; E - модуль упругости первого рода; ν - коэффициент Пуассона; $\sigma_{\alpha\alpha}$, $\sigma_{\beta\beta}$, $\sigma_{\gamma\gamma}$, $\sigma_{\alpha\beta}$, $\sigma_{\beta\gamma}$, $\sigma_{\gamma\alpha}$ - компоненты тензора напряжения.

Относительные линейные деформации и деформации сдвига оболочки связаны между собой зависимостью

$$e = e_{\alpha\alpha} + e_{\beta\beta} + e_{\gamma\gamma}.$$

Связь деформации с напряжениями определяется соотношениями

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\alpha\alpha} &= \frac{E}{1+\nu} \left(e_{\alpha\alpha} + \frac{\nu}{1-2\nu} e \right); \\
 \sigma_{\beta\beta} &= \frac{E}{1+\nu} \left(e_{\beta\beta} + \frac{\nu}{1-2\nu} e \right); \\
 \sigma_{\gamma\gamma} &= \frac{E}{1+\nu} \left(e_{\gamma\gamma} + \frac{\nu}{1-2\nu} e \right); \\
 \sigma_{\alpha\beta} &= \frac{E}{1+\nu} e_{\alpha\beta}; \quad \sigma_{\beta\gamma} = \frac{E}{1+\nu} e_{\beta\gamma}; \quad \sigma_{\gamma\alpha} = \frac{E}{1+\nu} e_{\gamma\alpha},
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

где $\sigma_{\alpha\alpha}$, $\sigma_{\beta\beta}$, $\sigma_{\gamma\gamma}$, $\sigma_{\alpha\beta}$, $\sigma_{\beta\gamma}$, $\sigma_{\gamma\alpha}$ - компоненты тензора напряжения.

Статические уравнения

Основаны на уравнениях равновесия срединной поверхности упругой оболочки

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial \alpha}(B \cdot N_1) - N_2 \frac{\partial B}{\partial \alpha} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial \beta}(A^2 \cdot S_{12}) + Q_1 k_1 A \cdot B + A \cdot B \cdot p_1 = 0; \\
& \frac{\partial}{\partial \beta}(B \cdot N_2) - N_1 \frac{\partial A}{\partial \beta} + \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial \alpha}(B^2 \cdot S_{12}) + Q_2 k_2 A \cdot B + A \cdot B \cdot p_2 = 0; \\
& -(k_1 \cdot N_1 + k_2 \cdot N_2) + \frac{1}{A \cdot B} \left[\frac{\partial}{\partial \alpha}(B \cdot Q_1) + \frac{\partial}{\partial \beta}(A \cdot Q_2) + p_3 \right] = 0; \\
& \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial \alpha}(B^2 \cdot H_{12}) + \frac{\partial}{\partial \beta}(A \cdot M_2) - M_1 \frac{\partial A}{\partial \beta} - Q_2 \cdot A \cdot B = 0; \\
& \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial \beta}(A^2 \cdot H_{12}) + \frac{\partial}{\partial \alpha}(B \cdot M_1) - M_2 \frac{\partial B}{\partial \alpha} - Q_1 \cdot A \cdot B = 0. \\
& S_{12} - S_{21} + k_1 H_{12} - k_2 H_{21} = 0. \tag{2.3}
\end{aligned}$$

Здесь α, β - координаты поверхности оболочки; k_1 и k_2 , - главные кривизны поверхности оболочки; A и B - коэффициенты первой квадратичной формы; N_1, N_2 - нормальные силы; $S_{12} = S_{21}$ - сдвигающие силы; Q_1, Q_2 - поперечные силы; M_1, M_2 , - изгибающие моменты; $H_{12} = H_{21}$, - крутящие моменты; p_1, p_2, p_3 - проекции интенсивности нагрузки в направлениях α, β, γ

Геометрические уравнения общей теории оболочек

Соотношения компонентов деформации оболочки выражаются через компоненты перемещений при соблюдении условий совместимости Сен-Венана следующими зависимостями

$$\begin{aligned}
e_{\alpha\alpha} &= \frac{1}{1+k_1\gamma} \left(\frac{1}{A} \frac{\partial U}{\partial \alpha} + \frac{1}{A \cdot B} \frac{\partial A}{\partial \beta} V + k_1 W \right); \\
e_{\beta\beta} &= \frac{1}{1+k_2\gamma} \left(\frac{1}{B} \frac{\partial V}{\partial \beta} + \frac{1}{A \cdot B} \frac{\partial B}{\partial \alpha} U + k_2 W \right); \quad e_{\gamma\gamma} = \frac{\partial W}{\partial \gamma}; \\
e_{\alpha\beta} &= \frac{1}{1+k_1\gamma} \left(\frac{1}{A} \frac{\partial V}{\partial \alpha} - \frac{1}{A \cdot B} \frac{\partial A}{\partial \beta} U \right) + \frac{1}{1+k_2\gamma} \left(\frac{1}{B} \frac{\partial U}{\partial \beta} - \frac{1}{A \cdot B} \frac{\partial B}{\partial \alpha} V \right); \\
e_{\beta\gamma} &= B \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\frac{U}{H_\alpha} \right) + \frac{1}{B} \frac{\partial W}{\partial \beta}; \quad e_{\gamma\alpha} = A \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\frac{U}{H_\alpha} \right) + \frac{1}{A} \frac{\partial W}{\partial \alpha}. \tag{2.4}
\end{aligned}$$

Здесь U, V, W - компоненты вектора перемещения относительно ортогональных координат $\bar{U} = U\bar{e}_1 + V\bar{e}_2 + W\bar{e}_3$; γ - координата по нормали поверхности оболочки, отнесенная к линиям главных кривизн.

Компоненты деформации оболочки относительно ортогональных координат выражаются следующими зависимостями

$$\begin{aligned} e_{\alpha\alpha} &= \frac{1}{1+k_1\gamma}(\varepsilon_1 + \kappa_1\gamma); & e_{\beta\beta} &= \frac{1}{1+k_2\gamma}(\varepsilon_2 + \kappa_2\gamma); \\ e_{\alpha\beta} &= \frac{1}{1+k_1\gamma}(\omega_1 + \tau_1\gamma) + \frac{1}{1+k_2\gamma}(\omega_2 + \tau_2\gamma), \end{aligned} \quad (2.5)$$

где

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{A} \frac{\partial u}{\partial \alpha} + \frac{1}{A \cdot B} \frac{\partial A}{\partial \beta} v + k_1 w; & \varepsilon_2 &= \frac{1}{B} \frac{\partial v}{\partial \beta} + \frac{1}{A \cdot B} \frac{\partial B}{\partial \alpha} u + k_2 w; \\ \omega_1 &= \frac{1}{A} \frac{\partial v}{\partial \alpha} - \frac{1}{A \cdot B} \frac{\partial A}{\partial \beta} u; & \omega_2 &= \frac{1}{B} \frac{\partial u}{\partial \beta} - \frac{1}{A \cdot B} \frac{\partial B}{\partial \alpha} v; \\ \kappa_1 &= -\frac{1}{A} \frac{\partial \vartheta_1}{\partial \alpha} - \frac{1}{A \cdot B} \frac{\partial A}{\partial \beta} \vartheta_2; & \kappa_2 &= \frac{1}{B} \frac{\partial \vartheta_2}{\partial \beta} - \frac{1}{A \cdot B} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \vartheta_1; \\ \tau_1 &= -\frac{1}{A} \frac{\partial \vartheta_2}{\partial \alpha} + \frac{1}{A \cdot B} \frac{\partial A}{\partial \beta} \vartheta_1; & \tau_2 &= \frac{1}{B} \frac{\partial \vartheta_1}{\partial \beta} - \frac{1}{A \cdot B} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \vartheta_2. \\ \vartheta_1 &= \frac{1}{A} \frac{\partial w}{\partial \alpha} - k_1 u; & \vartheta_2 &= \frac{1}{B} \frac{\partial w}{\partial \beta} - k_2 v. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Или

$$\tau_1 = \kappa_{12} - k_1 \omega_2; \quad \tau_2 = \kappa_{12} - k_2 \omega_1. \quad (2.7)$$

Здесь $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_{12}, \omega_1, \omega_2, \kappa_1, \kappa_2, \kappa_{12}, \tau_1, \tau_2$ – компоненты деформации оболочки относительно ортогональных координат, все другие обозначения соответствуют ранее принятым.

Справедливы также соотношения

$$e_{\alpha\alpha} = \varepsilon_1 + \kappa_1\gamma, \quad e_{\beta\beta} = \varepsilon_2 + \kappa_2\gamma, \quad e_{\alpha\beta} = \varepsilon_{12} + 2\kappa_{12}\gamma. \quad (2.8)$$

Физические уравнения общей теории оболочек

В соответствии с принятой статической гипотезой теории оболочек напряженное состояние тонкой оболочки определяется напряжениями

$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha\alpha} &= \frac{E}{1-\nu^2}(e_{\alpha\alpha} + \nu e_{\beta\beta}); & \sigma_{\beta\beta} &= \frac{E}{1-\nu^2}(e_{\beta\beta} + \nu e_{\alpha\alpha}); \\ \sigma_{\alpha\beta} &= 2Ge_{\alpha\beta}, \end{aligned} \quad (2.9)$$

где G - модуль упругости второго рода (модуль сдвига), все другие обозначения соответствуют ранее принятым.

Уравнения состояния (соотношения упругости)

Статические и геометрические уравнения связаны между собой уравнениями состояния, выражающими усилия и моменты через компоненты деформации.

В литературе по теории оболочек изложены различные варианты уравнений состояний. Так, например, А.Л. Гольденвейзер объяснял это тем, что любая двумерная теория оболочек опирается на некоторые упрощающие предположения (гипотезы), характер которых не сказывается на чисто статических и геометрических соотношениях, но отражается на структуре уравнений состояний [43]. Кроме того, он считал, что теорию оболочек, основанную на гипотезах, упрощающих зависимости обобщенного закона Гука, и гипотезе Киргофа-Лява, можно рассматривать как: – «исходное приближение некоторого итерационного процесса интегрирования трехмерных уравнений теории упругости». Такой подход дает максимальную точность для определенного класса задач.

Тем не менее, учитывая гипотезу Киргофа-Лява, приведем уравнения состояния точки срединной поверхности тонкой оболочки в следующем виде

$$\begin{aligned}
 N_1 &= \frac{2Eh}{1-\nu^2}(\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2); & N_2 &= \frac{2Eh}{1-\nu^2}(\varepsilon_2 + \nu\varepsilon_1); \\
 S_{12} &= S_{21} = \frac{Eh}{1+\nu}\varepsilon_{12}; \\
 M_1 &= \frac{2Eh^3}{3(1-\nu^2)}(\kappa_1 + \nu\kappa_2); & M_2 &= \frac{2Eh^3}{3(1-\nu^2)}(\kappa_2 + \nu\kappa_1); \\
 H_{12} &= H_{21} = \frac{2Eh^3}{3(1+\nu)}\kappa_{12}.
 \end{aligned} \tag{2.10}.$$

Уравнения состояния связывают восемь усилий и моментов $N_1, N_2, S_{12}, S_{21}, M_1, M_2, H_{12}, H_{21}$ с шестью компонентами деформации $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_{12}, \kappa_1, \kappa_2, \kappa_{12}$.

Приведенные статические, геометрические и физические соотношения теории тонких оболочек в задачах определения напряженно-деформированного состояния требуют решения семнадцати уравнений, удовлетворяющего условиям на контуре. Они формулируются граничными и начальными условиями.

§ 2.2. Основные соотношения термоупругости для тонкой оболочки

Теория термоупругости обобщает классическую теорию упругости с теорией теплопроводности и охватывает следующий класс явлений: перенос тепла в теле при стационарном и нестационарном теплообменах между ними и окружающей средой; термоупругие напряжения, вызванные градиентами температуры; динамические эффекты при резко нестационарных процессах нагрева; термодинамические эффекты, обусловленные взаимодействием полей деформаций и температуры.

Если рассматриваемое упругое тело, кроме действия внешней нагрузки, подвергается тепловому воздействию, то наличие температурного поля вызывает появление в теле дополнительных термических напряжений.

Приведем основные соотношения термоупругости для тонкой оболочки, используя источники [9, 82, 88, 123, 138]. Общими уравнениями термоупругости являются уравнения сплошной среды (равновесия, движения, совместности), уравнения состояния, законы термодинамики и уравнения, выражающие тепловой баланс. Эти уравнения будут записаны для оболочки, постоянной толщины h , геометрия которой полностью определена при заданных: формы срединной поверхности, толщины оболочки и граничного контура, отнесенных к криволинейным координатам α , β и координате по нормали к срединной поверхности γ .

Деформации, возникающие при нагреве

Деформацию, когда температурное расширение (или сужение) ничем не стеснено и напряжения в выделенном элементе не возникают, называют тепловой деформацией.

Рассмотрим выделенный элемент оболочки в триортогональной системе координат α, β, γ с нормальным сечением. Пусть выделенный элемент оболочки подвергается только тепловому воздействию. Тогда тепловые деформации при нагреве $t > 0$ в силу того, что объем выделенного элемента тонкой оболочки достаточно мал, определяются формулами

$$e_{\alpha\alpha}^{(t)} = e_{\beta\beta}^{(t)} = e_{\gamma\gamma}^{(t)} = \alpha_t T; \quad e_{\alpha\beta}^{(t)} = e_{\beta\gamma}^{(t)} = e_{\gamma\alpha}^{(t)} = 0. \quad (2.11)$$

Для выделенного элемента срединной поверхности оболочки будем иметь

$$e_{\alpha\alpha}^{(t)} = e_{\beta\beta}^{(t)} = \alpha_t T; \quad e_{\alpha\beta}^{(t)} = 0. \quad (2.12)$$

Здесь α_t - коэффициент линейного теплового расширения; T - величина, характеризующая изменение температуры при нагреве от начальной температуры t_0 до некоторого ее значения t , когда справедливо соотношение $T = t - t_0$.

Соответственно

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^{(t)} = \varepsilon_2^{(t)} = \alpha_t T_1, \quad \varepsilon_{12}^{(t)} = 0; \\ \kappa_1^{(t)} = \kappa_2^{(t)} = \alpha_t T_2, \quad \kappa_{12}^{(t)} = 0. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Определяемые таким образом деформации $e_{\alpha\alpha}^{(t)}, e_{\beta\beta}^{(t)}$ при этом должны удовлетворять условию сплошности тела (условию совместности деформаций Сен-Венана) везде и всюду, как при упругих, так и при упруго-пластических деформациях. Если $e_{\alpha\alpha}^{(t)}, e_{\beta\beta}^{(t)}, e_{\alpha\beta}^{(t)}$ принимаются как конечные деформации, то в случае малой деформации срединной поверхности имеют место уравнения Коши

$$e_{\alpha\alpha}^{(t)} = \frac{1}{A} \frac{\partial U}{\partial \alpha}; \quad e_{\beta\beta}^{(t)} = \frac{U}{A} + \frac{1}{B} \frac{\partial V}{\partial \beta}. \quad (2.14)$$

В дальнейшем предполагается, что компоненты перемещения U, V, W - однозначные непрерывные функции, имеющие непрерывные производные вплоть до третьего порядка внутри области, занятой упругим материалом.

Это предположение и соотношения (2.13) приводят к хорошо известным уравнениям совместности.

Уравнения состояния

Обычные соотношения напряжение – деформация для изотермического случая должны быть заменены здесь более полными соотношениями, включающими напряжения и переменные характеристики состояния (перемещения или деформации и температуру).

При одновременном наличии компонентов напряжения и теплового эффекта предполагается, что справедлива гипотеза Неймана. В силу этого имеем

$$\begin{aligned}\sigma_{\alpha\alpha} &= \frac{E}{1-\nu^2}(e_{\alpha\alpha} + \nu e_{\beta\beta}) - \frac{\alpha_t E}{1-\nu} T; & \sigma_{\beta\beta} &= \frac{E}{1-\nu^2}(e_{\beta\beta} + \nu e_{\alpha\alpha}) - \frac{\alpha_t E}{1-\nu} T; \\ \sigma_{\alpha\beta} &= \frac{E}{2(1+\nu)} e_{\alpha\beta},\end{aligned}\tag{2.15}$$

Уравнения состояния для любой точки срединной поверхности с учетом (2.15) могут быть выражены в следующем виде

$$\begin{aligned}e_{\alpha\alpha} &= \frac{1}{E}(\sigma_{\alpha\alpha} - \nu\sigma_{\beta\beta}) + \alpha_t T; & e_{\beta\beta} &= \frac{1}{E}(\sigma_{\beta\beta} - \nu\sigma_{\alpha\alpha}) + \alpha_t T; \\ e_{\alpha\beta} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \sigma_{\alpha\beta}.\end{aligned}\tag{2.16}$$

Переходя к термодинамическому состоянию деформируемого твердого тела, напомним, что нулевое начало термодинамики постулирует существование еще одного параметра состояния – температуры T . Распространение законов термодинамики на неравновесные процессы и неоднородные состояния осуществляется благодаря введению представлений о локальном состоянии (состоянии в «точке») и локальном равновесии.

Предполагая, что на изменение состояния материального континуума влияют только механические и тепловые движения (без учета влияния электромагнитных полей, химических процессов и т.д.) приведем запись первого начала термодинамики в классической форме

$$dU = \delta Q - \delta A,$$

где δQ – количество тепла, поступившего в систему, δA – работа внешних сил, совершенная над ней, U – внутренняя энергия системы. В данном выражении δQ и δA не являются полными дифференциалами, в то время как dU есть полный дифференциал, поскольку U является функцией состояния. Она зависит от основных параметров состояния T и e_{ij} , характеризующих взаимодействие материального континуума с окружающей средой (внешними параметрами состояния) и, возможно, от некоторых внутренних параметров.

При малом изменении состояния с учетом, что $\delta A = -\sum(\sigma_{ij}e_{ij})$ первое начало термодинамики выражается следующим равенством

$$dU = \delta Q + \sum(\sigma_{ij}e_{ij}). \quad (2.17)$$

Применительно к оболочке второе слагаемое в (2.17) определяется следующим соотношением

$$\delta A = -\sum(\sigma_{ij}e_{ij}) = -(\sigma_{\alpha\alpha}de_{\alpha\alpha} + \sigma_{\beta\beta}de_{\beta\beta} + \sigma_{\gamma\gamma}de_{\gamma\gamma} + \sigma_{\alpha\beta}de_{\alpha\beta} + \sigma_{\beta\gamma}de_{\beta\gamma} + \sigma_{\gamma\alpha}de_{\gamma\alpha}) \quad (2.18)$$

Дальнейший анализ термодинамики деформирования основывается на втором начале термодинамики, постулирующем существование в случае равновесных процессов еще одной однозначной функции состояния – энтропии S , ее полный дифференциал определяется

$$dS = \frac{1}{T} \delta Q, \quad (2.19)$$

где T – интегрирующий множитель, называемый обычно абсолютной температурой, являющимся параметром. Величина T является монотонно возрастающей функцией эмпирической температуры и не зависит от других параметров состояния. Величины S и T являются параметрами, характеризующими тепловое состояние системы. С учетом (2.17), (2.18), (2.19) имеем

$$dU = TdS + \sigma_{\alpha\alpha}de_{\alpha\alpha} + \sigma_{\beta\beta}de_{\beta\beta} + \sigma_{\gamma\gamma}de_{\gamma\gamma} + \sigma_{\alpha\beta}de_{\alpha\beta} + \sigma_{\beta\gamma}de_{\beta\gamma} + \sigma_{\gamma\alpha}de_{\gamma\alpha}. \quad (2.20)$$

Вследствие того, что правая часть выражения (2.20) есть полный дифференциал, и внутренняя энергия есть функция состояния, справедливы следующие соотношения

$$\begin{aligned}
 T &= \frac{\partial U}{\partial S}; \\
 \sigma_{\alpha\alpha} &= \frac{\partial U}{\partial e_{\alpha\alpha}}; \quad \sigma_{\beta\beta} = \frac{\partial U}{\partial e_{\beta\beta}}; \quad \sigma_{\gamma\gamma} = \frac{\partial U}{\partial e_{\gamma\gamma}}; \\
 \sigma_{\alpha\beta} &= \frac{\partial U}{\partial e_{\alpha\beta}}; \quad \sigma_{\beta\gamma} = \frac{\partial U}{\partial e_{\beta\gamma}}; \quad \sigma_{\gamma\alpha} = \frac{\partial U}{\partial e_{\gamma\alpha}}; \\
 U &= U(S, e_{\alpha\alpha}, e_{\beta\beta}, e_{\gamma\gamma}, e_{\alpha\beta}, e_{\beta\gamma}, e_{\gamma\alpha}).
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

Известно, что энергию, накапливаемую при деформации в единичном объеме материала, выделенном около данной точки, называют упругим потенциалом (dW) в окрестности рассматриваемой точки. Величина dW является приращением удельной работы деформации и в теории термоупругости определяется [82] $dW = \sigma_{ij} de_{ij}$.

В случае тонкой оболочки упругий потенциал dW равен

$$dW = \sigma_{\alpha\alpha} de_{\alpha\alpha} + \sigma_{\beta\beta} de_{\beta\beta} + \sigma_{\alpha\beta} de_{\alpha\beta}. \tag{2.22}$$

Работа, совершенная выделенным элементом тонкой оболочки на восстановление первоначальной формы после снятия внешних силовых факторов, определяется равенством

$$V = \int_{-h}^h (1 + k_1\gamma)(1 + k_2\gamma)Wd\gamma. \tag{2.23}$$

А ее полный дифференциал, выраженный через усилия и моменты, соответствует

$$dV = N_1d\varepsilon_1 + N_2d\varepsilon_2 + S_{12}d\omega_1 + S_{21}d\omega_2 + M_1d\kappa_1 + M_2d\kappa_2 + H_{12}d\tau_1 + H_{21}d\tau_2. \tag{2.24}$$

Тогда усилия и моменты в случае действия силовых и температурных факторов определяются соотношениями

$$\begin{aligned}
 N_1 &= \frac{2Eh}{1-\nu^2}(\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2) - \frac{2\alpha_t Eh}{1-\nu}F_T; & N_2 &= \frac{2Eh}{1-\nu^2}(\varepsilon_2 + \nu\varepsilon_1) - \frac{2\alpha_t Eh}{1-\nu}F_T; \\
 S_{12} &= \frac{Eh}{1+\nu}\varepsilon_{12};
 \end{aligned}$$

$$M_1 = \frac{2}{3} \frac{Eh^3}{1-\nu^2} (\kappa_1 + \nu\kappa_2) - \frac{2}{3} \frac{\alpha_t Eh^2}{1-\nu} M_T; \quad M_2 = \frac{2}{3} \frac{Eh^3}{1-\nu^2} (\kappa_2 + \nu\kappa_1) - \frac{2}{3} \frac{\alpha_t Eh^2}{1-\nu} M_T; \\ H_{12} = \frac{2}{3} \frac{Eh^3}{1+\nu} \kappa_{12}, \quad (2.25)$$

где F_T, M_T - усилие и момент от действия теплового эффекта

$$F_T = \frac{1}{2h} \int_{-h}^h t \partial \gamma; \quad M_T = \frac{3}{2h^2} \int_{-h}^h \gamma t \partial \gamma. \quad (2.26)$$

Все приведенные выше соотношения справедливы в случае действия невысокого температурного поля, когда упругие характеристики материала не изменяются. При высоком температурном поле модуль упругости материала зависит от температуры. И если процесс термоупругий (снятию напряжений и температурного поля соответствует полное исчезновение деформаций), то все расчеты проводят с уточненными упругими постоянными $E(T), G(T)$.

Уравнение теплопроводности

Уравнение теплопроводности для тонкой оболочки вытекает из теплового баланса и выражается следующим уравнением [138]

$$\Delta t + \frac{\partial^2 t}{\partial \gamma^2} + 2k \frac{\partial t}{\partial \gamma} = a^2 \frac{\partial t}{\partial \tau}, \quad (2.27)$$

где a – коэффициент температуропроводности; τ – время изменения температуры; k – средняя кривизна срединной поверхности оболочки $k = \frac{1}{2}(\kappa_1 + \kappa_2)$; Δ – характеризует дифференцирование координатных соотношений

$$\Delta = \frac{1}{A \cdot B} \left[\frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{B}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \right) + \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{A}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \right) \right]. \quad (2.28)$$

Рассматривая функцию t как функцию, зависящую от двух переменных, одна из которых зависит от координаты γ , другая от времени τ , введем в уравнение (2.27) замену $t = e^{-k\gamma} \Theta$ [94], тогда дифференциальное уравнение (2.27) принимает следующий вид

$$\Delta \Theta - k^2 \Theta + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \gamma^2} = a^2 \frac{\partial \Theta}{\partial \tau}, \quad (2.29)$$

где $\Theta(\tau)$ – функция, зависящая от времени.

Приведенные дифференциальные уравнения должны быть дополнены краевыми условиями, которые формулируются начальными и граничными условиями.

Компоненты перемещения u , v , w срединной поверхности тонкой оболочки в термоупругой задаче связаны системой дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} L_{11}u + L_{12}v + L_{13}w &= -q_1 + 2 \frac{\alpha_t E h}{1-\nu} \frac{1}{A} \left(\frac{\partial F_T}{\partial \alpha} + \frac{k_1 h}{3} \frac{\partial M_T}{\partial \alpha} \right); \\ L_{21}u + L_{22}v + L_{23}w &= -q_2 + 2 \frac{\alpha_t E h}{1-\nu} \frac{1}{B} \left(\frac{F_T}{\partial \beta} + \frac{k_2 h}{3} \frac{\partial M_T}{\partial \beta} \right); \\ L_{31}u + L_{32}v + L_{33}w &= q_n + 2 \frac{\alpha_t E h}{1-\nu} \frac{1}{A} \left(\frac{h}{3} \Delta M_T - 2k F_T \right). \end{aligned} \quad (2.30)$$

Здесь L_{ij} , ($i, j = 1, 2, 3$) - дифференциальные операторы не выше четвертого порядка с переменными коэффициентами; q_1 , q_2 , q_n – интенсивность тепловых нагрузок.

Большое значение для решения задач по теориям упругости и термоупругости имеют краевые задачи уравнений эллиптического типа

$$\Delta u = 0; \Delta u = f(x, y, z); \Delta^2 u = 0,$$

где Δ - оператор Лапласа, равный $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$; $u(x, y, z)$ – гармоническая функция. Или $\Delta u \equiv \text{div grad } u = 0$.

Уравнение теплопроводности в круговых цилиндрических координатах является уравнением Лапласа

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0;$$

$$0 \leq r < \infty; \quad -\pi < \varphi \leq \pi, \quad -\infty < z < +\infty, \quad (2.31)$$

где r , φ , z - координаты евклидова пространства.

В случае $\Delta u = f(r, \varphi, z)$ уравнение теплопроводности называется уравнением Пуассона, которое при тех же равных граничных условий имеет вид

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = f(r, \varphi, z). \quad (2.32)$$

В большинстве случаев в задачах теории термоупругости требуется найти решение уравнения теплопроводности, удовлетворяющее некоторым дополнительным условиям. В пространственной температурной задаче, такими условиями являются требования или решения, при которых производные искомых уравнений принимают значения на заданных поверхностях. В случае двух независимых переменных такие поверхности вырождаются в линии.

§ 2.3. Статическая и квазистатическая задачи термоупругости

В теории термоупругости, как правило, накладывається ограничение на величину термического возмущения. Предполагается, что приращение температуры мало по сравнению с начальной. Снятие этого ограничения не нарушает положения о малости деформации, но приводит к нелинейному уравнению теплопроводности. Поэтому многие решения рассматриваются в статической и квазистатической постановке задачи.

Статическая и квазистатическая задачи отличаются тем, что в первой из них (статической) температурное поле является стационарным, а во второй – нестационарным.

Статическая и квазистатическая задачи термоупругости относятся к несвязанным задачам, при которых не учитывается эффект связанности температурного поля и поля деформации, а также силы инерции, обусловленные нестационарным температурным полем (в стационарном температурном поле такие силы инерции отсутствуют).

Алгоритм решения несвязанной задачи заключается в следующем. Сначала из уравнения теплопроводности с учетом начальных и граничных условий определяется температурное поле. Далее определяется термоупругое напряженное состояние. Для оболочки первоначально решается уравнение теплопроводности (2.27), далее рассматривается система разрешающих уравнений (2.30). Температурные напряжения могут быть найдены по статически эквивалентным им внутренним усилиям и моментам.

При соблюдении равенства (2.13) справедливы соотношения [138]

$$\begin{aligned}\sigma_{\alpha\alpha} &= \frac{1}{2h} \left(N_1 + 3M_1 \frac{\gamma}{h} \right) + \frac{\alpha_t E}{1-\nu} \left(F_T + \frac{\gamma}{h} M_T - t \right); \\ \sigma_{\beta\beta} &= \frac{1}{2h} \left(N_2 + 3M_2 \frac{\gamma}{h} \right) + \frac{\alpha_t E}{1-\nu} \left(F_T + \frac{\gamma}{h} M_T - t \right); \\ \sigma_{\alpha\beta} &= \frac{1}{2h} \left(S_{12} + 3H_{12} \frac{\gamma}{h^2} \right),\end{aligned}\quad (2.33)$$

где t - начальная температура оболочки, независимая от деформированного состояния, все остальные обозначения соответствуют ранее принятым.

При линейном изменении температуры $\Delta T = T - T_0$ по толщине оболочки и постоянным значением α_t с учетом $\varepsilon^{(t)} + \kappa^{(t)} = \alpha_t (T - T_0)$ имеет место [82]

$$\sigma_{\alpha\alpha} = \frac{N_1}{h} + \frac{12M_1\gamma}{h^3}; \quad \sigma_{\beta\beta} = \frac{N_2}{h} + \frac{12M_2\gamma}{h^3}. \quad (2.34)$$

Для определения внутренних напряжений применяют следующие основные методы: аналитические, численные (математический эксперимент), экспериментальные. Рассмотрим некоторые из них.

§ 2.4. Аналитические и численные методы определения внутренних напряжений при тепловом воздействии

Аналитические методы определения внутренних напряжений наиболее эффективны при анализе элементов конструкций простой геометрической формы: сферической, цилиндрической, эллиптической. Это объясняется

методологией линейной теории упругости, когда необходимо найти истинное решение задачи при минимальном количестве принятых гипотез и предпосылок, которое соответствует конкретным заданным граничным условиями и удовлетворяет конкретным действительным граничным условиям.

При действии тепловых нагрузок задача определения искомых параметров усложняется, появляется необходимость определения температурных напряжений [16, 62, 65, 67, 70]. В таком случае математические методы решения задач линейной упругости сводятся к определению термонапряжений при заданном температурном поле, получивших развитие в задачах изотермической теории упругости. Соответствующие уравнения классической (линейной) теории упругости для изотропного случая, учитывающие дополнительные и температурные деформации в виде, применительно к тонкой оболочке, описываются уравнениями (2.16).

При решении задач термоупругости используют уравнение для напряжения в тензорной форме записи, когда в общем виде напряжения выражаются следующим образом

$$\sigma_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + 3\delta_{ij}\lambda\varepsilon - \delta_{ij}\frac{E}{1-2\nu}\alpha T - \sigma_{ij}^0,$$

где μ , λ – параметры Ламе, выраженные через известные соотношения

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}; \quad \delta_{ij} - \text{символ Кронекера; величина } \sigma_{ij}^0$$

характеризует внутреннее напряжение вследствие возникновения в теле дополнительных деформаций и определяется как $\sigma_{ij}^0 = 2\mu\varepsilon_{ij}^0 + 3\delta_{ij}\lambda\varepsilon^0$.

В большинстве случаев сложностью в определении температурных напряжений является решение температурной задачи. Для этих целей используются методы теплопроводности и теплопередачи, которые включают основные подходы к поиску соответствующего уравнения теплопроводности и выявления видов источников тепла.

В некоторых случаях связь между напряжениями и деформациями может быть выражена через термоупругий потенциал перемещений

$$\Delta\Phi = \frac{1+\nu}{1-\nu}\alpha T, \quad (2.35)$$

где Δ – оператор Лапласа в соответствующей системе координат, Φ – термоупругий потенциал перемещений.

В случае цилиндрической системы координат компоненты тензора термонапряжений с учетом (2.35) определяются соответствующим образом

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= 2\mu \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} - \Delta\Phi \right); & \sigma_{\theta\theta} &= 2\mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} - \Delta\Phi \right); & \sigma_{zz} &= 2\mu \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} - \Delta\Phi \right); \\ \sigma_{rz} &= 2\mu \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial z}. \end{aligned} \quad (2.36)$$

где μ – модуль сдвига.

Большое значение в решении пространственной задачи термоупругости является ее сведение к плоскому напряженному состоянию. Постановка плоской задачи термоупругости имеет особенности по сравнению с плоской задачей изотермической теории упругости, связанные с характером температурного поля. Так, например, плоское напряженное состояние в рамках пространственной теории упругости может существовать при пространственном температурном поле, удовлетворяющем определенному условию. [82].

Компоненты тензора термонапряжений в плоской задаче термоупругости могут быть определены через функцию напряжений F [54, 57, 58, 63, 74, 76, 100÷105]. Если поперечное сечение элемента конструкции представляет собой односвязную область и ограничено кривыми второго порядка (окружность, эллипс), то функция напряжений F удовлетворяет бигармоническому уравнению (стационарная задача)

$$\Delta\Delta F = -\frac{\alpha E}{1-\nu}\Delta T, \quad (2.37)$$

где $\Delta T = -\frac{q_\nu}{\lambda}$, $\Delta\Delta = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \times \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)$.

Для стационарной задачи термоупругости функция F удовлетворяет следующим условиям на контуре тела

$$F = \frac{\partial F}{\partial n} = 0 \text{ на } \Gamma \text{ (внешний контур)}. \quad (2.38)$$

В декартовой системе координат компоненты тензора термонапряжений выражаются через функцию F следующим образом

$$\sigma_{xx} = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \quad \sigma_{yy} = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \quad \sigma_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}. \quad (2.39)$$

Для многосвязной области функция напряжений F удовлетворяет следующим условиям на внутренних замкнутых контурах Γ_k [54, 57, 58, 63]

$$F = a_k x + b_k y + c_k, \\ \frac{\partial F}{\partial n} = a_k \frac{\partial x}{\partial n} + b_k \frac{\partial y}{\partial n}. \quad (2.40)$$

Постоянные a_k , b_k и c_k определяют из условий однозначности перемещений (u , v) и угла поворота относительно оси z (условия Митчелла). В приведенных соотношениях необходимо определять функцию напряжения F , которая в свою очередь требует решение задачи теплопроводности.

В последнее время широкое распространение в решении термоупругих задач получили хорошо разработанные численные методы, основанные на дискретной математике. В механике деформируемого твердого тела для построения разностных схем наиболее широко используется метод конечных элементов (МКЭ), метод конечных разностей (МКР) и метод граничных интегральных уравнений (МГИУ) и др.

Построение метода конечных разностей (МКР) на дифференциальной основе сталкивается с большими трудностями в применении к сложным задачам прикладной теории механики деформируемого твердого тела, связанными с параметрическими неоднородностями физико-механических, геометрических и эксплуатационных свойств конструкций. В этих случаях целесообразнее применять вариационные подходы, когда сеточные уравнения МКР выводятся из вариационных уравнений теории упругости (уравнения Эйлера – Лагранжа в сеточной форме) или как условия прямой

минимизации функционалов (подобно процедуре Ритца) [1]. Поэтому наиболее предпочтительным в данном случае является применение метода конечных элементов, в основе которого также лежат вариационные принципы, связанные с понятием функционала.

Неограниченные возможности новых пакетов прикладных программ таких, как ANSYS позволяют проводить компьютерное моделирование протекающих процессов на виртуальных твердотельных моделях. Мощные вычислительные комплексы реализуют аппроксимацию функций u , v , w в каждом малом элементе, решая систему линейных алгебраических уравнений [55].

Приведенные методы определения термонапряженного состояния конструкции с достаточной точностью дают возможность определять максимальные уровни температурных напряжений и позволяют исследователю судить о степени НДС, однако не дают однозначного ответа на вопрос: – являются ли эти напряжения экстремальными для упругого состояния конструкции.

Поэтому в соответствие с поставленными задачами проводимых исследований в оценке термоупругого состояния конструкций оболочечного типа предлагается использовать вариационные принципы механики, основанные на принципе наименьшего действия. Приведем подробное рассмотрение вариационных методов решения прикладных задач МДТТ.

§ 2.5. Вариационные методы в решении задач теории тонкостенной упругой оболочки

Вариационное исчисление является разделом математики, в котором помимо решения задачи минимизации некоторого интеграла изучается также свойство стационарности функции от функций, т.е. функционала. Такой подход заключается не в отыскании экстремума функции конечного числа переменных, а в нахождении среди множества допустимых функций такой,

которая придает заданному функционалу стационарное значение [25]. Поэтому данный метод широко распространен на решение задач механики и теории упругости.

Исходная задача теории упругости записывается в интегральной форме, связанной с вариационными принципами, и заключается в получении некоторого функционала – интеграла от искомых функций. Таким функционалом является полная потенциальная энергия системы.

Для решения упругой и упругопластической задач часто применяются решения, основанные на вариационных принципах Лагранжа и Кастельяна.

Если граничные условия на поверхности выполнены

$$\begin{aligned} P_r = p_r; P_\theta = p_\theta; P_z = p_z \text{ на } S_\sigma; \\ u_r = \bar{u}_r; u_\theta = \bar{u}_\theta; u_z = \bar{u}_z \text{ на } S_u, \end{aligned} \quad (2.41)$$

а деформации и перемещения связаны геометрическими уравнениями теории упругости (2.4÷2.7), то функционал полной потенциальной энергии принимает следующий вид

$$I = \int_V \left[u_0 (e_{ij}) - (F_r u_r + F_\theta u_\theta + F_z u_z) \right] dV - \int_{S_\sigma} (u_r p_r + u_\theta p_\theta + u_z p_z) dS. \quad (2.42)$$

Здесь r, θ, z – направления соответствующих координат; p_r, p_θ, p_z нагрузка на поверхности S_σ ; u_r, u_θ, u_z - перемещения на поверхности S_u .

В выражении (2.42) перемещения являются независимыми функциями и вектор перемещений варьируется таким образом, что $\delta u_i = 0$ на поверхности S_u . Вариация этого функционала равна

$$\begin{aligned} \delta I = \\ = \int_V \left[\frac{\partial u_0}{\partial e_{rr}} \delta e_{rr} + \frac{\partial u_0}{\partial e_{\theta\theta}} \delta e_{\theta\theta} + \frac{\partial u_0}{\partial e_{zz}} \delta e_{zz} + \frac{\partial u_0}{\partial e_{rz}} \delta e_{rz} + \frac{\partial u_0}{\partial e_{z\theta}} \delta e_{z\theta} + \frac{\partial u_0}{\partial e_{z\theta}} \delta e_{z\theta} - (F_r \delta u_r + F_\theta \delta u_\theta + F_z \delta u_z) \right] dV - \\ - \int_{S_\sigma} (p_r \delta u_r + p_\theta \delta u_\theta + p_z \delta u_z) dS. \end{aligned} \quad (2.43)$$

Учитывая известные соотношения

$$\frac{\partial u_0}{\partial e_{ii}} = \sigma_{ii} \quad (i = r, \theta, z); \quad \frac{\partial u_0}{\partial e_{ij}} = \tau_{ij} \quad (i, j = r, \theta, z),$$

где

$$\begin{aligned}\frac{\partial u_0}{\partial e_{rr}} \delta e_{rr} &= \sigma_{rr} \delta e_{rr} = \sigma_{rr} \delta \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right); \quad \frac{\partial u_0}{\partial e_{\theta\theta}} \delta e_{\theta\theta} = \sigma_{\theta\theta} \delta e_{\theta\theta} = \sigma_{\theta\theta} \delta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} \right); \\ \frac{\partial u_0}{\partial e_{zz}} \delta e_{zz} &= \sigma_{zz} \delta e_{zz} = \sigma_{zz} \delta \frac{\partial u_z}{\partial z} \\ \frac{\partial u_0}{\partial e_{r\theta}} \delta e_{r\theta} &= \tau_{r\theta} \delta e_{r\theta} = \tau_{r\theta} \delta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right); \quad \frac{\partial u_0}{\partial e_{\theta z}} \delta e_{\theta z} = \tau_{\theta z} \delta e_{\theta z} = \tau_{\theta z} \delta \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} \right); \\ \frac{\partial u_0}{\partial e_{rz}} \delta e_{rz} &= \tau_{rz} \delta e_{rz} = \tau_{rz} \delta \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right),\end{aligned}$$

можно вариацию (2.43) выразить через напряжения и усилия на поверхностях S_u и S_σ .

$$\begin{aligned}I &= \int_V \left[\left(\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} + F_r \right) \delta u_r + \right. \\ &+ \left(\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2}{r} \tau_{r\theta} + F_\theta \right) \delta u_\theta + \left(\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{1}{r} \tau_{rz} + F_z \right) \delta u_z \Big] dV + \\ &+ \int_S (P_r \delta u_r + P_\theta \delta u_\theta + P_z \delta u_z) dS - \int_{S_\sigma} (p_r \delta u_r + p_\theta \delta u_\theta + p_z \delta u_z) dS. \quad (2.44)\end{aligned}$$

Выражение

$$\delta I = 0 \quad (2.45)$$

в теории упругости является вариационным уравнением Лагранжа.

Формулировка вариационного принципа Лагранжа заключается в утверждении, что из всех возможных напряженных состояний упругого тела, для которых выполнены граничные условия в перемещениях, а деформации и перемещения связаны геометрическими уравнениями теории упругости, истинным является то состояние, при котором потенциальная энергия системы получает минимальное значение [85].

Если допустить, что функции, определяющие напряженное состояние, связаны с уравнениями равновесия сил, физическими соотношениями и выполнены граничные условия в напряжениях на поверхности S_σ , то функционал полной потенциальной энергии принимает вид

$$I = \int_V \left[\left(\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} + F_r \right) u_r + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2}{r} \tau_{r\theta} + F_\theta \right) u_\theta + \left(\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{1}{r} \tau_{rz} + F_z \right) u_z + \Phi_0(\sigma_{ij}) dV - \\
& - \int_S (P_r \delta u_r + P_\theta \delta u_\theta + P_z \delta u_z) dS - \int_{S_\sigma} (p_r \delta u_r + p_\theta \delta u_\theta + p_z \delta u_z) dS + \\
& + \int_{S_u} \left[P_r (u_r - \bar{u}_r) + P_\theta (u_\theta - \bar{u}_\theta) + P_z (u_z - \bar{u}_z) \right] dS. \quad (2.46)
\end{aligned}$$

Для случая, когда два из граничных условий (2.41) выполняются, получаем функционал Кастильяно в виде

$$I = \int_V \Phi_0(\sigma_{ij}) dV - \int_{S_u} (P_r \bar{u}_r + P_\theta \bar{u}_\theta + P_z \bar{u}_z) dS. \quad (2.47)$$

Вариация

$$\delta I = 0 \quad (2.48)$$

в случае, что все вариации напряжений на поверхности S_σ равны нулю.

Вариационный принцип Кастильяно имеет ясное физическое истолкование, что из всех возможных напряженных состояний упругого тела, для которых выполнены уравнения равновесия сил и граничные условия в напряжениях, потенциальная энергия деформации принимает минимальное значение [85].

Квадратичный функционал полной потенциальной энергии системы «тело-нагрузка» может быть записан для любой конструкции. Следствием этого является широкое использование принципов Лагранжа и Кастильяна при решении прикладных задач механики деформируемого твердого тела. В отличие от вариационных принципов Ху-Вашицу и Рейсснера эти принципы являются экстремальными, ибо для действительного напряженно-деформированного состояния функционал полной потенциальной энергии системы достигает минимума по сравнению с другими возможными состояниями упругого тела.

Уравнения равновесия и статические граничные условия служат уравнениями Эйлера для функционала энергии. Поэтому при решении задачи теории упругости и пластичности в вариационной постановке нет необходимости заранее удовлетворять граничным условиям в напряжениях,

ибо они удовлетворяются автоматически при нахождении минимума функционала полной потенциальной энергии системы.

Применительно к теории оболочек вариационным принципом приведенных ниже *уравнений равновесия* тонкостенной упругой оболочки также является принцип минимизации функционала энергии системы, основой которого составляет уравнение Эйлера – Лагранжа для функционала, представляющего собой разность между потенциальной энергии и работой совершаемой внешними силами. В произвольной ортогональной криволинейной системе координат α, β, γ этот функционал имеет следующий вид [146]

$$J(u_\alpha, u_\beta, u_\gamma) = \frac{1}{2} \iiint_V \left[\frac{\nu}{1-2\nu} (e_{\alpha\alpha} + e_{\beta\beta} + e_{\gamma\gamma})^2 + e_{\alpha\alpha}^2 + e_{\beta\beta}^2 + e_{\gamma\gamma}^2 + \frac{1}{2} (e_{\alpha\beta}^2 + e_{\alpha\gamma}^2 + e_{\beta\gamma}^2) \right] \times \frac{E dv}{1+\nu} - \iiint_V (Q_\alpha u_\alpha + Q_\beta u_\beta + Q_\gamma u_\gamma) dv - \iint_S (q_\alpha u_\alpha + q_\beta u_\beta + q_\gamma u_\gamma) ds \quad (2.49)$$

где $u_\alpha, u_\beta, u_\gamma$ - проекции вектора перемещения \mathbf{u} ; $Q_\alpha, Q_\beta, Q_\gamma$ - проекции объемной силы \mathbf{Q} ; $q_\alpha, q_\beta, q_\gamma$ - проекции поверхностной силы \mathbf{q} , V - объемная область, занимаемая упругим телом; S - граничная поверхность; все остальные соотношения соответствуют ранее принятым.

Из теории поверхностей запишем приращение линейного элемента оболочки ds в первой квадратичной форме в криволинейных координатах

$$ds^2 = H_\alpha^2 d\alpha^2 + H_\beta^2 d\beta^2,$$

где H_α, H_β - коэффициенты Ламе. В ортогональной системе координат для срединной поверхности оболочки параметры Ламе связаны соотношениями

$$H_\alpha = A(1+k_1\gamma); \quad H_\beta = A(1+k_2\gamma); \quad H_\gamma = 1. \quad (2.50)$$

У замкнутой оболочки граничная поверхность S складывается из двух поверхностей лицевой S_+ - и внутренней S_- , которые характеризуются соответственно следующими равенствами $\gamma = h / 2$ и $\gamma = -h / 2$; где h - толщина оболочки.

Интеграл от какой-либо функции $F(\alpha, \beta, \gamma)$ по области объема V , занимаемой оболочкой, может быть преобразован к виду

$$\iiint_V F(\alpha, \beta, \gamma) dv = \iint_{S_0} \left[\int_{-h/2}^{+h/2} F(\alpha, \beta, \gamma)(1+k_1\gamma)(1+k_2\gamma) d\gamma \right] \times AB d\alpha d\beta. \quad (2.51)$$

Здесь через S_0 обозначается некоторая выделенная поверхность области, а элемент объема dv определяется произведением $dv = H_\alpha H_\beta H_\gamma d\alpha d\beta d\gamma$.

Введем следующие обозначения. В случае незамкнутой оболочки полагаем, что ее краем служит поверхность $\alpha = a$, которую обозначим как s . Кривую, ограничивающую среднюю поверхность оболочки при $\alpha = a$, $\gamma = 0$, обозначим через C . Для оболочки, открытой с двух сторон, принимаем что ее краями служат поверхности $\alpha_0 = a_0$, $\alpha = a$. Соответствующие обозначения этих поверхностей будут ζ_0 и ζ . Кривые, ограничивающие среднюю поверхность оболочки в интервале $\alpha_0 = a_0$, $\gamma = 0$, $\alpha = a$, $\gamma = 0$ обозначим как C_0 и C . В общем случае поверхность S складывается из четырех поверхностей S_+ , S_- , ζ_0 и ζ .

Пусть далее имеем f – функцию, заданную на поверхности S равенствами

$$\begin{aligned} f &= f(\alpha, \beta) \text{ на } S_+, \quad f = f_-(\alpha, \beta) \text{ на } S_-; \\ f &= f_0(\beta, \gamma) \text{ на } \zeta_0, \quad f = f(\beta, \gamma) \text{ на } \zeta. \end{aligned} \quad (2.52)$$

Тогда интеграл от функции f по поверхности S представим в виде

$$\iint_S f ds = \iint_{S_+} f_+ ds + \iint_{S_-} f_- ds + \iint_{\zeta_0} f_0 ds + \iint_{\zeta} f ds. \quad (2.53)$$

Элемент $d\zeta$ поверхности S через параметры Ламе будет определяться равенствами

$$\begin{aligned} d\zeta &= (H_\alpha H_\beta)_{\gamma=\frac{h}{2}} d\alpha d\beta \text{ на } S_+; \quad d\zeta = (H_\alpha H_\beta)_{\gamma=-\frac{h}{2}} d\alpha d\beta \text{ на } S_-; \\ d\zeta &= (H_\beta H_\gamma)_{\alpha=a_0} d\beta d\gamma \text{ на } \zeta_0; \quad d\zeta = (H_\beta H_\gamma)_{\alpha=a} d\beta d\gamma \text{ на } \zeta. \end{aligned}$$

В силу (2.50) имеем

$$\begin{aligned} d\zeta &= AB \left(1 + \frac{k_1 h}{2}\right) \left(1 + \frac{k_2 h}{2}\right) d\alpha d\beta \text{ на } S_+; \quad d\zeta = AB \left(1 - \frac{k_1 h}{2}\right) \left(1 - \frac{k_2 h}{2}\right) d\alpha d\beta \text{ на } S_-; \\ d\zeta &= [B(1+k_2\gamma)]_{\alpha=a_0} d\beta d\gamma \text{ на } \zeta_0; \quad d\zeta = [B(1+k_2\gamma)]_{\alpha=a} d\beta d\gamma \text{ на } \zeta. \end{aligned}$$

С учетом этого перепишем формулу (2.53) в следующем виде

$$\iint_S f ds = \iint_{S^+} \left[f_+(\alpha, \beta) \left(1 + \frac{k_1 h}{2}\right) \left(1 + \frac{k_2 h}{2}\right) + f_-(\alpha, \beta) \left(1 - \frac{k_1 h}{2}\right) \left(1 - \frac{k_2 h}{2}\right) \right] AB d\alpha d\beta +$$

$$+ \int_{C_0} \left[\int_{-h/2}^{+h/2} f_0(\beta, \gamma) (1 + k_2 \gamma) d\gamma \right] B d\beta + \int_C \left[\int_{-h/2}^{+h/2} f(\beta, \gamma) (1 + k_2 \gamma) d\gamma \right] B d\beta. \quad (2.54)$$

Если задаются поверхностные силы выражения (2.49) через граничные условия

$$\begin{aligned} q_\alpha &= q_\alpha^+(\alpha, \beta), \quad q_\beta = q_\beta^+(\alpha, \beta); \quad q_\gamma = q_\gamma^+(\alpha, \beta) \quad \text{на } S_+; \\ q_\alpha &= q_\alpha^-(\alpha, \beta), \quad q_\beta = q_\beta^-(\alpha, \beta); \quad q_\gamma = q_\gamma^-(\alpha, \beta) \quad \text{на } S_-; \\ q_\alpha &= q_\alpha^{(0)}(\beta, \gamma), \quad q_\beta = q_\beta^{(0)}(\beta, \gamma); \quad q_\gamma = q_\gamma^{(0)}(\beta, \gamma) \quad \text{на } \zeta_0; \\ q_\alpha &= q_\alpha(\beta, \gamma), \quad q_\beta = q_\beta(\beta, \gamma); \quad q_\gamma = q_\gamma(\beta, \gamma) \quad \text{на } \zeta_0, \end{aligned} \quad (2.55)$$

то решение задачи о равновесии упругой оболочки сводится к отысканию экстремума функционала $J(u_\alpha, u_\beta, u_\gamma)$, приведенного к следующим соотношениям

$$\begin{aligned} J(u_\alpha, u_\beta, u_\gamma) &= \\ &= \iint_{S_0} \left\{ \int_{-h/2}^{+h/2} \left[\frac{\nu}{1-2\nu} (e_{\alpha\alpha} + e_{\beta\beta} + e_{\gamma\gamma})^2 + e_{\alpha\alpha}^2 + e_{\beta\beta}^2 + e_{\gamma\gamma}^2 + \frac{1}{2} (e_{\alpha\beta}^2 + e_{\alpha\gamma}^2 + e_{\beta\gamma}^2) \right] \frac{E}{2(1+\nu)} - Q_\alpha u_\alpha - Q_\beta u_\beta - Q_\gamma u_\gamma \right\} \times \\ &\times (1+k_1 h)(1+k_2 h) d\gamma - \left[q_\alpha^+ u_\alpha \left(\alpha, \beta, +\frac{h}{2} \right) + q_\beta^+ u_\beta \left(\alpha, \beta, +\frac{h}{2} \right) + q_\gamma^+ u_\gamma \left(\alpha, \beta, +\frac{h}{2} \right) \right] \left(1 + \frac{k_1 h}{2} \right) \left(1 + \frac{k_2 h}{2} \right) - \\ &- \left[q_\alpha^- u_\alpha \left(\alpha, \beta, -\frac{h}{2} \right) + q_\beta^- u_\beta \left(\alpha, \beta, -\frac{h}{2} \right) + q_\gamma^- u_\gamma \left(\alpha, \beta, -\frac{h}{2} \right) \right] \left(1 - \frac{k_1 h}{2} \right) \left(1 - \frac{k_2 h}{2} \right) \} AB d\alpha d\beta - \\ &- \int_{C_0} \left[\int_{-h/2}^{+h/2} (q_\alpha^{(0)} u_\alpha + q_\beta^{(0)} u_\beta + q_\gamma^{(0)} u_\gamma) (1 + k_2 \gamma) d\gamma \right] B d\beta - \\ &- \int_C \left[\int_{-h/2}^{+h/2} (q_\alpha u_\alpha + q_\beta u_\beta + q_\gamma u_\gamma) (1 + k_2 \gamma) d\gamma \right] B d\beta. \end{aligned} \quad (2.56)$$

С учетом (2.5) и (2.50) деформации в выражении (2.56) связаны с искомыми перемещениями $u_\alpha, u_\beta, u_\gamma$ соотношениями

$$\begin{aligned} e_{\alpha\alpha} &= \frac{1}{(1+k_1\gamma)A} \frac{\partial u_\alpha}{\partial \alpha} + \left[\frac{\partial A}{\partial \beta} + \gamma \frac{\partial(k_1 A)}{\partial \beta} \right] \frac{u_\beta}{(1+k_1\gamma)(1+k_2\gamma)AB} + \frac{k_1\gamma}{1+k_1\gamma}; \\ e_{\beta\beta} &= \frac{1}{(1+k_2\gamma)B} \frac{\partial u_\beta}{\partial \beta} + \left[\frac{\partial B}{\partial \alpha} + \gamma \frac{\partial(k_2 B)}{\partial \alpha} \right] \frac{u_\alpha}{(1+k_1\gamma)(1+k_2\gamma)AB} + \frac{k_2\gamma}{1+k_2\gamma}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
e_{\gamma\gamma} &= \frac{\partial u_\gamma}{\partial \gamma}; \\
e_{\alpha\beta} &= \frac{1}{(1+k_2\gamma)B} \frac{\partial u_\alpha}{\partial \beta} + \frac{1}{(1+k_1\gamma)A} \frac{\partial u_\beta}{\partial \alpha} - \left[\frac{\partial A}{\partial \beta} + \gamma \frac{\partial(k_1A)}{\partial \beta} \right] \times \frac{u_\alpha}{(1+k_1\gamma)(1+k_2\gamma)AB} - \\
&\quad - \left[\frac{\partial B}{\partial \alpha} + \gamma \frac{\partial(k_2B)}{\partial \alpha} \right] \frac{u_\beta}{(1+k_1\gamma)(1+k_2\gamma)AB}; \\
e_{\beta\gamma} &= \frac{\partial u_\gamma}{\partial \gamma} + \frac{1}{(1+k_2\gamma)B} \frac{\partial u_\gamma}{\partial \beta} - \frac{k_2 u_\beta}{1+k_2\gamma}; \\
e_{\alpha\gamma} &= \frac{\partial u_\gamma}{\partial \gamma} + \frac{1}{(1+k_1\gamma)A} \frac{\partial u_\gamma}{\partial \alpha} - \frac{k_1 u_\alpha}{1+k_1\gamma}. \tag{2.57}
\end{aligned}$$

§ 2.6. Вариационные принципы теории термоупругости в случаях статической и квазистатической задач термоупругости

Для определения температурных напряжений эффективным является применение вариационных методов, один из которых является обобщением вариационного уравнения Лагранжа на случай термоупругости, изложенный в предыдущем параграфе. Данный метод соответствует вариационным принципам изотермической теории упругости для статической и квазистатической задач термоупругости. Приведем его основную суть.

Пусть тело, находится под действием поверхностных сил f_i и объемных сил F_i при температурном поле $T - T_0$. Сообщим телу возможные перемещения u_i , допускаемые связями и удовлетворяющие некоторым геометрическим граничным условиям $u_i = g_i(x_k)$. Тогда при заданных перемещениях, когда удовлетворяются только *уравнения совместности деформаций* (уравнения равновесия для напряжений, соответствующих возможным перемещениям, не удовлетворяются), имеем равенство

$$\int_V (\sigma_{ij,j} + F_i) \delta u_i dV = 0, \tag{2.58}$$

где F - плотность свободной энергии (термодинамический потенциал).

Преобразуем (2.56) с помощью формулы Остроградского – Гаусса для замкнутой поверхности Ω , ограничивающей объем V в следующий вид

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} n_j \delta u_i d\Omega + \int_V F_i \delta u_i dV - \int_V \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dV = 0, \quad (2.59)$$

где n – компонента единичного вектора нормали.

С учетом того, что F является функцией состояния, и ее приращение при изменении состояния упругого тела есть полный дифференциал, то справедливы соотношения

$$\frac{\partial F}{\partial T} = -S; \quad \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}} = \sigma_{ij}, \quad (2.60)$$

где S – энтропия; T – параметр, характеризующий температурное поле.

С учетом (2.60) запишем (2.59) в виде

$$\delta \int_V F dV - \int_V F_i \delta u_i dV - \int_{\Omega} f_i \delta u_i d\Omega = 0. \quad (2.61)$$

Уравнение (2.61) вполне приемлемо для нахождения минимума плотности свободной энергии путем основных операций вариационного исчисления. Оно обобщает известное начало возможных перемещений Лагранжа для случая упругого равновесия и решается непосредственно без обращения к предельному переходу (решение Эйлера) [90]. Приращение плотности энергии деформации $\delta W = \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij}$ заменяется приращением плотности свободной энергии $\delta F = \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij}$.

Вариационные принципы термоупругости могут быть изложены с использованием термодинамического потенциала Гиббса. Такая задача обобщена вариационной формулой Кастильяна, приведенная также в литературе [82], и произвольные вариации строятся для компонент тензора напряжений, удовлетворяющих только *уравнениям равновесия*.

Пусть новые компоненты тензора напряжений $\sigma_{ij} + \delta \sigma_{ij}$ в рассматриваемом теле удовлетворяют уравнениям равновесия и граничным условиям вида $\sigma_{ij} n_j = f(x_k)$. В таком случае произвольные вариации должны быть

$$\delta \sigma_{ij} = 0. \quad (2.62)$$

Тогда вариации внешних поверхностных сил должны подчиняться условию

$$\delta f_i = \delta \sigma_{ij} n_j. \quad (2.63)$$

Действительному напряженному состоянию тела соответствуют деформации ε_{ij} , выраженные через плотность термодинамического потенциала Гиббса G следующим соотношением

$$\int_V \left(\varepsilon_{ij} + \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} \right) \delta \sigma_{ij} dV = 0. \quad (2.64)$$

Используя формулу Остроградского – Гаусса, заменим компоненты деформации компонентами перемещения, связанные известными соотношениями, получим

$$\int_{\Omega} u_i \delta \sigma_{ij} n_j d\Omega - \int_{\Omega} u_i \delta \sigma_{ij} dV + \int_V \delta G dV = 0.$$

На основании равенств (2.84) и (2.85) окончательно имеем

$$\delta \int_V G dV + \int_{\Omega} u_i \delta f_i = 0.$$

Приведенные алгоритмы решения несвязанных задач термоупругости позволяют определять работу исследуемых конструкций исходя из упругой стадии работы. Однако во многих случаях, диктуемых условиями протекания тепловых процессов, (действие локальных высокоградиентных температурных полей при сварке и пр.) приводит к появлению в конструкциях зон с упругопластическими деформациями. Исследование упругопластического состояния в таких случаях необходимо проводить с решением связанных задач термоупругости, при которых должен учитываться эффект связанности температурных полей с полями деформации. Тогда вариационные принципы могут быть реализованы в энергетическом пространстве на основе рассмотрения минимизирующих задач. Изложим это в следующем параграфе.

§2.7. Задачи минимизации с ограничениями в переходных процессах упругопластического состояния конструкции

Упругопластическая задача связана с отысканием границы перехода из одного состояния тела в другое на более узком множестве функций, чем традиционные и основана на минимизации элементов энергетического пространства. Соответствующие функционалы не обладают гладкостью, необходимой для классических методов вариационного исчисления. Хотя выпуклые множества имеют одно неоспоримое преимущество – у них всегда существует экстремум. Для исследования такого рода экстремальных задач с ограничениями были привлечены вариационные неравенства, что позволило решить многие сложные задачи механики и физики. Так, например, вариационная задача вязко-пластичности, сформулированная А.А. Илюшиным была исследована с помощью неклассического метода вариационного исчисления П.П. Мосоловым и В.П. Мясниковым.

В качестве иллюстративного примера приведем простую задачу, связанную с решением дифференциальных уравнений в частных производных, постановку и физическую интерпретацию которой можно найти в работах [42, 171]. Будем использовать некоторые понятия функционального анализа.

В открытой ограниченной области Ω из \mathbf{R}^n пространства с границей Γ разыскивается некоторая вещественная функция $x \rightarrow u(x)$, удовлетворяющая в Ω классическому уравнению

$$-\Delta u + u = f, \quad (2.65)$$

где f задана на Ω ; $\Delta u = \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2}$ с граничными условиями в виде неравенств

$$u \geq 0, \quad \frac{\partial u}{\partial \nu} \geq 0, \quad u \frac{\partial u}{\partial \nu} = 0 \text{ на } \Gamma. \quad (2.66)$$

Здесь $\partial / \partial \nu$ означает производную по направлению внешней нормали на Γ .

Покажем суть сведения задачи (2.65), (2.66) к экстремальной задаче с ограничениями.

Рассмотрим функционал вида

$$J(v) = \frac{1}{2}a(v, v) - (f, v), \quad (2.67)$$

где

$$a(u, v) = \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} \frac{\partial u}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial v}{\partial x_i} dx + \int_{\Omega} uv dx, \quad (f, v) = \int_{\Omega} f v dx$$

Введем выпуклое (замкнутое) множество K , определяемое формулой

$$K = \{v \mid v \geq 0 \text{ на } \Gamma\}. \quad (2.68)$$

В данном случае решение задачи (2.65) с условиями (2.66) сводится к отысканию такого элемента $u \in K$, когда

$$J(u) = \inf J(v), \text{ для всех } v \in K. \quad (2.69)$$

Задача (2.65) имеет единственное решение u , которое характеризуется условием, что для всех $u \in K$ выполняется неравенство вида

$$a(u, v - u) \geq (f, v - u), \quad \forall v \in K. \quad (2.70)$$

Выражение (2.70) является эллиптическим вариационным неравенством.

Аналогичная эволюционная задача состоит в отыскании функции $u = u(x, t)$, определенной для всех $x \in \Omega$ и $t > 0$, которая является решением уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \Delta u = f, \quad f \text{ задана в } \Omega \times \{t > 0\} \quad (2.71)$$

с граничными условиями для $t > 0$ в виде неравенств (2.66) и начальным условием

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad u_0 \text{ задана в } \Omega. \quad (2.72)$$

Для исследования многих задач механики деформируемого твердого тела методами дискретизации – аппроксимации задачи (2.65), (2.71) с условиями (2.66), (2.72) удобно представлять в следующей формулировке.

Найти функцию $u(t)$ в отображении $x \rightarrow u(x, t)$, такую, что

$$u(t) \in K;$$

$$\left[\frac{\partial u(t)}{\partial t}, v-u(t) \right] + a[u(t), v-u(t)] \geq [f(t), v-u(t)], \quad \forall v \in K;$$

$$u(0) = u_0, \quad (2.73)$$

где

$$a(u, v) = \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} \frac{\partial u}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial v}{\partial x_i} dx.$$

Полученная задача представляет собой эволюционное вариационное неравенство и имеет единственное решение [42]. Такой подход удобен в решении как стационарных, так и динамических задач механики.

Сформулированная модельная упругопластическая задача, встречающаяся в теории пластичности и рассмотренная в работах Аннина, Лансона, Дюво и Лионса, Манделя, есть суть рассмотренной выше задачи, преобразованной к эквивалентной некоторой задаче вариационного исчисления.

Пусть Ω – открытая ограниченная область Γ , в которой имеются две подобласти Ω_e и Ω_p (область упругости и область пластического поведения). В области Ω_e , находящейся строго внутри Ω , справедливо классическое уравнение

$$-\Delta u = f. \quad (2.74)$$

В области Ω_p имеем равенство

$$|\text{grad } u| = 1. \quad (2.75)$$

Граничное условие

$$u = 0 \text{ на } \Gamma. \quad (2.76)$$

Для решения задачи необходимо сформулировать условия сопряжения на границе раздела областей Ω_e и Ω_p .

Покажем, что данную задачу можно свести к экстремальной.

Введем пространство

$$H_0^1(\Omega_e) = \{v \mid v \in H^1(\Omega), \gamma v = 0\}.$$

Введем теперь подмножество K и запишем условие его существования

$$K = \{v \mid v \in H_0^1(\Omega_e), |\text{grad } v(x)| \leq 1 \text{ в } \Omega\}.$$

Здесь K является замкнутым и выпуклым подмножеством в H_0^1 .

Используя функционал (1.6) сформулируем задачу следующим образом. Найти нижнюю грань для всех u , принадлежащих ограничению K

$$J(u) \rightarrow \inf J(v); v \in K.$$

Данная задача эквивалентна задаче (2.69), единственным решением которой является решение (2.70).

В общем случае задачи такого класса относятся к задачам с неизвестной границей, к тому же условия сопряжения областей на границе в явном случае сформулировать не так - то просто. Однако решение подобных задач осуществляется численными методами аппроксимации и дискретизации, что будет рассмотрено далее.

Рассмотрение подобных задач имеет первостепенное значение в разработке методов оптимизации и управления параметрами системы, принимающими предельные значения в переходных процессах. Возникающие при этом проблемы носят экстремальный характер, зачастую локализованный в некоторой области объекта. Следуя логике А.Д. Иоффе [78] необходимо определить: - существует ли решение этой проблемы, каким условиям оно должно удовлетворять и как фактически найти минимизирующую последовательность для нее. Такие ответы можно найти в теории экстремальных задач в совокупности с рассмотрением конкретных примеров на основе искомым решений теорий термоупругости и механики деформируемого твердого тела.

§ 2.8. Вариационно-разностный метод

Конечно-разностные представления при минимизации функционала \mathcal{E} нашли в развитии вариационно-разностного метода (ВРМ). Данный метод сводит проблему минимизации функционала энергии системы \mathcal{E} , являющейся квадратичной функцией относительно деформаций и перемещений, к задаче минимизации функции многих переменных,

отнесенных к узлам конечно-разностной сетки. Поскольку данный метод основан на вариационных принципах механики, приведем подробное рассмотрение его сущности.

После дискретизации функционала энергии \mathcal{E} задача об отыскании минимума функционала сводится к отысканию минимума функции многих переменных E (сеточного аналога функционала). При этом возможны два способа: прямая минимизация и использование необходимого условия экстремума функции многих переменных, приводящего к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).

Прямые методы минимизации функции многих переменных позволяют находить экстремаль заданной функции непосредственно, минуя уравнения Эйлера. Использование преимуществ этого подхода возможно при наличии эффективных алгоритмов минимизации. Для прямой минимизации функции многих переменных применяются, в основном, три метода: локальных вариаций, сопряженных градиентов и наискорейшего спуска. К недостаткам этих методов следует отнести медленную сходимость для функций овражного типа, необходимость наличия хорошего нулевого приближения, возможность попадания в локальный минимум и большое время решения.

Методы реализации минимума функции, основанные на использовании принципа стационарности, связаны с получением и решением систем алгебраических уравнений высокого порядка, что оказывается в некоторых случаях менее выгодным, включающие итерационные и прямые. Разработанные вариант ВРМ и численные методики позволяют решать статические и квазистатические упругопластические задачи в дву – или трехмерной постановках на неравномерных сетках для тел сложной формы и сложным законом распределения физико-механических характеристик (ФМХ) с целью определения их напряженно – деформированного состояния и анализа прочности, а также создания рационального по прочности проекта конструкции.

Сущность ВРМ, реализующего вариационный принцип Лагранжа с помощью метода конечных разностей, заключается в сведении задачи минимизации функционала полной потенциальной энергии, являющейся квадратичной функцией относительно деформаций или перемещений, к задаче минимизации функции многих переменных, отнесенных к узлам конечно-разностной сетки. Сеточный аналог $E(u_S, v_p, w_k)$ функционала реализуется заменой составляющих его интегралов конечными суммами, а производных - их конечно-разностными представлениями. Приближенное конечно-разностное выражение полной потенциальной энергии системы E получается в предположении, что в пределах каждой ячейки все функции и их производные остаются постоянными. К достоинствам такого метода, основанного на принципе Лагранжа, относятся простота математической формулировки задачи; ясный физический смысл используемого функционала; автоматическое выполнение уравнений равновесия и статических граничных условий; возможность использования метода для расчета тел сложной формы, в том числе неоднородных по деформационно-прочностным характеристикам материалов; сводимость проблемы к решению системы линейных алгебраических уравнений, для реализации которой существует достаточно надежный математический аппарат линейной алгебры. Отметим, что матрица системы имеет ленточную структуру, симметрична и положительно определена. Это свойство является определяющим при численной реализации для практических приложений; позволяющее поэтапно контролировать точность выкладок и промежуточных результатов.

Используя формулу Гаусса-Остроградского [128] приведем выражение для производной по объему от скалярной функции F в декартовых координатах x, y, z в виде [8]

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \lim_{V \rightarrow 0} \iint_S \frac{F n_x dS}{V}, \quad \frac{\partial F}{\partial y} = \lim_{V \rightarrow 0} \iint_S \frac{F n_y dS}{V}, \quad \frac{\partial F}{\partial z} = \lim_{V \rightarrow 0} \iint_S \frac{F n_z dS}{V}, \quad (2.78)$$

где n_x, n_y, n_z - косинусы углов между вектором нормали \bar{n} к замкнутой поверхности S , с объемом V и соответствующей осью координат; $n_x = \cos(\bar{n} \cdot \bar{i})$, $n_y = \cos(\bar{n} \cdot \bar{j})$, $n_z = \cos(\bar{n} \cdot \bar{k})$.

Для двумерного осесимметричного случая производные в поверхностной области имеют следующий вид [125]

$$\frac{\partial F}{\partial r} = \lim_{A \rightarrow 0} \int_C \frac{F n_r dS}{A}, \quad \frac{\partial F}{\partial z} = \lim_{A \rightarrow 0} \int_C \frac{F n_z dS}{A}, \quad (2.79)$$

где C - граница области A ; S - длина дуги, n_r, n_z - косинусы углов между вектором нормали \bar{n} к внешнему контуру и осями цилиндрической системы координат r, φ, z .

Дискретизации расчетных областей в обоих случаях приведены на рис. 2.1, 2.2.

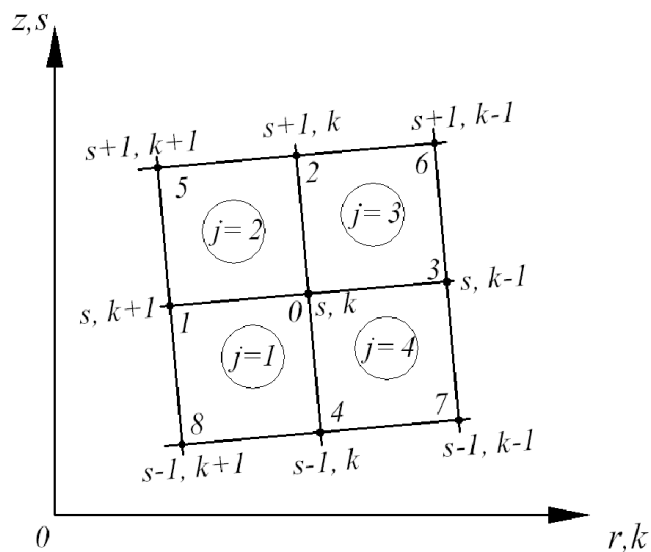


Рис. 2.1. Дискретизация расчетной области для двумерного случая

В пространственной трехмерной задаче дискретизация расчетной области проводится с помощью многогранников, ограниченных четырехугольными плоскостями, либо применяется тетраэдральный симплекс – элемент.

Запишем условие экстремума для сеточного аналога функционала энергии $E(u_s, v_p, w_k)$

$$\frac{\partial E(u_s, v_p, w_k)}{\partial u_s} = 0, \quad \frac{\partial E(u_s, v_p, w_k)}{\partial v_p} = 0, \quad \frac{\partial E(u_s, v_p, w_k)}{\partial w_k} = 0;$$

$$s = s_1, s_1 + 1, \dots, S; \quad p = p_1, p_1 + 1, \dots, P; \quad k = k_1, k_1 + 1, \dots, K. \quad (2.80)$$

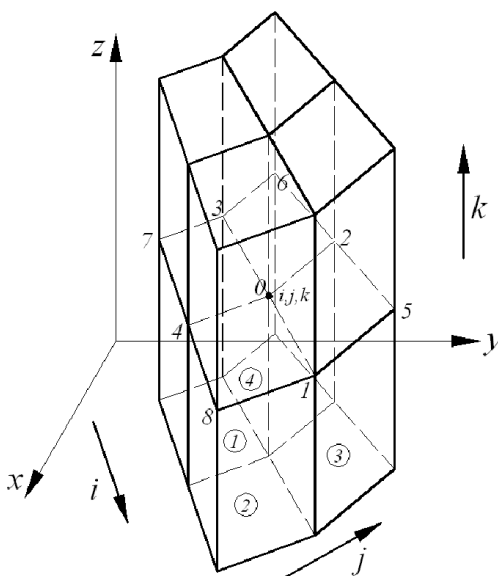


Рис. 2.2. Дискретизация расчетной области для пространственного решения задачи с помощью многогранников

Это условие сводит задачу минимизации функции многих переменных $E(u_s, v_p, w_k)$ решению системы n линейных алгебраических уравнений относительно n искомым компонент вектора перемещений узлов конечно-разностной сетки

$$\sum_{j=1}^n a_{0j} f_j = b_i, \quad n = 1, 2, \dots, n. \quad (2.80)$$

Приведенный алгоритм решения задачи позволяет определить максимальные перемещения точек конструкции под действием нагрузок, но при этом не дает ответа на основной вопрос поставленной цели диссертационной работы – испытывает ли конструкция НДС близкое к предельному переходному процессу от упругого в упруго-пластичное состояние. Это объясняется тем, что принятым критерием минимизации функционала является функционал полной потенциальной энергии.

