

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)**

На правах рукописи



**Пашков Олег Анатольевич**

**ТЕПЛО-МАССООБМЕН НА ПОВЕРХНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ  
КОНСТРУКЦИИ ГИПЕРЗВУКОВЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ  
САМОЛЕТНЫХ СХЕМ ПРИ ПОЛЕТЕ В АТМОСФЕРЕ**

Специальность

01.04.14 – Теплофизика и теоретическая теплотехника

**ДИССЕРТАЦИЯ**

на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель: д.т.н., профессор  
Никитин Петр Васильевич

Москва – 2016

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>Введение.....</b>	<b>6</b>
<b>Глава 1. Гиперзвуковые летательные аппараты самолётных схем и особенности их полёта в разреженной атмосфере.....</b>	<b>18</b>
1.1. Гиперзвуковые течения и их реализация на практике.....	18
1.2. Основные преимущества ГЛА самолетных схем.....	21
1.3. Особенности построения тепловой защиты ГЛА самолетных схем.....	22
Выводы по главе 1.....	27
<b>Глава 2. Математическая модель процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена на поверхности гиперзвукового летательного аппарата.....</b>	<b>29</b>
2.1. Анализ некоторых общих физических и математических положений - базы разработки математической модели.....	29
2.1.1. Проверка применимости модели сплошной среды для условий полёта ГЛА в атмосфере.....	29
2.1.2. Особенности вычисления термо-газодинамических и теплофизических свойств газа в гиперзвуковой газодинамике.....	30
2.2. Применение метода контрольного объема для решения уравнения переноса скалярной величины.....	33
2.2.1. Дискретизация уравнения переноса скалярной величины методом контрольного объема.....	33
2.2.2. Линеаризация уравнения переноса скалярной величины.....	35

2.2.3. Дискретизация по пространству.....	35
2.2.4. Неявное интегрирование по времени.....	38
2.3. Применение метода связанного решателя к решению уравнений механики сплошной среды.....	39
2.3.1. Векторная форма общей математической модели.....	39
2.3.2. Особенности предварительной обработки уравнения (2.20).....	40
2.3.3. Особенности вычисления конвективного потока скалярной физической величины.....	43
2.3.4. Неявный метод решения стационарных уравнений механики сплошной среды.....	44
2.4. Математическая модель комплекса процессов при обтекании поверхности ГЛА гиперзвуковым потоком.....	45
2.4.1. Математическое моделирование химической кинетики в задачах гиперзвуковой газовой динамики.....	45
2.4.2. Описание процесса лучистого теплообмена при полёте ГЛА в атмосфере.....	51
2.5. Особенности задания граничных условий.....	55
2.5.1. Входная граница.....	55
2.5.2. Выходная граница.....	56
2.5.3. Твёрдая стенка.....	57
2.5.4. Граница типа «ось».....	58
2.5.5. Граница типа «симметрия».....	58
2.6. Особенности задания нулевой итерации.....	59
2.7. Алгоритм работы связанного решателя.....	60
Выводы по главе 2.....	62

<b>Глава 3. Некоторые особенности решения предложенной математической модели численными методами.....</b>	<b>63</b>
3.1. Решение тестовой задачи с целью доказательства влияния структуры расчётной сетки на получаемые результаты.....	63
3.1.1. Постановка задачи.....	63
3.1.2. Категории расчётных сеток.....	64
3.1.3. Анализ результатов расчёта с использованием сеток разной размерности.....	68
Выводы по главе 3.....	77
<b>Глава 4. Верификация разработанной математической модели.....</b>	<b>79</b>
4.1. Результаты моделирования процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена на поверхности сферы.....	79
4.2. Результаты моделирования процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена на поверхности затупленного конуса.....	88
Выводы по главе 4.....	95
<b>Глава 5. Модификация математической модели термо-газодинамических и физико-химических процессов, реализуемых при обтекании планера ЛА гиперзвуковым потоком.....</b>	<b>97</b>
5.1. Модификация свойств компонентов газовой среды.....	98
5.2. Модификация механизмов химической кинетики.....	100
5.3. Моделирование турбулентного режима течения.....	101
5.3.1. Математическая модель турбулентности (Transition SST).....	101

5.3.2. Алгоритм вычисления диффузионных потоков при турбулентном режиме течения на поверхности ГЛА.....	104
Выводы по главе 5.....	105
<b>Глава 6. Анализ результатов верификации модифицированной математической модели.....</b>	<b>106</b>
6.1. Исследование влияния модификаций математической модели на достоверность результатов моделирования процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена на поверхности сферы.....	106
6.2. Исследования процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена на поверхности модели марсианского зонда Mars-Pathfinder.....	111
6.3. Исследования процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена на поверхности модели спускаемого аппарата сегментально-конической формы.....	120
6.4. Исследования процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена при обтекании гиперзвуковым потокм цилиндра, притупленного сферой.....	129
6.5. Исследования процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена на теплонапряженных поверхностях малоразмерного крылатого возвращаемого аппарата.....	135
Выводы по главе 6.....	146
<b>Заключение.....</b>	<b>147</b>
<b>Список литературы.....</b>	<b>149</b>

## **ВВЕДЕНИЕ.**

### **Актуальность темы диссертации.**

Интенсивное развитие авиационной и ракетно-космической техники и, в частности, создание летательных аппаратов, осуществляющих полет в атмосфере со скоростями, значительно превышающими скорость звука, породило научно-техническую проблему тепловой защиты конструкции летательных аппаратов от аэродинамического нагрева.

Физическая природа аэродинамического нагрева обусловлена тем, что в связи со значительной скоростью полёта летательного аппарата набегающего потока обладает большой кинетической энергией. При этом вблизи аппарата, возникает ударная волна, вязкие сжатый и пограничный слои, где поток тормозится и его кинетическая энергия выделяется в виде тепла. В результате этого процесса газ в потоке претерпевает физико-химические превращения

В зависимости от скорости полёта аппарата реализуется аэродинамический нагрев поверхности, сопровождающийся интенсификацией конвективного и лучистого тепловых потоков в элементы конструкции. В процессе такого нагрева температура наиболее теплонапряженных элементов конструкции может превысить предельно допустимую, что может привести к разрушению конструкции.

В связи с этим при проектировании гиперзвукового летательного аппарата необходимо рассчитывать достоверные параметры тепло-массообмена на его поверхности, что и определяет актуальность темы настоящей работы. Решение этой задачи позволит уже на стадии проектирования ГЛА оптимизировать его массо-габаритные, траекторные и прочие характеристики, которые в значительной степени определяются плотностью и термостойкостью используемых теплозащитных материалов и другими их свойствами, а также совокупной массой и толщиной тепловой защиты планера. В этом смысле, при проектировании ГЛА особенно важно определить состояние наиболее

теплонпряженных участков поверхности аппарата, а именно носовой части фюзеляжа, передних кромок крыльев, кромок входных устройств и др.

В последнее десятилетие ведущие разработчики ракетно-космической техники активно занимаются проектированием и испытаниями принципиально новых пилотируемых гиперзвуковых летательных аппаратов, обладающих высокой маневренностью, как в атмосфере, так и космическом пространстве. Такие аппараты должны обладать принципиально новой многоразовой тепловой защитой. Например, материалы её поверхностного слоя должны обладать не только высокой термостойкостью, но и минимальной каталитической активностью, что в совокупности должно на 20-40% снижать уровень аэродинамического нагрева.

В настоящее время работы по проектированию и отработке прототипов гиперзвуковых аппаратов различного назначения ведутся в рамках таких национальных программ, как «Клипер», «Русь» в России, X-38, X-43 X-51A Waverider, Falcon HTV-2 в США, Pre-X во Франции, Hyper-X и Hore-X в Японии, Horper в Германии, USV в Италии и других.

Хотя объемы финансирования некоторых из указанных проектов по ряду причин в настоящее время значительно сокращены, однако, научно-исследовательские работы по этим проектам продолжаются в национальных исследовательских институтах.

Проведенный анализ состояния разработок по данной проблеме показал, что в целом, все проводимые в настоящее время исследования можно разделить на два основных направления:

- создание ГЛА, совершающего полёт в атмосфере на высотах до 40-60 км с планером самолётного типа, что позволит вести речь о создании многоразового гиперзвукового пассажирского самолета. Решение данной проблемной задачи одновременно может иметь и военное применение. В частности речь идёт о создании гиперзвуковой крылатой ракеты, способной

преодолеть существующие системы противоракетной обороны за счёт высокой скорости полёта и манёвра по непредсказуемой заранее траектории.

- создание многоразового спускаемого аппарата, аналогичного многоразовым транспортным системам типа Буран или Шаттл, но с применением не только инновационных технологий в конструкции планера, но и новых принципов построения тепловой защиты.

Для указанных типов ГЛА, которые будут приводиться в движение с помощью гиперзвуковых прямоточных воздушно-реактивных двигателей (ГПВРД), принципиально важно сформировать аэродинамический облик аппарата, который будет оптимален с точки зрения минимизации лобового сопротивления, а также не будет накладывать существенные ограничения на маневренные характеристики во всем диапазоне скоростей полета.

Для спускаемых космических аппаратов, которые также относятся к классу ГЛА, вопросы минимизации лобового сопротивления и обеспечения высокой маневренности отходят на второй план. Однако остро встает вопрос минимизации тепловой защиты по массе без потери её надежности. Чрезмерно большая масса конструкции спускаемого аппарата по сравнению с полезной нагрузкой может отразиться на экономической целесообразности проекта, в то время как потеря надежности тепловой защиты приведет к катастрофе. Особенно важно обеспечить надежность тепловой защиты на системах многоразового использования. Известно, что авария транспортной системы Space Shuttle в 2003 году произошла именно из-за недостаточной надежности теплозащитного покрытия планера.

Очевидно, что для решения перечисленных задач необходимо достоверно определить все особенности процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена на поверхности аппарата ещё на этапе его проектирования. Решение данной задачи является достаточно сложным по причине того, что в гиперзвуковом течении около ГЛА в полной мере проявляются атомно-молекулярные высокотемпературные физико-химические процессы,



включающие релаксацию внутренних степеней свободы частиц, многокомпонентную диффузию, диссоциацию, рекомбинацию и ионизацию в неравновесных условиях.

Этот набор физических явлений проявляется, в макроскопической форме в виде широкого диапазона изменения определяющих критериев подобия: Маха, Рейнольдса, Кнудсена, Дамкеллера, Шмидта, Льюиса и др.

Таким образом, из всего сказанного следует, что задача теоретического исследования термо-газодинамики и тепло-массообмена в высокоскоростных течениях является многопараметрической и становится важнейшей неотъемлемой стадией проектирования ГЛА нового поколения.

По этой причине эффективное экспериментальное физическое моделирование гиперзвуковых высотных течений в наземных условиях жестко ограничено, а проведение лётных экспериментов очень затратно в экономическом плане, а зачастую и просто невозможно. В связи с этим при разработке ГЛА особенно остро проявляется потребность в наличии достоверных методов математического моделирования процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена.

### **Цель работы.**

В связи с вышеизложенным, целью настоящей работы являлась разработка полной математической модели процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена при полёте гиперзвукового летательного аппарата на высотах, удовлетворяющих модели сплошной среды.

### **Задачи работы:**

Для решения указанной цели в работе решены следующие задачи:

- определены особенности полёта ГЛА самолётных схем в плотных слоях атмосферы Земли с глубоким анализом физико-химических процессов, протекающих в сжатом и пограничном слоях;

- разработана полная математическая модель процессов термогазодинамики и тепло-массообмена при обтекании планера гиперзвуковым потоком;

- проанализированы особенности решения разработанной математической модели численными методами. В частности исследовано влияние структуры расчётной сетки на достоверность получаемых результатов;

- проведена верификация разработанной математической модели путём сравнения результатов расчёта процессов термогазодинамики и тепло-массообмена на поверхности сферы и затупленного конуса с данными открытых источников;

- по результатам верификации устранены недостатки разработанной математической модели путём её модификации;

- с использованием модифицированной математической модели, проведены исследования процессов термогазодинамики и тепло-массообмена на поверхности сферы, модели планетарного зонда, модели спускаемого аппарата сегментально-конической формы и перспективного малоразмерного крылатого возвращаемого аппарата.

Удовлетворительное соответствие результатов расчёта по предложенной математической модели с опубликованными данными лётных экспериментов позволили сделать выводы о достоверности модифицированной математической модели и её пригодности для глубокого исследования процессов термогазодинамики и тепло-массообмена на поверхности высокоскоростных ЛА.

#### **Методы исследования.**

Работа направлена на достижение указанной цели и решение сформулированных выше задач численными методами. При этом предполагалось построение общей математической модели и модификация существующих средств численного моделирования для проведения большого объёма расчётных исследований процессов термогазодинамики и тепло-

массообмена на поверхности элементов ГЛА разной геометрической формы. Для этого в работе использован обширный опыт исследований, проведенных разными авторами при решении многопараметрических задач термогазодинамики и тепло-массообмена применительно к проблеме обтекания тел гиперзвуковым потоком.

Разработанная общая математическая модель включает систему уравнений Навье–Стокса а также уравнения дополнительных моделей (уравнения: энергии, переноса компонентов и лучистой энергии, химической кинетики, модели турбулентности), дискретизованных методом конечных объёмов на структурированных расчётных сетках. Воздух задавался как многокомпонентная химически активная смесь газов. При этом использовалась модель неравновесной химии. Локальная концентрация каждого компонента смеси определялась путем решения уравнения диффузии. Скорость каждой химической реакции, протекающей в ударной волне, сжатом и пограничном слое определялась путём решения основного уравнения химической кинетики. Константы скорости прямой и обратной реакций определялись с использованием соотношения Аррениуса.

Лучистый теплообмен в системе: ударная волна – поверхность ГЛА, рассчитывался путём решения уравнения переноса лучистой энергии с соответствующими граничными условиями.

Влияние турбулентности на процессы термогазодинамики и тепло-массообмена учитывалось путём решения четырех уравнений гибридной полуэмпирической модели турбулентности Transition SST.

Решение всех сформулированных выше задач и критический анализ полученных результатов представлены в последующих разделах работы.

### **Научная новизна.**

Разработана общая математическая модель, описывающая процессы термогазодинамики и тепло-массообмена на поверхности ГЛА. Научная новизна математической модели выражается в том, что она построена на

совокупности относительно простых математических моделей множества процессов термо-газодинамики, тепло-массообмена и химической кинетики, однако позволяет при этом достоверно рассчитывать теплообмен на поверхности ГЛА.

Известны математические модели, основанных на простых приближениях (схема Прандтля, формула Фейя-Ридделла для равновесного течения), которые рассчитывают параметры процессов термо-газодинамики, тепло-массообмена на поверхности ГЛА с большой долей погрешности. Известны также математические модели, которые учитывают сложные атомно-молекулярные высокотемпературные физико-химические процессы, протекающие в сжатом и пограничном слое. Тем не менее, по причине большой вычислительной сложности, эти модели часто непригодны для решения прикладных задач с использованием стандартных компьютерных ресурсов.

В рамках данной работы впервые получена общая математическая модель, основанная на совокупности относительно простых математических моделей, которая с одной стороны позволяет при расчете учитывать основные процессы термо-газодинамики, тепло-массообмена и химической кинетики, протекающие в сжатом и пограничном слое, а с другой стороны, позволяет использовать стандартные компьютерные ресурсы для решения прикладных задач.

Корректность полученных с использованием предложенной математической модели расчётных данных подтверждена её верификацией с опубликованными отечественными и зарубежными экспериментальными данными.

Всё указанное позволяет характеризовать разработанную математическую модель, как вносящую элементы научной новизны в процесс проектирования высокоскоростных ЛА при расчёте параметров термо-газодинамики и тепло-массообмена на теплонапряженных элементах конструкции планера.

### **Теоретическая и практическая значимость работы.**

Теоретическая ценность работы заключается в созданной математической модели, позволяющей с достаточной степенью точности анализировать параметры процессов, протекающих вблизи поверхности ГЛА.

Практическая ценность данной работы состоит в надёжности созданной математической модели, методов и средств её численного решения, значительно ускоряющих выполнение инженерных расчётов, проводимых с целью достоверного определения параметров термо-газодинамики и тепло-массообмена на поверхности ГЛА.

**Достоверность и обоснованность результатов работы** подтверждаются удовлетворительным совпадением результатов численного моделирования процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена, проведенного с использованием предложенной модели, с данными стендовых экспериментов, расчётными данными других авторов, полученными при прочих равных начальных условиях.

### **Основные положения, выносимые на защиту.**

1. Математическая модель процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена на поверхности гиперзвукового летательного аппарата.
2. Результаты исследований особенностей решения предложенной математической модели численными методами.
3. Результаты верификации математической модели по опубликованным данным.
4. Модифицированная математическая модель, полученная путем доработки первоначально предложенной математической модели на основании результатов её верификации.
5. Результаты исследований процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена на теплонапряженных участках поверхности затупленных тел разных форм: сферы, конуса, притупленного сферой, модели

планетарного зонда, модели спускаемого аппарата сегментально-конической формы, цилиндра, притупленного сферой, а также малоразмерного крылатого возвращаемого из космоса орбитального аппарата.

### **Апробация работы.**

Основные научные результаты работы неоднократно докладывались на научно-технических отечественных и международных конференциях. В частности, на 13-й Международной конференции «Авиация и космонавтика - 2014» (Москва, Россия, 17-21 ноября 2014г.), на Всероссийской научно-технической конференции «Авиадвигатели XXI века» (Москва, Россия, 24-27 ноября 2015г.), на XV Международном Минском форуме по тепломассообмену (Минск, Республика Беларусь, 23-26 мая 2016 г.).

### **Публикации.**

Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 9 научных работах [2-10], 8 из которых опубликованы в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК при Минобрнауки России.

### **Структура и объём работы.**

Диссертационная работа состоит из введения, шести глав, заключения, списка литературы и приложения. Работа включает 157 страниц основного текста и выводы, 65 рисунков, 12 таблиц, список литературы из 72 наименований.

**Во введении** обоснована актуальность выбранной темы диссертации, сформулированы цель и задачи работы. Показана новизна работы, её научная и практическая значимость, достоверность и обоснованность результатов. Кратко охарактеризованы методы исследования, используемые в работе.

**В первой главе** диссертационной работы проанализированы основные закономерности физико-химических процессов, происходящих вблизи поверхности летательного аппарата при полёте в атмосфере с гиперзвуковой

скоростью. Проведён критический обзор используемых в настоящее время методик исследования этих процессов.

Представлен краткий обзор истории развития возвращаемых космических аппаратов и гиперзвуковых летательных аппаратов.

Проанализированы основные преимущества космических аппаратов самолетных схем в сравнении с другими схемами.

Сделан вывод о том, что ГЛА самолетных схем имеют ряд неоспоримых преимуществ по сравнению с аппаратами других классов, что делает их весьма перспективными для выполнения различных стратегических задач оборонного и гражданского назначения.

Проанализированы особенности построения тепловой защиты многоразовых ГЛА самолетных схем, в результате чего установлено, что тепловая защита ГЛА должна противостоять воздействию целого ряда физических факторов, то есть должна быть многофункциональной.

Показано, что при проектировании тепловой защиты ГЛА могут быть эффективно применены методы вычислительной математики, которые позволяют достоверно определять параметры термо-газодинамики и тепло-массообмена на поверхности ГЛА на стадии его проектирования.

**Во второй главе** представлена математическая модель процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена на поверхности ГЛА, основанная на решении дискретных аналогов системы уравнений Навье–Стокса и уравнений дополнительных моделей (уравнения энергии, уравнений переноса компонент газовой смеси и лучистой энергии, уравнений химической кинетики). Концепция представленной математической модели построена только на использовании геометрических характеристик ЛА, параметрах набегающего потока, а также возможных вариаций траектории полёта. То есть данная модель не требует при своем использовании проведения дополнительных исследований с целью уточнения рассчитанных параметров тепло-массообмена на поверхности ГЛА.

**В третьей главе** представлены результаты исследования влияния структуры расчётной сетки на получаемые результаты. На примере решения тестовой задачи показано влияние сеточного разрешения (количество расчётных ячеек на поверхности анализируемого элемента конструкции планера) на получаемые результаты. Обоснован выбор расчётной сетки определённой размерности.

**В четвертой главе** представлена верификация математической модели, представленной в главе 2, проведенная путём сравнения результатов расчёта тестовых задач с данными других авторов. Показано, что представленная в главе 2 математическая модель позволяет определять уровни тепловых потоков, температурные поля на поверхности теплонапряжённых элементов конструкции, а также рассчитать другие параметры процессов тепло-массообмена на поверхности ГЛА, например, выявлять все характерные и аномальные зоны гиперзвукового течения. Выявлены и объяснены недостатки исходной математической модели, намечены перспективные направления её модификации.

**В пятой главе** приведена модифицированная математическая модель, которая является результатом доработки исходной модели. В частности, модель дополнена шестью реакциями ионизации, введена дополнительная полуэмпирическая модель турбулентности, основанная на осреднении по Рейнольдсу. Модифицировано с учётом влияния турбулентности соотношение для вычисления диффузионных потоков всех  $i$ -ых компонент, основанное на законе Фика. Проведено обоснованное уточнение теплофизических свойств ряда компонент высокотемпературной химически активной газовой среды.

**В шестой главе** приведён анализ результатов верификации модифицированной математической модели, проведенной путём решения ряда тестовых задач обтекания гиперзвуковым потоком затупленных тел и моделей ГЛА (сфера, модель марсианского зонда, модель спускаемого аппарата сегментально-конической формы, затупленный по сфере цилиндр,



малоразмерный крылатый возвращаемый аппарат ЦАГИ) и сравнения полученных результатов с экспериментальными и расчётными данными других авторов.

Результаты верификации модифицированной математической модели с опубликованными экспериментальными и расчетными данными показали, что предложенная модифицированная модель позволяет более достоверно определять параметры термо-газодинамики и тепло-массообмена на поверхности ГЛА по сравнению с математическими моделями других авторов, а также по сравнению с исходной математической моделью данной работы.

**В заключении** формулируются основные результаты диссертационной работы и выводы, следующие из анализа полученных в работе результатов.

# 1. ГИПЕРЗВУКОВЫЕ ЛЕТАТЕЛЬНЫЕ АППАРАТЫ САМОЛЁТНЫХ СХЕМ И ОСОБЕННОСТИ ИХ ПОЛЁТА В РАЗРЕЖЕННОЙ АТМОСФЕРЕ.

## 1.1. Гиперзвуковые течения и их реализация на практике.

В зависимости от физико-химических процессов, происходящих у поверхности летательного аппарата во время его движения в атмосфере, как правило, выделяют три режима полета: дозвуковой, сверхзвуковой и гиперзвуковой [11].

Гиперзвуковым считается полёт в атмосфере Земли, если скорость полёта соответствует числу Маха,  $M_\infty \geq 6,0$ . При такой скорости, как, в прочем, и в случае любого сверхзвукового полёта ЛА, вблизи поверхности аппарата образуются аномальные зоны течения - ударная волна, сжатый и пограничный слои. При этом температура торможения потока в этих слоях достигает уровня температуры диссоциации молекулы кислорода,  $T_0 \geq 2500$  К. Таким образом, в указанных характерных зонах течения реализуются химические реакции диссоциации молекул и рекомбинации атомов кислорода. В итоге, сжатый и пограничный слои становятся химически активными. Воздух из двухкомпонентного совершенного газа становится многокомпонентным несовершенным. Это является основной характерной особенностью гиперзвукового течения.

Следует отметить, что впервые гиперзвуковой полёт в плотных слоях атмосферы был реализован в рамках спуска с орбиты первых транспортных систем Восток, Восход и Меркурий, которые осуществляли вход с орбиты в атмосферу по баллистической траектории [12]. В этом случае вектор равнодействующей аэродинамической силы был направлен прямо противоположно вектору скорости движения аппарата.

При входе с орбиты в атмосферу Земли из-за смещения центра тяжести аппарата к термостойкому защитному лобовому экрану и действия аэродинамических сил спускаемый аппарат поворачивался в положение

экраном к потоку. В результате его спуск в атмосфере реализовался по квазибаллистической траектории, т.е. без какого-нибудь управления. Существенным недостатком такого режима полёта являлось то, что аппарат совершал вход с орбиты в плотные слои атмосферы на громадной скорости, в том числе, по причине слишком крутой траектории. Это, во-первых, вызывало интенсивный аэродинамический нагрев поверхности аппарата и, во-вторых, приводило к чрезмерной гравитационной перегрузке, предельно допустимой для человека. Поэтому уже в 50-е годы 20-го века разработчики ракетной техники ведущих космических держав (СССР и США) начали задумываться над реализацией альтернативного варианта спуска с орбиты – управляемого планирующего полёта. Первые планирующие спускаемые аппараты внешне, как правило, представляли собой конус с притупленным сферой днищем. При этом во время гиперзвукового полёта аппарат ориентировался в пространстве таким образом, что ось конуса на участке гиперзвукового полёта составляла значительный угол с вектором скорости аппарата (угол атаки достигал значений более  $40^\circ$ ). Это приводило к возникновению подъёмной силы, направленной по нормали к вектору скорости ЛА. Аппарат ориентировался в пространстве нужным образом за счёт газовых рулей. Благодаря возникновению подъёмной силы траектория аппарата становилась пологой, в результате чего его скорость спуска уменьшалась. Траектория движения ЛА становилась более длительной, что значительно (в два, три раза) уменьшало перегрузки. Тепловые потоки к поверхности аппарата снижались в несколько раз, по сравнению со спуском по баллистической траектории. Это делало планирующий спуск более безопасным и комфортным для космонавтов, хотя и приводило к утяжелению и усложнению ЛА за счёт наличия системы управления. В выше описанных типах планирующих спускаемых аппаратах спуск на конечном участке траектории, осуществлялся за счёт использования парашютной системы.

Практически параллельно с созданием возвращаемых космических кораблей конической формы, ведущие космические державы начали научно-исследовательские работы по созданию многоразовых крылатых ГЛА самолетного типа [13]. Причём концепция создания таких аппаратов строилась на их стратегическом назначении. Крылатые аппараты должны были осуществлять не только управляемый спуск с орбиты, но и иметь возможность совершения маневренного полёта на любых высотах с выполнением функций высотных перехватчиков, разведчиков, бомбардировщиков и др. Так ещё в 1957 году в США была начата программа X-20 Dyna-Soar, выполнявшаяся по заказу военно-воздушных сил США. Эта программа стала результатом объединения проектов «Brass Bell», «RoBo» и «HYWARDS» в единую программу исследований. Всего предполагалось провести три стадии работы: атмосферные тесты, суборбитальные запуски и орбитальные полёты. Отметим, что в основе этой работы лежала концепция немецкого орбитального бомбардировщика, разработанная австрийским учёным-физиком Ойгеном Зенгером во время Второй Мировой войны.

Чуть позже в начале 1960-х годов в ответ на проект X-20 Dyna-Soar в СССР также была начата разработка космической системы «Спираль» [13], которая должна была состоять из орбитального самолёта, выводимого в космос гиперзвуковым самолётом-разгонщиком, а затем на орбиту с помощью ракетной ступени. Предполагалось, что проект должен был реализован к эксплуатации в середине 70-х годов 20-го века.

Хотя проекты X-20 Dyna-Soar и «Спираль» были свёрнуты, теоретический задел, созданный в процессе работы над ними, лёг в основу таких проектов как Space Shuttle в США и «Буран» в СССР, которые были успешно реализованы в 1981 году и 1988 году, соответственно.

Указанные годы могут считаться годами открытия эры управляемых гиперзвуковых летательных аппаратов.

## 1.2. Основные преимущества ГЛА самолетных схем.

Космические аппараты самолетных схем в сравнении с другими схемами обладают рядом преимуществ, а именно:

- вход с орбиты в плотные слои атмосферы осуществляется по управляемой пологой траектории, что существенно снижает максимальные перегрузки, действующие на членов экипажа;
- становится возможным точное наведение КА и его горизонтальная посадка;
- могут осуществлять аэродинамический боковой маневр относительно трассы;
- имеют возможность осуществления аэродинамического маневра в верхних слоях атмосферы с целью изменения параметров исходной траектории;
- имеют возможность осуществлять длительный полет в атмосфере Земли с посадкой на основной или на запасные аэродромы;

Все выше перечисленные преимущества делают КА самолетных схем пригодными для выполнения целого ряда стратегических задач. Например:

- доставка грузов и космонавтов на орбиту и возвращение их с орбиты;
- обслуживание космических станций и других орбитальных систем;
- дистанционный мониторинг земной поверхности;
- подготовка межпланетных экспедиций;
- сервисные работы на орбитальных объектах;
- решение ряда задач оборонного назначения.

Учитывая указанные выше достоинства ГЛА самолетных схем, все промышленно развитые страны (Германия, Англия, Франция, Япония) начиная с конца 80-х годов 20-го века, включились в разработку таких аппаратов военного и гражданского назначения. При этом предусматривалась разработка военных и гражданских ЛА осуществляющих гиперзвуковой полёт в атмосфере на высотах до 60 км с использованием двигательных установок. Одной из

важнейших причин разработки ГЛА таких схем являлась их высокая экономическая эффективность в сравнении с классическими схемами ракетного типа. Высокая экономическая эффективность ГЛА самолётных схем обусловлена тем, что такие аппараты осуществляют полёт за счёт аэродинамической подъёмной силы, а не за счёт тяги двигателей [14].

В настоящее время при разработке прототипов таких ГЛА анализируются различные аэродинамические конфигурации планеров: несущий корпус, крылатая схема, гибридная схема и др.

Понятно, что все типы ГЛА указанных аэродинамических форм, требуют разработки специальных систем тепловой защиты.

### **1.3. Особенности построения тепловой защиты ГЛА самолётных схем.**

Задача построения тепловой защиты для ГЛА самолётных схем значительно осложняется некоторыми особенностями эксплуатации, а также аэродинамическими формами таких аппаратов.

Во-первых, ГЛА самолетных схем, это аппараты с многоразовым режимом эксплуатации. Для таких аппаратов тепловая защита должна надежно защищать конструкцию ГЛА и внутренние отсеки в течение всего срока эксплуатации.

Во-вторых, ГЛА самолетных схем совершают более длительный полёт в атмосфере с гиперзвуковыми скоростями. Поэтому, как при возвращении КА с орбиты на Землю, так и в случае крейсерского полёта в качестве авиационного транспортного средства тепловая защита должна надежно защищать конструкцию аппарата в течение длительного промежутка времени. Эта особенность представляет принципиальное отличие в назначении тепловой защиты ГЛА самолётных схем от ТЗ первых спускаемых аппаратов, осуществлявших относительно кратковременный гиперзвуковой полёт по баллистической траектории.

Необходимость выполнения условия многоразовости тепловой защиты полностью исключает применение более простой по принципу работы уносимой теплозащиты с использованием композиционных ТЗМ. Такой класс тепловой защиты создавался для КЛА одноразового применения, совершавших вход в атмосферу по баллистической траектории. Она широко использовалась и используется на спускаемых космических аппаратах типа «Восток», «Восход», «Союз» и первых ГЛА самолётных схем типа «Бор-1, Бор-2 и Бор-3».

Понятно, что при разработке принципиально новых многоразовых ГЛА самолётных схем с длительным полётом в атмосфере, необходимо создавать и новый класс тепловой защиты. Тепловая защита такого класса должна быть неразрушаемой, многоразовой [15, 16]. Неразрушаемость тепловой защиты должна обеспечиваться как высокой термостойкостью применяемых теплозащитных материалов, так и их низкой каталитической активностью, которая, как известно, снижает уровень тепловых потоков в конструкцию ГЛА, обусловленных гетерогенными экзотермическими реакциям рекомбинации атомов, протекающими в сжатом и пограничном слое. Известно [17], что реакции диссоциации, протекающие в высокотемпературном газе, являются эндотермическими, в то время как обратные им реакции рекомбинации являются экзотермическими.

Таким образом, эти реакции оказывают существенное влияние на интенсивность теплообмена на поверхности ГЛА, который вызван интенсификацией процесса диффузии атомов к поверхности. В результате уровень температуры поверхности ГЛА значительно зависит от характера протекания процесса тепло – и массопереноса в пограничном слое, т.е. зависит от химического состояния пограничного слоя (замороженный, неравновесный, равновесный).

Исходя из указанного, при проектировании тепловой защиты ГЛА самолётных схем необходимо в качестве поверхностного слоя теплозащитного покрытия использовать материал с низкой (стремящейся к нулю)

каталитической активностью [18]. В этом случае в связи с процессом блокировки реакции рекомбинации атомов пограничный слой на поверхности ГЛА становится атомарным, поскольку реакция гетерогенной рекомбинации атомов на поверхности с нулевой каталитической активностью будет «заморожена». Благодаря реализации такой концепции, интенсивность процесса тепло-массообмена в таком пограничном слое может быть снижена в два, три раза.

Если указанное условие по снижению каталитической активности поверхности тепловой защиты не будет выполнено, то на поверхности тепловой защиты будут интенсивно протекать экзотермические реакции рекомбинации, что приведёт к возникновению дополнительного, значительного по уровню теплового потока в конструкцию ГЛА.

Указанная выше концепция была реализована при проектировании тепловой защиты транспортной системы «Энергия – Буран». В частности, с учётом влияния роли каталитической активности поверхности на процесс тепло-массообмена в пограничном для космического аппарата «Буран» была разработана тепловая защита многократного применения [19]. Структура тепловой защиты изготавливалась из плиток, выполненных в виде войлока из особочистых кварцевых волокон,  $\text{SiO}_2$ . Внешняя поверхность плиток глазурировалась плазменной струёй. Применение кварцевых волокон из  $\text{SiO}_2$ , объясняется тем, что каталитическая активность  $\text{SiO}_2$  близка к нулевому значению.

Что касается особенностей тепловой защиты космического корабля Space Shuttle, то наиболее теплонапряженные участки конструкции корабля изготавливались из специального углерод-углеродного материала марки RCC (Reinforced Carbon-Carbon - разработка фирмы LTV) [20].

Следует заметить, что аэродинамический облик планера ГЛА, построенный из соображений минимизации конвективных тепловых потоков, противоречит принципу минимизации лобового сопротивления аппарата. Это



противоречие выражается в том, что минимизация конвективных тепловых потоков к поверхности аппарата достигается путём увеличения радиусов притупления обтекаемых гиперзвуковым потоком элементов конструкции. Принцип же минимизации лобового сопротивления аппарата предполагает наличие острых кромок на элементах конструкции (головной части аппарата, передних кромок крыльев, киля, входных устройств и др.). Последнее, согласно теории конвективного теплообмена неизбежно приведёт к локальной интенсификации конвективного теплообмена.

Если для ГЛА типа спускаемых аппаратов вопросы минимизации лобового сопротивления отходят на второй план, то для ГЛА, осуществляющего крейсерский полёт в атмосфере с помощью двигателей, этот вопрос имеет первостепенное значение. Именно поэтому в настоящее время при создании перспективных ГЛА самолётных схем разработчики всё чаще обращают внимание на системы тепловой защиты активного типа. Как известно, активные системы ТЗ работают по принципу блокировки конвективного теплообмена на поверхности тела путём вдува газа в пограничный слой через проницаемую стенку [21].

Изучаются также варианты создания эффективной тепловой защиты за счёт охлаждения поверхности ГЛА путём отбора энергии с использованием различных теплообменных устройств, смонтированных в наиболее теплонапряженных элементах конструкции планера [22, 23]. Однако подобные системы всё ещё не получили широкого распространения по причине их сложности и большой массы, что неизбежно вызывает утяжеление ГЛА и увеличение общей стоимости проекта.

Кроме указанного, тепловая защита ГЛА должна противостоять воздействию ряда других физических факторов таким, как: климатическим, при хранении аппарата, механическим нагрузкам в момент прохождения плотных слоёв атмосферы, воздействию открытого космоса, эрозионному воздействию искусственных и атмосферных твёрдых и жидких образований и т.д. [24].

Таким образом, с учётом множества разных факторов воздействия, тепловая защита ГЛА должна быть многофункциональной.

В конечном счёте, всё это множество факторов, воздействующих на ТЗ, превращают задачу создания надёжной тепловой защиты ГЛА в серьёзную научную проблему. Для решения этой проблемы в настоящее время призваны различные экспериментальные и теоретические методы [25-29], которые также прошли долгий путь развития.

Так в период создания первых КЛА в 60-е годы XX века для определения параметров тепло-массообмена на поверхностях теплонпряженных элементов конструкции в основном применялись экспериментальные методы, а также приближенные инженерные аналитические методы, основанные на известной схеме Прандтля. В этом случае рассматривался внешний невязкий поток и пограничный слой на поверхности КЛА. При этом относительно сложные формы летательного аппарата разбивались на секции и аппроксимировались простыми геометрическими формами. Такой подход получил широкое распространение главным образом по причине отсутствия в то время достаточно эффективных численных методов решения уравнений механики сплошной среды, а также по причине отсутствия мощных вычислительных систем, позволяющих реализовать такие методы. Следует отметить, что выше упомянутые методы определяли параметры теплообмена на поверхности ГЛА с достаточно большой погрешностью, что приводило к необходимости значительно завышать характеристики тепловой защиты летательных аппаратов. Это, в конечном счёте, отражалось на экономической целесообразности таких проектов.

Постепенно выше описанные упрощенные подходы уступили место методам вычислительной газодинамики, которые в настоящее время развились настолько, что позволяют более или менее достоверно определить параметры тепло-массообмена на поверхности ГЛА с учетом большинства физико-химических процессов, протекающих в сжатом и пограничном слое [30, 31].

Хотя даже сегодня, не смотря на наличие относительно мощных вычислительных ресурсов, не все существующие численные методы могут быть применены для решения реальных инженерных задач. Например, к настоящему моменту относительно широкое распространение получили расчётные методы для решения дискретных аналогов системы Навье–Стокса, которые позволяют получить более достоверные параметры теплообмена на поверхности ГЛА, чем аналитические методы, основанные на схеме Прандтля.

В то же время широкое использование методов прямого статистического моделирования [32] при проектировании ГЛА до сих пор сдерживается отсутствием необходимых вычислительных мощностей для решения прикладных инженерных задач. Это определяется тем, что при использовании методов прямого статистического моделирования количество необходимых для решения задачи расчетных ресурсов возрастает пропорционально количеству учитываемых в расчете микрочастиц среды. Поэтому в настоящее время эти методы в основном применяются для моделирования полёта ГЛА в области свободномолекулярного течения, поскольку их применение для определения параметров обтекания реального ГЛА достаточно плотной средой потребует очень больших расчетных ресурсов.

Следует отметить, что при решении дискретных аналогов системы Навье–Стокса исследователям также приходится прибегать к ряду дополнительных моделей с целью уменьшения вычислительных затрат (полуэмпирические модели турбулентности, упрощенные подходы к моделированию процессов лучистого теплообмена и т.д.).

### **Выводы по главе 1.**

1. Из проведенного выше анализа следует, что ГЛА самолётных схем имеют ряд неоспоримых преимуществ по сравнению с аппаратами других классов, что делает их весьма перспективными для выполнения различных стратегических задач оборонного и гражданского назначения.

2. В настоящее время уже проведен ряд масштабных экспериментальных и теоретических исследований по изучению термо-газодинамики и тепло-массообмена в условиях полёта ГЛА в плотных слоях атмосферы. Анализ полученных результатов позволил сформулировать основные требования к тепловой защите гиперзвуковых летательных аппаратов самолётных схем.

3. Основные закономерности физико-химических процессов, происходящих на поверхности ГЛА при полёте в атмосфере, в настоящее время достаточно глубоко изучены и могут быть смоделированы как на газодинамических стендах, так и в рамках разработанных или вновь создаваемых математических моделей.

Созданию такой наиболее совершенной математической модели и её верификации посвящена одна из задач настоящей работы.

## **2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССОВ ТЕРМО-ГАЗОДИНАМИКИ И ТЕПЛО-МАССООБМЕНА НА ПОВЕРХНОСТИ ГИПЕРЗВУКОВОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА.**

В данной главе представлена общая математическая модель, предложенная для исследования процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена на поверхности гиперзвуковых летательных аппаратов. Дано теоретическое обоснование возможности применения данной модели, а также особенности численной реализации применительно к задачам гиперзвукового обтекания тел.

### **2.1. Анализ некоторых общих физических и математических положений - базы разработки математической модели.**

#### ***2.1.1. Проверка применимости модели сплошной среды для условий полёта ГЛА в атмосфере.***

Общеизвестно, что система уравнений Навье-Стокса корректно описывает процессы, проходящие в сплошной среде, континууме. Следует отметить, что если течение реализуется при сильном разрежении набегающего потока, условие континуума может не выполняться. В связи с этим при решении задачи необходимо проводить анализ на достоверность применимости модели сплошной среды к конкретным условиям полёта КЛА. При этом определяющим критерием при проведении анализа является критерий Кнудсена, который, как известно, устанавливает соотношение между средней длиной свободного пробега  $l$  частиц в пограничном слое (молекул, атомов и др.) с характерным линейным размером  $L$  обтекаемого тела:

$$Kn = \frac{l}{L}. \quad (2.1)$$

Понятно, что в идеале, сплошной является среда, в которой число Кнудсена равно нулю.

В механике сплошной среды установлено, что условие континуума строго выполняется, когда критерий Кнудсена изменяется диапазоне  $0,0 < Kn < 0,03$ . В

этом случае систему уравнений Навье–Стокса можно применять в качестве математической модели, описывающей газодинамику течения. Как известно, в континуальном течении выполняется закон «прилипания», т.е. нормальная и касательная составляющие вектора скорости частиц на поверхности тела равны нулю. В данной работе этот процесс принимается в качестве граничных условий на поверхности обтекаемого потоком тела.

Показано [33], что применение системы уравнений Навье–Стокса возможно также при, так называемом, режиме переходного течения, которое реализуется в диапазоне изменения критерия Кнудсена  $0,03 < Kn < 0,1$ . Однако в этом случае на стенке равна нулю только нормальная составляющая вектора скорости частиц, поэтому граничные условия видоизменяются, и получили наименование «стенка с проскальзыванием».

В случае если значения критерия Кнудсена превышают 0,1, течение является свободномолекулярным. Такое течение не может корректно описываться математической моделью в виде системы уравнений Навье–Стокса. Поэтому прежде чем проводить исследования процессов термогазодинамики и тепло-массообмена на поверхности тела, обтекаемого гиперзвуковым потоком на больших высотах, необходимо проанализировать условие сплошности, т.е. проверить достоверность выполнения модели сплошной среды на этих высотах. Этот анализ проводится посредством оценки значения критерия Кнудсена в форме (2.1).

### ***2.1.2. Особенности вычисления термогазодинамических и теплофизических свойств газа в гиперзвуковой газодинамике.***

При решении задач термогазодинамики и тепло-массообмена в случае внешнего обтекания тел гиперзвуковыми потоками всё еще остро стоит проблемный вопрос достоверного описания свойств газовой среды, формирующей поток [34].