§ 2.9. Вариационная постановка задачи разрабатываемого метода для нахождения экстремального параметра, характеризующего предельное упругое состояние конструкции

В отличие от предыдущего параграфа, где вариационная постановка термоупругой задачи строится на произвольных вариациях тензоров перемещений и напряжений, удовлетворяющих уравнениям совместности деформаций и равновесия для элемента конструкции, разрабатываемый метод основывается на рассмотрении связанной задачи термоупругости. Предполагается, что изменение деформации тела происходит вследствие действия температурного поля, которому соответствует переходной процесс из упругого в упругопластическое состояние. Поэтому в качестве минимизации энергии принимается упругая энергия оболочки. Статические условия при этом удовлетворяются автоматически.

В такой постановке вопроса рассматривается функционал упругой энергии, который является квадратичной формой гильбертового пространства. Квадратичный функционал считается второй вариацией классического вариационного исчисления. Обязательными условиями его существования должны быть условия соблюдения неотрицательности, которые получили название – условия Лежандра и Якоби [78].

Особенность рассмотрения функционала упругой энергии оболочки заключается в принятии двумерной теории оболочек, которая требует рассмотрения дополнительных условий, накладываемых видом кинематических связей. Кинематические связи применительно к оболочкам являются неголономными связями, которые могут быть заданы только в виде соотношений между дифференциалами координат. Решение задач такого класса требует составления полной системы уравнений для определения экстремальной температурной нагрузки, включая уравнения термоупругости тонкой оболочки, уравнения Эйлера и дополнительные соотношения

неголономных кинематических связей. Подробное изложение этого вопроса приведено в главе III.

Предложенные подходы разрабатываемого метода, где в качестве критерия предельного упругого состояния тела принимается условие минимума упругой энергии оболочки, позволяют решать экстремальные задачи теории термоупругости. Такая постановка задачи дает возможность оценивать предельное упругое состояние конструкции под действием экстремальных тепловых нагрузок, определять их максимальные значения, решать обратные задачи теории упругости и строить оптимизационные модели с возможным управлением термонапряженного состояния и нахождением оптимальных искомых параметров. В этом заключается преимущество рассматриваемого метода по сравнению с другими.

С этой целью предлагается разработать расчетные модели и методы решения температурной задачи для исследования экстремальных температурных полей и соответствующих им термонапряженных состояний оболочечных конструкций в переходных процессах из упругого состояния в упругопластическое. Полученные решения должны быть адаптированы к технологическим процессам изготовления сочлененных оболочечных конструкций энергетического машиностроения, таким как сварка, термообработка, индукционный нагрев и другие операции с высокими температурными нагрузками. Реализация решения такого класса задач может быть построена как на аналоговом, так и численном методах решения.

Заключение по главе II

1. Для решения задач, связанных с нахождением температурных полей напряжений и деформаций применительно к конструкциям оболочечного типа, приведены основные соотношения теории тонких оболочек. Выделены особенности этих соотношений в теории термоупругости.

2. Изложены основные положения теоретических методов определения температурных напряжений, применительно к конструкциям оболочечного типа. К последним относятся аналитические и численные методы. Рассмотрены их преимущества и недостатки. Отмечено, что для решения задач, связанных с нахождением экстремальных параметров на границе переходных процессов, необходимо использовать вариационные методы термоупругости и механики деформируемого твердого тела.

3. Изложены основные положения вариационных методов термоупругости и механики деформируемого твердого тела, построенных на произвольных вариациях тензоров перемещений и напряжений, удовлетворяющих уравнениям совместности деформаций и равновесия для элемента конструкции. В основе этих положений принят метод минимизации функционала потенциальной энергии упругого тела с построением уравнений равновесия тонкостенной упругой оболочки.

4. В разрабатываемом методе предложено в качестве минимизирующего функционала принять функционал упругой энергии оболочки. Отмечена особенность такого приема, заключающаяся в принятии двумерной теории оболочек и требовании рассмотрения дополнительных условий, накладываемых видом кинематических связей, когда принцип неразрывности деформаций в теории тонких оболочек не осуществляется. Это в свою очередь приводит к невозможности непрерывного дифференцирования функций, заданных в виде функций координат и требует рассмотрения дополнительных условий в согласовании неголономных кинематических связей.

5. Обоснована сущность вариационной постановки задачи разрабатываемого метода для нахождения экстремального параметра, характеризующего предельное упругое состояние конструкции, реализация которой может быть построена как на аналоговом, так и численном методах решения.

ГЛАВА III. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ И ТЕРОМНАПРЯЖЕННЫХ СОСТОЯНИЙ ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

В соответствие с предложенным феноменологическим подходом оценочные параметры оптимального состояния элемента конструкции, испытывающего неоднородные высокоградиентные температурные воздействия, могут быть определены путем некоторого их соизмерения с наибольшей или наименьшей величиной (экстремума) влияния на это состояние. Проблема отыскания экстремума возникает обычно не в аналитической, а в описательной форме. Что в свою очередь требует формализацию рассматриваемой задачи математическими средствами.

Для решения задач, конечной целью которых является оптимизация параметров, действия или управления, вполне приемлема теория экстремальных задач, которая имеет весь необходимый математический аппарат, позволяющий с единой точки зрения выделить общие черты в методах исследования проблем, приводящих к экстремальным событиям, и найти средства влияния, локализирующие экстремальный характер.

В данной теории математическая формализация задачи исследования на экстремум выделяет, как правило, три компоненты. Это функция $f_0(x)$ вместе с областью X ее определения и некоторое подмножество S множества X , которое задает ее ограничение в поставленной задаче [78]. Формулирование экстремальной задачи заключается в следующем.

Найти нижнюю (верхнюю) грань функции $f_0(x)$ по всем x , принадлежащим ограничению S .

Решением этой задачи является точка x^* , в которой достигается значение нижней (верхней) грани функции $f_0(x)$. Точка x^* и есть *абсолютный экстремум* (минимум или максимум).

Во многих случаях решение задачи состоит в определении локального экстремума (локальный минимум, локальный максимум), что требует

наделения пространства X топологией, где существует такая точка x^* , при которой соблюдаются неравенства

$$f_0(x) \geq f_0(x^*), \quad \text{или} \quad f_0(x) \leq f_0(x^*)$$

для всех x из пересечения S с некоторой окрестностью точки x^* .

Следует отметить, что решение задачи осуществляется вариационным методом, который является неотъемлемой частью теории экстремальных задач.

§3.1. Постановка экстремальной температурной задачи в исследовании термонапряженных состояний тонких оболочек, обусловленных воздействием высокоградиентных температурных полей

Для разработки метода исследования термонапряженного состояния и оценки предельных параметров термоупругого состояния элементов конструкций оболочечного типа в условиях действия локальных тепловых нагрузок сформулируем следующую постановку задачи.

Пусть на тело, находящегося в равновесии, действуют только тепловые нагрузки (другие силовые факторы отсутствуют), при этом тепловой процесс стационарный (т.е. его протекание не зависит от временного параметра). Соответствующее этому действию термонапряженное состояние, назовем его начальным, является упругим и находится в пределах упругости. Далее, в процессе происходящего некоторого события, тело было подвержено локальному тепловому воздействию, повлекшее изменение термонапряженного состояния тела, которое могло бы привести (или не привести) к напряженному состоянию, близкому к верхней границе предела упругости.

Необходимо определить уровень максимальной тепловой нагрузки, вследствие чего термонапряженное состояние конструкции может перейти из упругого состояния в упругопластическое.

Имеет место равенство $\lim_{\alpha_i \rightarrow \alpha_{пред}} = k H_{ПСК}$ на границе перехода от упругого состояния в упругопластическое, вызванное действием локальных тепловых нагрузок, рис. 1.6 (гл. I). В таком случае необходимо найти верхнюю грань некоторой функции $f_0(x)$ состояния $\alpha_{пред}$, соответствующего верхнему значению интервала зоны упругости.

Задача нахождения температурного силового фактора сводится к нахождению экстремума, т.е. относится к классу экстремальных задач. Ее математическая формулировка определяется стандартной записью

$$f_0(x) \rightarrow \inf(\sup); \quad x \in C, \quad (3.1)$$

где C множество допустимых элементов области X определения функции. При строгой постановке задачи должен быть точно описан класс допустимых элементов X . Множество C является ограничением задачи, а ее решение называется экстремалью. Значение точки x^* , где достигается нижняя (верхняя) грань, является абсолютным экстремумом, абсолютным минимумом или максимумом. Если пространство X наделено топологией, то точка x^* такая, что справедливо равенство $f_0(x) \geq f(x^*)$ или $f_0(x) \leq f(x^*)$. Точка x^* определяет локальный минимум (максимум).

Ограничения в экстремальных проблемах записываются в виде равенств и неравенств, их характер зачастую бывает функциональным. Для функции

$$\mathfrak{Z}(x, y^*, \lambda_0, \dots, \lambda_m) = \langle y^*, F(x) \rangle + \sum_{i=0}^m \lambda_i f_i(x),$$

задача (3.1) записывается в следующем виде

$$f_0(x) \rightarrow \inf; \quad F(x) = y_0; \quad f_i(x) \leq 0; \quad i \in I; \quad x \in A. \quad (3.2)$$

Здесь y^* - линейный функционал на Y , λ_i - множители функции Лагранжа; I и Y - некоторые множества; \mathbf{R} - совокупность множества действительных чисел; имеет место отображения $F: I \rightarrow Y, f_i: X \rightarrow \mathbf{R}, A \subset X$.

Необходимым условием локального минимума будет правило множителей Лагранжа

$$\mathfrak{F}_x = \sum_{i=0}^m \lambda_i f_i'(x^*) = 0. \quad (3.3)$$

Применимость принципа Лагранжа приводит к составлению некоторых уравнений (алгебраических, дифференциальных и т.д.), решением которых являются экстремали [78]. Остановимся на задачах с линейной структурой, с помощью которых строятся квадратичные задачи в гильбертовом пространстве и линейные задачи оптимального управления. Эти задачи наиболее полно изучены. Преимуществом квадратичных задач является то обстоятельство, что при их решении линейные уравнения являются необходимым условием существования локального экстремума, т.е. отпадает необходимость в доказательстве последнего. Данный класс задач может иметь инвариантную структуру, что расширяет возможности получения информации относительно решений этого класса.

В механике деформируемого твердого тела этим условиям и вышеперечисленным преимуществам удовлетворяет критерий минимума функционала упругой энергии тела. Данный функционал является квадратичным, к нему применимы условия Лежандра и Якоби, при которых функционал является неотрицательным. В решении экстремальной задачи с квадратичными функциями, заданными

$$k_0(x) \rightarrow \inf(\sup); \quad k_i(x) = 0; \quad i = 1, \dots, n;$$

$$k_i(x) = 1/2 (\Lambda_i x | x) + (\alpha_i | x) + \alpha_i; \quad k_i(x) = 0; \quad i = 1, \dots, n;$$

для того, чтобы элемент x^* доставлял экстремум, необходимо, чтобы нашлись числа $\lambda_0, \dots, \lambda_n$ не все равные нулю, такие, чтобы выполнялись следующее соотношение

$$\sum_{i=0}^n \lambda_i (\Lambda_i x^* + a_i) = 0, \quad (3.4)$$

где Λ - линейный непрерывный оператор $\Lambda: X \rightarrow X$, λ - собственное значение оператора, если существует вектор $x \neq 0$, такой, что $\Lambda x = \lambda x$.

Решение x^* экстремальной задачи будет

$$(\Lambda_i x | x) \inf(\sup); \quad (x | x) = 1. \quad (3.5)$$

Уравнение (3.4) дает $\lambda_0 \Lambda x^* + \lambda_i x^* = 0$.

Математическая формулировка экстремальной задачи требует непрерывности функционала на конечномерном отрезке интервала, так чтобы лагранжиан L был трижды непрерывной дифференцируемой функцией своих переменных в некоторой области $U \subset \mathbf{R}^3$, в которую входят конечные точки $(t, x^*(t))$, $t \in [t_0, t_1]$, где $x^*(t)$ - некоторая дважды непрерывно дифференцируемая функция, являющаяся экстремалью, где выполняется уравнения Эйлера

$$\left(-\frac{d}{dt} L_{x'} + L_x \right)_{x^*(t)} = 0. \quad (3.6)$$

Используя выше изложенный математический аппарат в определении экстремалей температурных полей при действии локальных нагрузок, можно решать обратные задачи механики деформируемого твердого тела, когда по известному термонапряженному состоянию конструкции, близкому к переходному состоянию от упругого в упругопластическое, можно задаваться такими параметрами теплового процесса, действию которых соответствует только термоупругое состояние конструкции. Этот принцип лежит в основе разрабатываемого метода оптимизации термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций в технологических процессах энергетического машиностроения.

Для реализации такой постановки задачи необходимо решить как минимум две основных проблемы:

1. Определить критерии, соответствующие математической формализации предложенной феноменологической модели, т.е. выполнения условия перехода конструкции от одного состояния в другое (от упругого в упругопластическое).

2. Разработать адекватные математические модели экстремальной задачи, адаптированные к реальным условиям температурного нагружения в технологических процессах энергетического машиностроения.

С целью разрешения первой проблемы для исследуемых конструкций оболочечного типа в качестве критерия принимаем минимум функционала упругой энергии тонкой оболочки, который по сравнению с функционалами других термодинамических потенциалов позволяет решать связанную задачу термоупругости, в рассмотрении которой возможен переход от упругого состояния конструкции к упругопластическому.

С целью разрешения второй проблемы предлагаем разработать расчетные модели решения экстремальной температурной задачи, подробное изложение которой и вытекающие частные случаи приводятся в последующих параграфах.

§3.2. Вариационная задача нахождения локального теплового экстремума в тонких оболочках при заданных условиях нагрева

Рассмотрим задачу нахождение локального теплового экстремума в тонких оболочках при заданных условиях нагрева. В качестве оценочного критерия оптимальности принимаем условие минимума функционала упругой энергии оболочки. Постановка и решение такого класса задач приведены в работах Бурака Я.И., Григолюка Э.И., Подстригача Я.С [19, 138]. Их отличительной особенностью является определение температурного поля при заданных ограничениях в тонкой упругой оболочке, обеспечивающего сравнительно низкий уровень температурных напряжений. Такие задачи решают вопросы оптимизации условий нагрева за счет выбора градиентности температурных полей в зоне локального действия и применимы, к примеру, в оптимизации режимов индукционного нагрева.

Такой подход не всегда может быть корректным в технологических процессах сварки, так как сплавление металла в зоне сварного шва происходит при температуре не ниже температуры плавления свариваемых материалов. Условия нагрева определены однозначно, и их параметры не подлежат варьированию. Поэтому решения экстремальной температурной

задачи будем использовать для исследования термонапряженных состояний оболочечных конструкций в условиях действия локальных высокоградиентных температурных полей, приводящих к переходным процессам из упругого в упругопластическое состояние. Такое рассмотрение вопроса позволяет в дальнейшем минимизировать уровни упругопластических деформаций в зонах технологического влияния и разработать оптимизационные модели в технологических процессах энергетического машиностроения. Соответствующая вариационная задача формулируется следующим образом.

Найти экстремум функционала упругой энергии оболочки на множестве функций перемещений u , v , w и температурных усилия и момента F_T , M_T , которые удовлетворяют системе уравнений, условиям закрепления торцевых сечений и некоторым дополнительным условиям связи. Решение задачи будем искать путем составления полной системы уравнений для определения экстремальной температурной нагрузки, включая уравнения термоупругости тонкой оболочки, уравнения Эйлера и дополнительные соотношения согласования неголономных кинематических связей.

Используя соотношения (2.30) приведем разрешающие уравнения для определения компонент перемещения u , v , w срединной поверхности оболочки, которая находится под действием заданного температурного поля

$$\begin{aligned}
 F_1 &\equiv L_{11}u + L_{12}v + L_{13}w - \frac{\alpha_t D_0}{1-\nu} \frac{1}{A} \left(\frac{\partial F_T}{\partial \alpha} + \frac{k_1 h}{3} \frac{\partial M_T}{\partial \alpha} \right) = 0; \\
 F_2 &\equiv L_{21}u + L_{22}v + L_{23}w - \frac{\alpha_t D_0}{1-\nu} \frac{1}{B} \left(\frac{\partial F_T}{\partial \beta} + \frac{k_2 h}{3} \frac{\partial M_T}{\partial \beta} \right) = 0; \\
 F_3 &\equiv L_{31}u + L_{32}v + L_{33}w - \frac{\alpha_t D_0}{1-\nu} \left[\frac{2}{3} \Delta M_T - (k_1 + k_2) F_T \right] = 0.
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Здесь D_0 - жесткость на растяжение, $D_0 = 2Eh$; все остальные обозначения соответствуют принятым ранее.

Упругую энергию оболочки определим через компоненты усилий и моментов из равенств (2.22 ÷ 2.24) с учетом (2.25)

$$W = \frac{1}{2} \iint_{(S_0)} [N_1(\varepsilon_1 - \alpha_i F_T) + N_2(\varepsilon_2 - \alpha_i F_T) + S_{12} \varepsilon_{12} + \\ + M_1 \left(\kappa_1 - \frac{\alpha_i}{h} M_T \right) + M_2 \left(\kappa_2 - \frac{\alpha_i}{h} M_T \right) + 2H_{12} \kappa_{12}] A \cdot B d\alpha d\beta. \quad (3.8)$$

Здесь (S_0) - область срединной поверхности оболочки.

Учитывая (2.4÷2.6) выразим упругую энергию оболочки через компоненты перемещения

$$W = \frac{D_0}{2(1-\nu^2)} \times \\ \times \iint_{S_0} F_0(\alpha, \beta; u, v, w, u_\alpha, v_\beta, w_\alpha, w_\beta, w_{\alpha\beta}, w_{\beta\beta}; F_T, M_T) AB d\alpha d\beta, \quad (3.9)$$

где индексы α, β при u, v, w обозначают частные производные по переменным α и β ; F_0 - сила совершаемой работы на восстановление первоначальной формы оболочки после снятия внешних силовых факторов.

Величина F_0 может быть определена как сумма составляющих

$$F_0 = f_1^* + f_2^* + f_3^* + f_4^* + f_5^* + f_6^*,$$

где

$$f_1^* = \left[\frac{1}{A} \left(\frac{\partial u}{\partial \alpha} - \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \right) u - \frac{1}{B} \left(\frac{\partial}{\partial \beta} - \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial \beta} \right) v + (k_1 - k_2) w \right]^2;$$

$$f_2^* = 2(1+\nu) \left[\left(\frac{1}{A} \frac{\partial u}{\partial \alpha} + \frac{1}{A \cdot B} \frac{\partial A}{\partial \beta} v + k_1 w \right) \left(\frac{1}{B} \frac{\partial v}{\partial \beta} + \frac{1}{A \cdot B} \frac{\partial B}{\partial \alpha} u + k_2 w \right) - \right. \\ \left. - \alpha_i \left(\frac{1}{A} \left(\frac{\partial}{\partial \alpha} + \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \right) u + \frac{1}{B} \left(\frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial \beta} \right) v + (k_1 + k_2) w \right) F_T + \alpha_i^2 F_T^2 \right]^2;$$

$$f_3^* = \frac{h^2}{3} \left[\frac{1}{B} \left(\frac{\partial}{\partial \beta} - \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial \beta} \right) \left(\frac{1}{B} \frac{\partial w}{\partial \beta} - k_2 v \right) - \frac{1}{A} \left(\frac{\partial}{\partial \alpha} - \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \right) \left(\frac{1}{A} \frac{\partial w}{\partial \alpha} - k_1 u \right) \right]^2;$$

$$f_4^* = \frac{2(1+\nu)h^2}{3} \left[\frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{1}{A} \frac{\partial w}{\partial \alpha} - k_1 u \right) + \frac{1}{B} \frac{\partial A}{\partial \beta} \left(\frac{1}{B} \frac{\partial w}{\partial \beta} - k_2 v \right) \right] \times \\ \times \left[\frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{1}{B} \frac{\partial w}{\partial \beta} - k_2 v \right) + \frac{1}{A} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \left(\frac{1}{A} \frac{\partial w}{\partial \alpha} - k_1 u \right) \right];$$

$$f_5^* = \frac{2}{3} (1+\nu) \alpha_i h M_T \times \left[\frac{1}{A} \left(\frac{\partial}{\partial \alpha} + \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \right) \left(\frac{1}{A} \frac{\partial w}{\partial \alpha} - k_1 u \right) + \frac{1}{B} \left(\frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial \beta} \right) \left(\frac{1}{B} \frac{\partial w}{\partial \beta} - k_2 v \right) \right];$$

$$f_6^* = \frac{2}{3}(1+\nu)\alpha_i^2 M_T^2 + \frac{2(1-\nu)h^2}{3(A \cdot B)^2} \times \left[-\frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta} + \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial \beta} \frac{\partial w}{\partial \alpha} + \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \frac{\partial w}{\partial \beta} + k_1 A^2 \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{u}{A} \right) + k_2 B^2 \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{v}{B} \right) \right]^2. \quad (3.10)$$

Подынтегральное выражение (3.8) представляет собой квадратичную форму упругой энергии оболочки относительно усилий и моментов, которая обращается в нуль тогда и только тогда, когда в выделенной области оболочки осуществляется переходной процесс из упругого состояния в упругопластическое.

Вариационные принципы механики требуют рассмотрения дополнительных условий, в которых определяются виды наложенных кинематических связей. С этой целью выделим внутри области срединной поверхности оболочки (S_0) систему подобластей (S_i) ($i = 1, 2, \dots, n$). Заметим, что кинематические связи в этих подобластях заданы только в виде соотношений между дифференциалами координат (рис. 3.1 - б).

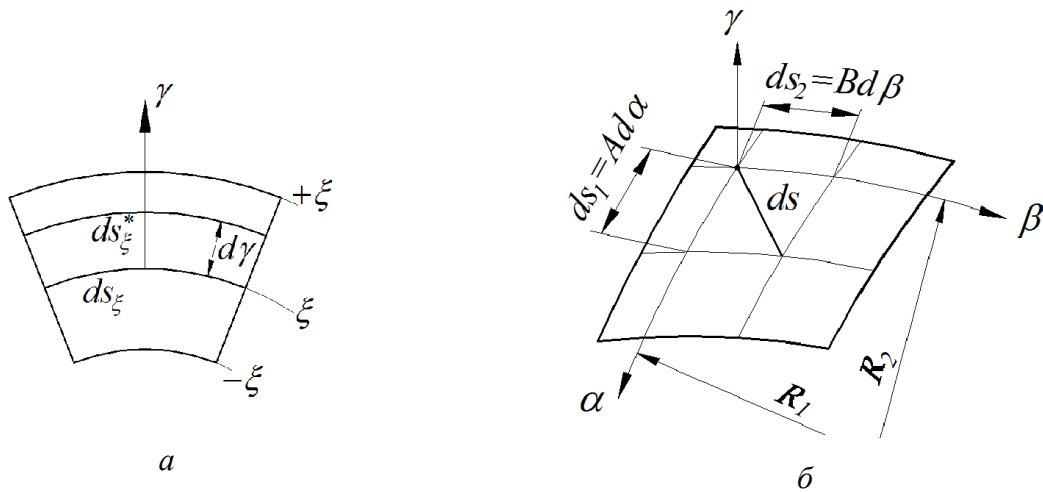


Рис. 3.1. Элементы оболочки: а – нормальное сечение; б – выделенный элемент

Поэтому можно сказать, что система подобластей (S_i) задана неголономными связями вида [19]

$$\Phi(\alpha, \beta; u, v, w, F_T, M_T; u_\alpha, u_\beta, \dots) = 0. \quad (3.11)$$

Эти связи накладывают ограничения на параметры напряженно-деформированного состояния. При этом условие (3.11) может задаваться для

всей области (S_0). Отсюда возникает вариационная задача с неголономными дополнительными условиями, когда в левой части уравнения (3.11) не полные дифференциалы, а просто бесконечно малые величины. Найдем соотношения аналогичным дифференциальным формам для конечных дополнительных условий.

В области (S_0), будем рассматривать контуры как отрезки координатных линий (рис. 3.2)

$$\alpha = \alpha_j, \quad \beta_{j1} \leq \beta \leq \beta_{j2} \quad (j = 1, \dots, l); \quad \beta = \beta_k, \quad \alpha_{k1} \leq \alpha \leq \alpha_{k2} \quad (k = 1, \dots, m).$$

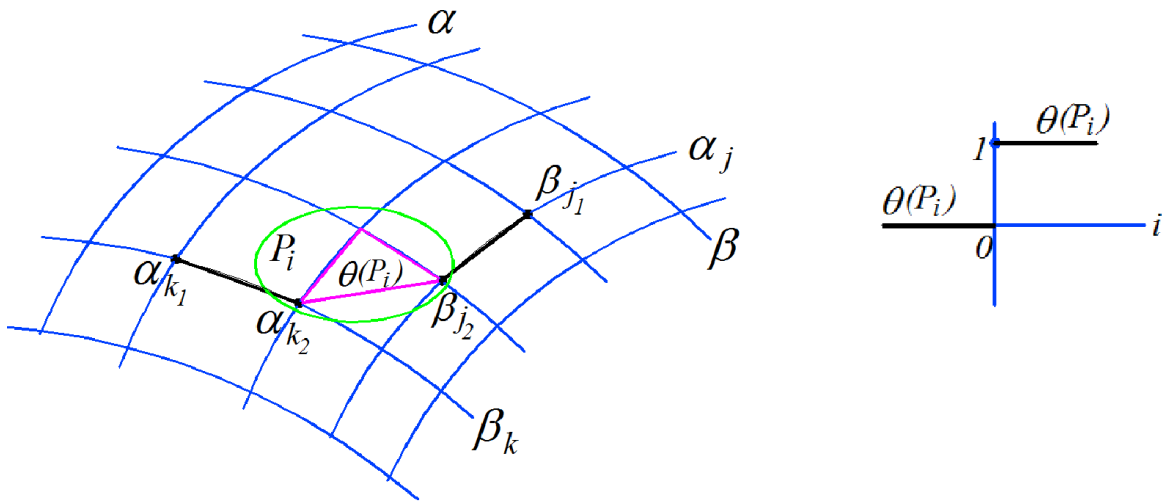


Рис. 3.2. Выделенный контур на системе подобластей (S_i) внутри области (S_0)

На системе этих контуров (замкнутых или открытых) заданы зависимости между параметрами задачи и их производными. При этом система связей имеет вид

$$\begin{aligned} \varphi_{pj} &= (\alpha_j, \beta; u, v, w, F_T, M_T, \dots) = 0 \quad (p = 1, \dots, r_i) \text{ на } \alpha = \alpha_j, \quad \beta_{j1} \leq \beta \leq \beta_{j2}; \\ \psi_{qk} &= (\alpha, \beta_k; u, v, w, F_T, M_T, \dots) = 0 \quad (q = 1, \dots, s_k) \text{ на } \beta = \beta_k, \quad \alpha_{k1} \leq \alpha \leq \alpha_{k2}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Здесь заданные функции $\alpha, \alpha_j, \beta, \beta_k, u, v, w, F_T, M_T$ не могут рассматриваться как частные производные функций φ_{pj}, ψ_{qk} .

Предположим, что связи (3.12) согласованы с условиями (3.7) и (3.11). С использованием обобщенных функций типа δ -функции и функции скачка сформулированная вариационная задача может быть сведена к нахождению абсолютного экстремума функционала [19]

$$K^* = \frac{D_0}{2(1-\nu^2)} \iint_{(S_0)} F^* d\alpha d\beta, \quad (3.13)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{1}{A \cdot B} F^* = & F_0 + \lambda_1(\alpha, \beta) F_1 + \lambda_2(\alpha, \beta) F_2 + \lambda_3(\alpha, \beta) F_3 + \\ & + \sum_{i=1}^n \xi_i(\alpha, \beta) \theta(P_i) \Phi_i + \sum_{j=1}^l \sum_{p=1}^{r_j} \eta_{pi}(\beta) [\theta(\beta - \beta_{j1}) - \theta(\beta - \beta_{j2})] \varphi_{pi} + \\ & + \sum_{k=1}^m \sum_{q=1}^{s_k} \zeta_{qk}(\alpha) [\theta(\alpha - \alpha_{k1}) - \theta(\alpha - \alpha_{k2})] \psi_{qk}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Здесь λ_i , ξ_i , η_{pi} , ζ_{qk} – множители Лагранжа, $\theta(\beta), \theta(\alpha)$ – функции скачка, $\theta(P_i)$ – характеристическая функция области (S_i) , ограниченная контуром $P_i(\alpha, \beta) = 0$, когда $\theta(P_i) = 0$ при $\theta(P_i) < 0$; $\theta(P_i) = 1$ при $\theta(P_i) > 0$ (рис. 3.2).

В рассматриваемом случае предполагается, что семейство линий P_i расположено внутри области (S_i) и $P_i > 0$. При этом область (S_i) двухсвязная и ограничена кривыми $P_{i1}(\alpha, \beta) = 0$, $P_{i2}(\alpha, \beta) = 0$, поэтому в выражении (3.14) функцию $\theta(P_i)$ необходимо заменить на разность $\theta(P_{i1}) - \theta(P_{i2})$.

Таким образом, задача сведена к двумерной вариационной задаче, где необходимым условием существования экстремума функционала (3.11) являются уравнения Эйлера, которые в рассматриваемой задаче, имеют следующий вид [40]

$$\begin{aligned} \frac{\partial F^*}{\partial u} - \frac{\partial}{\partial \alpha} \frac{\partial F^*}{\partial u_\alpha} - \frac{\partial}{\partial \beta} \frac{\partial F^*}{\partial u_\beta} + \dots + (-1)^n \frac{\partial^n}{\partial \alpha^n} \frac{\partial F^*}{\partial u^n} + (-1)^n \frac{\partial^n}{\partial \beta^n} \frac{\partial F^*}{\partial u^n} = 0; \\ \frac{\partial F^*}{\partial v} - \frac{\partial}{\partial \alpha} \frac{\partial F^*}{\partial v_\alpha} - \frac{\partial}{\partial \beta} \frac{\partial F^*}{\partial v_\beta} + \dots = 0; \\ \frac{\partial F^*}{\partial w} - \frac{\partial}{\partial \alpha} \frac{\partial F^*}{\partial w_\alpha} - \frac{\partial}{\partial \beta} \frac{\partial F^*}{\partial w_\beta} + \dots = 0; \\ \frac{\partial F^*}{\partial (F_T)} - \frac{\partial}{\partial \alpha} \frac{\partial F^*}{\partial (F_T)_\alpha} - \frac{\partial}{\partial \beta} \frac{\partial F^*}{\partial (F_T)_\beta} + \dots = 0; \\ \frac{\partial F^*}{\partial (M_T)} - \frac{\partial}{\partial \alpha} \frac{\partial F^*}{\partial (M_T)_\alpha} - \frac{\partial}{\partial \beta} \frac{\partial F^*}{\partial (M_T)_\beta} + \dots = 0. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Здесь n -порядок производной. Приведенные соотношения представляют собой уравнения с частными производными второго и высшего порядка.

Уравнения (3.15) совместно с разрешающими уравнениями (3.7), условиями (3.11), (3.12) и условиями закрепления торцевых сечений составляют полную систему уравнений для определения экстремального температурного поля и соответствующего ему термонапряженного состояния оболочки.

§3.3. Математическая модель исследования температурного поля в условиях продольного локального нагрева образующей поверхности тонкой цилиндрической оболочки

Рассмотрим свободную бесконечную изотропную тонкую цилиндрическую оболочку со следующими характерными параметрами: $A = 1, R_1 \rightarrow \infty, B = R_2 = R, k_1 = 0, k_2 = 1/R, 2h \ll R$, рис. 3.3.

Для свободной на торцах бесконечной оболочки система уравнений (3.7) сводится к одному разрешающему уравнению для нормального прогиба w

$$F_1 \equiv \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} + \frac{3(1-\nu^2)}{h^2 R} \left(\frac{w}{R} - \alpha_t F_T \right) + \frac{\alpha_t (1+\nu)}{h} \frac{d^2 M_T}{dz^2} = 0, \quad (3.16)$$

где $w(z)$ – функция прогибов; F_T, M_T (как и раньше) – температурное усилие и температурный момент.

Примем данные величины как усредненные по толщине оболочки температурные характеристики и обозначим $F_T = T_1; M_T = T_2$.

$$T_1 = \frac{1}{2h} \int_{-h}^{+h} t d\gamma; \quad T_2 = \frac{3}{2h^2} \int_{-h}^{+h} \gamma t d\gamma. \quad (3.17)$$

Функцию F_0 из выражения упругой энергии оболочки (3.10) представим в следующем виде

$$F_0 = (1-\nu^2) \left(\alpha_t T_1 - \frac{w}{R} \right)^2 + \frac{h^2}{3} \left(\frac{d^2 w}{dz^2} \right)^2 + \frac{2}{3} (1+\nu) \alpha_t T_2 \left(h \frac{d^2 w}{dz^2} + \alpha_t T_2 \right).$$

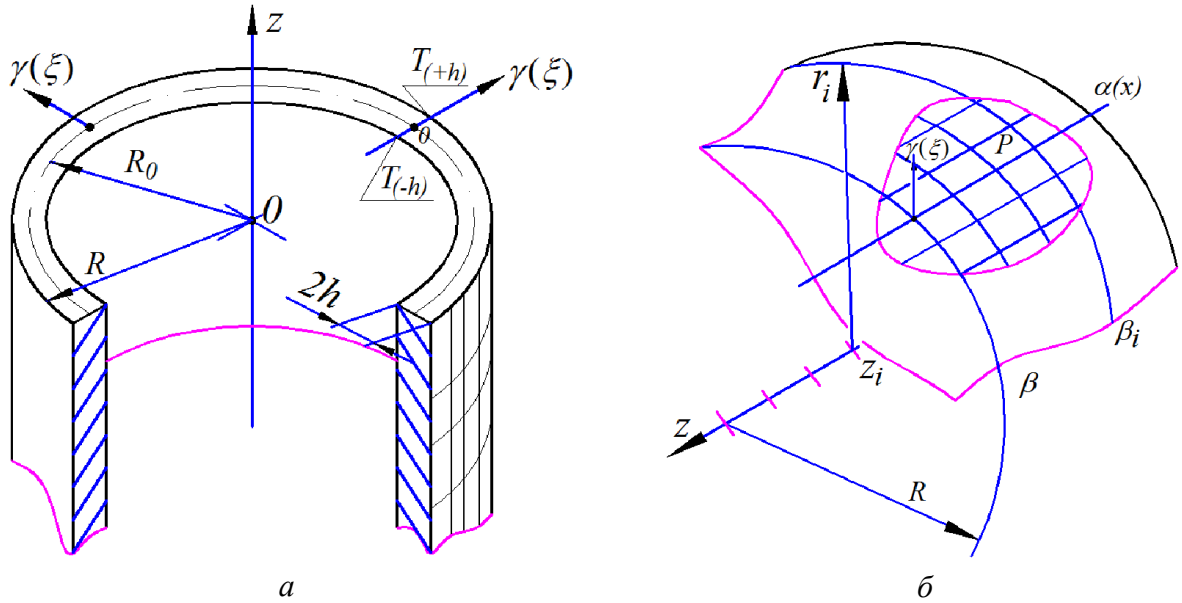


Рис. 3.3. Фрагмент оболочки с параметрами $A = 1$, $B = R$, $k_1 = 0$, $k_2 = 1/R$

Рассмотрим случай, когда оболочка находится под воздействием постоянного по толщине и исчезающего на бесконечности осесимметричного температурного поля (рис. 3.3 - а), $T_2 = 0$. Пусть P – область внешней поверхности оболочки, на которой осуществляется распределение температуры. Краевые условия формулируются граничными условиями третьего рода, считая, что начальная температура оболочки задана некоторым значением и равна температуре окружающей среды, когда

$$\frac{\partial t}{\partial \gamma} = 0; T_{(+h)} = T_{(-h)} = \text{const.}$$

Полагаем, что упругая энергия оболочки представляет собой функционал, заданный на множестве функций $w = w(z)$ (рис. 3.3), при этом система допустимых функций w и их производных не выше третьего порядка включительно в фиксированных сечениях $z = z_j$ ($j = 1, 2, \dots, n$).

Уравнения Эйлера из (3.15) для нашего случая определяются следующими соотношениями

$$\begin{aligned} \frac{\partial F^*}{\partial w} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial F^*}{\partial w} - \frac{\partial}{\partial R} \frac{\partial F^*}{\partial w} &= 0; \\ \frac{\partial F^*}{\partial T_1} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial F^*}{\partial (T_1)_x} - \frac{\partial}{\partial R} \frac{\partial F^*}{\partial (T_1)_R} &= 0. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Система допустимых функций w принимает заданные значения на всех z_i рассматриваемой области P и обращается в нуль на бесконечности. Тогда

$$\frac{d^{(K)}w(z_j)}{dz^K} = w_{k j} \quad (K = 0, 1, 2, 3), \quad (3.19)$$

где $w_{k j}$ - произвольные числа, которые можно определить, задаваясь в сечениях $z = z_j$ числовыми параметрами задачи (прогиб, температура, кольцевое усилие, осевой момент, напряжения).

Из соотношения (3.18) при $u = 0, v = 0$ имеем

$$F_0 = f_1^* + f_2^* + f_3^* + f_4^* + f_6^*,$$

где

$$\begin{aligned} f_1^* &= \frac{1}{R} w; \quad f_2^* = 2(1+\nu) \left(T_1 \frac{w}{R} + \alpha_i^2 T_1^2 \right)^2; \\ f_3^* &= \frac{h^2}{3} \left[\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{\partial w}{\partial R} \right) - \left(\frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \right]^2; \\ f_4^* &= (1+\nu) \frac{2h^2}{3R} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \times \left[\left(\frac{\partial}{\partial R} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial R} \right) + \frac{\partial R}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \right]; \\ f_5^* &= 0; \quad f_6^* = (1-\nu) \frac{2h^2}{3R^2} \left[-\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial R} + \frac{1}{R} \left(\frac{\partial R}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial R} \right) \right]^2. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Тогда функция F_0 принимает свои значения

$$F_0 = \frac{h^2}{3} \left[\left(\frac{d^2 w}{dz^2} \right)^2 + \frac{h^2 R^2}{3(1-\nu^2)} \left(\frac{d^4 w}{dz^4} \right)^2 \right]. \quad (3.21)$$

Система связей (3.54) для нашего случая определяется как

$$\phi_{pj}(R, x_j, w, T_1) = 0. \quad (3.22)$$

Это означает, что экстремум отыскивается на поверхности оболочки и сама экстремальная точка и точки, которые с ней сопоставляются, должны лежать на этой поверхности. Решение ищем в перемещениях, где имеется только осевой прогиб цилиндрической поверхности $w(z)$.

Термоупругое состояние оболочки характеризуется осевым усилием N_1 и осевым моментом M_1 , которые с учетом (2.10), (2.14), (2.25), (2.26), (3.16) определяются через температуру и имеют следующий вид

$$N_1 = 2Eh(w_0 - \alpha T_1), \quad M_1 = -\frac{EhR}{2a^2} \cdot \frac{R^2}{a^2} \frac{d^2 w_0}{dz^2} \quad (3.23)$$

Здесь коэффициент a характеризует геометрические параметры оболочки и определяется соотношением $a = \left[(1 - \nu^2) \frac{3R^2}{4h^2} \right]^{\frac{1}{4}}$; $2h$ – толщина оболочки, E – модуль упругости, ν – коэффициент Пуассона, α – линейный коэффициент температурного расширения, z – осевая координата, w_0 – безразмерный прогиб, $w_0 = w / R$.

Перепишем формулу осевого момента в виде $M = -\frac{EhR \cdot R^2}{2a^4} \frac{d^2 w_0}{dz^2}$, где

$a^4 = 3(1 - \nu^2) \frac{R^2}{4h^2}$. Представим параметр a^4 следующей записью

$a^4 = \frac{3}{4}(1 - \nu^2) \frac{R^2}{h^2} = a_1 \frac{R^2}{h^2}$. Тогда осевой момент определяется

$$M = -\frac{Eh^3 R}{2a_1} \frac{d^2 w_0}{dz^2}, \quad (3.24)$$

где $a_1 = \sqrt[4]{\frac{3}{4}(1 - \nu^2)}$ (к примеру при $\nu = 0,3$ $a_1 = 1,3262642$).

Функция прогибов w_0 должна удовлетворять разрешающему уравнению

$$\left(\frac{d^4 w_0}{dz^4} \right) + 4(w_0 - \alpha T_1) = 0. \quad (3.25)$$

Упругая энергия оболочки представляет собой функционал, определенный на множестве функций $w_0 = w_0(z)$ и с учетом (3.24) и (3.25) определяется

$$K[w_0] = \frac{\pi EhR^2}{8a} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\left(\frac{d^4 w_0}{dz^4} \right)^2 + 4 \left(\frac{d^2 w_0}{dz^2} \right)^2 \right] dz. \quad (3.26)$$

Сформулированная задача эквивалентна следующей изопериметрической задаче. Найти экстремум функционала $K_j[w_0]$ на множестве непрерывных и четырежды непрерывно дифференцируемых функций $w_0 = w_0(z)$, на котором сингулярные функционалы принимают значения [40]

$$K_{ij}[w_0] = (-1)^i \int_{-\infty}^{+\infty} \delta^{(i)}(z - z_i) w_0(z) dz, \quad (3.27)$$

где $\delta^{(i)}(z)$ - i -я производная от дельта - функции, принимающая заданные значения $K_{ij}(w_0) = w_{ij}$.

Такая изопериметрическая задача (3.27) сводится к нахождению абсолютного экстремума функционала [19, 40]

$$K^*[w_0] = \frac{\pi EhR^2}{8a} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\left(\frac{d^4 w_0}{dz^4} \right)^2 + 4 \left(\frac{d^2 w_0}{dz^2} \right)^2 - 2w_0(z) \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^n \gamma_{ij} \delta^{(i)}(z - z_j) \right] dz. \quad (3.28)$$

Уравнения Эйлера для функционала (3.28) дают соотношение

$$\frac{d^8 w_0}{dz^8} + 4 \frac{d^4 w_0}{dz^4} = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^n \gamma_{ij} \delta^{(i)}(z - z_j). \quad (3.29)$$

С учетом (3.25) и (3.29) находим

$$\frac{d^4 T_1}{dz^4} = \frac{1}{4a} \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^n \gamma_{ij} \delta^{(i)}(z - z_j). \quad (3.30)$$

Решением уравнений (3.23) и (3.30), удовлетворяющим условием на бесконечности будет

$$T_{1(z)} = \frac{1}{8a} \sum_{j=1}^n \left[\frac{\gamma_{0j}}{6} (z - z_j)^3 + \frac{\gamma_{1j}}{2} (z - z_j)^2 + \gamma_{2j} (z - z_j) + \gamma_{3j} \right] \operatorname{sgn}(z - z_j) \quad (3.31)$$

$$w_0 = \frac{1}{8} \sum_{j=1}^n \left\{ \left[\frac{\gamma_{0j}}{6} (z - z_j)^3 + \frac{\gamma_{1j}}{2} (z - z_j)^2 + \gamma_{2j} (z - z_j) + \gamma_{3j} \right] \operatorname{sgn}(z - z_j) + e^{-|z - z_j|} \left[-\frac{\gamma_{0j}}{4} (\cos(z - z_j) + \sin|z - z_j|) + \frac{\gamma_{1j}}{2} \sin(z - z_j) + \frac{\gamma_{2j}}{2} (\cos(z - z_j) - \sin|z - z_j|) - \gamma_{3j} \operatorname{sgn}(z - z_j) \cos(z - z_j) \right] \right\}. \quad (3.32)$$

Здесь γ_{0j} , γ_{1j} - множители Лагранжа и связаны между собой соотношениями [19, 138].

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^n \gamma_{0j} &= 0; & \sum_{j=0}^n (\gamma_{0j} x_j - \gamma_{1j}) &= 0; \\ \sum_{j=0}^n (\gamma_{0j} x_j^2 - 2\gamma_{1j} x_j + \gamma_{2j}) &= 0; & \sum_{j=0}^n (\gamma_{0j} x_j^3 - 3\gamma_{1j} x_j^2 + 6\gamma_{2j} x_j - 6\gamma_{3j}) &= 0. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Рассмотрим как частный случай следующий вид локального нагрева. Зона нагрева ограничена сечениями по координате $\beta = \pm \beta_l$; температура в точках сечения $x(0) = \pm x_0$ равна T_0 ; в точке $A (\beta_0, x(0))$ она достигает своего максимального значения и равна T_{max} . В сечении точки $B (\beta_{0l}, x(1))$ задано ограничение на температуру, значение которой равно T_{10} , рис. 3.3.

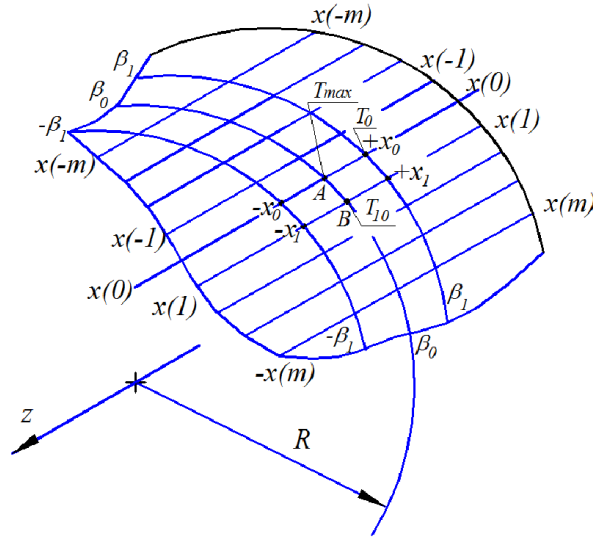


Рис. 3.4. Частный случай локального нагрева тонкой оболочки

Введем замену переменных, с учетом того, что любая линейная координата x , принадлежащая образующей цилиндрической оболочки (рис. 3.3), соответствует ее линейной осевой координате z , когда справедливо равенство

$$x_i = (x_{i+1} - x_{i-1}) = z_i = (z_{i+1} - z_{i-1}). \quad (3.34)$$

В силу (3.31) температурное поле поверхности рассматриваемого сечения при локальном нагреве цилиндрической оболочки характеризуется выражением

$$T = \frac{1}{8a} T_1 + T_m, \quad (3.35)$$

где T_1 определяется из (3.36); T_m - текущая температура поверхности оболочки сечения z_m .

Семейство экстремальных температурных полей на координатной образующей цилиндрической поверхности для $n_j = 1$, удовлетворяющих условиям на бесконечности, определяются выражением

$$T_1 = T_0 \sum_{j=1}^n (x - x_j)^2 \left[\frac{\gamma_{0j}}{3} (x - x_j) + \gamma_{1j} \right] \operatorname{sgn}(x - x_j), \quad (3.36)$$

где приняты следующие обозначения: x – линейная координата точки, принадлежащей образующей цилиндрической оболочки; T_0 – заданная температура рассматриваемого сечения при локальном нагреве.

Выражение (3.36) определяет профиль температурного поля, характеризующегося координатной зависимостью, где T_1 – температура, достигающая своего максимума в экстремальной точке на поверхности в интервале температур от $T_0 (\pm x_0)$ до $T_{max} (-x_0 \leq x \leq +x_0)$, рис. 3.4.

Данное выражение является кусочно-непрерывной функцией, и в точках с координатами $(x_m, \pm \beta_l)$ имеется разрыв функции. Поэтому в выражении (3.35) введена корректирующая величина T_m , как текущая температура поверхности оболочки сечения z_m .

Такие условия могут соответствовать условиям технологического процесса сварки, к примеру, сосудов высокого давления, имеющих небольшую толщину стенки.

Экстремальным температурным полем (3.31) для таких условий, которое удовлетворяет условию симметрии относительно сечения $x(0)$, будет поле

$$T_1 = T_0 (x_0 - |x|)^2 \frac{(2|x| + x_0 - 3x_1)}{(x_0 - x_1)^3}, \quad x_1 \leq |x| \leq x_0$$

$$T_1 = T_0 \left\{ 1 - 1(1-k) \left[1 - 3 \left(\frac{x}{x_0} \right)^2 + 2 \left| \frac{x}{x_0} \right|^3 \right] \right\}, \quad |x|_{(-\beta_1, +\beta_1)} \leq |x_0|,$$

$$k = \frac{T_{10}}{T_0}, \quad (3.37)$$

где T_0 – принятое значение температуры нагрева в точке A .

Исследуем характерный координатный параметр A фигурной скобки равенства (3.37), который характеризует изменение единичной функции температуры $t = f(A)$

$$A = 1 - 1(1-k) \left[1 - 3 \left(\frac{x}{x_0} \right)^2 + 2 \left(\frac{x}{x_0} \right)^3 \right], \quad (3.38)$$

при заданных значений k ($k = 0; k = 0,3; k = 0,5; k = 0,8$); $x_0 = 1$, с шагом 0,1; текущая координата x задавалась: $x = 0,1 \cdot n$, ($n = 1, 2, \dots, 10$). Вычисления проводились в программе LABVIEW с помощью составленного оператора (приложение Б; оператор №1, рис. 1, 2, 3, 3, 4). Вычисленные значения приведены в табл. 3.1.

Таблица 3.1.

Значение параметра A при заданных $k = 0; 0,3; 0,5; 0,8$

| x/x_0 | $k=0$ | $k=0,3$ | $k=0,5$ | $k=0,8$ |
|---------|-------|---------|---------|---------|
| 0,1 | 0,028 | 0,7084 | 0,514 | 0,2224 |
| 0,2 | 0,104 | 0,713 | 0,552 | 0,2832 |
| 0,3 | 0,216 | 0,7648 | 0,608 | 0,3728 |
| 0,4 | 0,352 | 0,8050 | 0,676 | 0,4816 |
| 0,5 | 0,5 | 0,85 | 0,75 | 0,6 |
| 0,6 | 0,648 | 0,8944 | 0,824 | 0,7184 |
| 0,7 | 0,784 | 0,9352 | 0,892 | 0,8272 |
| 0,8 | 0,896 | 0,9688 | 0,948 | 0,9168 |
| 0,9 | 0,972 | 0,9916 | 0,986 | 0,9776 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

При $k = 0$ ограничение на температуру отсутствует, температурное поле достигает своего максимального значения, рис. 3.5.

При $k = 1$ функция (3.37) имеет разрыв, что соответствует отсутствию локального нагрева, температура поверхности оболочки в сечениях $\beta = \pm \beta_l$ равна текущему значению температуры T_m .

Иллюстративная картина распределения семейства экстремальных температурных полей относительно единичной функции температуры приведена на рис. 3.4.

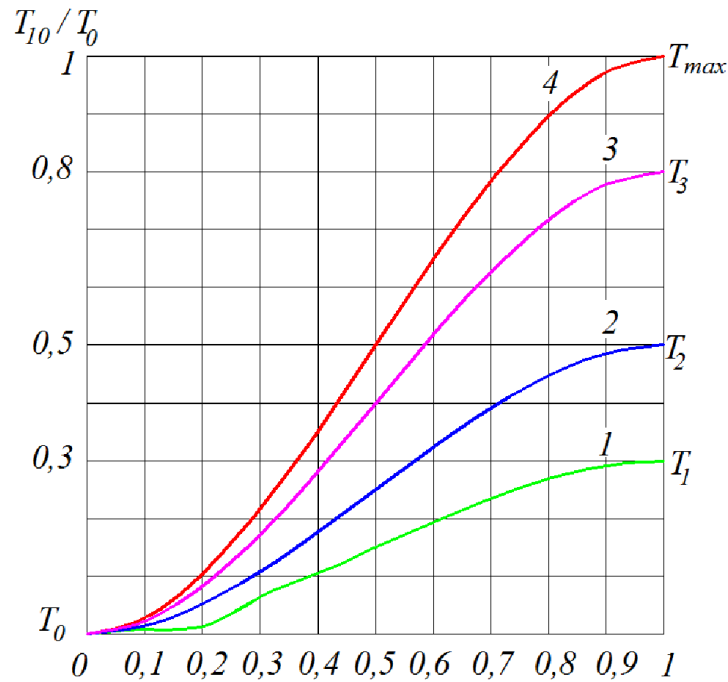


Рис. 3.5. Распределения семейства экстремальных температурных полей в зависимости от значения k : кривая 1 при $k = 0,3$; кривая 2 при $k = 0,5$; кривая 3 при $k = 0,8$; кривая 4 при $k = 0$

Установлено, что при отсутствии ограничения на температуру по образующей цилиндрической поверхности оболочки (кривая 4), температура в точке локального нагрева достигает своего максимального значения и равна T_{max} . Введение ограничения на температуру (осуществления охлаждения) позволяет снижать максимальный температурный уровень.

Температурные напряжения определяются

$$\sigma = \frac{1}{8a} E \alpha_T T_1; \quad a = \left[(1 - \nu^2) \frac{3R^2}{4h^2} \right]^{\frac{1}{4}}. \quad (3.39)$$

Такая модель может быть взята за основу в теоретическом исследовании термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций в зоне технологического влияния при сварке продольных швов.

§3.4. Математическая модель исследования температурного поля в условиях кольцевого локального нагрева образующей поверхности цилиндрической оболочки

Пусть цилиндрическая оболочка, имеющая некоторую начальную температуру, равную температуре окружающей среды, подвергается локальному нагреву в точке A с условиями, соответствующими задаче предыдущего параграфа, рис. 3.2, 3.3. Температурное поле изменяется по толщине оболочки линейно и определяется равенством

$$T_{(h)}^+ - T_{(h)}^- = \Delta T_{(h)}^\pm = T \frac{\lambda}{c_p} 2h, \quad (3.40)$$

где λ - коэффициент теплопроводности; c_p - удельная теплоемкость материала; $2h$ - толщина оболочки. При этом краевые условия формулируются граничными условиями третьего рода, когда $T_2 \neq 0$.

Отыскивается распределение температурного поля $T_2(y)$ по линейной координате дуги окружности. Такие условия могут соответствовать процессу сварки цилиндрических оболочек, имеющих среднюю толщину.

В рассматриваемой задаче неголономные связи вида (3.11) действуют на всей области оболочки, где также справедливо тождество

$$\Phi_1 \equiv T_2 - f(y) = 0, \quad (3.41)$$

где Φ_1 - дополнительный вид кинематических связей на всей области оболочки. Условия вида (3.12) отсутствуют.

Термоупругое состояние оболочки характеризуется кольцевым усилием N_2 и изгибающими моментами $M_1 = M_2$, зависящее от усредненного температурного момента T_2 . С учетом (2.14), (2.25), (2.26) и (3.16) имеем

$$N_2 = \frac{(1-\nu)\alpha_t ER}{2a^2} \frac{d^2 T_2}{dz^2}, \quad M_1 = -M_2 = \frac{2\alpha_t E h^2}{3(1+\nu)} T_2. \quad (3.42)$$

Здесь все обозначения соответствуют ранее принятым.

Тогда получаем следующее дополнительное уравнение

$$\frac{d^2 w_0}{dz^2} + \frac{2\alpha_t R}{a^2 h} \frac{d^2 T_2}{dz^2} = 0. \quad (3.43)$$

Функция прогибов w_0 должна зависеть от суммарного действия температурных факторов и удовлетворять разрешающему уравнению (3.16)

$$\frac{d^4 w_0}{dz^4} + 4(w_0 - \alpha_t T_1) + \frac{\alpha_t (1+\nu) R}{a^2 h} \frac{d^2 T_2}{dz^2} = 0. \quad (3.44)$$

Упругая энергия оболочки представляет собой функционал, определенный на множестве функций $w_0 = w_0(z)$ и с учетом (3.44) определяется

$$K[w_0] = \frac{\pi E h R^2}{8a} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\left(\frac{d^4 w_0}{dz^4} \right)^2 + 4 \left(\frac{d^2 w_0}{dz^2} \right)^2 \right] dz + \\ + \frac{\alpha_t (1+\nu) R}{a^2 h} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{d^2 T_2}{dz^2} - \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^n \gamma_{ij} \delta^i(z - z_j) \right] dz. \quad (3.45)$$

При этом множители Лагранжа должны удовлетворять условиям

$$\sum_{j=0}^n \gamma_{0j} = 0; \quad \sum_{j=0}^n (\gamma_{0j} z_j - \gamma_{1j}) = 0.$$

Используя алгоритм решения экстремальной задачи предыдущего параграфа, применяя к этим уравнениям преобразование Фурье [94, 138], получим семейство экстремальных температурных полей, удовлетворяющих условиям на бесконечности

$$T_2 = \frac{3}{2} \frac{c_1}{c} \sqrt{\frac{h}{R}} \cdot T_0 \{ 2c(y_0 - 2|y|) - 2e^{-2c|y|} (\cos cy - \sin cy) + \\ + e^{-c|y-y_0|} [(1 - cy_0 \operatorname{sgn}(y - y_0)) \cos c(y - y_0) - \sin c|y - y_0|] + \\ + e^{-c|y+y_0|} [(1 + cy_0 \operatorname{sgn}(y + y_0)) \cos c(y + y_0) - \sin c|y + y_0|] \}.$$

Здесь y_0, y - линейные координаты по дуге окружности. Полагая $y = 0$, получим

$$T_2 = \frac{3}{2} \frac{c_1}{c} \sqrt{\frac{h}{R}} \cdot T_0 [cy_0 + e^{-cy_0} ((1 + cy_0) \cos cy_0 - \sin cy_0)], \quad (3.46)$$

где $c = \sqrt[4]{\frac{2}{1-\nu}}$; $c_1 = \sqrt{3(1-\nu^2)}$

Введем замену переменных $g = f(\xi)$, $t = f(A_1)$. Переменная g характеризует геометрические параметры оболочки; $\xi = (h/R)^{1/2}$. Переменную t будем рассматривать как единичную функцию температуры от координатного параметра A_1 , где

$$A_1 = cy_0 + e^{-cy_0} [(1 + cy_0) \cos cy_0 - \sin cy_0].$$

Тогда

$$T_2 = k g \cdot T_0 \cdot t; \quad k = 3c_1 / 2c.$$

При $\nu = 0,3$ $c \approx 1,300118$; $c_1 \approx 1,65227$, $k \approx 1,906$ получим

$$T_2 \approx 1,906 g \cdot T_0 [1,3y_0 + e^{-1,3y_0} ((1 + 1,3y_0) \cos 1,3y_0 - \sin 1,3y_0)], \quad g = \sqrt{\frac{h}{R}}. \quad (3.47)$$

Исследуем координатный параметр A_1 , который характеризует изменение единичной функции температуры $t = f(A_1)$ при прочих равных условиях, когда $g = \text{const}$, имеем

$$A_1 = 1,3y_0 + e^{-1,3y_0} [(1 + 1,3y_0) \cos 1,3y_0 - \sin 1,3y_0]. \quad (3.48)$$

Вычисления проводились в программе LABVIEW с помощью составленного оператора (приложение Б, операторы, №2, №3), при заданных значениях $y_0 = y_n / y$; $y = 1$, с шагом 0,1; $y_n = 0,1$ ($n = 1, 2, \dots, 10$). Результаты вычислений представлены в таблице 3.2, графическое представление параметра A_1 приведено на рис. 3.6.

Таблица 3.2.

Значение параметра A_1

| | | | | | | | | | | |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|
| y_0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1 |
| A_1 | 0,98521 | 0,94914 | 0,90265 | 0,85521 | 0,81444 | 0,78623 | 0,77488 | 0,78318 | 0,81261 | 0,8637 |

Установлено, что в приведенном решении (3.48) имеются две экстремальных точки. В точке (0) по оси абсцисс функция принимает свое максимальное значение, в точке (0,7) – минимальное.

Температурные напряжения определяются по формулам

$$\sigma_y^+ = \frac{E\alpha T_2}{2(1-\nu)}; \quad \sigma_y^- = \frac{E\alpha T_2}{2(1-\nu)} \left(1 - \frac{\lambda}{c_p} 2h \right). \quad (3.49)$$

Здесь σ^+ , σ^- напряжения на лицевой и внутренней поверхностях оболочки.

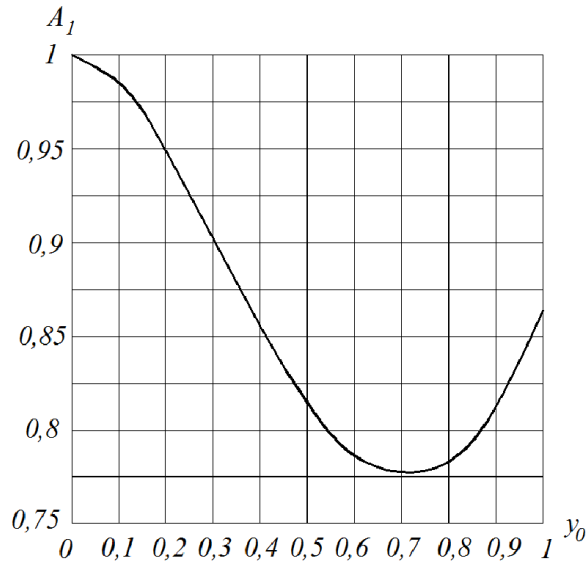


Рис. 3.6. Распределение единичной функции температуры в зависимости от координатного параметра A_1

Соответствующее распределению температурного поля (3.48) термонапряженное состояние имеет быстро меняющийся характер, что присуще сварочным процессам. Такая модель может быть взята за основу в теоретическом исследовании термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций в зоне технологического влияния при сварке кольцевых швов.

§3.5. Математическая модель исследования температурного поля, действующего в плоскости, перпендикулярной к продольной оси оболочки

Рассмотрим бесконечную цилиндрическую оболочку со свободными торцами в условиях действия переменного температурного поля в плоскости, перпендикулярной к ее оси (плоская задача для цилиндрической оболочки, рис. 3.7). Параметры оболочки и начальные условия соответствуют ранее принятым. Температурное поле характеризуется координатным параметром β и есть функция $T_1(\beta)$, при этом $R = \beta$; функция прогиба $w = f(R)$, $T_2 = 0$.

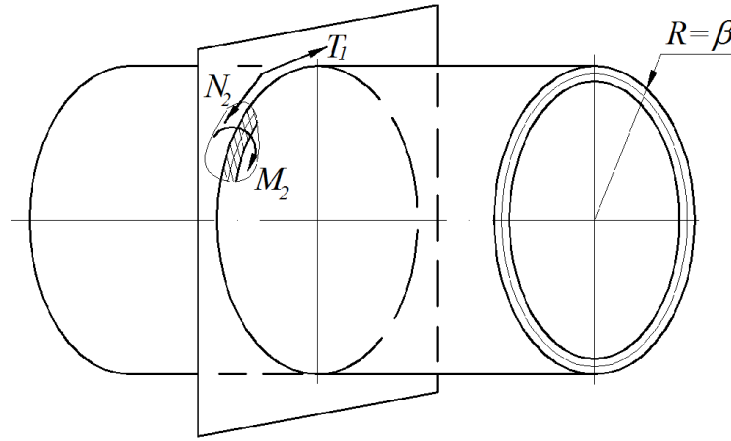


Рис. 3.7. Плоская задача для цилиндрической оболочки

Граничные условия формулируются следующим образом

$$\frac{\partial t}{\partial \gamma} = 0; \quad T_{(+h)} = T_{(-h)} = \text{const.}$$

Силовые факторы в цилиндрической оболочке с учетом (2.10), (2.25), (2.26) определяются следующими формулами [19]

$$N_2 = -\frac{D_1 \alpha_t (1+\nu)}{\pi R^2} \left(1 + \frac{h^2}{3R^2}\right)^{-1} \int_0^{2\pi} T_1 \cos(\beta - \beta_0) d\beta_0;$$

$$M_1 = 0; \quad M_2 = -R N_2, \quad (3.50)$$

где D_1 - изгибная жесткость; $D_1 = \frac{2Eh^3}{3(1-\nu^2)}$, все остальные обозначения соответствуют принятым ранее.

Компоненты деформации в таком случае связаны соотношениями [138]

$$\varepsilon_1 = \frac{\alpha_t}{2\pi} \int_0^{2\pi} T_1 d\beta_0 - \frac{\nu \alpha_t}{\pi(1-\nu)} \left(1 + \frac{h^2}{3R^2}\right)^{-1} \int_0^{2\pi} T_1 \cos(\beta - \beta_0) d\beta_0;$$

$$\varepsilon_2 = \alpha_t (1+\nu) T_1 - \frac{\nu \alpha_t}{2\pi} \int_0^{2\pi} T_1 d\beta_0 - \frac{\alpha_t}{\pi(1-\nu)} \left[1 - \nu^2 - \left(1 + \frac{h^2}{3R^2}\right)^{-1}\right] \int_0^{2\pi} T_1 \cos(\beta - \beta_0) d\beta_0;$$

$$\kappa_2 = \frac{\alpha_t}{\pi(1-\nu)R} \left(1 + \frac{h^2}{3R^2}\right)^{-1} \int_0^{2\pi} T_1 \cos(\beta - \beta_0) d\beta_0;$$

$$\kappa_1 = -\nu \kappa_2. \quad (3.51)$$

Запишем соотношения функции температуры, связанной с функцией прогиба

$$\frac{\partial^2 w_0}{\partial \beta^2} + w_0 - \alpha_i (1 + \nu) T + \frac{\alpha_i \nu}{2\pi} \int_0^{2\pi} T d\beta_0 + \frac{\alpha_i (1 + \nu)}{\pi} \int_0^{2\pi} T \cos(\beta - \beta_0) d\beta_0 = 0;$$

$$\int_0^{2\pi} (w_0 - \alpha_i T) d\beta = 0. \quad (3.52)$$

Вариационная задача формулируется следующим образом. Найти экстремум функционала упругой энергии на множестве функций $w_0(\beta)$ и $T(\beta)$, каждая из которых удовлетворяет соотношениям (3.52), дополнительным ограничениям на функцию прогибов в сечениях $\beta = \beta_i (i = 1, 2, \dots, n)$ вида

$$w_0(\beta_i) = a_{1i}, \quad \int_0^{2\pi} w_0(\beta) d\beta = a_{0i} \quad (3.53)$$

и обеспечивает стационарность функционалов [138]

$$K_1 = \int_0^{2\pi} w_0 \delta(\beta - \beta_i) d\beta_0; \quad K_2 = \int_0^{2\pi} \theta(\beta_i - \beta) w_0 d\beta_0;$$

$$K_1 = a_{1i}, \quad K_2 = a_{0i}. \quad (3.54).$$

Используем частное решение теплопроводности цилиндрической оболочки (2.31) и условия на границе $\frac{\partial t}{\partial \gamma} = 0$. Тогда решением сформулированной вариационной задачи будет следующее семейство экстремальных температурных полей

$$T_1 = A \cos \beta + B \sin \beta + \sum_{i=1}^n \left\{ \gamma_{0i} [1 - \cos(\beta - \beta_i) + \gamma_{1i} \sin(\beta_i - \beta)] \right\} \theta(\beta_i + \beta) +$$

$$+ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} T_1 d\beta_0. \quad (3.55)$$

Множители Лагранжа должны удовлетворять следующим условиям [40]

$$\sum_{i=1}^n [\gamma_{0i} (\beta_i - \sin \beta_i) + \gamma_{1i} (1 - \cos \beta_i)] = 0; \quad \sum_{i=1}^n [\gamma_{0i} (1 - \cos \beta_i) + \gamma_{1i} \sin \beta_i] = 0.$$

Из общего решения вариационной задачи выделим такое экстремальное температурное поле, которое удовлетворяет условиям на поверхности (рис. 3.7)

$$T(\pi) = T_1, \quad T_0(-\beta_1) = T_0(+\beta_1) = 0, \quad T'(\pi) = 0.$$

$$2\pi - \beta_1 \leq \beta_1(0) \leq 0 + \beta_1; \quad 0 \leq (+\beta_1) \leq \pi; \quad \pi \leq (-\beta_1) \leq 2\pi. \quad (3.56)$$

Температурное поле непрерывно по β вместе с первой производной, определяется соотношением [138]

$$T_1 = T_0 \frac{\cos \beta_1 - \cos \beta}{1 + \cos \beta}. \quad (3.57)$$

Справедливость полученного решения соответствует наличию зоны охлаждения в области $[2\pi - \beta_1; 0 + \beta_1]$, рис. 3.8.

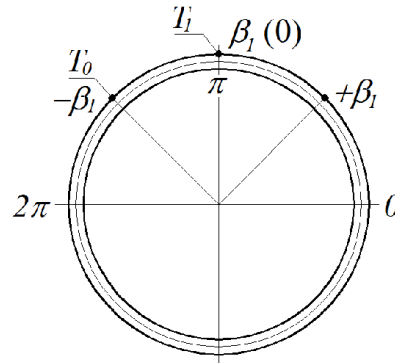


Рис. 3.8. Условия на поверхности к решению задачи (3.57)

Заметим, что выражение (3.56) не зависит от радиуса цилиндрической оболочки, а характеризуется координатной зависимостью положения β .

Обозначим

$$A_2 = \frac{\cos \beta_1(0) - \cos(+\beta_1)}{1 + \cos(+\beta_1)}. \quad (3.58)$$

Характерный параметр A_2 есть координата единичной функции температурного поля $t_0 = f(A_2)$, действующего в плоскости поперечного сечения цилиндрической оболочки, достигающего своего максимального значения в точке $\beta_1(0)$ и принадлежащего семейству экстремального температурного поля (3.57). Исследуем характер изменения единичной функции температурного поля $t_0 = f(A_2)$.

Вычисления проводились в программе LABVIEW с помощью составленного оператора (приложение Б, оператор № 4), при заданных значениях β_1 в пределах $0 \leq \beta_1 \leq 90^\circ$, с шагом 10° ($\pi/18$). Данные расчета

приведены в таблице 3.3, графическое представление параметра t_0 приведены на рис. 3.9.

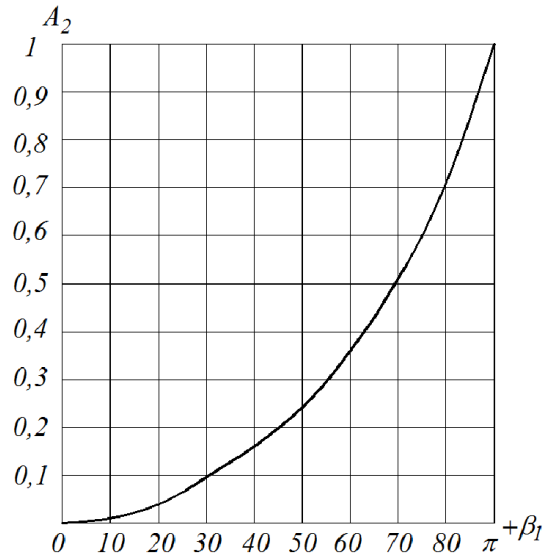


Рис. 3.9. График изменения единичной функции температурного поля $t_0 = f(A_2)$ $0 \leq \beta_1 \leq \pi$

Таблица 3.3.

Вычисленные значения параметра A_2

| | | | | | | | | | | |
|------------------|---|---------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|--------|--------|
| $\beta(0)$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| β_1° | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 |
| β_1 рад | 0 | 0,1240 | 0,2519 | 0,3876 | 0,5355 | 0,7002 | 0,8860 | 1,0954 | 1,3264 | 1,5708 |
| A_3 | 0 | 0,00540 | 0,02184 | 0,05079 | 0,09461 | 0,15839 | 0,25167 | 0,3928 | 0,6189 | 0,9984 |

Температурные напряжения определяются по формуле

$$\sigma_\beta = E\alpha T_1. \quad (3.59)$$

§3.6. Математическая модель исследования температурного поля, действующего в наклонной плоскости к продольной оси оболочки

Рассмотрим бесконечную цилиндрическую оболочку со свободными торцами в условиях действия переменного температурного поля в наклонной плоскости к ее продольной оси. Такую задачу считаем как один из случаев плоской задачи для цилиндрической оболочки, рис. 3.10. Параметры оболочки соответствуют ранее принятым.

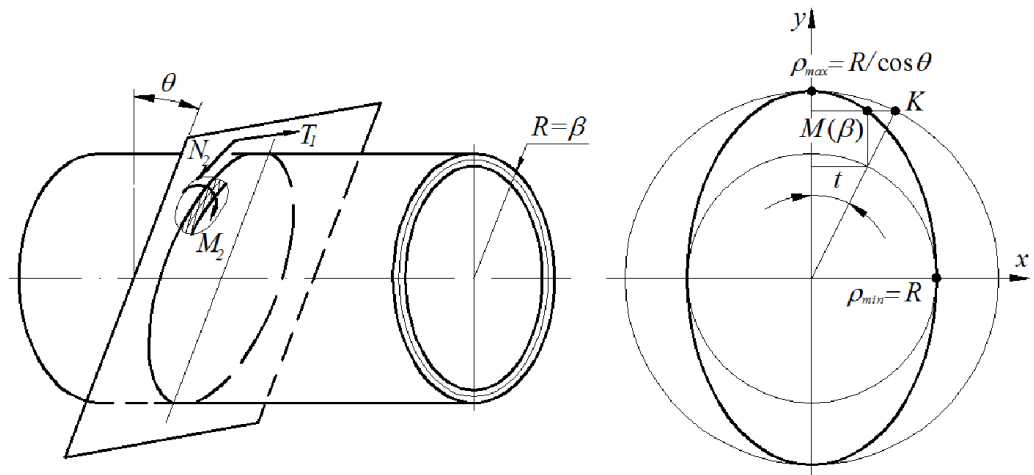


Рис. 3.10. Силовые факторы, действующие в плоскости, наклонной к продольной оси цилиндрической оболочки под углом θ

Температурное поле характеризуется координатным параметром β и есть функция $T(\beta)$; где β координата кривой эллипса в сечении плоскости действия температурного фактора, наклоненной на угол θ к продольной оси цилиндрической оболочки. Граничные условия соответствуют рассмотренной выше задаче.