Известно [21], что при обтекании тела гиперзвуковым потоком в сжатом и пограничном слое, газ становится химически активным. В таком газе

реализуются как химические реакции диссоциации молекул на атомы, так и обратные реакции, рекомбинации атомов в молекулы. Наличие этих реакций изменяет механизм переноса теплоты и массы в пограничном слое. При этом процессы тепломассообмена между газовым потоком и поверхностью тела протекают более интенсивно. Уровень критерия Маха, при котором в сжатом и пограничном слоях реализуются эти процессы, определяет газодинамическую природу течения, переводя его из сверхзвукового в гиперзвуковое. При полёте летательного аппарата в атмосфере Земли начало такого течения соответствует  $M \geq 6$ .

Поскольку при гиперзвуковом режиме течения воздух становится химически активным и многокомпонентным, то он переходит в разряд реального газа и все его свойства не подчиняются законам термодинамики идеального газа.

При полёте аппарата с гиперзвуковой скоростью воздух рассматривался в виде смеси из пяти компонентов ( $O_2$ ,  $N_2$ ,  $O$ ,  $N$ ,  $NO$ ).

В таком случае параметры смеси представлялись в виде:

- плотность смеси:

$$\rho_{см} = \frac{P_{ст}}{R_{\mu} T \sum_i \frac{C_i}{M_i}}, \quad (2.2)$$

где:  $P_{ст}$  – местное статическое давление;

$R_{\mu}$  – универсальная газовая постоянная;

$T$  – местная статическая температура;

$C_i$  – массовая концентрация  $i$ -й компоненты;

$M_i$  – молярная масса  $i$ -ой компоненты;

- термодинамическая (статическая) энтальпия смеси вычислялась следующим образом:

$$i = \sum_{i=1}^n C_i \cdot i_i, \quad (2.3)$$

где  $i_i = \int_{T_1}^{T_2} c_{p,i} \cdot dT$  – термодинамическая энтальпия  $i$ -ой компоненты.

- удельная изобарная теплоёмкость  $c_{p,i}$  каждой  $i$ -ой компоненты газовой смеси задавалась по кусочно–линейному закону в виде функции от температуры.

- средняя удельная изобарная теплоёмкость газовой смеси вычислялась с использованием соотношения:

$$c_{p,см} = \sum_{i=1}^n C_i \cdot c_{p,i} , \quad (2.4)$$

где:  $C_i$  – массовая концентрация  $i$ -й компоненты;

$c_{p,i}$  – удельная изобарная теплоёмкость  $i$ -й компоненты.

- теплопроводность  $\lambda_i$  каждой  $i$ -ой компоненты, вычислялась с использованием соотношения из кинетической теории газов:

$$\lambda_i = \frac{15}{4} \frac{R_\mu}{M_i} \cdot \mu_i \left[ \frac{4}{15} \frac{c_{p,i} \cdot M_i}{R_\mu} + \frac{1}{3} \right] , \quad (2.5)$$

где:  $R_\mu$  – универсальная газовая постоянная;

$M_i$  – молярная масса  $i$ -й компоненты;

$\mu_i$  – динамическая вязкость  $i$ -й компоненты, функция  $\mu_i(T)$ ;

$c_{p,i}$  – удельная изобарная теплоёмкость  $i$ -й компоненты.

- теплопроводность газовой смеси вычислялась с использованием соотношения:

$$\lambda_{см} = \sum_{i=1}^n C_i \cdot \lambda_i , \quad (2.6)$$

где:  $C_i$  – массовая концентрация  $i$ -й компоненты;

$\lambda_i$  – теплопроводность  $i$ -й компоненты.

- динамическая вязкость каждой  $i$ -й компоненты  $\mu_i$  вычислялась по известной формуле Сатерленда в виде:



$$\mu_i = \mu_{\text{норм},i} \left( \frac{T}{T_{\text{норм}}} \right)^{3/2} \frac{T_{\text{норм}} + S}{T + S}, \quad (2.7)$$

где:  $\mu_{\text{норм},i}$  – динамическая вязкость  $i$ -й компоненты при нормальных условиях;

$T$  – статическая температура, К;

$T_{\text{норм}}$  – температура при нормальных условиях;

$S$  – эффективная температура (константа Сатерленда).

- динамическая вязкость газовой смеси вычислялась следующим образом:

$$\mu_{\text{см}} = \sum_{i=1}^n C_i \mu_i, \quad (2.8)$$

где:  $C_i$  – массовая концентрация  $i$ -й компоненты;

Известно, что вязкость, вычисленная по формуле Сатерленда (2.7) несколько отличаются от известных табличных данных [35] при высоких температурах. Однако применение формулы (2.7) в первом приближении можно считать вполне оправданным.

Кроме того для каждого компонента смеси задавалась значения энтропии и энтальпии при нормальных условиях.

## **2.2. Применение метода контрольного объёма для решения уравнения переноса скалярной величины.**

Для решения уравнений механики сплошной среды в работе применён метод контрольного объёма. Такой приём используется для преобразования общего интегро-дифференциального уравнения переноса скалярной величины к алгебраическому уравнению, которое далее решается численным методом.

### **2.2.1. Дискретизация уравнения переноса скалярной величины методом контрольного объёма.**

Сущность метода контрольного объёма выражается в интегрировании уравнения переноса в каждом выделенном объёме. В итоге, получается дискретное уравнение, представляющее закон сохранения в данном объёме.

Проиллюстрируем дискретизацию основных уравнений механики сплошной среды на примере преобразования нестационарного уравнения переноса некой скалярной величины  $\varphi$ .

Запишем уравнение в интегральной форме для произвольного контрольного объема  $V$  следующим образом:

$$\int_V \frac{\partial \rho \varphi}{\partial t} dV + \oint \rho \varphi \mathbf{u} \cdot d\mathbf{A} = \oint \Gamma_\varphi \nabla \varphi \cdot d\mathbf{A} + \int_V S_\varphi dV, \quad (2.9)$$

где:  $\rho$  – плотность

$\mathbf{u}$  – вектор скорости;

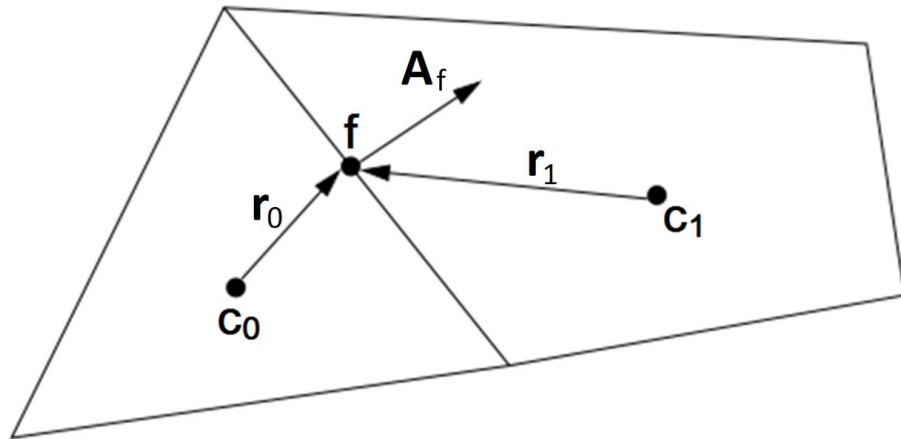
$\mathbf{A}$  – вектор площади поверхности, ограничивающей контрольный объём;

$\Gamma_\varphi$  – коэффициент диффузии для  $\varphi$ ;

$\nabla \varphi$  – градиент величины  $\varphi$ ;

$S_\varphi$  – источник  $\varphi$  на единицу объёма.

Уравнение (2.9) применяется к каждому контрольному объёму или ячейке расчётной области. Схема двумерной, треугольной ячейки, приведена на рисунке 2.1 и является примером такого контрольного объёма.



**Рис. 2.1. Пример контрольного объёма.**

С применением метода дискретизации, уравнение (2.9) для данной ячейки принимает вид:

$$\frac{\partial \rho \varphi}{\partial t} V + \sum_f^{N_{faces}} \rho_f \mathbf{u}_f \varphi_f \cdot \mathbf{A}_f = \sum_f^{N_{faces}} \Gamma_\varphi \nabla \varphi_f \cdot \mathbf{A}_f + S_\varphi V, \quad (2.10)$$

где:  $N_{faces}$  – число граней, охватывающих ячейку;

$\varphi_f$  – значение величины  $\varphi$ , проходящей через грань  $f$ ;

$\rho \mathbf{u}_f \mathbf{A}_f$  – поток массы через грань  $f$ ;

$\mathbf{A}_f$  – ориентированная грань  $f$  контрольного объема;

$\nabla \varphi_f$  – градиент величины  $\varphi$ , вычисленный в центре грани  $f$ ;

$V$  – величина контрольного объема.

Решаемые уравнения механики сплошной среды в общем случае принимают форму (2.10). Они решаются на двух или трехмерных неструктурированных сетках, состоящих из произвольных многогранников.

### **2.2.2. Линеаризация уравнения переноса скалярной величины.**

Дискретизованное уравнение переноса скалярной величины  $\varphi$  (2.3) содержит неизвестную скалярную переменную  $\varphi$  в центре ячейки, а также неизвестные значения в окружающих соседних ячейках. Это уравнение является, в общем случае, нелинейным относительно этих переменных. Форма линеаризации уравнения (2.10) имеет вид:

$$a_p \phi = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b, \quad (2.11)$$

где нижний индекс  $nb$  относится к соседним ячейкам,  $a_p$  и  $a_{nb}$  – линеаризованные коэффициенты для переменных  $\varphi$  и  $\varphi_{nb}$ .

Число соседних узлов для каждой ячейки зависит от топологии сетки, но, как правило, равно числу поверхностей, охватывающих ячейку (за исключением ячеек на границах расчётной области). Подобные уравнения можно записать для каждой ячейки в расчётной сетке. Это приводит к набору алгебраических уравнений с разреженной матрицей коэффициентов.

Для скалярных уравнений система линейных алгебраических уравнений, решалась точечным неявным методом (метод Гаусса–Зейделя).

### **2.2.3. Дискретизация по пространству.**

При проведении расчёта дискретные значения величины  $\varphi$  сохраняются в центрах расчётных ячеек (точки  $c_0$  и  $c_1$  на рисунке 2.1). Однако для вычисления

конвективных членов в уравнении (2.10) необходимо знать значения величины  $\varphi$  на гранях ячейки  $\varphi_f$ . Их требуется интерполировать из значений в центре ячейки. Интерполяция выполнялась по схеме второго порядка против потока. Термин «против потока» означает, что значение величины  $\varphi$  на элементарной поверхности  $f$  получается из величины в ячейке вверх по потоку или «против потока» относительно направления скорости по нормали  $v_n$  в уравнении (2.10).

Известно, что для моделирования с высокой степенью достоверности областей с большими градиентами физических величин целесообразно применять схемы дифференцирования второго порядка точности. В этом случае значения скалярной величины на гранях ячейки вычисляются использованием подхода многомерного линейного восстановления [35]. При таком подходе точность более высокого порядка на гранях ячейки достигается путём разложения в ряд Тейлора величины  $\varphi$  в окрестности центра ячейки.

Таким образом, при использовании схемы против потока второго порядка, значение скалярной величины на гранях ячейки  $\varphi_f$  приводятся к виду:

$$\varphi_{f,SOU} = \varphi + \nabla \varphi \cdot \mathbf{r}, \quad (2.12)$$

где  $\varphi$  – значение величины в центре ячейки,  $\nabla \varphi$  – градиент  $\varphi$  в ячейке вверх по потоку,  $\mathbf{r}$  – вектор от центра ячейки, расположенной вверх по потоку, к центру грани ячейки.

Схема против потока второго порядка требует определения градиента  $\nabla \varphi$  в каждой ячейке. В представленной математической модели градиенты всех физических величин вычислялись по теореме Грина–Гаусса. В этом случае для определения градиента скалярной величины  $\varphi$  в центре ячейки  $c_0$  может быть записана следующая дискретная форма:

$$(\nabla \varphi)_{c_0} = \frac{1}{V} \sum_f \bar{\varphi}_f \mathbf{A}_f, \quad (2.13)$$

где  $\bar{\varphi}_f$  – значение величины  $\varphi$  в центре грани ячейки;

$V$  – величина контрольного объема.

Суммирование осуществляется по всем граням  $f$ , образующим ячейку.

Значение  $\bar{\varphi}_f$  определялось путём арифметического осреднения значений величины  $\varphi$  в центрах соседних ячеек:

$$\bar{\varphi}_f = \frac{\varphi_{c0} + \varphi_{c1}}{2}, \quad (2.14)$$

Наконец, градиент  $\nabla\varphi$  ограничивался с помощью стандартного ограничителя [36], с целью подавления паразитных осцилляций, которые появляются вблизи скачков уплотнения, ударных волн и вблизи прочих аномальных областей с большими градиентами физических величин. Ограничитель обеспечивает принцип монотонности в таких областях, поскольку исключает такое состояние, когда линейно вычисленная переменная поля потока на гранях ячейки превышает максимальные или минимальные значения в соседних ячейках.

Члены диффузии в уравнении (2.10) представлены как центрально–разностные и второго порядка точности. Центрально–разностная схема второго порядка точности для вычисления значений скалярной переменной на поверхности элементарной ячейки  $\varphi_f$  базируется на применении следующего соотношения:

$$\bar{\varphi}_{f,CD} = \frac{1}{2}(\varphi_0 + \varphi_1) + \frac{1}{2}(\nabla\varphi_0 \cdot \mathbf{r}_0 + \nabla\varphi_1 \cdot \mathbf{r}_1), \quad (2.15)$$

где индексами 0 и 1 отмечены значения параметров в двух соседних ячейках, имеющих общую грань  $f$ .  $\nabla\varphi_0$  и  $\nabla\varphi_1$  – градиенты, вычисленные в ячейках 0 и 1 соответственно и  $\mathbf{r}$  – вектор, направленный из центра ячейки, к центру грани ячейки (индексы 0 и 1 обозначают ячейки 0 и 1 соответственно).

Известно, что центрально–разностная схема может привести к бесконечно большому значению вычисляемой величины  $\varphi$  и колебаниям, не отвечающим физике течения. Эти особенности могут стать причиной неустойчивости численного метода. Однако указанный недостаток устраняется путём использования метода отложенной коррекции. При использовании этого

метода значение скалярной переменной на элементарной поверхности ячейки вычисляется следующим образом:

$$\varphi_f = \varphi_{f,UP} + (\varphi_{f,CD} - \varphi_{f,UP}), \quad (2.16)$$

где индексом  $UP$  отмечено значение  $\varphi_f$  вверх по потоку. Слагаемое  $\varphi_{f,UP}$  вычисляется неявно, а разность  $(\varphi_{f,CD} - \varphi_{f,UP})$  – явно.

Данный подход (при выполнении условия сходимости решения) обеспечивает второй порядок точности.

#### **2.2.4. Неявное интегрирование по времени.**

Для дискретизации нестационарного члена в уравнении (2.10) использовался неявный метод первого порядка точности.

В общем случае выражение для изменяющейся во времени переменной  $\varphi$  может быть представлено виде:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = F(\varphi), \quad (2.17)$$

где функция  $F$  включает в себя любую пространственную дискретизацию.

При использовании неявного метода дискретизации первого порядка точности по времени функция  $F(\varphi)$  на следующем шаге по времени определяется следующим соотношением:

$$\frac{\varphi^{n+1} - \varphi^n}{\Delta t} = F(\varphi^{n+1}). \quad (2.18)$$

Это соотношение является неявным, так как значение величины  $\varphi^{n+1}$  в любой расчётной ячейке связано со значениями  $\varphi^{n+1}$  в соседних ячейках через функцию  $F$ , которая на следующем шаге интегрирования по времени выражается через неизвестную  $\varphi^{n+1}$ . В свою очередь  $\varphi^{n+1}$  представляется уравнением в виде:

$$\varphi^{n+1} = \varphi^n + \Delta t F(\varphi^{n+1}). \quad (2.19)$$

Это неявное уравнение может быть решено итерационно на каждом шаге по времени перед переходом на следующий шаг.

Преимущество полностью неявной схемы состоит в том, что она является, безусловно, устойчивой относительно размера шага времени.

### 2.3. Применение метода связанного решателя к решению уравнений механики сплошной среды.

Для решения уравнений механики сплошной среды в работе применялся связанный решатель, с использованием которого решались уравнения: неразрывности, количества движения, энергии и уравнения переноса компонентов в виде связанного набора уравнений. Следует отметить, что уравнения дополнительных математических моделей (модели лучистого теплообмена, модели турбулентности) решались последовательно (то есть отдельно друг от друга и от связанного набора).

#### 2.3.1. Векторная форма общей математической модели.

При определении осреднённых свойств гомогенного потока газа в контрольном объёме  $V$ , ограниченном замкнутой поверхностью  $A$ , система уравнений механики сплошной среды записывалась в интегральной декартовой форме в виде:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \mathbf{W} dV + \oint [\mathbf{F} - \mathbf{G}] \cdot d\mathbf{A} = \int_V \mathbf{H} dV, \quad (2.20)$$

где: вектор  $\mathbf{H}$  содержит источниковые члены. Вектора  $\mathbf{W}$ ,  $\mathbf{F}$  и  $\mathbf{G}$  определены следующим образом:

$$\mathbf{W} = \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{Bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{Bmatrix} \rho v \\ \rho v u + p \hat{i} \\ \rho v v + p j \\ \rho v w + p k \\ \rho v E + p v \end{Bmatrix}, \mathbf{G} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \tau_{xi} \\ \tau_{yi} \\ \tau_{zi} \\ \tau_{ij} v_j + q \end{Bmatrix}. \quad (2.21)$$

В (2.21)  $\rho$ ,  $E$  и  $p$  – плотность, полная энергия на единицу массы и давление газа в контрольном объёме,  $\tau$  – тензор вязких напряжений,  $q$  – плотность теплового потока,  $u$ ,  $v$ ,  $w$  – компоненты вектора скорости газа в декартовой системе координат.

Полная энергия на единицу массы газа  $E$  связана с энтальпией торможения  $H_0$  следующим соотношением:

$$E = H_0 - p/\rho, \quad (2.22)$$

где:

$$H_0 = h + |\mathbf{u}|^2/2. \quad (2.23)$$

где:  $h$  – термодинамическая статическая энтальпия газа;

$|\mathbf{u}|$  – модуль скорости газа.

Запись уравнений Навье–Стокса, в векторной форме (2.20) обеспечивает хорошую сходимость расчёта областях сверхзвукового течения. Однако при моделировании областей низкоскоростного течения возникают определённые трудности в расчёте по причине возникающей численной жесткости уравнений, которая обусловлена сложностью правильного определения скорости звука в слабосжимаемых и несжимаемых потоках. Для устранения указанного недостатка уравнение (2.20) подвергалось предварительной обработке.

### **2.3.2. Особенности предварительной обработки уравнения (2.20).**

Предварительная обработка производной по времени выражается в том, что для изменения нестационарного члена в уравнении (2.20), производят его умножение на матрицу предварительной обработки. Это даёт эффект перемасштабирования скорости звука (собственного значения) решаемой системы уравнений и уменьшает, таким образом, численную жёсткость, которая возникает при моделировании потоков с малыми значениями критерия Маха.

Получение предварительно обработанной матрицы начинается с преобразования зависимой переменной в уравнении (2.20) из сохраненных величин  $\mathbf{W}$  к простым переменным  $\mathbf{Q}$  с помощью цепного правила. Эта операция проводится по схеме в виде:

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{Q}} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \mathbf{Q} dV + \oint [\mathbf{F} - \mathbf{G}] \cdot d\mathbf{A} = \int_V \mathbf{H} dV, \quad (2.24)$$

где  $\mathbf{Q}$  – вектор  $\{p, u, v, w, T\}^T$ , а определитель Якоби равен:  $\partial \mathbf{W} / \partial \mathbf{Q}$ :



$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} \rho_p & 0 & 0 & 0 & \rho_T \\ \rho_p u & \rho & 0 & 0 & \rho_T u \\ \rho_p v & 0 & \rho & 0 & \rho_T v \\ \rho_p w & 0 & 0 & \rho & \rho_T w \\ \rho_p H_0 - \delta & \rho u & \rho v & \rho w & \rho_T H_0 + \rho C_p \end{bmatrix}, \quad (2.25)$$

где, в свою очередь:

$$\rho_p = \left. \frac{\partial \rho}{\partial p} \right|_T, \quad \rho_T = \left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_p. \quad (2.26)$$

В (2.25)  $\delta = 1$  для идеального газа.

Выбор простых переменных  $\mathbf{Q}$  в качестве зависимых переменных вполне обоснован, потому что при использовании второго порядка точности дискретизации по пространству (раздел 2.2.3) вектор  $\mathbf{Q}$  нужно восстановить быстрее, чем вектор  $\mathbf{W}$ , для получения более точных градиентов скорости и температуры в вязких потоках.

Кроме того, как показано в работе [37], выбор давления в качестве зависимой переменной обеспечивает распространение акустических волн в системе.

Осуществим предварительную обработку (2.25) путём замены матрицы определителя  $\partial \mathbf{W} / \partial \mathbf{Q}$  на матрицу предварительной обработки  $\Gamma$ .

В результате предварительно обработанная система в консервативной форме примет следующий вид:

$$\Gamma \frac{\partial}{\partial t} \int_V \mathbf{Q} dV + \oint [\mathbf{F} - \mathbf{G}] \cdot d\mathbf{A} = \int_V \mathbf{H} dV, \quad (2.27)$$

где:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Theta & 0 & 0 & 0 & \rho_T \\ \Theta u & \rho & 0 & 0 & \rho_T u \\ \Theta v & 0 & \rho & 0 & \rho_T v \\ \Theta w & 0 & 0 & \rho & \rho_T w \\ \Theta H_0 - \delta & \rho u & \rho v & \rho w & \rho_T H_0 + \rho C_p \end{bmatrix}, \quad (2.28)$$

Здесь параметр  $\Theta$  равен:

$$\Theta = \left( \frac{1}{U_r^2} - \frac{\rho_T}{\rho C_p} \right), \quad (2.29)$$

Относительная скорость  $U_r$  в уравнении (2.29), выбирается локально так, чтобы собственные значения системы оставались хорошо обусловленными относительно конвективных и диффузионных временных масштабов [38].

Результирующие собственные значения предварительно обработанной системы (2.27) равны:

$$u, u, u, u' + c', u' - c', \quad (2.30)$$

где:

$$u = v \cdot n,$$

$$u' = u(1 - a),$$

$$c' = \sqrt{a^2 u^2 + U_r^2},$$

$$\alpha = (1 - \beta U_r^2) / 2,$$

$$\beta = \left( \rho_p + \frac{\rho_T}{\rho C_p} \right).$$

Если плотность среды задаётся по закону идеального газа, то  $\beta = (k \cdot R \cdot T)^{-1} = 1/c^2$ . Таким образом, когда  $U_r = c$  (при звуковых и сверхзвуковых скоростях),  $\alpha = 0$ , а собственные значения предварительно обработанной системы принимают свою традиционную форму:  $u \pm c$ .

Однако в случае низкоскоростного течения, когда  $U_r \rightarrow 0$ , а  $\alpha \rightarrow 1/2$ , все собственные значения становятся того же порядка величины, что и  $u$ . Эти условия выполняются до тех пор, пока относительная скорость и местная скорость являются величинами примерно одного порядка.

Таким образом, собственные значения предварительно обработанной системы остаются хорошо обусловленными при всех скоростях.

Отметим, что уравнения Навье–Стокса без предварительной обработки точно получаются из уравнения (2.27) путём задания соотношения  $\rho_p = 1/U_r^2$

для производной от плотности по давлению. В этом случае  $\Gamma$  редуцируется точно до определителя Якоби  $\partial \mathbf{W} / \partial \mathbf{Q}$ .

### 2.3.3. Особенности вычисления конвективного потока скалярной физической величины.

Вектор невязкого потока  $\mathbf{F}$ , в уравнении (2.27), вычисляется с помощью стандартной противопоточной схемы в сочетании с методом расщепления потока Ройе [39, 40]. При использовании такого подхода предполагается, что вектор потока  $\mathbf{F}$  содержит характерную информацию, которая распространяется через расчётную область со скоростью и направлением согласно собственным значениям системы.

Разделив вектор  $\mathbf{F}$  на несколько частей, где каждая часть содержит информацию, перемещающуюся в характерном направлении (т.е. характерную информацию), и применив к каждой части дифференцирование вверх по потоку в соответствии с их собственными значениями, получим следующее выражение для дискретного потока на каждой элементарной поверхности:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} (\mathbf{F}_R + \mathbf{F}_L) - \frac{1}{2} \Gamma |A| \delta \mathbf{Q}, \quad (2.31)$$

где  $\delta \mathbf{Q}$  – пространственная разница  $\mathbf{Q}_R - \mathbf{Q}_L$ . Потоки  $\mathbf{F}_R = F(\mathbf{Q}_R)$  и  $\mathbf{F}_L = F(\mathbf{Q}_L)$  вычисляются с использованием восстановленных векторов решения  $\mathbf{Q}_R$  и  $\mathbf{Q}_L$  с “правой” и “левой” стороны от грани ячейки. Матрица  $|A|$  задается следующим образом:

$$|A| = M |\Lambda| M^{-1}, \quad (2.32)$$

где  $\Lambda$  – диагональная матрица собственных значений, а  $M$  – матрица перехода от симметризованных к консервативным переменным, которая диагонализует матрицу  $\Gamma^{-1} A$ . Здесь  $A$  – якобиан невязкого потока  $\partial \mathbf{F} / \partial \mathbf{Q}$ . Уравнение (2.31) можно рассматривать как центрально–разностную схему второго порядка, плюс дополнительное матричное разложение. Член дополнительного матричного разложения описывает распространение в процессе установления численных возмущений всех переменных вверх по потоку в случае сверхзвукового

течения. Кроме того он обеспечивает связь поля скорости и поля давления, что необходимо для получения устойчивого решения в областях низкоскоростного течения.

#### **2.3.4. Неявный метод решения стационарных уравнений механики сплошной среды.**

Одна из особенностей применённого связанного решателя выражается в том, что дискретизация по времени связанного набора уравнений (2.27) осуществляется как для нестационарных, так и для стационарных процессов. В стационарном случае принимается, что протекание физического процесса во времени продолжается до тех пор, пока не будет достигнуто установившееся значение.

В рамках данной работы дискретизация по времени связанного набора уравнений (2.27) осуществлялась неявным способом с помощью неявной дискретизации Эйлера в сочетании с линеаризацией потоков по методу Ньютона. В результате была получена следующая линеаризованная система в, так называемой, дельта-форме [41]:

$$\left[ D + \sum_j^{N_{faces}} S_{j,k} \right] \Delta \mathbf{Q}^{n+1} = -\mathbf{R}^n, \quad (2.33)$$

где  $\mathbf{R}^n$  – вектор невязок.

Центральные и недиагональные матрицы коэффициентов  $D$  и  $S_{j,k}$  определяются следующим образом:

$$D = \frac{V}{\Delta t} \Gamma + \sum_j^{N_{faces}} S_{j,i}, \quad (2.34)$$

$$S_{j,k} = \left( \frac{\partial \mathbf{F}_j}{\partial \mathbf{Q}_k} - \frac{\partial \mathbf{G}_j}{\partial \mathbf{Q}_k} \right) A_j. \quad (2.35)$$

В (2.34) значение шага по времени  $\Delta t$  вычисляется из значения критерия Куранта–Фридрихса–Леви ( $CFL$ ) следующим образом:

$$\Delta t = \frac{2 \text{ CFL } V}{\sum_f \lambda_f^{\max} A_f}, \quad (2.36)$$

где  $V$  – объём ячейки;  $A_f$  – площадь грани ячейки;  $\lambda_f^{\max}$  – максимум локальных собственных значений, заданных уравнением (2.31).

Уравнение (2.33) решалось с помощью ILU–разложения в сочетании с адаптированным для решения связанного набора уравнений методом алгебраической мультисетки [42].

#### **2.4. Математическая модель комплекса процессов при обтекании поверхности ГЛА гиперзвуковым потоком.**

Как уже упоминалось, при полете ЛА с гиперзвуковой скоростью, вблизи поверхности аппарата образуются аномальные зоны течения - ударная волна, сжатый и пограничный слои. При этом температура торможения потока в этих слоях достигает уровня температуры диссоциации молекул, в результате чего в указанных характерных зонах течения реализуются неравновесные обратимые химические реакции диссоциации и рекомбинации. В итоге, сжатый и пограничный слои становятся химически активными. Воздух из двухкомпонентного совершенного газа становится многокомпонентным несовершенным. Кроме того при столь высоких температурах существенную роль начинают играть процессы лучистого теплообмена. Правильное моделирование комплекса физико-химических процессов, реализующихся при обтекании летательного аппарата гиперзвуковым потоком, во многом определяет достоверность получаемых параметров тепло-массообмена на поверхности ГЛА.

##### **2.4.1. Математическое моделирование химической кинетики в задачах гиперзвуковой газовой динамики.**

Газовая среда представлялась смесью из пяти компонентов ( $N_2$ ,  $O_2$ ,  $N$ ,  $O$ ,  $NO$ ). Так как при гиперзвуковых скоростях потока характерный временной масштаб потока подобен временному масштабу протекания химических процессов, то эффекты диссоциации и рекомбинации учитывались с помощью

модели конечной скорости химической реакции. То есть применялась модель неравновесной химии.

Для воздуха при высоких температурах известно довольно большое количество схем моделей механизмов химической кинетики [43-46]. В рамках первого этапа данной работы рассматривалась модель, состоящая из пяти основных неравновесных химических реакций, три из которых реализуются с участием третьих тел (M) (Таблица 2.1).

Таблица 2.1

**Модель химической кинетики**

1	$O_2+M \Leftrightarrow 2O+M$
2	$N_2+M \Leftrightarrow 2N+M$
3	$NO+M \Leftrightarrow N+O+M$
4	$NO+O \Leftrightarrow O_2+N$
5	$N_2+O \Leftrightarrow NO+N$

Для каждого из компонентов газовой смеси решалось отдельное уравнение переноса массы в виде:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_i C_i) + \nabla \cdot (\rho_i \mathbf{u} C_i) = -\nabla \cdot \mathbf{g}_i + \omega_i, \quad (2.37)$$

где:  $C_i$  – локальная массовая концентрация  $i$ -го компонента;

$\mathbf{g}_i$  – диффузионный поток  $i$ -го компонента;

$\omega_i$  – скорость образования  $i$ -го компонента в химических реакциях;

В уравнении (2.37) члены слева направо учитывают: нестационарность процесса переноса массы газа, перенос массы газа за счет конвекции, перенос массы газа диффузией, источник массы газа, обусловленный наличием химических реакций.

Диффузионный поток массы  $\mathbf{g}_i$  вычислялся по закону Фика:

$$\mathbf{g}_i = -\rho D_i \nabla C_i, \quad (2.38)$$

где:  $D_i$  – коэффициент концентрационной диффузии массы  $i$ -го компонента;

$C_i$  – массовая концентрация  $i$ -го компонента;

В дальнейшем в данной математической модели многокомпонентный воздух представлялся в бинарном приближении. Это позволило коэффициенты концентрационной диффузии  $D_i$  каждого  $i$ -го компонента, представить обобщенным коэффициентом диффузии  $D$  для смеси. Хотя для многокомпонентной смеси такое допущение не является строгим, оно применимо для тех смесей, в которых компоненты не очень сильно отличаются по молярным массам. Формула (2.38) в этом случае приняла вид:

$$\mathbf{g}_i = -\rho D \nabla C_i, \quad (2.39)$$

Обобщенный коэффициент диффузии  $D$  вычислялся по формуле:

$$\rho D = \frac{\mu}{Sc}, \quad (2.40)$$

где  $\mu$  – вязкость смеси газов,  $Sc$  – число Шмидта.

В рамках данной математической модели предполагалось, что во всей расчетной области число Шмидта равно числу Прандтля:  $Sc = Pr$ .

Известно [47], что примененное условие бинарного приближения воздушной смеси неприемлемо при математическом моделировании потоков, скорость которых превышает 10 км/сек. Это обусловлено тем, что при таких скоростях в сжатом и пограничном слоях, наряду с реакциями диссоциации и рекомбинации, реализуется процесс ионизации.

Скорость образования  $i$ -го компонента в химических реакциях  $\omega_i$  вычисляется с использованием соотношения вида:

$$\omega_i = M_{w,i} \sum_{r=1}^{N_R} R_{i,r}, \quad (2.41)$$

где:  $M_{w,i}$  – молярная масса  $i$ -го компонента;

$N_R$  – количество химических реакций, участвующих в процессе и в расчёте;

$R_{i,r}$  – молярная скорость образования (распада)  $i$ -го компонента в реакции  $r$ , вычисленная по уравнению химической кинетики скорости образования  $i$ -го компонента в ходе неравновесной химической реакции.

Модель неравновесной химии использовалась в расчётах, поскольку при гиперзвуковых скоростях потока характерный временной масштаб потока подобен временному масштабу протекания химических процессов.

Из химической кинетики известно, что для неравновесной химической реакции мольная скорость образования (распада)  $i$ -го компонента в реакции  $r$ , представляется в виде:

$$R_{i,r} = \Gamma (v_{i,r}'' - v_{i,r}') \left( k_{f,r} \prod_{j=1}^N [X_{j,r}]^{\eta'_{j,r}} - k_{b,r} \prod_{j=1}^N [X_{j,r}]^{v_{j,r}''} \right), \quad (2.42)$$

где:  $X_{j,r}$  – мольная концентрация компонента  $j$  в реакции  $r$  (Кмоль/м<sup>3</sup>);

$\eta'_{j,r}$  – показатель степени для реагента  $j$  в реакции  $r$ ;

$v'_{j,r}$  – стехиометрический коэффициент для реагента  $j$  в реакции  $r$ ;

$v''_{j,r}$  – показатель степени для продукта  $j$  в реакции  $r$  (всегда равен стехиометрическому коэффициенту продукта реакции);

$\Gamma$  – коэффициент, учитывающий влияние третьих тел на скорость реакции;

$k_{f,r}$  – константа скорости прямой реакции;

$k_{b,r}$  – константа скорости обратной реакции.

В уравнении (2.42) коэффициент  $\Gamma$ , вычислялся с использованием следующего соотношения:

$$\Gamma = \sum_j^N \gamma_{i,r} X_j, \quad (2.43)$$

где:  $\gamma_{j,r}$  – эффективность  $j$ -й компоненты в реакции  $r$  как третьего тела;

$X_j$  – мольная концентрация  $j$ -й компоненты.

Эффективность каждого химического компонента в качестве третьего тела представлена в таблице 2.2. При этом за единицу принята эффективность аргона.



Таблица 2.2

**Эффективность компонент в качестве третьих тел**

№ реакции	O <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	NO	N	O
1	5	2	2	2	25
2	2	5	2	3	5
3	2	2	2	5	5

Константа скорости каждой прямой реакции  $r$  вычислялась по выражению типа Аррениуса (индекс  $f$  указывает на прямую реакцию):

$$k_{f,r} = A_{f,r} T^{\beta_{f,r}} e^{-E_{f,r}/R_{\mu}T}, \quad (2.44)$$

где:  $A_{f,r}$  – предэкспоненциальный фактор;

$\beta_{f,r}$  – температурный показатель;

$E_{f,r}$  – энергия активации реакции;

$R_{\mu}$  – универсальная газовая постоянная.

Для вычисления с помощью выражения (2.44) константы скорости каждой прямой реакции применялись эмпирические коэффициенты, приведённые в таблице 2.3.

Таблица 2.3

**Константы скорости прямой реакции**

№ реакции	$A_{f,r}$	$\beta_{f,r}$	$E_{f,r}$
1	2.5005e+13	-0.5	4.9365e+08
2	2.0004e+18	-1.5	9.4177e+08
3	5.5042e+17	-1.5	6.2782e+08
4	3.1999e+06	1.0	1.6365e+08
5	6.8027e+10	0.0	3.1395e+08

Константа скорости обратной реакции вычислялась следующим образом:

$$k_{b,r} = \frac{k_{f,r}}{K_r}, \quad (2.45)$$

где  $K_r$  – константа равновесия для каждой реакции  $r$ , которая в свою очередь вычислялась следующим образом:

$$K_r = \exp\left(\frac{\Delta S_r}{R} - \frac{\Delta H_r}{RT}\right) \left(\frac{P_{atm}}{RT}\right)^{\sum_{i=1}^N (v''_{i,r} - v'_{i,r})}, \quad (2.46)$$

где  $P_{atm}$  – статическое давление невозмущённого потока. Член внутри экспоненциальной функции представляет собой изменение свободной энергии Гиббса. Компоненты, определяющие это изменение, рассчитывались с использованием следующих соотношений:

$$\frac{\Delta S_r}{R} = \sum_{i=1}^N (v''_{i,r} - v'_{i,r}) \frac{S_i}{R}, \quad (2.47)$$

$$\frac{\Delta H_r}{RT} = \sum_{i=1}^N (v''_{i,r} - v'_{i,r}) \frac{h_i}{RT}, \quad (2.48)$$

где  $S_i$  и  $h_i$  – энтропия и энтальпия каждого  $i$ -го компонента при температуре  $T$  и давлении невозмущённого потока, соответственно.

Для того чтобы учесть процесс образования и поглощения тепловой энергии, в ходе химических реакций, в правую часть уравнения энергии введён источниковый член энергии  $S_h$ . В результате, уравнение преобразуется к следующему виду:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \nabla \cdot (\mathbf{u}(\rho E + p)) = \nabla \cdot \left( k \nabla T - \sum_j h_j \mathbf{g}_j + (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{u}) \right) + S_h, \quad (2.49)$$

где:  $\rho$  – плотность среды;

$\mathbf{u}$  – вектор скорости среды;

$p$  – давление среды в контрольном объёме;

$k$  – теплопроводность среды;

$E$  – полная энергия на единицу массы газа, которая связана с энтальпией торможения соотношением (2.22);

$\boldsymbol{\tau}$  – тензор вязких напряжений.

В свою очередь, член – источник  $S_h$  может быть представлен в виде:

$$S_h = - \sum_j \frac{h_j^0}{M_j} \omega_j, \quad (2.50)$$

где:  $\omega_j$  – скорость образования компонента  $j$ ;

$M_j$  – мольная масса компонента  $j$ ;

$h_j^0$  – энтальпия образования компонента  $j$ .

## 2.4.2. Описание процесса лучистого теплообмена при полёте ГЛА в атмосфере.

### Уравнение переноса лучистой энергии.

Поскольку процессы спектрального неравновесного излучения ударной волны и сжатого слоя начинают играть существенную роль только при скоростях полёта больше 10 км/сек, то было принято решение пренебречь излучающими свойствами ударной волны и сжатого слоя, однако для правильного определения тепловых потоков принималось, что поверхность ГЛА излучает как серое тело. Такое излучение, как известно, подчиняется закону Стефана - Больцмана.

С целью определения уровня лучистых тепловых потоков решалось уравнение переноса лучистой энергии. В общем случае для выбранных точек пространства, характеризующихся радиус-вектором  $\mathbf{r}$ , излучение в направлении вектора  $\mathbf{s}$  описывается уравнением переноса лучистой энергии в следующей форме:

$$\begin{aligned} \frac{dI(\mathbf{r}, \mathbf{s})}{ds} + (a + \sigma_s) I(\mathbf{r}, \mathbf{s}) = \\ = an^2 \frac{\sigma T^4}{\pi} + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_0^{4\pi} I(\mathbf{r}, \mathbf{s}') \Phi(\mathbf{s}, \mathbf{s}') d\Omega', \end{aligned} \quad (2.51)$$

где:  $\mathbf{r}$  – вектор, характеризующий положение в пространстве поглощающей, излучающей и рассеивающей среды;

$\mathbf{s}$  – вектор, характеризующий направление излучения;

$\mathbf{s}'$  – вектор, характеризующий направление рассеивания;

$s$  – геометрическая толщина среды;

$a$  – коэффициент поглощения;

$n$  – коэффициент преломления (важен в случае рассмотрения излучения в полупрозрачных средах);

$\sigma_s$  – коэффициент рассеивания;

$\sigma$  – постоянная Стефана-Больцмана;

$I$  – интенсивность излучения, которая зависит от положения среды  $\vec{r}$  и направления излучения  $\vec{s}$ ;

$T$  – местная температура;

$\Phi$  – функция фазового рассеивания;

$\Omega'$  – телесный угол;

$(a + \sigma_s)s$  – оптическая толщина среды.

Поскольку, как уже упоминалось выше, в данной работе излучающими свойствами ударной волны и сжатого слоя было решено пренебречь, то принималось, что газовая среда является оптически абсолютно тонкой, то есть коэффициент поглощения  $a = 0$  и коэффициент рассеяния  $\sigma_s = 0$ . С учетом этих допущений уравнение (2.51) существенно упрощается и принимает следующий вид:

$$\frac{dI(\mathbf{r}, \mathbf{s})}{ds} = 0. \quad (2.52)$$

### ***Модель дискретных ординат.***

Для решения уравнения (2.52) применялась модель дискретных ординат. При использовании этого подхода уравнение переноса лучистой энергии решалось для конечного числа телесных углов, каждый из которых связан с вектором, характеризующим направление излучения  $\mathbf{s}$ . Направление, задаваемое вектором  $\mathbf{s}$ , является фиксированным в глобальной декартовой системе координат  $(x, y, z)$ .

Модель дискретных ординат преобразует уравнение (2.52) в уравнение переноса интенсивности излучения в декартовых координатах. Отметим, что количество решаемых уравнений соответствует количеству рассматриваемых направлений излучения  $\mathbf{s}$ . Методика дискретизации и решения уравнения переноса интенсивности излучения в целом идентична методике решения уравнений механики сплошной среды.

В данной работе модель дискретных ординат использовалась в её классическом виде [48, 49], при этом уравнения энергии и интенсивности

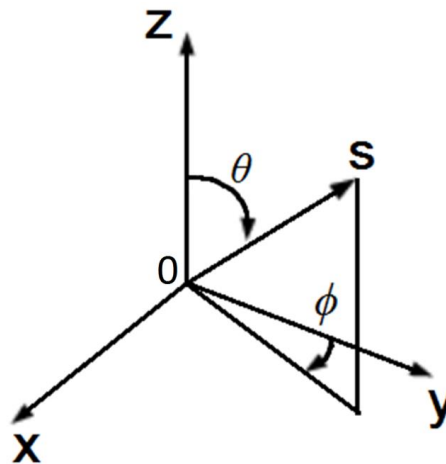
излучения решались последовательно друг за другом. Такой подход обеспечивает получение достоверных данных по уровню лучистых тепловых потоков в задачах с оптически тонкими средами.