Используем полученное ранее решение (3.57) задачи §3.5, как частное решение рассматриваемой задачи, в которой угол наклона плоскости $\theta = 0$, а радиус цилиндрической оболочки есть радиус кривизны $\rho(\beta)$ полученной в сечении геометрической фигуры.

Из геометрических соотношений имеем следующее (рис. 3.10):

- максимальное значение ρ принимает в точке верхнего полюса эллипса в сечении плоскости и равно $\rho = R / \cos \theta$;
- минимальное значение ρ принимает в точке, перпендикулярной точки верхнего полюса и равно $\rho = R$.

Параметрические уравнения эллипса имеют следующий вид (рис. 3.11)

$$\begin{aligned} \rho(x) &= R \sin t; \\ \rho(y) &= (R / \cos \theta) \cos t; \\ 0 &\leq t \leq 2\pi \end{aligned} \tag{3.60}$$

Радиус кривизны эллипса ρ определяется равенством, (рис. 3.11)

$$\rho^2 = \left[\left(\frac{R}{\cos \theta} \right) \cdot \cos t \right]^2 + (R \sin t)^2 .$$

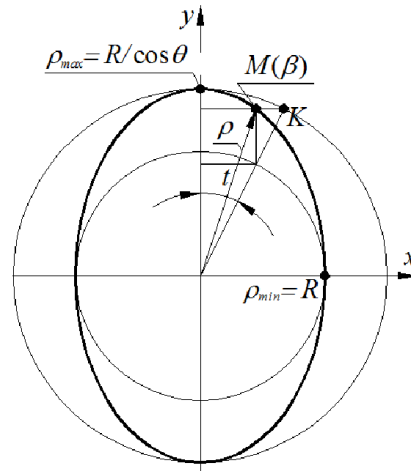


Рис. 3.11. К определению радиуса кривизны эллипса

После проведенных преобразований получим безразмерный радиус кривизны, равный

$$\rho = \frac{\sqrt{\cos^2 t + \sin^2 t \cos^2 \theta}}{\cos \theta} . \quad (3.61)$$

Легко проверить, что при $\theta = 0$, т.е. плоскость перпендикулярна к продольной оси оболочки, радиус ρ равен единице (кривая имеет форму окружности).

Температурное поле непрерывное по координате β вместе с первой производной. При этом экстремальное температурное поле удовлетворяет тем же условиям на поверхности (3.59), рис. 3.12, и определяется соотношением

$$T_1 = T_0 \left(\frac{\sqrt{\cos^2 t + \sin^2 t \cos^2 \theta}}{\cos \theta} \right) \frac{\cos \beta_1 - \cos \beta}{1 + \cos \beta} . \quad (3.62)$$

Здесь все обозначения соответствуют принятым ранее.

Обозначим

$$A_3 = \left(\frac{\sqrt{\cos^2 t + \sin^2 t \cos^2 \theta}}{\cos \theta} \right) \frac{\cos \beta - \cos \beta_1}{1 + \cos \beta_1} . \quad (3.63)$$

Характерный координатный параметр A_3 есть координата единичной функции температурного поля $t = f(A_3)$, действующего в наклонной плоскости сечения цилиндрической оболочки к ее продольной оси, достигающего своего максимального значения в точке $\beta_1(0)$ и принадлежащего семейству экстремального температурного поля (3.55).

Приведем вычисленные значения параметра A_3 при изменении угла наклона плоскости к продольной оси оболочки $0^\circ \leq \theta \leq 80^\circ$ с шагом в 10° ($\pi/18$). Вычисления проводились в программе LABVIEW с помощью составленного оператора (приложение Б, оператор № 5), при заданных значениях t в пределах $0 \leq t \leq 90^\circ$, с шагом 10° ($\pi/18$). Результаты вычислений представлены в таблице 3.4. Отдельно приведен график изменения параметра t_0 при $\theta = 45^\circ$, рис. 3.13.

Таблица 3.4

Вычисленные значения параметра A_3

| | | | | | | | | | | |
|---------------------|---|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $\beta(0)$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| t | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 |
| $\theta = 0^\circ$ | | | | | | | | | | |
| A_3 | 0 | 0,00540 | 0,02184 | 0,05079 | 0,09461 | 0,15839 | 0,25167 | 0,3928 | 0,6189 | 0,9984 |
| $\theta = 10^\circ$ | | | | | | | | | | |
| A_3 | 0 | 0,00391 | 0,01626 | 0,03903 | 0,07618 | 0,13479 | 0,22731 | 0,37525 | 0,61520 | 1,00769 |
| $\theta = 20^\circ$ | | | | | | | | | | |
| A_3 | 0 | 0,0041 | 0,01700 | 0,04068 | 0,07908 | 0,13936 | 0,23411 | 0,38525 | 0,63026 | 1,0316 |
| $\theta = 30^\circ$ | | | | | | | | | | |
| A_3 | 0 | 0,00444 | 0,01836 | 0,04372 | 0,08446 | 0,14779 | 0,24657 | 0,40340 | 0,65741 | 1,07458 |
| $\theta = 45^\circ$ | | | | | | | | | | |
| A_3 | 0 | 0,0053 | 0,02228 | 0,05244 | 0,09978 | 0,17161 | 0,28127 | 0,45304 | 0,7304 | 1,18922 |
| $\theta = 50^\circ$ | | | | | | | | | | |
| A_3 | 0 | 0,00596 | 0,02441 | 0,05718 | 0,10810 | 0,1844 | 0,29969 | 0,47890 | 0,76765 | 1,2473 |
| $\theta = 60^\circ$ | | | | | | | | | | |
| A_3 | 0 | 0,00765 | 0,03111 | 0,07206 | 0,13407 | 0,22417 | 0,35599 | 0,55609 | 0,87611 | 1,41422 |
| $\theta = 70^\circ$ | | | | | | | | | | |
| A_3 | 0 | 0,01116 | 0,04503 | 0,10294 | 0,18777 | 0,30546 | 0,46850 | 0,70414 | 1,07352 | 1,70993 |
| $\theta = 80^\circ$ | | | | | | | | | | |
| A_3 | 0 | 0,02193 | 0,08775 | 0,19758 | 0,35172 | 0,55111 | 0,79951 | 1,11397 | 1,5663 | 2,39976 |

Максимальные значения единичной функции температурного поля, действующего в различно ориентированной наклонной плоскости сечения цилиндрической оболочки к ее оси, приведены в таблице 3.5. Графики такого

изменения единичной функции температурного поля приведены на рис. 3.14. Температурные напряжения в таком случае определяются формулой (3.59).

Таблица 3.5.

Максимальные значения единичной функции температурного поля, действующего в наклонной плоскости поперечного сечения цилиндрической оболочки к ее оси под углом θ

| θ° | 0 | 10 | 20 | 30 | 45 | 50 | 60 | 70 | 80 |
|---------------------|--------|---------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|---------|
| $t_0^{\max}=f(A_3)$ | 0,9984 | 1,00769 | 1.0316 | 1,07458 | 1,18922 | 1,2473 | 1,41422 | 1,70993 | 2,39976 |

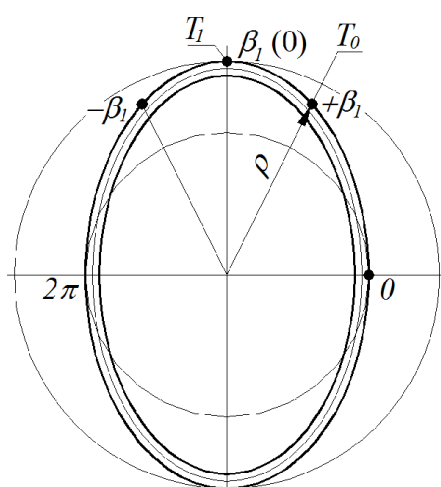


Рис. 3.12. Условия на поверхности к решению задачи (3.58)

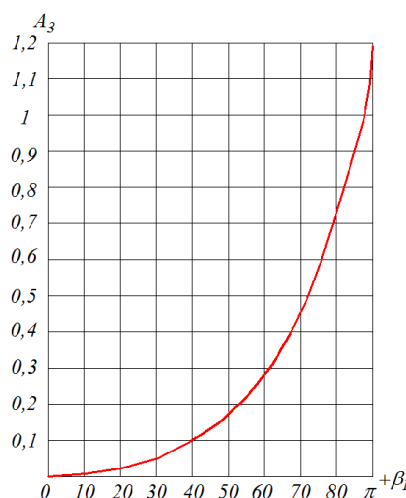


Рис. 3.13. График изменения единичной функции температурного поля $t_0 = f(A_3)$ при $0 \leq +\beta_1 \leq \pi$

Установлено, что с изменением геометрической формы в сечении оболочки, в плоскости которого осуществляется локальное термонагружение, изменяется уровень экстремальной температуры. Наименьший ее уровень соответствует поперечному сечению, геометрической формой которого является окружность. В любых других сечениях, формой которого является эллипс, наблюдается увеличение уровня экстремальной температуры. Чем больше угол наклона плоскости сечения к продольной оси оболочки, тем выше значения максимальной температуры.

В случае, когда угол наклона поперечного сечения цилиндрической оболочки составляет $\theta = 90^\circ$, имеем продольное сечение бесконечной цилиндрической оболочки, в котором максимальный радиус кривизны

эллипса стремится к бесконечности. В точках полюса большой оси эллипса температура возрастает до бесконечности. В то время как, в точках полюса малой оси эллипса по условию задачи температура равна начальному значению. Такая модель соответствует тонкой бесконечной пластине. Руководствуясь (3.62) и полученным решением можно сделать следующий вывод: прогиб бесконечной пластины при локальном термонагружении не зависит от ее толщины, а определяется ее протяженностью в соответствии с распределением температурного поля.

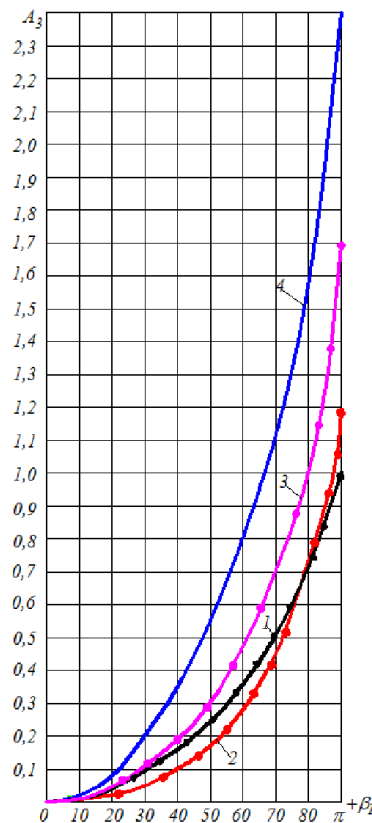


Рис. 3.14. Единичная функция температурного поля, действующего в характерной плоскости поперечного сечения относительно оси цилиндрической оболочки: кривая 1 – поперечное сечение, перпендикулярно к оси цилиндрической оболочки $\theta = 0$; кривая 2 - поперечное сечение, наклонено под углом $\theta = 45^\circ$; кривая 3 - поперечное сечение, наклонено под углом $\theta = 70^\circ$; кривая 4 - поперечное сечение, наклонено под углом $\theta = 80^\circ$

Придавая минимальному радиусу кривизны ρ (3.61) сколь малые значения можно получить расчетные модели эллиптической трещины, зарождение которой происходит при локальном термонагружении, когда

температурные растягивающие напряжения в пределах малой площадки приближаются или превышают предел прочности на разрыв.

Принимая в качестве критерия упругую энергию оболочки, можно сказать следующее:

- термоупругий потенциал оболочки в рассматриваемых сечениях зависит от углового положения плоскости действия локального теплового нагрева;

- чем больше угол наклона плоскости, тем выше ресурс упругого состояния цилиндрической оболочки;

Таким образом, радиус кривизны, как характерный геометрический параметр оболочечных конструкций, может быть использован в качестве оценочного критерия термоупругого ресурса реальных сочлененных конструкций в технологических процессах энергетического машиностроения.

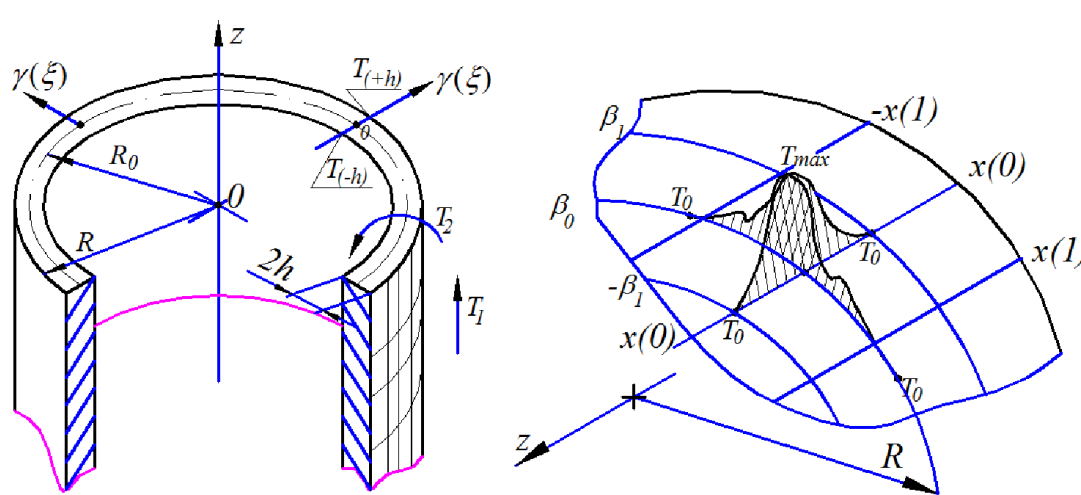
§3.7. Обобщенные модели термонапряженного состояния оболочечных конструкций в решении экстремальной температурной задачи

Проведенный анализ и полученные решения в определении семейства экстремальных температурных полей на основе вариационных принципов механики деформируемого твердого тела позволяют определять напряженно деформированное состояние элементов конструкций оболочечного типа при действии локальных температурных факторов. Обобщенные расчетные модели некоторых оболочечных конструктивных схем сведены в таблицу 3.6.

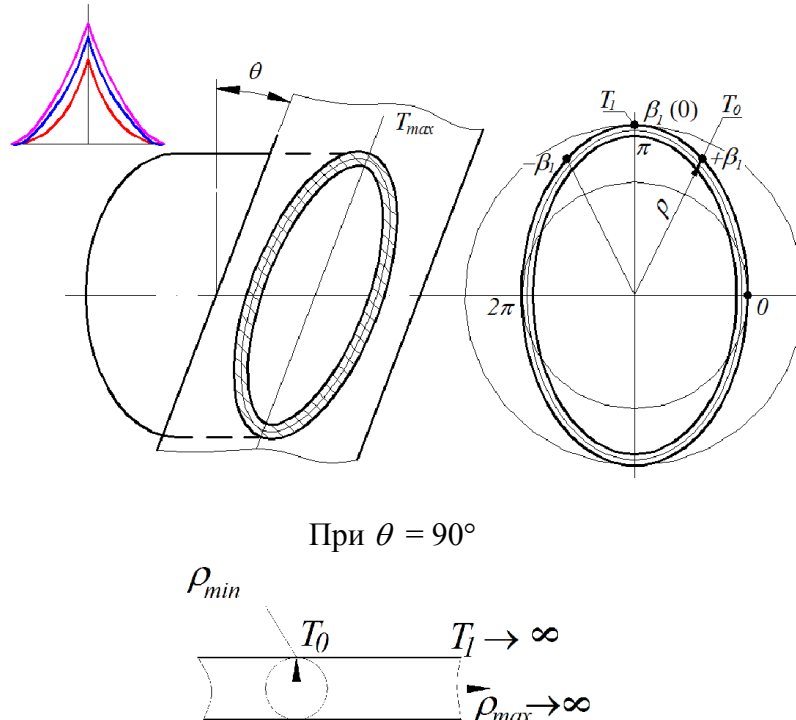
Расчетные модели оболочечных конструкций при действии локальных температурных факторов

| |
|---|
| <p>1. Свободная на торцах бесконечная цилиндрическая оболочка в условиях осесимметричного локального нагрева под действием постоянного по толщине температурного поля вдоль образующей поверхности и исчезающего на бесконечности</p> |
| <p>Граничные условия</p> $\frac{\partial t}{\partial \gamma} = 0; \quad T_{(x)}^- = \Delta T_{(x)}^+;$ <p>Условия на поверхности</p> $T_1 \parallel z; \quad T_2 = 0.$ |
| <p>Усилия и моменты</p> $T_1, N_1, M_1, N_2 = 0, M_2 = 0.$ $N_1 = 2Eh(w_0 - \alpha T_1); \quad M_1 = -\frac{EhR^3}{2a^4} \frac{d^2 w_0}{dz^2}; \quad a^4 = 3(1-\nu^2) \frac{R^2}{4h^2}.$ |
| <p>Условие связей, заданное для выделенной области (S_0)</p> $\Phi(\alpha, \beta; u, v, w, T_1, T_2; u_\alpha, u_\beta, \dots) = 0, \quad \Phi \nabla S_0.$ <p>Семейство экстремальных температурных полей</p> $T_{\text{экстр}} = T_0 \left\{ 1 - \left[1 - 3 \left(\frac{x}{x_0} \right)^2 + 2 \left \frac{x}{x_0} \right ^3 \right] \right\}.$ |
| <p>Температурные напряжения</p> <p>Максимальные осевые температурные напряжения</p> $\sigma_x = \frac{1}{8a} E \alpha T_{\text{max}}; \quad a = \left[(1-\nu^2) \frac{3R^2}{4h^2} \right]^{\frac{1}{4}}.$ <p>Максимальные кольцевые температурные напряжения</p> $\sigma_\beta = E \alpha T_{\text{max}}.$ |
| <p>Расчетная схема</p> <p>The diagram illustrates the calculation scheme for a cylindrical shell. On the left, a 3D perspective shows a shell with radius R, thickness $2h$, and a localized heat source of width $2h$ along the z-axis. The shell is free at the ends. On the right, a cross-section of the shell is shown in the x-z plane. The temperature profile $T(x)$ is shown as a bell-shaped curve peaking at T_{max} at $x=0$. The stress profile $\sigma(x)$ is shown as a curve that is zero at the ends and reaches a maximum at $x=0$. The shell is divided into regions by angles β_0 and β_1 and radial coordinates $x(0)$ and $x(1)$.</p> |

| |
|--|
| <p>2. Свободная на торцах бесконечная цилиндрическая оболочка в условиях осесимметричного локального нагрева под действием постоянного по толщине температурного поля, ограниченным в окрестности координаты образующей поверхности, и исчезающего на бесконечности</p> |
| <p>Граничные условия $\frac{\partial t}{\partial \gamma} = 0; \quad T_{(x)}^- = \Delta T_{(x)}^\pm.$</p> <p>Условия на поверхности $T_1 \parallel z; \quad T_2 = 0.$</p> |
| <p>Усилия и моменты $T_1, N_1, M_1, N_2 = 0, M_2 = 0.$</p> $N_1 = 2Eh(w_0 - \alpha T_1); \quad M_1 = -\frac{EhR^3}{2a^4} \frac{d^2 w_0}{dz^2}; \quad a^4 = 3(1-\nu^2) \frac{R^2}{4h^2}.$ |
| <p>Условие связей, заданное для выделенной области (S_0) $\Phi(\alpha, \beta; u, v, w, T_1, T_2; u_\alpha, u_\beta, \dots) = 0, \quad \Phi \forall S_0.$</p> <p>Семейство экстремальных температурных полей $T_{\text{экстр}} = T_0 \left\{ 1 - 1(1-k) \left[1 - 3 \left(\frac{x}{x_0} \right)^2 + 2 \left \frac{x}{x_0} \right ^3 \right] \right\}, \quad k = \frac{T_{10}}{T_0}, \quad 0 \leq k < 1.$</p> |
| <p>Температурные напряжения Максимальные осевые температурные напряжения $\sigma_z = \frac{1}{8a} E \alpha T_{\text{max}}; \quad a = \left[(1-\nu^2) \frac{3R^2}{4h^2} \right]^{\frac{1}{4}}.$</p> <p>Максимальные кольцевые температурные напряжения $\sigma_\beta = E \alpha T_{\text{max}}.$</p> |
| <p>Расчетная схема</p> |

| |
|---|
| <p>3. Свободная на торцах бесконечная цилиндрическая оболочка в условиях осесимметричного кольцевого локального нагрева под действием линейно изменяемого по толщине и исчезающего на бесконечности температурного поля</p> |
| <p>Граничные условия</p> $\frac{\partial t}{\partial \gamma} = 0; \quad T_{(x)}^+ - T_{(x)}^- = \Delta T_{(x)}^\pm = \frac{\lambda}{c_p} 2h.$ <p>Условия на поверхности</p> $T_1 = 0, \quad T_2 = f(\beta).$ |
| <p>Усилия и моменты T_2, N_2, M_1, M_2.</p> $N_2 = \frac{(1-\nu)\alpha_t ER}{2a^2} \frac{d^2 T_2}{dx^2}; \quad M_1 = -M_2 = \frac{2\alpha_t E h^2}{3(1+\nu)} T_2.$ |
| <p>Условие связей, заданное на всей области оболочки</p> $\Phi(\alpha, \beta; u, v, w, T_1, T_2; u_\alpha, u_\beta, \dots) = 0.$ <p>Условие связей на поверхности всей области оболочки</p> $\Phi_1 \equiv T_1 - f(x) = 0.$ <p>Семейство экстремальных температурных полей</p> $T_{\text{экстр}} = \frac{c_1}{2c} \sqrt{\frac{h}{R}} \cdot T_0 \left[cx_0 + e^{-cx_0} \left((1 + cx_0) \cos cx_0 - \sin cx_0 \right) \right];$ $c = \sqrt[4]{\frac{2}{1-\nu}}; \quad c_1 = \sqrt{\frac{2}{3(1-\nu^2)}}$ |
| <p>Температурные напряжения</p> <p>Максимальные осевые температурные напряжения</p> $\sigma_z = \pm \frac{1}{8a} E \alpha \Delta T; \quad a = \left[(1-\nu^2) \frac{3R^2}{4h^2} \right]^{\frac{1}{4}}; \quad \Delta T = T_{\text{max}} \left(1 - \frac{\lambda}{c_p} 2h \right)$ <p>Максимальные кольцевые температурные напряжения</p> $\sigma_\beta = \pm \frac{E \alpha \Delta T}{2(1-\nu)}, \quad \Delta T = T_{\text{max}} \left(1 - \frac{\lambda}{c_p} 2h \right)$ |
| <p>Расчетная схема</p>  |

| |
|--|
| <p>4. Свободная на торцах бесконечная цилиндрическая оболочка в условиях действия переменного температурного поля в плоскости, перпендикулярной к ее оси (плоская задача)</p> |
| <p>Граничные условия</p> $\frac{\partial t}{\partial \gamma} = 0; \quad T_{(+h)} = T_{(-h)} = \text{const.}$ <p>Условия на плоскости</p> $T_1(\beta), \quad T_2 = 0.$ |
| <p>Усилия и моменты</p> $N_2, \quad M_2.$ $N_2 = -\frac{D_1 \alpha_t (1+\nu)}{\pi R^2} \left(1 + \frac{h^2}{3R^2}\right)^{-1} \int_0^{2\pi} T_1 \cos(\beta - \beta_0) d\beta_0;$ $M_1 = 0; \quad M_2 = -R N_2.$ |
| <p>Условие связей, заданное на всей области оболочки</p> $\Phi(\alpha, \beta; u, v, w, T_1, T_2; u_\alpha, u_\beta, \dots) = 0.$ <p>Условия на поверхности действия температурного поля</p> $T(\pi) = T_1, \quad T_0(-\beta_1) = T_0(+\beta_1) = 0, \quad T'(\pi) = 0.$ $2\pi - \beta_1 \leq \beta_1(0) \leq 0 + \beta_1; \quad 0 \leq (+\beta_1) \leq \pi; \quad \pi \leq (-\beta_1) \leq 2\pi.$ <p>Семейство экстремальных температурных полей</p> $T_{\text{экстр}} = T_0 \frac{\cos \beta_1 - \cos \beta}{1 + \cos \beta}$ |
| <p>Максимальные кольцевые температурные напряжения</p> $\sigma_\beta = \frac{E \alpha T_{\text{max}}}{2(1-\nu)}$ |
| <p>Расчетная схема</p> |

| |
|---|
| <p>5. Свободная на торцах бесконечная цилиндрическая оболочка в условиях действия переменного температурного поля в наклонной к ее оси плоскости (плоская задача)</p> |
| <p>Граничные условия $\frac{\partial t}{\partial \gamma} = 0; \quad T_{(+h)} = T_{(-h)} = \text{const.}$ Условия на плоскости $T_1(\beta), \quad T_2 = 0.$</p> |
| <p>Усилия и моменты $N_2, \quad M_2.$ $N_2 = -\frac{D_1 \alpha_t (1+\nu)}{\pi R^2} \left(1 + \frac{h^2}{3R^2}\right)^{-1} \int_0^{2\pi} T_1 \cos(\beta - \beta_0) d\beta_0;$ $M_1 = 0; \quad M_2 = -R N_2.$</p> |
| <p>Условие связей, заданное на всей области оболочки $\Phi(\alpha, \beta; u, v, w, T_1, T_2; u_\alpha, u_\beta, \dots) = 0.$ Условия на поверхности действия температурного поля $T(\pi) = T_1, \quad T_0(-\beta_1) = T_0(+\beta_1) = 0, \quad T'(\pi) = 0.$ $2\pi - \beta_1 \leq \beta_1(0) \leq 0 + \beta_1; \quad 0 \leq (+\beta_1) \leq \pi; \quad \pi \leq (-\beta_1) \leq 2\pi.$ Семейство экстремальных температурных полей $T_{\text{экстр}} = T_0 \left(\frac{\sqrt{\cos^2 t + \sin^2 t \cos^2 \theta}}{\cos \theta} \right) \frac{\cos \beta_1 - \cos \beta}{1 + \cos \beta}.$</p> |
| <p>Максимальные кольцевые температурные напряжения $\sigma_\beta = E \alpha T_{\text{max}}$</p> |
| <p>Расчетная схема</p>  <p>При $\theta = 90^\circ$</p> <p>ρ_{\min} T_0 $T_1 \rightarrow \infty$ $\rho_{\max} \rightarrow \infty$</p> |

Заключения по главе III

1. На основе теории экстремальных задач дано математическое обоснование использования решений экстремальной температурной задачи в качественной оценке параметров термонапряженного состояния оболочечных конструкций.

2. Сформулирована вариационная задача, для которой в качестве критерия, характеризующего переходной процесс из упругого в упругопластическое состояние тела, принимается условие минимума функционала упругой энергии оболочки.

3. Получены дополнительные соотношения, которые совместно с уравнениями термоупругости тонких оболочек составляют полную систему уравнений для определения экстремальной температурной нагрузки и соответствующего ей напряженно-деформированного состояния оболочки.

4. Разработаны математические модели и методы решения экстремальной температурной задачи с учетом граничных условий локального нагрева цилиндрической оболочки, как на поверхности, так и в плоскости поперечного сечения.

5. Отмечена универсальность разработанного метода исследования термонапряженных состояний оболочечных конструкций применительно к различным видам источников тепла в процессе теплопередачи (конвективный теплообмен, теплообмен излучением, и т.д.). Для этого в решении температурной задачи достаточно записать соответствующее уравнение теплопроводности и граничные условия рассматриваемого вида теплообмена.

Это открывает возможности для разработки методов оптимизации и управления термонапряженными состояниями оболочечных конструкций, адаптированных к реальным условиям технологических процессов энергетического машиностроения.

ГЛАВА IV. ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ С ПЕРЕМЕННЫМИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИМИ И ФИЗИКО - МЕХАНИЧЕСКИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ В УСЛОВИЯХ ДЕЙСТВИЯ ВЫСОКОГРАДИЕНТНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ

Для формализации и постановки оптимизационной задачи необходимо разработать адекватные математические модели, наиболее полно описывающие термонапряженные состояния объекта в условиях действия высокоградиентных неоднородных температурных полей, найти алгоритмы, позволяющие получить расчетные параметры, характеризующие термоупругие свойства натуральных конструкций, а также выделить зависимости и условия переходных процессов, при которых исследуемый объект переходит из упругой в упругопластическую стадию.

Проведем исследование термонапряженного состояния элементов натуральных оболочечных конструкций с переменными характеристиками, к которым относятся геометрические и физико-механические неоднородности. Данные конструкции могут испытывать высокоградиентные температурные воздействия, как в процессе эксплуатации, так и в процессе изготовления. Особенности некоторых рассматриваемых примеров заключаются в нахождении решений в задачах с разрывными пространственными параметрами, которые не позволяют проводить непрерывное дифференцирование и интегрирование искомых функциональных зависимостей.

§4.1. Локальное тепловое нагружение двух полых пересекающихся цилиндрических оболочек вращения, одна из которых является несущей

В приведенных выше параграфах рассматривались оболочечные конструкции с непрерывной гладкой поверхностью положительной гауссовой кривизны. Однако в многообразии конструктивных форм сосудов высокого давления имеется присутствие некоторых типичных оболочечных

элементов в виде отводных патрубков, фланцев, штуцеров и т.д. Соединение таких конструкций с корпусом сосуда нарушает сплошность поверхности несущего контура. Линия пересечения поверхностей обоих элементов образована точками разрыва их контуров. Такой случай отнесем к неоднородности геометрической формы, которую нельзя охарактеризовать некоторой кусочно - гладкой функцией.

Под неоднородностью геометрической формы также будем понимать разнотолщинность оболочечных конструкций. Определение температурных полей в таких конструкциях будем строить на вариационных методах исчисления.

Рассмотрим задачу на определение температурного поля в пересечении двух тонких цилиндрических оболочек вращения, рис. 4.1, когда осуществляется локальный нагрев поверхности одной из оболочек (несущей) вблизи места сочленения обеих. Условие задачи формулируется следующим образом. Пусть несущая полая упругая оболочка S_1 с характерными параметрами $A^{(1)} = 1$, $R_1 \rightarrow \infty$, $B^{(1)} = R_2 = R$, $k^{(1)}_1 = 0$, $k^{(1)}_2 = 1/R$, пересечена другой полый упругой оболочкой S_2 с параметрами $A^{(2)} = 1$, $r_1 \rightarrow \infty$, $B^{(1)} = r_2 = r$, $k^{(1)}_1 = 0$, $k^{(1)}_2 = 1/r$, рис. 4.1. Здесь верхние индексы (1) и (2) относятся к параметрам несущей оболочки и сочлененной к ней соответственно. И пусть вблизи их места пересечения имеется локальное действие источника тепла. Такой случай может быть в технологическом процессе сварки.

Требуется определить термонапряженное состояние сочлененного тонкого цилиндра S_2 с несущим тонким цилиндром S_1 при соотношениях $r \ll R$; $r/R = h^{(2)}/h^{(1)}$ и граничных условиях

$$\frac{\partial t}{\partial \gamma^{(1,2)}} = 0; T^{(1,2)}_{(+h)} = T^{(1,2)}_{(-h)} = \text{const.} \quad (4.1)$$

Задача сводится к определению температурного поля локального теплового узла в области резкого контурного изменения геометрической формы конструкции, образованной двумя пересекающимися полыми телами вращения, оси которых лежат в одной плоскости.

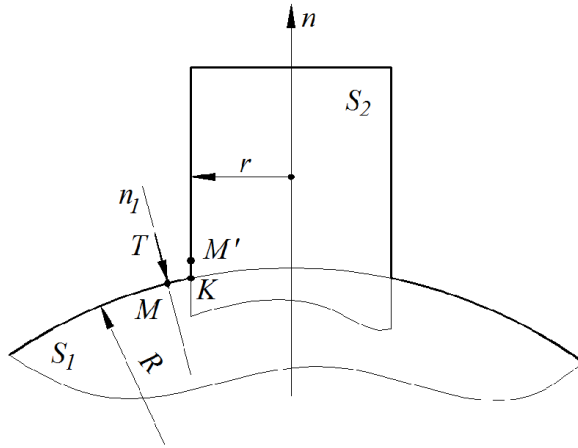


Рис. 4.1. Условие задачи на локальный нагрев двух пересекающихся тонких цилиндрических оболочек

По условию задачи тепловой источник действует в точке M , когда дуга MK тонкой оболочки S_1 стремится к нулю, следовательно, стягивающая ее хорда также стремится к нулю. За этим следует предположение, что в точке K температура имеет такое же значение, что и в точке M , откуда принимаем, что

$$T_{(M)} \approx T_{(K)}.$$

Точка K является особой точкой (точкой разрыва) функции распределения температуры области MKM' . В этой точке функция недифференцируема. Такую сингулярность можно преодолеть путем введения функции сопряжения поверхностей двух цилиндрических оболочек третьей, рис. 4.2. Запишем условие преобразованной задачи.

Пусть несущая цилиндрическая оболочка S_1 задана функцией $\psi_1(R)$ а сочлененная к ней оболочка $S_2 - \psi_2(r)$. И пусть обе тонкие оболочки сопряжены сектором другой тонкой оболочки вращения $G(a, \varphi)$. Назовем ее кольцом сопряжения, образованным вращением дуги окружности m вокруг главной нормали n , где a – радиус окружности m .

Тогда

$$\begin{aligned} G \cap S_1 &= M, & M \in G, & M \in S_1; \\ G \cap S_2 &= M', & M' \in G, & M' \in S_2; \\ m &\in S_1; & m &\in S_2. \end{aligned} \tag{4.2}$$

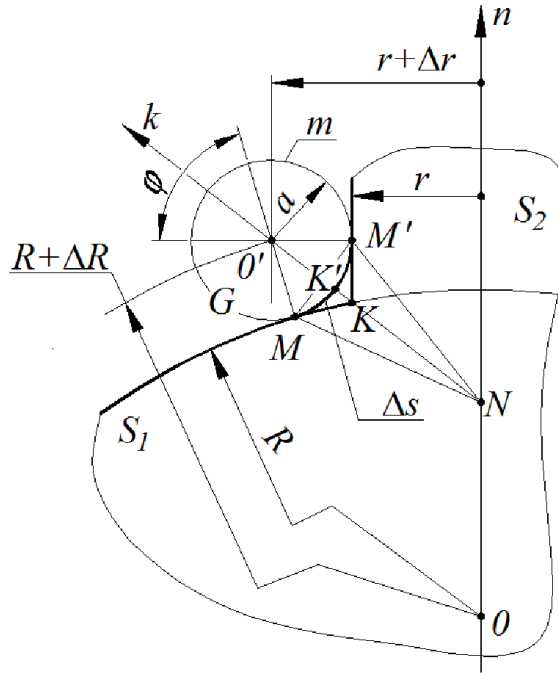


Рис. 4.2. Условие преобразованной задачи

Условием сопряженности геометрических фигур является нахождение их геометрического места точек. Для нашего случая таким местом является точка O' , лежащая на прямой k , при этом дуга сопряжения имеет радиус $a = \Delta r = \Delta R$. Покажем, что преобразование задачи является корректным в случае принятия соотношения

$$T_{(K')} \approx T_{(K)}. \quad (4.3)$$

Запишем следующие предельные соотношения

$$\lim_{\Delta\varphi \rightarrow 0} \frac{\overline{MM'}}{\Delta s} = 1; \quad \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{\overline{O'K'}}{\overline{O'K}} = \varepsilon. \quad (4.4)$$

В случае, когда имеет место $\lim_{\Delta\varphi \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta\varphi}$, точки M и M' хорды MM' стягивающие дугу Δs , занимают положение точки K' . При $\Delta a \rightarrow 0$, $\Delta R \rightarrow 0$, $\Delta r \rightarrow 0$ величина ε сколь угодно малая величина, поэтому $T_{(K')} \rightarrow T_{(K)}$.

Введение функции сопряжения, характеризующей сопряженную поверхность между пересекающимися поверхностями тонких цилиндрических оболочек, позволяет выделить область исследования, где

выполняются условия непрерывности, дифференцируемости функций и вариаций отображения.

Рассмотрим задачу на исследование температурного поля, обусловленного действием локального источника нагрева вблизи сочленения двух полых цилиндрических оболочек, сопряженных третьей, когда радиус сопряженного кольца не равен нулю и принимает одно из некоторых значений $a = a_i$, сектор дуги сопряжения определяется углом φ_i , рис. 4.3.

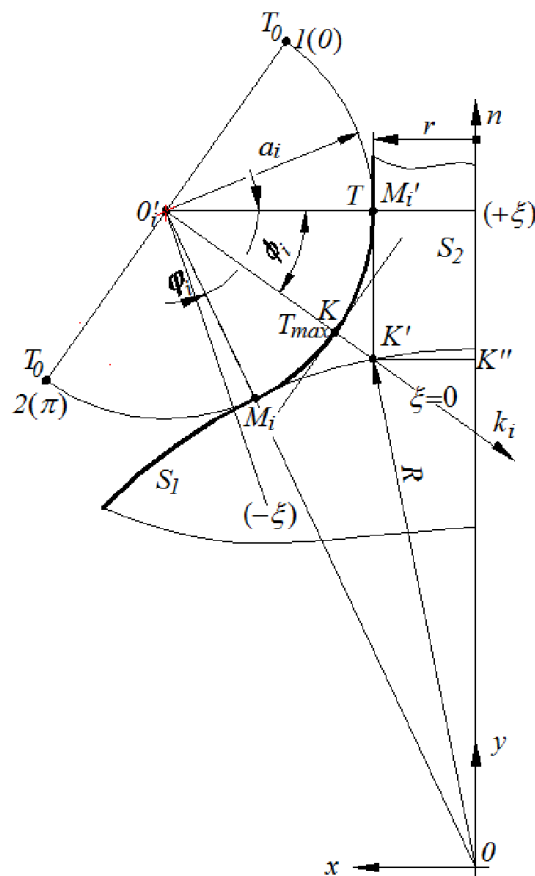


Рис. 4.3. Расчетная схема на сопряжение двух цилиндрических полых оболочек

Зона нагрева ограничена сечениями $\xi = (\pm) \xi$, в которых температура принимает свое некоторое текущее значение. В точке K температура достигает максимального значения и равна T_{max} . В конечных точках $1(0)$ и $2(\pi)$ температура равна T_0 . Такие условия в частности могут соответствовать условию формирования сварочного шва в соединении двух оболочечных элементов.

Экстремальным температурным полем для таких условий, которое удовлетворяет условию симметрии относительно сечения $\xi = 0$, принимаем температурное поле (3.57) математической модели §3.5

$$T_{\max} = T \frac{\cos \phi_i(0) - \cos \phi_i(+\xi)}{1 + \cos \phi_i(+\xi)}, \quad (4.5)$$

на границе области дуги сопряжения $M_i M_i'$ (рис. 4.3)

$$M_i M_i' \in l(\varphi_i)$$

$$T(0) = T(\pi) = T_0, \quad T(-\xi) = T(+\xi), \quad T_{\max} = \xi(0);$$

$$\phi(+\xi) = (+\phi_i), \quad \phi(-\xi) = (-\phi_i), \quad \phi(0) = \xi(0);$$

$$0 \leq \phi \leq 2\pi;$$

$$\operatorname{tg} \phi_i = \frac{\sqrt{R^2 + 2a_i(R-r) - r^2} - \sqrt{R^2 - r^2}}{a_i};$$

$$\cos \varphi_i = \frac{r + a_i}{R + a_i}. \quad (4.6)$$

Единичная функция температуры зависит от координатного параметра и определяется формулой

$$t = \frac{\cos \phi_i(0) - \cos \phi_i(+\xi)}{1 + \cos \phi_i(+\xi)}. \quad (4.7)$$

Графическое изменение единичной функции температуры для следующих исходных данных: $r/R = 0,2$; $R = 100\text{мм}$; $r = 20\text{мм}$, $a_i = 20\text{мм}$; приведено на рис. 4.4.

Очевидно, что температура в точке сопряжения несущей поллой оболочки выше температуры точки сопряжения малого полого цилиндра. Это связано с характерным геометрическим параметром R несущей оболочки. В случае изменения радиуса сопряжения a_i при прочих равных условиях изменяется раствор угла дуги сопряжения и сам характер распределения температуры. Иллюстративная картина последнего приведена на рис. 4.5.

Отсюда появляются возможности оптимизации термонапряженных состояний сочлененных конструкций, обусловленных действием высокоградиентных температурных полей.

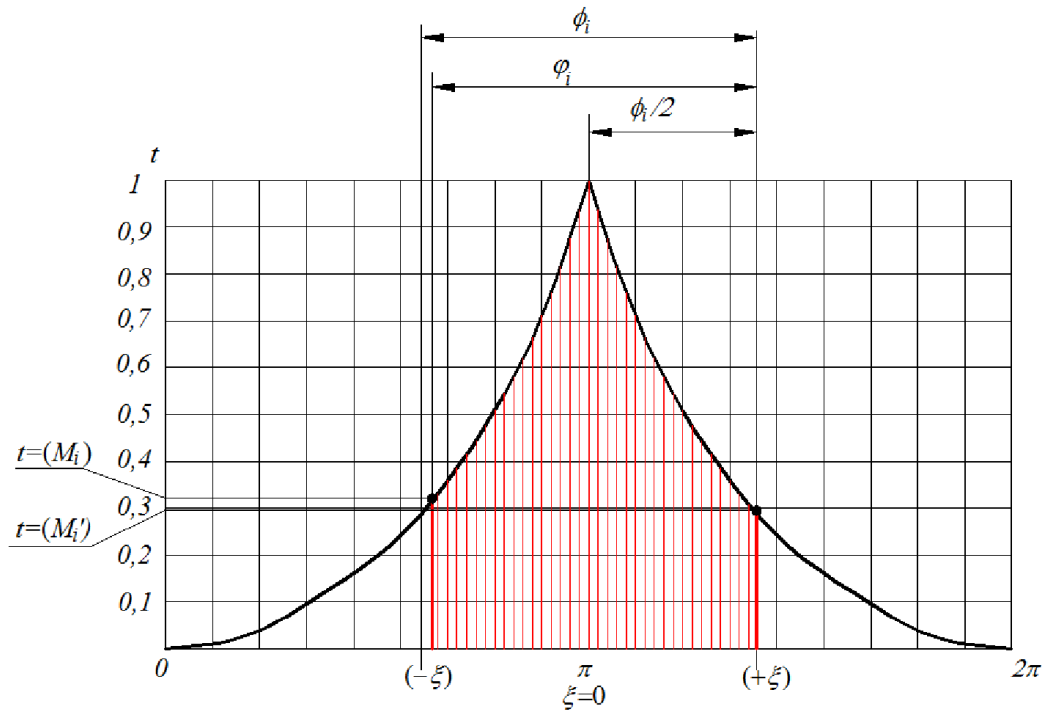


Рис. 4.4. Графическое распределение единичной функции температуры при известных геометрических параметрах всех сопряженных элементов

При известном значении T_{max} . температурные напряжения в некоторой точке сопряженной поверхности могут быть определены по формуле, рис.4.6.

$$\sigma_{T_j} = E\alpha_T T_j. \quad (4.8)$$

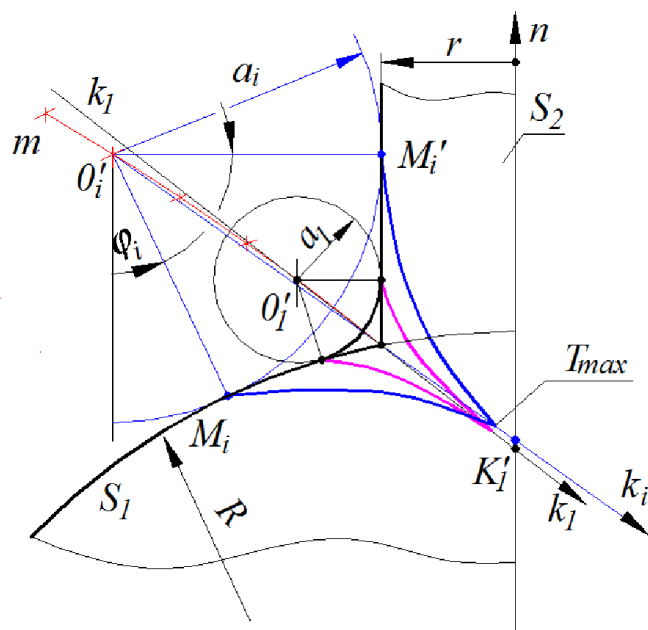


Рис. 4.5. Распределение температурных экстремалей при переменном радиусе сопряжения, центр которого определяется геометрическим местом точек и принадлежит кривой t

С учетом того, что температурные напряжения σ_j в сечении плоскости Γ_j являются кольцевыми температурными напряжениями, обусловленными температурным полем того же локального характера, их уровень возможно определить по формуле (3.47). Из равенства последних можно рассчитать координату j -го плоского поперечного сечения, где температурные напряжения минимальны, и построить границу их затухания на сопряженной поверхности, рис.4.6

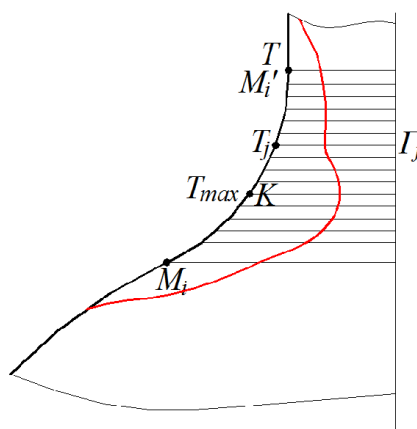


Рис. 4.6. Расчетная схема к исследованию температурных напряжений

Приводя соотношение (4.8) к сравнению с некоторой эквивалентной допускаемой величиной напряжения, при которой сохраняются упругие свойства элемента конструкции, к примеру σ_T , можно определить границу перехода из упругого в упругопластическое состояние элемента конструкции. Рассмотрение этого вопроса будет изложено ниже.

§4.2. Локальное тепловое нагружение двух пересекающихся цилиндрических оболочек вращения с переменной толщиной стенки

В энергетическом машиностроении одними из самых распространенных конструкций являются сосуды высокого давления (паровые котлы, парогенераторы и т.д.), которые должны удовлетворять условиям прочности, устойчивости, герметичности, коррозионностойкости и пр. Как, правило, они состоят из обечаек, сферических днищ и патрубков,

соединение которых производится при помощи сварки. Заготовки выше перечисленных элементов получают различными способами. Так, например, обечайки выполняются из стального листового сортамента, патрубки – из проката, полученные либо горячекатаным, либо холоднокатаным методами, днища изготавливаются горячей штамповкой.

Особенности конструктивной формы таких заготовок диктуются технологической необходимостью заготовительного производства, обусловленной применением соответствующего оборудования, инструментов формообразования, протеканием текущих технологических режимов. Вследствие этого возникает проблема соблюдения условия равнотолщинности всей конструкции в целом.

В инженерной практике при проектировании подобных конструкций из малоуглеродистой или легированной стали предполагается, что сами по себе местные деформации не могут исчерпать запас пластичности мягкой стали и, следовательно, трещины образовываться не могут. В действительности, резкий перепад толщины в местах сварного стыка отдельных частей несущего корпуса приводит к образованию местных зон с высокими значениями температурных напряжений и деформаций. Кроме этого, недостаточно изучены механизмы возникновения усадочных напряжений, которые в совокупности с действующими силовыми факторами в процессе эксплуатации могут быть «опасными» и способствовать образованию микротрещин и дальнейшему развитию трещины.

Разнотолщинность оболочечной конструкции приводит к неравномерному распределению температурного градиента между лицевой и внутренней поверхностями, одна из которых испытывает растягивающие напряжения, другая напротив – сжимающие.

Для теоретического определения величины температурного напряжения выделим зону соединения патрубка с несущей конструкцией обечайки. Подобно работе [98] принимаем допущение, что приварка патрубка осуществляется точечным разогревом неподвижного источника

тепла. За основу расчетной модели предлагаем конструктивную форму, образованную пересечением двух тонкостенных цилиндров вращения, имеющих различную толщину стенки, рис. 4.7.

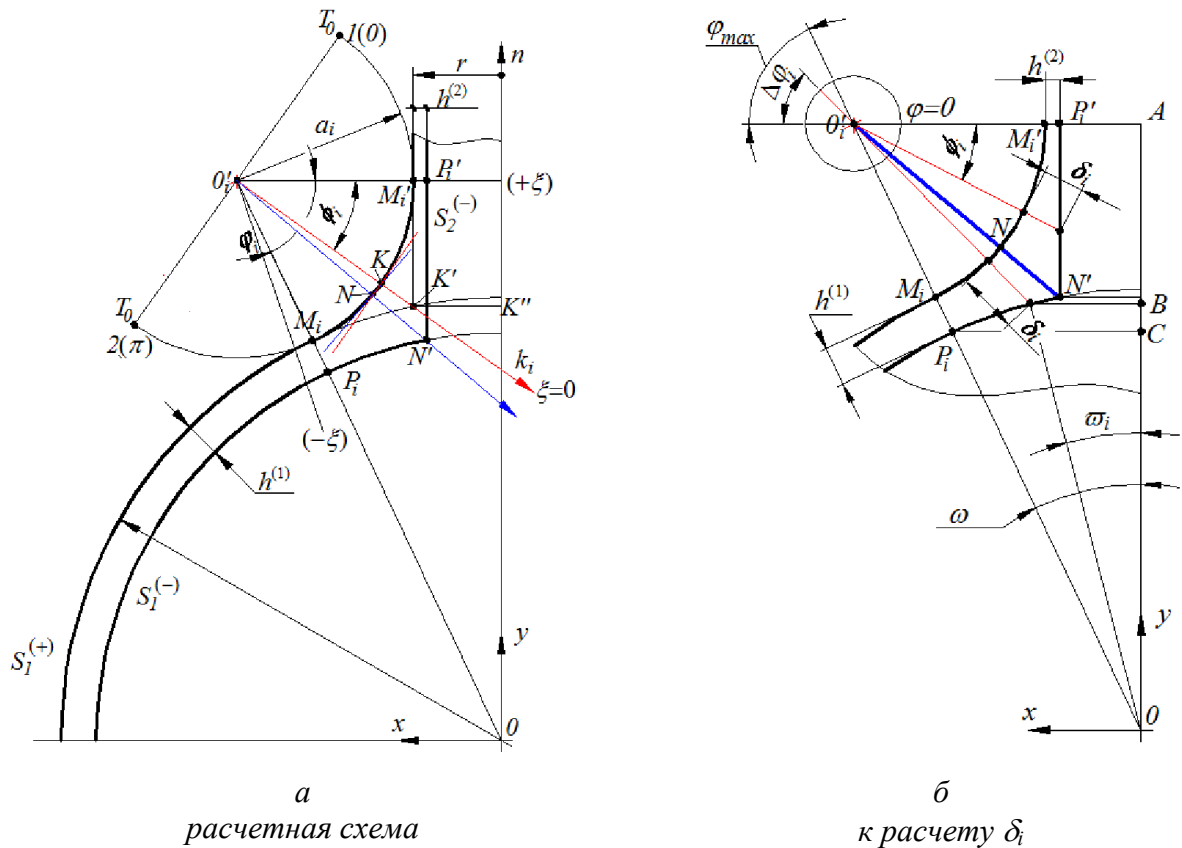


Рис. 4.7. Расчетная модель

Принимаем, что все условия рассматриваемого примера соответствуют предыдущей задаче, к которым прибавляются соотношения $h^{(1)} \neq h^{(2)}$; $h^{(1)} \ll R$; $h^{(2)} \ll r$. Вследствие малости толщины цилиндров считаем, что изменение температурного поля по толщине стенки происходит линейно и зависит от теплофизических свойств материала и соответствующей толщины стенки в сечении δ_i . Граничные условия имеют вид

$$T_{(h)}^+ - T_{(h)}^- = \Delta T_{(h)}^\pm = T \frac{\lambda}{c_p} \delta_i. \quad (4.9)$$

Будем считать, что температура внутренней поверхности сопряженного узла падает в направлении нормали, проходящей через любую точку дуги $M_i M_i'$. Положение центра сопряжения $\theta_i'(x, y)$ определено однозначно

$$x(\theta_i') = r + a_i; \quad y(\theta_i') = (R + a_i) \sin \omega = (R + a_i) \cos \varphi_{max};$$

$$S_1^{(-)} \cap S_2^{(-)} = N';$$

$$\cos \varphi_{max} = \frac{r + a_i}{R + a_i}. \quad (4.10)$$

Значение δ_i находим из геометрических соотношений расчетной схемы, рис. 4.7-б. Максимальное значение δ_i определяется длиной отрезка NN'

$$(\delta_i)_{max} = (a_i + h^{(2)}) \cos \phi_i - a_i. \quad (4.11)$$

Единичная функция температуры $t^{(-)}$ внутренней поверхности узла сопряжения определяется соотношением

$$t^{(-)} = t^{(+)} \left(1 - \delta_i \frac{\lambda}{c_p} \right), \quad (4.12)$$

где $t^{(+)}$ вычисляется по формуле (4.7).

На рис. 4.8 приведено распределение единичного температурного поля на лицевой и внутренней поверхностях рассматриваемой области сопряжения двух пересекающихся оболочек вращения со следующими характерными размерами: $r/R = 0,2$; $R = 100$ мм; $r = 20$ мм, $h^{(1)} = 8$ мм; $h^{(2)} = 3$ мм; $a_i = 20$ мм.

Расчетные значения δ_i приведены в табл. 4.1, 4.2.

Таблица 4.1

Значение δ_i при изменении угла $\phi(-\xi) \leq (\phi_i) \leq \phi(0) = \xi(0)$

| | | | | | | | | |
|-----------------------|----------|--------|--------|---------|-------|---------|----------|-----------|
| $\phi_i, ^\circ$ | 29°8'32" | 24 | 20 | 16 | 12 | 8 | 4°37'28" | $\phi(0)$ |
| $\delta_i, \text{мм}$ | 8,0 | 8,2963 | 8,9512 | 10,0156 | 10,72 | 13,6727 | 16,041 | 12,8055 |

Таблица 4.2

Значение δ_i при изменении угла $\phi(0) = \xi(0) \leq (\phi_i) \leq \phi(+\xi)$

| | | | | | | | | | | |
|-----------------------|-----------|---------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-----------|
| $\phi_i, ^\circ$ | $\phi(0)$ | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 35°28'51" |
| $\delta_i, \text{мм}$ | 12,8055 | 10,4213 | 8,469 | 6,8822 | 5,6111 | 4,6188 | 3,8779 | 3,3991 | 3,0795 | 3,0 |

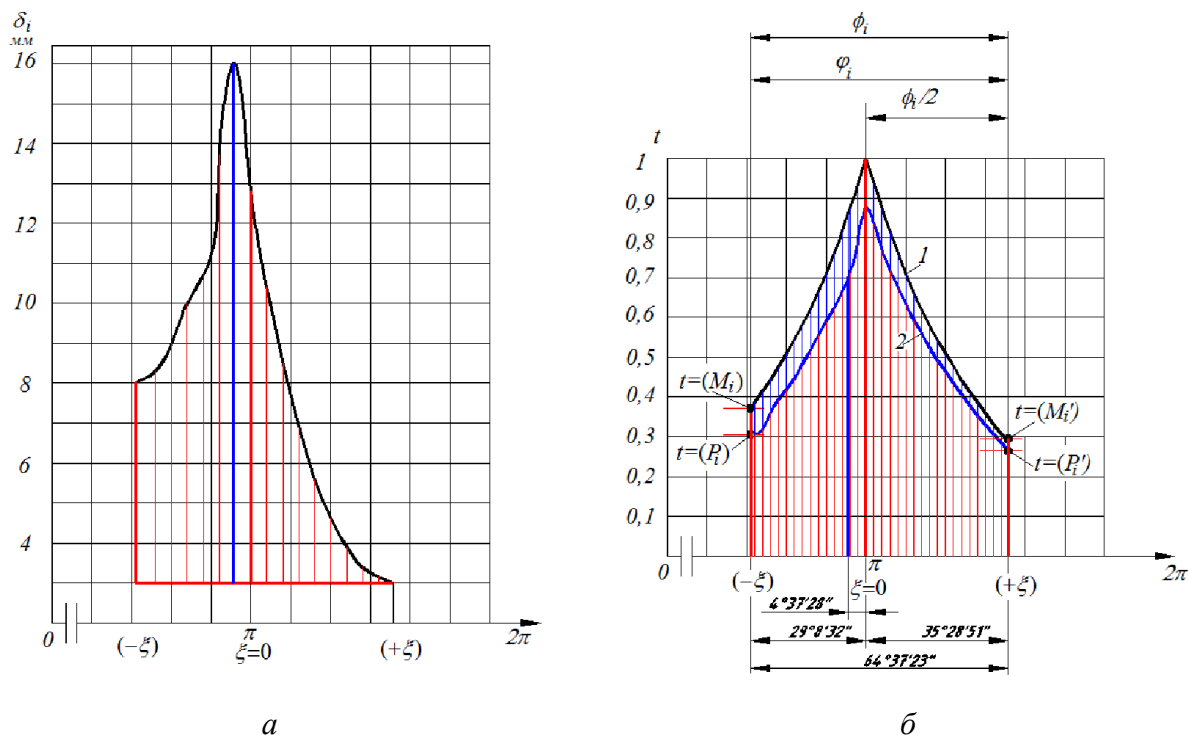


Рис. 4.8. Графическое распределение единичной функции температуры при известных геометрических параметрах всех сопряженных элементов:
 а – изменение толщины стенки в сечении; б – распределение температуры на лицевой (кривая 1) и внутренней (кривая 2) поверхностях

Установлено, что наибольший температурный градиент возникает на отрезке NN' в сечении сопряженного узла. Иллюстративная картина характера изменения температурных напряжений на внешней и внутренней поверхностях соединения приведена на рис. 4.9.

Напряжения на внешней и внутренней поверхностях (σ_T , σ_M) определялись по формулам

$$\sigma_T = \frac{\alpha E T}{2(1-\nu^2)}; \quad \sigma_t = \frac{\sigma_T}{k};$$

$$\sigma_M = \frac{\alpha E T}{2(1-\nu^2)} \left(1 - \frac{\lambda}{c_p} \delta \right); \quad \sigma_m = \frac{\sigma_M}{k};$$

$$k = \frac{\alpha E}{2(1-\nu^2)}, \quad (4.13)$$

где σ_t , σ_m – приведенные напряжения на внешней и внутренней поверхностях соответственно.

Переменная величина T рассчитывалась формуле (4.5).

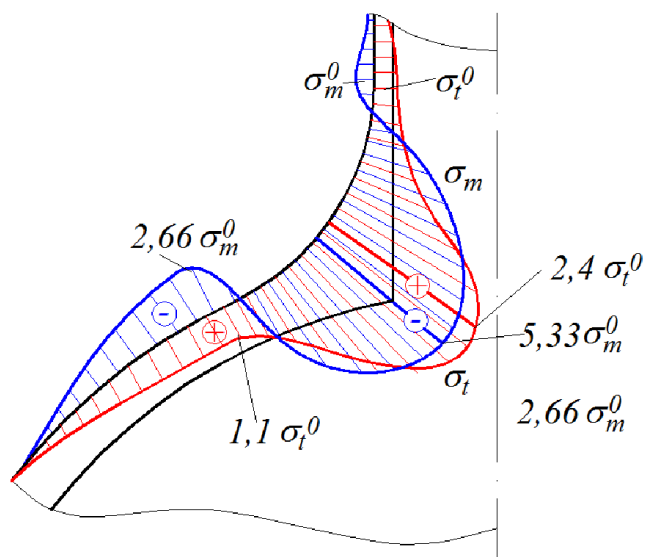


Рис. 4.9. Эпюры приведенных температурных напряжений в сопряженном соединении при действии точечного теплового источника: σ_t – приведенные напряжения внешней поверхности; σ_m – приведенные напряжения внутренней поверхности

Для достижения некоторого равномерного распределения температуры необходимо либо охлаждать зону сопряжения, либо нагревать область примыкания малого цилиндра к узлу сопряжения, либо уменьшать радиус сопряжения. В связи с этим возникает необходимость в поиске оптимального радиуса сопряжения двух пересекающихся оболочек вращения. Кроме этого, температурные напряжения, переходящие в остаточные, на внешней сопряженной поверхности являются растягивающими и направлены в глубь поперечного сечения. В процессе эксплуатации конструкции под действием внутреннего давления их уровень снижается за счет знакопеременности последних. Наиболее опасными являются сжимающие остаточные напряжения на внутренней поверхности в местах стыка оболочек, которые в тех же условиях нагружения способствуют зарождению и последующему развитию трещин, что может привести к разгерметизации и потере устойчивости конструкции в целом. Снижению опасных уровней технологических напряжений способствует внутренний индукционный нагрев стыкового контура.

Отсюда появляются возможности управления термонапряженным состоянием сочлененных оболочечных конструкций в технологических процессах энергетического машиностроения.

§4.3. Математическое моделирование температурных полей и термонапряжений элементов конструкции форм литья на примере матрицы с переменной толщиной стенки

Изготовление изделий методом литья сопровождается появлением неоднородной температуры и термонапряжений. Последние возникают в элементах конструкций оснастки при охлаждении расплавленного металла. Процесс неравномерности распределения температур существенно зависит от теплового воздействия расплавленного металла, что приводит к росту температурных напряжений в самой оснастке и влияет на качество оформляющих поверхностей и литых заготовок. Поэтому математическое моделирование температурных полей и термонапряжений в элементах конструкций оснастки весьма актуально в литейном производстве изделий различного назначения. Важным элементом оснастки является матрица, внутренняя поверхность которой находится в непосредственном контакте с расплавленным металлом. Коробление неравномерно нагретой по толщине матрицы обусловлено изгибающими моментами от наличия температурных градиентов [66]. Величина этих моментов определяется зависимостью

$$M = E\alpha_T \int_{-h/2}^{h/2} T(\xi) \xi d\xi, \quad (4.14)$$

где: T – температура в произвольной точке; ξ – координата по толщине стенки, отсчитанная от ее срединной поверхности. Все остальные обозначения соответствуют ранее принятым.

Рассмотрим случай, когда матрица формы литья имеет цилиндрическую форму с переменной толщиной стенки. Речь идет о заданном значении «конуса съема» оформляющей поверхности, рис.4.10.

Воспользуемся статико-геометрической аналогией для термоупругой задачи, которая следует из симметрии систем уравнений термоупругой и статической задач теории оболочек. В основе данного метода лежит математическая аналогия между уравнениями для функции напряжения, возникающих в оболочечных элементах конструкций, находящихся под действием неравномерного температурного поля, и функцией прогиба W . Решение задачи сводится к определению механических сил, эквивалентных температурному полю [57, 60, 63, 73, 75].

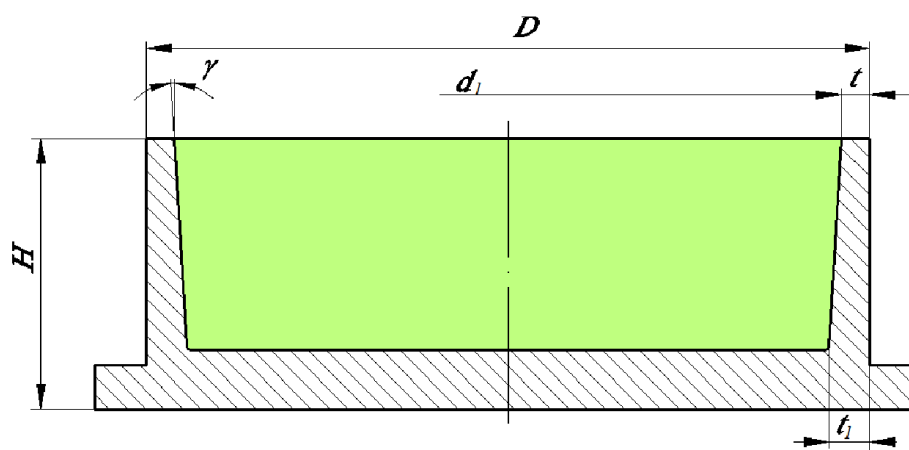


Рис.4.10. Матрица формы литья.

D – внешний размер, d_1 – внутренний размер, H – высота матрицы, t – толщина стенки на плоскости разъема формы, t_1 – толщина стенки у основания, γ – «конус съема» литой заготовки

Выберем модельную оболочку, соответствующую реальной и определим выражения эквивалентных нагрузок, прикладываемых к оболочке – модели.

В качестве такой модели предлагается цилиндрический резервуар под симметричной относительно оси нагрузкой со стенками переменной толщины, рис.4.11. Модель подобрана таким образом, что характерные размеры матрицы совпадают с размерами модели: $D = 2a$, $\gamma = \alpha/2$, $t = h/2$, $t_1 = h_1/2$.

Используя теорию оболочек [158], будем рассматривать жесткость D цилиндрической оболочки и ее толщину h как функции x . При

соответствующем начале координат толщина и жесткость при изгибе определяются следующими выражениями

$$h = \alpha x; \quad D = \frac{E\alpha^3}{12(1-\nu^2)} x^3. \quad (4.15)$$

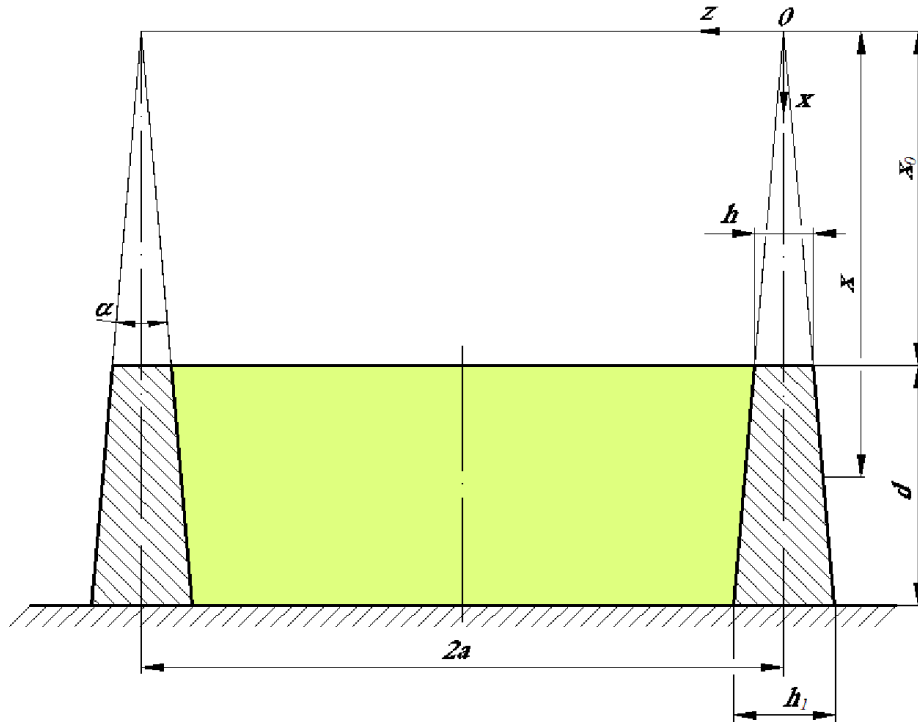


Рис.4.11. Расчетная модель статико-геометрической аналогии

Запишем усилия и моменты, действующие в цилиндрической оболочке

$$N_\varphi = -\frac{Eh}{a} w; \quad Q_x = \frac{\partial M_x}{\partial x}; \quad M_x = -D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad (4.16)$$

где N_φ - окружная сила, Q_x - поперечная сила, M_x - изгибающий момент.

Из решения системы уравнений равновесия круговой цилиндрической оболочки под симметрично относительно оси нагрузкой следует, что

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{1}{a} N_\varphi = -Z,$$

где Z - распределенное по поверхности оболочки давление, $Z = -\gamma(d-x)$.

Откуда

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \frac{Eh}{a^2} w = Z. \quad (4.17)$$

Решение задач, связанных с симметричной деформацией круговой оболочки, сводится к интегрированию выражения (4.17). Прогиб для

постоянной толщины оболочки определяется из общего решения дифференциального уравнения равновесия круговой цилиндрической оболочки под симметрично относительно оси нагрузкой [158]

$$w = e^{\beta x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x) + e^{-\beta x} (C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x) + f(x),$$

где $f(x)$ – частное решение уравнения; C_1, C_2, C_3, C_4 – постоянные интегрирования, которые находят из граничных условий.

В нашем случае, когда толщина стенки меняется, прогиб соответствует выражению

$$w = C_1 \varphi_1 + C_2 \varphi_2 + C_3 \varphi_3 + C_4 \varphi_4, \quad (4.18)$$

где C_1, C_2, C_3, C_4 – произвольные постоянные, $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ – новые функции от x , полученные при решении уравнения (4) четвертого порядка.

Исследуем значения эквивалентных сил для матрицы, соответствующей модели с характерными размерами: $\alpha = 1, x_0 = 1/3d$, тогда расстояние начала координат от дна резервуара (рис. 4.10) будет равна: $x = d + x_0 = 4/3d$. Прогиб и наклон у днища матрицы будут соответствовать частному решению (4) и определяются следующими выражениями

$$(w)_{x=x_0+d} = -\frac{\gamma a^2}{E\alpha} \cdot \frac{d}{d+x_0}; \quad \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_{x=x_0+d} = -\frac{\gamma a^2}{E\alpha} \cdot \frac{x_0}{(x_0+d)^2}, \quad (4.19)$$

где γ – плотность заполненной жидкости модели.

Принимая граничные условия, когда длина цилиндрической оболочки весьма велика, а торец оболочки оперт или защемлен, имеем $C_3 = 0, C_4 = 0$; постоянные C_1, C_2 определяем таким образом, чтобы прогиб и наклон у дна оболочки превращались в ноль. Тогда имеем систему из двух уравнений

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{x}} \left[C_1 \varphi_1'(2\rho\sqrt{x}) + C_2 \varphi_2'(2\rho\sqrt{x}) \right]_{x=x_0+d} &= \frac{\gamma a^2}{E\alpha} \cdot \frac{d}{d+x}; \\ \frac{1}{2x\sqrt{x}} \left\{ C_1 \left[2\rho\sqrt{x} \varphi_2(2\rho\sqrt{x}) - 2\varphi_1'(2\rho\sqrt{x}) \right] - C_2 \left[2\rho\sqrt{x} \varphi_1(2\rho\sqrt{x}) + 2\varphi_2'(2\rho\sqrt{x}) \right] \right\}_{x=x_0+d} &= \\ &= \frac{\gamma a^2}{E\alpha} \cdot \frac{x_0}{(d+x_0)^2}. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Откуда

$$C_1 = -A_1 \gamma \frac{a^2}{E\alpha} \frac{1}{\sqrt{d+x_0}} \cdot N; \quad C_2 = -A_2 \gamma \frac{a^2}{E\alpha} \frac{1}{\sqrt{d+x_0}} \cdot N,$$

где A_1 и A_2 величины, включающие функции φ_1 , φ_2 и их производных; при этом

$$N = \left(e^{-\frac{\xi}{\sqrt{2}} \sqrt{2\pi\xi}} \right)_{\xi(x=x_0+d)},$$

где ξ - новая переменная при решении уравнения (4.17).

Используя таблицы Ф. Шлейхера [158], можно вычислить значения A_1 и A_2 и определить величины изгибающего момента у дна и перерезывающую силу.

Воспользуемся графическим представлением функций φ'_1 , φ'_2 , φ'_3 , φ'_4 , рис. 4.12.

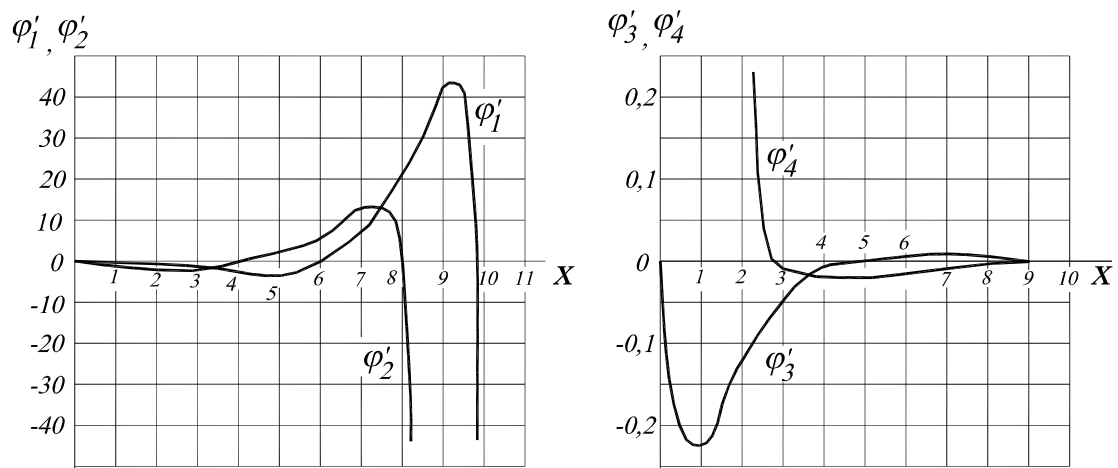


Рис.4.12. Графическое представление функций φ'_1 , φ'_2 , φ'_3 , φ'_4

Совершенно очевидно, что с увеличением x значения этих функций значительно увеличиваются (φ'_1 , φ') или уменьшаются (φ'_3 , φ'_4).

В соответствии с этим для заданной изометрической модели:

- при $6 \leq x = d + x_0 = 4/3d \leq 10$ $C_3 = 0, C_4 = 0$;
- при $0 \leq x = d + x_0 = 4/3d \leq 4$ $C_1 = 0, C_2 = 0$.