Путём преобразования, уравнение (2.52) для модели излучения серого тела в декартовых координатах принимает следующий вид:

$$\nabla \cdot I((\mathbf{r}, \mathbf{s})\mathbf{s}) = 0. \quad (2.53)$$

***Угловая дискретизация и пикселизация.***

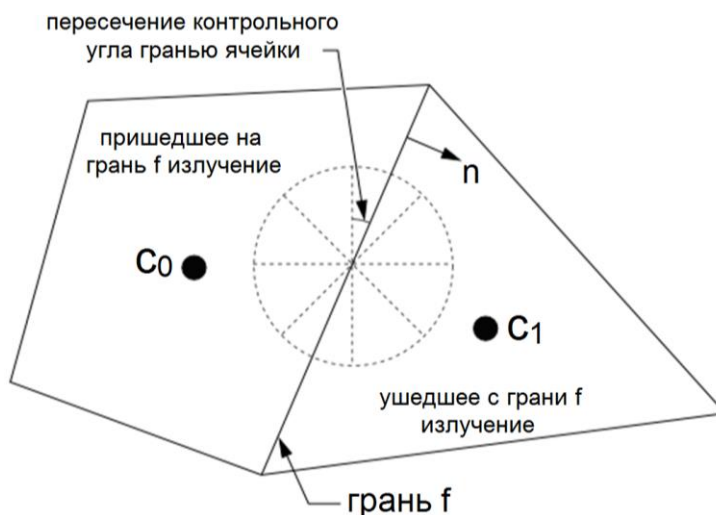
Замкнутое пространство вокруг излучающего тела, разбивается на октанты. В результате для двухмерного случая получается 4 октанта, а для трехмерного – 8 октантов. В свою очередь каждый октант кольцевого пространства в произвольной точке этого пространства разбивается на  $N_\theta \times N_\phi$  телесных углов размером  $\omega_i$ , которые называются контрольными углами.  $\theta$  и  $\phi$  – полярный и азимутальный углы сферической системы координат с полярной осью OZ. Они измеряются относительно глобальной декартовой системы координат, как показано на рисунке 2.2.



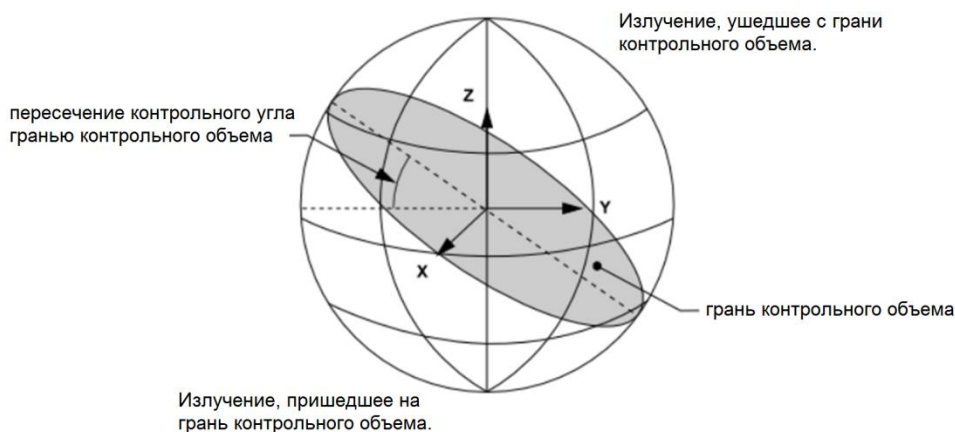
**Рис. 2.2. Схема представления полярных и азимутальных углов и направления их измерений.**

Углы  $\theta$  и  $\phi$  – измерения контрольного угла,  $\Delta\theta$  и  $\Delta\phi$  – константы. В двухмерном случае рассматриваются только 4 октанта, образуя четыре направления,  $4 N_\theta \cdot N_\phi$ . В трёхмерном случае всего рассматривается направлений,  $8 \cdot N_\theta \cdot N_\phi$ .

В общем случае грани ячеек не будут выровнены по границам контрольных углов. Это приводит к пересечению контрольного угла элементарными поверхностями ячеек, что вызывает некоторые проблемы при решении уравнения переноса интенсивности излучения [50]. То есть контрольный угол будет и внутренним и внешним относительно элементарной поверхности ячейки. Такую проблему в случае решения двумерной задачи иллюстрирует рисунок 2.3,а, а для трехмерной задачи – рисунок 2.3,б.



а) двумерный случай;

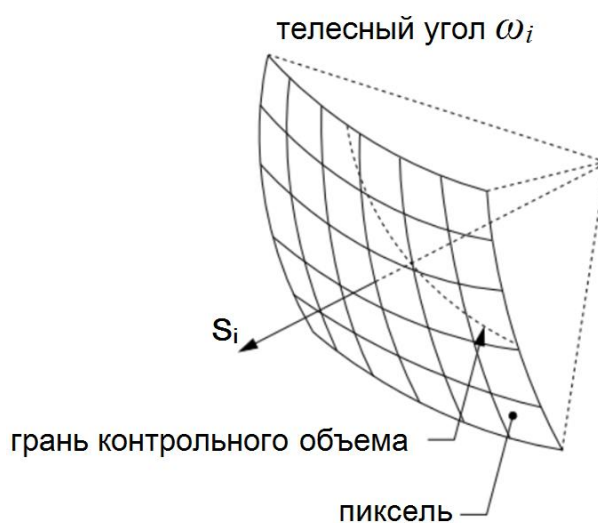


б) трехмерный случай;

**Рис. 2.3. Угловая дискретизация на произвольной сетке.**

Из рисунка 2.3 видно, что элементарная поверхность контрольного объёма пересекает сферу, представляющую собой кольцевое пространство, под произвольным углом (секущая плоскость – выделенный серым цветом круг). Для того чтобы правильно определить в этом случае потоки лучистой энергии в

каждом контрольном угле был применен принцип пикселизации [50]. Контрольный угол, пересекаемый элементарной поверхностью контрольного объёма, разбивается на  $N_{\theta p} \cdot N_{\phi p}$  пикселей как показано на рисунке 2.4.



**Рис. 2.4. Пикселизация контрольного угла.**

Энергия, заключенная в каждом пикселе, рассматривается как приходящая к элементарной поверхности или исходящая от неё. Это позволяет с определённой точностью учесть эффект пересечения контрольного угла элементарной поверхностью контрольного объёма. Естественно, что точность решения задачи с применением такого подхода напрямую связана с разрешением пикселизации.

## **2.5. Особенности задания граничных условий.**

Известно, что для того чтобы решить дискретные аналоги уравнений Навье-Стокса и всех дополнительных математических моделей, описывающих комплекс других процессов в пограничном слое, необходимо задать граничные условия, которые определяют поведение всех уравнений на границах расчётной области. В рамках данной работы расчётная область определялась следующими граничными условиями: сверхзвуковой вход, выход потока, твёрдая стенка, ось или симметрия.

### **2.5.1. Входная граница.**

На входе в расчётную область использовалось граничное условие входа сверхзвукового потока. Поскольку в этом случае скорость набегающего потока

больше скорости звука все собственные значения матрицы, определяющей конвективный перенос через границу, имеют положительный знак [27]. То есть возмущения распространяются от границы внутрь расчётной области. В этом случае на границе необходимо задавать явно все параметры течения. В работе задавались три компоненты скорости (две компоненты для двухмерных и осесимметричных расчётов) статическая температура и статическое давление набегающего потока.

В качестве граничного условия для уравнений переноса компонентов на входе в расчётную область задавались массовые концентрации всех компонентов газовой среды.

В качестве граничного условия для модели излучения использовалось понятие «мнимого черного тела с фиксированной температурой». То есть предполагалось, что входная граница расчётной области поглощает направленный к ней поток лучистой энергии как абсолютно чёрное тело с фиксированной температурой поверхности, равной статической температуре набегающего потока.

### ***2.5.2. Выходная граница.***

На выходной границе расчётной области использовалось граничное условие выхода потока в область с фиксированным давлением. В том случае, если выходящий через границу поток является сверхзвуковым, все возмущения распространяются наружу из расчётной области. Значения параметров потока на границе получались путём экстраполяции из ячеек, расположенных перед выходной границей (то есть вверх по потоку). В данной работе такой выход был характерен для тех случаев, когда обтекаемое тело полностью располагалось внутри расчётной области.

Если внутри расчётной области находилась только наиболее теплонапряженная часть исследуемого тела (носок фюзеляжа, передняя кромка крыла и т.д.), выходящий из расчётной области поток в пограничном слое считался локально дозвуковым. При таком режиме течения точка,



расположенная на выходе из расчётной области, получала возможность за счёт распространения звуковых колебаний распространять своё воздействие на пространство расчётной области вверх по потоку со скоростью  $u-a < 0$  (где  $a$  – скорость звука).

Таким образом, только четыре из пяти характеристик потока ( $p$ ,  $u$ ,  $v$ ,  $w$ ,  $T$ ) считались направленными из расчётной области. Одна характеристика направлялась внутрь расчётной области. Четыре параметра течения экстраполировались из ячеек, расположенных перед выходной границей, а пятый параметр (статическое давление  $p$ ) задавался на границе явно. Принималось, что на выходной границе статическое давление равно статическому давлению набегающего потока.

Отметим, что в задачах внешнего обтекания возможен вариант, когда отрывная зона, образуемая за плохообтекаемым телом, распространяется до выходной границы. В этом случае появляются условия для возникновения возвратного течения с выходной границы внутрь расчётной области. В результате выходная граница становится локальным входом, что требует задания всех характеристик потока. В данной работе выходная граница была достаточно удалена от исследуемого тела, в результате чего все отрывные зоны располагались целиком внутри расчётной области.

Массовые концентрации всех компонентов газовой среды на выходной границе определялись путём экстраполяции из ячеек, расположенных перед выходной границей.

Как отмечалось, в качестве граничного условия в математической модели излучения для входной границы использовалось условие «мнимое чёрное тело с фиксированной температурой».

### ***2.5.3. Твёрдая стенка.***

Для границы расчётной области, совпадающей с поверхностью исследуемого тела, задавались следующие граничные условия:

- для уравнений количества движения – условие прилипания. Это означает, что на поверхности обтекаемого тела нормальная и касательная составляющие вектора скорости потока равны нулю, т.е.  $u_x = 0$ ,  $u_y = 0$ ,  $u_z = 0$ ;
- для уравнения энергии в зависимости от постановки задачи принималось условие изотермичности твёрдой поверхности ( $T_w = const$ ) или условие баланса теплоты;
- для уравнений переноса химических компонентов граничные условия на поверхности задавались в соответствии с её каталитическими свойствами, т.е. постановкой задачи. Если материал стенки обладал нулевой каталитической активностью, то концентрации всех компонентов на ней определялись путём интерполяции из ячеек вверх по потоку. Для стенки с абсолютной каталитической активностью концентрации химических компонентов на поверхности задавались такими же, как в набегающем потоке до ударной волны.

#### **2.5.4. Граница типа «ось».**

В случае исследования обтекания осесимметричного тела моделировалось только одно меридиональное сечение. При этом на границе, соответствующей продольной оси тела, задавалось граничное условие типа «ось». В этом случае принималось, что значения всех переменных потока на оси расчётной области равны значениям в ячейке, граничащей с осью.

#### **2.5.5. Граница типа «симметрия».**

В случае исследования обтекания осесимметричных тел при нулевом угле атаки в целях экономии расчётных ресурсов моделировалась лишь одна половина такого тела. При этом в плоскости OXY задавалась граница типа «симметрия». Данное граничное условие подразумевает зеркальную идентичность потоков по обе стороны от плоскости симметрии. То есть величины всех возможных потоков через границу типа «симметрия» приравнивались к нулю. Например, так как конвективные потоки через

указанное граничное условие отсутствуют, то скорость потока по нормали к границе также принималась равной нулю. Это положение распространялось и на диффузионные потоки через граничное условие.

Таким образом, в связи с вышеизложенным приравнивались к нулю градиенты всех переменных потока по нормали к границе типа «симметрия». По указанной выше причине на границе «симметрия» сдвиговые (касательные) напряжения также равнялись нулю.

В качестве граничного условия для модели излучения принималось, что угол отражения лучей от поверхности симметрии  $\mathbf{s}_r$  равен углу падения на поверхность  $\mathbf{s}$ . То есть поверхность считалась зеркальной. Это позволило для интенсивности излучения принять следующее условие:

$$I_w(\mathbf{s}_r) = I_w(\mathbf{s}). \quad (2.54)$$

## **2.6. Особенности задания нулевой итерации.**

Для того чтобы с помощью итерационных методов решить преобразованные в СЛАУ дискретные аналоги уравнений механики сплошной среды, необходимо задать определенное начальное приближение, с которого будет осуществляться итерационный процесс, то есть процесс уточнения начального приближения к решению. Выбор начального приближения может оказать значительное влияние на устойчивость расчёта, а также на скорость его сходимости. Неправильный выбор может вызвать неустойчивость расчёта, особенно в начальный момент итерационного процесса. Это, в свою очередь, будет требовать проведения итерационного процесса с меньшими значениями критерия Куранта–Фридрихса–Леви. Что выразится, в конечном счёте, в большем потребном числе итераций и, следовательно, в увеличении необходимых расчётных ресурсов.

Поскольку при моделировании внешнего обтекания твёрдого тела можно выделить преимущественное направление потока в большей части расчётной области, то в качестве начального приближения было решено в начале итерационного процесса в каждой ячейке расчётной области задавать такие же

значения всех параметров потока, как и на входной границе. После этого развитие поля течения происходило в ходе итерационного процесса.

## 2.7. Алгоритм работы связанного решателя.

Как отмечалось выше, поскольку для решения уравнений механики сплошной среды применялся связанный решатель, то уравнения неразрывности, количества движения, энергии и переноса компонентов решались в виде единого связанного набора. После этого последовательно и отдельно от связанного набора решались уравнения переноса для дополнительных скалярных величин (т.е. отдельно одно от другого и от связанного набора) с использованием процедуры, подробно описанной в разделе 2.3.

Так как уравнения механики сплошной среды в общем случае нелинейные и представляют собой единый набор то, для того чтобы получить сходящееся решение, необходимо выполнить несколько итераций цикла решения. Каждая итерация включает несколько операций, схематично показанных на рисунке 2.5 и описанных ниже.

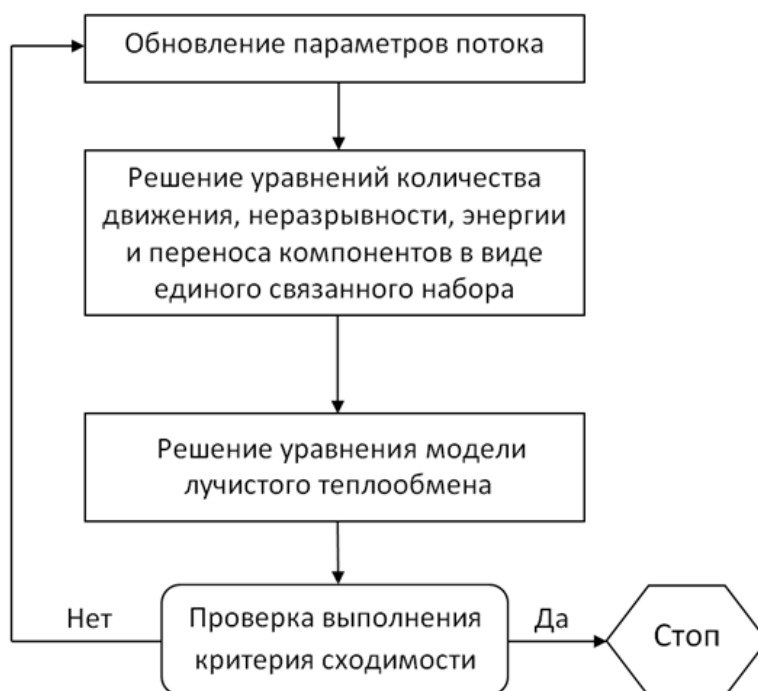


Рис. 2.5. Схема алгоритма работы связанного решателя.

### Операции итераций:

- обновление параметров потока, на основании имеющегося решения. Если расчёт только начался, параметры потока изменяются с учётом начального приближения;

- решение уравнений неразрывности, количества движения, энергии и переноса компонентов проводится в виде единого связанного набора;

- решение уравнений дополнительных моделей (типа модели излучения), проводится с использованием ранее обновлённых значений других переменных потока;

- проверка сходимости набора уравнений. Эти шаги продолжаются до выполнения критерия сходимости.

Как уже отмечалось, уравнения неразрывности, количества движения, энергии и уравнения переноса компонентов решались с использованием неявной связанной схемы. Дискретные нелинейные уравнения линеаризовывались с целью получения линейной системы уравнений для искомых параметров потока в каждой расчётной ячейке, после чего параметры потока обновлялись путем решения этой системы.

При линеаризации уравнений неявным способом относительно зависимой переменной (или набора переменных), неизвестное значение переменной потока в каждой ячейке вычислялись через соотношение, которое включает в себя как существующее, так и неизвестное значение переменной из соседних ячеек. При использовании такого подхода каждая неизвестная появляется в нескольких соотношениях в системе линейных уравнений, а значит, чтобы получить неизвестные величины, эти уравнения нужно решать совместно.

Поскольку каждое уравнение в связанном наборе уравнений линеаризуется неявно относительно всех зависимых переменных в наборе, это приводит к системе линейных уравнений с  $N$  уравнениями для каждой ячейки в расчётной области, где  $N$  – число связанных уравнений в наборе. Поскольку

имеется  $N$  уравнений на ячейку, то в публикациях такую систему называют “блочной” системой уравнений.

Для решения полученной блочной системы уравнений для всех  $N$  зависимых переменных в каждой ячейке использовался точечный неявный решатель линейного уравнения (ILU–разложение).

Например, линеаризация связанного набора уравнений неразрывности и количества движения по  $x$ –,  $y$ –,  $z$ –, в сочетании с уравнением энергии создаст систему уравнений, в которых параметры  $p$ ,  $u$ ,  $v$ ,  $w$  и  $T$  являются неизвестными. В итоге, решение этой системы уравнений в виде связанного набора определяет изменённые поля параметров:  $p$ ,  $u$ ,  $v$ ,  $w$  и  $T$ . То есть при использовании связанного неявного метода все переменные ( $p$ ,  $u$ ,  $v$ ,  $w$ ,  $T$ ) вычисляются одновременно во всех ячейках.

## **Выводы по главе 2.**

1. Разработана математическая модель расчета процессов термогазодинамики и тепло-массообмена на поверхности гиперзвуковых летательных аппаратов.

2. Показаны особенности численного решения представленной модели, то есть особенности решения дискретных аналогов уравнений газодинамики.

3. Определены граничные условия, необходимые для решения уравнений представленной математической модели.

### **3. НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ПРЕДЛОЖЕННОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЧИСЛЕННЫМИ МЕТОДАМИ.**

Известно, что достоверность результатов, получаемых при решении дискретных аналогов дифференциальных уравнений гидрогазодинамики, во многом зависит от качества сеточного разрешения принципиально важных областей течения. В ходе предварительных исследований установлено, что при моделировании сверхзвуковых и гиперзвуковых течений, важнее всего качественно разрешить области больших градиентов параметров потока, то есть области скачков уплотнения. В данной главе приведен пример анализа влияния размера ячеек расчётной сетки на результаты моделирования. Такой анализ позволяет определить оптимальную размерность сетки, которая с одной стороны обеспечит получение достоверных результатов, а с другой, обеспечит разумную экономию расчётных ресурсов.

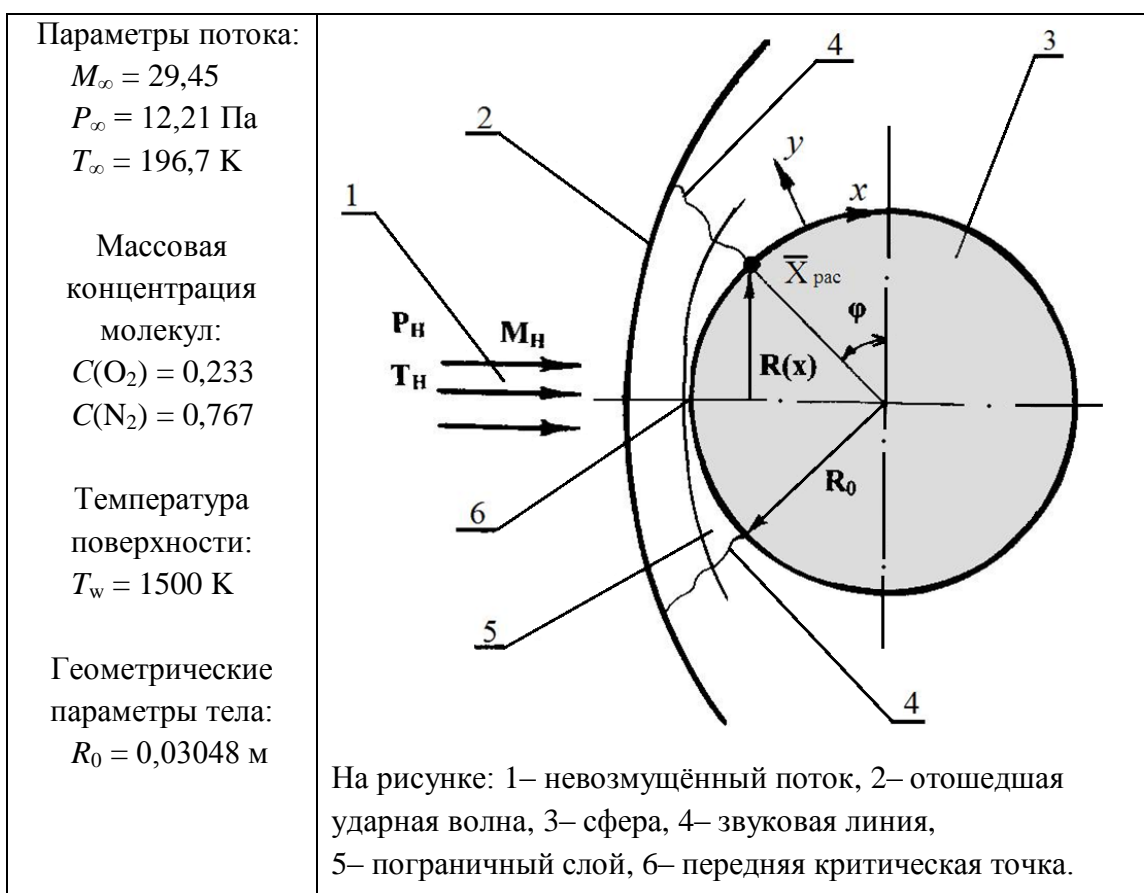
#### **3.1. Решение тестовой задачи с целью доказательства влияния структуры расчётной сетки на получаемые результаты.**

##### **3.1.1. Постановка задачи.**

Анализ влияния структуры расчётной сетки на точность получаемых при моделировании результатов проведён в ходе исследования процессов термогазодинамики и тепло-массообмена при обтекании гиперзвуковым потоком лобовой части сферы с радиусом  $R_0 = 0,03048$  м (рис. 3.1). Скорость набегающего потока соответствовала числу Маха  $M_\infty = 29,45$ . Статические параметры состояния газа в потоке: температура – 196,7 К, давление – 12,21 Па.

Расчёт теплообмена на лобовой части поверхности сферы проводился с учётом каталитической активности поверхности. Поверхность сферы принималась абсолютно каталитической ( $k_w \rightarrow \infty$ ). Поверхность сферы считалась непроницаемой. Принималось, что температура поверхности сферы постоянна и равна  $T_w = 1500$  К.

Задача решалась в двухмерной осесимметричной постановке. То есть, рассматривалось только одно меридиональное сечение сферы. При этом принималось, что течение во всех меридиональных сечениях идентично.



**Рис. 3.1. Схема газодинамики обтекания сферы гиперзвуковым потоком.**

Анализ показал, что применительно к изложенным в постановке задачи условиям средняя длина свободного пробега  $l$  частиц в сжатом и пограничном слое, примерно, на два порядка величины меньше длины характерного размера обтекаемого тела, т.е.  $l = 4,88 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ , в то время как  $L = 6,096 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ . В итоге критерий Кнудсена оказался равным:  $Kn = 0,008$ . Таким образом, условие непрерывности выполняется, а значит для решения поставленной задачи применение системы уравнений Навье–Стокса в сочетании с граничными условиями прилипания на твёрдых стенках вполне оправдано.

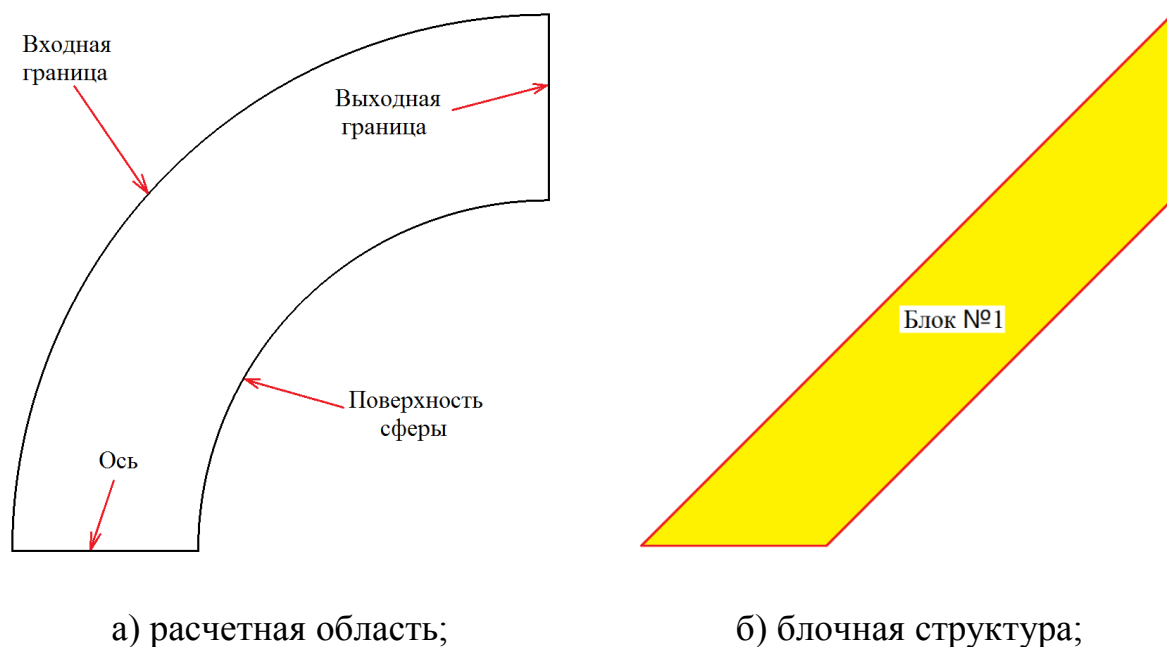
### 3.1.2. Категории расчётных сеток.

Для решения поставленной задачи использовались структурированные расчётные сетки, состоящие из четырехугольных ячеек. Известно, что такие расчётные сетки лучше всего подходят для достоверного моделирования тех



течений, в которых встречаются аномальные области с большими градиентами параметров потока, например, скачки уплотнения.

Для построения расчётных сеток применялась, так называемая, блочная технология построения сеток. Для расчётной области, реализуемой в физической системе координат, составлялась блочная структура, реализуемая в расчётной системе координат. После этого с использованием процедуры трансфинитной интерполяции [51] блочная структура ставилась в соответствие расчётной области. Общий вид расчётной области, а также блочная структура, состоящая из одного блока, показана на рисунке 3.2 для случая осесимметричной задачи обтекания сферы.



**Рис. 3.2. Общий вид расчётной области и блочная структура.**

Чтобы исследовать влияние размеров ячеек расчётной сетки в области головной ударной волны на достоверность получаемых результатов, было построено 5 расчётных сеток. При этом размеры расчётной области и блочная структура оставались без изменений.

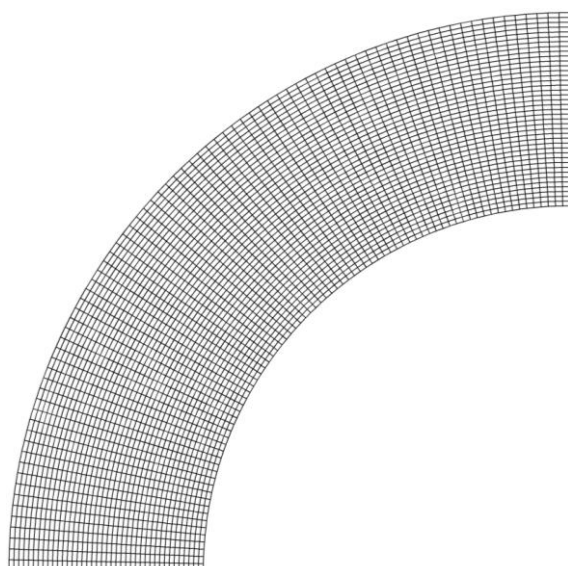
Известно, что для получения достоверных результатов принципиально важно использовать сетку с высоким разрешением в направлении больших градиентов параметров потока. В данной задаче предполагалось, что в окрестности передней критической точки градиенты физических величин по

нормали к поверхности сферы будут много больше, чем по касательной. По этой причине для всех сеток количество ячеек на образующей сферы было постоянно: 80 ячеек на половину образующей. Напротив, количество ячеек по нормали к поверхности сферы изменялось с целью исследования сеточной независимости решения. Размерности всех сеток, а также общее количество ячеек приведено в таблице 3.1. Общий вид всех пяти сеток приведен на рисунке 3.3.

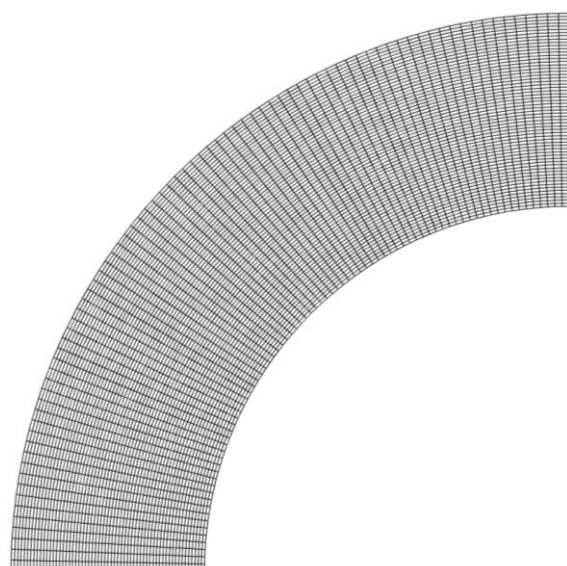
Таблица 3.1

**Параметры расчетных сеток**

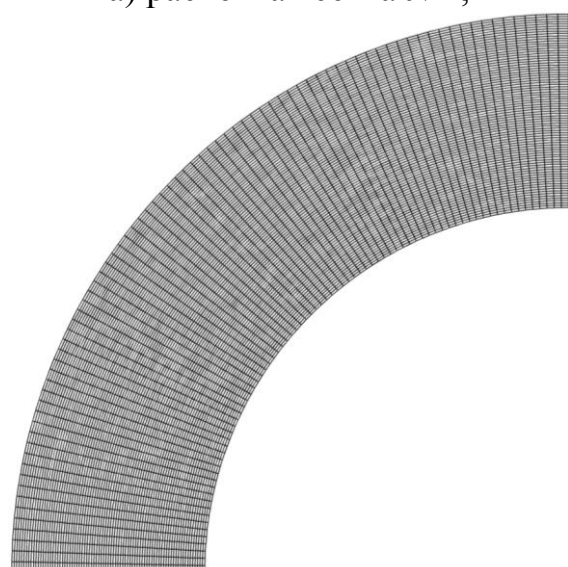
Номер сетки	Размерность сетки	Количество ячеек
1	40 X 80	3200
2	60 X 80	4800
3	80 X 80	6400
4	100 X 80	8000
5	120 X 80	9600



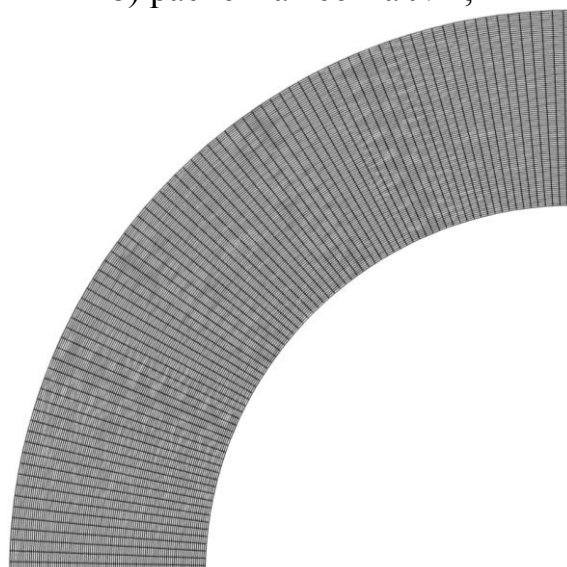
а) расчетная сетка №1;



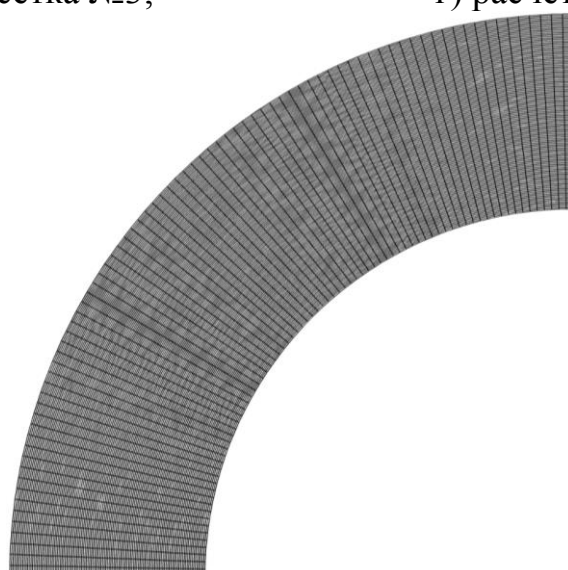
б) расчетная сетка №2;



в) расчетная сетка №3;



г) расчетная сетка №4;

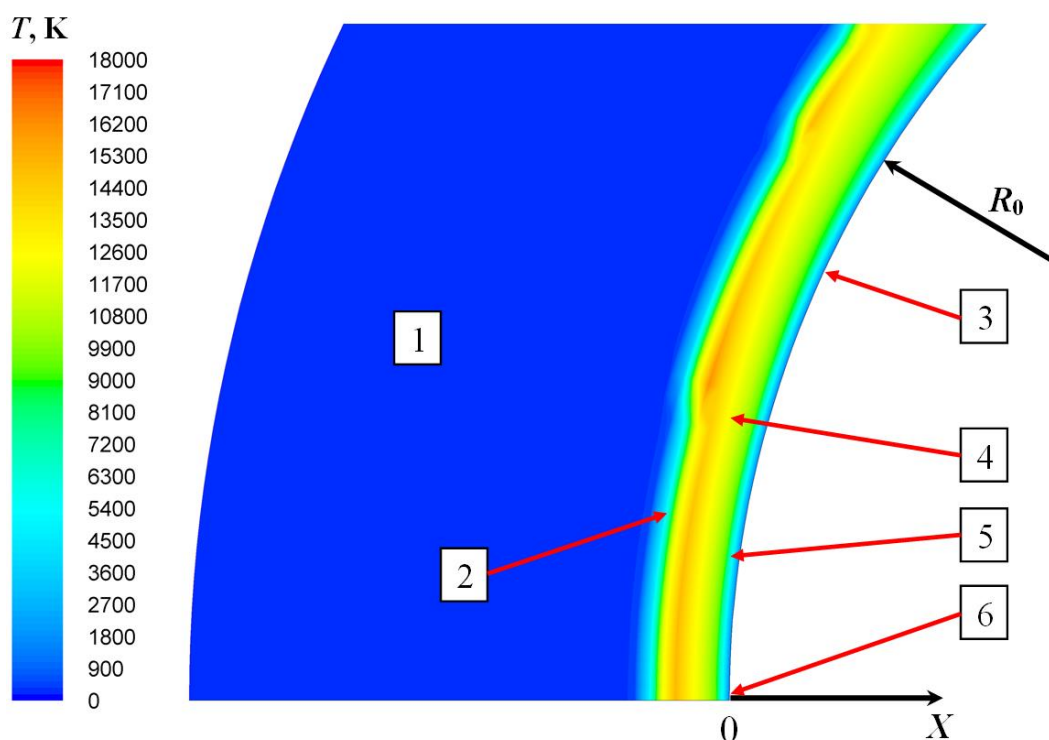


д) расчетная сетка №5;

**Рис. 3.3. Общий вид расчетной сетки.**

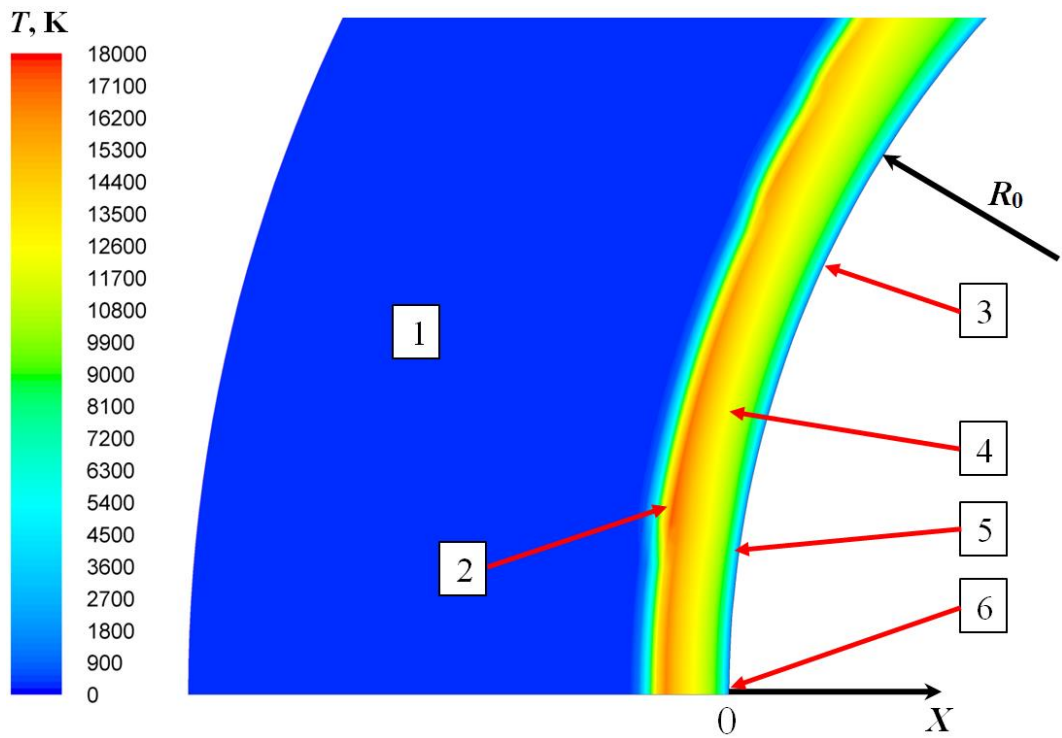
### 3.1.3. Анализ результатов расчёта с использованием сеток разной размерности.

На рисунках 3.4 - 3.8 приведена цветовая гамма поля статической температуры в сжатом и пограничном слое, полученная с использованием расчётных сеток №1 - №5. Представлены результаты для поверхности сферы, обладающей абсолютной каталитической активностью.



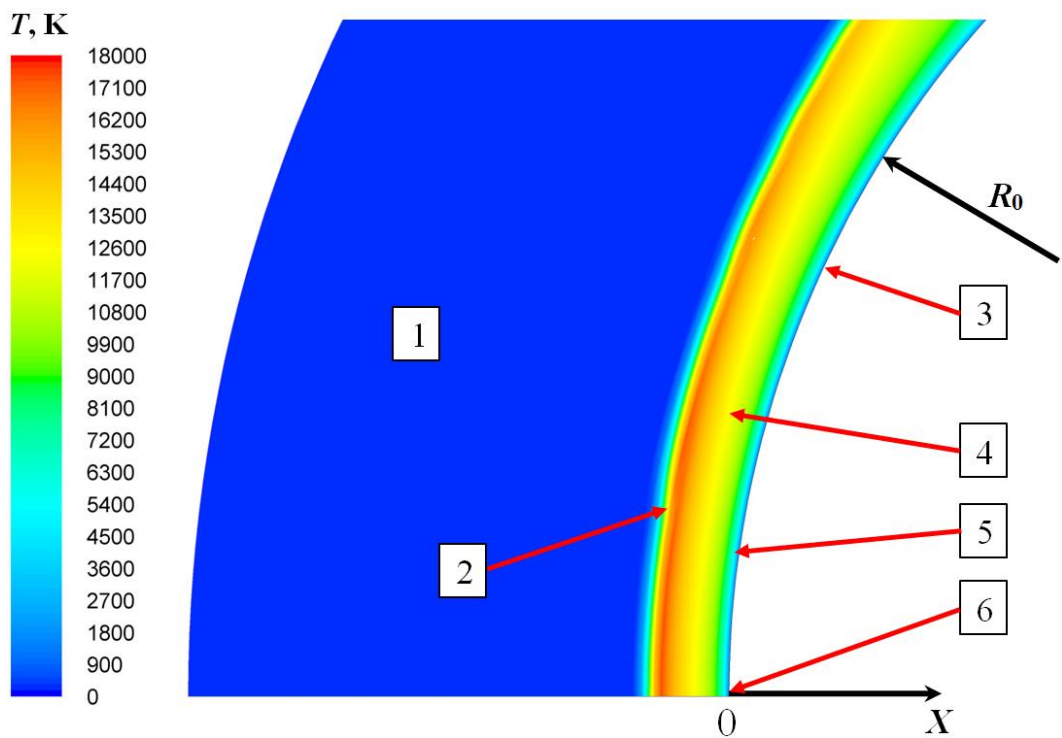
**Рис. 3.4. Поле статической температуры (расчет на сетке №1).**

На рисунке: 1 – невозмущённый поток, 2 – ударная волна, 3 – поверхность сферы, 4 – сжатый слой, 5 – пограничный слой, 6 – точка торможения.