Зная усилия и моменты, можно получить значения напряжений на внутренней и внешней поверхностях оболочки. Запишем соотношения для

осевого, тангенциального и касательного напряжений на срединной поверхности

$$\sigma_x = \pm \frac{6M_x}{\alpha(x_0 + d)^2}; \quad \sigma_\theta = \pm \frac{6\nu M_x}{\alpha(x_0 + d)^2}; \quad \tau_{rx} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{\alpha(x_0 + d)}. \quad (4.21)$$

Определив эквивалентные механические нагрузки для модели, используем методы статико-геометрической аналогии и моделирования температурных напряжений [57, 60, 63, 73, 75], которые учитывают совпадения дифференциальных уравнений плоской задачи теории термоупругости для функции напряжения и функции прогиба. Изгибающие моменты от наличия температурных градиентов будут соответствовать выражению

$$D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \alpha_T E \Delta T, \quad (4.22)$$

где α_T - коэффициент линейного расширения, ΔT - оператор Лапласа $\Delta T = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$. Оператор Лапласа можно использовать в случае отсутствия теплового источника, когда, температурное поле должно всегда удовлетворять уравнению теплопроводности и является непрерывной функцией. Аналитическое решение задачи (4.22) представляет собой определенные математические трудности. Однако для инженерной практики достаточно определить начальные и граничные условия теплообмена и способа заземления оболочки.

Для нашего случая справедливы соотношения

$$\Delta T = \frac{1}{\alpha_T E} \cdot D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \quad M_x = -D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -\frac{\gamma \alpha^2 a^2 x_0}{6(1-\nu^2)}.$$

С учетом последнего имеем

$$\Delta T = \frac{1}{\alpha_T E} \cdot \frac{\gamma \alpha^2 a^2 x_0}{6(1-\nu^2)}. \quad (4.23)$$

Подставляя (4.23) в выражение (4.14), проведя простые преобразования соотношений (4.21), можно определить температурные напряжения в матрице формы литья.

Таким образом, при одном и том же тепловыделении можно провести сравнение конструкций матриц с различными характерными размерами, учитывая угол наклона стенки для извлечения литой заготовки и выявить геометрию исследуемого сечения, соответствующего минимальному уровню температурных напряжений.

§4.4. Термонапряженное состояние многослойных конструкций с переменным модулем упругости в условиях термосилового нагружения

В энергетическом машиностроении очень часто применяются многослойные конструкции, работающие в условиях высоких давлений и температур. Так, например, многослойные сосуды высокого давления более экономичны по сравнению с однослойными (монокристаллическими) конструкциями подобного типа ввиду меньшей металлоемкости и более низкой трудоемкости их изготовления.

Особенностью проектирования таких конструкций связано с назначением минимальных зазоров между слоями, которые играют двоякую роль в действительных условиях эксплуатации. С одной стороны заложенный недостаточный проектный зазор при температурном воздействии выбирается расширением материала на границе слоев, что приводит к образованию натяга в этом месте и появлению контактного давления. Совокупность этих факторов влияния существенно изменяет термонапряженное состояние, которое из упругого может перейти в упругопластическое.

С другой стороны слишком большая величина проектного зазора приводит к образованию воздушного зазора между слоями, тем самым ухудшая условия принятого проектного теплообмена (к примеру, охлаждения контура). В таком случае появляются условия, приводящие к потере устойчивости внутреннего слоя.

Приведенный метод расчета таких конструкций в литературе [98] основан как на упругой, так и на упругопластической стадии их работы.

Неравномерность зазора по длине несущей стенки конструкции, наличие технологических дефектов в слоях конструкции существенно влияют на работоспособность всего изделия. С учетом этого исследуем термонапряженное состояние многослойной обечайки сосуда высокого давления, работающего в условиях температурного воздействия, на примере полого многослойного цилиндра.

Постановка задачи формулируется следующим образом. Пусть имеется полый многослойный цилиндр с n количеством слоев, и количество слоев при этом не ограничивается. Цилиндр находится под действием внутреннего давления q , осевого усилия $P_z = q \pi a^2$ в условиях неравномерного нагрева $T = T(r)$, рис.4.13. Между слоями до нагружения имеются зазоры или натяги, которые малы по сравнению с толщиной минимального слоя конструкции. Определить напряжения и контактные давления на границе слоев цилиндрической оболочки с учетом технологической необходимости – наличия зазора между слоями.

Решение задачи будем искать на основе теорий термоупругости и теплопроводности многослойного цилиндра.

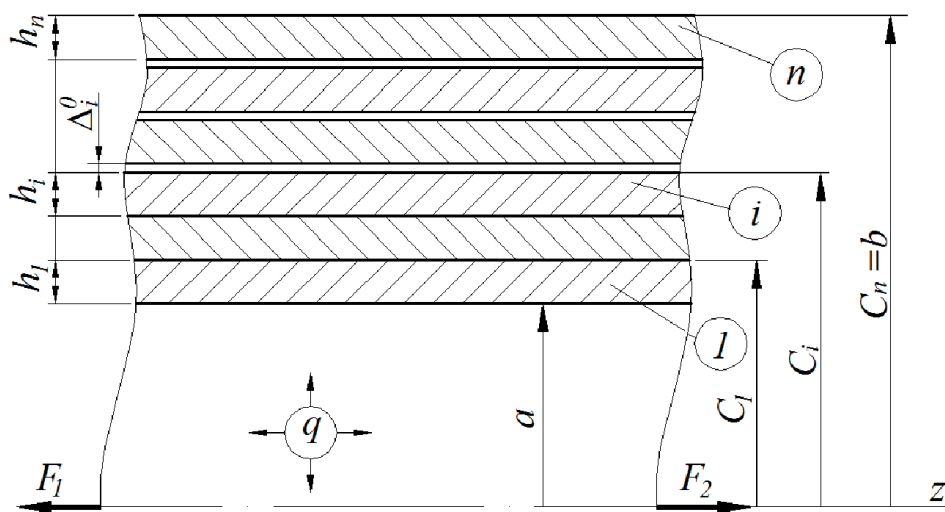


Рис.4.13. Расчетная схема многослойного цилиндра

Обозначим имеющиеся до нагружения в многослойной конструкции зазоры или натяги Δ_i^0 , причем считаем, что зазору соответствует положительное значение Δ_i^0 , натягу – отрицательное. Толщина слоя определяется величиной h_i , а сам слой формируется как отрезок $c_i - c_{i-1}$, $i = (1, 2, \dots, n - 1)$. Под действием внутреннего давления слои работают в условиях взаимного контакта, вследствие чего между ними образуется контактное давление p . В таком случае микронеровности поверхностного слоя деформируются и перемещаются в радиальном направлении. Величина такого перемещения Δ_p является функцией контактного давления и выражается зависимостью

$$\Delta_p = \Delta_p(p). \quad (4.24)$$

В процессе температурного воздействия возникает термическое контактное сопротивление R_K , величина которого определяется соотношением

$$R_K = R_K(p). \quad (4.25)$$

Величины (4.24) и (4.25) устанавливаются экспериментально, поэтому считаем их известными. Напряженно-деформированное состояние цилиндрической оболочки описывается уравнением равновесия:

для выделенного элемента цилиндра

$$r \frac{d\sigma_r}{dr} = \sigma_\theta - \sigma_r; \quad (4.26)$$

для выделенного сегмента цилиндра

$$\int_a^b \sigma_z r dr = \frac{qa^2}{2}, \quad (4.27)$$

где σ_θ , σ_r , σ_z – тангенциальные, радиальные и осевые напряжения соответственно.

В случае теплового воздействия уравнение состояния любой точки поверхности цилиндрической оболочки может быть выражено следующим соотношением

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} [\sigma_r - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z)] + \alpha T, \quad (4.28)$$

Рассмотрим случай плоской деформации, когда $\varepsilon_z = \text{const}$. Запишем уравнение теплопроводности для многослойного цилиндра при стационарном теплообмене в следующем виде

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{\bar{Q}}{2\pi r} \left[\frac{1}{\lambda} + \sum_i R_k(p_i) c_i \cdot \delta \left(1 - \frac{c_i}{r} \right) \right], \quad (4.29)$$

где Q – тепловой поток, действующий в единице длины цилиндра; λ – коэффициент теплопроводности; δ – дельта – функция Дирака.

При условии выполнения совместности деформаций радиальное перемещение и относительная радиальная деформация выражаются равенствами [137]

$$\frac{du}{dr} = \varepsilon_r - \sum_i (\Delta_i^0 + \Delta_p(p_i)) \cdot \delta \left(1 - \frac{c_i}{r} \right). \quad (4.30)$$

$$\frac{d\varepsilon_\theta}{dr} = \frac{\varepsilon_r - \varepsilon_\theta}{r} - \frac{1}{r} \sum_i (\Delta_i^0 + \Delta_p(p_i)) \cdot \delta \left(1 - \frac{c_i}{r} \right). \quad (4.31)$$

Здесь $p_i = |\sigma_r(c_i)|$; $\sigma_r(c_i) \leq 0$.

Выполнив интегрирование системы уравнений (3) – (8) получим

$$\sigma_r = -q\psi_1\left(\frac{a}{r}\right) + \sigma_\theta^0\psi_2\left(\frac{a}{r}\right) + \frac{\bar{Q}E\alpha}{4\pi\lambda(1-\nu)} f_{rT}(r, \bar{p}) - \frac{E}{1-\nu^2} f_{r\Delta}(r, \bar{p}, \bar{\Delta}^0); \quad (4.32)$$

$$\sigma_\theta = -q\psi_2\left(\frac{a}{r}\right) + \sigma_r^0\psi_1\left(\frac{a}{r}\right) + \frac{\bar{Q}E\alpha}{4\pi\lambda(1-\nu)} f_{\theta T}(r, \bar{p}) - \frac{E}{1-\nu^2} f_{\theta\Delta}(r, \bar{p}, \bar{\Delta}^0); \quad (4.33)$$

$$\sigma_z = \sigma_z^0 + \frac{\bar{Q}E\alpha}{4\pi\lambda(1-\nu)} f_{zT}(r, \bar{p}) - \frac{\nu E}{1-\nu^2} f_{z\Delta}(r, \bar{p}, \bar{\Delta}^0); \quad (4.34)$$

$$T = T_0 - \frac{\bar{Q}}{2\pi\lambda} f_{zT}(r, \bar{p}). \quad (4.35)$$

где f_{rT} , $f_{\theta T}$, f_{zT} – радиальная, окружная и осевая функции, зависящие от распределения температуры, контактного давления между слоями и термического сопротивления. Они определяются следующими соотношениями

$$f_{rT}(r, \bar{p}) = \psi_3\left(\frac{a}{r}\right) + 2\lambda \sum_i R_k(p_i) \psi_2\left(\frac{c_i}{r}\right) e\left(1 - \frac{c_i}{r}\right);$$

$$f_{\theta T}(r, \bar{p}) = \psi_3\left(\frac{a}{r}\right) + 2\lambda \sum_i R_k(p_i) \psi_1\left(\frac{c_i}{r}\right) e\left(1 - \frac{c_i}{r}\right);$$

$$f_{zT}(r, \bar{p}) = \ln \frac{a}{r} + 2\lambda \sum_i R_k(p_i) e\left(1 - \frac{c_i}{r}\right). \quad (4.36)$$

В выражения (4.32) – (4.34) входят некоторые функции перемещения, зависящие от начальных зазоров (натягов) и зазоров (натягов) вследствие действия контактного давления, определяемые из работы [137]

$$\begin{aligned} f_{r\Delta}(r, \bar{p}, \bar{\Delta}^0) &= \sum_i \frac{\Delta_i}{c_i} \psi_2\left(\frac{c_i}{r}\right) e\left(1 - \frac{c_i}{r}\right); \\ f_{i\Delta}(r, \bar{p}, \bar{\Delta}^0) &= \sum_i \frac{\Delta_i}{c_i} \psi_1\left(\frac{c_i}{r}\right) e\left(1 - \frac{c_i}{r}\right); \\ f_{z\Delta}(r, \bar{p}, \bar{\Delta}^0) &= \sum_i \frac{\Delta_i}{c_i} e\left(1 - \frac{c_i}{r}\right); \\ \Delta_i &= \Delta_i^0 + \Delta_p(p_i). \end{aligned} \quad (4.37)$$

В выражениях (4.32) – (4.37) приняты следующие обозначения: вектор величины контактного давления – $\bar{p} = (p_1, p_2, \dots, p_{n-1})$; вектор начальных зазоров между слоями цилиндра – $\bar{\Delta} = (\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_{n-1})$; $\sigma_\theta^0 T_0$, – напряжение и температура в точках внутренней поверхности цилиндра. Граничные условия на внутренней и внешней поверхности цилиндра формулируются следующим образом: при $r = a$ $\sigma_r = -q$; $r = b$ $\sigma_r = 0$; тогда

$$\sigma_\theta^0 \psi_2\left(\frac{a}{b}\right) - q \psi_1\left(\frac{a}{b}\right) + \frac{\bar{Q}E\alpha}{4\pi\lambda_0(1-\nu)} f_{rT}(b, \bar{p}) - \frac{E}{1-\nu^2} f_{r\Delta}(b, \bar{p}, \bar{\Delta}) = 0. \quad (4.38)$$

Подставляя в выражение (9) значения $r = c_j$, ($j = \overline{1, n-1}$) получим систему нелинейных уравнений относительно величин контактного давления между слоями

$$p_j = q \psi_1\left(\frac{a}{b}\right) - \sigma_\theta^0 \psi_2\left(\frac{a}{b}\right) - \frac{\bar{Q}E\alpha}{4\pi\lambda_0(1-\nu)} f_{rT}(b, \bar{p}) + \frac{E}{1-\nu^2} f_{r\Delta}(b, \bar{p}, \bar{\Delta}) = 0. \quad (4.39)$$

Решение системы уравнений (4.36) и (4.37) имеет математические трудности. Поэтому для определения контактного давления между слоями предлагается следующий подход. Используем известную формулу удлинения радиуса цилиндра δ под действием внутреннего давления из работы [158]

$\delta_1 = \frac{qa^2}{E_1 h_1} \left(1 - \frac{\nu}{2}\right)$, которое на границе c_1 образует контактное давление между слоями 1 и 2. С учетом температурного расширения материала в условиях теплового воздействия считаем, что $\delta_1 = \frac{qa^2}{E_1 h_1} \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) + \delta_{1(T)}$, где $\delta_{1(T)}$ - абсолютная величина температурного расширения первого слоя, определяемая равенством $\delta_{1(T)} = \alpha_{1(T)} T h_1$.

С учетом последнего удлинение радиуса i слоя вычисляем по формуле

$$\delta_i = \frac{qa^2}{E_i \sum_{i=1}^n h_i} \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) + \alpha_{i(T)} T h_i. \quad (4.40)$$

В случае, когда в конструкции многослойного цилиндра зазоры Δ_i между слоями будут превышать δ_i , то контактное давление на границе слоев отсутствует. Если выполняется неравенство $\delta_i - \Delta_i > 0$, то контактное давление между слоями с приемлемой точностью в инженерной практике можно определить по формуле

$$p_i = \frac{(\delta_i - \Delta_i) E_i h_i}{a^2 \left(1 - \frac{\nu}{2}\right)}. \quad (4.41)$$

Расчетная схема для трехслойного цилиндра, каждый слой которого характеризуется параметрами $h_i, \alpha_i, E_i, (i = 1, 2, 3)$, приведена на рис. 4.14.

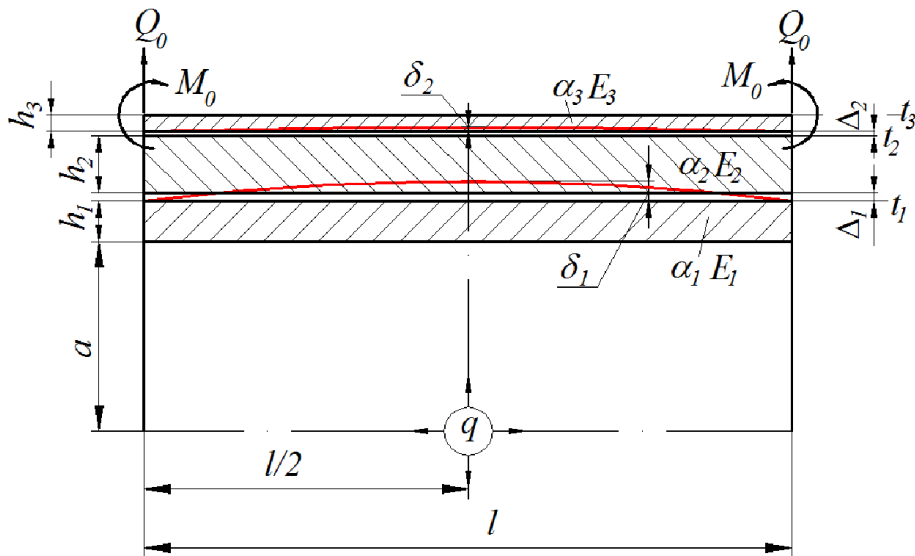


Рис. 4.14. К расчету многослойной конструкции

При этом предполагаем, что изменение температуры по толщине каждого слоя происходит линейно, и $t_1 > t_2 > t_3$, т.е. температура убывает по толщине конструкции в целом.

§4.5. Осесимметричное упругопластическое состояние многослойного цилиндра

Из предыдущего параграфа имеем модель, в которой каждый слой конструкции, за исключением внешнего, находится под внутренним и внешним давлением, рис. 4.15.

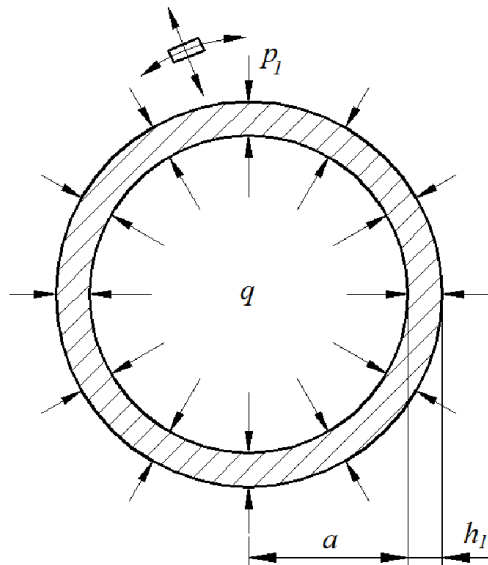


Рис. 4.15. К расчету о равновесии слоя

Для исключения появления пластических деформаций, необходимо, чтобы полное напряжение σ_p не превышало предела текучести материала

$$\sigma_p \leq \sigma_T. \quad (4.45)$$

В случае несоблюдения неравенства (4.45) в слое имеет место переходной процесс из упругого в упругопластическое состояние.

Для определения условия предельного состояния каждого слоя многослойной конструкции используем задачу об осесимметричном упругопластическом состоянии кольца, рассмотренную в литературе [9]. При

этом будем считать, что внутреннее давление в многослойном цилиндре выше контактного давления $q > p_i$, воздействие температурного поля незначительное, а возникающие температурные напряжения много меньше главных напряжений, обусловленных внутренним давлением и возникающим контактным давлением на границе слоев.

Так как в рассматриваемом случае распределение напряжений симметрично относительно оси многослойного цилиндра, а тангенциальное и радиальное нормальные напряжения являются главными напряжениями, то нужно удовлетворить только одному уравнению равновесия (4.26).

Следуя решению задачи источника [9] присоединяем к нему условие пластичности, которое в случае $\varepsilon_z = 0$ имеет вид

$$\sigma_\theta - \sigma_r = 2k, \quad (4.46)$$

где k – пластическая постоянная; по теории касательных напряжений $k = 0,5 \sigma_T$, по энергетическому принципу $k = 0,575 \sigma_T$.

С учетом (4.26) и (4.46) имеем

$$r \frac{d\sigma_r}{dr} = 2k. \quad (4.47)$$

Начальные условия имеют вид

$$r = a; \quad \sigma_r = -q. \quad (4.48)$$

Интегрируя (4.47), получим

$$\sigma_r = 2k \ln r + C. \quad (4.49)$$

Постоянная интегрирования определяется из граничных условий, когда на границе слоев $r = a + h_1$; $\sigma_r = -p_1$, соответственно

$$C = -p_1 - 2k \ln(a + h_1). \quad (4.50)$$

С учетом начальных условий (4.48) и (4.49), (4.50) окончательно получим

$$q - p_1 = 2k \ln \frac{a + h_1}{a} = 2k \ln \left(1 + \frac{h_1}{a} \right). \quad (4.51)$$

Выражение (4.51) есть условие пластичности внутреннего слоя.

При $p_1 = 0$, когда отсутствует натяг на границе слоев, имеем так называемый предел пластического сопротивления внутреннего слоя, подверженного только одному внутреннему давлению

$$p_T = 2k \ln \left(1 + \frac{h_1}{a} \right). \quad (4.52)$$

Для случая, когда толщина слоя много меньше внутреннего радиуса цилиндра $h_1 \ll a$, выражение (4.52) преобразуется в

$$p_T \approx 2k \frac{h_1}{a}. \quad (4.53)$$

Предел пластического сопротивления любого i -того внутреннего слоя при соблюдении условия $p_i = \frac{(\delta_i - \Delta_i) E_i h_i}{a^2 \left(1 - \frac{\nu}{2} \right)} = 0$ будет определяться

соотношением

$$p_{T_i} = 2k \ln \left(1 + \frac{h_i}{a + \sum_{i=1}^n h_{n-1}} \right). \quad (4.54)$$

При соблюдении условия $h_i \ll a + \sum_{i=1}^n h_{n-1}$ формула (4.54) может быть преобразована

$$p_{T_i} = 2k \frac{h_i}{a + \sum_{i=1}^n h_{n-1}}.$$

По теории наибольших касательных напряжений

$$p_T = \sigma_T \ln \beta.$$

По теории наибольших эквиздратических напряжений

$$p_T = 1,15 \sigma_T \ln \beta,$$

где $\beta = 1 + \frac{h_i}{a + \sum_{i=1}^n h_{i-1}}.$

Рассмотрим случай, когда давление на границе слоя меньше предела пластического сопротивления, но больше предела упругого сопротивления.

Тогда в слое образуется две зоны [9]: внутренняя – пластическая; наружная – упругая, рис. 4.16. Обозначим давление пластической среды на упругую $p_{нл}$.

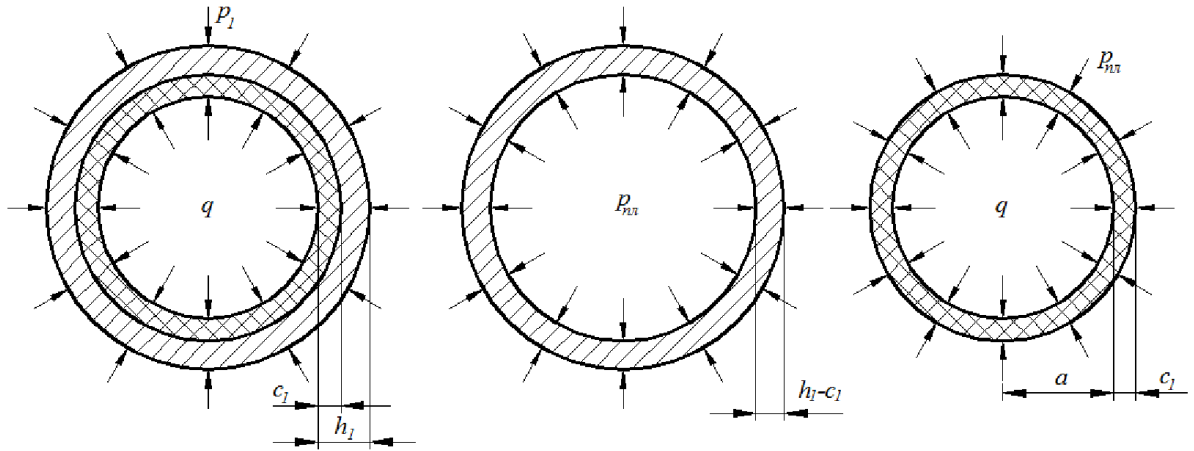


Рис. 4.16. Уругопластическое состояние слоя

Запишем применительно к пластической зоне условие пластичности

$$q - p_{нл} = \sigma_T \ln \beta_{нл}, \quad (4.55)$$

где

$$\beta_{нл} = \frac{a + c_1}{a} = 1 + \frac{c_1}{a}. \quad (4.56)$$

Запишем применительно к упругой зоне условие предельного состояния по теории наибольших касательных напряжений

$$p_{нл} - p_1 = \sigma_T \frac{\beta_{yn}^2 - 1}{2\beta_{yn}^2}, \quad (4.57)$$

где

$$\beta_{yn} = \frac{h_1 - c_1}{c_1} = \frac{h_1}{c_1} - 1. \quad (4.58)$$

Складывая (4.55) с (4.57), получим

$$q - p_1 = \sigma_T \left(\ln \beta_{нл} - \frac{1}{2\beta_{yn}^2} + \frac{1}{2} \right). \quad (4.59)$$

С учетом (4.56) и (4.58) окончательно имеем

$$q - p_1 = \sigma_T \left[\frac{c_1}{a} - \frac{1}{2 \left(\frac{h_1}{c_1} + 1 \right) \left(\frac{h_1}{c_1} - 1 \right)} + \frac{1}{2} \right]. \quad (4.60)$$

Выражение (4.60) можно записать для каждого слоя в многослойном цилиндре.

Таким, образом, полученные соотношения (4.51), (4.55), (4.60) являются условиями для определения оптимального значения толщины слоя в пределах упругой стадии работы конструкции. Отсюда появляются возможности управления термонапряженным состоянием многослойной конструкции.

§4.6. Упругопластическое состояние цилиндра при локальном нагреве поверхности движущимся источником тепла постоянной интенсивности

Рассмотрим случай образования пластической деформации в поперечном сечении цилиндра при локальном нагреве поверхности движущимся тепловым источником постоянной интенсивности. Такие условия часто встречаются при сварке труб в ответственных конструкциях энергетического машиностроения. Принимаем основные положения, изложенные Н.Н. Рыкалиным в работе [150], считая, что весь процесс разогрева можно рассматривать, как перемещение установившегося температурного поля, заменяющего воздействие и наложение элементарных полей, а значит и наложение элементарных полей напряжений. Такую гипотезу использовал Н.П. Мельников [98] в исследовании температурных напряжений, возникающих при сварке труб в трубной доске. Некоторые его выводы мы будем использовать в дальнейшем. Таким, образом, рассматриваемую задачу сведем к задаче осесимметричного пластического состояния толстостенного кольца или цилиндра [9].

Следуя логике рассуждений предыдущего параграфа, разобьем поперечное сечение цилиндра, которое является кольцом, на зоны действия

радиальных давлений, как реакции различно нагретых слоев в упругой стадии работы. Обозначим p_k – радиальное давление, вызванное реакцией менее нагретого слоя, p_T - радиальное давление, вызванное расширением нагретого слоя, рис. 4.17. Зона пластических деформаций представляет собой кольцо с радиусом r , $a < r < b$.

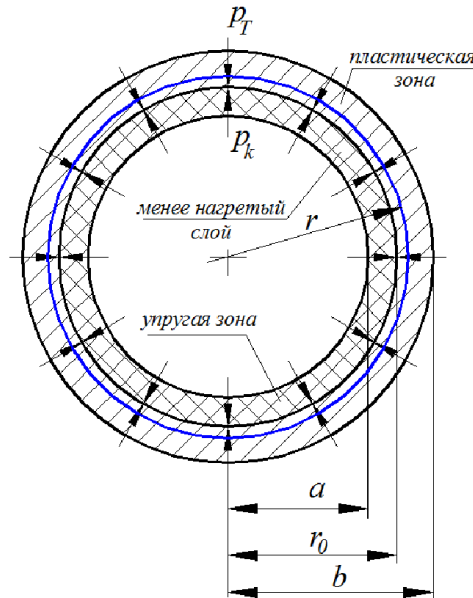


Рис. 4.17. Пластическое кольцо. Расчетная схема

Решение задачи сводится к совместному рассмотрению следующих факторов: деформации плоского кольца, вызванные неизвестными радиальными давлениями p_T и p_k , в образованных упругой и пластической зонах, а также деформации цилиндра под воздействием неизвестного радиального давления p_T и симметрично нагретой зоны вдоль оси цилиндра. Исходя из условий непрерывности и равенства тангенциальных напряжений, запишем граничные условия на контуре:

на границе образующей цилиндра с пластическим кольцом

$$r_0 \leq r \leq b;$$

на стыке пластического кольца с упругим

$$a \leq r \leq r_0;$$

В общем случае пластическая деформация плоского кольца развивается в зоне $r_0 < r < b$; упругая – $a < r < r_0$.

Запишем условие пластичности для трех главных напряжений

$$F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0. \quad (4.61)$$

В случае плоского напряженного состояния условия пластичности могут быть представлены в виде плоской кривой, образованной в поперечном сечении цилиндрической оболочки, когда $\sigma_3 = 0$. Приведем наиболее распространенное соотношение главных напряжений [98] из первой теории пластичности

$$\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 = 3k^2. \quad (4.62)$$

Произведение $\sigma_1 \cdot \sigma_2$ в (4.62) может принимать как положительные, так и отрицательные значения. Это влияет на условия пластичности в осесимметричной задаче, которые запишем в следующем виде

$$\begin{aligned} \sigma_\theta = 2k \text{ или } \sigma_r = 2k, \text{ если } \sigma_\theta \cdot \sigma_r > 0; \\ \sigma_\theta - \sigma_r = 2k, \text{ если } \sigma_\theta \cdot \sigma_r < 0. \end{aligned} \quad (4.63)$$

Последнее равенство из (4.63) уже использовалось при решении предыдущей задачи. Следуя ее логике, используем дифференциальное уравнение равновесия (4.26). Принимаем $\sigma_\theta = -2k$ из тех соображений, что компоненты главных напряжений σ_θ и σ_r меньше нуля, а касательное напряжение достигает своего максимального значения на границе внешней окружности поперечного сечения цилиндра $r = b$. Тогда уравнение равновесия (4.26) принимает следующий вид

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r + 2k}{r} = 0. \quad (4.64)$$

Решение уравнения (4.64) аналогично приведенному решению рассмотренной выше задаче. Кроме того, оно подробно изложено в литературе [98]. В силу краткости изложения приведем основные соотношения искомых напряжений и перемещений.

Радиальное напряжение определяется соотношением

$$\sigma_r = \frac{c}{r} - \frac{2\sigma_T}{\sqrt{3}}. \quad (4.65)$$

Реактивное давление, действующее на цилиндр, равно

$$p_k = -\sigma_r = -\frac{c}{r} + \frac{2\sigma_T}{\sqrt{3}}. \quad (4.66)$$

Здесь пластическая постоянная принята по энергетическому принципу

$k = 0,575\sigma_T$; c – постоянная интегрирования, определяемая из условий непрерывности деформации и перемещений

$$u|_{r=r_0}^{уп} = u|_{r=r_0}^{ул}. \quad (4.67)$$

Радиальное перемещение на контуре определяется из соотношений

$$\begin{aligned} \frac{du}{u} &= \left(\frac{6k}{c+2kr} - \frac{2}{r} \right) dr; \\ d \ln u &= d \ln \frac{(c+2kr)^3}{r^2}; \\ \ln u &= \ln \frac{(c+2kr)^3}{r^2} = \ln c_1; \\ u &= c_1 \frac{(c+2kr)^3}{r^2} = c_1 r \left(\frac{c}{r} + 2k \right)^3. \end{aligned} \quad (4.68)$$

Постоянная интегрирования c_1 определяется из условий (4.67).

Радиальное перемещение на контуре $r = r_0$, где пластическая зона переходит в упругую и давление достигает своего максимального давления, принимается равным

$$u_r = r^2 c \sqrt{3} \exp \left[-\frac{2\sigma_T}{c\sqrt{3}} r \right]. \quad (4.69)$$

В упругой зоне кольца при внутреннем диаметре $D_{вн} = 2a$, наружном диаметре $D_{н} = 2r_0$ напряжения определяются по формулам

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{p_k a^2}{r_0^2 - a^2} \left(1 - \frac{r_0^2}{r^2} \right); \\ \sigma_\theta &= \frac{p_k a^2}{r_0^2 - a^2} \left(1 + \frac{r_0^2}{r^2} \right); \\ u_r &= \frac{(1-\nu) a^2 p_k r}{E (r_0^2 - a^2)} \left(1 + \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{r_0^2}{r^2} \right). \end{aligned} \quad (4.70)$$

Зная закон распределения температуры в поперечном сечении цилиндра $T = F(r)$, относительные деформации определяем из соотношения

$$\begin{aligned}\varepsilon_r &= \alpha T(r) - \frac{\sigma_r}{E} + \nu \frac{\sigma_\theta}{E}; \\ \varepsilon_\theta &= \alpha T(r) - \frac{\sigma_\theta}{E} + \nu \frac{\sigma_r}{E}.\end{aligned}\quad (4.71)$$

Перемещения элемента после процесса нагрева определяем стандартным образом из теории упругости плоской задачи, учитывая зависимости $\varepsilon_r = du / dr$, $\varepsilon_\theta = u / r$. Окончательно имеем

$$\begin{aligned}\frac{du}{dr} &= \alpha T(r) - \frac{\sigma_r}{E} + \nu \frac{\sigma_\theta}{E}; \\ \frac{u}{r} &= \alpha T(r) - \frac{\sigma_\theta}{E} + \nu \frac{\sigma_r}{E}.\end{aligned}\quad (4.72)$$

Уравнения (4.71) и (4.72) справедливы в случае рассмотрения стационарной температурной задачи. Если температурное поле меняется с течением времени, то необходимо рассмотреть условия действия нестационарного температурного поля, которые должны удовлетворять известному дифференциальному уравнению теплопроводности (2.50), которое для плоского напряженного состояния имеет вид

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial T}{\partial \tau}, \quad (4.73)$$

где τ - время, в течение которого изменяется температурное поле.

Отсюда появляются возможности оптимизации термонапряженных состояний сварных трубных конструкций. Подробное изложение этого вопроса будет приведено ниже.

Заключение по главе IV

1. С целью формализации задачи оптимизации термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций разработаны адекватные математические модели, наиболее полно описывающие состояние объекта в условиях действия высокоградиентных неоднородных температурных полей, с учетом особенностей, к которым отнесены переменные геометрические и физико-механические свойства оболочки. Разработанные модели корректно

адаптированы к технологическим процессам энергетического машиностроения.

2. Рассмотрена задача определения температурных напряжений для случая локального теплового нагружения двух полых пересекающихся цилиндрических оболочек вращения, одна из которых является несущей. Ее особенностью является наличие в пересечении разрывной пространственной координаты геометрической формы. Такая сингулярность преодолена путем соблюдения условий сопряжения поверхностей двух цилиндрических оболочек третьей. Это позволило выделить область исследования, где выполняются условия непрерывности, дифференцируемости функций и вариаций отображения.

3. Определены температурные напряжения в контуре двух пересекающихся цилиндрических оболочек вращения с переменной толщиной стенки в условиях локального теплового нагружения.

4. Разработана математическая модель исследования температурных полей и термонапряжений, возникающих в матрице формы литья с переменной толщиной стенки. Из условий равновесия цилиндрической оболочки, статико-геометрической аналогии термоупругой задачи и статической задачи упругости получено соотношение для определения оптимальной толщины стенки матрицы с учетом заданного конуса съема литой заготовки.

5. Разработана математическая модель исследования термонапряженного состояния многослойной конструкции с переменным модулем упругости в условиях термосилового нагружения. С приемлемой точностью для инженерной практики получена формула определения контактного давления на границе слоев конструкции в случае образования зазоров и натягов. Возникновение последних могут диктоваться условиями технологической необходимости в процессе изготовления и сборки конструкции в целом.

6. С целью исключения появления пластических деформаций в многослойной конструкции рассмотрена задача упругопластического состояния многослойного цилиндра. Получены условия переходного процесса из упругого в упругопластическое состояние, которые могут быть взяты за основу в расчете оптимального значения толщины упругого слоя.

7. С учетом возможных образованных зазоров и натягов в многослойной цилиндрической конструкции, обусловленных термомеханическим воздействием и возникающим контактным давлением на границе слоев, получена формула предельного пластического сопротивления внутреннего слоя, которая принята в качестве оценочного критерия в переходных процессах из упругого в упругопластическое состояние.

8. Исследовано упругопластическое состояние цилиндра при локальном нагреве поверхности движущимся источником тепла постоянной интенсивности. В принятии допущения, рассматривающего процесс разогрева, как перемещение установившегося температурного поля, заменяющего воздействие и наложение элементарных полей температуры и напряжений, решение задачи сведено к задаче о пластическом кольце, позволяющего определять деформации и границы перехода пластической зоны в упругую.

Отсюда появляются возможности управления термонапряженными состояниями ответственных конструкций энергетического машиностроения за счет оптимизации элементов конструкций и оптимального выбора технологических параметров в процессе их изготовления.

ГЛАВА V. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ СВАРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО МАШИНОСТРОЕНИЯ

Технологическая операция сварки является широко распространенным процессом, используемым в промышленности при изготовлении различных изделий. Элементы сварных конструкций в зоне сварного соединения имеют значительную неоднородность материала и высокий уровень остаточных напряжений, которые способствуют коррозионному растрескиванию, послесварочному изменению формы и размеров. Все эти негативные факторы существенно влияют на работоспособность и прочностную надежность машиностроительных конструкций.

Большое разнообразие форм сварных соединений, марок свариваемых материалов и способов сварки не позволяет применять какие - либо единые подходы и методы к определению уровней температурных напряжений, возникающих вследствие действия высоких температур, локализованных в узкой зоне сварного шва. Поэтому исследование остаточного напряженного состояния сварных соединений остается актуальной проблемой такого научного направления, как механика деформируемого твердого тела.

Основные теоретические и практические положения по прочности, деформациям и напряжениям сварных конструкций приведены в работах советских ученых [12, 13, 28, 122, 151].

В настоящее время в производство внедрены высокоэффективные методы обработки сварных соединений, позволяющие достигать равнопрочность сварного соединения и устранять послесварочные остаточные деформации. К таким методам относятся технологии досварочной и послесварочной обработки.

Однако не будем забывать, что к некоторым конструкциям, таким, как сосуды высокого давления, корпусные конструкции энергоаппаратов и другим объектам энергомашиностроения, работающим в условиях высоких температур и давлений, предъявляются повышенные требования к точности

и надежности сварных соединений. В связи с этим возникает необходимость дополнительного исследования термонапряженного состояния, учитывая геометрическую форму, материал и условия эксплуатации с целью оптимизации характерных размеров, параметров технологии изготовления и прочих факторов влияния.

Приведем результаты исследования остаточных напряжений сварных оболочечных конструкций, опубликованных в работе [169], полученные как расчетным, так и экспериментальным методами.

Расчетный метод данной работы теоретически обоснован следующими рассуждениями и зависимостями.

1. Остаточное напряженное состояние удовлетворяет уравнениям равновесия, но не удовлетворяет уравнению совместности деформаций. Мера неудовлетворения совместности деформаций определяет технологические остаточные напряжения.

2. В окрестности сварного шва образуется напряженное состояние с отличной от нуля компонентой тангенциальных напряжений, действующей вдоль шва.

Используя ранее принятую систему обозначений (гл. III), запишем законы изменения компонент напряжения, усилий и моментов, действующих в поперечном сечении сварного шва оболочечных сварных конструкций, приведенных в работе [169].

Компонента тангенциальных напряжений, действующая вдоль шва, определяется следующим равенством

$$\sigma_{\beta x} = f_{\beta 0}(x), \quad f(x) = (1 - 2 \alpha^2 x^2) e^{-l(x)}, \quad l(x) = (\alpha x)^2, \quad (5.1)$$

где l – протяженность поперечного сечения сварного шва; β, x – координаты оболочечной конструкции; α – параметр скорости убывания напряжений от шва, все остальные обозначения соответствуют ранее принятым.

Такое распределение напряжений обосновывается их самоуравновешенным характером и принципом Сен Венана, согласно которому уравновешенная система сил, приложенная к некоторой части

твёрдого тела, вызывает в нём появление неравномерности распределения напряжений, которая быстро уменьшается по мере удаления от этой части.

Усилие, действующее в том же направлении, определяется формулой

$$S_2 = \int_{-h}^{+h} \sigma_{\beta x} \partial h = 2h\sigma_{\beta x} = S_{20}f(x); \quad S_{20} = 2h\sigma_{\beta 0}, \quad (5.2)$$

где $S_{\beta 0}, \sigma_{\beta 0}$ – соответствующие усилие и напряжение в точке с координатами $(\beta, 0)$.

Уравнения несовместности деформации сведены к одному уравнению

$$\frac{d^2 \sigma_{\beta x}}{d^2 x} = \sigma_{\beta 0} f''(x). \quad (5.3)$$

Напряжения, соответствующие усилиям S_i и моментам M_i , максимальны в поверхностных слоях поперечного сечения оболочек и определяются

$$\sigma_{xx}^{(M)} = \frac{3M_1}{2h^2}; \quad \sigma_{\beta\beta}^{(S)} = \frac{2S_2}{2h}; \quad \sigma_{\beta\beta}^{(M)} = \frac{3M_2}{2h^2}. \quad (5.4)$$

Напряжения на поверхностях имеют следующий вид

$$\sigma_i = \sigma_i^{(S)} \pm \sigma_i^{(M)}, \quad i = 1, 2. \quad (5.5)$$

Здесь знак \pm учитывает напряжения на лицевой и внутренней поверхностях оболочки.

Соответственно имеем следующие соотношения силовых факторов, действующих в окрестности сварного шва [169]

$$N_1(x) = -2\sigma_{\beta 0} \frac{h}{\beta} x e^{-l(x)}; \quad S_2(x) = S_{20} (1 - 2\alpha^2 x^2) e^{-l(x)};$$

$$M_1(x) = \frac{\sigma_{\beta 0} h}{\alpha^2 \beta} e^{-l(x)}; \quad M_2(x) = \nu M_1(x). \quad (5.6)$$

Параметр затухания α определяется по расстоянию x_0 , на котором функция впервые обращается в нуль, т.е. $\alpha = \frac{1}{\sqrt{x_0}}$.

Наибольшие напряжения возникают в наружных слоях оболочек, где компоненты напряжений – растягивающие, и – для цилиндрической оболочки радиусом R , соответствуют

$$\sigma_{xx}^{\max} = \frac{3}{4} \frac{R}{h^2} S_{20}. \quad (5.7)$$

Заметим, что приведенные равенства (5.1) ÷ (5.7) из работы [169] не содержат характеристики физических и механических свойств материала такие, как модуль упругости, коэффициенты теплоотдачи и теплопроводности.

Поэтому проведем уточненные расчеты в соответствии с полученными решениями экстремальной температурной задачи, рассмотренной в главе III.

§5.1. Температурные напряжения в оболочечных конструкциях, изготовленных при помощи сварки

Температурные напряжения, возникающие в процессе сварки двух оболочечных элементов конструкции, имеют некоторые особенности от аналогичных напряжений в пластинах. Это касается характера термонапряжений в окрестности сварного соединения. В процессе сварки вся конструкция испытывает осесимметричное термическое нагружение, неравномерно распределенное по поверхности. После сварного соединения оболочечные конструкции имеют осесимметричное остаточное напряженное состояние. Оно локализовано в околошовной узкой полосе и может быть отнесено к быстроменяющемуся напряженному состоянию с краевыми эффектами [168]. Такой процесс можно рассматривать как локальное термонагружение под действием высокоградиентного точечного температурного поля.

Для анализа термонапряженного состояния сварных оболочечных конструкций используем расчетные математические модели метода определения локального теплового экстремума в упругой тонкой оболочке, изложенные в §3.4 ÷ §3.6.

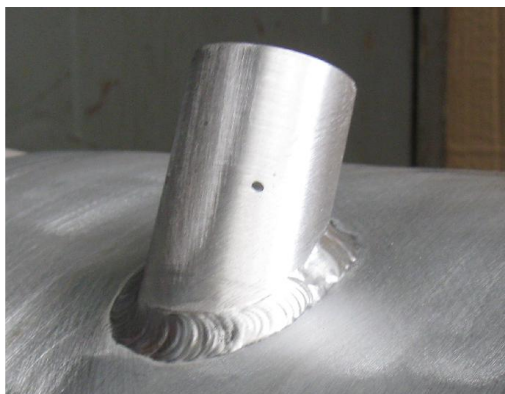
На рис. 5.1 приведены фотографии некоторых элементов конструкций, имеющих различные типы сварных соединений.



а



б



в



г

Рис. 5.1. Типы сварных соединений: а – соединение цилиндра с параллелепипедом; б – цилиндрическая оболочка, имеющая горизонтальный и кольцевые швы; в – угловое соединение двух цилиндров разных диаметров, г – угловое соединение двух цилиндров одинакового диаметра

В таблице 5.1 приведены основные физические свойства некоторых материалов, наиболее часто свариваемых конструкций [142].

Известно, что термонапряженное состояние сварных изделий в основном зависит от способа сварки и воздействия сварочной дуги на свариваемый материал (дуга прямого и косвенного действия, дуга в среде защитных газов, дуга в расплавленном флюсе шлаке и т.д.). Выбор способа сварки производится с учетом материала, геометрической формы конструкции и технических требований на изделие, указанных в чертеже разработчиком.

В ходе сварки формируется сварной шов, который имеет разную ширину в зависимости от толщины свариваемых оболочек и способа сварки. Поэтому за характерный параметр в расчетных моделях принимает ширину сварочного шва $b_{ш}$.

Основные физические свойства свариваемых металлов

| Теплофизические свойства | Алюминий Al | Магний Mg | Медь Cu | Титан Ti |
|---|----------------|--------------|------------|-------------|
| Температура °С: плавления | 658,7 | 650 | 1083 | 1688 |
| кипения | 2500 | 1170 | 2360 | 3260 |
| Плотность, г/см ³ , ρ | 2,71 | 1,74 | 8,94 | 4,51 |
| Теплопроводность, Вт/(м·К), λ | 210,6 | 157,4 | 393,6 | 18,8 |
| Удельная теплоемкость, Дж/(кг·К), c_p | 900,2 | 1046,7 | 385,2 | 535,8 |
| Коэффициент линейного расширения, $\alpha \cdot 10^{-6}$, 1/°С | 23,8 | 25,5 | 16,8 | 8,2 |
| Коэффициент температуропроводности $\frac{\lambda}{c_p \rho} \cdot 10^{-3}$; м ² /сек | 0,08632 | 0,08642 | 0,1143 | 0,0778 |

Проведем исследование термонапряженного состояния сварного алюминиевого бака (сосуда высокого давления), представленного на рис. 5.1-б. Бак имеет горизонтальный шов обечайки и два кольцевых шва днища сосуда. Внутренний диаметр обечайки \varnothing 494 мм, толщина стенки обечайки – 6 мм, высота изделия – 700мм. Способ сварки – автоматическая дуговая неплавящим электродом в среде защитных газов.

Исходные данные: сварочная автоматическая установка, электрод вольфрамовый марки СВИ-1, \varnothing 3÷4 мм, электрод вольфрамовый марки ЭВЛ-2, \varnothing 3÷4 мм ГОСТ 23949-80; проволока сварочная марки Св АМг6 \varnothing 1,6 ГОСТ 7871-75; аргон ГОСТ 10157-79; источник питания ИПК-350; сварочная автоматическая головка ГСУ-9.

Определим температурные напряжения, возникающие в поперечном сечении продольного шва обечайки. Такие напряжения в работе [124] названы временными напряжениями, образующимися в процессе нагрева кромки свариваемых деталей движущимся источником тепла.

В качестве расчетной модели возникающего температурного поля поверхности рассматриваемого сечения при локальном нагреве

цилиндрической оболочки примем выражение (3.37). Считаем, что температура на внешней и внутренней оболочки изменяется одновременно и соответствует условию $T_{(+h)} = T_{(-h)} = \text{const}$. Температурные напряжения подсчитывались с учетом (3.38) и (3.39) по формуле $\sigma = \frac{1}{8a} E \alpha T_1$ в зависимости от соотношений R / h .

Для сравнительного анализа расчеты проводились для материалов из алюминиевых, медных и титановых сплавов. Расчетные значения температурных напряжений σ^* , приведенных к модулю упругости, с учетом рассмотренных материалов представлены в таблицах 5.2, 5.3. Расчеты проводились по формуле

$$\sigma^* = \frac{1}{8a} T_1 = b_1 \cdot T_0(A), \quad (5.8)$$

где $b_1 = b \cdot \alpha$; $b = 1 / 8a$, $\nu = 0,3$.

Использовались следующие соотношения $R / h = 40$ (рассматриваемый случай) и $R / h = 20$. В качестве расчетной координаты принималась безразмерная координата ξ ; $\xi = y_n / b_{ш}$, где y_n - ширина подложки, $b_{ш}$ - ширина сварочного шва. Координата $\xi (0)$ соответствует центру сварочного шва, рис. 5.2. Графические зависимости температурных напряжений представлены на рис. 5.3.

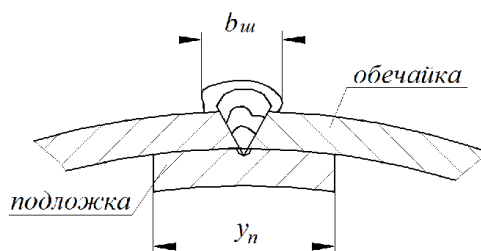


Рис. 5.2. Схема формирования сварного шва обечайки

Следует перечислить функции применения подложки в используемой схеме рис. 5.2:

- подложка фиксирует фрагменты обечайки и может быть использована в качестве естественного элемента охлаждения в процессе сварки;
- подложка формирует сквозной сварочный шов.

Таблица 5.2

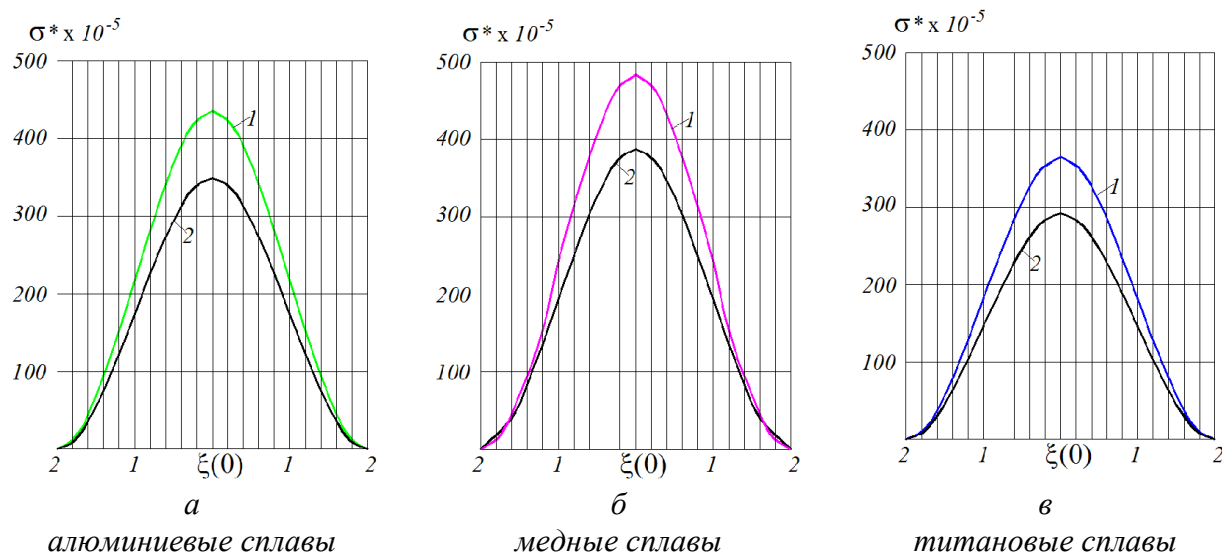
Вычисленные максимальные значения $\sigma^*_{(\xi)}$ для некоторых материалов

| Материал | R/h | b | $b_1 \cdot 10^{-5}$ | T_0 | $\sigma^*_{(\xi)} = f(A) \cdot 10^{-5}$ |
|----------|-------|--------|---------------------|-------|---|
| Алюминий | 40 | 0,0262 | 0,6235 | 700 | 436,5 |
| Медь | | | 0,4401 | 1100 | 484,2 |
| Титан | | | 0,2148 | 1700 | 365,2 |
| Алюминий | 20 | 0,0210 | 0,4998 | 700 | 349,8 |
| Медь | | | 0,3528 | 1100 | 388,1 |
| Титан | | | 0,1722 | 1700 | 292,7 |

Таблица 5.3

Значение σ^* при заданных $k=0$; $R/h=40$; $R/h=20$

| ξ | $k=0$ | $\sigma^* \cdot 10^{-5}$ | | | | | |
|----------|-------|--------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | Al | | Cu | | Ti | |
| | | $R/h=40$ | $R/h=20$ | $R/h=40$ | $R/h=20$ | $R/h=40$ | $R/h=20$ |
| 1,8 | 0,028 | 12,22 | 9,74 | 13,55 | 10,86 | 10,22 | 8,19 |
| 1,6 | 0,104 | 45,39 | 36,37 | 50,35 | 40,36 | 37,98 | 30,44 |
| 1,4 | 0,216 | 94,28 | 75,55 | 104,58 | 83,82 | 78,88 | 63,22 |
| 1,2 | 0,352 | 153,64 | 123,12 | 170,43 | 136,61 | 128,55 | 103,03 |
| 1 | 0,5 | 218,25 | 174,9 | 242,1 | 194,05 | 182,6 | 146,35 |
| 0,8 | 0,648 | 282,85 | 226,67 | 313,76 | 251,48 | 236,64 | 189,67 |
| 0,6 | 0,784 | 342,21 | 274,24 | 379,61 | 304,27 | 286,31 | 229,47 |
| 0,4 | 0,896 | 391,1 | 313,42 | 433,84 | 347,73 | 327,21 | 262,26 |
| 0,2 | 0,972 | 424,27 | 340,00 | 470,64 | 377,23 | 354,97 | 284,5 |
| $\xi(0)$ | 1 | 436,5 | 349,8 | 484,2 | 388,1 | 365,2 | 292,7 |

Рис. 5.3. Осевые температурные напряжения: кривая 1 – соответствует соотношению $R/h=40$; кривая 2 - $R/h=20$

Из графиков видно, что в зоне формирования шва в процессе сварки имеются пиковые температурные напряжения, с увеличением ширины охлаждения (ширины подложки), уровень температурных напряжений снижается. Конструкция в целом испытывает неоднородные условия термонагружения, что приводит к размерной нестабильности изделия и другим сварочным дефектам.

Наиболее меньшее термонапряженное состояние имеют сварные изделия из титановых сплавов, что объясняется теплофизическими свойствами материала.

С увеличением толщины стенки свариваемых оболочек, уровень температурных напряжений уменьшается (кривые 2), однако такую расчетную модель стоит применять с осторожностью, так как в данном случае не учитываются температурно зависимые теплофизические свойства материала.

Если принять для катанного алюминия модуль упругости при температуре 20°C, равным $E = 0,69 \cdot 10^6$ кГ/см², то расчетное значение максимального температурного напряжения в корне шва будет соответствовать $\sigma_{max} = 241$ МПа; для случая $R / h = 40$ $\sigma_{max} = 301$ МПа.

С учетом того, что модуль упругости материала меняется в зависимости от температуры и при температуре 600°C его значение принимается равным $E = 0,44 \cdot 10^6$ кГ/см², то расчетное значение максимального температурного напряжения в корне шва будет соответствовать $\sigma_{max} = 154$ МПа; для случая $R / h = 40$ $\sigma_{max} = 192$ МПа, табл.5.4

Таблица 5.4

Расчетные температурные напряжения в поперечном сечении продольного сварного шва обечайки сосуда высокого давления при соотношении $R / h = 40$

| | | | | | | | | | | |
|------------------------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|-------|--------|--------|
| ξ | 1,8 | 1,6 | 1,4 | 1,2 | 1 | 0,8 | 0,6 | 0,4 | 0,2 | 0 |
| $\sigma \cdot 10^{-5}$ | 12,22 | 45,39 | 94,28 | 153,64 | 218,25 | 282,85 | 342,21 | 391,1 | 424,27 | 436,5 |
| $\sigma, \text{МПа}$ | 5,4 | 19,97 | 41,5 | 67,6 | 96,03 | 124,5 | 150,6 | 172,1 | 186,7 | 192,06 |

Для снижения максимальных значений температурных напряжений, когда σ_{max} значительно выше σ_T , появляется необходимость в проведении операции принудительного снижения уровня термонапряжений.

Приведем результаты исследования термонапряженного состояния рассматриваемой конструкции при введении охлаждения сварной зоны с различными режимами интенсивности охлаждения. Характерным параметром различных условий теплообмена является параметр k в предложенной расчетной модели.

Расчеты проводились для исследуемой конструкции алюминиевого бака, рис. 5.1-б. Результаты расчетов и графические зависимости приведены в табл. 5.5, рис. 5.4.

Таблица 5.5.

*Значение $\sigma^*_{(\xi)}$ при заданных значениях $k = 0,3$; $k = 0,5$; $k = 0,8$; $R / h = 40$; для алюминиевых сплавов*

| ξ | $k=0,3$ | $\sigma^*_{(\xi)} \cdot 10^{-6}$ | $k=0,5$ | $\sigma^*_{(\xi)} \cdot 10^{-6}$ | $k=0,8$ | $\sigma^*_{(\xi)} \cdot 10^{-6}$ |
|----------|---------|----------------------------------|---------|----------------------------------|---------|----------------------------------|
| 1,8 | 0,7084 | 90,18 | 0,514 | 129,43 | 0,2224 | 75,48 |
| 1,6 | 0,713 | 90,76 | 0,552 | 140,98 | 0,2832 | 96,12 |
| 1,4 | 0,7648 | 97,36 | 0,608 | 155,28 | 0,3728 | 126,53 |
| 1,2 | 0,8050 | 102,47 | 0,676 | 172,65 | 0,4816 | 163,45 |
| 1 | 0,85 | 108,2 | 0,75 | 191,55 | 0,6 | 203,64 |
| 0,8 | 0,8944 | 113,85 | 0,824 | 210,45 | 0,7184 | 243,82 |
| 0,6 | 0,9352 | 119,05 | 0,892 | 227,82 | 0,8272 | 280,75 |
| 0,4 | 0,9688 | 123,32 | 0,948 | 242,12 | 0,9168 | 311,16 |
| 0,2 | 0,9916 | 126,24 | 0,986 | 251,82 | 0,9776 | 331,79 |
| $\xi(0)$ | 1 | 127,3 | 1 | 255,4 | 1 | 339,4 |

Установлено, что с увеличением интенсивности охлаждения уровень температурных напряжений снижается, изменяется кривая распределения напряжения, приведенного к модулю упругости, которая становится более равномерной.

Наиболее благоприятным режимом охлаждения являются условия соответствующие кривой 4, которые достигаются путем охлаждения аргоном лицевой и внутренней поверхностей исследуемой обечайки.

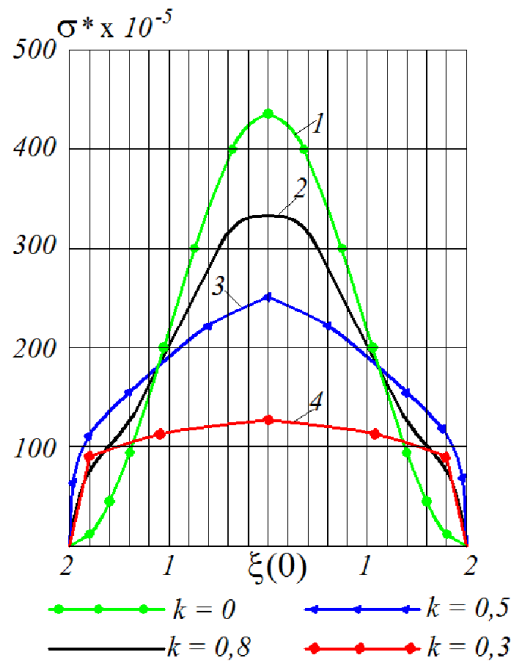


Рис. 5.4. Распределение температурных напряжений в условиях охлаждения сварной зоны: кривая 1 – охлаждение отсутствует; кривые 2, 3, 4 соответствуют режимам сварки с интенсивностью охлаждения, характеризующейся параметром k

Определим температурные напряжения, возникающие в процессе сварки кольцевого шва рассматриваемой детали. Используем расчетную модель (3.89), схема формирования сварного шва приведена на рис. 5.5. Здесь и далее используются обозначения координатных осей, принятых в расчетах сварных конструкций, когда ось Ox направлена вдоль сварочного шва, а ось Oy – поперек шва.

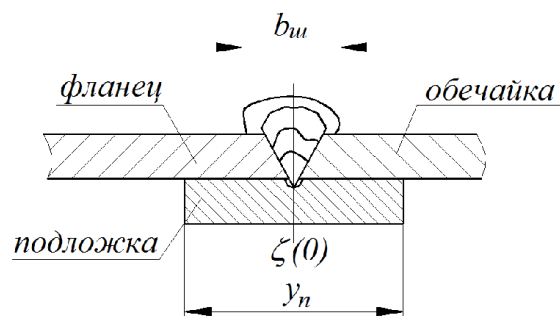


Рис. 5.5. Схема формирования сварного кольцевого шва

Кольцевые напряжения на внешней и внутренней поверхностях оболочки определялись с учетом (3.46÷3.48) разработанной математической модели §3.4 по формулам

$$\sigma_y^+ = \frac{E\alpha T_2}{2(1-\nu)}; \quad \sigma_y^- = \frac{E\alpha\Delta T}{2(1-\nu)} = \frac{E\alpha T_2}{2(1-\nu)} \left(1 - \frac{\lambda}{c_p} 2h\right), \quad (5.9)$$

причем верхний индекс «±» относится к лицевой и внутренней поверхностям оболочки. В силу того, что при $T_{(x)}^+ > T_{(x)}^-$, на внешней поверхности оболочки будут действовать растягивающие напряжения. Учитывались следующие принятые граничные условия:

- $T_{(y)}^+ - T_{(y)}^- = \text{const}$;
- изменение температуры по толщине оболочки имеет линейную зависимость и определяется равенством

$$\Delta T_2 = T_{(y)}^+ - T_{(y)}^- = \Delta T_{(y)}^\pm, \quad T_y^{(+)} = T_2; \quad T_y^{(-)} = T_2 \left(\frac{\lambda}{c_p} 2h \right), \quad (5.10)$$

где λ - коэффициент теплопроводности; c_p - удельная теплоемкость материала; $2h$ - толщина оболочки (табл. 5.1). Полагая для рассматриваемого случая $h/R = 0,012$, $2h = 0,006$ м, имеем $\Delta T_{(x)}^\pm = 0,09986T_2$. Все расчеты (табл.

5.6) приведены к модулю упругости, когда $\sigma_y^* = \frac{\sigma_y}{E}$, исключая таким образом в расчетах температурную зависимость этой упругой постоянной.

Таблица 5.6

*Значения приведенных кольцевых напряжений
для случая $h/R = 0,012$, $2h = 0,006$ м*

| ζ | 1 | 0,9 | 0,8 | 0,7 | 0,6 | 0,5 | 0,4 | 0,3 | 0,2 | 0,1 | $\zeta(0)$ |
|-----------------------------|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|------------|
| y_0 | 0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1 |
| A_I | 1 | 0,98521 | 0,94914 | 0,90265 | 0,85521 | 0,81444 | 0,78623 | 0,77488 | 0,78318 | 0,81261 | 0,8637 |
| T_2 | 142 | 139,88 | 134,76 | 128,17 | 121,39 | 115,64 | 111,63 | 110,02 | 111,20 | 115,38 | 122,63 |
| $\sigma^{*+} \cdot 10^{-5}$ | 256 | 252,9 | 243,7 | 231,7 | 219,6 | 209,1 | 201,8 | 198,9 | 201 | 208,6 | 237,6 |
| $\sigma^{*-} \cdot 10^{-5}$ | 255,6 | 252,5 | 243,3 | 231,4 | 219,3 | 208,8 | 201,5 | 198,6 | 200,7 | 208,3 | 237,3 |

В таблице 5.7 приведены значения напряжений с учетом модуля упругости материала при температуре 600°C, когда $E = 4,4 \cdot 10^4$ МПа. График изменения температурных напряжений в зависимости от безразмерной координаты представлен на рис. 5.6.

Значения кольцевых напряжений для случая $h/R = 0,012$, $2h = 0,006$ м

| | | | | | | | | | | | |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|------|-------|
| σ^+ МПа | 112,6 | 111,3 | 107,2 | 101,9 | 96,6 | 92 | 88,8 | 87,5 | 88,4 | 91,8 | 104,5 |
| σ^- МПа | 112,5 | 111,1 | 107,0 | 101,8 | 96,5 | 91,9 | 88,7 | 87,4 | 88,3 | 91,7 | 104,4 |

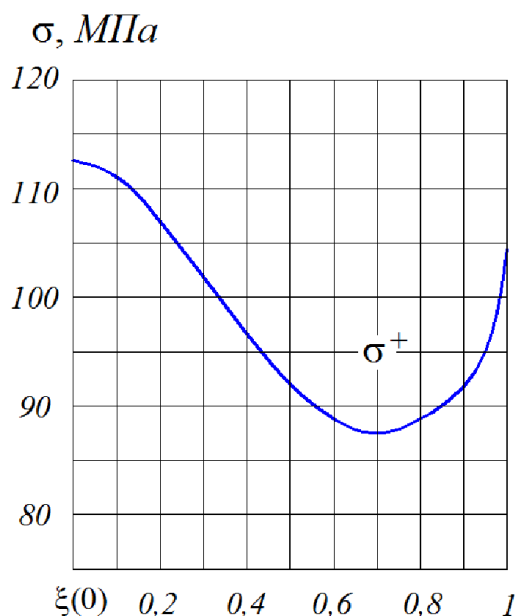


Рис. 5.6. Расчетные значения температурных напряжений в поперечном сечении кольцевого сварочного шва

Из графика видно, что окрестность сварного соединения испытывает быстроменяющееся напряженно-деформированное состояние. Такое распределение сварных напряжений является достаточно типичным. Полученные данные имеют хорошее совпадение с результатами исследований, изложенных в работах [169, 170].

В рассматриваемом случае сварного алюминиевого бака в качестве исходной температуры (T_0) принималось значение 700°C , что несколько выше температуры плавления алюминия. Однако процесс образования сварного соединения происходит за счет переноса капель жидкого (расплавленного) электродного металла через дугу на свариваемое изделие. В исходных данных материалом электрода является вольфрамовый электрод с присадкой из окиси лантана. Его температура плавления составляет 3410°C . Вольфрамовый электрод не плавится в процессе сварки, формирование

металла шва идет за счет расплавления кромок и сварочной проволоки Св АМгб. При этом температура в различных зонах сварочной дуги неодинакова. В анодной области она достигает значения 2600°С, в катодной - 2400°С, а температура сварочной ванны соответствует значению 1700 ÷ 2000°С.

Особенности сварки алюминиевых сплавов заключаются в наличии окисной пленки на поверхности металла и в образовании пленки непосредственно в процессе сварки, которая препятствует сплавлению частиц металла и загрязняет шов. Температура плавления окисной пленки 2050°С. Заметим, что при температуре 700÷710°С оксидная пленка имеет структуру γ - Al₂O₃. Выше 900°С эта структура начинает переходить в α -Al₂O₃. В отношении точного состава и структуры пленки на алюминии данных недостаточно, поэтому исследование термонапряженного состояния сварных элементов из алюминиевых сплавов проводим без учета структурных превращений жидкого материала.

Приведем расчетные значения температурных напряжений со следующими принятыми исходными величинами температуры: $T_0 = 1100^\circ\text{C}$; 1700°С; 2000°С, табл. 5.8.

Таблица 5.8

Расчетные значения температурных напряжений в зависимости от величины воздействия температурного фактора в процессе сварки алюминиевых цилиндрических элементов конструкции без учета условий на контуре торцов

| y_0 | 0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1 |
|----------------------------|-------|-------------|-------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|
| A_I | 1 | 0,985 21 | 0,9491 4 | 0,90265 | 0,85521 | 0,81444 | 0,78623 | 0,77488 | 0,78318 | 0,81261 | 0,8637 |
| $T_0 = 1100^\circ\text{C}$ | | | | | | | | | | | |
| σ^+ МПа | 177 | 175 | 168,4 | 160,1 | 151,8 | 144,6 | 139,5 | 137,5 | 139 | 144,2 | 153,6 |
| $T_0 = 1700^\circ\text{C}$ | | | | | | | | | | | |
| σ^+ МПа | 272,5 | 270,1 | 260,3 | 247,6 | 234,9 | 223,4 | 215,6 | 212,4 | 214,9 | 222,9 | 236,9 |
| $T_0 = 2000^\circ\text{C}$ | | | | | | | | | | | |
| σ^+ МПа | 320,5 | 317,8 | 306,4 | 291,3 | 276 | 262,8 | 253,7 | 250 | 252,7 | 212,3 | 278,7 |

Следует отметить, что при нагреве материала между двумя абсолютно жесткими плоскостями (случай сварки) в нем возникают сжимающие температурные напряжения. А в случае достижения температуры выше

значения солидус, температурные напряжения вообще отсутствуют, так как отсутствует сопротивление материала пластическим деформациям [12, 13]. Однако предлагаемая расчетная модель для определения температурных напряжений включает значения температуры от $700 \div 2000^\circ\text{C}$.

Поясним это неизбежностью наличия обратного процесса затвердевания и формирования сварного шва, где наряду с неравномерным снижением уровня температурных полей происходят неоднородные фазовые и структурные превращения материала, что также сопровождается возникновением внутренних напряжений (кроме сварки алюминиевых сплавов), преобладающими из которых будут температурные. Поэтому для предварительной оценки термонапряженного состояния сварных элементов и последующей оптимизации технологического процесса такая расчетная модель вполне может быть приемлема. Границы ее применимости подтверждены экспериментальными исследованиями, приведенными в главе VII.

Все изложенные выше расчеты к определению температурных напряжений в кольцевом сварном шве производились при условии свободного торца оболочки. В действительности торцы бака связаны днищем и являются защемленными по направляющей цилиндра. Граничные условия на торце зависят от расстояния между сварным швом и днищем, рис. 5.7.

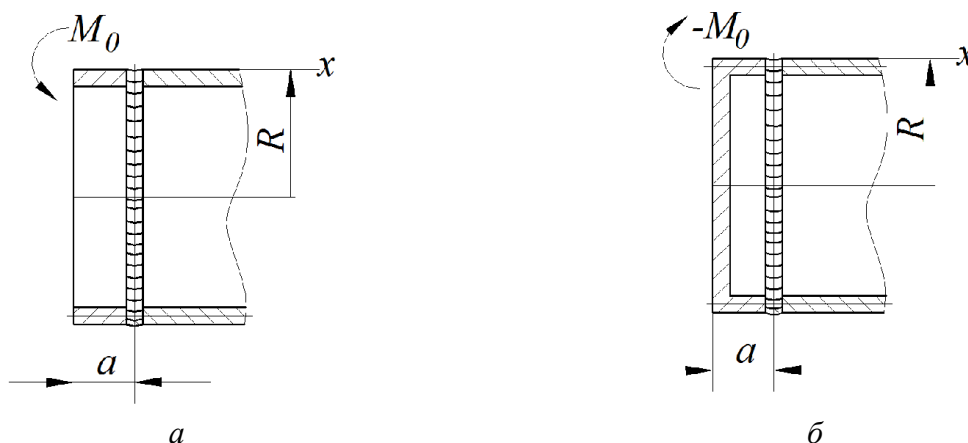


Рис. 5.7. Граничные условия на торце днища

Вблизи свободных торцов оболочки обычно имеет место некоторый изгиб оболочки, рис. 5.7-а.

$$M_0 = \frac{E\alpha\Delta Th^2}{12(1-\nu)}.$$

Следуя рассуждениям работы [158], принимаем, что реализация условий свободного торца в процессе приварки днища требует наложение моментов той же величины, но противоположного знака, рис. 5.7-б. Используя соотношения (2.37), запишем силовые факторы, удовлетворяющие граничным условиям закрепленного торца.

$$\begin{aligned} (M_x)_{x=0} &= \frac{E\alpha\Delta Th^2}{12(1-\nu)}; \\ (M_\varphi)_{x=0} &= \nu(M_\varphi)_{x=0} = \frac{\nu E\alpha\Delta Th^2}{12(1-\nu)}; \\ (N_\varphi)_{x=0} &= -\frac{Eh}{R_{cp}}(w)_{x=0} = \frac{Eh}{R_{cp}} \frac{M_0}{2\beta^2 D} = \frac{Eh\alpha\Delta T}{2\sqrt{3}(1-\nu)} \sqrt{1-\nu^2}, \end{aligned} \quad (5.11)$$

где R_{cp} - радиус срединной поверхности оболочки; h - ее толщина,

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{3(1-\nu^2)}{R_{cp}^2 h^2}}; D - \text{ жесткость оболочки при изгибе, } D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}.$$

Максимальные напряжения получаем путем сложения температурных напряжений, вычисленных по формуле (5.9), с напряжениями, вызванных моментом M_φ и силой N_φ , получая, таким образом, зависимость

$$\sigma_{\max} = \frac{E\alpha\Delta T}{2(1-\nu)} \left(1 - \nu + \frac{\sqrt{1-\nu^2}}{\sqrt{3}} \right). \quad (5.12)$$

Полагая для алюминиевых сплавов $\nu = 0,34$, окончательно имеем

$$\sigma_{\max} = 1,2 \frac{E\alpha\Delta T}{2(1-\nu)}. \quad (5.13)$$

Данные расчетов сведены в табл. 5.9.

Расчетные значения температурных напряжений в поперечном сечении
кольцевого шва

| y_0 | 0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1 |
|----------------------------|-------|-------------|-------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|
| A_I | 1 | 0,985 21 | 0,9491 4 | 0,90265 | 0,85521 | 0,81444 | 0,78623 | 0,77488 | 0,78318 | 0,81261 | 0,8637 |
| $T_0 = 700^\circ\text{C}$ | | | | | | | | | | | |
| σ^+ МПа | 135,1 | 133,6 | 128,6 | 122,3 | 115,9 | 110,4 | 106,6 | 105 | 106,1 | 110,2 | 125,4 |
| $T_0 = 1100^\circ\text{C}$ | | | | | | | | | | | |
| σ^+ МПа | 212,4 | 210 | 202,1 | 192,1 | 182,2 | 173,5 | 145 | 165 | 166,8 | 173 | 184,3 |
| $T_0 = 1700^\circ\text{C}$ | | | | | | | | | | | |
| σ^+ МПа | 327 | 324,1 | 312,4 | 297,1 | 281,9 | 268,1 | 258,7 | 254,9 | 257,9 | 267,5 | 284,3 |
| $T_0 = 2000^\circ\text{C}$ | | | | | | | | | | | |
| σ^+ МПа | 384,6 | 381,4 | 367,7 | 349,6 | 331,2 | 315,4 | 304,4 | 300 | 303,4 | 354,8 | 334,4 |

Для определения уровня остаточных напряжений в сварочном шве воспользуемся методикой, изложенной в работе [169], где в качестве границы, выше которой появляются остаточные напряжения берется значение предела текучести материала, σ_T . В соответствие с этим остаточные напряжения в корне шва будем определять из равенства

$$\sigma_{ост} = \sigma_{max} - \sigma_T. \quad (5.8)$$

Приведем значение предела текучести исследуемого материала: для катанного алюминия $\sigma_T = 110 \div 130$ МПа; для труб материала АМг6 $\sigma_T = 145$ МПа, для деформируемого сплава системы Al – Mg 170МПа [124]. Расчеты максимальных значений остаточных напряжений проводим в соответствие рекомендаций литературы [98], когда значения предела текучести корректируется путем увеличения ее величины на 30% от механической характеристики материала, принимая таким образом $\sigma_T = 180$ МПа, табл. 5.10.