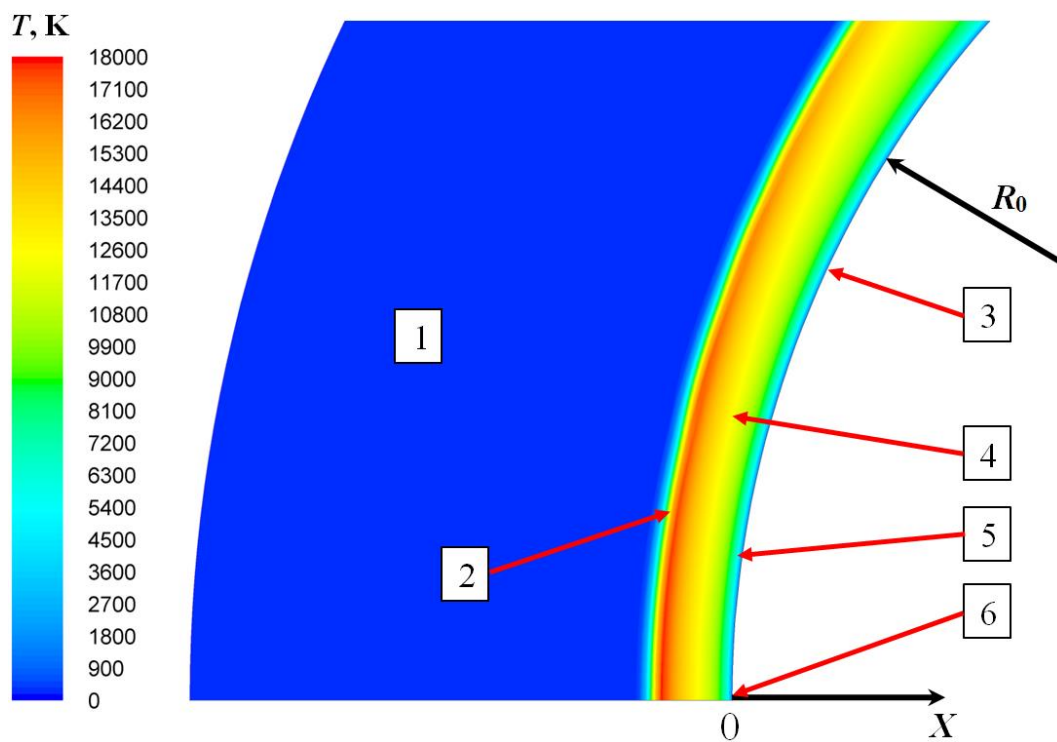
**Рис. 3.5. Поле статической температуры (расчет на сетке №2).**

На рисунке: 1 – невозмущённый поток, 2 – ударная волна, 3 – поверхность сферы, 4 – сжатый слой, 5 – пограничный слой, 6 – точка торможения.



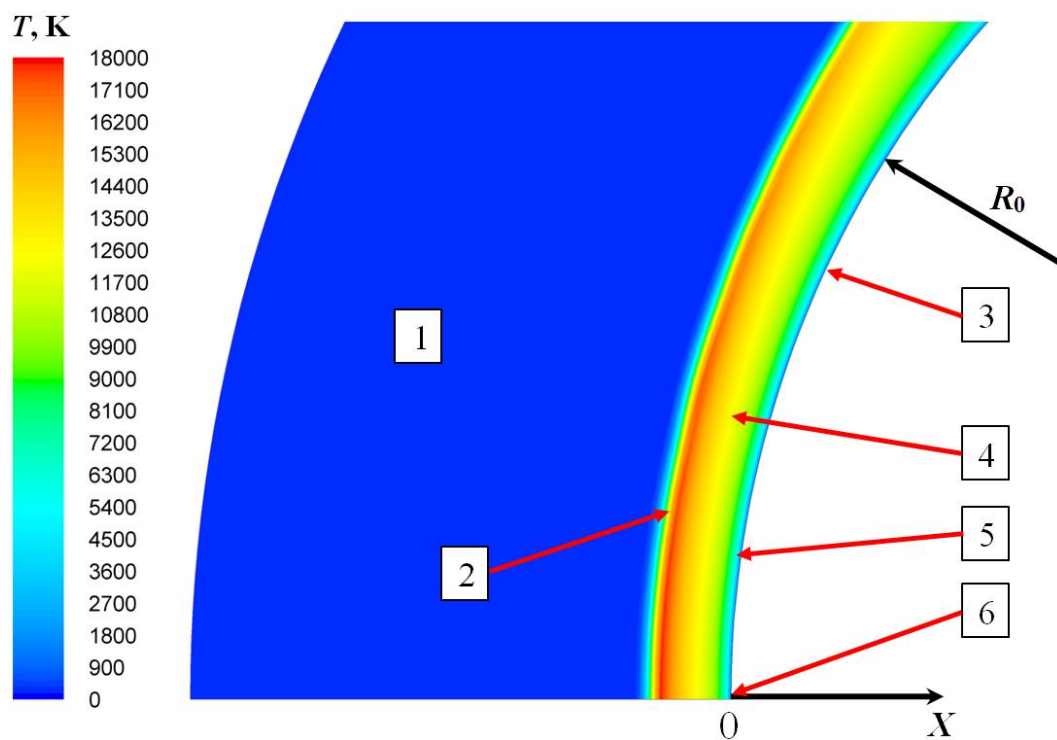
**Рис. 3.6. Поле статической температуры (расчет на сетке №3).**

На рисунке: 1 – невозмущённый поток, 2 – ударная волна, 3 – поверхность сферы, 4 – сжатый слой, 5 – пограничный слой, 6 – точка торможения.



**Рис. 3.7. Поле статической температуры (расчет на сетке №4).**

На рисунке: 1 – невозмущённый поток, 2 – ударная волна, 3 – поверхность сферы, 4 – сжатый слой, 5 – пограничный слой, 6 – точка торможения.



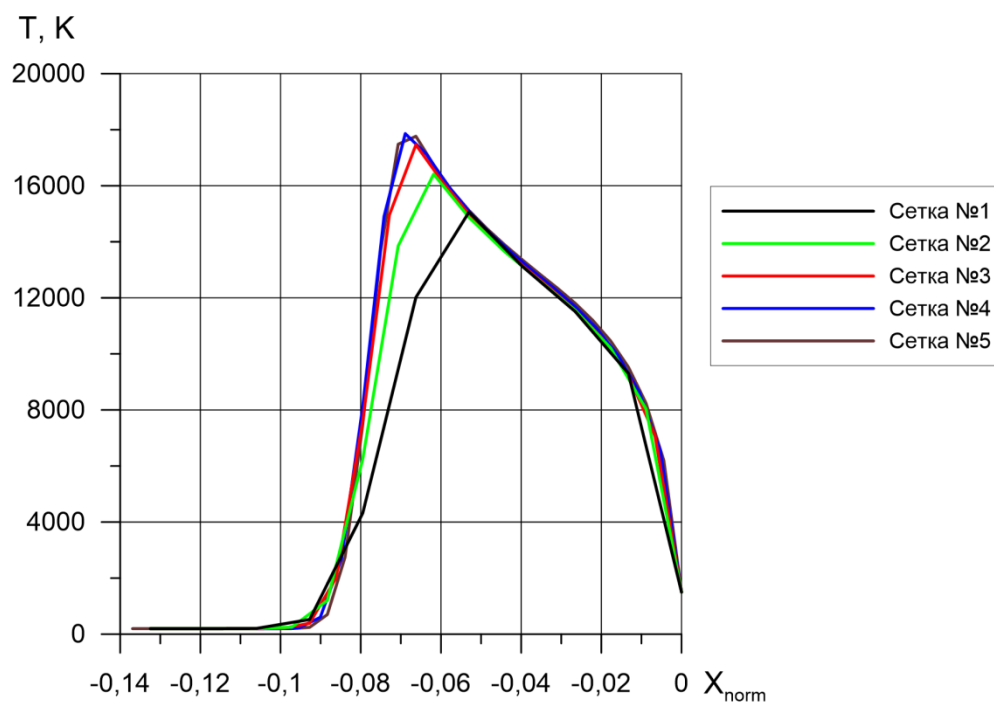
**Рис. 3.8. Поле статической температуры (расчет на сетке №5).**

На рисунке: 1 – невозмущённый поток, 2 – ударная волна, 3 – поверхность сферы, 4 – сжатый слой, 5 – пограничный слой, 6 – точка торможения.

Из приведенных на рисунках 3.4 – 3.8 данных следует, что с уменьшением размера ячеек сетки по нормали к поверхности сферы уточняется форма ударной волны, приближаясь к реальной. Для доказательства последнего сравним результаты расчетов обтекания сферы гиперзвуковым потоком на рисунках 3.4 и 3.8. На первом рисунке представлены результаты расчета формы ударной волны при увеличенных размерах ячейки расчетной сетки (40 ячеек по нормали к поверхности сферы). Видно, что ударная волна не имеет строгой формы. Совершенно противоположную картину мы видим на рисунке 3.8, на котором представлены результаты аналогичных расчетов, проведенные с использованием расчетной сетки с уменьшенными ячейками (120 ячеек по нормали к поверхности сферы). Видно, что в последнем случае отошедшая ударная волна имеет строгую форму, близкую к реальной.

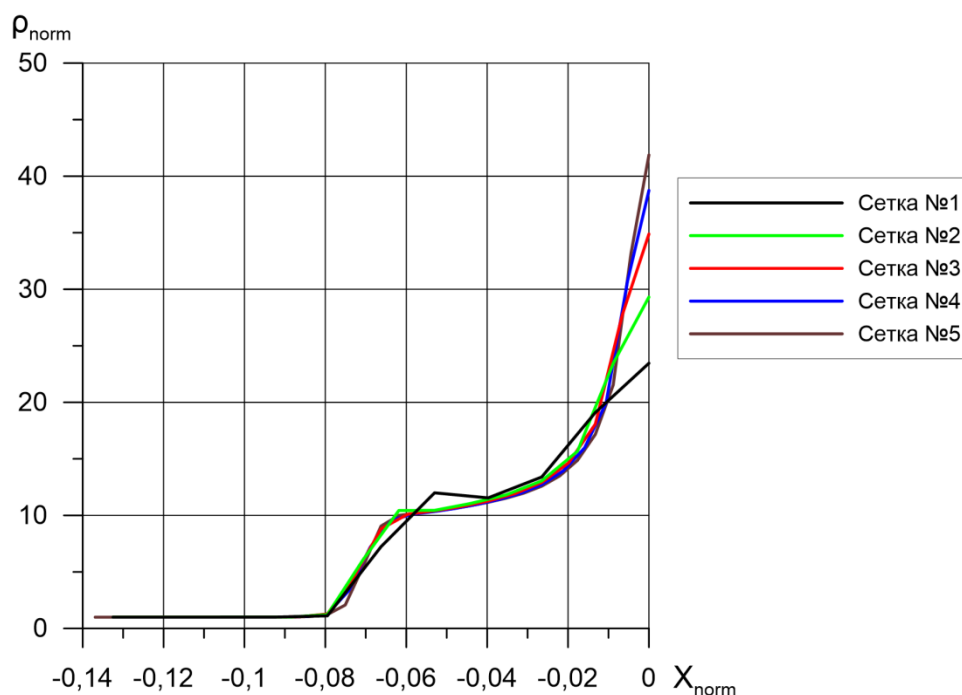
Кроме указанного, установлено, что уменьшение размера ячеек по нормали к поверхности сферы в области отошедшей ударной волны приводит к уточнению его термодинамических свойств. Например, на рисунке 3.9 – 3.11 представлены распределения статической температуры, безразмерной плотности  $\rho_{norm} = \rho / \rho_\infty$  и безразмерного избыточного статического давления  $P_{norm} = P / (\rho_\infty \cdot V_\infty^2)$  по нормали к поверхности сферы в точке торможения, соответственно. Данные получены с использованием пяти описанных выше расчётных сеток для случая абсолютно каталитической поверхности.

По оси абсцисс отложена безразмерная координата, представленная соотношением,  $X_{norm} = X / R_0$ ,  $R_0$  - радиус сферы. При этом за начало системы координат принята передняя критическая точка, а ось абсцисс совпадает с вектором скорости набегающего потока.



**Рис. 3.9. Распределение температуры в сжатом и пограничном слое по нормали к поверхности сферы в точке торможения.**

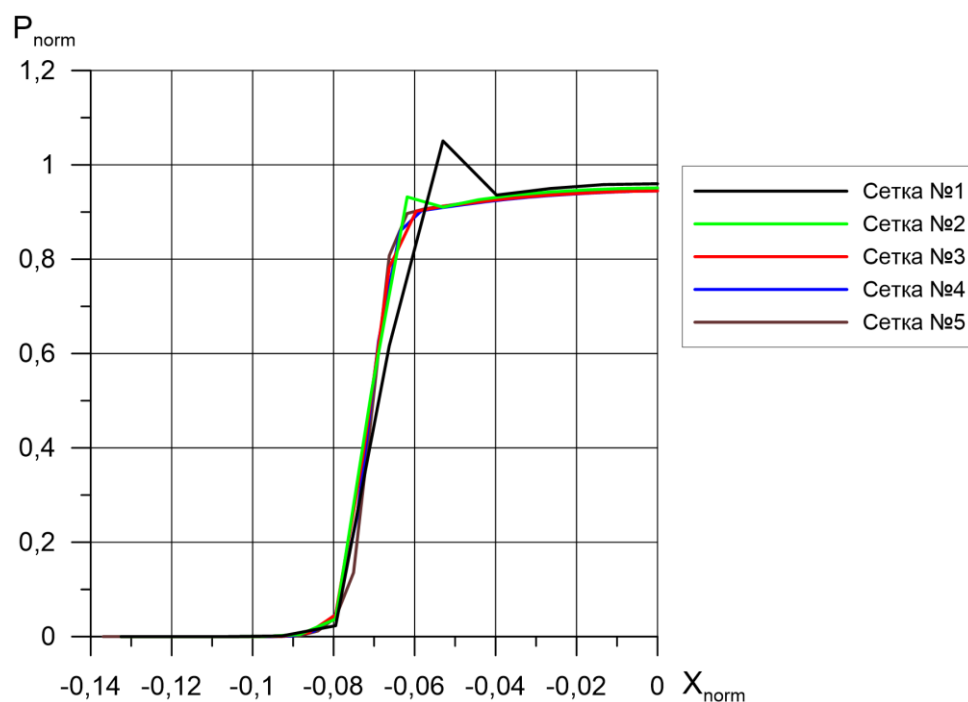
На рисунке: координаты по  $X_{norm}$  от -0,07 до 0 – пограничный и сжатый слой, 0 - поверхность сферы.



**Рис. 3.10. Распределение безразмерной плотности в сжатом и пограничном слое по нормали к поверхности сферы в точке торможения.**

На рисунке: координаты по  $X_{norm}$  от -0,07 до 0 – пограничный и сжатый слой, 0 - поверхность сферы.



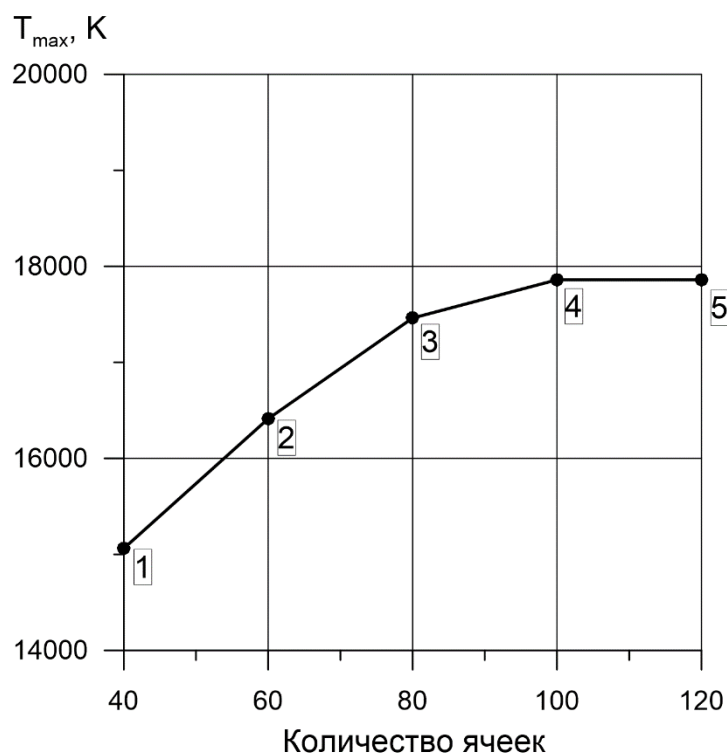


**Рис. 3.11. Распределение безразмерного давления в сжатом и пограничном слое по нормали к поверхности сферы в точке торможения.**

На рисунке: координаты по  $X_{norm}$  от -0,07 до 0 – пограничный и сжатый слой, 0 - поверхность сферы.

Из представленных данных следует, что положение головного скачка уплотнения и его термодинамические параметры сильно разнятся при разном сеточном разрешении области головного скачка уплотнения. Это объясняется тем, что при использовании сеток с более мелкими ячейками достовернее определяются градиенты газодинамических параметров.

Из представленных на рисунках 3.9 – 3.11 данных следует, что изменение количества ячеек по нормали к поверхности сферы влияет главным образом на распределение статической температуры и на её максимальное значение в отошедшей ударной волне. Проанализируем характер этой зависимости. На рисунке 3.12 приведена зависимость максимальной температуры в головном скачке уплотнения от количества ячеек по нормали к поверхности сферы (общий размер расчётной области при этом остаётся постоянным).



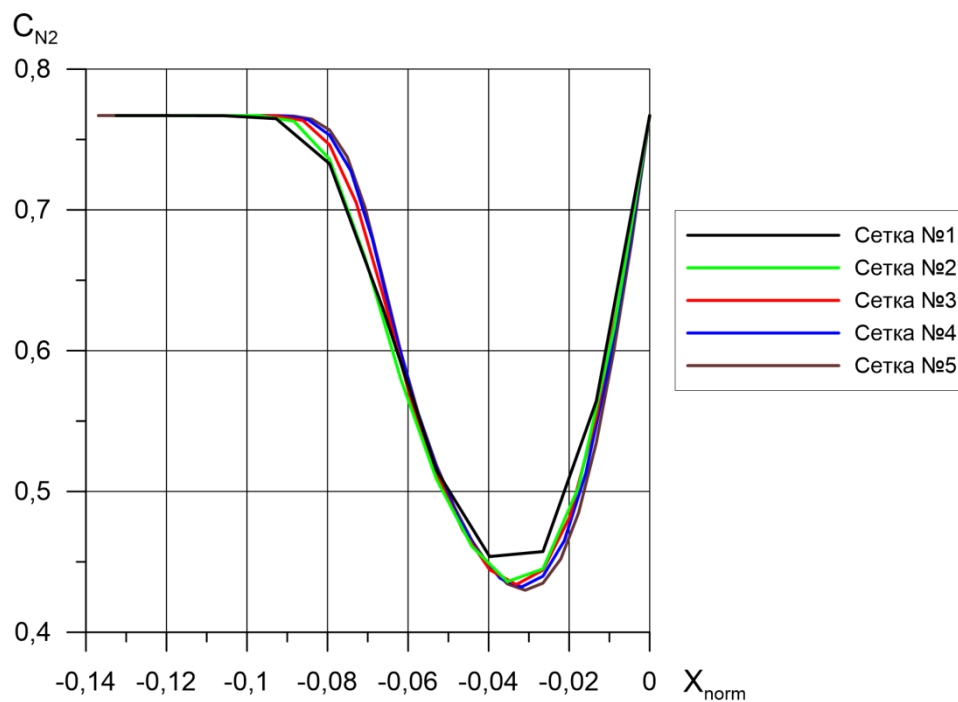
**Рис. 3.12. Зависимость максимальной температуры в отошедшей ударной волне от количества ячеек по нормали к поверхности сферы.**

(на графике отмечены номера расчетных сеток).

Видно, что зависимость стремится к некоторому пределу, который и является точным решением. Отметим, что каждое последующее измельчение расчетной сетки оказывает все меньшее влияние на получаемые результаты (это также подтверждается данными на рисунках 3.9 – 3.11).

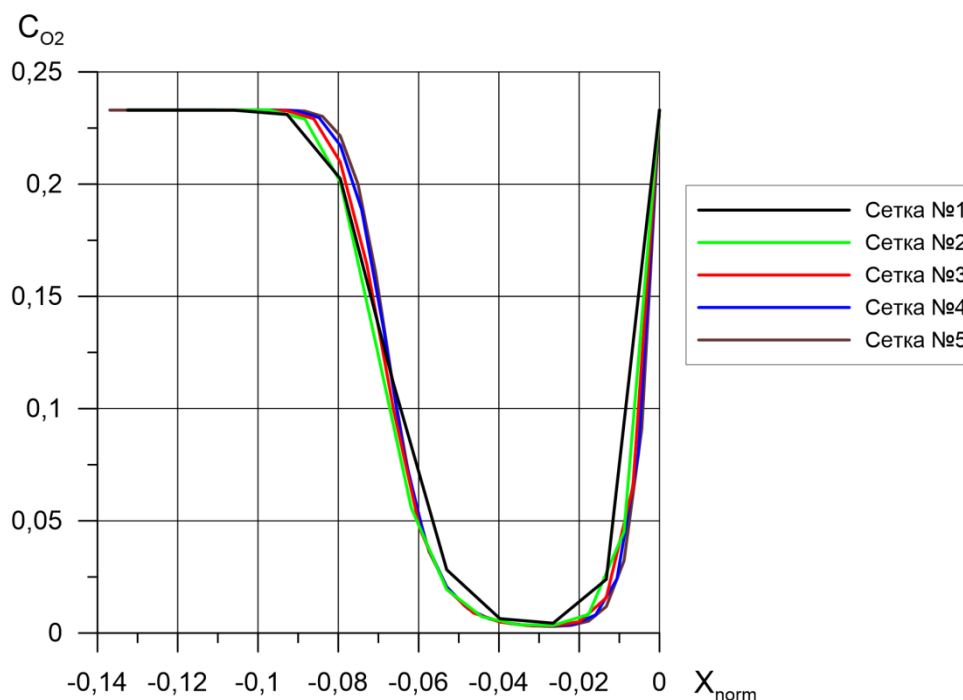
Поскольку результаты, полученные при использовании в расчетах сеток №4 и №5, отличаются не более чем на 0,5%, то для получения достоверных распределений статической температуры в отошедшей ударной волне в дальнейшем, при изучении процессов термогазодинамики и тепло-массообмена на лобовой поверхности сферы будет применяться расчетная сетка №4.

На рисунках 3.13 – 3.17 представлены, соответственно, распределения в точке торможения массовых концентраций компонентов  $N_2$ ,  $O_2$ ,  $N$ ,  $O$ ,  $NO$ , в сжатом и пограничном слоях по нормали к поверхности сферы. Приведенные на рисунках данные получены при использовании пяти расчетных сеток для случая абсолютно каталитической поверхности.