Таким образом, исследуемая конструкция сосуда высокого давления, изготовленная при помощи сварки, имеет неоднородное остаточное термонапряженное состояние, рис. 5.6. Сварные напряжения в поперечном сечении продольного шва обечайки бака (зона 1), рис.5.8, выше сварных напряжений поперечного сечения кольцевого соединения (зона 2) примерно в 1,4 раза и зависят от температурного режима сварочной ванны, т.е. от режимов сварки.

Расчетные значения максимальных остаточных напряжений в корне сварочного шва алюминиевого бака

| Тип сварного шва | Температура сварочной ванны, °С | Максимальные температурные напряжения, МПа | Максимальные остаточные напряжения, МПа |
|---|---------------------------------|--|---|
| Горизонтальный шов обечайки, зона 1, рис. 5.7. | 700 | 192 | 12 |
| | 1100 | 302 | 122 |
| | 1170 | 466 | 286 |
| | 2000 | 548 | 328 |
| Кольцевой шов обечайки и фланца, зона 2, рис. 5.7 | 700 | 135 | - |
| | 1100 | 221,4 | 41,4 |
| | 1170 | 327 | 147 |
| | 2000 | 384 | 204 |

В процессе эксплуатации изделия такие напряжения являются наиболее опасными, способствующими при определенных условиях зарождению и дальнейшему развитию трещин.

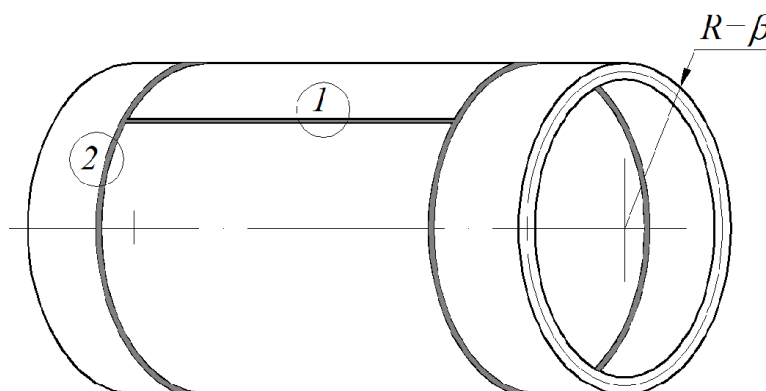


Рис. 5.8. Сварная конструкция подпиточного бака

Отсюда появляются возможности управления уровнем остаточных напряжений за счет выбора температурного режима сварной ванны и ее принудительного охлаждения. Это достигается путем внутреннего обдува обечайки инертным газом. Иллюстративная картина характера изменения температурных напряжений в зависимости от температуры сварной ванны в зоне сварного шва приведена на рис. 5.9.

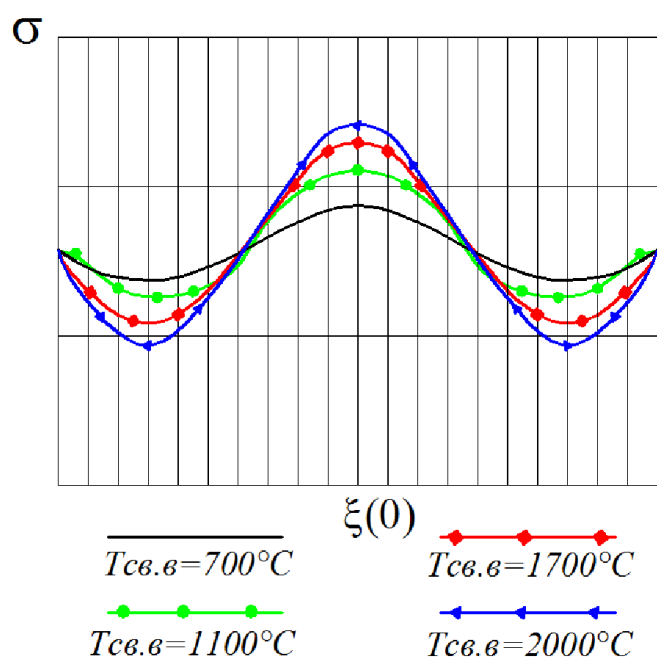


Рис. 5.9. Иллюстративная картина характера изменения расчетных температурных напряжений в зоне сварного кольцевого шва подпиточного бака; $T_{св.в}$ – температура сварной ванны

Полученные расчетные данные имеют хорошее совпадение с результатами исследований, опубликованных в работах [170], где приводятся значения измеренных остаточных напряжений в различных сварных соединениях из алюминиевых и других материалов.

Поэтому в инженерной практике предлагаемая математическая модель может быть вполне приемлема для оценки максимальных остаточных напряжений в сварных конструкциях оболочечного типа с целью оптимального выбора характерных размеров оболочечной конструкции и оптимизации технологического процесса сварки.

§5.2. Деформации и перемещения в зоне сварных соединений оболочечных конструкций

В процессе сварки двух элементов в виду действия неравномерного высокоградиентного температурного поля и структурных превращений материала, обусловленных термическими циклами, в зоне сварного шва

образуются внутренние (собственные) напряжения и деформации, которые являются уравновешенными и существуют в теле при отсутствии каких-либо силовых факторов.

Полные деформации в сварном соединении определяются соотношением [124]

$$\begin{aligned}\varepsilon_n &= \varepsilon_{упр} + \varepsilon_{нл} + \varepsilon_{\alpha}; \\ \gamma_n &= \gamma_{упр} + \gamma_{нл},\end{aligned}\tag{5.9}$$

где $\varepsilon_{упр}$, $\gamma_{упр}$, $\varepsilon_{нл}$, $\gamma_{нл}$, - упругие, пластические линейные и угловые (сдвиговые) деформации соответственно; ε_{α} - линейные температурные деформации

$$\varepsilon_{\alpha} = \alpha_T T.\tag{5.10}$$

Если до процесса нагрева или охлаждения в точке тела уже имелись начальные пластические деформации $\varepsilon_{0нл}$, $\gamma_{0нл}$, то выражение (5.9) принимает следующий вид

$$\begin{aligned}\varepsilon_n &= \varepsilon_{упр} + \Delta\varepsilon_{нл} + \varepsilon_{\alpha}; \\ \gamma_n &= \gamma_{упр} + \Delta\gamma_{нл},\end{aligned}\tag{5.11}$$

где $\Delta\varepsilon_{нл}$, $\Delta\gamma_{нл}$, - приращения пластических деформаций на стадии рассматриваемого процесса

$$\begin{aligned}\Delta\varepsilon_{нл} &= \varepsilon_{нл} - \varepsilon_{0нл}; \\ \Delta\gamma_{нл} &= \gamma_{нл} - \gamma_{0нл}.\end{aligned}\tag{5.12}$$

По времени существования собственные деформации бывают временными, существующими в период выполнения технологической операции или протекания физического процесса, и остаточными, устойчиво сохраняющимися в течение длительного периода. В таких случаях говорят об остаточном напряженно-деформированном состоянии конструкции.

Определение остаточных деформаций связано с определением величины внутренних напряжений и сравнения последней с пределом текучести материала. В расчетах используется действительная зависимость σ_T от температуры.

Определим собственные деформации в зонах сварных швов натурной конструкции сварного алюминиевого бака, рассмотренного в предыдущем параграфе.

Учитывая, что преобладающими напряжениями в процессе сварки являются температурные (напряжениями от фазовых превращений пренебрегаем), перепишем выражение (5.9) в следующем виде

$$\varepsilon_n = \varepsilon_{упр} + \varepsilon_{упр.пл} + \varepsilon_{нл} = \sigma^{(t)} / E^{(t)}, \quad (5.13)$$

где $\sigma^{(t)}$, $E^{(t)}$ - температурные напряжения и модуль упругости материала при температуре t , $\varepsilon_{упр.пл}$ - упругопластические деформации.

Упругопластические деформации определяем из выражения

$$\varepsilon_{упр.пл} = \sigma_T^{(t)} / E^{(t)}, \quad (5.14)$$

где $\sigma_T^{(t)}$ - предел текучести материала с учетом протекания температурного процесса, все остальные обозначения соответствуют ранее принятым.

Упругие деформации определяем из соотношения

$$\varepsilon_{упр} = \sigma_T / E, \quad (5.15)$$

где значения предела текучести и модуля упругости известны для марки любого материала.

С учетом (5.13) и (5.14) определяем пластические деформации по формуле

$$\varepsilon_{нл} = \frac{\sigma^{(t)}}{E^{(t)}} - \frac{\sigma_T^{(t)}}{E^{(t)}} - \varepsilon_{упр} = \frac{(\sigma^{(t)} - \sigma_T^{(t)})}{E^{(t)}} - \frac{\sigma_T}{E}. \quad (5.16)$$

Для определения остаточных деформаций и напряжений рассмотрим стадию остывания зоны сварного соединения. Считаем, что этот процесс происходит без принудительного охлаждения за счет равномерного выравнивания температуры исследуемой области с температурой окружающей среды, равной T_0 . В таком случае временную координату можно не учитывать.

Начальными пластическими деформациями будут пластические деформации, определяемые формулой (5.16), которые появились при условии, когда

$$\sigma^{(t)} \geq \sigma_T^{(t)} \quad (5.17)$$

При дальнейшем остывании по достижении условия

$$\sigma_T^{(t)} \leq \sigma^{(t)} \leq \sigma_T \quad (5.18)$$

в сварной зоне появляются упругопластические деформации.

При выполнении условия

$$\sigma^{(t)} \leq \sigma_T \quad (5.19)$$

в околошовной зоне сварного шва будут присутствовать только упругие деформации.

Характер распределения собственных деформаций в продольном сварном шве обечайки исследуемого сосуда высокого давления представлен на рис. 5.10. Значения всех напряжений приведены к модулям упругости, соответствующим температурным интервалам.

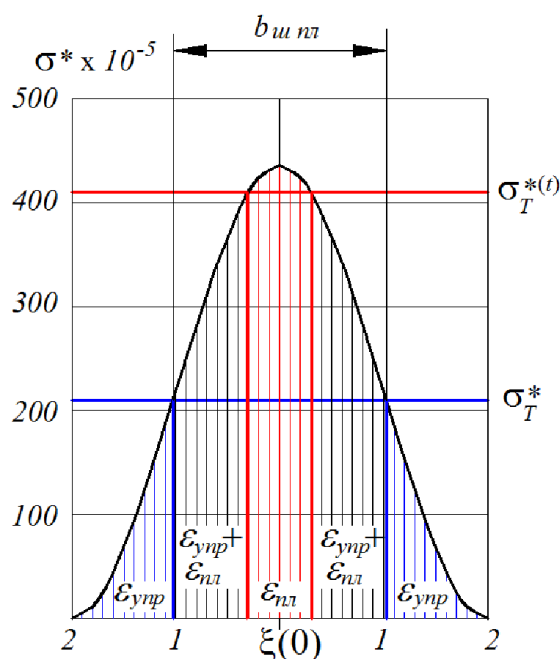


Рис. 5.10. Характер распределения собственных деформаций в поперечном сечении продольного шва обечайки натурной сварной конструкции подпиточного бака

Остаточное напряженно-деформированное состояние формируется в узкой полоске сварного шва, которое в процессе эксплуатации изделия будет меняться за счет релаксации напряжений и некоторого их перераспределения. В таких случаях технологические напряжения не являются самоуравновешенными. Скорости релаксаций напряжений в

отдельных точках сварного соединения различны и зависят как от величины напряжений, так и от структуры металла, связанной с фазовыми превращениями термической зоны. Все это приводит к размерной нестабильности и в некоторых случаях к локальной потере несущей способности, проявляющейся в образовании трещин.

Способы снижения уровней остаточных напряжений хорошо известны и заключаются в термической обработке сварных соединений.

Более неприятным фактором, влияющим на размерную стабильность и деформативность всей конструкции, являются перемещения, образующие вследствие действия усадочной силы [124]. Различают временные и остаточные перемещения, которые по уровню и характеру распределения разнообразны в продольных и кольцевых сварных швах оболочечных конструкций.

Временные перемещения возникают непосредственно в процессе сварки и во многом зависят от приспособлений и оснастки. Так, например, в кольцевых швах оболочечных конструкций возникают радиальные перемещения. В случае тонкой оболочки они достаточно существенны и могут быть снижены за счет применения жесткого подкладного кольца – подложки, либо применением приспособления для прижатия кромок соединения роликами, перекатывающими впереди сварочной горелки. В случае толстостенной оболочки радиальные перемещения незначительны.

Временные перемещения возникают в поперечном сечении сварного шва. Они негативно влияют на сварочный зазор в стыковом соединении элементов, который по причинам технологического характера во многих случаях достаточно неравномерен.

Высокотемпературный процесс сварки вызывает местное удлинение (расширение) соединяющихся частей конструкции и приводит к перекрыванию зазора в отдельных местах контура соединения, которое в свою очередь фиксируется сварочным швом и после полного остывания

переходит в остаточное перемещение. Это вызывает радиальные и продольные изломы геометрической формы конструкции.

Рассмотрим перемещения кромок стыкового соединения при сварке продольного шва обечайки. Расчетная схема к определению продольных и поперечных перемещений приведена рис. 5.11. В общем виде изгиб кромок сварного соединения приводит к раскрытию зазора. Однако, с учетом применения приспособления для местной фиксации и закрепления торцев обечайки, этот зазор будет сначала раскрываться, затем напротив - сужаться. Перемещения, вызываемые остыванием сварного шва, приводит к сближению кромок и к их повороту. Сочетание этих видов перемещений вызывает самые разнообразные изменения зазора в процессе сварки.

В литературе [124] такие перемещения определяются по формулам

$$\Delta = \frac{\alpha q F_{\Delta}}{\pi c \rho h v_c}; \quad (5.20)$$

$$\theta = \frac{\alpha q F_{\theta}}{2\pi \lambda c}, \quad (5.21)$$

где α - коэффициент линейного расширения без учета структурных превращений; q - эффективная тепловая мощность дуги; v_c - скорость перемещения дуги; $c\rho$ - объемная теплоемкость (табл. 5.1); F_{Δ} , F_{θ} - безразмерные функции, определяемые по номограммам литературы [124].

Продольное укорочение определяется формулой

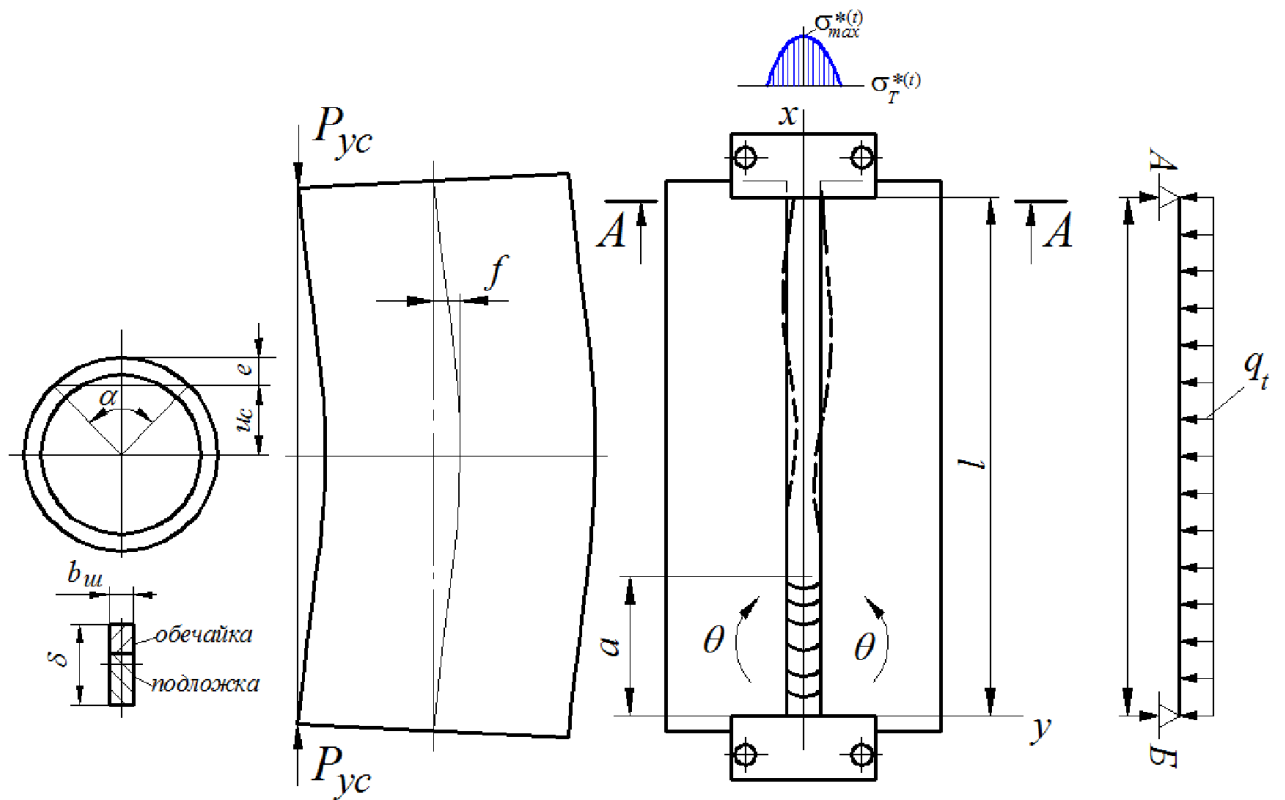
$$\Delta_{np} = \frac{P_{yc} l}{EF}, \quad (5.22)$$

где P_{yc} – усадочная сила.

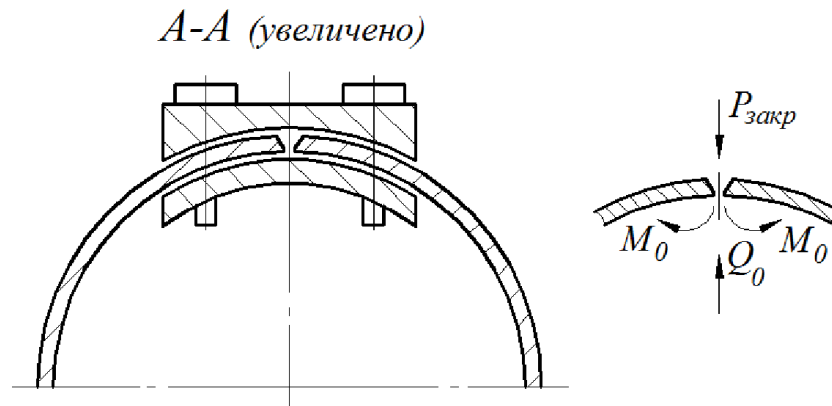
Стрела прогиба вычисляется из условия изгиба балки при известных усадочной силе и моменте инерции I кольцевого сечения оболочки по формуле

$$f = \frac{P_{yc} e l^2}{8EI} = \frac{M l^2}{8EI}, \quad (5.23)$$

где M – момент усадочной силы относительно центра тяжести поперечного сечения, $M = P_{yc} e$.



а - к расчету перемещений в продольном шве обечайки



б - к расчету перемещений в кольцевом шве обечайки

Рис. 5.11. Расчетная схема для определения перемещений в сварных швах обечайки

Поскольку усадочная сила возникает вследствие расширения (сжатия) некоторой рассматриваемой области тела от действия температурного поля, то она эквивалентна максимальному значению температуры в этой области. Справедливой будет запись

$$P_{yc} = \alpha E T F_{yc} = \sigma_{max}^{*(t)} F_{yc},$$

где F – площадь усадочной области, определяемая как: $F_{yc} = b_{un} l$; при этом $\sigma_{max}^{*(t)}$ – известная величина, табл. 5.4, b_{un} определяется из графика 5.10.

Окончательно имеем

$$P_{yc} = \alpha E T F_{yc} = \sigma_{max}^{*(t)} E b_{un} l. \quad (5.24)$$

Осевой момент инерции в сечении определяется выражением

$$I = \frac{b_{un} \delta^3}{12}. \quad (5.25)$$

С учетом (5.24) и (5.25) для расчета стрелы прогиба продольного шва окончательно принимаем формулу

$$f = \frac{3}{2} \frac{\sigma_{max}^{*(t)} e l^3}{\delta^3} k, \quad e = R - u_c; \quad (5.26)$$

$$u_c = \frac{4}{3} h \sin \frac{\alpha}{2} \frac{180}{\pi \alpha}$$

где k – коэффициент, учитывающий соотношение коэффициентов расширения металла обечайки и подложки, $k = \alpha_{об} / \alpha_{подл}$. Как правило, подложка выполняется из меди, у которой коэффициент расширения намного больше свариваемого материала, табл. 5.1. Поэтому вследствие большей теплоотдачи подложки и наличия в ней термического сопротивления, стрела прогиба будет меньше.

В случае выполнения короткого продольного шва (короткая обечайка) прогиб f_1 может быть вычислен приблизительно по формуле, взятой из курса сопротивления материала [164]

$$f_1 = \frac{5}{384} \frac{q_l l^4}{EI}, \quad (5.27)$$

где q_l – интенсивность погонной температурной нагрузки $q_l = \sigma_{max}^{*(t)} \cdot E l$.

Окончательно имеем

$$f_1 = \frac{5}{32} \frac{\sigma_{max}^{*(t)} l^5}{b_{un} \delta^3}. \quad (5.28)$$

Для определения перемещений при сварке кольцевых швов в исследуемой натурной конструкции подпиточного бака используем уравнение из литературы [158]

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{Eh}{R^2} w = Z, \quad (5.29)$$

где Z – температурное усилие, действующее вдоль шва. Следуя логике литературы [158] введем обозначения

$$\beta^4 = \frac{Eh}{4R^2 D} = \frac{3(1-\nu^2)}{R^2 h^2}; \quad Z = \frac{h}{R} \alpha E \Delta T; \quad w = y.$$

Перепишем для нашего случая уравнение (5.29) в следующем виде

$$\frac{h^3 E}{12(1-\nu^2)} \frac{d^4 y}{dx^4} + \frac{Eh}{R^2} y - \frac{\alpha Eh}{R} (t_{nl} - t_0) = 0. \quad (5.30)$$

Здесь t_0 - начальная температура; t_{nl} - температура пластичности.

Общим интегралом уравнения (5.29) будет

$$w_T = e^{\beta x} (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x) + e^{-\beta x} (c_3 \cos \beta x + c_4 \sin \beta x), \quad (5.40)$$

где w_T - радиальные перемещения, образованные температурными перемещениями и перемещениями от внутренних усилий M_0 и Q_0 , рис. 5.11-б, c_1, c_2, c_3, c_4 – постоянные интегрирования.

Вследствие того, что длина продольного бака, на котором происходит неравномерное изменение температуры, больше длины волны краевого эффекта, в выражении (5.40) постоянные c_1, c_2 можно принять равными нулю. Тогда прогиб в поперечном сечении бака определяется выражением

$$w_T = e^{-\beta x} (c_3 \cos \beta x + c_4 \sin \beta x). \quad (5.41)$$

Принимая $x = a$, запишем решение уравнения (18) в виде

$$w_T = \alpha R t_{nl} - \frac{e^{-\beta a}}{2\beta^3} [Q_0 \cos \beta a - \beta M_0 (\cos \beta a - \sin \beta a)]. \quad (5.42)$$

Здесь a – расстояние от днища до сварного шва, рис. 5.7.

Неизвестный момент M_0 выразим через поперечную Q_0 силу и погонную разность температур $(t_2 - t_1) / a$

$$M_0 = \frac{1}{2\beta} Q_0 + \beta D \alpha R \frac{t_2 - t_1}{a}, \quad (5.43)$$

где D – изгибная жесткость оболочки; t_2 - температура в сварной ванне; t_1 - температура на торце днища.

Неизвестную поперечную силу Q_0 определяем как реакцию опоры, вызванную силой закрепления в приспособлении, из равенства $Q_0 = P_{закр.}$ рис. 5.11.

§5.3. Некоторые соотношения параметров режимов сварки с температурной зависимостью протекающего теплового нагрева

В сварочном производстве для назначения режимов сварки специалисты используют такое понятие, как эффективная тепловая мощность дуги (источника), которая выражается через погонную энергию – количества теплоты, введенного на единицу длины однопроходного шва или валика.

Полную тепловую мощность сварочной дуги приближенно считают равной эквиваленту ее электрической мощности [166]

$$Q = 0,24 U_d I, \quad (5.44)$$

где U_d - падение напряжения на дуге; I – величина сварочного тока; Q - тепловой эквивалент электрической мощности сварочной дуги.

Погонная энергия определяется формулой

$$q_H = 0,24 U_d I \eta_H, \quad (5.44^*)$$

где η_H – эффективный КПД процесса нагрева металла сварочной дугой.

Погонная удельная энергия сварки выражается соотношением

$$q = \frac{q_H}{v_c s}, \quad (5.45)$$

где v_c – скорость савки, см/с; s – расчетная толщина свариваемого элемента, см.

Принимая равными в процессе сварки погонную удельную энергию сварки (5.45) и интенсивность погонной температурной нагрузки q_t , получим

$$q = q_t = \frac{q_H}{v_c s}. \quad (5.46)$$

Здесь q_t может быть выражена через приведенную величину максимальных температурных напряжений $q_t = \sigma_{max}^{*(t)} \cdot l$; $\sigma_{max}^{*(t)}$ - известная величина,

определяемая в зависимости от вида теплового нагружения (осевое, кольцевое) из разработанных расчетных моделей §3.7.

С учетом последнего имеем

$$\frac{0,24U_{д}I\eta_{II}}{\nu_c s} = AkE\alpha T_{\max} l. \quad (5.47)$$

Здесь A – коэффициент, учитывающий особенности сварочного процесса, определяется экспериментально; коэффициент k учитывает вид сварочного шва. Для продольного шва

$$k = \frac{1}{8a}; \quad a = \sqrt[4]{(1-\nu^2) \frac{3R^2}{4h^2}}.$$

Для кольцевого шва

$$k = \frac{1}{2(1-\nu)}.$$

Таким образом, задаваясь температурными режимами предложенных расчетных моделей §3.7, можно корректировать параметры сварочного процесса, и наоборот, назначая параметры сварки по рекомендуемым нормам [81] можно предварительно оценивать уровень максимальных температурных напряжений и перемещений в сварной области. Отсюда появляются возможности управления термонапряженными состояниями элементов ответственных конструкций.

Заключение по главе V

1. Проведено теоретическое исследование термонапряженного состояния сварных конструкций энергетического машиностроения. Показано, что максимальные уровни температурных напряжений, возникающих в термической зоне сварного шва, при одинаковом температурном режиме зависят от теплофизических свойств материала.

2. Определены температурные напряжения в продольном и кольцевом швах обечайки натурной конструкции алюминиевого

подпиточного бака. За основу расчетов приняты ранее разработанные адекватные модели главы III.

3. Показано, что уровни температурных напряжений в обоих случаях зависят от температурного режима сварной ванны, т.е. от режимов сварки. Причем уровень осевых температурных напряжений выше кольцевых примерно в 1,4 раза.

4. Определены деформации и перемещения в сварных зонах. Показано, что упругопластические и пластические деформации, обусловленные действием неоднородного высокотемпературного поля в процессе сварки, сконцентрированы в узкой полосе сварного шва, которые после остывания конструкции переходят в остаточные деформации.

5. Из равенства величины усадочной силы и температурного усилия получена формула для определения продольных и кольцевых прогибов при сварке продольных и кольцевых швов натурной конструкции с учетом условий закрепления оболочки на торце.

6. Приведены соотношения между эффективной тепловой мощностью дуги источника и температурными усилиями, обусловленными высокоградиентными температурными полями, позволяющие выявить зависимость между параметрами сварки (скорость сварки, величины сварочного тока и падения напряжения на дуге) и максимальными уровнями температурных напряжений.

Отсюда появляются возможности оптимизации технологического процесса сварки и получения сварной конструкции с минимальным уровнем остаточного напряженного состояния.

ГЛАВА VI. ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕРМОНАПРЯЖЕННЫХ СОСТОЯНИЙ СОЧЛЕНЕННЫХ ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ В ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО МАШИНОСТРОЕНИЯ

§6.1. Постановка оптимизационной задачи.

Общие подходы к ее решению

Во многих случаях с целью удовлетворения требований прочностной надежности и экономической целесообразности изделий в проектных разработках сложных технических систем используются решения задачи оптимизации элементов конструкций. Такой подход включает классические методы оптимизации [48], построенные на:

- задаче анализа (определении способа, согласно которому при заданных геометрических параметрах элемента конструкции находятся его механические характеристики);
- выборе функционала качества (критерия, согласно которому одна совокупность геометрических параметров сравнивается с другой);
- выборе области варьирования геометрических параметров.

Отличительной особенностью оптимизационной задачи в данной работе является то обстоятельство, что на основе проведенного анализа теплового воздействия, адаптированного к реальным условиям технологических процессов изготовления деталей энергетического машиностроения, мы оптимизируем термонапряженные состояния элементов конструкций в двух направлениях. В первом случае оптимизация проводится для некоторой последовательности геометрических признаков самой конструкции, к которым отнесены форма поверхности оболочки, соотношения характерных размеров и пространственное расположение сочлененных элементов. Во втором – рассматриваются вопросы оптимизации параметров теплового воздействия с учетом граничных условий.

Следует отметить, что вопросам оптимизации термонапряженного состояния оболочечных конструкций посвящены работы Э.И.Григолюка, Я.С.Подстригача, Я.И.Бурака, Л.П.Бесединой, Б.Л. Боженко, Ю.Д.Зозуляком, Й.В.Огирком, Н.Н.Тимошенко и многих других авторов. Решение такого класса задач проводилось методами вариационного исчисления. Предложенные математические модели, как правило, включали механизмы поиска определения оптимальных температурных полей и оптимизации по напряжениям *условий нагрева* тонких оболочек с целью понижения уровня температурных напряжений. Для таких технологических процессов, как сварка, такой подход является не совсем корректным, так как сплавление свариваемых материалов осуществляется при известных значениях их температуры плавления. Более высокая температура вызывает кипение расплава сварной ванны, что приводит к образованию технологических дефектов сварки. Таким образом, условия нагрева определены однозначно. Задачей оптимизации термонапряженных состояний в данном случае является разработка адекватных моделей, включающих механизмы регулирования условий нагрева и охлаждения зоны технологического влияния.

Изложим концепцию задачи оптимизации, основанную на взаимосвязи совокупных конструктивных, технологических принципов и подходов, которые направлены на понимание конкретной проблемы, определяя методы и способы ее решения.

Проектные разработки ответственных конструкций энергетического машиностроения регламентированы правилами устройства и их безопасной эксплуатации. В основе этих нормативных документов лежат методики определения прочности конструкций по допускаемым напряжениям и предельным состояниям. Так, например, в реакторостроении формализация условий предельного состояния конструкции включает изучение превалирующих факторов влияния, к которым отнесены: изменяемость нагрузки, недостаточная стабильность свойств материалов, условия и

заданный эксплуатационный период работы реактора [98]. Такая точка зрения определяет конструктивную необходимость в выборе конструктивной формы и материалов, обеспечения взаимозаменяемости в монтаже и ремонтпригодности элементов конструкций.

Все вышеперечисленные факторы неизбежно приводят к решению технологических вопросов заготовительного, металлообрабатывающего производств, монтажа и пуска в эксплуатацию. Разработка оптимальных конструкций на основе сочетания конструктивной и технологической необходимостей с наименьшим расходом материала и максимальным снижением трудоемкости изготовления и монтажа, является неотъемлемой частью оптимального проектирования энергетических аппаратов.

Как было отмечено раньше, во многих случаях при разработке типовых установок ресурсы оптимального проектирования исчерпаны. Поэтому первостепенное значение приобретают технологии изготовления элементов конструкций с наименьшим остаточным термонапряженным состоянием, что в свою очередь требует разработку научно обоснованных эффективных мероприятий, минимизирующих появление в конструкции локальных упругопластических деформаций. Количественная и качественная оценка термонапряженного состояния конструктивной формы в процессе ее изготовления заключается в развитии моделей и методов определения температурных напряжений и сравнении их уровня с эталонным значением, принятым в качестве критерия термоупругого состояния конструкции в целом.

С математической точки зрения формализация многих конкретных задач допускает естественную вариационную постановку, которая сводится к отысканию экстремума некоторого функционала, т.е. решению экстремальной задачи. К примеру, из решения вариационной задачи на локальное термонапряжение цилиндрической оболочки получены экстремали температурных полей и соответствующие им термонапряженные состояния. Соблюдение условий минимума функционала упругой энергии оболочки, удовлетворяющих полной системе уравнений (3.8÷3.10), (3.14), (3.15)

позволяет принимать данные значения в качестве предельных для упругого состояния оболочки. Однако такой подход применим не во всех случаях.

Остановим свое внимание на выборе материала конструкции, свойства которого должны удовлетворять основным требованиям прочностной надежности и долговечности энергетических объектов, работающих в условиях высоких температур и давлений. Сочетание необходимых конструктивных свойств с технологическими ограничивает номенклатуру существующих традиционных материалов. В рамках таких ограничений не целесообразно принимать физико-механические свойства материала в качестве целевой функции. Вариационные принципы в этом случае не применимы, поскольку такие функции не имеют малых вариаций.

Проведенные теоретические исследования термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций, обусловленных термическим нагружением в технологических процессах энергетического машиностроения, позволили выделить область превалирующих факторов влияния на возникающие уровни температурных напряжений. В их числе: теплофизические и механические свойства материала, характерные геометрические параметры конструкции и режимы теплового воздействия. Первые два фактора являются существенными признаками самой конструкции, оптимизация которой состоит в оптимальном проектировании объекта. Третий фактор это фактор действия, оптимизация которого заключается в выборе параметров влияния на протекающие теплофизические процессы.

Разнохарактерность этих особенностей должна отражаться в системе критериев качества, на основе которой могут быть разработаны алгоритмы оптимизации и возможные методы оптимального управления. Эти вопросы неоднократно освещались в литературе [105, 108 ÷ 113, 115, 117]. Наличие признаков условной и безусловной оптимизации не позволяют использовать ее стандартные методы.

Кроме этого, задача выбора оптимальных параметров может быть поставлена как задача математического программирования. Поясним это на примере задачи оптимизации протекающих неоднородных высокоградиентных температурных процессов, влияющих на термонапряженное состояние исследуемого объекта, отличительным признаком которого является конструктивная оболочечная форма.

В рассмотрении такого вопроса оценочными параметрами в оптимизации термонапряженных состояний элементов конструкции являются характерные размеры цилиндрической оболочки и распределение температурного поля на ее поверхности.

Первая характеристика может быть отнесена к пассивной форме оптимизационной задачи, поскольку она выбирается конструктором в процессе разработки изделия в зависимости от конструктивного и функционального назначения. Вторая характеристика является активной составляющей, как самой задачи, так и возможного закона управления или управляющей последовательности воздействий, обеспечивающих максимум (минимум) заданной (либо прогнозируемой) совокупности критериев качества системы.

Отсюда вытекает необходимость выбора критерия качества системы (ККС). В общем случае ККС (обозначим его K) будет состоять из суммы набора целевых функций (f_k). С математической точки зрения формализация выше изложенного может соответствовать выражению

$$K = \sum_{k=1}^n f_k, \quad k = 1, 2, 3, \dots, m. \quad (6.1)$$

В качестве активной целевой функции целесообразно принимать температурные напряжения, сопоставимые с пределом текучести материала σ_T , т.к. согласно техническим требованиям, предъявляемым к энергетическим объектам, переходные процессы (от упругого состояния в упругопластическое) в ответственных конструкциях должны быть

исключены. Условием обеспечения термоупругости будет строгое неравенство

$$\sigma^{(t)}_{max} < \sigma_T. \quad (6.2)$$

В качестве пассивной целевой функции выступает функция характерного размера оболочки – $g(h/R)$. Оптимизационной функцией будет величина $\chi(f_1, f_2, \dots, f_n)$, удовлетворяющая минимальному весу конструкции, которая в свою очередь зависит от технологических факторов процесса изготовления конструкции (выбор заготовки, методов ее обработки и т.д.) и должна удовлетворять при минимальном весе условию прочности. Налицо набор линейно независимых между собой параметров. Математическая формулировка этого может быть выражена системой равенств и неравенств

$$\begin{aligned} g(h/R) &= k_1 \chi(G_{min}); \\ G_{min} &= k_2 f(x_1, x_2, \dots, x_n); \\ \sigma_T &> k_3 \chi(G_{min}) \leq \Sigma \sigma_p. \end{aligned} \quad (6.3)$$

Здесь G_{min} – минимальный вес конструкции; k_1, k_2, k_3 – коэффициенты сопоставления принятых величин; $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – функция влияния технологических и др. факторов; σ_p – компоненты полного напряжения элемента конструкции.

Оптимизационная задача усложняется. Ее решением может служить метод последовательных приближений (симплекс-метод), включающий решение обратной задачи. Сначала из условия (6.1) определяются максимальные температурные напряжения, соответствующие упругой стадии работы конструкции ($\sigma^{(t)}_{max}$), затем находится допустимый уровень температурного экстремума [$t_{экстр}$]. И только после этого, на основе разработанных математических моделей (гл. III) определяются температурные экстремали для последовательности соотношения характерных размеров оболочки h/R , которые обеспечивают ее термоупругое состояние. Причем, интервал допустимых значений в случае

решения строгих неравенств может быть сужен, а в случаях решения равенств, напротив, расширен.

Формализация такой задачи построена на вариационном методе и сведена к задаче минимизации с ограничениями, когда

$$\inf J(v), v \in K, \quad (6.4)$$

где $J(v)$ – квадратичный функционал; K – замкнутое выпуклое множество из \mathbf{R}^N .

В качестве алгоритмов оптимизации данной задачи могут быть приняты методы поточечного проектирования и градиента с проекцией [42]. Метод поточечного проектирования P_K заключается в начальном приближении $u^0 \in K$ и переходе от него к последующим u^n , когда

$$u^{n+1} = P_K [u^n - \rho_n J'(u^n)]. \quad (6.5)$$

Для квадратичного функционала подбираются такие числа ρ_0 и ρ_1 , что при выполнении ограничений

$$0 < \rho_0 \leq \rho_n \leq \rho_1 \quad (6.6)$$

алгоритм (6.5) сходится к решению задачи (6.3).

Метод градиента основан на построении проекции вектора, заданного ограниченным множеством K , определенных конечным числом линейных ограничений

$$K = \{v \mid G_j(v) = 0, \quad 1 \leq j \leq l, \quad G_k(v) \leq 0, \quad l+1 \leq k \leq m\}, \quad (6.7)$$

и, что для любой точки $v \in K$ векторы

$$G_j'(v), j \in I(v), I(v) = \{j \mid 1 \leq j \leq m, G_j(v) = 0\}$$

линейно независимы.

Проекция полупрямой на K , исходящей из точки v и направленной по вектору $-J'(v)$, будет состоять из множества точек w , что

$$w = P_K (v - \rho J'(v)), \quad \rho \geq 0$$

представляет собой ломаную линию, первый сегмент которой обозначается $[v, v^+]$.

Алгоритм оптимизации в таком методе заключается в следующем. Имея вычисленное значение $u^n \in K$, определяем u^{n+1} по формуле

$$J(u^{n+1}) \leq J(v), \quad \forall v \in [u^n, (u^{n+1})^+].$$

Направление $[v, v^+]$ получается с использованием оператора проектирования на некоторую гиперплоскость (линейное многообразие), определяемую формулой [42]

$$S = \{v \mid A v = b\}.$$

Проекция некоторого вектора a на S получается с матрицы A^* - транспонированной к A , что соответствует записи

$$P_S(a) = [I - A^*(A A^*)^{-1} A] + A^*(A A^*)^{-1} b.$$

Метод сходится в предположении о строгой выпуклости функционала J и принадлежности его к классу C^1 [42].

Приведенные примеры алгоритмов оптимизации могут быть взяты в качестве обобщенной модели в задачах оптимизации и методов управления термонапряженными состояниями ответственных конструкций энергетического машиностроения. Они являются сутью математического программирования в создании программных средств для моделирования технологических процессов изготовления конструкции в целом.

Рассмотрим конкретные примеры задач оптимизации высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций в технологических процессах энергетического машиностроения. Покажем качественное изменение НДС конструкции в зависимости от выбора переменных параметров. К таким параметрам отнесем теплофизические и механические свойства материала, геометрическую форму оболочки и условия термического нагружения. Задачей оптимизации является построение оптимизационных моделей для выбора оптимальной конструктивной формы и оптимальных параметров технологических процессов изготовления.

§6.2. Оптимизационная модель конструктивной формы, сочлененной двумя пересекающимися цилиндрами

В энергетическом машиностроении практически во всех конструкциях оболочечного типа, к которым относятся сосуды высокого давления, резервуары, цистерны и т.д., имеются сварные соединения штуцеров, патрубков, горловин, элементов крепления и т.д. Периметр таких соединений «в плане» имеет различную геометрическую форму и изменяется от круга до эллипса, либо до любой другой кривой второго порядка. Определение оптимального положения ввариваемого элемента, обладающего достаточным термоупругим ресурсом весьма важная задача для проектировщика.

Рассмотрим задачу на оптимальное сопряжение двух взаимно пересекающихся цилиндрических оболочек вращения. При заданных осесимметричных локальных нагрузках из совокупности форм оболочек, удовлетворяющих принятым ограничениям, отыскиваем ту, для которой сохраняются термоупругие свойства при максимальном температурном воздействии.

Условия задачи формулируются следующим образом. Пусть свободная изотропная тонкая цилиндрическая оболочка $S_1(R)$ (назовем ее несущей) с характерными параметрами: $A = 1$, $R_1 \rightarrow \infty$, $B = R_2 = R$, $k_1 = 0$, $k_2 = 1/R$, $2h \ll R$ (рис. 3.2, гл. III) сопряжена с тонким цилиндром $S_2(r)$ и тонкий цилиндр, радиусом r , пересекает исходную цилиндрическую оболочку под углом φ к ее внешней нормали n в точке O , причем $R \gg r$. И пусть это сопряжение подвергнуто локальному нагреву, максимальная температура которого достигает значения T_1 . Краевые условия формулируются граничными условиями третьего рода, когда в обоих цилиндрических оболочках справедливы соотношения

$$\frac{\partial t^{1,2}}{\partial \gamma} = 0; T^{1,2}_{(+h)} = T^{1,2}_{(-h)} = \text{const.}$$

Здесь индексы 1,2 относятся к цилиндрическим оболочкам несущей и сопряженной соответственно, причем радиус несущей оболочки много больше радиуса сопряженной.

Требуется определить максимальное допустимое эквивалентное напряжение термоупругого состояния конструкции, возникающее в периметре пересечения двух оболочечных элементов от действия температурного фактора.

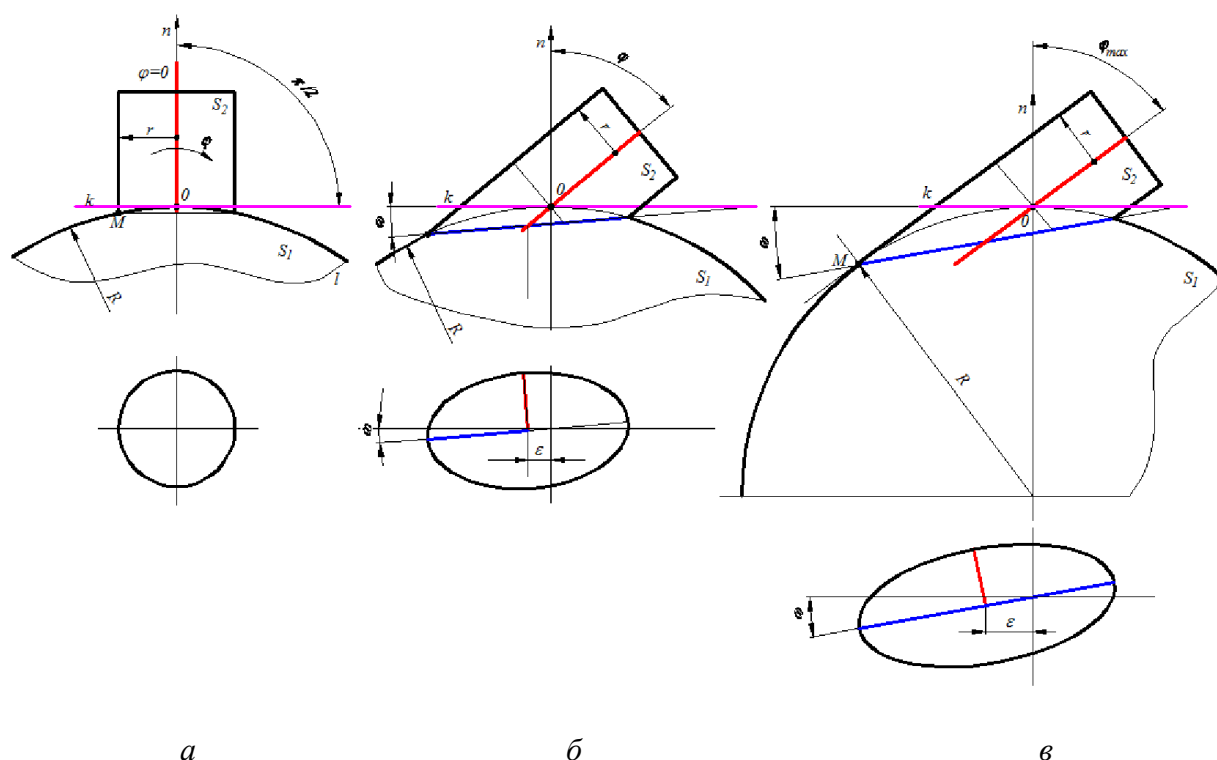


Рис.6.1. Взаимное расположение двух пересекающихся тонких цилиндрических оболочек вращения: а – угол $\varphi = 0$; б – угол $0 < \varphi < \varphi_{\max}$ – занимает промежуточное положение; в – угол $\varphi = \varphi_{\max}$ в точке касания образующих оболочек

Рассматриваются варианты, когда тонкий цилиндр может занимать свое положение путем поворота против часовой стрелки своей продольной оси в точке O . Такая иллюстративная картина представлена на рис. 6.1.

Запишем условие пересечения срединных поверхностей двух тонких цилиндрических оболочек вращения. Пусть S_1 выделенная область исходной оболочки, а S_2 – выделенная область сопряженной к ней цилиндра, тогда S_2 пересекает S_1 по контуру кривой m

$$S_2 \cap S_1 = m; \quad M \in m; \quad M \in S_1; \quad M \in S_2.$$

Приведем задачу к некоторой задаче вариационного исчисления. Это позволит при надлежащих предположениях, что задача поставлена корректно, создать основу для построения конструктивного приближенного метода решения.

В качестве оценочного критерия оптимальности принимаем условие минимума функционала упругой энергии оболочки. Соответствующая вариационная задача формулируется следующим образом. Найти экстремум функционала упругой энергии оболочки на множестве функций перемещений u , v , w и температурных усилия и момента, которые удовлетворяют системе уравнений, условиям закрепления торцевых сечений и некоторым дополнительным условиям связи.

Отметим, что контуром пересечения двух этих элементов будет кривая второго порядка (m), проекцией которой в сечении А–А является эллипс (m'). Его большая ось ($2b$) определяется положением малого угла ω , зависящего от угла наклона оси малого цилиндра (φ) в пересечении с несущей оболочкой, рис. 6.2. Угол ω определяется из преобразования координат точки M при повороте осей и переходе от исходной системы координат $\xi_1 0 \xi_2$ к новой $\zeta_1 0 \zeta_2$ соотношением

$$\xi_1 = \zeta_1 \cos \omega - \zeta_2 \sin \omega; \quad \xi_2 = \zeta_1 \sin \omega + \zeta_2 \cos \omega.$$

Здесь положение точки M определено однозначно: $M(\xi_1, \xi_2) = M(\eta_1, \eta_2)$, угол φ известен. Откуда определяем угол θ

$$\theta = \pi/2 - (\varphi + \omega). \quad (6.8)$$

Таким, образом, задачу на определение температурных напряжений в сопряжении двух взаимно пересекающихся цилиндрических оболочек вращения можно свести к разработанной математической модели исследования термонапряженного состояния цилиндрической оболочки в условиях действия переменного температурного поля в наклонной плоскости (плоская задача оболочки). Эта задача подробно рассмотрена в параграфе §3.6.

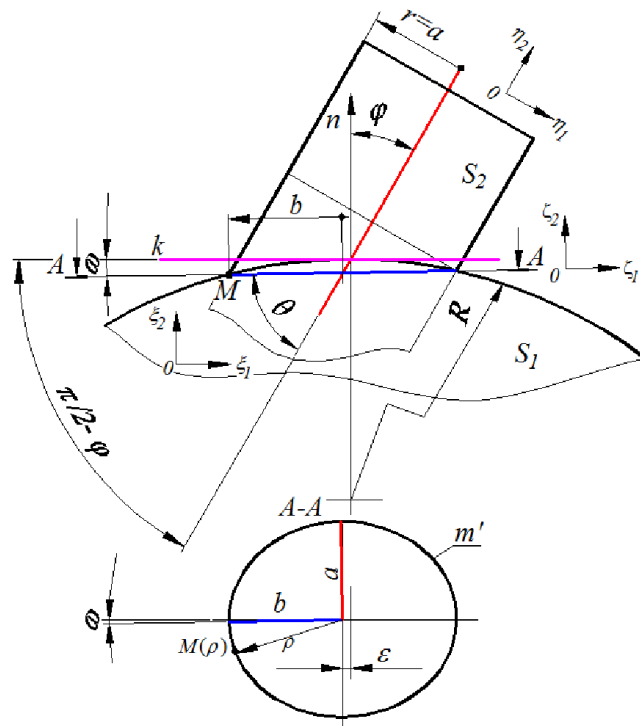


Рис.6.2. Сопряжение двух взаимно пересекающихся цилиндрических оболочек вращения

Ее решением является выражение (3.62)

$$T_1 = T_0 A; \quad A = \left(\frac{\sqrt{\cos^2 t + \sin^2 t \cos^2 \varphi}}{\cos \varphi} \right) \frac{\cos \beta - \cos \beta_1}{1 + \cos \beta_1}. \quad (6.9)$$

Приведенные графические зависимости единичных температурных экстремалей для различных угловых положений показывают (рис. 3.13), что с увеличением угла наклона θ увеличивается значение максимальной температуры, при которой сохраняется термоупругое состояние оболочки. Следовательно, такое положение обеспечивает конструкции наибольший термоупругий ресурс.

Решая обратную задачу и принимая полученные температурные экстремали в качестве предельных уровней для переходных процессов из упругого состояния в упругопластическое, определяем в контуре пересечения двух тонких цилиндрических оболочек максимально допустимое эквивалентное напряжение по формуле

$$\sigma_{\max} = \frac{E \alpha T_{\max}}{2(1-\nu)}, \quad (6.10)$$

где T_{\max} соответствует выражению (6.9).

При ортогональном пересечении осей двух цилиндрических оболочек, когда $\varphi = 0$, $\omega = 0$, $\theta = \pi/2$, проекцией их пересечения будет окружность, обладающая наименьшим термоупругим ресурсом, рис. 6.1-а. При прочих равных условиях конструкция с угловым расположением сопряженного элемента будет более предпочтительной. Изменение угла наклона осуществляется в интервале $0 < \varphi \leq \varphi_{\max}$. В точке касания образующих оболочек S_1 и S_2 угол φ достигает своего максимального значения. Положение этой точки зависит от соотношения радиусов r/R .

В соответствие с этим допустимое эквивалентное напряжение есть функция нескольких переменных и справедливо

$$\sigma_{\max} = kf(T_{\max}, r/R, \varphi),$$

где k характеризует механические и теплофизические свойства материала.

В случае пересечения двух равных цилиндров, когда $r = R$, имеет место теорема Монжа. Выражение (6.9) является точным аналитическим решением задачи.

Отсюда появляются возможности оптимизации и управления термонапряженным состоянием оболочечной конструкции в целом.

Применимость предложенного метода и оценка погрешности приближенного решения рассматривается в следующем параграфе.

§6.3. Оценка точности приближенного решения задачи оптимизации конструктивной формы

Все приведенные выше доводы и полученное решение основаны на замене пространственной задачи плоской температурной задачей, когда полученные экстремали температуры определены для плоской кривой пересечения двух цилиндров, имеющей в рассматриваемом сечении форму эллипса (принятая форма).

В действительности же, форма натурной кривой в плане не является эллипсом и имеет отклонение от принятой формы. Обозначим натурную и модельную кривую пересечения двух цилиндрических тел, как m и m' соответственно. Координатное положение характерных точек, которым соответствует температурный максимум, зависит от угла наклона сочлененного элемента и соотношения радиусов двух пересекающихся цилиндрических оболочек.

В качестве оценочного параметра точности полученного решения принимаем функцию контурного отклонения двух кривых, определяемая разностью координат совокупных точек, принадлежащих этим кривым. Обозначим эту функцию - Δu . Поскольку предложена плоская задача оболочки, то целесообразно рассматривать кривые m и m' в единой плоскости Г. Зададим кривые m и m' параметрическими уравнениями

$$\begin{aligned} m &= f(t); \\ m' &= f(t'). \end{aligned} \quad (6.11).$$

Тогда функцию контурного отклонения двух кривых можно определить

$$|\Delta u| = \int_l f(t) dl - \int_{l'} f(t_1) dl_1, \quad (6.12)$$

где l и l' - контуры кривых m и m' соответственно.

Оценку точности приближенного решения будем проводить с помощью свойств логарифмического потенциала простого слоя упругой оболочки на основе исследований, приведенных в работе [146].

Покажем, что параметры t и t' зависят от кривизны исходной оболочки, а функция Δu стремится к конечному пределу.

Приведем формулу определения логарифмического потенциала простого слоя упругой оболочки в виде

$$U(x, r) = \int_l g(s') \ln \frac{1}{R} ds'. \quad (6.13)$$

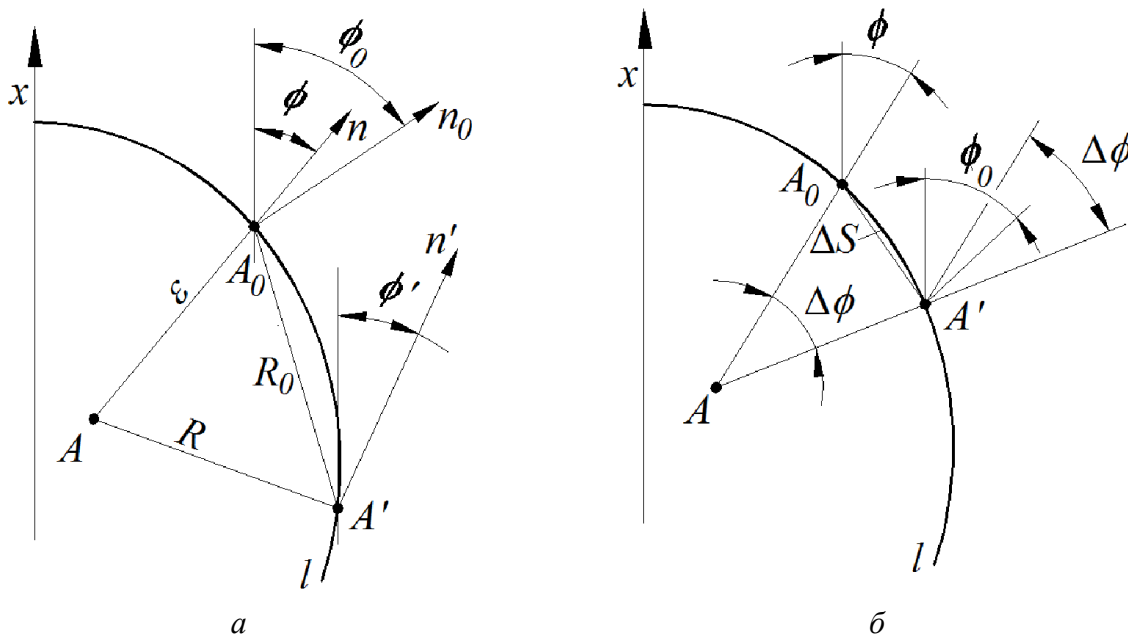
Здесь R – расстояние от точки с координатами x, r до точки контура l с координатами x', r' , определяется соотношением

$$R = \sqrt{(x - x')^2 + (r - r')^2}; \quad (6.14)$$

$g(s)$ – плотность простого слоя, определяемая как функция длины дуги s контура l .

Предположим, что контур l – кусочно-гладкий и обладает ограниченной кривизной на участках гладкости. Считаем, что плотность простого слоя является непрерывной функцией длины дуги s на каждом из участков гладкости контура l .

Выберем на контуре l точку A_0 и рассмотрим поведение логарифмического потенциала в окрестности этой точки, имеющей координаты x_0, r_0 , рис. 6.3-а.



а
Определение расстояния от точки A до любой точки контура l ; n, n_0, n' - нормали точек A, A_0, A' соответственно

б
Определение расстояния между двумя точками через дугу контура

Рис. 6.3. Расчетная схема к исследованию свойств логарифмического потенциала простого слоя упругой оболочки

Через точку $A_0(x_0, r_0)$ проведем внешнюю нормаль n к контуру l . Угол между ее направлением и положительным направлением оси x обозначим через ϕ . Выберем на нормали точку $A(x, r)$, расположенную внутри области

контура l . Тогда расстояние от точки $A(x, r)$ до какой-либо точки $A'(x', r')$ контура l определяется формулой (6.14).

Запишем соотношение производной функции $\ln \frac{1}{R}$ по направлению n в следующем виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial n} \left(\ln \frac{1}{R} \right) &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{R} \right) \cos n(n, x) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\ln \frac{1}{R} \right) \cos n(n, r) = \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{R} \right) \cos \phi + \frac{\partial}{\partial r} \left(\ln \frac{1}{R} \right) \sin \phi. \end{aligned} \quad (6.15)$$

Согласно (6.14) имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\ln \frac{1}{R} \right) &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \ln \left[(x-x')^2 + (r-r')^2 \right] \right\} = \frac{x'-x}{(x-x')^2 + (r-r')^2}; \\ \frac{\partial}{\partial r} \left(\ln \frac{1}{R} \right) &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \ln \left[(x-x')^2 + (r-r')^2 \right] \right\} = \frac{r'-r}{(x-x')^2 + (r-r')^2}. \end{aligned} \quad (6.16)$$

Подставляя (6.16) в (6.15) имеем

$$\frac{\partial}{\partial n} \left(\ln \frac{1}{R} \right) = \frac{(x'-x) \cos \phi + (r'-r) \sin \phi}{(x-x')^2 + (r-r')^2}. \quad (6.17)$$

Пользуясь соотношениями

$$x - x' = R \sin \phi', \quad r' - r = R \cos \phi' \quad (6.18)$$

преобразуем (6.17) к виду

$$\frac{\partial}{\partial n} \left(\ln \frac{1}{R} \right) = \frac{R(\sin \phi \cos \phi' - \cos \phi \sin \phi')}{(x-x')^2 + (r-r')^2}.$$

С учетом (6.14) окончательно имеем

$$\frac{\partial}{\partial n} \left(\ln \frac{1}{R} \right) = \frac{\sin(\phi - \phi')}{R}. \quad (6.19)$$

Обозначим через ε расстояние между точками A и A_0 и рассмотрим предельный случай, когда положение точки A совпадает с положением точки A_0 и $\varepsilon = 0$. В пределе при $\varepsilon \rightarrow 0$ отрезок AA' вырождается в хорду A_0A' , стягивающую точки A_0 и A' контура l . В этом случае с учетом (6.19) имеет место равенство

$$\left[\frac{\partial}{\partial n} \left(\ln \frac{1}{R} \right) \right]_{\varepsilon=0} = \frac{\sin(\phi - \phi_0)}{R_0}, \quad (6.20)$$

где ϕ_0 - угол между направлением внешней нормали n_0 к хорде A_0A' и положительным направлением оси x , а R_0 - длина этой хорды, определяемая выражением

$$R_0 = \sqrt{(x' - x_0)^2 + (r' - r_0)^2}. \quad (6.21)$$

В пределе, когда точка A' приближается к точке A_0 , $R_0 \rightarrow 0$, $\phi_0 \rightarrow 0$. Функция правой части формулы (6.20) стремится к конечному пределу.

Обозначим через Δs длину дуги $A'A_0$ контура l и через $\Delta\phi$ угол между нормальными к контуру l , построенными в точках $\lim_{\Delta h \rightarrow 0} \frac{\Delta s^{(1)}}{\Delta b^{(1)}} A'$ и A_0 (рис 6.3-б).

Пользуясь предельными соотношениями, запишем

$$\lim_{A' \rightarrow A_0} \frac{\phi_0 - \phi}{\Delta\phi} = \frac{1}{2}; \quad \lim_{A' \rightarrow A_0} \frac{R_0}{\Delta s} = 1; \quad \lim_{A' \rightarrow A_0} \frac{\Delta s}{\Delta\phi} = \rho_0, \quad (6.22)$$

где ρ_0 - радиус кривизны контура l в точке A_0 . Тогда при равенстве пределов имеем

$$\begin{aligned} \lim_{A' \rightarrow A_0} \frac{\sin(\phi - \phi_0)}{R_0} &= \lim_{A' \rightarrow A_0} \frac{\sin(\phi - \phi_0)}{\phi - \phi_0} = \lim_{A' \rightarrow A_0} \frac{\phi - \phi_0}{\Delta\phi} = \\ &= \lim_{A' \rightarrow A_0} \frac{\Delta\phi}{\Delta s} = \lim_{A' \rightarrow A_0} \frac{\Delta s}{R_0} = \frac{1}{\rho_0}. \end{aligned} \quad (6.23)$$

Таким образом, когда точка A' сближается с точкой A_0 , производная $\frac{\partial}{\partial n} \left(\ln \frac{1}{R} \right)$, вычисленная при $\varepsilon = 0$, в соответствии с формулами (6.20) и (6.23) остается ограниченной.

Исследуем теперь поведение разности величины $\delta(\varepsilon)$ при $\varepsilon > 0$ и $\varepsilon = 0$. Справедливым в таком случае будет соотношение

$$\delta(\varepsilon) = \frac{\partial}{\partial n} \left(\ln \frac{1}{R} \right) - \left[\frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{R} \right) \right]_{\varepsilon=0}. \quad (6.29)$$

Согласно (6.20) и (6.21) выражение (6.24) можно преобразовать к следующему виду

$$\delta(\varepsilon) = \frac{\sin(\phi - \phi')}{R} = \frac{\sin(\phi - \phi_0)}{R_0}. \quad (6.25)$$

В том случае, когда $\varepsilon \rightarrow 0$, $R_0 \neq 0$, отрезок AA' вырождается в хорду A_0A' и в соответствие с этим

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \delta(\varepsilon) = 0 \text{ при } R_0 \neq 0.$$

В случае, когда $R_0 = 0$ отрезок AA' вырождается в отрезок AA_0 , длина которого ε , угол $\phi - \phi_0$ обращается при этом в $\pi/2$.

Используя суть приведенных решений, запишем зависимые предельные соотношения пересечения двух цилиндрических оболочек, рис. 6.4. Будем рассматривать контурное отклонение проекций натурной кривой m и принятой кривой $m'_{(\Gamma)}$ в плоскости Γ , перпендикулярной главной нормали n цилиндра S_1 . Такое условие диктуется технологической необходимостью в случае, когда соединение двух цилиндрических элементов конструкций производится с помощью сварки.

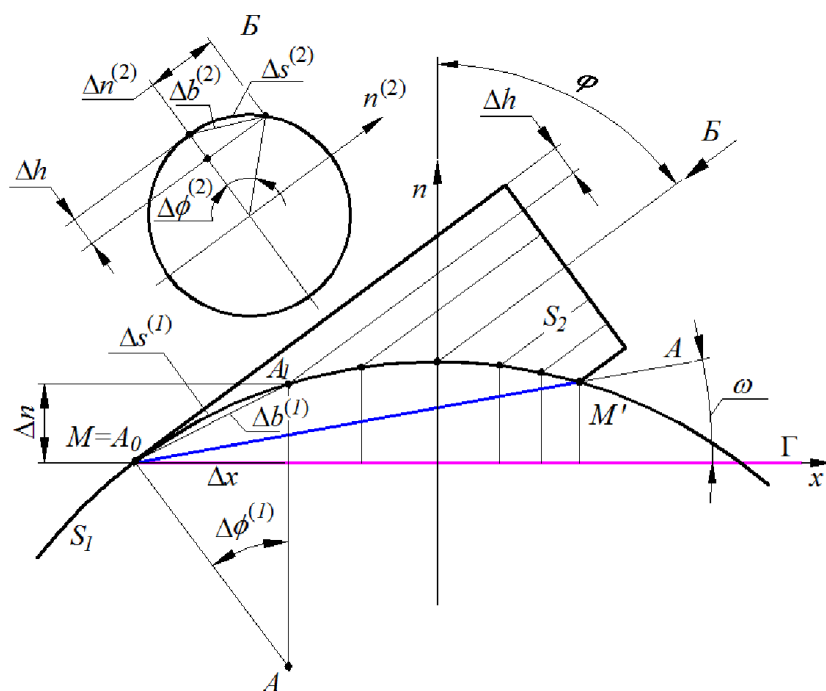


Рис. 6.4. Расчетная схема к задаче оценки точности

Разобьем сопряженный цилиндр S_2 секущими параллельными плоскостями под углом ϕ к главной нормали n несущего цилиндра S_1 с

равным шагом Δh , которые пересекают его контур по дуге MM' . Запишем предельные соотношения для двух пересекающихся цилиндров S_1 и S_2 .

$$\lim_{A' \rightarrow A_0} \frac{\Delta s^{(1)}}{\Delta \phi^{(1)}} = R;$$

$$\lim_{\Delta h \rightarrow 0} \frac{\Delta s^{(2)}}{\Delta \phi^{(2)}} = r. \quad (6.26)$$

$$\lim_{A' \rightarrow A_0} \frac{\Delta s^{(1)}}{\Delta b^{(1)}} = \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \frac{\Delta s^{(1)}}{\Delta b^{(1)}} = \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \frac{\Delta s^{(2)}}{\Delta b^{(2)}} = 1. \quad (6.27)$$

Здесь верхние индексы в скобках (1) и (2) относятся к цилиндрам S_1 и S_2 соответственно.

При $\Delta h \neq 0 = \delta$ выражение (6.32) будет соответствовать соотношению

$$\lim_{\Delta h \rightarrow \delta} \frac{\Delta s^{(2)} / \Delta b^{(2)}}{\Delta s^{(1)} / \Delta b^{(1)}} = k = \frac{r}{R}, \quad (6.28)$$

где R и r радиуса двух пересекающихся цилиндров S_1 и S_2 .

Выражения (6.26) \div (6.28) позволяют привести параметрические уравнения (6.11) кривых m и m' к единому параметру Δh и вычислить функцию контурного отклонения Δu , взятую за оценку точности приближенного решения в исследовании термоупругих свойств сочлененных цилиндрических конструкций. Будем использовать некоторые понятия функционального анализа.

Принимаем образование натурной кривой m как границу пересечения двух областей множеств A и B пространства \mathbf{R}^2 . Запишем соотношения образа $X(m)$, соответствующие решению данной задачи.

$$X(m) = A \cap B, \quad A(L_1), \quad B(L_2);$$

$$A: L_1 \rightarrow \mathcal{C}S_1^{(MM_1)}; \quad \mathcal{S}_1^{(MM_1)} = \sum_{i=1}^n \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \frac{\Delta s_i^{(1)}}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta n^2}};$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\Delta n}{\Delta x - \Delta h / \cos \varphi};$$

$$B: L_2 \rightarrow \frac{1}{\cos \varphi} \mathcal{C}S_2; \quad \mathcal{S}_2 = \sum_{i=1}^n \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \frac{\Delta s_i^{(2)}}{\sqrt{\Delta h^2 + (\Delta n_i^{(2)})^2}};$$

$$\Delta h = \Delta h_1 = \Delta h_2 = \dots = \Delta h_i. \quad (6.29)$$

Принимаем образование модельной кривой m' как границу пересечения двух областей множеств A' и B пространства \mathbf{R}^2 . Образ X' (m') образован

$$\begin{aligned} X'(m') &= A' \cap B, \quad A'(L'_1), \quad B(L_2); \\ A': L'_1 &\rightarrow \overline{MM'}, \quad \overline{MM'} = \sum_{i=1}^n \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \frac{\Delta x_i}{\cos \omega}; \\ B: L_2 &\rightarrow \frac{1}{\cos \varphi} \overline{S_2}, \quad \overline{S_2} = \sum_{i=1}^n \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \frac{\Delta s_i^{(2)}}{\sqrt{\Delta h^2 + (\Delta n_i^{(2)})^2}}. \end{aligned} \quad (6.30)$$

Разности двух образов $X(m)$ и $X'(m')$ с учетом (6.34) и (6.35) будет соответствовать функционал $f(\Delta u)$, определяемый выражением

$$X(m) \setminus X'(m') = L_1 \setminus L_2 = f(\Delta u), \quad (6.31)$$

где Δu – может быть принята в качестве оценки точности приближенного решения, предложенного в предыдущем параграфе.

На рис. 6.4 приведено решение конкретной задачи со следующими исходными данными:

- радиус исходной цилиндрической оболочки (S_1) $R = 100$ мм;
- радиус сопряженной цилиндрической оболочки (S_2) $r = 20$ мм;
- соотношение радиусов двух цилиндрических оболочек $r / R = 0,2$;
- угол пересечения двух цилиндрических оболочек φ (табл.1).

Расчетные данные сведены в табл.6.1

Таблица 6.1

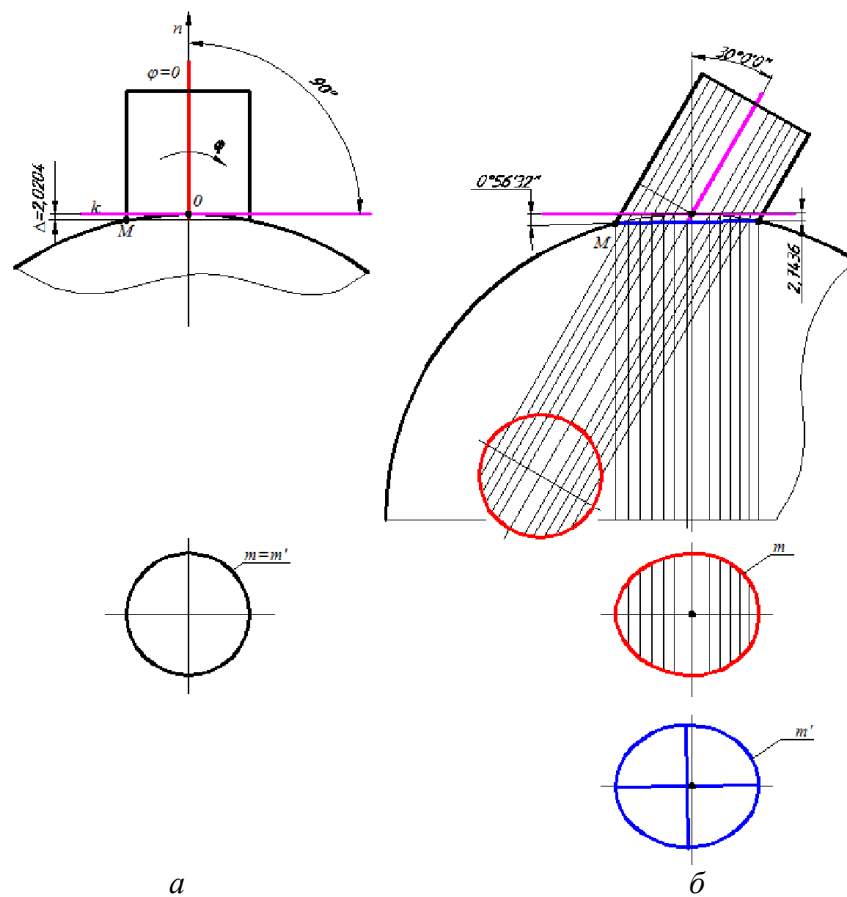
Оценка точности предложенного метода

| Угол наклона сопряженного элемента, φ° | Модельная кривая, m' | | Натурная кривая, m | | Отклонение, % | |
|---|------------------------|--------------------------------|----------------------|--------------------------------|---------------|--------------|
| | Периметр, P , мм | Площадь, F , мм ² | Периметр, P , мм | Площадь, F , мм ² | Периметр, P | Площадь, F |
| 0 | 125,6637 | 1256,6371 | 125,6637 | 1256,6371 | 0 | 0 |
| 30° | 136,2891 | 1465,1497 | 135,9191 | 1455,2853 | 0,2 | 0,6 |
| 45° | 157,8623 | 1870,4233 | 156,6529 | 1830,3988 | 0,7 | 2,1 |
| 53°26'45'' | 210,4855 | 2804,8136 | 208,6352 | 2589,9757 | 0,9 | 7,65 |

Установлено, что с увеличением угла пересечения двух сопряженных цилиндрических оболочек, точность предложенного решения задачи на определение температурных напряжений снижается.

В связи с этим применение предложенной математической модели и метода определения эквивалентного допустимого уровня напряжений, при котором сохраняются термоупругие свойства конструкции, имеет ограничения.

Иллюстративная картина контурного отклонения модельной и натурной кривых представлена на рис. 6.5.



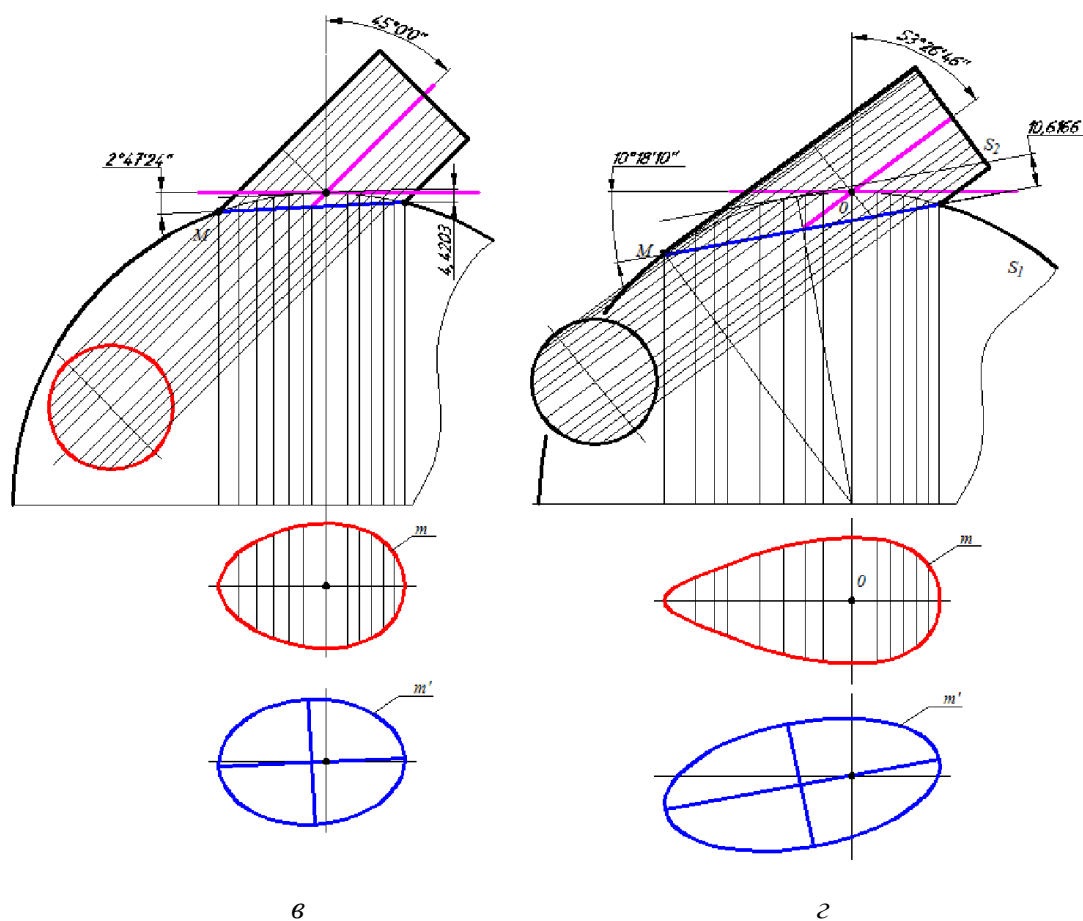


Рис. 6.4. Графическое решение задачи на оценку точности модельной и натурной кривых двух пересекающихся цилиндрических оболочек

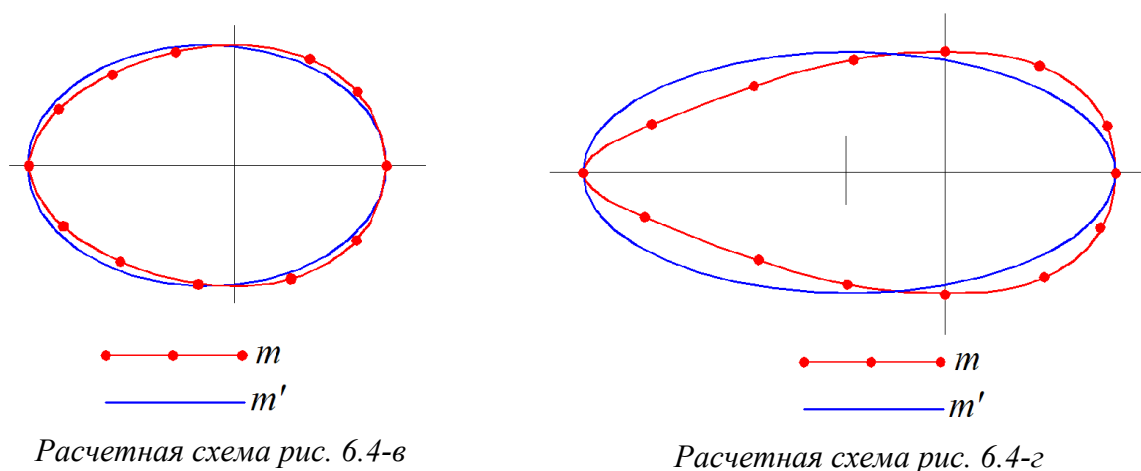


Рис. 6.5. Контурное отклонение модельной и натурной кривых пересечения двух цилиндрических оболочек: m – натурная кривая; m' модельная кривая

Наиболее близкими условиями по соответствию (приближению) в замене пространственной экстремальной температурной задачи на плоскую являются случаи, когда соотношения радиусов сопряженных оболочек не превышают значения 0,3 с максимальным углом пересечения двух

цилиндрических элементов в 45° . Исключение составляет конструкция, сочлененная двумя цилиндрическими оболочками равных радиусов и толщин стенки, имеющая типичное техническое название «угольник», рис. 6.6. В данном случае имеется точное аналитическое решение.

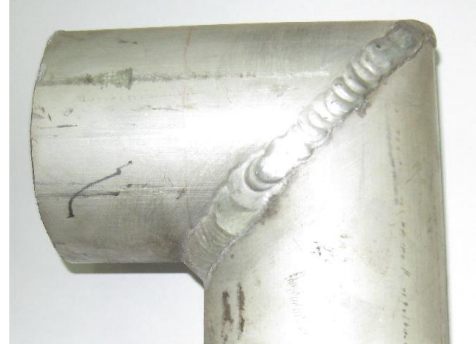
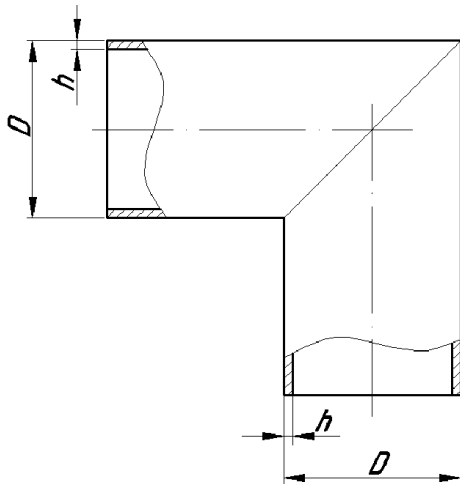


Рис. 6.6. Оболочечная конструкция «угольник»

Выражение (6.26) эквивалентно выражению (6.12). Оно является решением новой вариационной изопериметрической задачи приближения контура одной плоской кривой к контуру другой. Последняя приобретает свою значимость в конструкциях, изготовленных методом сварки. Таким примером может быть сварное соединение патрубка с обечайкой сосуда. Отсюда вытекает задача об оптимальном раскрое гнезда под ввариваемый элемент.

С целью обеспечения минимального уровня остаточных напряжений в зоне сварного шва построим математическую модель для выбора оптимального размера катета шва на вариационном методе исчисления.

§6.4. Задача на оптимальное сопряжение двух пересекающихся цилиндров

Сформулируем задачу следующим образом. При заданных осесимметричных тепловых нагрузках, толщине и физико-механических

свойствах из совокупности форм оболочек отыскивается та, для которой максимальное эквивалентное напряжение минимально. Решение задач такого класса приведено в литературе [139].

Пусть оболочка находится под действием известных осесимметричных нагрузок. Введем в рассмотрение эквивалентное напряжение σ^* , которое помимо силовых факторов будет зависеть от формы оболочки так, что $\sigma^* = \sigma^* [y(x)]$.

Условием оптимальности будут некоторые ограничения, которые записаны в виде нестрогих неравенств

$$g_k \geq I_k [y(x)] \geq q_k, \quad (k = 1, 2, \dots, K).$$

В качестве ограничений могут приниматься геометрические условия сопряжения оболочки с другими элементами, требования к минимальному весу и заданному объему конструкции и т.д.

В качестве оценочного параметра принимаем максимальное значение эквивалентного термонапряжения S , достигаемого в оболочке

$$S = (\sigma^*)_{max} = S [y(x)]. \quad (6.32)$$

Зададим очертание меридиана рассматриваемого класса оболочек полиномом достаточно высокой степени

$$r(y) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n. \quad (6.33)$$

Тогда функционал S (6.32) обращается в функцию n переменных

$$S = S(a_0, a_1, \dots, a_n), \quad (k = 1, 2, \dots, K). \quad (6.34)$$

Сформулированная задача относится к задачам минимизации с принятыми ограничениями. Обобщенным ее решением будет интеграл, вычисление которого позволяет найти кривую, проходящую через две точки, на которой этот интеграл принимает минимальное значение. Такой математической формулировкой будет

$$\int_a^b \varphi(x, y, y') dx, \quad (6.35)$$

где A и B - координаты точек $A(a, a_1)$, $B(b, b_1)$, функцию $\varphi(x, y, y')$ считаем непрерывной вместе с ее производными до второго порядка включительно при $x \in [a, b]$ и любых конечных y и y' .

Из литературы [139] запишем уравнения моментной теории оболочек для осесимметричного случая в виде

$$dV_m / d\xi = a_{mk}(\xi)V_k + f_m(\xi), \quad \xi_0 \leq \xi \leq \xi_1. \quad (6.36)$$

Здесь величины V_m связаны с переменными

$$u = V_1, \quad w = V_2, \quad v = V_3, \quad N_1 = V_4, \\ M_1 = V_5, \quad Q = V_6, \quad N_2 = V_7, \quad M_2 = V_8.$$

В системе (6.36) коэффициенты a_{mk} примем в следующих соотношениях

$$a_{11} = a_{33} = -\frac{\nu_2}{A_2} \frac{dA_2}{d\xi}; \quad a_{12} = -a_{64} = A_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{\nu_2}{R_2} \right); \quad a_{14} = \frac{A_1 B_{12}}{\Delta} = -a_{15} = a_{34} \frac{B_{11} A_1}{\Delta}; \\ a_{21} = -a_{46} = -\frac{A_1}{R_1}; \quad a_{23} = a_{56} = A_1; \quad a_{35} = -\frac{A_1 B_{10}}{\Delta}; \quad a_{41} = \frac{B_{20}(1-\nu_1\nu_2)}{A_1} \left(\frac{1}{A_2} \frac{dA_2}{d\xi} \right)^2; \\ a_{42} = a_{61} = -\frac{B_{20}(1-\nu_1\nu_2)}{A_2 R_2} \frac{dA_2}{d\xi}; \quad -a_{43} = a_{51} = \frac{B_{21}(1-\nu_1\nu_2)}{A_1} \left(\frac{1}{A_2} \frac{dA_2}{d\xi} \right)^2; \\ a_{44} = a_{55} = -(1-\nu_2) \frac{1}{A_2} \frac{dA_2}{d\xi}; \quad a_{52} = a_{63} = -\frac{B_{21}(1-\nu_1\nu_2)}{A_2 R_2} \frac{dA_2}{d\xi}; \quad a_{53} = \frac{B_{22}(1-\nu_1\nu_2)}{A_1} \left(\frac{1}{A_2} \frac{dA_2}{d\xi} \right)^2; \\ a_{62} = \frac{B_{20}(1-\nu_1\nu_2) A_1}{R_2^2}; \\ \Delta = B_{12} B_{10} - B_{11}^2; \\ f_1 = \frac{A_1}{\Delta} (B_{12} T_{10} - B_{11} T_{11}); \quad f_2 = 0; \quad f_3 = \frac{A_1}{\Delta} (B_{11} T_{10} - B_{11} T_{11}); \\ f_4 = -(T_{20} - \nu_2 T_{10}) \frac{1}{A_2} \frac{dA_2}{d\xi}; \quad f_5 = -(T_{21} - \nu_2 T_{11}) \frac{1}{A_2} \frac{dA_2}{d\xi}; \quad f_6 = \frac{A_1}{R_2} (T_{20} - \nu_2 T_{10}) - p A_1. \quad (6.37)$$

$$a_{13} = a_{16} = a_{22} = a_{24} = a_{25} = a_{26} = a_{31} = a_{32} = a_{36} = a_{37} = a_{45} = a_{54} = a_{65} = 0$$

$$B_{ik} = \frac{1}{1-\nu_1\nu_2} \int_{h/2}^{h/2} E_i z^k dz; \quad (i = 1, 2) \quad (k = 0, 1, 2)$$

$$T_{1k} = \frac{1}{1-\nu_1\nu_2} \int_{h/2}^{h/2} (\lambda_1 + \nu_2 \lambda_2) E_1 z^k dz;$$

$$T_{2k} = \frac{1}{1 - \nu_1 \nu_2} \int_{-h/2}^{h/2} (\lambda_2 + \nu_1 \lambda_1) E_2 z^k dz ;$$

$$(k = 0, 1). \quad (6.38)$$

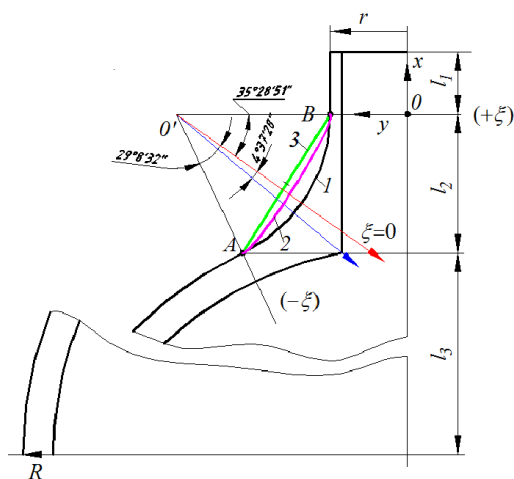
Здесь $T(\xi, z)$ - температура, p - внутренне давление, все остальные обозначения соответствуют ранее принятым.

Окружные усилия и момент определяем через основные формулы

$$V_i = B_{2,k-7} (1 - \nu_1 \nu_2) \left[\frac{1}{A_1 A_2} \frac{dA_2}{d\xi} V_1 - \frac{V_2}{R_2} \right] -$$

$$- \frac{B_{2,k-6} (1 - \nu_1 \nu_2)}{A_1 A_2} \frac{dA_2}{d\xi} V_3 + \nu_2 V_{k-3} - [T_{2,k-7} - \nu_2 T_{1,k-7}]; \quad (k = 6, 7). \quad (6.39)$$

В выражении (6.39) зависимость искомых функций от формы устанавливаются через коэффициенты квадратичной формы и радиусы кривизны, вычисление которых связано с математическими трудностями. Поэтому целесообразно представлять оболочку в виде совокупных простых форм, например эллиптических, конических, цилиндрических, которые могут быть заданы либо через канонические формы, либо параметрически. Иллюстрацией к нахождению оптимальной формы служит расчетный эскиз рис. 6.7-а.



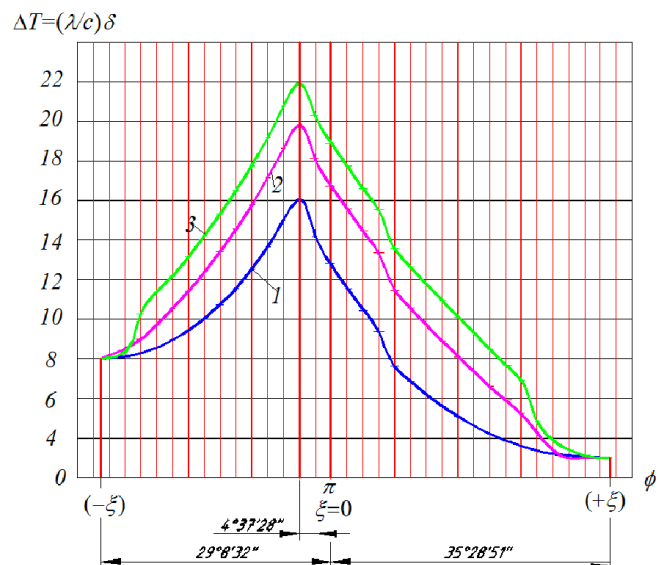
а

расчетная схема

1 - окружность, 2 - эллипс,

3 - конус

Рис. 6.7. К выбору оптимальной кривой сопряжения двух оболочек



б

падение градиента температуры на внутренней поверхности оболочки, сопряженной

1 - окружностью, 2 - эллипсом, 3 - конусом

Таким образом, приходим к вычислению интеграла (6.35), который может быть реализован численным методом. Для этого интеграл заменяется конечной суммой по некоторой квадратурной формуле, а производные под знаком интеграла заменяются разностными отношениями. Далее ставится задача об экстремуме полученного нового функционала, определяемого уже в конечномерном пространстве. Уравнения Эйлера – Лагранжа для этого нового функционала представляет собой систему сеточных уравнений для функционала исходного.

Общее решение такой задачи методом Ньютона – Канторовича подробно рассмотрено С.Г. Михлиным в литературе [120]. В силу краткости изложения приводить его не будем. В качестве условия сопряжения принимаем матрицу начальных условий, диагональные члены которой равны единице, а остальные нулю.

Начальными условиями будут

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

Конечными

$$y(l_2) = c\sqrt{1 - \frac{l_3^2}{b^2}} - r, \quad y'(l_2) = \frac{cl_3}{b^2}\sqrt{1 - \frac{l_3^2}{b^2}},$$

где в случае эллиптической оболочки c и b являются полуосями эллипса, в случае цилиндрической – ее радиус $c = b = R$.

Из заданных геометрических соотношений l_1, l_2, l_3, R, r и начального контура сопряженного элемента при известных силовых нагрузках и условиях закрепления на торце оболочки итерационным методом находим форму сопряжения, удовлетворяющую условию (6.32).

На рис. 6.7-б приведено решение задачи для рассматриваемой области сопряжения двух пересекающихся оболочек вращения (исходная модель §4.2) со следующими характерными размерами: $r/R = 0,2$; $R = 100$ мм; $r = 20$ мм, $h^{(1)} = 8$ мм; $h^{(2)} = 3$ мм; $a_i = 20$ мм, рис. 4.7. Кривая 1 соответствует падению градиента температуры на внутренней поверхности конструкции в случае сопряжения двух оболочек вращения окружностью $a = 20$ мм; кривая

2 – эллипсом при $a = 4,3$ мм; $b = 42,6$ мм, кривая 3 – конусом с углом образующей к главной нормали $\phi = 29^{\circ}8'32''$.

§6.5. Оптимизация высокоградиентных термонапряженных состояний сварной конструкции сосуда высокого давления в технологическом процессе сварки

Возвращаясь к параграфу §6.3, где отмечены некоторые проблемы в предварительной сборке сварных элементов перед сваркой в виде наличия неравномерного зазора, проведем оптимизацию технологической операции сварки натурной конструкции подпиточного бака на основе разработанных математических моделей с целью получения сварной конструкции с минимальным уровнем остаточного напряженного состояния. Рассмотрим узел приварки штуцера к обечайке, рис. 6.8.

Опыт инженерной практики показывает, что контур выполненного отверстия в обечайке не совпадает с контуром сопрягаемого элемента. Это объясняется технологической необходимостью, продиктованной условиями механической обработки (оборудованием, вертикальным положением режущего инструмента, его контурным движением и пр.). Кроме этого в подготовительной операции перед сваркой должно выполняться условие свободной сборки элементов сварного соединения с последующим их закреплением. Поэтому между этими элементами всегда имеется неравномерный зазор.

Особенностью технологического процесса сварки в данном случае является многопроходная сварка с разгонкой сварочного шва. Формирование сварочного шва таким способом позволяет полностью перекрывать зазоры и обеспечивать целостность конструкции. Это в свою очередь приводит к повышению уровня остаточных напряжений в околошовной зоне сварного соединения. Размер катета углового шва назначается конструктором. При этом расчетная высота шва зависит от глубины проплавления и от

технологического процесса сварки. Схема формирования сварного шва приварки штуцера в натурной конструкции подпиточного бака представлена на рис. 6.8.

Оптимизация термонапряженного состояния зоны технологического влияния заключается в выборе оптимального слоя наплавленного металла, удовлетворяющего условию прочности сварного шва, и оптимизации параметров технологического процесса, что в свою очередь связано с выбором оптимального диаметра сварной проволоки и режимов сварки (сварка на «быстрых» и «медленных» токах (изменение значения силы тока), изменение длины дуги и т.д.

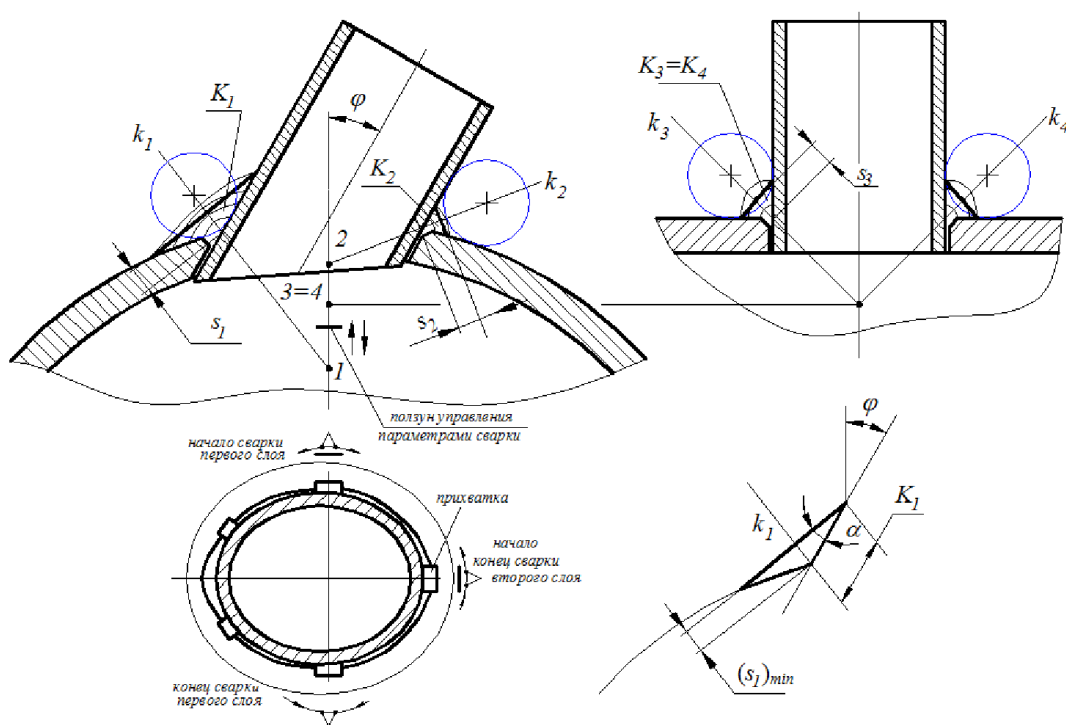


Рис. 6.8. Схема формирования сварного шва в ходе приварки штуцера к обечайке сосуда

В силу конструктивной особенности сварного узла размер катета углового шва является переменной величиной. Во многих случаях, когда свариваемая конструкция имеет большие размеры (корпус парогенератора, резервуары, цистерны), конструктор назначает по контуру стыка сразу несколько значений катета. Поэтому такие швы выполняются ручным способом с разбивкой контура стыка на несколько участков.

В качестве оценочного параметра оптимальности принимаем форму сопряжения в соединении элементов в виде усеченного конуса, а его характерным размером в сечении будет высота, опущенная на основание равнобедренного треугольника. Ее величину свяжем с максимальной толщиной наплавленного металла, при которой значение температурных напряжений, возникающих в процессе сварки, минимально, рис. 6.8.

Ограничениями будут служить условия, при которых максимальные температурные напряжения не будут превышать предела текучести, а суммарные максимальные напряжения будут удовлетворять условию прочности сварного шва. Математическая формулировка вышесказанного принимает следующий вид.

$$\sigma_{max}^{(t)} \leq \sigma_T; \quad (6.40)$$

$$\sigma_{max} < [P] / s l; \quad (6.41)$$

где $\sigma_{max}^{(t)}$ - максимальные температурные напряжения; $[P]$ – усилие в сварном шве; s - толщина наплавленного металла; l - длина участка сварного шва.

Допускаемое усилие в сварном шве при работе узла:

на растяжение

$$[P_p] = [\sigma]_p s l; \quad (6.42)$$

на срез

$$[P_{cp}] = [\tau]_{cp} s l, \quad (6.43)$$

С учетом разработанных расчетных моделей глав III, IV, V, расчеты будем проводить по предельному состоянию действительной работы сосуда высокого давления.

Из условий работы сосуда высокого давления определяем максимальные осевые и кольцевые напряжения. Для инженерных расчетов используем формулы литературы [158]

$$(\sigma_x)_{max} = 2,172 R p / 2 h; \quad (6.44)$$

$$(\sigma_\theta)_{max} = 1,128 R p / h. \quad (6.45)$$

Суммарные максимальные напряжения будут равны

$$(\sigma_x)_{max} = 2,172 R p / 2 h + \sigma_{max}^{(t)} - \sigma_T; \quad (6.46)$$

$$(\sigma_{\theta})_{\max} = 1,128 R p / h + \sigma_{\max}^{(t)} - \sigma_T. \quad (6.47)$$

Из соотношений (6.46) и (6.47) с учетом (6.43) определяем толщину наплавленного металла

$$s = 1,128 k_{ce} \frac{Rpl + \sigma_{\max}^{(t)} - \sigma_T}{h[\tau]_{cp}}; \quad s = K \sin \alpha. \quad (6.48)$$

Здесь k_{ce} – коэффициент запаса, определяемый условиями формирования сварного шва. В случае отсутствия фазовых превращений в зоне термического влияния $k_{ce} = 1,1$ (сварка алюминиевых материалов); в случае их присутствия $k_{ce} = 1,2 \div 1,4$ (сварка легированных сталей).

Максимальные температурные напряжения для нашего случая определяем по формулам (6.9), (6.10). Из соотношения (5.47) выбираем оптимальные параметры режимов сварки. На рис. 6.9 представлена фотография оптимизированной натурной конструкции с приведенными ниже исходными данными.



Рис. 6.9. Сварной узел натурной конструкции подпиточного бака

Исходные данные: материал – алюминиевый сплав АМг 6; внутренний диаметр обечайки $\varnothing 494$ мм, толщина стенки обечайки – 6 мм, высота изделия – 700мм; штуцер $\varnothing 40 \times 3$ мм, угол наклона к главной нормали обечайки $\varphi = 30^\circ$. Способ сварки – ручная дуговая неплавящим электродом в среде защитных газов, электрод вольфрамовый марки СВИ-1, $\varnothing 3 \div 4$ мм,

электрод вольфрамовый марки ЭВЛ-2, \varnothing 3÷4 мм ГОСТ 23949-80; проволока сварочная марки Св АМг6 \varnothing 1,6 ГОСТ 7871-75; аргон ГОСТ 10157-79.

Оптимизированные параметры: $s = 8$ мм; $I = 100$ А; ток постоянный, прямая полярность. Охлаждение сварного шва осуществляется на воздухе.

Приведем примеры сварных узлов стального резервуара, рис. 6.10, 6.11. Оптимальные параметры сварки определялись с учетом вышеприведенного алгоритма.

Сварка таких конструкций осуществляется за несколько проходов. Первый слой образуется при поступательном движении электрода с задержкой дуги на сварочной ванне. Величина тока устанавливается 140÷170 А, что позволяет проплавливать кромки стыка с образованием узкого ниточного валика высотой 1÷1,5 мм на его внутренней стороне. Второй валик накладывают так, чтобы он перекрывал первый при поступательном движении электрода и его небольшом колебании от края нижней кромки до края верхней кромки. Сварку выполняют в том же направлении. Третий слой накладывают при увеличенном значении тока до 250÷300 А в направлении, противоположном первому. Третий валик перекрывает ширину второго валика на 70%. Между наложением каждого валика конструкция охлаждается на воздухе до 100°С.



Рис. 6.10. Сварное соединение патрубка фланца с крышкой резервуара



Рис. 6.11. Сварные соединения коллекторов с крышкой резервуара

§6.6. Оптимизация термонапряженных состояний сварных трубных конструкций

Энергетическому машиностроению присущи конструкции трубных пучков, по которым передается тепловая энергия в виде теплоносителя. Обеспечение повышенной прочностной надежности сварного соединения трубы с основанием является актуальной задачей проектировщика и изготовителя. Вопросы определения температурных напряжений в трубной доске рассмотрены в литературе [98]. Следуя логике данной работы, проведем оптимизацию натурной сварной конструкции «коромысло», представленной на рис. 6.12, с учетом технологии сварочного процесса и схемы формирования сварочного шва.

Такая конструкция соответствует соединению «оболочка – пластина». Исходные данные для исследования: материал сварной конструкции – сталь 30ХГСА. Способ сварки – ручная аргонно - дуговая неплавящим электродом в среде защитных газов. При конструктивном исполнении, соответствующем рис. 6.12, наблюдалось высокая деформативность конструкции и размерная нестабильность, приводящая к браку в пределах 30%.

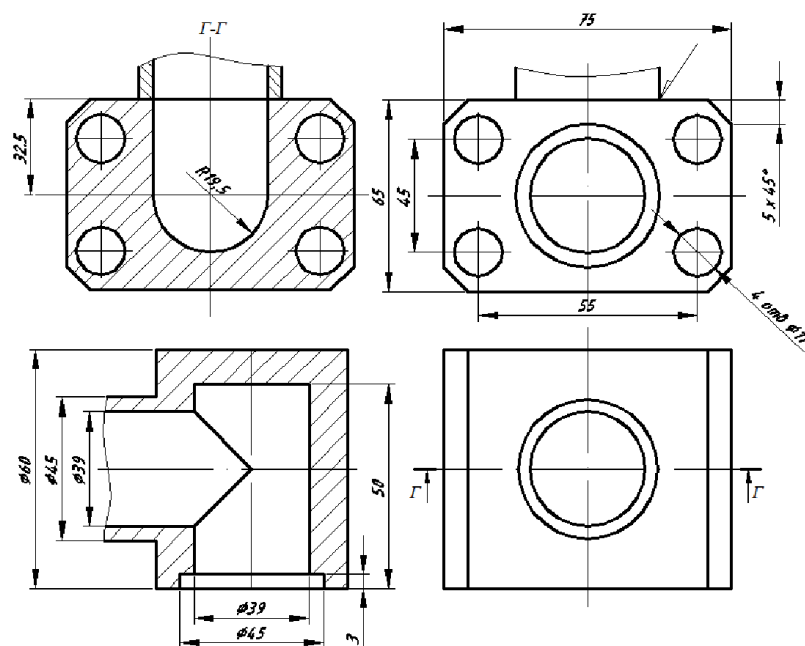


Рис. 6.12. Сварная деталь «коромысло»

Оптимизацию конструкции будем проводить с помощью целевой функции, характеризующей минимальное остаточное напряженное состояние конструкции. В качестве функции влияния принимается пространственная координата $\xi (z_0, r)$ положения сварного стыка. Иными словами исследуем термонапряженное состояние конструкции в двух конструктивных

исполнениях. Первое конструктивное исполнение соответствует рис. 6.12. Во втором исполнении сварной стык перенесен на расстояние $l = z_0$, рис. 6.13.

Исходные данные: сварочная автоматическая установка, электрод вольфрамовый марки СВИ-1, $\varnothing 2,5 \div 3$ мм, электрод вольфрамовый марки ЭВЛ-2, $\varnothing 2,5 \div 3$ мм ГОСТ 23949-80; проволока сварочная марки Св0,8Х20Н9Г7Т $\varnothing 1,6 \div 2$ мм; аргон ГОСТ 10157-79; установка ТИР-300ДМ, сварочное приспособление УСП; горелка универсальная.

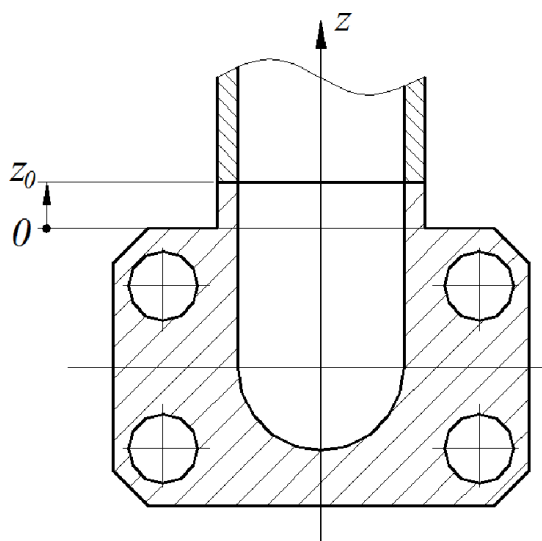


Рис. 6.13. Конструктивное исполнение 2

Процесс сварки разделяется на два этапа. Первый этап – предварительная прихватка. Второй этап – окончательная сварка. Прихватки являются составной частью сварного шва, схема наложения прихваток приведена на рис. 6.14.

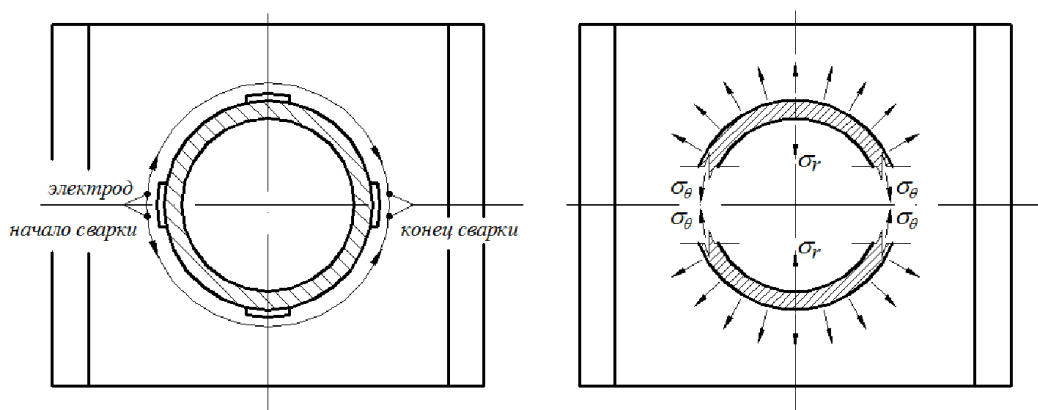


Рис. 6.14. Сварной неповоротный стык трубы с основанием

В процессе предварительной прихватки в зоне соединения возникают временные напряжения растяжения – радиальные и кольцевые, которые зависят от характера распределения температуры, обусловленные действием точечного теплового источника. Поскольку сварное соединение трубы с фланцем производится за несколько проходов, а область сварки претерпевает неоднократные термические циклы, то выше рассмотренные временные напряжения не оказывают существенное влияние на общее термонапряженное состояние конструкции, и нет необходимости в их определении.

Процесс сварки сопровождается высокоградиентными температурными полями, действие которых приводят к образованию упругих и пластических деформаций в соединении. Для исследования упругопластического состояния используем математическую модель пластического кольца, рассмотренную в параграфе §4.6. Расчетные схемы и формулы определения напряжений для принятых конструктивных исполнений представлены в табл. 6.2.

При сварке металл фланца, примыкающий к стенке трубы, стремится расширяться. Этому расширению по всем радиальным направлениям препятствуют менее разогретые слои. Во фланце возникает дополнительное напряженно-деформированное состояние, которое характеризуется степенью разогрева и расстоянием данного слоя от нагретого участка.

В таком случае относительные деформации и перемещения можно представить следующими соотношениями

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \alpha T(r, \tau) - \frac{\sigma_r}{E} + \nu \frac{\sigma_\theta}{E}; & \varepsilon_\theta &= \alpha T(r, \tau) - \frac{\sigma_\theta}{E} + \nu \frac{\sigma_r}{E}. \\ \frac{du}{dr} &= \alpha T(r, \tau) - \frac{\sigma_r}{E} + \nu \frac{\sigma_\theta}{E}; & \frac{u}{r} &= \alpha T(r, \tau) - \frac{\sigma_\theta}{E} + \nu \frac{\sigma_r}{E}, \end{aligned} \quad (6.49)$$

где τ - время, в течение которого изменяется температурное поле.

Напряжения и перемещения упругого кольца от воздействия радиального давления p_k

| Исполнение 1 | Исполнение 2 |
|---|---|
| | |
| Граничные условия на контуре: на границе образующей цилиндра с пластическим кольцом | |
| $a \leq r \leq b$ | $r_0 \leq r \leq b$ |
| на стыке пластического кольца с упругим | |
| $b \leq r \leq r_0$ | $a \leq r \leq r_0$ |
| Радиальное перемещение на контуре $r = r_0$ | |
| $\sigma_r = \frac{p_k b^2}{r_0^2 - b^2} \left(1 - \frac{r_0^2}{r^2} \right);$ $\sigma_\theta = \frac{p_k b^2}{r_0^2 - b^2} \left(1 + \frac{r_0^2}{r^2} \right);$ $u_r = \frac{(1-\nu) b^2 p_k r}{E (r_0^2 - b^2)} \left(1 + \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{r_0^2}{r^2} \right)$ | $\sigma_r = \frac{p_k a^2}{r_0^2 - a^2} \left(1 - \frac{r_0^2}{r^2} \right);$ $\sigma_\theta = \frac{p_k a^2}{r_0^2 - a^2} \left(1 + \frac{r_0^2}{r^2} \right);$ $u_r = \frac{(1-\nu) a^2 p_k r}{E (r_0^2 - a^2)} \left(1 + \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{r_0^2}{r^2} \right)$ |

Решение уравнений (6.53) связано с решением нестационарного дифференциального уравнения теплопроводности (4.73). В виду особенностей геометрической формы натурной детали используем численный метод, реализованный в элементно-конечном программном комплексе ANSYS.

Исходные данные. Материал: сталь 30ХГСА; температура нагрева $t = 1700^\circ\text{C}$. Построенная твердотельная модель была разбита на 5685 узлов,

количество элементов составило 2880 (рис. 6.15), что обеспечило сходимость решения.

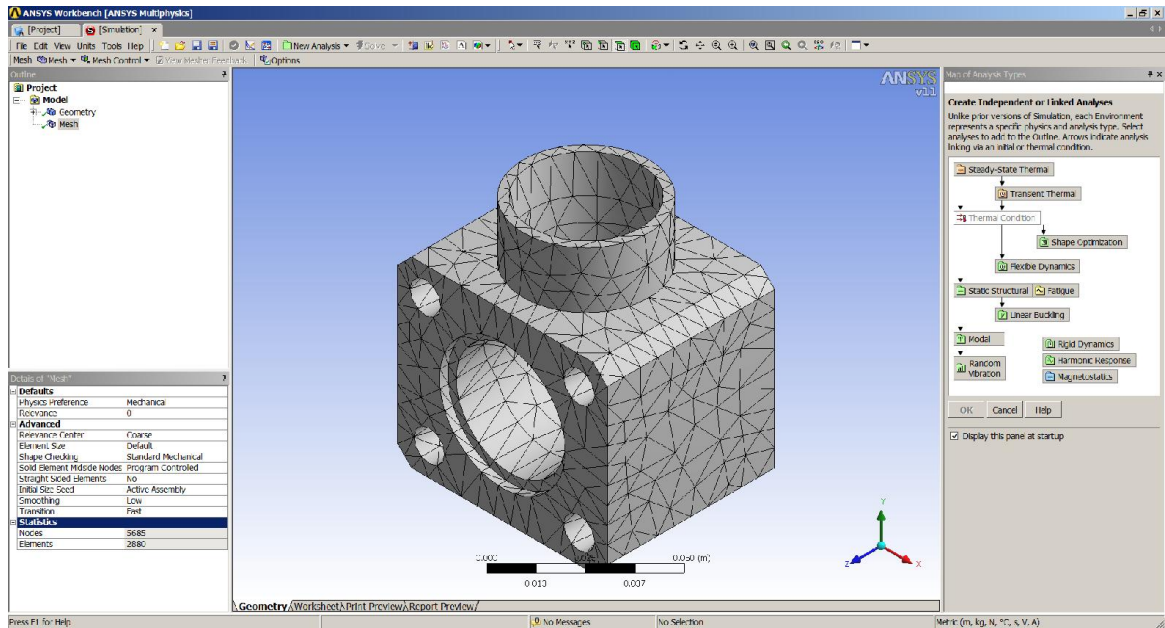


Рис. 6.15. Твердотельная модель в программе ANSYS

Результаты моделирования температурного нагружения детали «коромысло» в двух исполнениях приведено на рис. 6.16, 6.17.

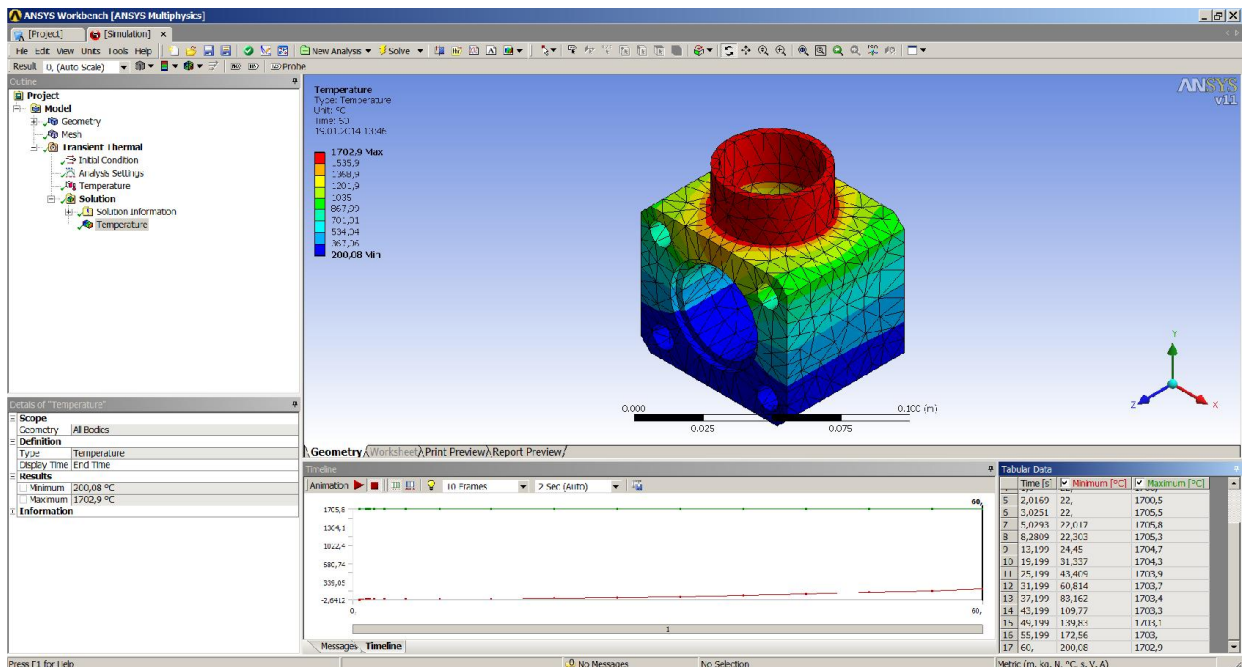


Рис. 6.16. Исполнение 1. Температурное нагружение в стыке трубы и фланца

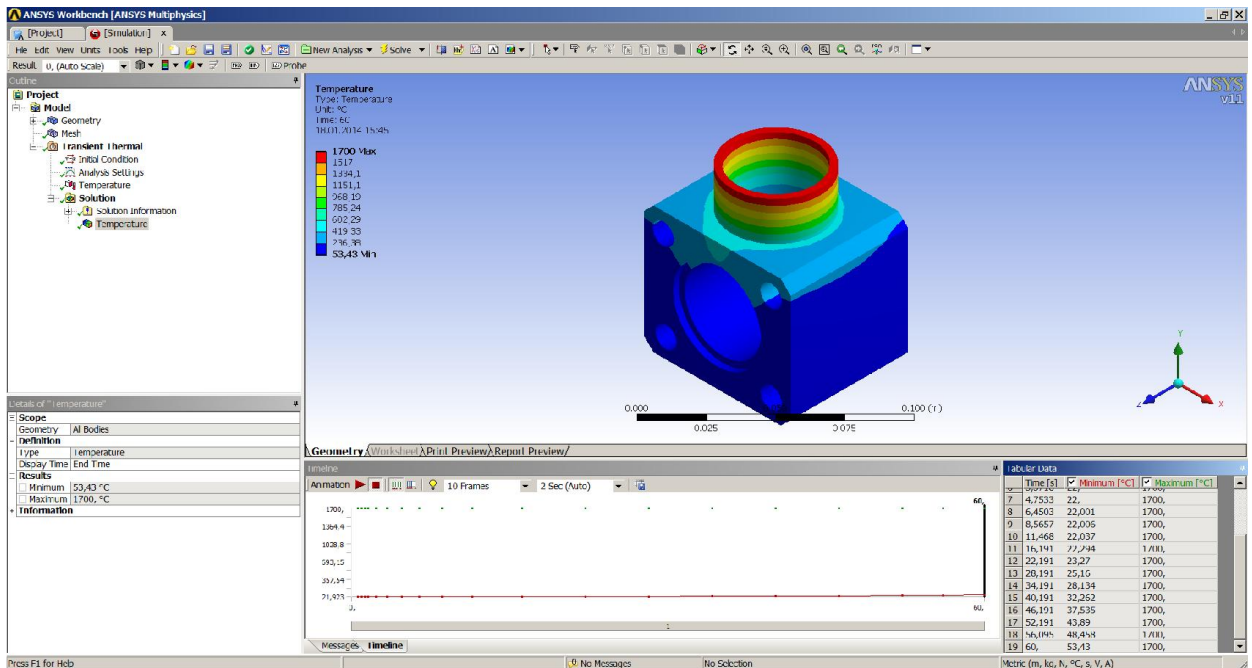


Рис. 6.17. Исполнение 2. Температурное нагружение в стыке труба - труба

Результаты моделирования температурного воздействия в местах стыка элементов сварной конструкции «коромысло» показали, что в случае действия температурного поля за одинаковый период времени в стыке труба – труба (исполнение 2) конечная температура значительно ниже конечной температуры стыка трубы и фланца (исполнение 1). Зона развития пластических деформаций на поверхности фланца охватывает достаточно обширную зону.

При переносе сварного стыка в область соединения трубы с трубой позволили получить конструкцию с наименьшим остаточным напряженным состоянием. Деформативность детали и размерная нестабильность после сварочных работ была снижена приблизительно на 30%. Оптимизированные параметры технологического процесса окончательной сварки составили: сила тока $I = 90 \div 100$ А; ток постоянный прямой полярности; охлаждение сварных швов на воздухе; ширина шва – 10 ± 2 мм; высота усиления – 1,5 мм.

§6.7. Оптимизация термонапряженных состояний многослойной цилиндрической конструкции с учетом особенностей технологий изготовления и сборки структурных элементов

Отметим из ранее сказанного, что многослойные сосуды высокого давления более экономичны по сравнению с однослойными (монолитными) конструкциями подобного типа ввиду меньшей металлоемкости и более низкой трудоемкости их изготовления. Однако конструктивное и технологическое исполнение многослойной конструкции требуют наличия зазоров между слоями. Неравномерность зазора по длине несущей стенки конструкции, наличие технологических дефектов в сопряженных слоях существенно влияют на работоспособность и прочностную надежность всего изделия.

Принимая во внимание тот факт, что зазор в каждом слое может образовываться между внутренним и внешним слоем конструкции, следует рассмотреть два подхода к этой проблеме. С одной стороны следует принимать одинаковые значения радиуса внутренней и внешней оболочки каждого слоя, с другой стороны следует рассматривать совместную работу этих слоев, которые в совокупности дают возможность определять напряженное состояние упругих и упругопластических оболочек из разного материала с различными теплофизическими свойствами. Поясним это на примере двухслойной оболочечной конструкции, рис. 6.18.

Запишем условия равенства совместной работы обоих слоев, которое характеризует равновесие на границе слоев

$$\sigma_1 h_1 + \sigma_2 h_2 = \frac{qa}{2}. \quad (6.50)$$

С учетом воздействия температурного фактора к уравнению (6.50) добавим соотношение

$$(\sigma_1 h_1 + \delta_T) + (\sigma_2 h_2 - \delta_T) = \frac{qa}{2}, \quad (6.51)$$

где δ_T – радиальное температурное приращение, вызванное температурным расширением материала.

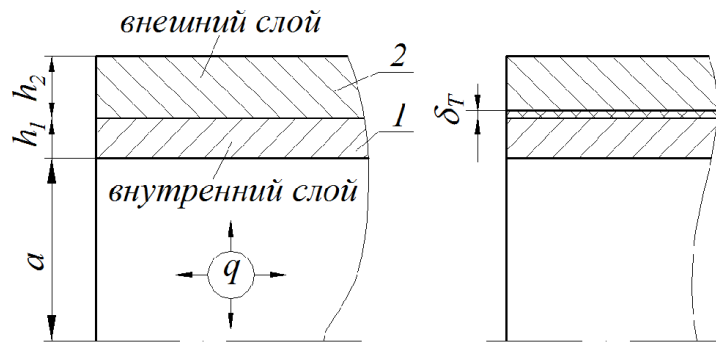


Рис. 6.18. Двухслойная оболочечная конструкция.

В случае, когда внутренний и внешний цилиндры выполнены из одного материала и имеют одну и ту же толщину стенки h , то справедливо равенство

$$\delta_T = \delta_1 = \delta_2 = \alpha \Delta T h. \quad (6.52)$$

Как правило, во многих случаях $\delta_1 \neq \delta_2$, что влечет за собой изменение величины δ_T на некоторую величину, характеризующую теплофизические и механические свойства разнородных материалов. В таком случае δ_T определяется соотношением

$$\delta_i = (\alpha_1 h_1 - \alpha_2 h_2) \Delta t.$$

С учетом последнего выражение (6.56) может быть преобразовано к следующему виду

$$\delta_i = \alpha_1 t_1 a - \frac{\sigma_1 a (1 - \nu_1)}{E_1} = \alpha_2 t_2 a + \frac{\sigma_2 a (1 - \nu_2)}{E_2}. \quad (6.53)$$

С точки зрения инженерного подхода все рассматриваемые слои по форме сопрягаемых поверхностей относятся к гладким цилиндрическим сопряжениям, состоящих из охватывающей и охватываемой гладких цилиндрических поверхностей, рис. 6.19. Данные сопряжения обеспечиваются наличием зазоров или натягов, что обуславливает свободу их относительного перемещения или степень сопротивления взаимному смещению после изготовления изделия [114].

На стадии проектирования помимо конструктивной необходимости требуется учитывать технологическую необходимость, когда наличие зазора обусловлено не только выбором характерных размеров сборочных элементов и назначением стандартных допусков с нормированными предельными размерными отклонениями, но и связано с методами изготовления заготовок, параметрами шероховатости сопрягаемых поверхностей, с наличием технологических и приобретенных дефектов в процессе хранения и доставки заготовок.

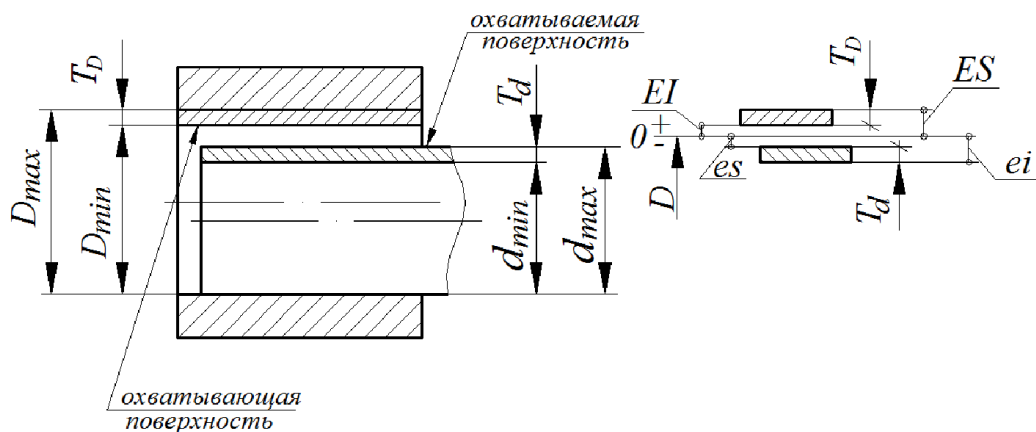


Рис. 6.19. Схематичное изображение полей допусков гладких соединений

Тогда в расчетах оптимального зазора учитывается совокупность образования температурного и технологического зазоров

$$\delta = \delta_t + \delta_{техн.}$$

Технологический зазор может быть определен из равенства напряженного состояния внутренней и внешней оболочки при условии, когда уже появились температурные напряжения на внутренней оболочке, обусловленные температурным воздействием, и обе оболочки начинают работать совместно. Такая промежуточная стадия характеризуется

$$\sigma_{1r} = \frac{\sigma_{1t} E_1}{(1-\nu_1)}; \quad \delta - \delta_{1t} = 0. \quad (6.54)$$

С учетом последнего минимальный технологический зазор может быть определен из равенства

$$\delta_{техн} = \frac{\sigma_{1техн} a(1-\nu)}{E_1} = \frac{\sigma_2 a(1-\nu)}{E_2}. \quad (6.55)$$

Здесь $\sigma_{1\text{техн}}$ соответствует выражению

$$\sigma_{1\text{техн}} = \frac{\left(\frac{qa}{2} - \sigma_{1t} \delta_t\right) E (1 - \nu_1)}{\delta_{1t} (1 - \nu_1) E_1 + \delta_{2t} (1 - \nu_2) E_2}. \quad (6.56)$$

Суммарные напряжения и деформации внутренней оболочки равны

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_{1t} + \sigma_{1\text{техн}}; \\ \delta_1 &= \delta_{1t} + \delta_{1\text{техн}}. \end{aligned} \quad (6.57)$$

Для исключения появления упругопластических деформаций в качестве управляющей функции принимаем строгое неравенство

$$\sigma_1 = \sigma_{1t} + \sigma_{1\text{техн}} < \sigma_T. \quad (6.58)$$

Таким образом, в качестве оценочного критерия оптимальности принимаем условие минимума напряжений на внутренней поверхности оболочки

В качестве иллюстративного примера приведем результаты исследования натурной многослойной конструкции, образованной сборкой тонкостенных цилиндров, на выбор оптимальной величины зазора, при котором температурные напряжения и контактное давление на границе слоев минимальны.

В качестве целевой функции выбираем минимальные зазоры Δ_i , при которых напряжения и контактные давления на границе слоев цилиндрической оболочки с учетом микрозазоров и микронеровностей поверхностей при заданных начальных условиях минимальны.

Постановка задачи и ее решение приведено в параграфе §4.4. Приведем некоторые полученные соотношения, на основе которых разрабатывается метод оптимального управления

Принимаем, что $\delta_1 = \frac{qa^2}{Eh_1} \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) + \delta_{1(t)}$, где $\delta_{1(t)}$ - абсолютная величина

температурного расширения первого слоя, определяемая равенством

$$\delta_{1(t)} = \alpha_{1(t)} t_1 h_1.$$

Удлинение радиуса i слоя вычисляем по формуле (4.40)

$$\delta_i = \frac{qa^2}{E_{cp} \sum_{i=1}^n h_i} \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) + \alpha_{i(t)} t_i h_i.$$

Если в конструкции многослойного цилиндра зазоры Δ_i между слоями превышают величину δ_i , то контактное давление на границе слоев отсутствует. Если выполняется неравенство $\delta_i - \Delta_i > 0$, то контактное давление между слоями с приемлемой точностью в инженерной практике определяется по формуле (4.41)

$$p_i = \frac{(\delta_i - \Delta_i) E_i h_i}{a^2 \left(1 - \frac{\nu}{2}\right)}.$$

Исследуем конструкцию трехслойного цилиндрического резервуара, обечайка которого образована из трех слоев со следующими исходными данными, рис.3: $a = 300$ мм, $h_1 = 5$ мм, $h_2 = 10$ мм, $h_3 = 2$ мм, $q = 18$ МПа; $T = 200^\circ\text{C}$. Материалы слоев: первый слой – нержавеющая сталь X18H9T, второй слой – малоуглеродистая сталь 20пк, третий слой – алюминий. Определим влияние состояния поверхности каждого слоя на величину контактного давления. В качестве базовых значений возьмем параметры шероховатости $R_z = 320 \div 80$ мкм, соответствующие 1 и 2 классу шероховатости поверхности, образованной без удаления слоя материала (прокат, волочение) [116]. Рассматривая многослойный цилиндр, как составной из нескольких цилиндров, для обеспечения взаимозаменяемости будем руководствоваться основными правилами инженерной практики, когда «вал» изготавливают в «минус», а отверстие в «плюс» от номинальных размеров. Таким образом, между слоями образуется зазор Δ_i , который определяется из расчетов предельных отклонений размеров назначенных размерных допусков, рис.3.

Данные расчетов с учетом состояния поверхностей слоев и размерных допусков приведены в табл. 6.3, 6.4, 6.5. Иллюстративная картина распределения местного контактного давления на границе слоев приведена на рис. 6.20.

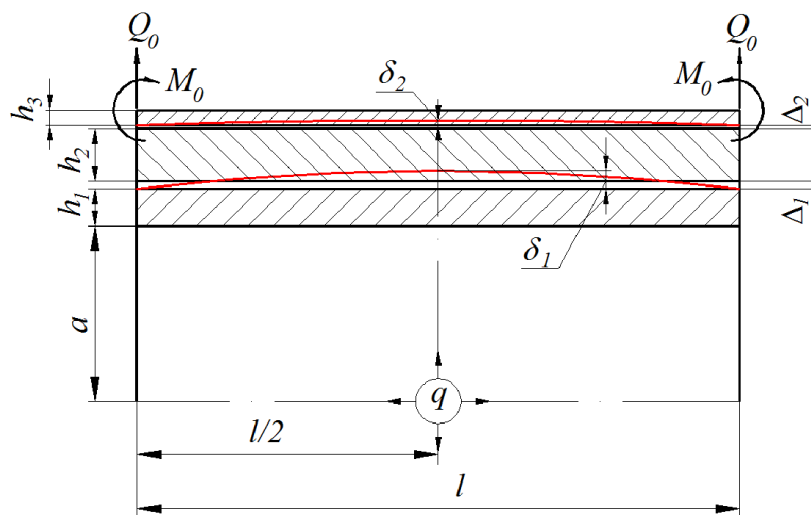


Рис.6.20. Расчетная схема трехслойного цилиндрического резервуара

Таблица 6.3

Расчетное значение удлинение радиуса на границе слоев трехслойного цилиндра

| материал | a , м | $h_1 \cdot 10^{-3}$, м | $E \cdot 10^5$, МПа | $\alpha_{1(T)} \cdot 10^{-6}$, | $\delta_{1(T)}$, мм | δ_1 , мм |
|------------|---------|-------------------------|----------------------|---------------------------------|----------------------|-----------------|
| X18H9T | 0,3 | 5 | 1,89 | 17 | 0,017 | 1,467 |
| Сталь 20пк | | 10 | 2,1 | 12,6 | 0,0252 | 0,485 |

Таблица 6.4

Расчетное значение контактного давления на границе слоев 1 и 2

| Размер, мм | Технологический зазор между слоями с учетом допуска на изготовление, мм | Параметры шероховатости и поверхности, $R_z \cdot 10^{-3}$ мм | зазор между слоями с учетом состояния поверхности Δ_i , мм | зазор между слоями с учетом внутреннего давления $\delta_i - \Delta_i$, мм | Контактное давление между слоями, МПа |
|---------------|---|---|---|---|---------------------------------------|
| 610H12 (+0,7) | 1,4 | 320 | 0,76 | 0,707 | 8,9 |
| 610h12 (-0,7) | 1,0 | | 0,36 | 1,107 | 13,67 |
| | 0,7 | | 0,06 | 1,407 | 18 |
| | 0,5 | | -0,14 | 1,607 | 19,85 |
| | 0,3 | | -0,34 | 1,807 | 22,32 |
| | 0 | | -0,64 | 2,107 | 26,9 |
| | 1,4 | | 160 | 1,08 | 0,387 |
| | 1,0 | 0,68 | | 0,787 | 9,72 |
| | 0,7 | 0,38 | | 0,787 | 13,42 |
| | 0,5 | 0,18 | | 1,287 | 15,89 |
| | 0,3 | -0,02 | | 1,487 | 18,36 |
| | 0 | -0,32 | | 1,808 | 22 |
| | 1,4 | 80 | | 1,24 | 0,247 |
| | 1,0 | | 0,84 | 0,647 | 7,74 |
| | 0,7 | | 0,54 | 0,947 | 11,4 |
| | 0,5 | | 0,34 | 1,147 | 13,92 |
| | 0,3 | | 0,14 | 1,347 | 16,39 |
| | 0 | | -0,16 | 1,627 | 20,0 |

Установлено, что состояние поверхностей многослойного цилиндра существенно влияет на распределение контактного давления между слоями. Наличие дефектов на поверхности материала вследствие технологии изготовления и транспортировки сортамента (сколы, деформация, изломы и т.д.) приводят к появлению местных натягов, что в свою очередь резко повышает уровень контактного давления. Поэтому в процессе изготовления обечайки сосуда давления проводят предварительную обработку поверхностей. Варьируя параметрами шероховатости поверхности и размерными отклонениями в пределах установленного допуска, можно уменьшать зазор между слоями, обеспечивая сравнительно низкий уровень местного контактного давления, рис. 6.21 зона I.

Таблица 6.4
Расчетное значение контактного давления на границе слоев 2 и 3

| Размер, мм | Технологический зазор между слоями с учетом допуска на изготовление, мм | Параметры шероховатости поверхности, $R_z \cdot 10^{-3}$ мм | зазор между слоями с учетом состояния поверхности Δ_i , мм | зазор между слоями с учетом внутреннего давления $\delta_i - \Delta_i$, мм | Контактное давление между слоями, МПа |
|----------------------|---|---|---|---|---------------------------------------|
| 630H12 ($^{+0,7}$) | 1,4 | 320 | 0,76 | -0,275 | 0 |
| 630h12 ($^{-0,7}$) | 1,0 | | 0,36 | 0,125 | 3,46 |
| | 0,7 | | 0,06 | 0,425 | 11,66 |
| | 0,5 | | -0,14 | 1,125 | 17,15 |
| | 0,3 | | -0,34 | 0,825 | 22,64 |
| | 0 | | -0,64 | 1,125 | 30,88 |
| | 1,4 | | 160 | 1,08 | -0,595 |
| | 1,0 | 0,68 | | -0,195 | 0 |
| | 0,7 | 0,38 | | 0,105 | 2,88 |
| | 0,5 | 0,18 | | 0,665 | 8,37 |
| | 0,3 | -0,02 | | 0,505 | 13,86 |
| | 0 | -0,32 | | 0,805 | 22,09 |
| | 1,4 | 80 | | 1,24 | -0,755 |
| | 1,0 | | 0,84 | -0,355 | 0 |
| | 0,7 | | 0,54 | -0,055 | 0 |
| | 0,5 | | 0,34 | 0,145 | 3,9 |
| | 0,3 | | 0,14 | 0,345 | 9,47 |
| | 0 | | -0,16 | 0,645 | 17,7 |

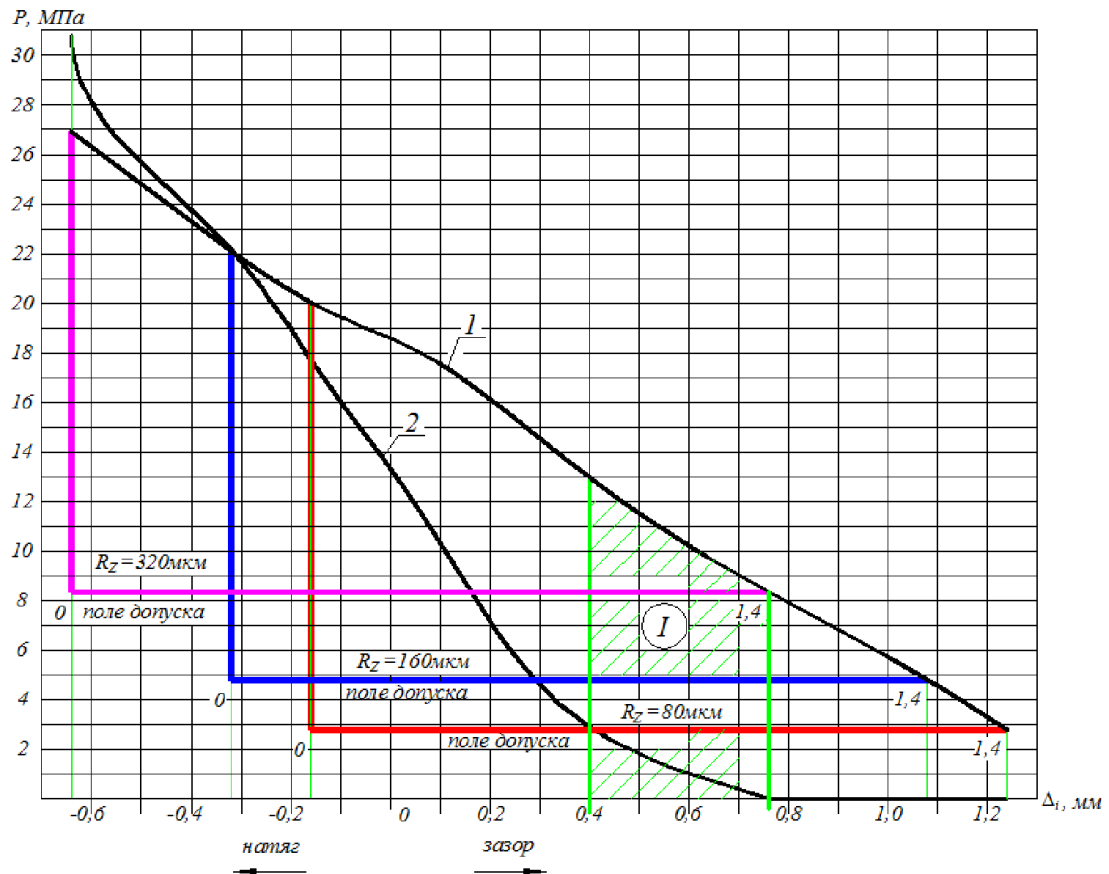


Рис.6.21. Распределение контактного давления между слоями с учетом состояния поверхности слоев в процессе изготовления: кривая 1 соответствует границе слоев 1 и 2, кривая 2 - границе слоев 2 и 3; зона I обеспечивает сравнительно низкий уровень контактного напряжения

Таким, образом, изготовление ответственных конструкций энергетического машиностроения с минимальным остаточным напряженным состоянием связано с их оптимальным проектированием, включающим вопросы сочетания конструктивной и технологической потребностей (выбора геометрической формы, материала, способа изготовления и пр.), а также оптимизации технологического процесса изготовления. Этой реализации вполне приемлемы разработанные модели и методы управления высокоградиентными термонапряженными состояниями конструкций.

§6.8. Математическое обоснование построения алгоритма оптимизации и оценочных весовых функций

Рассмотренные выше конкретные примеры оптимизации термонапряженных состояний элементов конструкций оболочечного типа, адаптированных к условиям технологических процессов изготовления, построены на сравнении температурных напряжений с нормируемым эквивалентом, в качестве которого принимается предел текучести материала. Основой методов оптимизации и возможного управления составили формализация задачи минимизации с ограничениями, выбор условий минимизации функционала, соблюдение условий равновесия элемента. Были решены температурная задача, статические, геометрические и физические уравнения термоупругости, рассмотрены условия неразрывности деформаций.

В общем случае система критерия качества может быть выражена некоторой обобщенной моделью в виде блок – схемы, представленной на рис. 6.22.

В результате мы получаем систему критериев качества в виде множества оценочных критериев, линейно независимых друг от друга. К их числу смело можно отнести конструктивную форму элемента, последовательность геометрических соотношений (характерный размер), теплофизические и механические свойства материала, характерные параметры заготовки, текущие параметры температурного и силового воздействий в процессе изготовления и эксплуатации, и многое другое.

Формализация такой оптимизационной задачи требует уже оценки, как самих критериев, так и выстроенных взаимоотношений между ними. Одним из путей разработки оценочного инструментария является сведение многих критериев к одному путем введения априорных весовых коэффициентов для каждого из критериев на основе поиска общности закономерностей или

зависимостей, в качестве которой можно принять уравнение механики сплошной неоднородной изотропной среды в перемещениях.

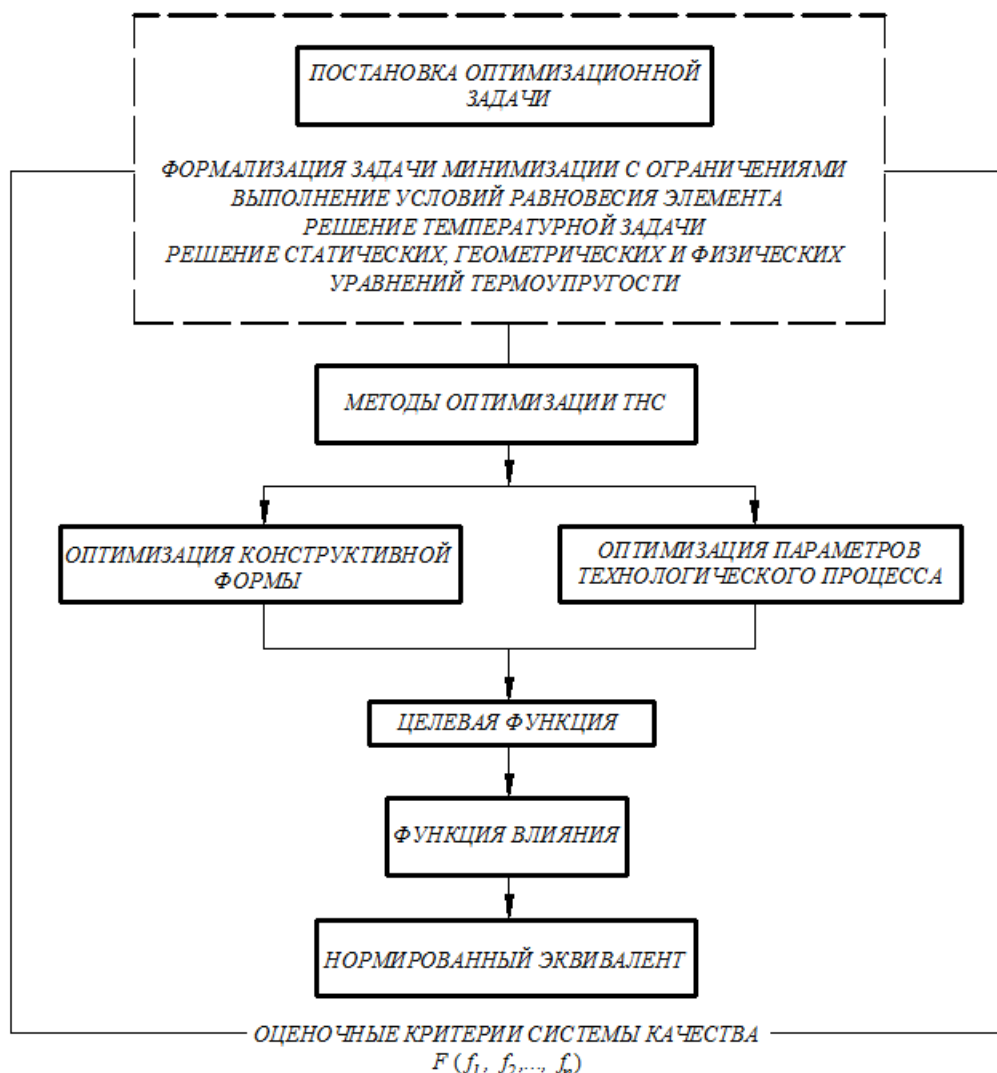


Рис. 6.22. Обобщенная модель системы критериев качества

Условием равновесия элемента твердого тела в стационарном случае приводит к следующему общему уравнению механики сплошной среды [93]

$$\operatorname{div} \Pi + \gamma \mathbf{F} = 0 \quad (6.59)$$

где Π - тензор упругих напряжений; γ - плотность тела; \mathbf{F} - внешние объемные силы, приходящиеся на единицу массы.

В соответствии с обобщенным законом Гука тензор упругих напряжений может быть выражен записью, линейно связывающую его сферическую и девиаторную части [9]

$$\Pi = 2 G \Phi + \lambda \theta I. \quad (6.60)$$

Здесь Φ - симметричный тензор деформаций, выраженный через вектор перемещений \mathbf{u} ; Π - тензор упругих напряжений; θ - инвариант тензора деформаций, описывающий объемное расширение элемента упругой среды $\theta = \text{div } \mathbf{u}$; I - единичный тензор; G, λ - коэффициенты Ламе, выраженные через известные соотношения

$$G = \frac{1}{2} \frac{E}{1+\nu}; \quad \lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-\nu)}; \quad \lambda = K - \frac{2}{3} G. \quad (6.61)$$

Здесь K - модуль всестороннего сжатия, все остальные обозначения соответствуют ранее принятым.

С учетом вышеприведенных соотношений уравнение (6.59) можно записать в следующем виде [93]

$$2 G \Delta \mathbf{u} + 2 (\text{grad } G, \nabla) \mathbf{u} + \text{rot } (G \text{ rot } \mathbf{u}) + \text{grad } (\lambda \text{ div } \mathbf{u}) = - \gamma \mathbf{F}, \quad (6.62)$$

где ∇ - ковариант тензора деформаций.

В операторной форме при $G = \text{const}, \lambda = \text{const}$ уравнение (6.62) может быть записано в следующей форме

$$\hat{L} \mathbf{u} = \mathbf{Q}; \quad (6.63)$$

$$\hat{L} \mathbf{u} = - 2 G \Delta \mathbf{u} - 2 (\text{grad } G, \nabla) \mathbf{u} - \text{rot } (G \text{ rot } \mathbf{u}) - \text{grad } (\lambda \text{ div } \mathbf{u});$$

$$\mathbf{Q} = \gamma \mathbf{F}. \quad (6.64)$$

В случае термических расширений правая часть уравнения (6.63) содержит также член, который имеет вид [88, 93]

$$\mathbf{Q}_T = - \text{grad} \left(\frac{\alpha E T}{1-2\nu} \right) \frac{1}{3}, \quad (6.65)$$

где распределение температуры характеризуется вектором \mathbf{r} .

Граничные условия к уравнению равновесия могут быть определены из равенства интегралов

$$\int_V \hat{L} \mathbf{u} dV = \int_V \mathbf{Q} dV, \quad (6.66)$$

что идентично записи

$$-\oint_S \sigma_n(\mathbf{r}_S) dS = -\oint_S \mathbf{Q}_n(\mathbf{r}_S) dS = \oint_V \mathbf{Q}(\mathbf{r}) dV. \quad (6.67)$$

Здесь $\sigma_n(\mathbf{r}_S)$ – вектор упругих напряжений в виде двух составляющих, направленных по нормали и тангенциально к площадке dS .

Применяя теорему Гаусса – Остроградского к левой части уравнения (6.67), делая известные преобразования и следуя алгоритму, изложенному в литературе [93], запишем условия, при которых упругие напряжения могут быть выражены соотношениями

$$\begin{aligned}\sigma_n(\mathbf{r}_S) &= \sigma_n^{норм}(\mathbf{r}_S) + \sigma_n^{танг}(\mathbf{r}_S); \\ \sigma_n^{норм}(\mathbf{r}_S) &= \mathbf{n}(\lambda \operatorname{div} \mathbf{u} + 2 \operatorname{grad} \mathbf{u}_n)_{r(S)}; \\ \sigma_n^{танг}(\mathbf{r}_S) &= \{G(\mathbf{n}), 2[\operatorname{grad} \mathbf{u}_n, \mathbf{n}]\}_{r(S)}.\end{aligned}\quad (6.68)$$

Возможными граничными условиями к уравнению равновесия (6.63) могут быть:

- заданные перемещения в различных точках внешней поверхности тела (метод перемещений)

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}_S) = \boldsymbol{\psi}(\mathbf{r}_S); \quad (6.69)$$

- заданные внешние поверхностные силы или местные напряжения (метод сил)

$$\sigma_n(\mathbf{r}_S) = \mathbf{Q}_n(\mathbf{r}_S); \quad \sigma_n^{норм}(\mathbf{r}_S) = \mathbf{Q}_n^{норм}(\mathbf{r}_S). \quad (6.70)$$

Для взаимосвязи всех линейно независимых факторов влияния на термонапряженное состояние конструкции необходимо составить условие сопряженности множеств переменных. Используем для этих целей математическое описание сопряженных операторов. Запишем уравнение, сопряженное выражению (6.63) в виде [14]

$$\int_V (\mathbf{u}^* \hat{L} \mathbf{u} - \mathbf{u} \hat{L}^* \mathbf{u}^*) dV = 0. \quad (6.71)$$

Условием сопряженности (6.71) операторов основного и сопряженного уравнений механики является выполнение требований [93]

$$(\mathbf{u}^*, \sigma_n)_{r(S)} = (\mathbf{u}, \sigma_n^*)_{r(S)}. \quad (6.72)$$

Сопряженным основному уравнению механики сплошной среды (6.63) будет также уравнение

$$\hat{L}^* \mathbf{u}^* = \mathbf{P}(\mathbf{r}), \quad (6.73)$$

где $\mathbf{P}(\mathbf{r})$ – произвольный вектор, связанный соотношением

$$I = \int_V (\mathbf{u}, \mathbf{P}) dV = \int_V (\mathbf{u}^*, \mathbf{Q}) dV. \quad (6.74)$$

Здесь I – линейный функционал, приобретающий тот или иной смысл в зависимости от вида $\mathbf{P}(\mathbf{r})$.

Условиями сопряженности (6.72) могут быть приняты

$$\frac{Q_n^{\text{норм}}}{u_n^{\text{норм}}} \Big|_{R(S)} = \frac{\sigma_n^{\text{норм}}}{u_n^{\text{норм}}} \Big|_{R(S)} = \mu; \quad \frac{Q_n^{\text{танг}}}{u_n^{\text{танг}}} \Big|_{R(S)} = \frac{\sigma_n^{\text{танг}}}{u_n^{\text{танг}}} \Big|_{R(S)} = \chi. \quad (6.75)$$

Если $\mathbf{P}(\mathbf{r})$ принять в виде $\mathbf{P}(\mathbf{r}) = \mathbf{p} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$, то функционал I является линейным функционалом вектора перемещений $\mathbf{u}(\mathbf{r})$, проинтегрированных по всему объему среды с весом $\mathbf{P}(\mathbf{r})$, где δ является δ -функцией. По физическому смыслу I представляет собой проекцию вектора перемещения в произвольной точке \mathbf{r}_0 на направление \mathbf{p} .

$$I = \mathbf{u}(\mathbf{r}_0) \mathbf{p}. \quad (6.76)$$

Если принять $\mathbf{P}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \int_V \mathbf{F}(\mathbf{r}) \gamma(\mathbf{r})$, где $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ – внешние силы, приложенные в точке \mathbf{r} к единице массы тела, то функционал I приобретает физический смысл работы внешних сил или полной энергии, аккумулированной упругим телом в результате деформаций, которые вызваны этими силами

$$I = \frac{1}{2} \int_V \mathbf{F}(\mathbf{r}) \gamma(\mathbf{r}) dV. \quad (6.77)$$

Энергетический смысл уравнения (6.80) заключается в осуществлении принципа неразрывности деформаций, которому в случае оболочечных конструкций соответствуют уравнения (2.5) и (2.6). Для упругого тела принцип наименьшей работы деформаций и уравнения совместности деформаций тождественны между собой [9].

Переходя в решениях задач от деформаций к напряжениям (или наоборот), мы определяем область, в которой множества факторов влияния подчинены осуществлению принципа неразрывности деформаций упругого тела. Ее верхней гранью будет граница некоего эквивалента, принятого нами в

качестве предела текучести материала. Множества, принадлежащие области выше этой границы, описывают упругопластическое и пластическое состояние твердого тела.

Произведя связь между множествами линейно независимых факторов влияния путем применения сопряженных операторов уравнения механики сплошной изотропной среды, и выполняя условия сопряженности, весовые функции можно построить на основе нормирования переменных, приведенных к эквивалентной мере, в качестве которой принимается предел текучести материала. Справедливо

$$\|\mathfrak{E}\| = \sigma_T. \quad (6.78)$$

Сопоставим выражение (6.78) единичному вектору $\mathbf{g}(\xi)$, действующему в направлении ξ , тогда

$$\mathbf{g} = \xi \|\mathfrak{E}\| = \max |\xi| = 1. \quad (6.79)$$

Выразим условие оптимальности, взятого в качестве соотношения возникающих напряжений к пределу текучести $\frac{\sigma_p}{\sigma_T}$ через вектор $\mathbf{d}(\zeta)$, действующего в направлении ζ , и запишем

$$\mathbf{d} = \zeta (\sigma_p / \sigma_T). \quad (6.80)$$

Из условия, что направления ξ и ζ лежат в одной координатной плоскости $\Gamma(\alpha, \varpi)$, то построение весовых функций можно осуществить на основе равенства

$$\|\mathfrak{E}\| - |\mathbf{g} - \mathbf{d}|_{\alpha, \varpi} = \Delta, \quad \mathbf{g}(\xi) \in \Gamma(\alpha, \varpi), \quad \mathbf{d}(\zeta) \in \Gamma(\alpha, \varpi). \quad (6.81)$$

Предельным соотношением (6.81) будет

$$\|\mathfrak{E}\| - |\mathbf{g} - \mathbf{d}|_{\alpha(\text{пред}), 1} = 0. \quad (6.82)$$

В таком случае координата ϖ и будет весовой функцией в ранее принятой (гл. I) феноменологической модели предельного состояния конструкции, являющейся оптимизационной характеристикой в разработанных методах оптимизации и возможных управлений термонапряженными состояниями ответственных конструкций

энергетического машиностроения. Графическая интерпретация выше изложенного представлена на рис. 6.23.

Здесь U и U^* сопряженные пространства множеств, которые являются решениями общего уравнения механики сплошной среды (6.59) и сопряженного ему уравнения (6.63) при выполнении условий сопряженности (6.72), (6.75).

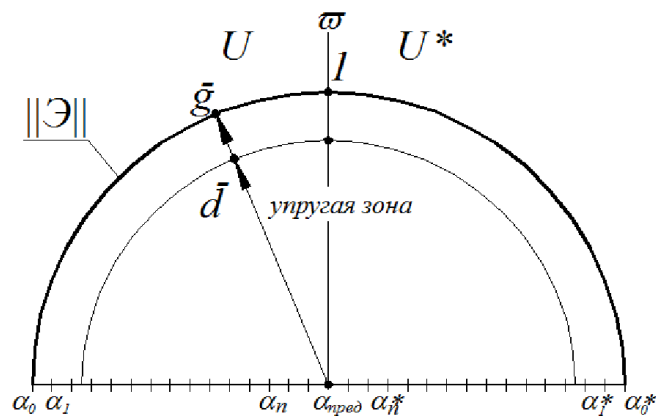


Рис. 6.23. К построению весовой функции в методах оптимизации термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкции

Радиус единичного вектора g на полуплоскости Γ является принятой границей упругого состояния конструкции, определяемый соотношениями (6.81), (6.82). Вектор d характеризует текущее состояние конструкции, испытывающей термосиловое воздействие. Это состояние, оцененное критериями α_i в упругой зоне, в зависимости от разности векторов выражения (6.81), может быть как упругим, так и упругопластическим. Каждому оценочному критерию упругой зоны соответствует свой весовой коэффициент ϖ , где $\alpha_0 \leq \alpha \leq \alpha_{пред}$; $0 \leq \varpi \leq 1$.

По сути, предложенная модель оптимизации и возможного управления термонапряженными состояниями сочлененных оболочечных конструкций в технологических процессах энергетического машиностроения является алгоритмом оптимизации в задачах минимизации с ограничениями. В основе его построения лежит метод градиента с проекцией, изложенный в §6.2.

Таким образом, разработанная математическая модель оптимизации высокоградиентных термонапряженных состояний оболочечных конструкций энергетического машиностроения сочетает основные соотношения и зависимости механики деформируемого твердого тела, теории термоупругости и теории экстремальных задач. Ее формализованное представление в операторной форме методов функционального анализа не противоречит сути логического анализа предельного состояния обобщенной конструкции в предложенной феноменологической модели (гл. I, рис. 1.6).

Более того, последнее обстоятельство можно рассмотреть совершенно с другой точки зрения. Изложим этот подход применительно к случаю, когда конструкция накапливает НДС от действия факторов, соответствующих оценочным критериям $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n$, сумма которых может соответствовать предельному значению критерия $\alpha_{пред}$, и справедливо соотношение (1.2)

$$\lim_{i \rightarrow n} \sum \alpha_i = \alpha_{пред} = k H_{ПСК} .$$

где α_i – линейно независимый оценочный критерий, описывающий НДС конструкции; $H_{ПСК}$ - параметр предельного состояния; k - коэффициент соответствия между ними.

Обоснуем возможность проведения операции суммирования различных по физическому смыслу величин на основе разложения вещественной функции в ряд Фурье в комплексной форме и графическом ее представлении в комплексной плоскости [112].

Если $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n$ вещественные числа и положительны, а $\alpha_{пред}$ рассматривается как некоторая функция $F(t)$, $\alpha_{пред} = F(t)$, то $\alpha_{пред}$ (1.2) может быть определена как [50]

$$F(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} r_n e^{j(nt - \varphi_n)} . \quad (6.83)$$

Графическое представление искомого решения приведено на рис. 6.24. Величина $c_n e^{jnt} = r_n e^{j(nt - \varphi_n)}$ определяет в комплексной плоскости вектор, исходящий из нулевой точки, имеющий длину r_n и образующий с

положительными вещественными осями угол $nt - \varphi_n$. Следует обратить внимание на ограничение конечных положений этого вектора, который при возрастании t описывает окружность r_n с граничными условиями

$$0 \leq nt - \varphi_n \leq \pi.$$

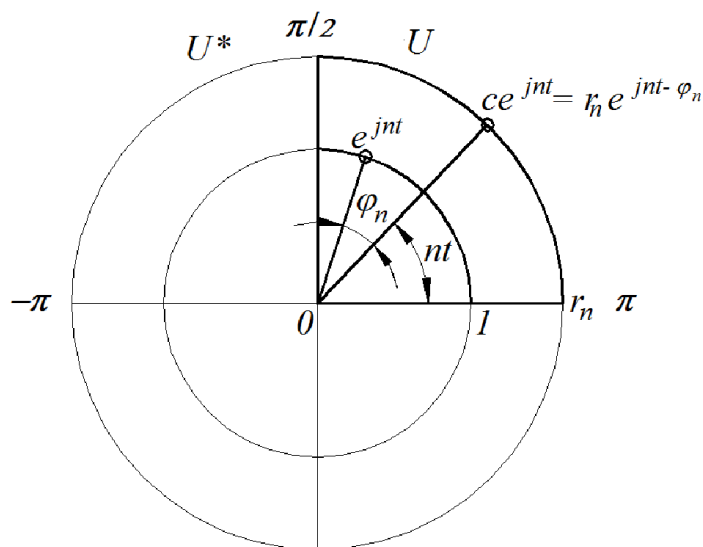


Рис.6.24. Представление функции $c_n e^{jnt}$ в комплексной плоскости

Придавая физический смысл переменным c , n , t , φ , можно с приемлемой инженерной точностью приблизиться к решению актуальной задачи оценки предельного состояния конструкции в целом. При этом необходимо определить границы допустимости, при которых состояние конструкции является упругим, принятой в виде нормы эквивалента (предела текучести материала). Тогда справедливо соотношение

$$\lim_{r_n \rightarrow \alpha_{пред}} \sum_{n=0}^i r_n e^{j(nt - \varphi_n)} = \|\mathcal{E}\|.$$

Предложенные подходы в оценке термонапряженного состояния конструкции, испытывающей термосиловое воздействие, тождественны. Один из них реализован на теории экстремальных задач, другой допускает спектральное представление оценочной функции путем преобразования Лапласа.

Заключение по главе VI

1. Изложена постановка задачи оптимизации термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций в технологических процессах энергетического машиностроения и общий подход к ее решению. Предложено построить математическую оптимизационную модель на рассмотрении строгих неравенств с ограничениями. Условия ограничения таких неравенств отнесены к экстремальным событиям, которые могут привести к переходным процессам в конструкции из упругого в упругопластическое состояние.

2. Показано, что оптимизационная задача может быть поставлена как задача математического программирования линейно независимых между собой параметров влияния на термонапряженное состояние конструкции. Формализация такой задачи может быть построена на вариационном методе и сведена к задаче минимизации с ограничениями. В качестве алгоритмов оптимизации рассмотрены методы поточечного проектирования и градиента с проекцией. Отсюда вытекает необходимость в разработке системы критерия качества.

3. Предложена оптимизационная модель конструктивной формы, сочлененной двумя пересекающимися цилиндрами, которая взята за основу оптимизации термонапряженных состояний в процессе сварки реальных энергетических конструкций оболочечного типа. Для определения предельных температурных напряжений использовались ранее разработанные расчетные модели. Показано, что термоупругий ресурс сочлененных элементов существенно зависит от их пространственного расположения относительно друг друга.

4. Проведена оценка приближенного решения при замене пространственной задачи на плоскую. Определены границы его применимости на основе исследования свойств логарифмического потенциала простого слоя упругой оболочки.

5. Проведена оптимизация термонапряженных состояний в реальных конструкциях энергетического машиностроения в местах сварных соединений штуцеров и отводных патрубков с корпусными элементами на основе выбора оптимального слоя наплавленного металла, удовлетворяющего условию прочности сварного шва, и оптимизации параметров технологического процесса. Это позволило существенно снизить остаточные напряжения в зонах технологического влияния.

6. Оптимизирована натурная многослойная оболочечная конструкция с учетом особенностей изготовления и сборки структурных элементов. Показана принципиальная возможность управления напряженно-деформированным состоянием за счет назначения оптимальных размерных допусков выбора соответствующий методов обработки поверхностей.

7. Разработана обобщенная модель системы критериев качества в виде множества оценочных критериев, линейно независимых друг от друга. К их числу отнесены конструктивная форма элемента, последовательность геометрических соотношений (характерный размер), теплофизические и механические свойства материала, характерные параметры заготовки, текущие параметры температурного и силового воздействий в технологических процессах изготовления с учетом эксплуатационных параметров.

8. Дано математическое обоснование построения весовых функций на основе на основе поиска общности закономерностей, в качестве которой принимается уравнение механики сплошной неоднородной изотропной среды в перемещениях. Предложенные подходы в оценке термонапряженного состояния конструкции, испытывающей термосиловое воздействие, корректно интегрированные в предложенную феноменологическую модель предельного состояния обобщенной конструкции, тождественны. Один из них реализован на теории экстремальных задач, другой допускает спектральное представление оценочной функции путем преобразования Лапласа.

ГЛАВА VII. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕРМОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ СВАРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ОБОЛОЧЕЧНОГО ТИПА

§7.1. Теория эксперимента и постановка задачи экспериментальных исследований

Целью проведения экспериментальных исследований является подтверждение или опровержение разработанного расчетного метода определения термонапряженного состояния, обусловленного воздействием высокоградиентного неоднородного температурного поля, адаптированного к сварным конструкциям оболочечного типа.

Верификацию тестовых примеров модельной задачи и определение действительной картины остаточного термонапряженного состояния сварного соединения проведем на основе механического метода определения остаточных напряжений в поверхностном слое натурной конструкции и изготовленных специальных образцов.

Одновременно с этим проведем исследование микроструктуры сварного шва металлографическим способом, предполагая, что в местах с повышенным уровнем остаточного напряжения будут присутствовать, усадочная пористость, усадочные раковины и микротрещины.

Для исследования остаточных напряжений применяют следующие известные методы: механические, физические, рентгеновские, акустические, электромагнитные, оптические и др. [50, 52, 53, 68, 71, 72, 69, 99, 141]. В зависимости от способа воздействия на исследуемый объект они являются разрушающими, малоразрушающими и неразрушающими видами контроля.

Известные механические методы определения остаточных напряжений основаны на предположении, что разрезка или удаление части детали с остаточными напряжениями эквивалентна приложению к оставшейся ее части, на вновь появившихся поверхностях, напряжений обратного знака, равных по абсолютной величине остаточным. По измеренным деформациям,

возникающим в процессе механического снятия напряженного слоя, вычисляют остаточные напряжения по формулам теории упругости. Один из таких способов приведен в работе [157]. Данный метод основан на вырезке образца из модельного кольца с последующим послойным удалением поверхностного слоя, в котором залегают остаточные напряжения. Удаление поверхностного слоя осуществляется травлением. Механические методы относятся к разрушающим видам контроля, и требуют «разрушения» или нарушения целостности конструкции.

Для экспериментального исследования остаточных напряжений в натурной сварной конструкции используем механический метод путем выборочного мониторинга контура сварного соединения сверлением «глухого зондирующего отверстия». Данный способ показывает проявления напряжений «замороженных» в теле, при помощи создания малого несквозного отверстия, когда в окрестности отверстия создается локальное возмущенное деформированное состояние. По измерению параметров этого состояния будем судить об исходном остаточном состоянии исследуемой зоны сварного шва. Данный метод хорошо разработан и апробирован. Теория эксперимента и полученные результаты экспериментальных данных опубликованы в работах [7, 169, 170]. Приведем основные гипотезы и некоторые положения, позволяющие обосновать применение теории эксперимента к исследованию сварных конструкций оболочечного типа.

Гипотеза зависимости остаточного напряжения

Определяет характерную зависимость остаточных напряжений в виде, рис. 7.1,

$$\sigma_{xx} = \sigma_{xx}^0 + \sigma_{xx}^1 \left(1 - \frac{2z}{h} \right), \quad (7.1)$$

σ_{xx}^0 - постоянная составляющая остаточного напряжения, «замороженного в теле»; σ_{xx}^1 - составляющая остаточного напряжения, переменная по глубине отверстия; z – координата, отсчитываемая в глубь тела по нормали к его поверхности; z – глубина зондирующего отверстия; коэффициент 2 при

линейном слагаемом отражает интегральную по глубине отверстия самоуравновешенность этого слагаемого.

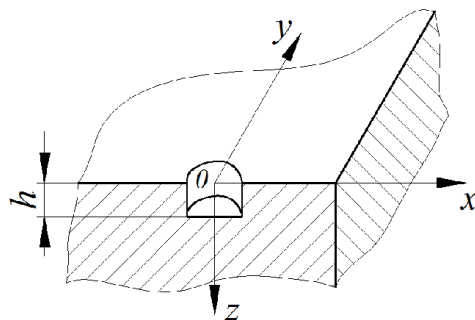


Рис. 7.1. Схема расчета принятой гипотезы

Гипотеза постоянства остаточных напряжений

Предполагается, что в пределах диаметра зондирующего отверстия остаточные напряжения в любом сечении, параллельном поверхности тела, сохраняют свои постоянные значения.

Гипотеза состояния поверхности и исследуемого объекта в целом

Предполагается, что в окрестности отверстия, на которой осуществляются измерения, поверхность тела плоская и тело аппроксимировать бесконечным полупространством или цилиндром больших по сравнению с отверстием размеров.

Гипотеза удаленности границы тела

Предполагается, что границы тела, в котором измеряются напряжения удалены от отверстия на достаточно большое расстояние и их влиянием можно пренебречь. На практике такое удаление можно считать обеспеченным, если размеры тела превосходят два или более диаметра отверстия. При отверстиях диаметром 2 мм удаление должно быть порядка 4 мм и более [166].

Отметим одну важную особенность выбранного метода определения остаточных напряжений, она заключается в следующем. Экспериментальная тарировка и аттестация методов измерения осуществляется обычно на плоских образцах, а тарированные таким способом технические средства измерения применяют на натуральных объектах с различными геометрическими

формами и границами. Практика измерительной работы показала, что принятые гипотезы не ограничивают область применения этого метода [166].

Напряжения могут быть пересчитаны по измеренным деформациям в соответствии с формулами

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \frac{Ee_{xx}}{1+\nu} + \lambda\theta; \\ \sigma_{yy} &= \frac{Ee_{yy}}{1+\nu} + \lambda\theta; \\ \theta &= 2e_{cp}; \quad e_{cp} = \frac{e_{xx} + e_{yy}}{2}; \quad \lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}.\end{aligned}\quad (7.2)$$

Измерения деформаций проведем тензометрическим способом, как наиболее доступный и точный способ измерения (погрешность $5\div 10\%$).

Постановка задачи экспериментальных исследований

Постановку задачи экспериментальных исследований сформулируем следующим образом. Для верификации разработанного метода определения высокоградиентных термонапряженных состояний конструкций, обусловленных неоднородными температурными воздействиями, провести:

- исследование остаточных напряжений в зонах контура сварного шва натурной конструкции. Метод определения остаточных напряжений – механический с высверливанием зондирующих глухих отверстий и с тензометрическим измерением деформаций;
- выявление зон структурных изменений в местах с высоким уровнем остаточных напряжений. Метод исследования – металлография;
- разработать методику измерения остаточных напряжений с соответствующим подбором инструментальных средств измерения остаточных напряжений и приспособлений, провести тарировку и апробирование измерительных средств;
- разработать методику металлографических исследований в зонах сварного шва алюминиевых сварных конструкций;

- провести корреляцию эксперимента на основе механических и металлографических методов исследования остаточного напряженного состояния.

Выбор образцов для исследования

В качестве объектов исследования использовались образцы, вырезанные из натурной рамной конструкции трубопровода, рис. 7.2, 7.3. В образце №1 (далее «угольник») имеется сварное соединение двух пересекающихся труб, равных диаметров с одинаковой толщиной стенки, рис. 7.2. Материал сварной конструкции АМг6 ГОСТ 4784.

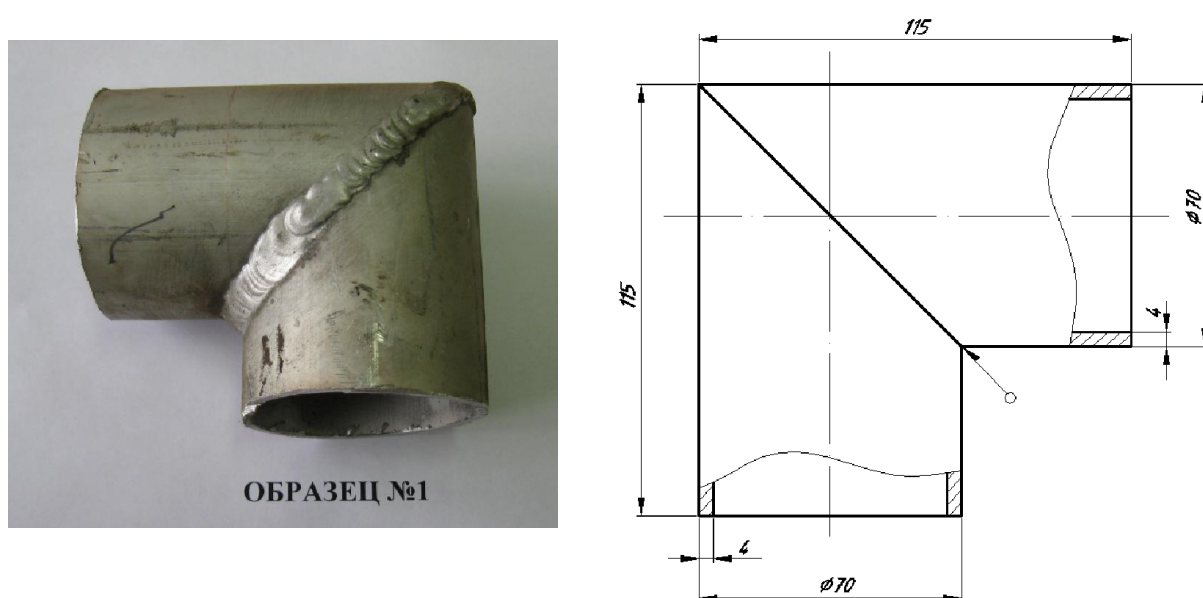


Рис. 7.2. Образец №1 («угольник») для исследования остаточных напряжений в сварном шве



Рис. 7.3. Образец №2 («фланец») для исследования остаточных напряжений в сварном шве

В образце №2 (далее «фланец») имеется угловое сварное соединение труб, равных диаметров с одинаковой толщиной стенки, и сварное соединение фланца с трубой, рис. 7.3. Материал сварной конструкции АМгб ГОСТ 4784.

В выбранных образцах проводим комплексное экспериментальное исследование сварного шва углового соединения. На образце №1 в околошовной сварной зоне определяем остаточные напряжения. На образце №2 исследуем микроструктуру сварного шва.

С учетом выбора метода исследования была разработана методика проведения эксперимента, в которую вошли мероприятия по обеспечению технологии и точности проведения измерений, с описанием измерительной аппаратуры, нагрузочных устройств и приспособлений. Вся последовательность измерений и показания измерительной техники зафиксированы в журнале проведения эксперимента. Особо важные разделы методики приведены далее.

§7.2. Технология обеспечения точности измерений эксперимента

В соответствие с проведенным анализом мест сечения, характерных точек, где ожидалось различные уровни напряжений, были разработаны монтажные схемы тензометрических измерительных датчиков. Чертежи и фотографии монтажных схем приведены ниже в соответствующих параграфах.

Описание монтажных схем

В качестве измерительных датчиков использовались тензорезисторы 2ФКПА-1-50ГБ ГОСТ 21616-76, сопротивление 45,90-46,04 Ом. Установку тензорезисторов осуществляли наклеиванием на пластину клеем циакрин ЭО. Перед наклейкой тензорезисторов поверхность исследуемой области обезжиривалась ацетоном. После высыхания клея проводилась распайка

корольков датчиков на разъем РП14-16 припоем ПОС-40. Использовался провод МГТФ диаметром в сечении 0,2мм. Крепление жгутов к корпусу производилось клеем циакрин ЭО.

Измерительная аппаратура

Использовалась измерительная станция ИСД-2. Для исключения промышленных помех все приборы были заземлены, а соединительные кабели заключены в экраны. Переключение тензорезисторов осуществлялось автоматически переключателем АПТ-50. Влияние переходного сопротивления контактов переключателя исключалось использованием схемы двойного моста Томпсона.

Технология обеспечения точности измерений эксперимента

Заключалась в тарировании измерительного сигнала и определения чувствительности тензометрических датчиков. Для этих целей была изготовлена тарировочная балка равного сопротивления, любая точка которой имеет одинаковое значение напряжений. Материал тарированного образца соответствует материалу сварного изделия.

Балку устанавливали одним концом в тиски устройства нагружения, обеспечивая, таким образом, жесткое крепление. Форма образца и схема нагружения, представленные на рис. 7.4, 7.5, позволяют вычислить напряжения при нормированном нагружении балки по известной из курса «Сопротивление материалов» формуле [164]

$$\sigma_p = \frac{M}{W} = \frac{6Pl}{bh^2} = \frac{3P}{h^2} \operatorname{ctg}\varphi;$$
$$f = \frac{6Pl^3}{bEh^3}, \quad (7.3)$$

где: σ_p – нормальное напряжение при изгибе; M - изгибающий момент; W – момент сопротивления; P – нормируемая нагрузка; b, l, h – характерные размеры балки; φ - угол наклона стороны балки к ее оси симметрии; f – прогиб конца консоли балки.

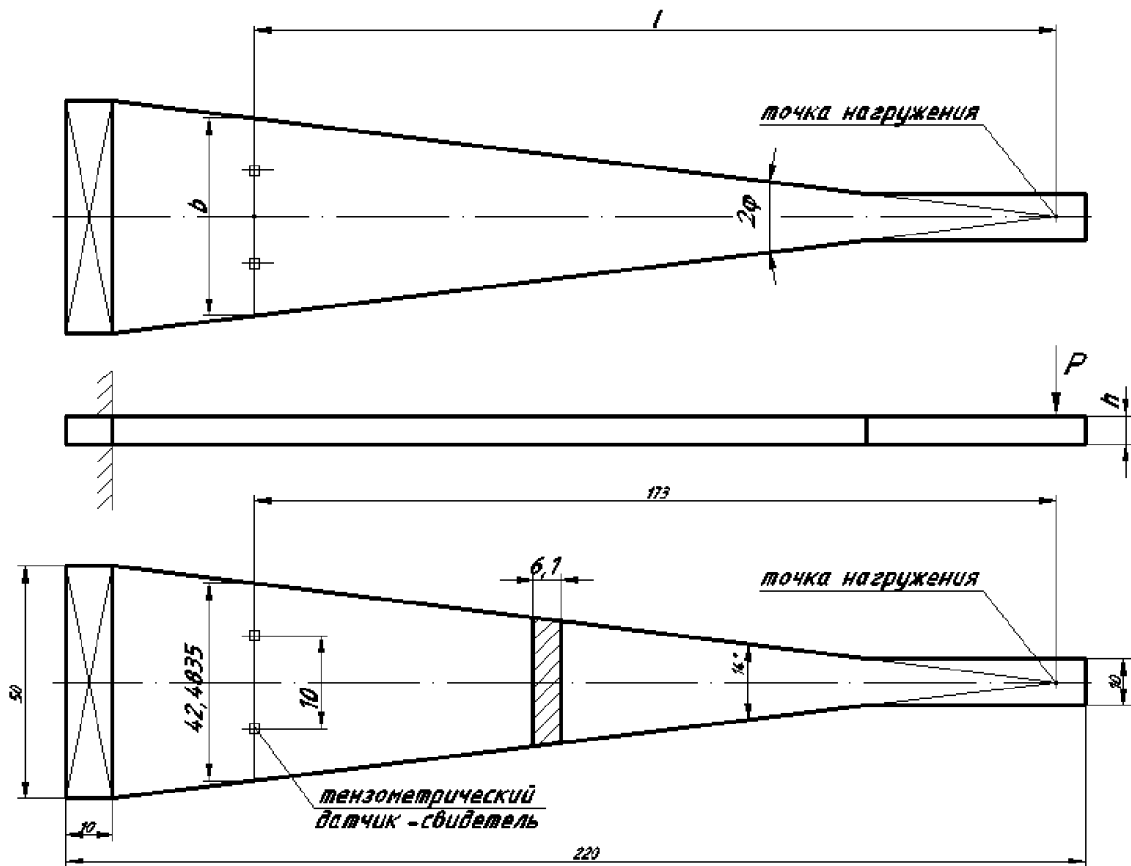


Рис. 7.4. Тарировочная балка равного сопротивления

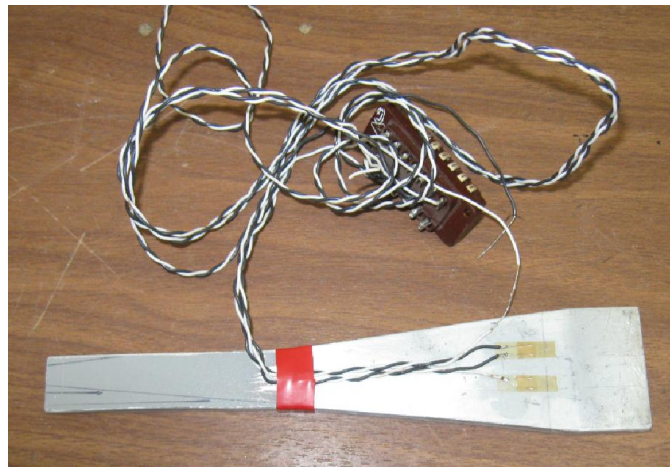


Рис. 7.5. Фотография тарировочной балки

Исходные данные для расчета: материал балки – Амг 6 ГОСТ 4784-97;
 $h = 6,1 \text{ мм}$, $\alpha = 7^\circ$, который в процессе тарировки нагружали силой $P = 2 \text{ кгс}$.
 Нормальное напряжение вычисляли по формуле (7.3): $\sigma = 3 \cdot 2 \cdot 8,1443 / 0,61^2 =$

$131,3243751 \text{ кгс/см}^2 = 12869788,76 \text{ Па}$, оцененное приблизительно, как $\sigma \approx 12,87 \text{ МПа}$.

В целях уточнения величины модуля упругости тарировочной балки использовалось запатентованное нагрузочное устройство [119], позволяющее измерять прогиб при нагружении балки мерным грузом, рис. 7.6.

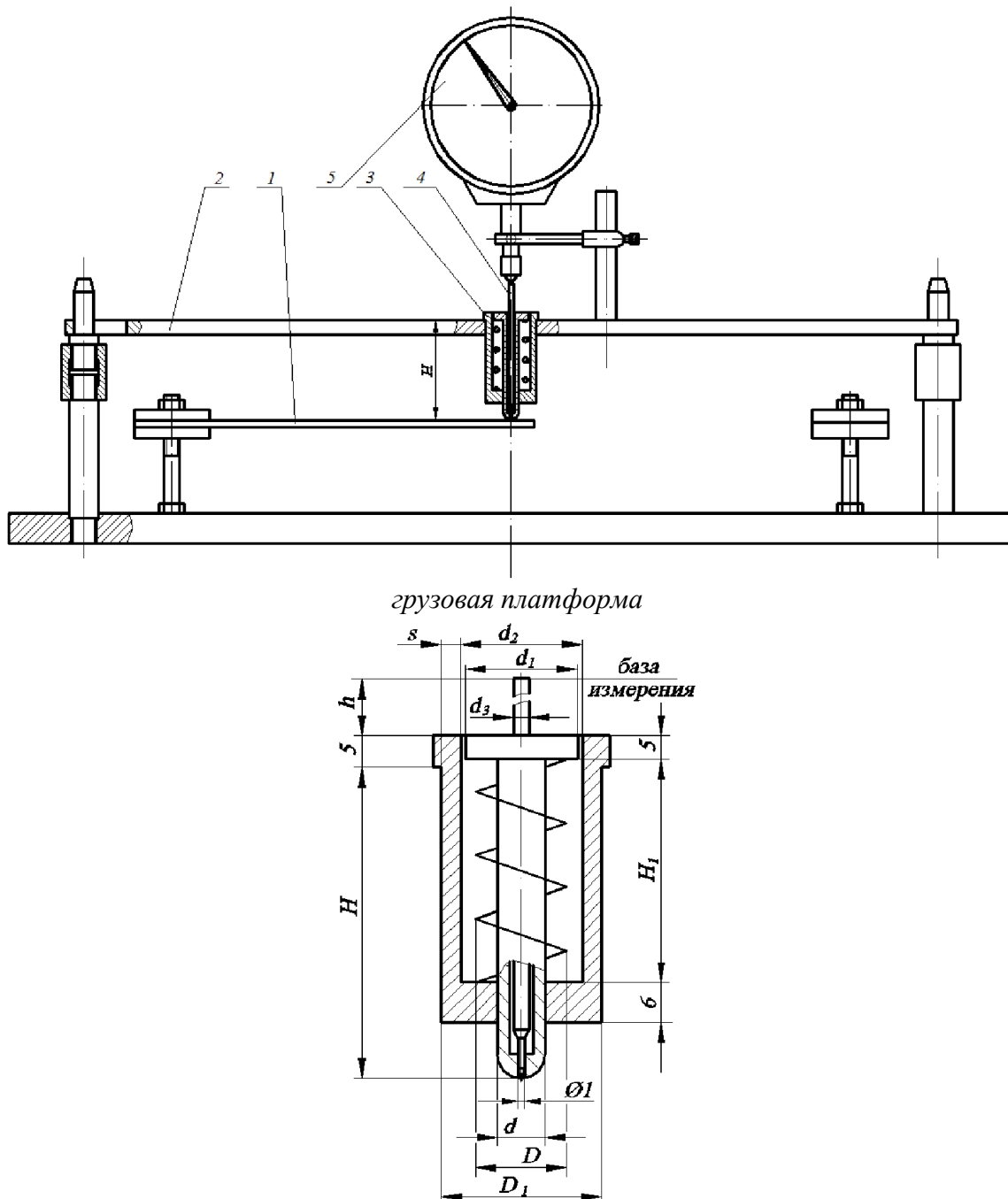


Рис. 7.6. Нагрузочное устройство: 1 – балка, 2 – установочная рама; 3 – грузовая платформа; 4 – измерительный щуп; 5 – индикаторная головка

Использовался второй модельный ряд грузовой платформы с нагрузочной способностью устройства 0,36 кг. Измерение стрелы прогиба осуществлялось индикаторной головкой 1МИГ ГОСТ 9696-82 с ценой деления 0,001 мм, диапазоном измерений до 1 мм. Расчетное значение стрелы прогиба с учетом $E = 0,69 \cdot 10^6 \text{ кг} / \text{см}^2$ составило $f_p = 0,50026 \text{ мм}$; измеренное – $f_{изм} = 0,495 \text{ мм}$. Уточненное значение модуля упругости алюминиевой балки из формулы (7.3) составило $E = 0,697 \cdot 10^6 \text{ кг} / \text{см}^2$.

Тарировка применяемых датчиков

При тарировке определялась зависимость $\frac{\Delta R}{R} = k\varepsilon$, где k -коэффициент тензочувствительности, $k = 2,05$; $\frac{\Delta R}{R}$ - относительное изменение активного сопротивления датчика, $\frac{\Delta R}{R} = 0,001$; $\varepsilon = \frac{\Delta s}{s}$ - относительное удлинение проволоки датчика, $s = 5 \text{ мм}$. Откуда $\varepsilon = 2 \cdot 10^{-6}$.

Тарировочную балку нагружали ступенчатой нагрузкой и снимали показания прибора. Таким образом устанавливалась зависимость между нормальными напряжениями при изгибе тарировочной балки и величиной амплитуды сигнала. В табл. 7.1 приводятся данные замеров деформаций.

Тарировочный коэффициент определялся по формуле $\psi = \frac{\sigma}{\Delta}$.

Таблица 7.1.

Величины относительных деформаций тарировочной балки

| Нагрузка, кг | Датчик 1, e | Датчик 2, e |
|-----------------|------------------|------------------|
| 0 | 2612 | 2212 |
| 1,0 | 2544 | 3008 |
| 0 | 2612 | 2212 |
| 2,0 | 2660 | 2259 |
| Δ | +48 | +47 |

Тарировочный коэффициент составил $\psi = 0,268 \text{ МПа} / \cdot \text{дел}$

§7.3. Экспериментальное определение остаточных напряжений в зоне термического влияния углового сварного соединения в образце «угольник»

Приведем характеристику углового сварного соединения двух пересекающихся цилиндрических оболочек вращения на основе анализа технологии сварки образца №1, рис. 7.2.

Способ сварки – ручная дуговая неплавящим электродом в среде защитных газов. Исходные данные: электрод вольфрамовый марки СВИ-1, \varnothing 3÷4 мм, электрод вольфрамовый марки ЭВЛ-2, \varnothing 3÷4 мм ГОСТ 23949-80; проволока сварочная марки Св АМг6 \varnothing 2 мм, ГОСТ 7871-75; аргон ГОСТ 10157-79.

Сварное соединение труб – угловое; угол пространственного расположения - 90° . Сварной стык – неповоротный. Сварка – многопроходная, осуществлялась ступенчато в три слоя, высота каждого слоя не превышала 4мм, ширина валика – не более трех диаметров электрода. Схема сварки углового стыка показана на рис. 7.7.

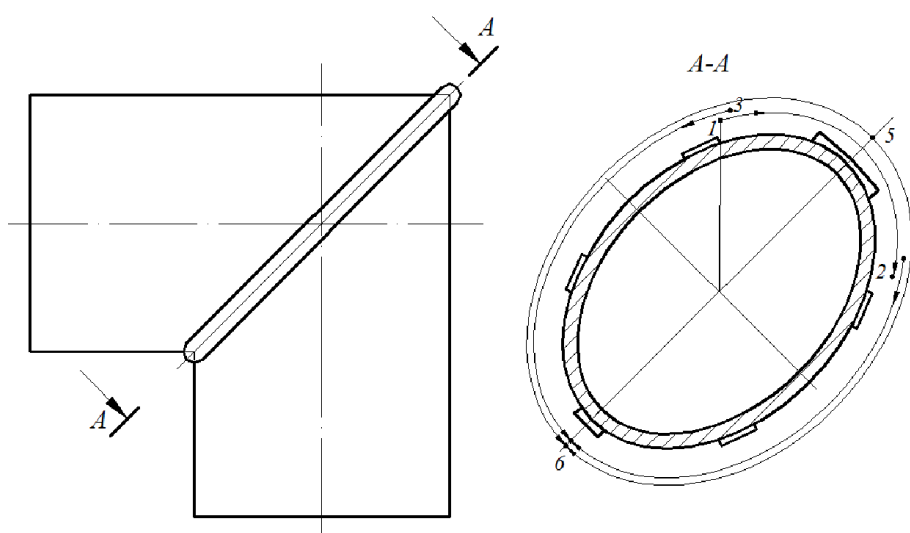


Рис. 7.7. Схема сварки стыка труб: 1-2 первый слой; 3-4 второй слой; 5-6 третий слой

Особенностью такого сварного шва является наличие переменного катета по контуру соединения вследствие того, что в ходе наложения первого

слоя формировался валик высотой 3 мм и шириной в 3мм, в ходе второго и третьего слоев размеры валика увеличивались к месту сближения труб.

Для исследования остаточного напряженного состояния зоны термического влияния околошовный контур был разбит на области в соответствии с рис. 7.8.

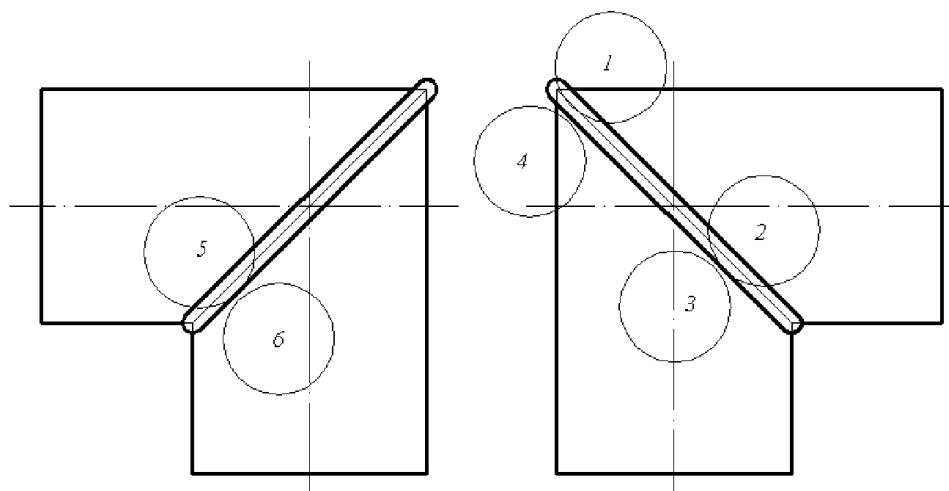


Рис. 7.8. Зоны исследования: области 1, 2, 3, 4, 5, 6

Поочередно наклеивались тензометрические датчики, рис. 7.9.

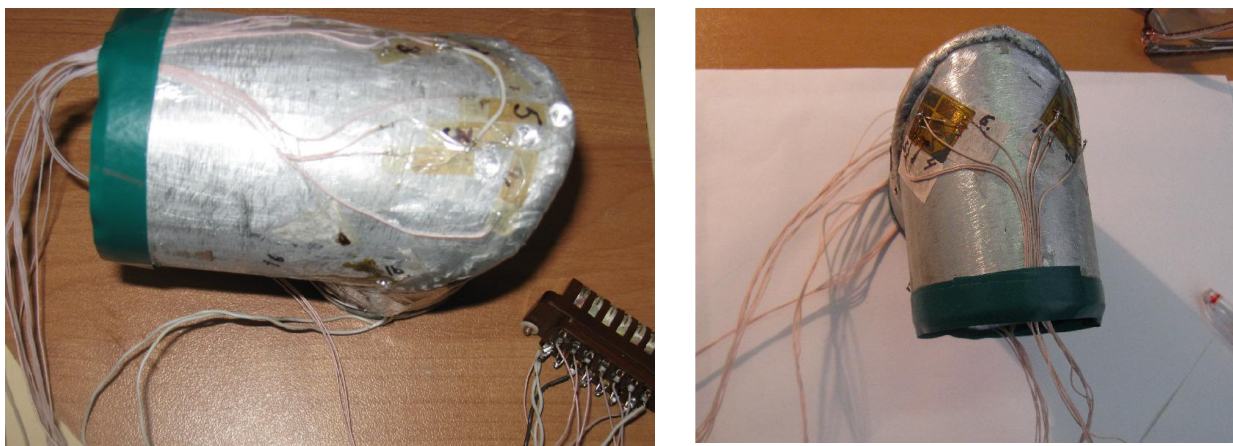


Рис. 7.9. Фотография исследуемой детали «угольник»

Предполагалось, что в зонах 2, 3, 5 и 6 уровень остаточных напряжений будет значительно выше, чем в зонах 1 и 4.

Первоначально разгрузку напряженной шовной площадки осуществляли ступенчатой нагрузкой путем засверливания глухого отверстия $\varnothing 3,5$ мм на глубину 1 мм, далее проводили рассверливание отверстия до размера $\varnothing 6$ мм на глубину 2 мм.

Показания датчиков снимали поэтапно. Первый этап включал опрос датчиков после нанесения керна в месте предполагаемого отверстия. Второй этап заключался в опросе датчиков после сверления отверстия $\varnothing 3,5 \times 1$ мм. Третий этап опроса датчиков осуществлялся после через 5 минут. За этот период температура поверхности в окрестности отверстия снижалась до комнатной. Такой промежуток времени был установлен экспериментально путем неоднократного опроса датчиков, когда фиксировалась постоянная величина измерения сигнала. Ниже приведены результаты проведения эксперимента.

Исследование зоны 1, рис. 7.10.

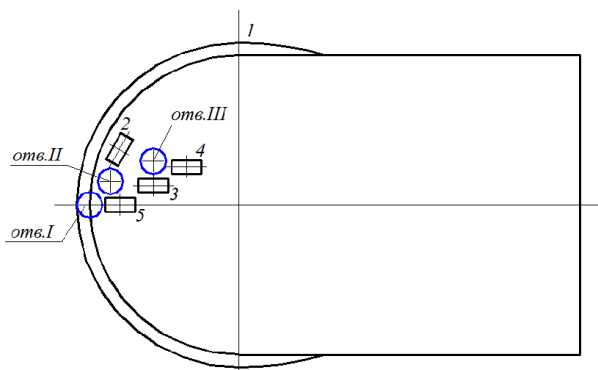


Рис. 7.10. Монтажная схема тензодатчиков

В таблицах 7.2 ÷ 7.4 выделены датчики, которые чувствительны к разгрузению исследуемой зоны. Показания остальных датчиков соответствуют интервалу погрешности измерения. При первичном анализе установлено, что в зонах рассверливания отверстий II и III до размера $\varnothing 6$ мм наблюдается резкое изменение показаний датчиков, что говорит о перегрузке исследуемой окрестности. Иллюстративная картина первичного анализа показана на рис. 7.11.

Таблица 7.2

Отверстие I

| № датчика | Измеренные значения | | | | | | | |
|-----------|---------------------|----------------------|--------------------------|--------------------------|-----------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| | Керн | Сверл. Ø3,5 мм | Через $\tau=5$ мин | Δ_1 | Сверл. Ø6 мм | Через $\tau=5$ мин | Δ_2 | Δ_3 |
| | k_0 | k_1 | k_2 | $k_3 =$ $= k_0 - k_1$ | k_4 | k_5 | $k_6 =$ $= k_2 - k_5$ | $k_7 =$ $= k_0 - k_5$ |
| 1 | 2528 | 2527 | 2528 | 0 | 2525 | 2526 | 2 | 2 |
| 2 | 2197 | 2196 | 2198 | -1 | 2192 | 2198 | 0 | -1 |
| 3 | 2351 | 2350 | 2352 | -1 | 2347 | 2352 | 0 | -1 |
| 4 | 2353 | 2353 | 2355 | -2 | 2350 | 2354 | 1 | -1 |
| 5 | 2299 | 2298 | 2288 | 11 | 2266 | 2271 | 17 | 28 |
| 6 | 2018 | 2017 | 2020 | -2 | 2016 | 2020 | 0 | -2 |
| 7 | 2114 | 2110 | 2112 | 2 | 2108 | 2112 | 0 | 2 |
| 8 | 2174 | 2175 | 2176 | -2 | 2173 | 2176 | 0 | -2 |

Таблица 7.3

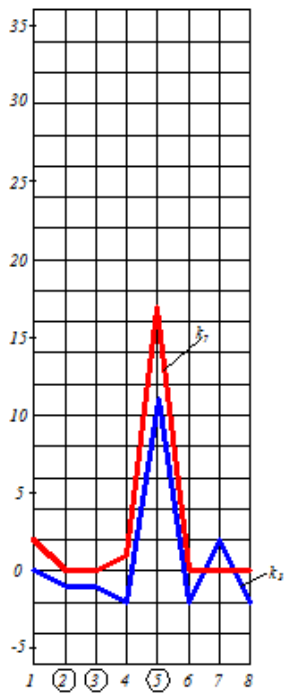
Отверстие II

| № датчика | Измеренные значения | | | | | | | |
|-----------|---------------------|----------------------|--------------------------|--------------------------|-----------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| | Керн | Сверл. Ø3,5 мм | Через $\tau=5$ мин | Δ_1 | Сверл. Ø6 мм | Через $\tau=5$ мин | Δ_2 | Δ_3 |
| | k_0 | k_1 | k_2 | $k_3 =$ $= k_0 - k_1$ | k_4 | k_5 | $k_6 =$ $= k_2 - k_5$ | $k_7 =$ $= k_0 - k_5$ |
| 1 | 2530 | 2528 | 2529 | 1 | 2529 | 2531 | -2 | -1 |
| 2 | 2202 | 2194 | 2200 | 2 | 2198 | 2203 | -3 | -1 |
| 3 | 2355 | 2340 | 2345 | 10 | 2318 | 2322 | 23 | 33 |
| 4 | 2357 | 2352 | 2356 | 1 | 2354 | 2358 | -2 | -1 |
| 5 | 2272 | 2269 | 2274 | -2 | 2296 | 2300 | -26 | -28 |
| 6 | 2022 | 2018 | 2022 | 0 | 2021 | 2024 | -2 | -2 |
| 7 | 2115 | 2111 | 2115 | 0 | 2115 | 2118 | -3 | -3 |
| 8 | 2178 | 2174 | 2178 | 0 | 2177 | 2180 | -2 | -2 |

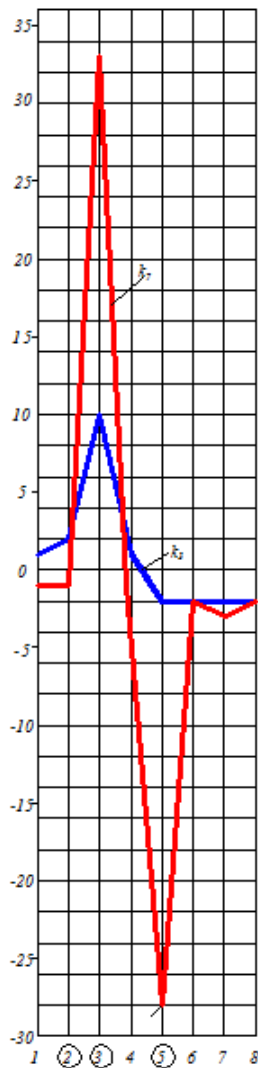
Таблица 7.4

Отверстие III

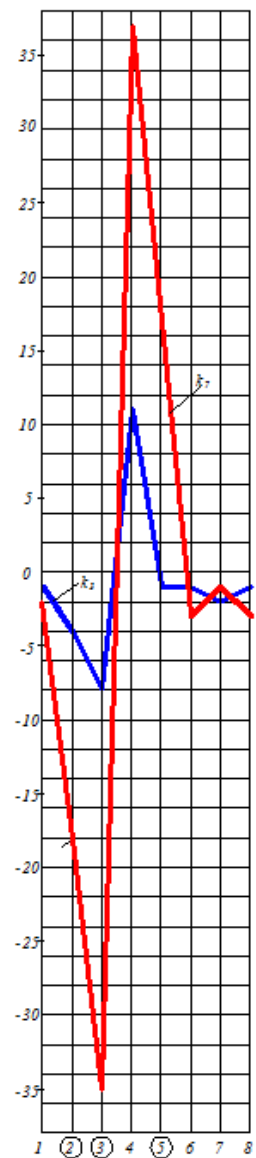
| № датчика | Измеренные значения | | | | | | | |
|-----------|---------------------|----------------------|--------------------------|--------------------------|-----------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| | Керн | Сверл. Ø3,5 мм | Через $\tau=5$ мин | Δ_1 | Сверл. Ø6 мм | Через $\tau=5$ мин | Δ_2 | Δ_3 |
| | k_0 | k_1 | k_2 | $k_3 =$ $= k_0 - k_1$ | k_4 | k_5 | $k_6 =$ $= k_2 - k_5$ | $k_7 =$ $= k_0 - k_5$ |
| 1 | 2530 | 2529 | 2531 | -1 | 2531 | 2532 | -1 | -2 |
| 2 | 2202 | 2199 | 2206 | -4 | 2213 | 2220 | -14 | -18 |
| 3 | 2321 | 2323 | 2329 | -8 | 2351 | 2356 | -27 | -35 |
| 4 | 2357 | 2338 | 2344 | 13 | 2316 | 2320 | 24 | 37 |
| 5 | 2299 | 2294 | 2300 | -1 | 2298 | 2302 | -2 | -3 |
| 6 | 2023 | 2019 | 2024 | -1 | 2020 | 2024 | 0 | -1 |
| 7 | 2116 | 2111 | 2118 | -2 | 2115 | 2119 | -1 | -3 |
| 8 | 2179 | 2174 | 2180 | -1 | 2175 | 2179 | 1 | 0 |



Отверстие I



Отверстие II



Отверстие III

Рис. 7.11. Изменение показаний датчиков при разгрузке исследуемой зоны:
 k_3 - сверление отв. $\varnothing 3,5$ мм; k_7 - рассверливание отв. до размера $\varnothing 6$ мм

Исследование зоны 2, рис. 7.12

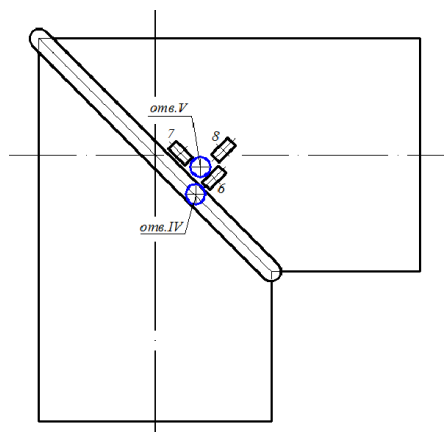


Рис. 7.12. Монтажная схема тензодатчиков

Таблица 7.5

Отверстие IV

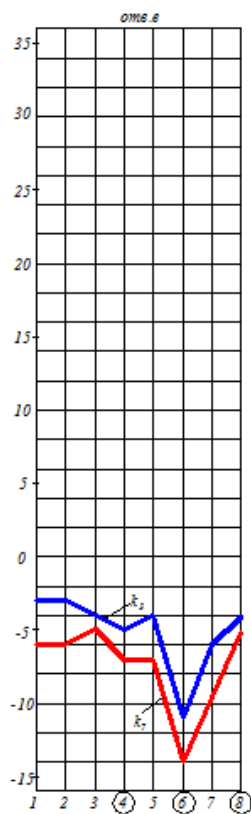
| № датчика | Измеренные значения | | | | | | | |
|-----------|---------------------|----------------------|--------------------------|--------------------------|-----------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| | Керн | Сверл. Ø3,5 мм | Через $\tau=5$ мин | Δ_1 | Сверл. Ø6 мм | Через $\tau=5$ мин | Δ_2 | Δ_3 |
| | k_0 | k_1 | k_2 | $k_3 =$ $= k_0 - k_1$ | k_4 | k_5 | $k_6 =$ $= k_2 - k_5$ | $k_7 =$ $= k_0 - k_5$ |
| 1 | 2529 | 2527 | 2529 | 0 | 2529 | 2529 | 0 | 0 |
| 2 | 2207 | 2202 | 2207 | 0 | 2203 | 2208 | -1 | -1 |
| 3 | 2352 | 2346 | 2351 | 1 | 2344 | 2350 | 1 | 2 |
| 4 | 2320 | 2314 | 2319 | 1 | 2314 | 2319 | 0 | 1 |
| 5 | 2296 | 2291 | 2296 | 0 | 2291 | 2297 | -1 | -1 |
| 6 | 2015 | 2018 | 2024 | -9 | 2022 | 2229 | -5 | -14 |
| 7 | 2120 | 2103 | 2107 | 13 | 2080 | 2085 | 22 | 35 |
| 8 | 2179 | 2165 | 2170 | 9 | 2150 | 2157 | 13 | 22 |

Таблица 7.6

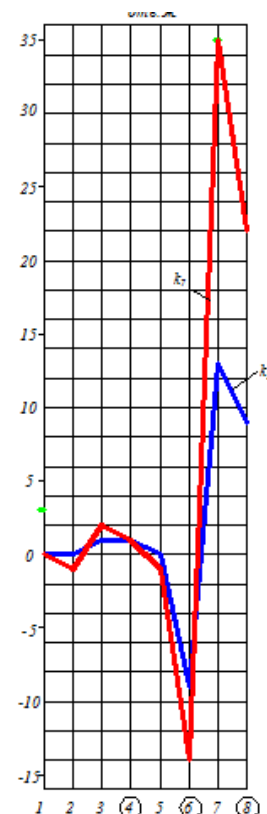
Отверстие V

| № датчика | Измеренные значения | | | | | | | |
|-----------|---------------------|----------------------|--------------------------|--------------------------|-----------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| | Керн | Сверл. Ø3,5 мм | Через $\tau=5$ мин | Δ_1 | Сверл. Ø6 мм | Через $\tau=5$ мин | Δ_2 | Δ_3 |
| | k_0 | k_1 | k_2 | $k_3 =$ $= k_0 - k_1$ | k_4 | k_5 | $k_6 =$ $= k_2 - k_5$ | $k_7 =$ $= k_0 - k_5$ |
| 1 | 2523 | 2524 | 2526 | -3 | 2527 | 2529 | -3 | -6 |
| 2 | 2200 | 2194 | 2203 | -3 | 2201 | 2206 | -3 | -6 |
| 3 | 2345 | 2339 | 2349 | -4 | 2346 | 2350 | -1 | -5 |
| 4 | 2312 | 2308 | 2317 | -5 | 2319 | 2319 | -2 | -7 |
| 5 | 2288 | 2282 | 2292 | -4 | 2290 | 2295 | -3 | -7 |
| 6 | 2013 | 2014 | 2024 | -11 | 2009 | 2014 | 10 | -1 |
| 7 | 2109 | 2105 | 2115 | -6 | 2114 | 2119 | -4 | -14 |
| 8 | 2173 | 2167 | 2177 | -4 | 2173 | 2178 | -1 | -5 |

Аналогично предыдущему случаю в зоне рассверливания отверстия V до размера Ø 6мм наблюдается резкое изменение показаний датчиков, что говорит о перегрузке исследуемой окрестности. Иллюстративная картина первичного анализа показана на рис. 7.13.



Отверстие IV



Отверстие V

Рис. 7.13. Изменение показаний датчиков при разгрузке исследуемой зоны:
 k_3 - сверление отв. $\varnothing 3,5$ мм; k_7 - рассверливание отв. до размера $\varnothing 6$ мм

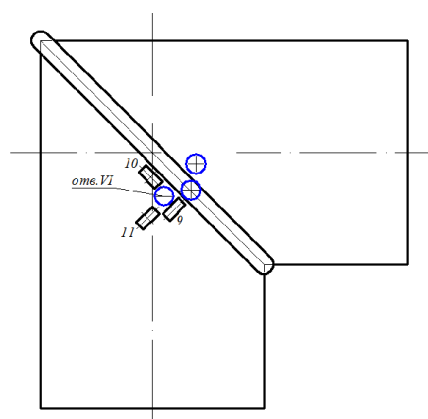
Установлено, что для исследования остаточных напряжений в околошовной зоне сварного шва разгрузка исследуемой области может быть эквивалентной снятию напряженного материала путем сверления глухого отверстия в размер $\varnothing 3,5$ мм на глубину 1 мм. Непосредственно в сварном шве разгрузка напряженного слоя может быть эквивалентной снятию напряженного материала путем сверления глухого отверстия в размер $\varnothing 6$ мм на глубину 2 мм. То есть в зоне сварного шва уровень остаточных напряжений значительно выше.

Далее исследование других областей проводилось путем сверления глухого отверстия в размер $\varnothing 3,5$ мм на глубину 1 мм и опроса датчиков, расположенных непосредственно в зоне разгрузки напряженного слоя. Результаты экспериментальных данных приведены в табл. 7.7, 7.8 (рис. 7.14).

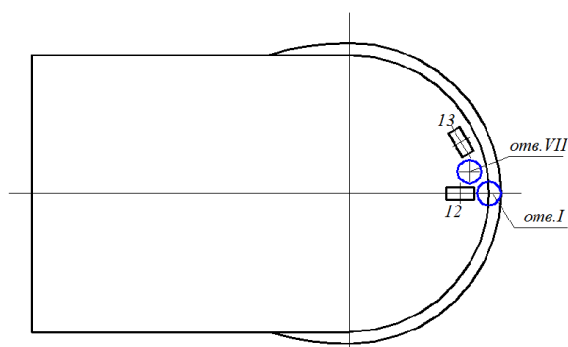
В месте сварного шва исследуемой области 5 дополнительно рассверливалось отверстие до размера $\varnothing 6$ мм на глубину 2 мм.

Отверстия VI и VII

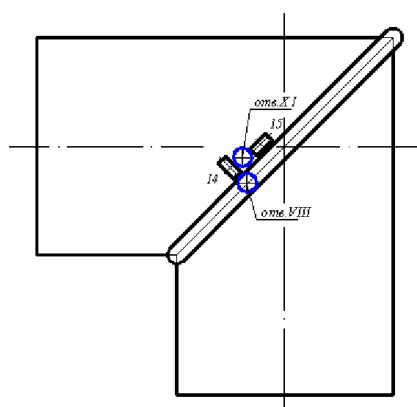
| № датчика | Область исследования 3 отверстие VI | | | | Область исследования 4 отверстие VII | | | |
|-----------|--|----------------------|--------------------------|--------------------------|---|----------------------|--------------------------|--------------------------|
| | Керн | Сверл. Ø3,5 мм | Через $\tau=5$ мин | Δ_1 | Керн | Сверл. Ø3,5 мм | Через $\tau=5$ мин | Δ_1 |
| | k_0 | k_1 | k_2 | $k_3 =$ $= k_0 - k_1$ | k_0 | k_1 | k_2 | $k_3 =$ $= k_0 - k_1$ |
| 9 | 2014 | 2020 | 2023 | -9 | - | - | - | - |
| 10 | 2111 | 2113 | 2115 | -4 | - | - | - | - |
| 11 | 2175 | 2172 | 2176 | -1 | - | - | - | - |
| 12 | - | - | - | | 2269 | 2271 | 2275 | -4 |
| 13 | - | - | - | | 2201 | 2198 | 2198 | 3 |



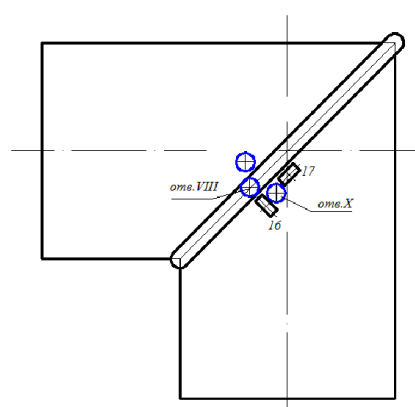
а
исследуемая область 3



б
исследуемая область 4



в
исследуемая область 5



г
исследуемая область 6

Рис. 7.14. Монтажная схема тензодатчиков

Отверстия VIII, IX, X

| № датчика | Область исследования 5 отверстие VIII | | | | | | | |
|-----------|--|----------------------|--------------------------|--------------------------|-----------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| | Керн | Сверл. Ø3,5 мм | Через $\tau=5$ мин | Δ_1 | Сверл. Ø6 мм | Через $\tau=5$ мин | Δ_2 | Δ_3 |
| | k_0 | k_1 | k_2 | $k_3 =$ $= k_0 - k_1$ | k_4 | k_5 | $k_6 =$ $= k_2 - k_5$ | $k_7 =$ $= k_0 - k_5$ |
| 14 | 2021 | 2030 | 2033 | -12 | 2033 | 2039 | -6 | -18 |
| 15 | 2184 | 2192 | 2170 | 14 | 2166 | 2152 | 18 | 32 |
| | Область исследования 5 отверстие IX | | | | | | | |
| 14 | 2019 | 2018 | 2028 | -9 | - | - | - | - |
| 15 | 2180 | 2178 | 2185 | -5 | - | - | - | - |
| | Область исследования 6 отверстие X | | | | | | | |
| 16 | 2023 | 2031 | 2036 | -13 | - | - | - | - |
| 17 | 2184 | 2188 | 2190 | -6 | - | - | - | - |

По замеренным деформациям определялись остаточные напряжения в сечениях Б-Б; В-В; Г-Г, рис. 7.15. Данные расчета сведены в табл. 7.7. Эпюры остаточных напряжений представлены на рис. 7.16. Контурное распределение остаточных напряжений показано на рис. 7.17

Таблица 7.7

Расчетные значения остаточных напряжений по измеренным деформациям

| № точки | Δ_x | σ_x , МПа | Δ_y | σ_y , МПа | σ_p , МПа |
|-------------|------------|------------------|------------|------------------|------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Сечение Б-Б | | | | | |
| I | 11 | 2,95 | 1 | 0,2915 | 2,93 |
| II | -2 | -0,53 | 2 | 0,53 | 0,53 |
| VII | -4 | -1,06 | 3 | 0,795 | 1,325 |
| Сечение В-В | | | | | |
| IV | -9 | -2,385 | 13 | 3,445 | 4,191 |
| V | -11 | -2,915 | -6 | -1,59 | 3,32 |
| VI | -9 | -2,385 | -4 | -1,06 | 2,61 |
| Сечение Г-Г | | | | | |
| XIII | -12 | -3,18 | 14 | -3,71 | 4,885 |
| IX | -9 | -2,385 | -5 | -1,325 | 2,73 |
| X | -13 | -3,445 | -6 | -1,59 | 3,77 |

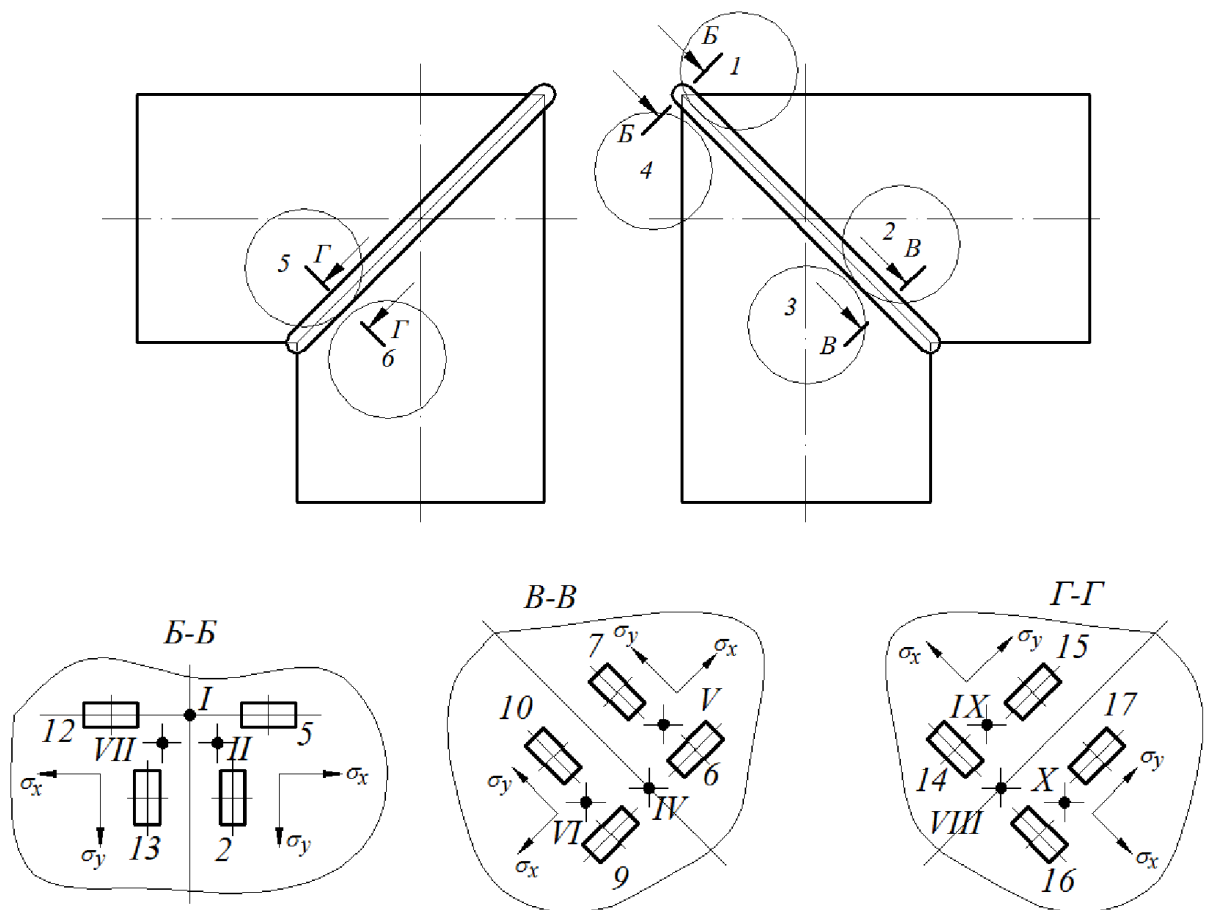


Рис. 7.15. Расчетная схема

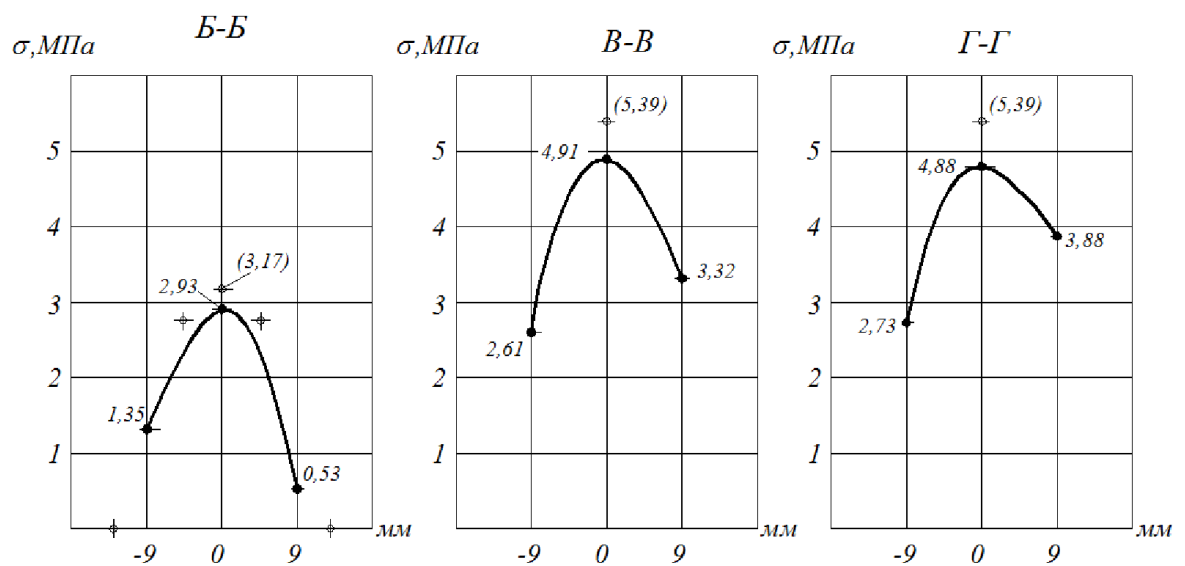
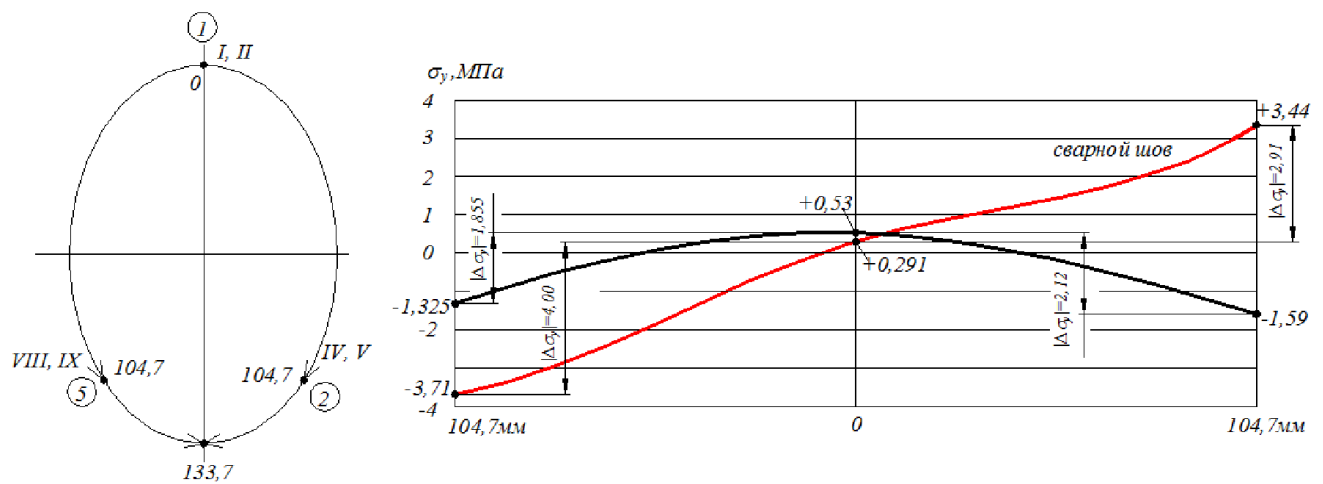
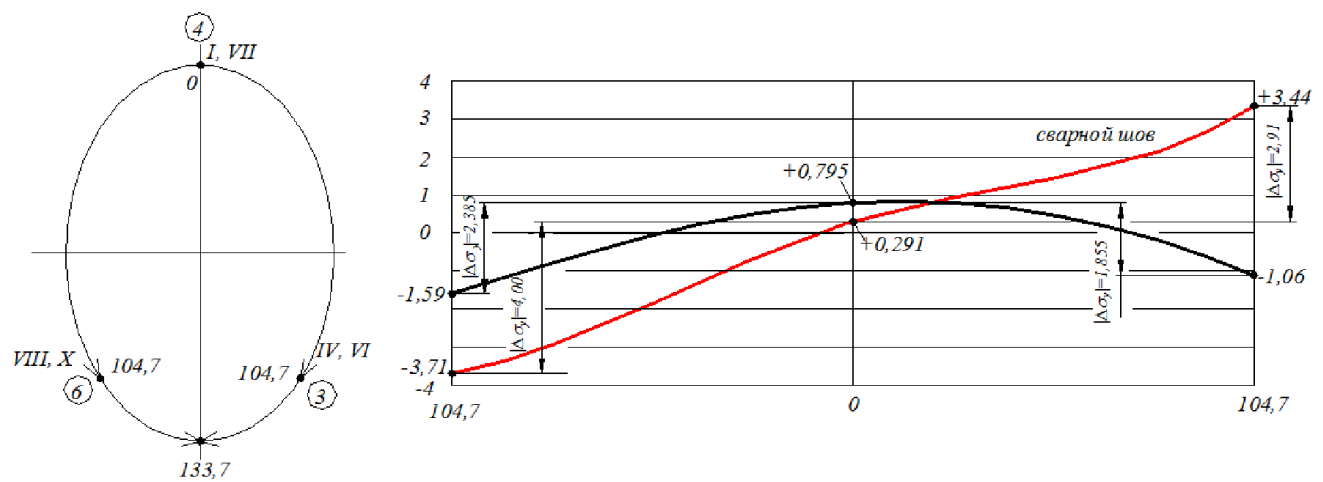


Рис. 7.16. Эпюры остаточных напряжений в зоне термического влияния: в скобках – расчетные значения остаточных напряжений



а – внутренняя околошовная зона (1, 2, 5)



б – внешняя околошовная зона (4, 3, 6)

Рис. 7.17. Контурное распределение остаточных напряжений

Установлено, что:

- в поперечных сечениях сварного шва уровень остаточных напряжений растет от околошовной зоны до центра сварного шва, в котором наблюдается пиковое значение напряжений;
- величина пиковых напряжений увеличивается по контуру сварного шва в направлении сближения оболочек, где сварное соединение труб обеспечивается наибольшим тепловложением;
- уровень остаточных напряжений в контурном соединении увеличивается от верхнего полюса в направлении сближения оболочек;

- непосредственно в сварном шве контура лицевой и тыльной поверхностей конструкции наблюдаются напряжения разных по знаку. Если лицевая сторона соединения имеет растягивающие напряжения, то тыльная сторона – сжимающие напряжения;
- в околошовных зонах контура лицевой и тыльной поверхностей конструкции преобладают сжимающие остаточные напряжения;
- расчетные значения остаточных напряжений не превышают 10% полученных экспериментальных данных, что подтверждает корректность разработанного расчетного метода.

Это позволяет использовать тестовые примеры модельной задачи для примерной оценки максимальных уровней остаточных напряжений и выявления опасных сечений еще на стадии проектирования.

§7.4. Металлографические исследования зоны термического влияния углового сварного соединения

Исследование микроструктуры углового сварного шва проводим на образце №2 (далее «фланец»), где соединение труб выполнено сваркой. Параметры технологического процесса соответствуют параметрам сварки идентичного сварного шва на образце №1. Материал сварной конструкции АМг6 ГОСТ 4784.

Краткая характеристика материала

Алюминиевомагниевого сплава АМг6 относится к группе термически неупрочняемых коррозионноустойчивых и свариваемых сплавов. Свариваемость сплава – хорошая. Сплав АМг6 наиболее стойкий из низколегированных сплавов к образованию кристаллизационных трещин. Химический состав сплава: Mg – 5,8 ÷ 6,9%; Mn – 0,5 ÷ 0,8%; Ti – 0,02 ÷ 0,1% [81].

Сплав АМг 6 – доэвтектический сплав. Равновесная диаграмма состояния Al-Mg приведена на рис. 7.18.

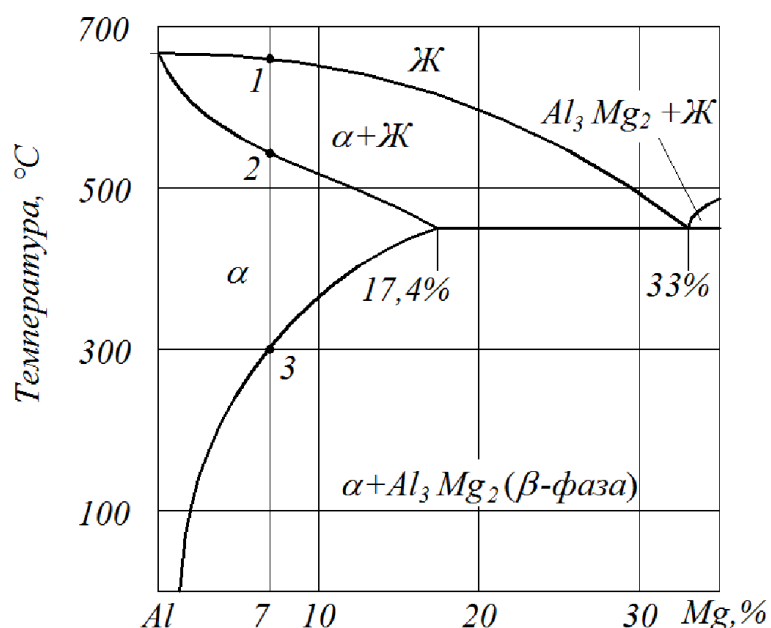


Рис. 7.18. Равновесная диаграмма состояния сплава Al-Mg

Магний образует с алюминием α - твердый раствор и в области концентраций от 1,4 до 17,4% Mg происходит выделение вторичной β - фазы (Al_3Mg_2). Кристаллизация сплава происходит следующим образом: от точки 1 до точки 2 из жидкости выделяются кристаллы α -твердого раствора и в точке 2 кристаллизация заканчивается. От точки 2 до точки 3 сплав охлаждается без фазовых превращений. Ниже точки 3, лежащей на линии предельной растворимости, из α -раствора выделяется фаза Al_3Mg_2 . Поэтому структура сплава при комнатной температуре состоит из α - раствора и интерметаллидной (вторичной) фазы, расположенной по границам зерен α - твердого раствора.

Пробоподготовка

На образце «фланец» были выбраны зоны исследования сварного шва в соответствии с рис. 7.19. Эти зоны соответствовали зонам проведенных ранее исследований остаточных напряжений на образце №1.

Пробоподготовка велась вручную. Технология подготовки микрошлифа в зонах соответствует операциям обработки табл. 7.8.

Технология подготовки микрошлифа

| Операции обработки микрошлифа в зонах | Средства обработки |
|---------------------------------------|---|
| грубое шлифование | наждачная бумага №6, №5, №4 |
| тонкое шлифование | наждачная бумага №3, №2, 0 |
| полирование на сукне | паста ГОИ |
| травление поверхности | 4% раствор азотной кислоты в этиловом спирте; 5% раствор хлорного железа; концентрированная соляная кислота |

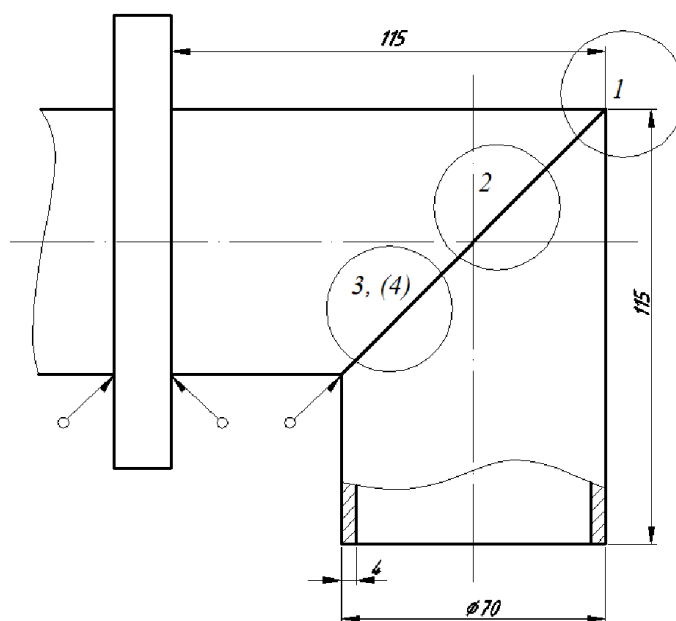


Рис. 7.19. Зоны подготовки микрошлифов

Для изучения микроструктуры использовался микроскоп МУМ – 3. В процессе работы шло усовершенствование оборудования исследования микроструктуры. Была приобретена видеокамера, которую удалось при помощи специальной насадки состыковать с микроскопом ММУ-3. Это позволило наблюдать микроструктуру различных участков изделия на мониторе. Затем видеокамеру, состыкованную с микроскопом ММУ-3, присоединили к компьютеру, что позволило делать снимки микроструктуры при различных увеличениях (120х, 500х, 700х), рис. 7.20. Поскольку исследуемая поверхность имеет кривизну, соответствующую радиусу оболочки, то наиболее четкие снимки были получены при увеличении поверхности 120х.

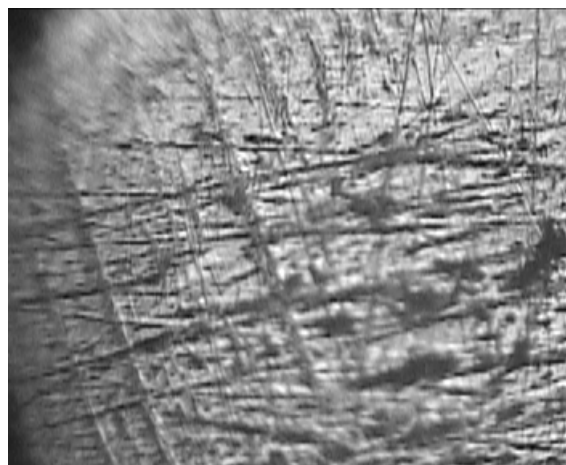
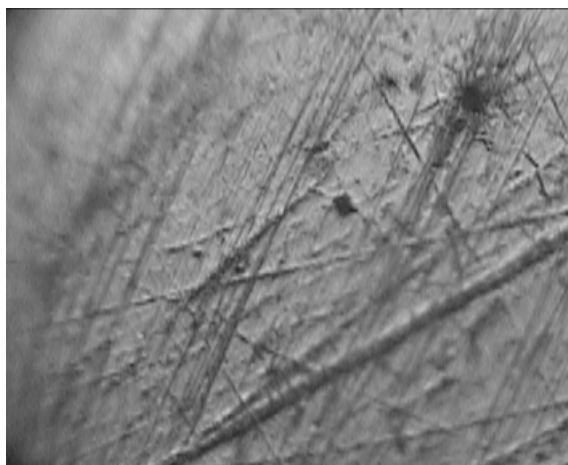


Рис. 7.20. Фотография оборудования микроскопических исследований образца

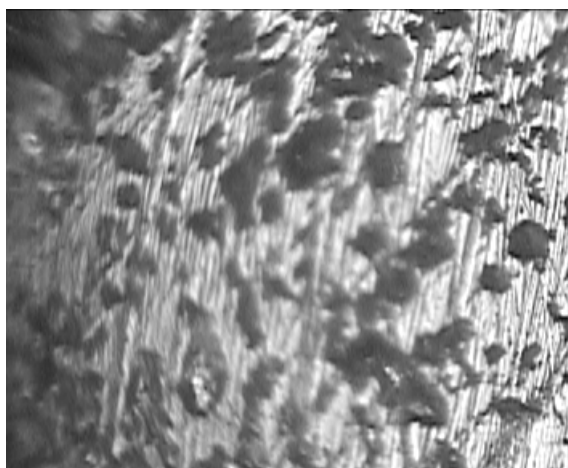
Как уже было сказано, что сплав АМг 6 является доэвтектическим сплавом. Изменение температурного режима не влияет на концентрацию компонентов α и β фаз. Поэтому изучение микроструктуры будем проводить с целью выявления в исследуемых зонах наличие микротрещин, усадочных раковин и рассеянной усадочной пористости.

Результаты исследования микроструктуры приведены на рис. 7.21÷7.24

Зона 1



без травления



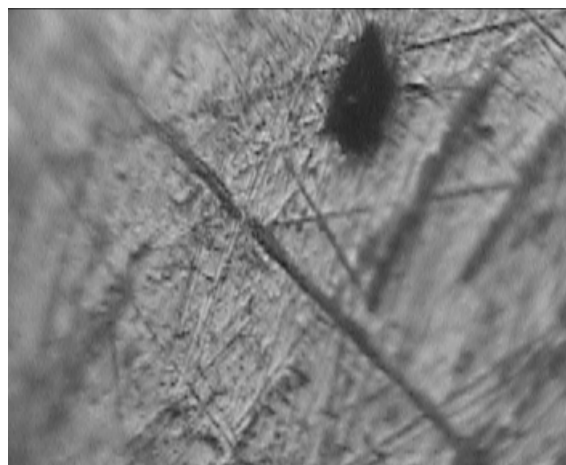
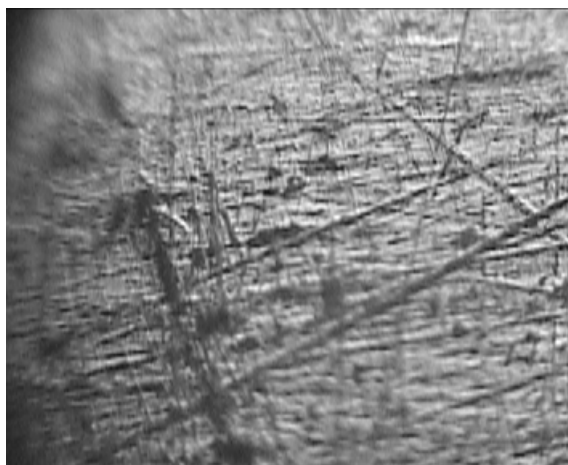
травление соляной кислотой



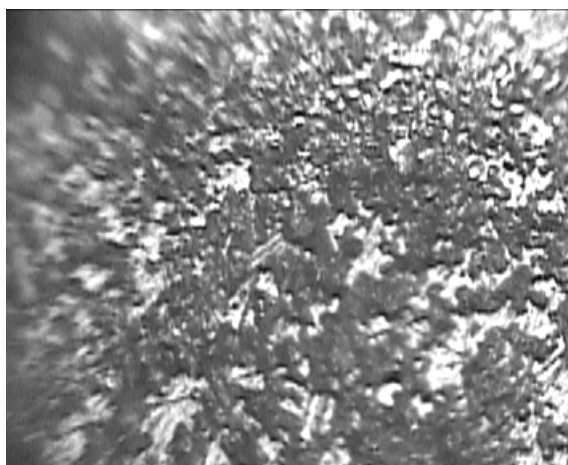
травление хлорным железом

Рис. 7.21. Металлографическое исследование зоны 1

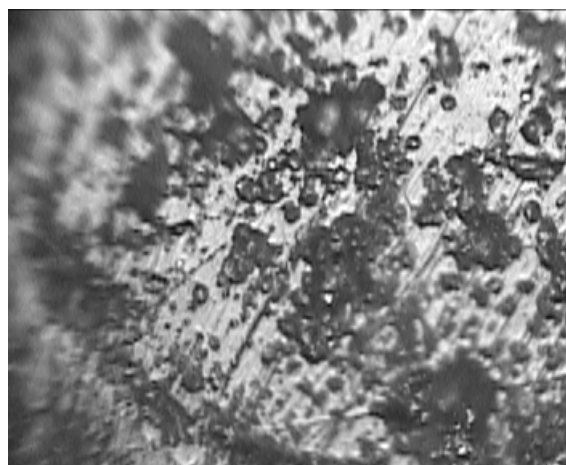
Зона 2



без травления



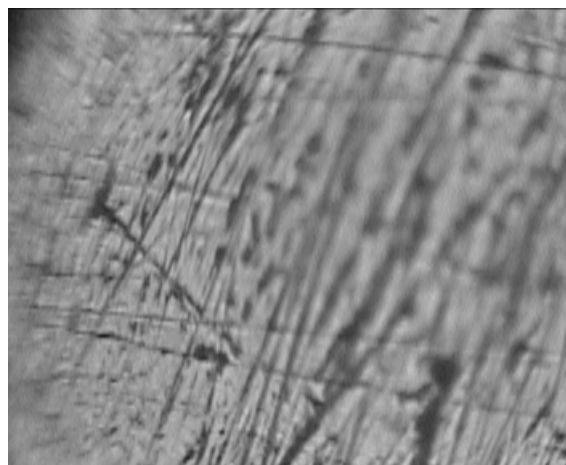
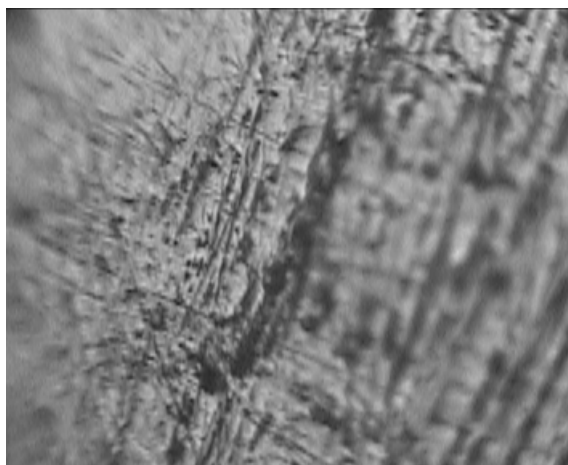
травление соляной кислотой



травление хлорным железом

Рис. 7.22. Металлографическое исследование зоны 2

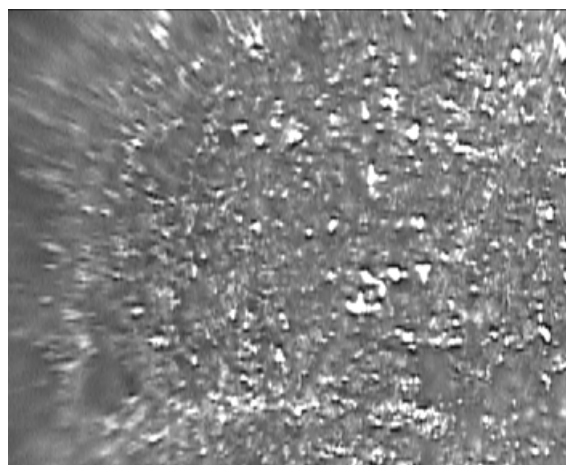
Зона 3



без травления



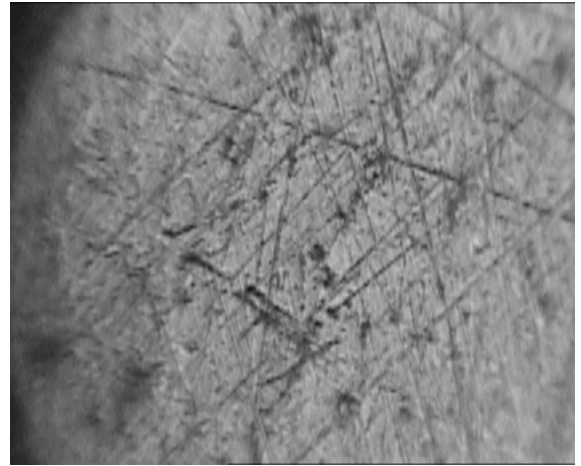
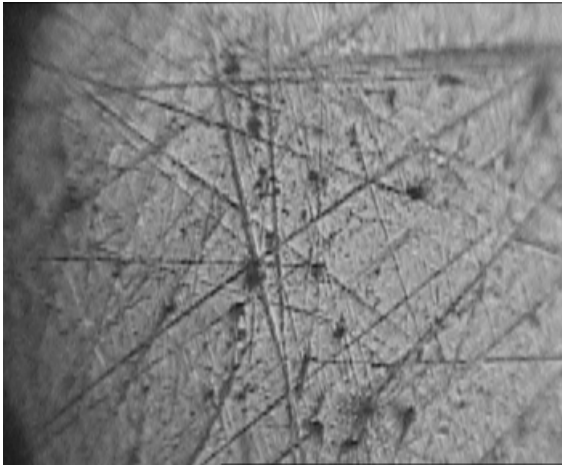
травление соляной кислотой



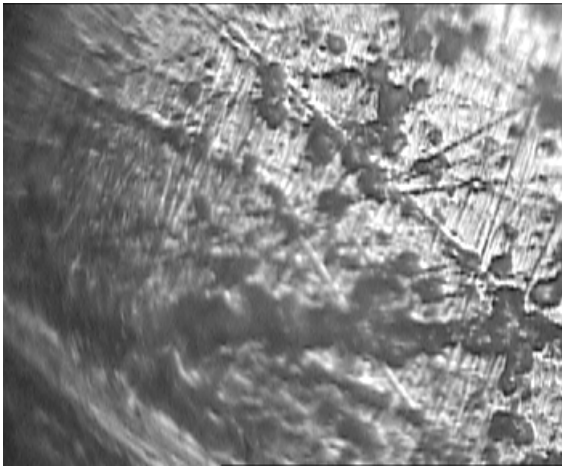
травление хлорным железом

Рис. 7.23. Металлографическое исследование зоны 3

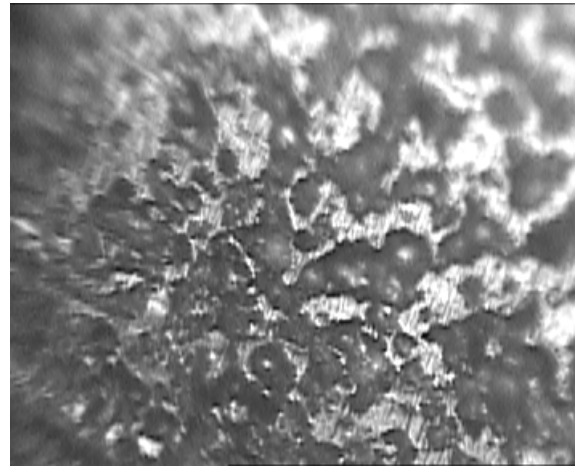
Зона 4



без травления



травление соляной кислотой



травление хлорным железом

Рис. 7.24. Металлографическое исследование зоны 4

Проведенные металлографические исследования показали, что с увеличением катета сварного шва усадочная пористость в наплавленном металле увеличивается (зоны 3 и 4). Концентрация усадочных раковин в этих зонах также увеличивается. Наблюдается присутствие микротрещин.

Зоны 3 и 4 имеют повышенный уровень остаточных напряжений по сравнению с зоной 1, рис. 7.16.

Заключение по главе VII

1. Разработан и осуществлен экспериментальный метод определения остаточных напряжений в сварных конструкциях оболочечного типа на основе механического снятия напряженного слоя и проявления остаточных напряжений, «замороженных» в теле.

2. Установлено, что в зонах с большим тепловложением в сварное соединение в процессе сварки уровень остаточных напряжений значительно выше, примерно в 1,7 раза.

3. Проведено металлографическое исследование углового сварного шва с переменным контурным катетом наплавленного металла. Установлено, что в зонах с большим тепловложением в сварное соединение увеличивается усадочная пористость и концентрация усадочных раковин. Такие зоны имеют повышенный уровень остаточных напряжений.

4. Корректность проведения эксперимента при анализе остаточного напряженного состояния сварной конструкции обеспечивается разработанными расчетными моделями, применением аттестованных технических средств измерения и запатентованным нагрузочным приспособлением.

5. Приведены соответствующие расчетные и экспериментальные зависимости остаточных напряжений. Отклонения последних находится в пределах $8 \div 10\%$.

6. Анализ полученных экспериментальных данных разработанного метода позволяет с приемлемой для практических целей точностью оптимизировать сварную конструкцию и режимы сварки, при которых уровень остаточных напряжений может быть значительно ниже.

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

1. Разработаны адекватные модели и расчетно-экспериментальные методы исследования и оптимизации высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций в технологических процессах энергетического машиностроения, основанные на использовании энергетических методов термоупругости, теории экстремальных задач и вариационных принципов механики деформируемого твердого тела.

2. Предложен расчётно-феноменологический метод, позволяющий моделировать и оценивать высокоградиентные термонапряженные состояния сочлененных оболочечных конструкций в условиях перехода из упругого в упругопластическое состояние.

3. На основе минимизации функционала упругой энергии оболочки разработан метод теоретического исследования экстремальных температурных полей и построены новые модели для определения параметров высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций, адаптированные к технологическим процессам энергетического машиностроения. Получены новые решения температурной задачи для пересекающихся оболочек вращения с неоднородными геометрическими параметрами, учитывающие особенности локального теплового нагружения.

4. Методами вычислительного и физического экспериментов исследовано упругопластическое состояние цилиндрической оболочки при локальном нагреве поверхности движущимся источником тепла постоянной интенсивности. Для сварных трубных конструкций определены поля температурной деформации и границы перехода упругой зоны в пластическую, что позволило оптимизировать локальные высокоградиентные термонапряженные состояния стальной коррозионностойкой конструкции.

5. На основе разработанных адекватных моделей получены уточненные формулы для определения прогибов в сочлененных оболочечных

конструкциях при сварке продольных и кольцевых швов с учетом граничных условий. Впервые установлены соотношения между параметрами технологического процесса сварки (скоростью сварки, величины сварочного тока и т.д.) и возникающими максимальными температурными напряжениями, что позволяет регулировать и снижать опасные уровни остаточных напряженных состояний, локализованных в зонах технологического влияния.

6. Для многослойных оболочечных конструкций получено новое решение упругопластической задачи, учитывающее технологические условия сборки, монтажа и эксплуатации, а также определена величина предельного пластического сопротивления внутреннего слоя.

7. Исследовано влияние особенностей параметров конструктивных исполнений сочлененных оболочек на термонапряженное состояние, обусловленное локальным тепловым нагружением. Установлены оптимальные пространственные расположения сопряженных элементов, существенно повышающие термоупругий ресурс конструкции в целом.

8. Разработаны адекватные расчетные модели и методы оптимизации высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций в технологических процессах энергетического машиностроения при ограничении температурных напряжений, достигаемых предела текучести материала. Это позволило снизить деформативность и размерную нестабильность реальных сварных конструкций не менее чем $8\div 10\%$.

9. В рамках разработанной феноменологической модели предельных состояний дано математическое обоснование построения оценочных весовых функций в методах оптимизации высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций. Формализованные подходы реализованы как на математическом аппарате теории экстремальных задач, так и спектральном представлении оценочной функции путем применения преобразования Лапласа.

10. Разработанные методы и модели практически реализованы в исследовании действительных остаточных напряженных состояний сварных продольных и кольцевых швов натурной алюминиевой конструкции сосуда высокого давления.

Полученные в диссертации научные и практические результаты можно квалифицировать как решение научной проблемы, имеющей важное хозяйственное значение в обеспечении прочностной надежности и эксплуатационной долговечности конструкций энергетического машиностроения. Изложенные новые технические и технологические решения в исследовании и оптимизации высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций с учетом полного жизненного цикла «проектирование – изготовление – эксплуатация» позволяют решать практические задачи, связанные с вопросами продления эксплуатационного ресурса объектов энергетического машиностроения, внедрение которых вносит значительный вклад в развитие страны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абовский Н.П., Андреев Н.П., Деруга А.П., Савченков В.И. Численные методы в теории упругости и теории оболочек. – Красноярск.: Издательство красноярского университета, 1986.
2. Абрамов В.В. Остаточные напряжения и деформации в металлах. – М.: Металлургия. 1974 г.
3. Абрамов Г.Д. Исследование устойчивости изгиба пластин, стержневых наборов и оболочек разностными уравнениями. – Л. Судпромгиз, 1951г.
4. Абрамович И.Г., Левин В.И. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1964, 288с.
5. Амбарцумян С.А. Теория анизотропных пластин. – М.: Наука, 1987, 360 с.
6. Амиро И.Я. Загруцкий В.А., Поляков П.С. Ребристые цилиндрические оболочки. – Киев: Наукова Думка, 1973, 247с.
7. Антонов А.А., Бобрик А.И., Морозов В.К., Чернышев Г.Н. Определение остаточных напряжений при помощи создания отверстий и голографической интерферометрии. – Изв. АН СССР: Механика твердого тела, 1980, №2, с.182-189.
8. Барашков В.Н. Алгоритм реализации задач теории упругости и пластичности вариационно-разностным методом. Известия Томского политехнического университета. 2003, т.306, №3, с.23-28.
9. Безухов Н.И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести. – М.: Высшая школа, 1968, 512с.
10. Безухов Н.И. Примеры и задачи по теории упругости, пластичности и ползучести. – М.: Высшая школа, 1965, 320с.
11. Бескорвайный Н.М., Калинин Б.М., Платонов П.А., Чернов И.И. Конструкционные материалы ядерных реакторов. – М.: Энергоатомиздат, 1995, 320 с.
12. Биргер И.А. Остаточные напряжения. – М.: Машиностроение, 1968, 247с.
13. Биргер И.А. Стержни, пластины, оболочки. – М.: Физматлит, 1992, 392 с.

14. Бирман М.Ш. и др. под общей ред. С.Г. Крейна. Функциональный анализ. – М.: Наука, Физматлит, 1972, 544с.
15. Блох В.И. Теория упругости. – Харьков: ХГУ, 1964, 483с.
16. Боли Б., Уэйнер Дж. Теория температурных напряжений. Пер. с англ. – М.: Мир, 1964, 517 с.
17. Борисовский В.Г. Анализ коэффициентов интенсивности напряжений в колеблющейся пластине с трещиной методом конечных элементов. ПММ, 1979, №4, с.764-768.
18. Бровко Г.Л., Быков Д.Л., Васин Р.А., Георгиевский Д.В., Кийко И.А. и др. Научное наследие А.А. Ильюшина и развитие его идей в механике. – Известия РАН. Механика твердого тела. 2011, №1, с.5-18.
19. Бурак Я.И., Григолюк Э.И., Подстригач Я.С. О применении методов вариационного исчисления к решению задач об оптимальном нагреве тонких оболочек. Труды VII Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластинок. – М.: Наука, 1970, с. 101 – 109.
20. Бутко А.М., Кулиев В.Д., Новиков Ю.Н., Преображенский И.Н. Стохастическая термомеханика многослойных конструкций. – М.: Машиностроение, 1992. - 286 с.
21. Вайнберг Д.В., Вайнберг Е.Д. Расчет пластин. – Киев, «Будівельник», 1970.
22. Вайнберг Д.В., Геращенко В.М., Ройтфарб И.З., Синявский А.Л. Вывод сеточных уравнений изгиба пластин вариационным методом. Сб. Сопротивление материалов и теория сооружения. – Киев «Будівельник» 1965.
23. Валиев Р.З., Александров И.В. Наноструктурные материалы, полученные интенсивной пластической деформацией. – М.: Логос, 2000, 272 с.
24. Варвак П.М. Развитие и приложение метода сеток к расчету пластин. Т.1, 1949, т.2, 1952. Изд-во АН УССР.
25. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. – М: Мир, 1987, 542с.

26. Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1988, 272 с.
27. Вейник А.И. Теория затвердевания отливки. – М., Машгиз, 1960, 435с.
28. Винокуров В.А. Сварочные деформации и напряжения. – М.: Машиностроение, 1968, 236с.
29. Власов В.З. Общая теория оболочек и ее приложение в техники. – М.: Гостехиздат, 1949.
30. Власов В.З. Тонкостенные пространственные системы. – М.: Гостехиздат, 1958.
31. Власов Н.М., Иванов С.Д., Чернышев Г.Н., Прейс А.К. Температурные напряжения в ортотропном призматическом твэле с отверстиями. Машиноведение, 1970, № 1, с.112-115.
32. Власов Н.М., Любов Б.Я. Закрепление структурных дефектов вследствие перераспределения атомов примеси. ФХОМ, 1972, № 1, 103-107 с.
33. Власов Н.М., Колесов В.С., Федик И.И. Об одном методе решения упругопластических задач. Сборник «Математические методы и физико-механические поля». – Киев, Наукова Думка, 1975, №1, с.208-210.
34. Власов Н.М., Егоров В.С., Колесов В.С., Федик И.И. Аналогия плоской задачи термоупругости с изгибом пластины. Сборник "Математические методы и физико-механические поля". – Киев, Наукова Думка, 1979, № 10, с.90-98.
35. Власов Н.М., Федик И.И. Тепловыделяющие элементы ядерных ракетных двигателей. – М.: ЦНИИАтоминформ, 2001, 205 с.
36. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек. – М.: Наука, 1972, 432с.
37. Галанин А.Д.. Введение в теорию ядерных реакторов на тепловых нейтронах. – М.: Энергоатомиздат, 1990, 529 с.
38. Галеркин Б.Г. Решение уравнений теории упругости с помощью трех бигармонических функций. Собр. соч., т.1. Из-во АН СССР, 1952.

39. Гейтвуд Б.Е. «Температурные напряжения» (перевод с английского). – М.: ГИИЛ, 1959, 349с.
40. Гельфанд И.М., Фомин С.В. Вариационное исчисление. – М.: Физ.мат., 1961, 228с.
41. Гельфонд А.О. Исчисление конечных разностей. ФМГ, 1952.
42. Гловински Р., Лионс Ж.Л., Тремольтер Р. Численное исследование вариационных неравенств. – М.: Мир, 1979, 574с.
43. Гольденвейзер А.Л. Теория упругих тонких оболочек. – М.: Наука, 1976, 512с.
44. Гольденвейзер А.Л. Асимптотические свойства собственных значений в задачах теории упругих тонких оболочек. – ППМ, 1961, т.15, вып.4.
45. Гольденвейзер А.Л. Построение приближенной теории изгиба пластинки методом асимптотического интегрирования уравнений теории упругости. – ППМ, 1962, т.26, вып.4.
46. Гольдштейн Р.В., Ентов В.М. Вариационные оценки для коэффициента интенсивности напряжений на контуре плоской трещины нормального разрыва. МТТ, 1975, № 3, с.59-64.
47. Григолюк Э.И., Бурак Я.И., Подстригач Я.С. Постановка и решение некоторых вариационных задач термоупругости тонких оболочек применительно к выбору оптимальных режимов местной термообработки. – ПМТФ, №4, 1968, с.47-54.
48. Гринев В.В., Филиппов А.П. Оптимизация элементов конструкций по механическим характеристикам. – Киев: Наукова Думка, 1975, 294с.
49. Джон Г. Мэтьюз, Куртис Д. Финк. Численные методы. Использование MATLAB.- М.: издательский дом «Вильямс», 2001, 713с.
50. Дёч Д. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа. – М.: Наука, 1965г., 287с.
51. Длугач М.И. Метод сеток в смешанной задаче теории упругости. Киев, Наукова думка, 1964.

52. Доброславский А.В., Иванов С.Д., Миронова Л.И. Обоснование экспериментального метода спекл-интерферометрии для определения технологических остаточных напряжений. – Проблемы машиностроения и автоматизации. №2, 2012, с.106 – 110.
53. Доброславский А.В., Иванов С.Д., Миронова Л.И. Расчет остаточных технологических напряжений в окрестности паяного шва теплообменника. Проблемы машиностроения и автоматизации. №2, 2013, с.117-120.
54. Драгунов Ю.Г., Власов Н.М., Иванов С.Д., Федик И.И. Самоуравновешенные внутренние напряжения. – М.: МГОУ, 2010, 391с.
55. Жуков К.Г. Модельное проектирование встраиваемых систем в LABVIEW. – М.: ДМК, 2011, 689 с.
56. Иванов А.С. Моделирование внутренних напряжений в элементах конструкций с переменными физико-механическими свойствами. – Проблемы машиностроения и автоматизации. №4, 2009, с.116-117.
57. Иванов А.С. Математические аналогии механики сплошной среды. – М.: МГОУ, 2009, 180 с.
58. Иванов А.С., Миронова Л.И. Моделирование температурного изгиба пластины. – Обзорение прикладной и промышленной математики. Т. 16, вып. 2, 2009, с.1069-1070.
59. Иванов А.С., Миронова Л.И. Особенности разрушения биметаллических элементов конструкций. – Сборник материалов «XX Петербургские чтения по проблемам прочности». С-П, 2010, с.186-188.
60. Иванов А.С., Миронова Л.И. Математическое обоснование эксперимента для определения функции напряжений в плоской задаче термоупругости. – Обзорение прикладной и промышленной математики. Т. 17, вып. 2, 2010, с.268-269.
61. Иванов А.С. Температурные напряжения при изменении формы тепловыделяющих элементов. – Проблемы машиностроения и автоматизации. №2, 2010, с.97-100.

62. Иванов А.С., Миронова Л.И., Челябинка О.И. Математические аналогии для определения внутренних напряжений в плоской задаче термоупругости. – Обозрение прикладной и промышленной математики. Т. 17, вып. 4, 2010, с.558-559.
63. Иванов С.Д. Актуальные задачи моделирования технологических и температурных напряжений. – М.: МГОУ, 1995, 271 с.
64. Иванов С.Д., Васильев Б.П., А.Ю. Заторский, Л.И. Миронова. Апробация прибора определения остаточных напряжений лазерным интерферометрическим методом. – Проблемы машиностроения и автоматизации. №1, 2008, с.119-121.
65. Иванов С.Д., Иванов А.С., Миронова Л.И. Введение в термодинамическую теорию упругости. Прикладные и экспериментальные решения. Монография. – М.: МГОУ, 2013, 311с.
66. Иванов С.Д., Миронова Л.И. Температурные напряжения и деформации днища и стенки оснастки формования заготовки. – Проблемы машиностроения и автоматизации. №4, 2006, с.84-90.
67. Иванов С.Д., Миронова Л.И., Ковалев В.И. Оценка температурного коробления плоской пластины при различных условиях теплообмена. – Проблемы машиностроения и автоматизации. №2, 2007, с.118-120.
68. Иванов С.Д., Миронова Л.И. Лазерный интерферометрический метод определения остаточных напряжений. – Проблемы машиностроения и автоматизации. №3, 2007, с.100-102.
69. Иванов С.Д., Миронова Л.И., Васильев Б.П. Юстировка интерферометра на специальных стендах. – Проблемы машиностроения и автоматизации. №2, 2008, с.91-94.
70. Иванов С.Д., Миронова Л.И. Температурные поля в опорной плите при изготовлении изделий методом литья. – Обозрение прикладной и промышленной математики. Том 16, выпуск 2, 2009, с.339.
71. Иванов С.Д., Миронова Л.И. Комплексные исследования приповерхностного слоя трубных элементов конструкций, работающих в

условиях действия высоких температур и давлений. – Проблемы машиностроения и автоматизации. №4, 2010, с.89-92.

72. Иванов С.Д., Миронова Л.И. Основы построения экспериментальной модели упругого пространства. – Проблемы машиностроения и автоматизации. №4, 2012, с.60 - 64.

73. Иванов С.Д., Пахомов А.М., Драгунов Ю.Г. Анализ напряженного состояния элементов конструкции при помощи модельных и натуральных экспериментов. – М.: МГОУ, 1999, 335 с.

74. Иванов С.Д., Федик И.И., Миронова Л.И. Модельные эксперименты пластиночной аналогии в системах управления объектом удаленного доступа. – Проблемы машиностроения и автоматизации. №2, 2011, с.105-107.

75. Иванов С.Д., Чернышев Г.Н. Моделирование в задачах термоупругости оболочек с отверстиями на основе статико-геометрической аналогии. Известия Академии Наук СССР, ЖМТТ, 1974, с.101-109.

76. Иванов С.Д., Чернышев Г.Н. Температурные напряжения в ортотропной пластинке с отверстиями. Труды VII Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластинок. – М.: Наука, 1970, с. 244-246.

77. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. – М.: МГУ, 1990, 310 с.

78. Иоффе А.Д., Тихомиров В.М. Теория экстремальных задач. – М.: Наука, 1974, 479с.

79. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. Перев. с англ. – М.: Наука, 1964, 488 с.

80. Качанов Л.М. Теория ползучести. – М.: Физматгиз, 1960, 455с.

81. Китаев А.М., Китаев Я.М. Справочная книга сварщика. – М.: Машиностроение, 1985, 256с.

82. Коваленко А.Д. Основы термоупругости. – Киев: Наукова Думка, 1970, 307с.

83. Кожуховский В.И., Пивоварчик А.А. Некоторые задачи математического моделирования в теплообменниках. – М.: Икар, 2009, 71с.

84. Колкунов Н.В. Основы расчета упругих оболочек. – М.: Высшая школа, 1987, 256с.
85. Колтунов М.А., Васильев Ю.Н., Черных В.А. Упругость и прочность цилиндрических тел. – М.: Высшая школа, 1975, 528с.
86. Котельников Ю.П. Об оценках термостойкости хрупких материалов. Вопросы обороны и техники, научно-технический сборник, серия XVI, выпуск 68, 1975.
87. Кулиев В.Д. Сингулярные краевые задачи. – М.: Физмалит, 2005, 719с.
88. Ландау Л.А., Лившиц Е.М. Теория упругости – М.: Наука, 1965.
89. Ланин А.Г., Федик И.И. Термопрочность материалов. – Подольск, НИИ НПО «Луч», 2005, 309 с.
90. Ланцош К. Вариационные принципы механики. Пер. с англ. В.Ф. Гантмахера.. – М.: Мир, 1965, 408 с.
91. Лебедев Н.Н. Температурные напряжения в теории упругости. – Л.-М.: ОНТИ, главная редакция технико-теоретической литературы 1937, 110с.
92. Левин В.М. О концентрации напряжений на включениях в композитных материалах. – Прикладная математика и механика. Т.41, №4, 1977, с.735-743.
93. Лихачев Ю.И., Пупко В.Я. Прочность тепловыделяющих элементов ядерных реакторов. – М.: «Атомиздат», 1975, 278с.
94. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: «Высшая школа», 1967, 599с.
95. Майзель В.М. Температурная задача теории упругости. – Киев: (институт строительной механики) изд. АН УССР, 1951, 192с.
96. Медведев Д.А. Выступление на пленарном заседании форума «Иннопром-2012» - <http://government.ru/docs/19690>.
97. Мелан Е, Паркус Г. Температурные напряжения, вызываемые температурными полями (перевод с немецкого). – М.: ГИФМЛ, 1958.
98. Мельников Н.П. Конструктивные формы и методы расчета ядерных реакторов. – М.: Атомиздат, 1972, 550с.
99. Метод фотоупругости в 3-х томах. Под редакцией Хесина Г.А., Стрельчука Н.А. – М.: Стройиздат, 1975.

100. Миронова Л.И., Иванов А.С. Расчет температурного поля формообразующих частей прессформ в процессе формования литой заготовки. – Проблемы машиностроения и автоматизации. №1, 2007, с. 110-114.
101. Миронова Л.И. Температурные поля в матрице переменной толщины при изготовлении изделий методом литья. – Проблемы машиностроения и автоматизации. №3, 2009, с.101-103.
102. Миронова Л.И. Исследование остаточных напряжений в литых биметаллических конструкциях формообразующих литейной оснастки. – Проблемы машиностроения и автоматизации. №1, 2010, с. 107-108.
103. Миронова Л.И. Модельная задача термонапряженного состояния оболочечных конструкций. Обзорение прикладной и промышленной математики. Том 18, вып. 2, 2011, с.306-307.
104. Миронова Л.И. Особенности термонапряженного состояния плиты «обойма» в формах литья под давлением. – Проблемы машиностроения и автоматизации. №4, 2011, с.152- 155.
105. Миронова Л.И. Оптимизация конструкций форм литья на основе методов контекстного моделирования с учетом термонапряженного состояния основных элементов. – Естественные и технические науки. Выпуск «Техника и технология: новые перспективы развития», 2011, с.77-83.
106. Миронова Л.И. К вопросу о методах исследования структуры элементов конструкций, работающих в неоднородных условиях высоких температур и давлений. Сборник материалов «Прочность неоднородных структур». Москва, МИСиС, 2012, с.171.
107. Миронова Л.И. Вариационный принцип в методе математического моделирования предельных состояний конструкций. – Европейский исследователь. № 5-1 (20), 2012, с. 458-461.
108. Миронова Л.И. Критериальный подход в построении феномологической модели конструкции с учетом ее предельного состояния. Сборник материалов XX Петербургских чтений по проблемам прочности,

посвященные памяти профессора В.А. Лихачева. – Санкт-Петербург, часть 1, 2012, с.291-293.

109. Миронова Л.И. К вопросу о критериях предельного состояния конструкции. Сборник трудов V международной конференции «Проблемы механики современных машин». – Улан-Уде, ВСГУТУ, том 2, 2012, с. 259-263.

110. Миронова Л.И. Оценочные параметры в одном уточненном методе определения предельного состояния конструкции. – Проблемы машиностроения и автоматизации. №4, 2012, с.107- 111.

111. Миронова Л.И. Расчетная модель теории эксперимента определения остаточных напряжений. Обозрение прикладной и промышленной математики. Том 19, вып. 5, 2012, с..

112. Миронова Л.И. К вопросу о предельном состоянии конструкции. Обозрение прикладной и промышленной математики. Том 19, вып. 5, 2012.

113. Миронова Л.И. Параметры оптимального управления термонапряженным состоянием конструкций оболочечного типа при термическом нагружении. – Проблемы машиностроения и автоматизации. №1, 2013, с. 101-105.

114. Миронова Л.И. Взаимозаменяемость в расчетах червячных передач. – М.: РИОР ИНФРА М, 77с.

115. Миронова Л.И., Иванов А.С. К вопросу о выборе оптимальных размеров элементов конструкций форм литья. – Проблемы машиностроения и автоматизации. №2, 2009, с.70-73.

116. Миронова Л.И., Иванов А.С. Влияние технологических дефектов на термонапряженное состояние многослойных цилиндрических конструкций. Проблемы машиностроения и автоматизации. №2, 2013, с.121-125.

117. Миронова Л.И., Иванов С.Д., Куликов В.Г. Аналитический критерий оценки материалов технологической литейной оснастки при различных условиях теплообмена. – Проблемы машиностроения и автоматизации. №4, 2008, с.86-88.

118. Миронова Л.И., Ковалев В.И. Коэффициент интенсивности напряжений в структурно-неоднородных материалах. – Проблемы машиностроения и автоматизации. №3, 2010, с.97-99.
119. Миронова Л.И., Крюкова Т.И., Крюков Р.В. Нагрузочное устройство. Патент на изобретение №2453823, 20.06.2012.
120. Михлин С.Г. Численная реализация вариационных методов. – М.: Наука, 1966, 432с.
121. Могутнов Б.М., Томилин И.А., Шварцман Л.А. Термодинамика железо-углеродистых сплавов. – М.: Металлургия, 1972, 328 с.
122. Мордвинцева А.В. Деформации сварных конструкций со временем. – В кн. Вопросы прочности и технологии сварки. Вып. 37, МВТУ им. Н.Э. Баумана, – М.: Машгиз, 1955, с.54-63.
123. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966, 707с.
124. Николаев Г.А., Куркин С.А., Винокуров В.А. Сварные конструкции. Прочность сварных соединений и деформации конструкций. – М.: Высшая школа, 1982, 272с.
125. Нох В.Ф. СЭЛ – совместный эйлерово-лагранжев метод для расчета нестационарных двумерных задач. Вычислительные методы в гидродинамике. – М., 1967, с.128-184.
126. Огородникова О.М. Конструкционный анализ в среде. – Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2004, 55с.
127. Осадчук В.А. Напряженно-деформированное состояние и предельное равновесие оболочек с разрезами. – Киев: Наукова Думка, 1985, 224 с.
128. Очан Ю.С. Методы математической физики. – М.: Высшая школа, 1965, 383с.
129. Папкович П.Ф. Теория упругости. – М.: Гостехиздат, 1939.
130. Паркус Г. Неустановившиеся температурные напряжения. Пер. с немецкого. – М.: Физматгиз, 1963, 251 с.

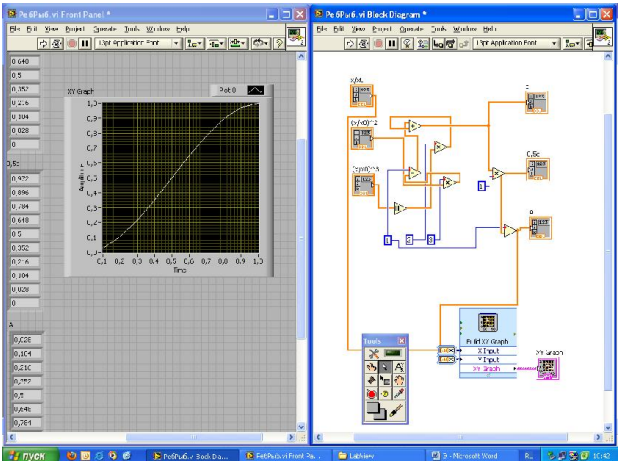
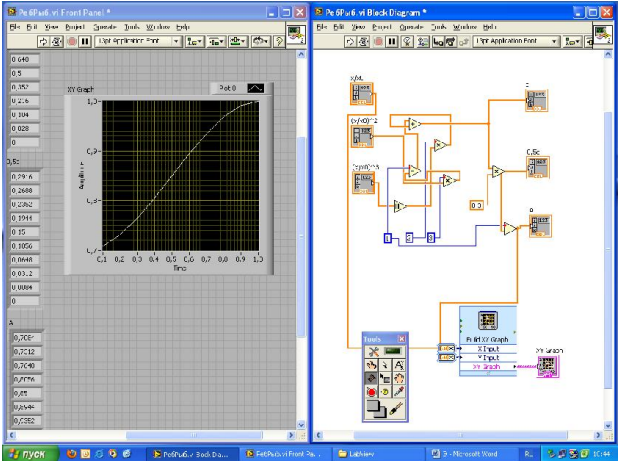
134. Партон В.З., Морозов Е.М. Механика упругопластического разрушения. – М.: Наука, 1985, 504 с.
135. Партон В.З., Борисовский В.Г. Динамика хрупкого разрушения. – М.: Машиностроение, 1988, 237 с.
136. Пестриков В.М., Морозов Е.М. Механика разрушения твердых тел. СПб.: Профессия, 2002, 320 с.
137. Пимштейн П.Г., Жукова В.Н. Расчет напряжений в многослойном цилиндре с учетом особенностей контакта слоев. Проблемы прочности, №5, 1977, с.71-77.
138. Подстригач Я.С., Ярема С.Я. Температурные напряжения в оболочках. – Киев: Отделение Академии Наук УРСР, 1961, 212с.
139. Потейко В.Г. Численное решение обратной задачи оболочек. Труды VII Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластинок. – М.: Наука, 1970, с. 508-512.
140. Преображенский И.Н., Цурпал И.А. Вырезы в несущих конструкциях. – М.: Машиностроение, 1984, 109 с.
141. Пригорювский Н.И. Методы и средства определения полей деформаций и напряжений. Справочник. – М.: Машиностроение, 1983, 248с.
142. Псарас Г.Г., Ежель А.И. Сварщику цветных металлов. Сварочное пособие. – Донецк: Донбас, 1985, 174с.
143. Путин В.В. О наших экономических задачах. Ведомости от 30.01.2012.
144. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966, 752с.
145. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. – М.: Наука, 1988, 712 с.
146. Рапопорт И.М. Колебания упругой оболочки, частично заполненной жидкостью. – М.: Машиностроение, 1967, 360с.
147. Рекач В.Г. Руководство к решению задач по теории упругости. – М.: Высшая школа, 1977, 215с.

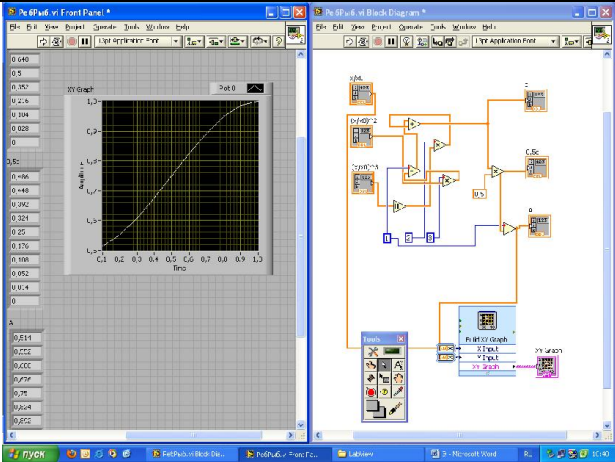
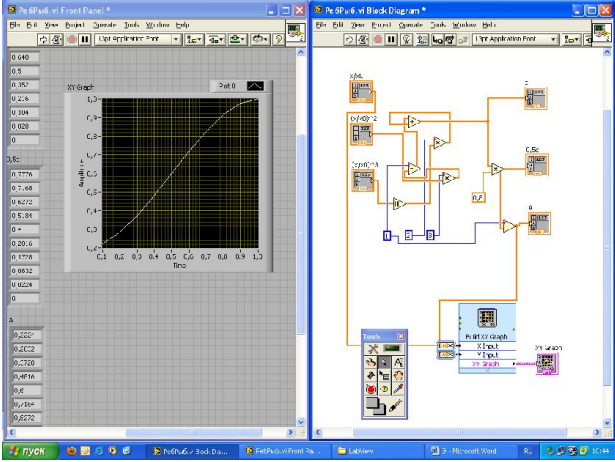
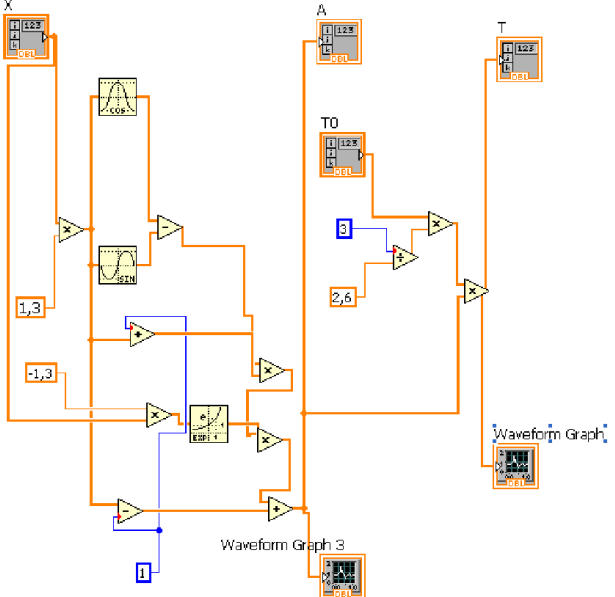
148. Романовский П.И. Ряды Фурье. Теория поля. Аналитические и специальные функции. Преобразование Лапласа. – М.: Наука, 1964, 303с.
149. Рыбалкин П.Т., Иванов С.Д., Чернышев Г.Н. Термическая обработка электроплавленных огнеупоров. – М.: Металлургия, 1981, 192 с.
150. Рыкалин Н.Н. Расчеты тепловых процессов при сварке. – М.: Машгиз, 1961.
151. Сагалевиц В.М., Савельев В.Ф. Стабильность сварных соединений и конструкций. – М.: Машиностроение, 1986, 264с.
152. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977, 656с.
153. Самойлов А.Г., Волков В.С., Солонин М.И. Тепловыделяющие элементы ядерных реакторов. – М.: Энергоиздат, 1996, 399 с.
154. Слепьян Л.И., Троянкина Л.В. Теория трещин. Л.: Судостроение, 1976, 42 с.
155. Слободянский М.Г. Функция напряжений для пространственной задачи теории упругости. Ученые записки МГУ, вып. 24, 1938.
156. Слободянский М.Г. Решение дифференциальных уравнений упругости с помощью одной, двух и трех функций и доказательство общности этих решений. Ученые записки МГУ, вып. 24, 1938.
157. Терехов В.М. Могутов И.В., Клауч Д.Н., Овсеенко Е.С. Метод и устройство для определения остаточных напряжений в образцах и трубках малого диаметра. – Технология машиностроения. № 2, 2011, с.43-47.
158. Тимошенко С.П., Войновский – Кригер С. Пластинки и оболочки. Перевод с английского В.И. Кантова. – М.: Наука, 1966, 635с.
159. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. Пер. с англ. – М.: Наука, 1979, 560 с.
160. Трикоми Ф. Лекции по уравнениям в частных производных. – М.: ИЛ, 1957.
161. Федик И.И., Кожуховский В.И., Егоров В.С. Термоупругие напряжения в круговом секторе. Ж. ММФМП, 1977, №6, с.89-94.

162. Федик И.И., Колесов В.С., Михайлов В.Н. Температурные поля и термонапряжения в ядерных реакторах. – М.: Энергоатомиздат, 1985, 278 с.
163. Феодосьев В.И. Десять лекций – бесед по сопротивлению материалов. – М.: Наука, 1969, 175 с.
164. Фесик С.П. Справочник по сопротивлению материалов. – Киев: Будівельник, 1970, 308с.
165. Филоненко-Бородич М.М. – М.: Теория упругости. Физматгиз, 1959.
166. Фоминых В.П., Яковлев А.П. Ручная дуговая сварка. – М.: Высшая школа, 1986, 288с.
167. Хоникомб Р. Пластическая деформация металлов. Перев. с англ. – М.: Мир, 1972, 403 с.
168. Чернышев Г.Н. Характер решений уравнений оболочек нулевой кривизны при сосредоточенных воздействиях. Труды VII Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластинок. – М.: Наука, 1970, с.597-600.
169. Чернышев Г.Н., Попов А.Л., Козинцев В.М., Пономарев И.И. Остаточные напряжения в деформируемых твердых телах. – М.: Наука, Физмалит, 1996, 240 с.
170. Чернышев Г.Н., Попов А.Л., Антонов А.А., Иванов С.Д., Козинцев В.М. Технологические напряжения в сварных конструкциях. – М.: МГОУ, 2004, 254с.
171. Duvaut G., Lions J.L. Les inequations en mecanique et en physique. Dunon, Paris, 1972.
172. Fedik I., Vlasov N. Simulation of material fracture in the filed of thermal stresses. Journal of Thermal Stresses, 32, 2009, pp. 755-767.
173. Frankel S.P. Convergence rate of iterative treatments of partial differential equations. Math. Tables Aids Comput. – 1950. – Vol.4 – P.65-75.
174. Young D.M. Iterative methods for solving partial difference equations of elliptic type. Trans. Amer. Math. Soc. – 1954. – Vol. 76 – P.55-111.

175. Povstenko Y.Z. Thermoelasticity which uses fractional heat conduction equation. Математические методы и физико-механические поля. Львов, 2008, 51, №2, с.239-246.
176. Varga R.S. Matrix iterative analysis. Prentice Hall, Englewood Cliffs. – New Jersey: S. n., 1962.
177. Vlasov N., Fedik I. Modelling of Grain Boundaries Contact in Metals. Symposium on Computational Methods in Contact Mechanics, Springer, 2007, pp. 333-339.
178. Mironova L.I. Model problem for estimation of thermostressed condition of welded structural members. Life cycle engineering and management. – Belgrade: ICDQM, 2013, pp. 436-442.
179. Mironova L.I. Model problem in assessing the state of thermal stress of welded structural components of the shell type. European Applied Sciences, #1/1, 2013, pp. 221-223.
180. Mironova L.I. Investigation of thermal stress state board "obyma" in the forms of injection molding. European Applied Sciences, #9-1, 2013, p. 117-121.
181. Reissner E.A. A new derivation of the equations for the deformation of elastic shells. Am. I. Math., 63, N 1, 1941.
182. Schmitt N., Burr A., Berthaud Y., Poirier J. Micromechanics applied to the thermal – shock behavior of refractory ceramics. Mech. Mater., 2002, vol. 34, №11, pp. 725-747.

Операторы вычислений в программе LABVIEW (глава III)

| № оператора | № формулы расчета | Стр. | Оператор |
|-------------|-------------------|------|--|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | 3.38 | | $A = 1 - 1(1 - k) \left[1 - 3 \left(\frac{x}{x_0} \right)^2 + 2 \left(\frac{x}{x_0} \right)^3 \right]$  <p>Рис. 1. Параметр A при k = 0</p>  <p>Рис. 2. Параметр A при k = 0,3</p> |

| | | | |
|---|------|---|--|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | 3.38 | |  <p style="text-align: center;">Рис. 3. Параметр A при $k = 0,5$</p>  <p style="text-align: center;">Рис. 4. Параметр A при $k = 0,8$</p> |
| 2 | 3.46 | | $T_{(x)}^* \approx \frac{3}{2,6} T_0 \left[(1,3x_0 - 1) + e^{-1,3x_0} \left((1 + 1,3x_0) \cos 1,3x_0 - \sin 1,3x_0 \right) \right]$  <p style="text-align: center;">Рис. 5. Параметр $T_{(x)}^*$</p> |

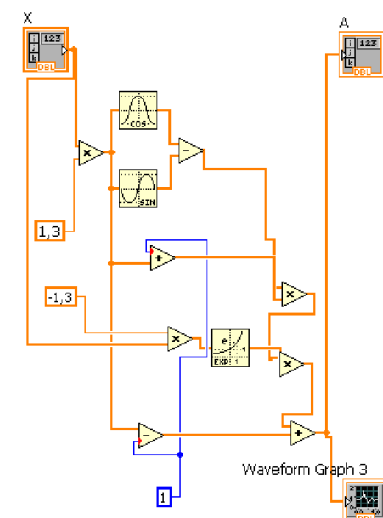
| | | | |
|---|------|---|--|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 3 | 3.48 | | $A_1 = \left[(1,3x_0 - 1) + e^{-1,3x_0} \left((1 + 1,3x_0) \cos 1,3x_0 - \sin 1,3x_0 \right) \right]$  |

Рис. 6. Параметр A_1

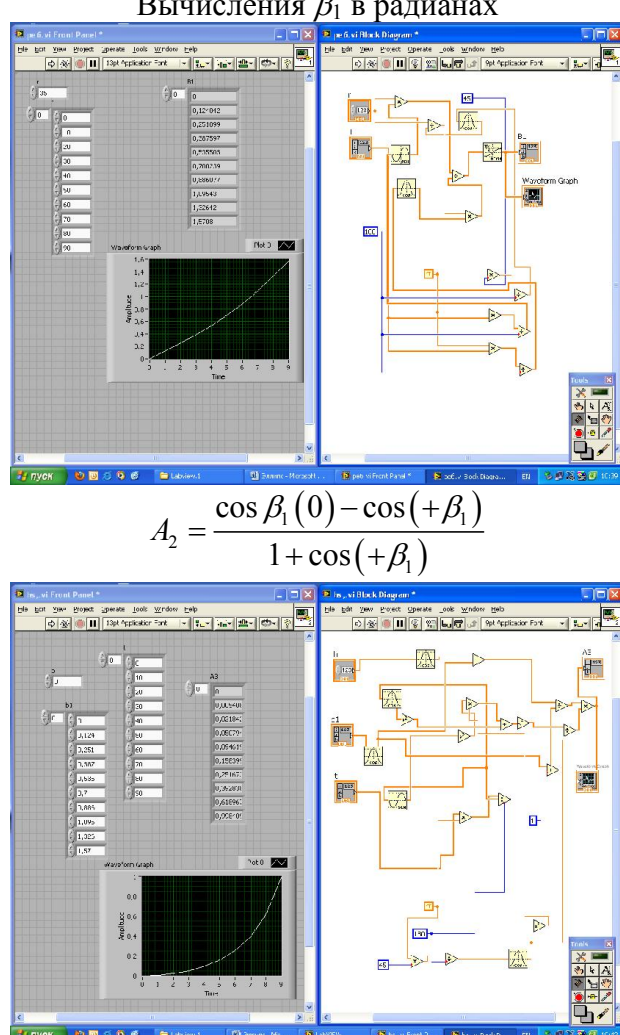
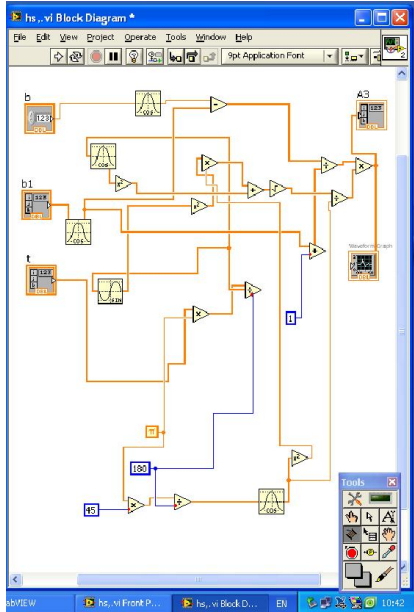
| | | | |
|---|------|--|---|
| 4 | 3.58 | | <p>Вычисления β_1 в радианах</p>  $A_2 = \frac{\cos \beta_1(0) - \cos(+\beta_1)}{1 + \cos(+\beta_1)}$ |
|---|------|--|---|

Рис. 7. Параметр A_2

| | | | |
|---|------|---|--|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 5 | 3.63 | | $A_3 = \left(\frac{\sqrt{\cos^2 t + \sin^2 t \cos^2 \theta}}{\cos \theta} \right) \frac{\cos \beta - \cos \beta_1}{1 + \cos \beta_1}$  <p style="text-align: center;"><i>Рис.8. Параметр A_3</i></p> |

**АКТЫ И СПРАВКИ ВНЕДРЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ДИССЕРТАЦИОННОЙ
РАБОТЫ В ПРОИЗВОДСТВЕННУЮ ПРАКТИКУ ЗАИНТЕРЕСОВАННЫХ
ОРГАНИЗАЦИЙ**



ОТКРЫТОЕ АКЦИОНЕРНОЕ ОБЩЕСТВО
Инженерно-научный центр
"ТЭМП"

Почтовый адрес: 109390, г. Москва, ул. Артюхиной, дом 4

Тел./Факс (499) 179-11-64

"25" апреля 2014 г.

№

140/45

на № _____ от _____

АКТ ВНЕДРЕНИЯ

результатов диссертационной работы Мироновой Любови Ивановны на тему «Исследование и оптимизация высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций в технологических процессах энергетического машиностроения», представленной на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела»

Настоящий акт подтверждает применение результатов исследования диссертационной работы Мироновой Любови Ивановны на тему «Исследование и оптимизация высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций в технологических процессах энергетического машиностроения», представленной на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела»

Разработанный расчетный метод позволяет оценивать предельные состояния изделий специального назначения при действии неоднородных высоких температур, что дает возможность прогнозировать термонапряженное состояние конструкций и своевременно выявлять опасные сечения в возможных местах изменения формы.

На основе предложенной системы критерия качества решены вопросы деформативности несущего корпуса изделия специального назначения путем выбора оптимальных характерных размеров, удовлетворяющих минимальному весу конструкции, условиям повышенной прочностной надежности и гарантированного эксплуатационного ресурса.

Внедрены практические рекомендации инженерных решений по оптимизации технологического процесса изготовления сварного несущего корпуса, что позволило скорректировать режимы автоматической дуговой сварки неплавящим электродом в среде защитных газов и существенно снизить брак по трещинам с 7-9% от общего объема выпуска - до 1-2%.

Первый заместитель
генерального директора по науке
кандидат технических наук



318

А.Т. Горелов

Открытое акционерное общество
«ПОДОЛЬСКИЙ
ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЙ ЗАВОД
СПЕЦИАЛЬНОГО МАШИНОСТРОЕНИЯ»
(ОАО «ПЭМЗ спецмаш»)

СПРАВКА

об использовании результатов диссертационной работы Мироновой Любови Ивановны на тему «Исследование и оптимизация высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций в технологических процессах энергетического машиностроения», представленной на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела»

Настоящей справкой подтверждается использование результатов исследования диссертационной работы Мироновой Любови Ивановны в разработке и изготовлении технологической оснастки сварочного и кузнечно-литейного заготовительного производства.

Практические рекомендации инженерных решений могут быть использованы в проектных разработках машиностроительной техники, а также в сопоставимых по тепловым режимам металлургическом производстве других предприятий.

Главный технолог

Копычев 25.04.17

А.В. Копычев

Главный инженер



Ю.Г. Бычков

Бычков
Ю.Г. Бычков
25.04.17



Открытое акционерное общество
«Машиностроительный завод «ЗиО-Подольск»

ЗАО «Опытное предприятие атомноэнергетического и
нефтехимического машиностроения» (ЗАО «Опыт»)

142103, Россия, Московская область, г. Подольск, ул. Железнодорожная, д.2

тел/факс (495) 747-10-46

E-mail: opit@aozio.msk.ru

АКТ ВНЕДРЕНИЯ

«12» декабря 2013 г.

результатов диссертационной работы Мироновой Любови Ивановны на тему «Исследование и оптимизация высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций в технологических процессах энергетического машиностроения», представленной на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела»

Настоящий акт подтверждает применение результатов исследования диссертационной работы Мироновой Любови Ивановны на тему «Исследование и оптимизация высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций в технологических процессах энергетического машиностроения», представленной на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела».

С учетом предложенных расчетных адекватных моделей, методики расчета напряженного состояния и системы критериев качества проведена оптимизация конструктивной формы сварного соединения оболочечной конструкции, которая позволила получить сравнительно низкий уровень технологических напряжений после проведения сварочных работ, что положительно сказалось на качестве изделия спецтехники энергетического машиностроения.

Генеральный директор



[Handwritten signature]
С.Л. Иванов

**ОБЩЕСТВО С ОГРАНИЧЕННОЙ ОТВЕТСТВЕННОСТЬЮ
«ИНСТРУМЕНТ»**

141105. Московская область, Подольск, ул.Б.Серпуховская, д.43;
тел. (4967) 65-44-84, тел/факс: (4967)69-99-17,
E-mail: ooo-instrument@bk.ru

цех №10.81-к от 15.10.2013г

**АКТ ВНЕДРЕНИЯ
научно-технического мероприятия**

Внедрение результатов докторской диссертационной работы
кандидата технических наук Мироновой Любови Ивановны
(наименование мероприятия)

«Исследование и оптимизация высокоградиентных термонапряженных состояний
сочлененных оболочечных конструкций в технологических процессах
энергетического машиностроения»
по специальности 01.02.04 «Механика деформируемого твердого тела»

Настоящим актом подтверждается применение результатов исследования диссертационной работы Мироновой Любови Ивановны на тему «Исследование и оптимизация высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций в технологических процессах энергетического машиностроения», представленной на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела».

Полученные результаты проведенных исследований по разработанным методикам определения параметров термонапряженных состояний элементов конструкций оболочечной геометрической формы дает возможность учитывать и регулировать уровень температурных напряжений с целью улучшения их прочностных характеристик. Тем самым в процессе изготовления была решена практическая задача снижения уровней остаточных напряжений в изделиях основного и инструментального производств из высокотемпературных сплавов, в числе которых – сварные конструкции энергомашиностроения, формообразующие конструкции технологической оснастки литейного и штамповочного производства.

Внедрение математических моделей и методов моделирования термонапряженного состояния в сложных конструктивных формах, адаптированных к реальным условиям технологических процессов изготовления, позволило скорректировать параметры режимов высокотемпературного отжига конструкций из тугоплавких материалов.

Это дало возможность сократить технологическое время операции термообработки изделий инструментального производства и получить экономию в размере 12 миллионов рублей при изготовлении форм литья и штампов горячей штамповки.

Генеральный директор ООО «Инструмент»



Н.С. Гладун



Общество с ограниченной ответственностью

«Компания «Корд»

(ООО «Компания «Корд»)

ИНН 5036030223 КПП 507401001 ОКПО 42255180 ОГРН 1035007209379

Адрес: 142155, Московская обл., Подольский р-н., пгт. Львовский, проезд Metallургов, д.3,

Тел./факс: (495) 996-83-07, (495) 996-83-99, (499) 400-50-00, (4967) 60-55-61, 60-55-62

Http: www.kordp.ru www.корд.рф E-mail: kord@kordp.ru

Иск. №1741 от 09.12.2013г.

АКТ ВНЕДРЕНИЯ

в разработках конструкций форм литья на предприятии

ООО «Компания «Корд»

результатов исследования диссертационной работы Мироновой Любови Ивановны на тему «Исследование и оптимизация высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций в технологических процессах энергетического машиностроения»

Настоящий акт подтверждает применение результатов исследования диссертационной работы Мироновой Любови Ивановны на тему «Исследование и оптимизация высокоградиентных термонапряженных состояний сочлененных оболочечных конструкций в технологических процессах энергетического машиностроения», представленной на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела».

Результаты проведенных исследований по разработанным методикам определения высокоградиентных температурных напряжений и рекомендации выбора оптимальных размеров элементов конструкций используются в проектировании форм литья.

Внедрение полученных результатов позволило увеличить эксплуатационный ресурс форм литья, что положительно сказывается на качестве литейных заготовок.

Генеральный директор
ООО «Компания «Корд»



И.И. Колупаев