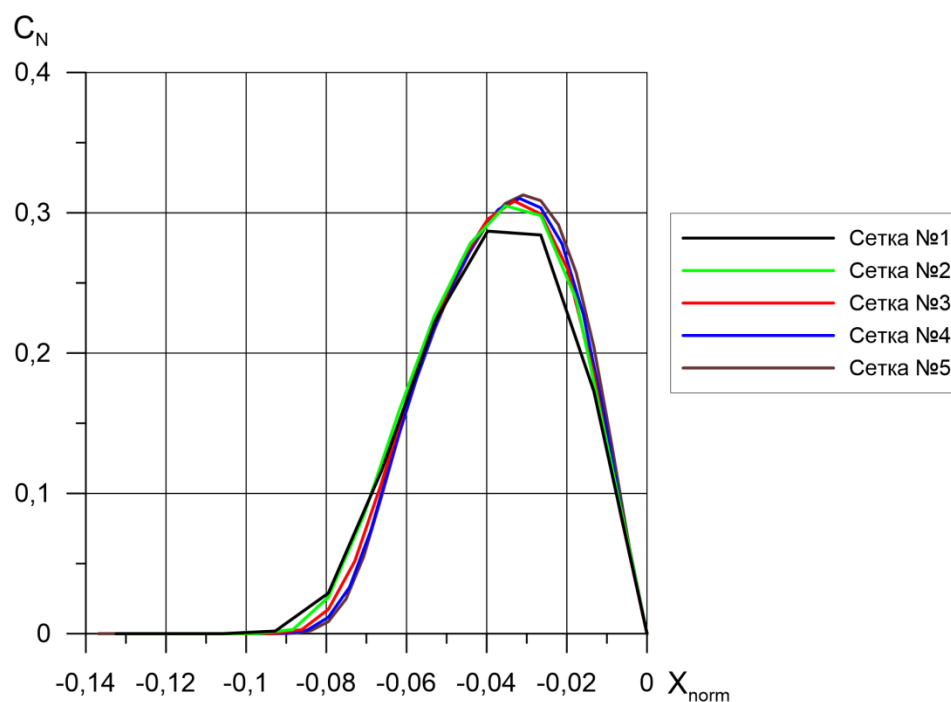
**Рис. 3.13. Распределение в точке торможения массовых концентраций  $N_2$  в сжатом и пограничном слое по нормали к поверхности сферы.**

На рисунке: координаты по  $X_{norm}$  от -0,07 до 0 – пограничный и сжатый слой, 0 - поверхность сферы.



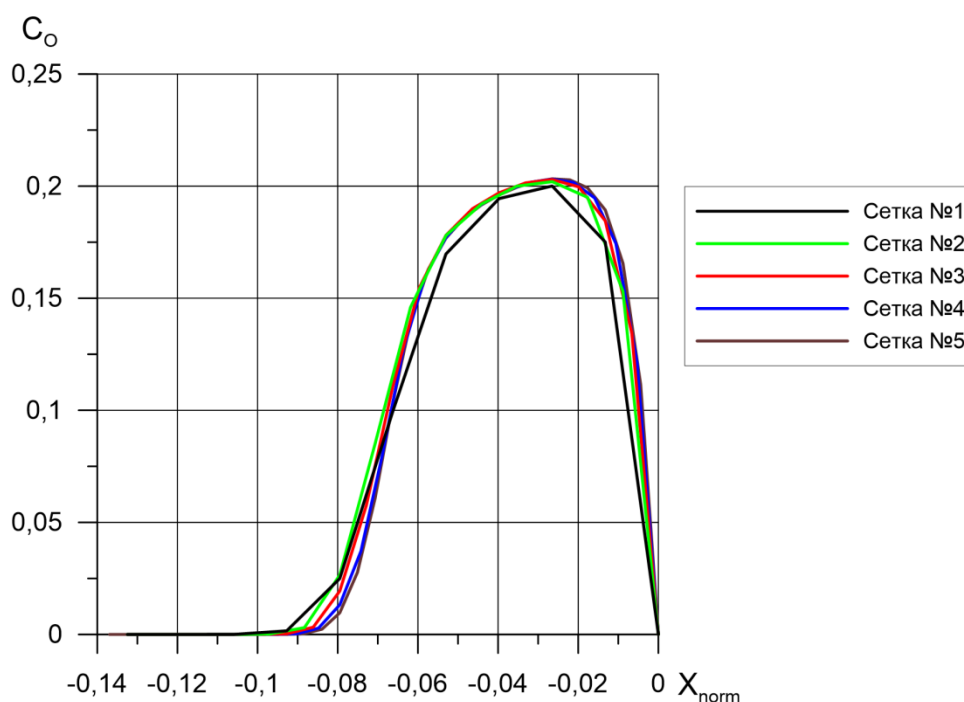
**Рис. 3.14. Распределение в точке торможения массовых концентраций  $O_2$  в сжатом и пограничном слое по нормали к поверхности сферы.**

На рисунке: координаты по  $X_{norm}$  от -0,07 до 0 – пограничный и сжатый слой, 0 - поверхность сферы.



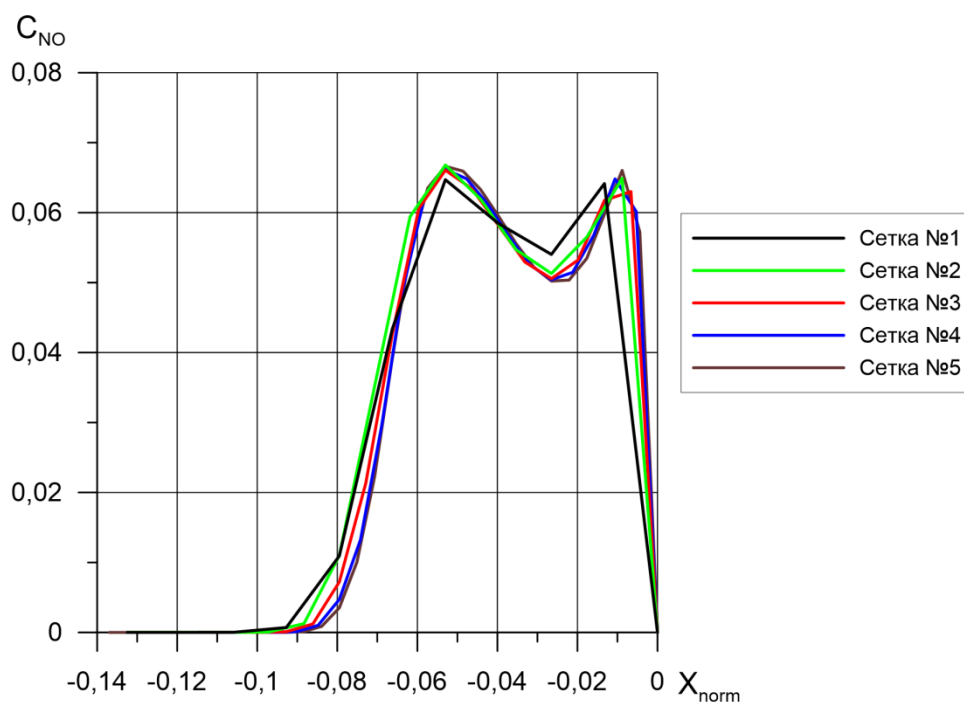
**Рис. 3.15. Распределение в точке торможения массовой концентрации N в сжатом и пограничном слое по нормали к поверхности сферы.**

На рисунке: координаты по  $X_{norm}$  от -0,07 до 0 – пограничный и сжатый слой, 0 - поверхность сферы.



**Рис. 3.16. Распределение в точке торможения массовой концентрации O в сжатом и пограничном слое по нормали к поверхности сферы.**

На рисунке: координаты по  $X_{norm}$  от -0,07 до 0 – пограничный и сжатый слой, 0 - поверхность сферы.



**Рис. 3.17. Распределение массовых концентраций NO в сжатом и пограничном слое по нормали к поверхности сферы в точке торможения.**

На рисунке: координаты по  $X_{norm}$  от -0,07 до 0 – пограничный и сжатый слой, 0 - поверхность сферы.

Как следует из представленных на рисунках 3.13 – 3.17 данных, существенные отличия наблюдаются только между результатами, полученными на расчётных сетках №1 и №2. Дальнейшие измельчения сетки практически не оказывают влияния на получаемые результаты, хотя приводят к увеличению размерности сетки и, следовательно, увеличивают потребные расчётные ресурсы.

Таким образом, из результатов приведённого анализа следует, что для дальнейших исследований в работе процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена на поверхности сферы следует использовать расчётную сетку №4.

### **Выводы по главе 3.**

1. Проведены исследования влияния параметров расчётной сетки на получаемые распределения параметров (температура, плотность, давление, распределения концентраций компонент) по нормали к поверхности сферы в точке торможения.

2. Установлено сильное влияние сеточного разрешения на получаемые в расчётах результаты (сравни результаты, представленные на рисунке 3.8).
3. Для решаемых в работе задач с целью получения достоверных данных выявлены оптимальные размеры ячеек расчетной сетки, при которых дальнейшее уменьшение размеров ячеек не оказывает существенного влияния на результаты расчетов. Это позволяет минимизировать затрачиваемые на решение задачи расчетные ресурсы.

#### **4. ВЕРИФИКАЦИЯ РАЗРАБОТАННОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ.**

Для верификации предложенной математической модели, подробно изложенной в главе 2 работы, проведены тестовые решения задач по исследованию процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена на поверхностях при обтекании затупленных тел гиперзвуковым потоком.

Верификация осуществлялась с использованием данных, полученных другими авторами.

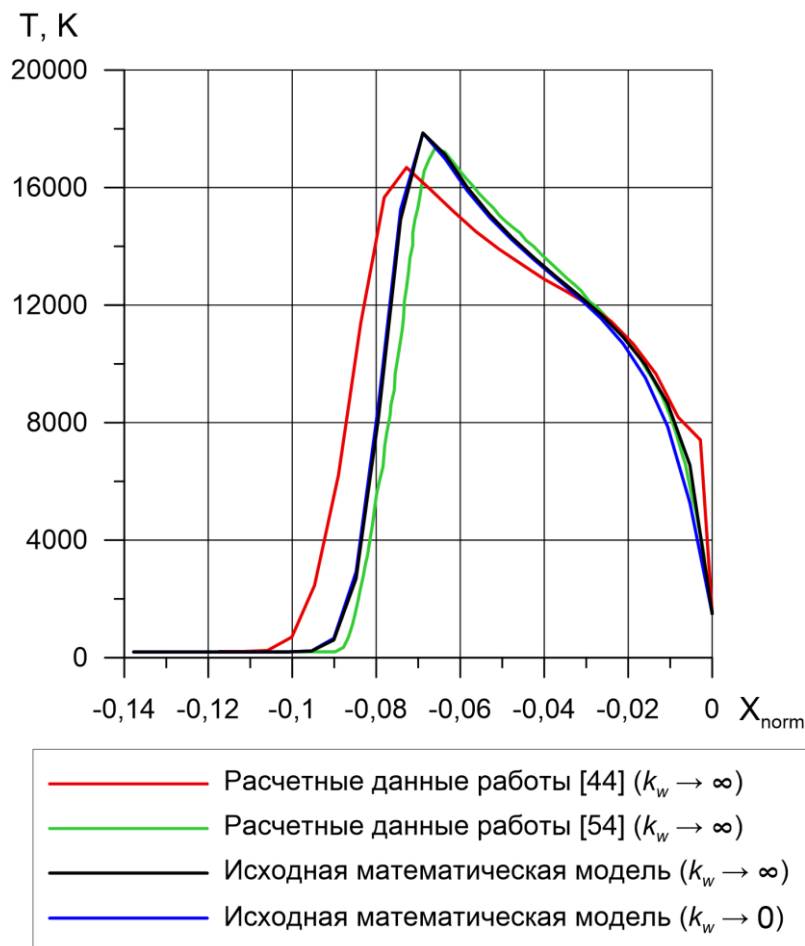
##### **4.1. Результаты моделирования процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена на поверхности сферы.**

В научной печати опубликован ряд работ, в которых исследованы процессы термо-газодинамики и тепло-массообмена при обтекании сфер различных диаметров, а также других затупленных тел, в широком диапазоне изменения чисел Маха набегающего потока. Например, в работах [52, 53] опубликованы данные экспериментальных исследований на ударных трубах и сверхзвуковых высокоэнталийных газодинамических стендах. В работах [44, 54, 55, 56, 57] опубликованы результаты расчётов параметров тепло-массообмена на поверхностях затупленных тел, осуществленные с использованием различных инженерных методов, в том числе и основанных на решении дискретных аналогов системы Навье–Стокса. В работе [32] опубликованы параметры тепло-массообмена на поверхностях затупленных тел, полученные с использованием методов прямого статистического моделирования. Наличие таких данных позволило провести верификацию представленной в работе математической модели путём сравнения результатов.

Ниже представлены результаты численного расчёта термо-газодинамики и тепло-массообмена при обтекании сферы с радиусом  $R_0 = 0,03048$  м. Условия обтекания описаны в разделе 3.1. Расчёты проведены для двух предельных случаев: абсолютной каталитической активности поверхности сферы ( $k_w \rightarrow \infty$ ) и нулевой каталитической активности поверхности сферы ( $k_w \rightarrow 0$ ). К

сожалению, в работах [44 и 54] подобные теоретические исследования были проведены только для одного предельного случая, когда поверхность сферы обладала абсолютной каталитической активностью.

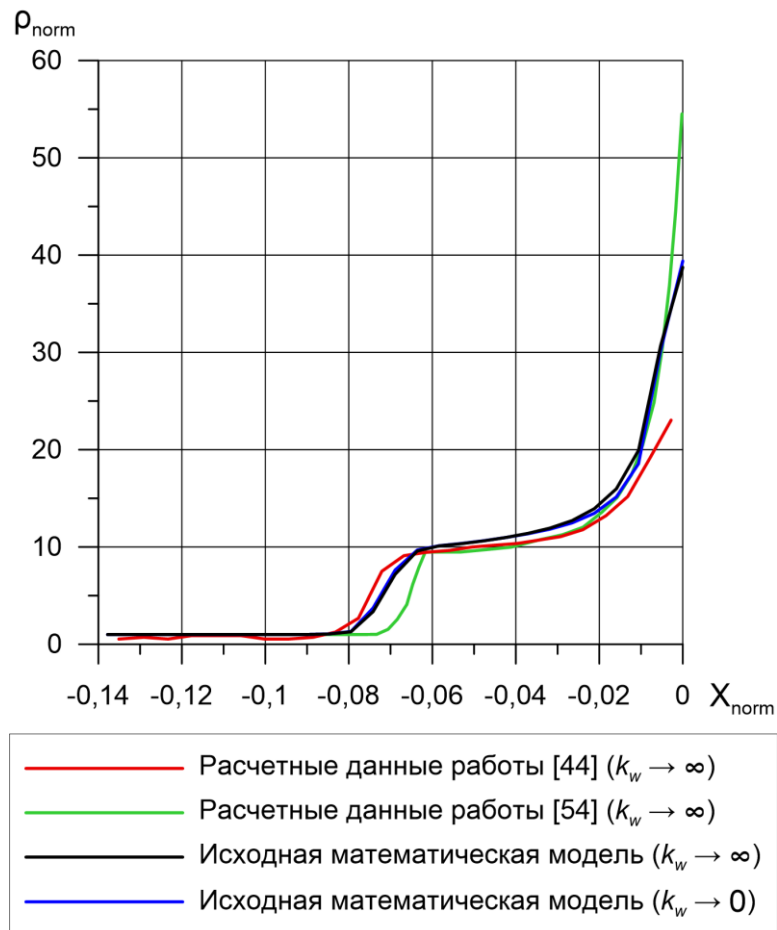
На рисунках 4.1 – 4.3 приведены распределения статической температуры, безразмерной плотности и безразмерного давления по нормали к поверхности сферы в точке торможения в сравнении с данными работ [44 и 54]. Результаты расчёта с использованием математической модели, предложенной в данной работе, представлены, как указывалось ранее, для двух предельных случаев: случая абсолютной каталитической активности поверхности и случая нулевой каталитической активности поверхности.



**Рис. 4.1. Сравнение результатов расчёта распределения статической температуры по нормали к поверхности сферы в точке торможения в сжатом и пограничном слое.**

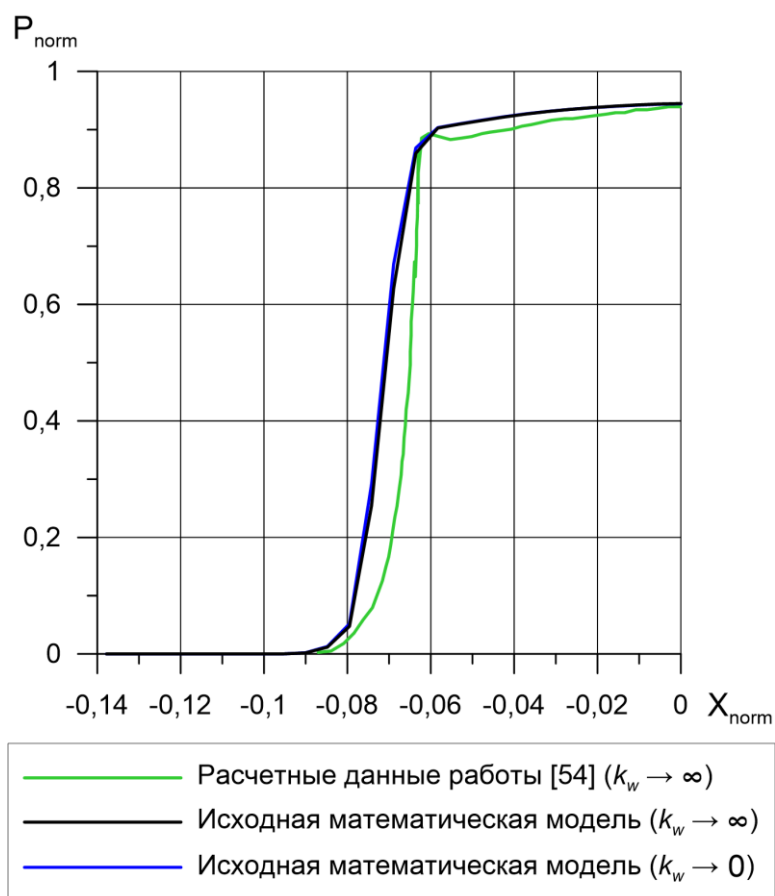
На рисунке: координаты по  $X_{norm}$  от -0,07 до 0 – пограничный и сжатый слой, 0 - поверхность сферы.





**Рис. 4.2. Сравнение результатов расчёта распределения безразмерной плотности по нормали к поверхности сферы в точке торможения сжатом и пограничном слое.**

На рисунке: координаты по  $X_{norm}$  от -0,07 до 0 –пограничный и сжатый слой,  
0 - поверхность сферы.

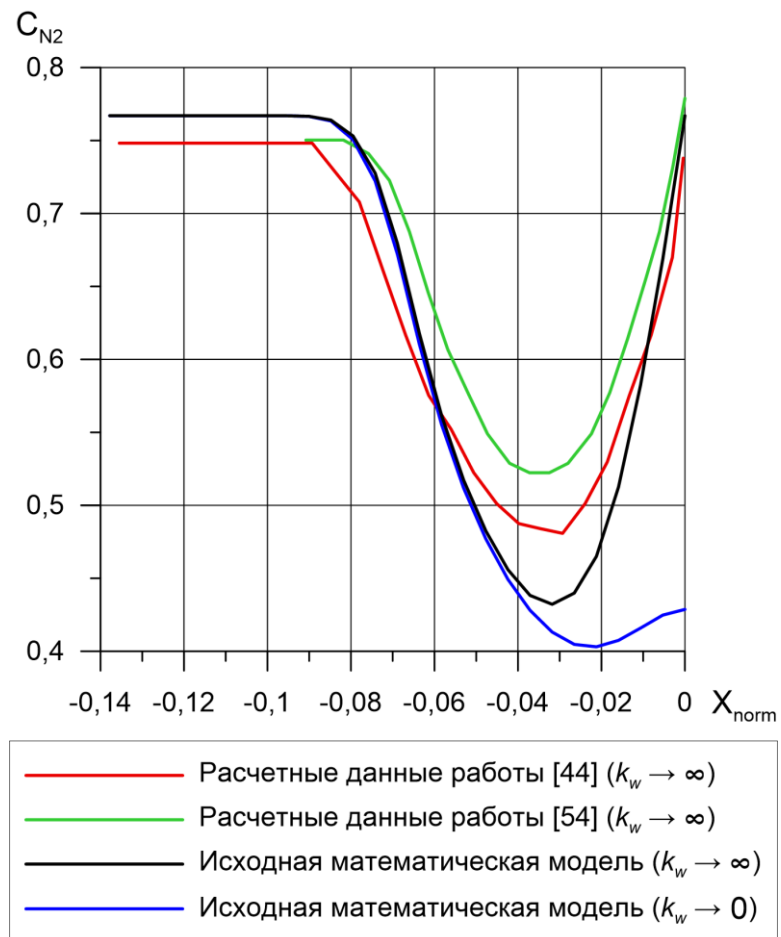


**Рис. 4.3. Сравнение результатов расчёта распределения безразмерного давления по нормали к поверхности сферы в точке торможения в сжатом и пограничном слое.**

На рисунке: координаты по  $X_{norm}$  от -0,07 до 0 – пограничный и сжатый слой, 0 - поверхность сферы.

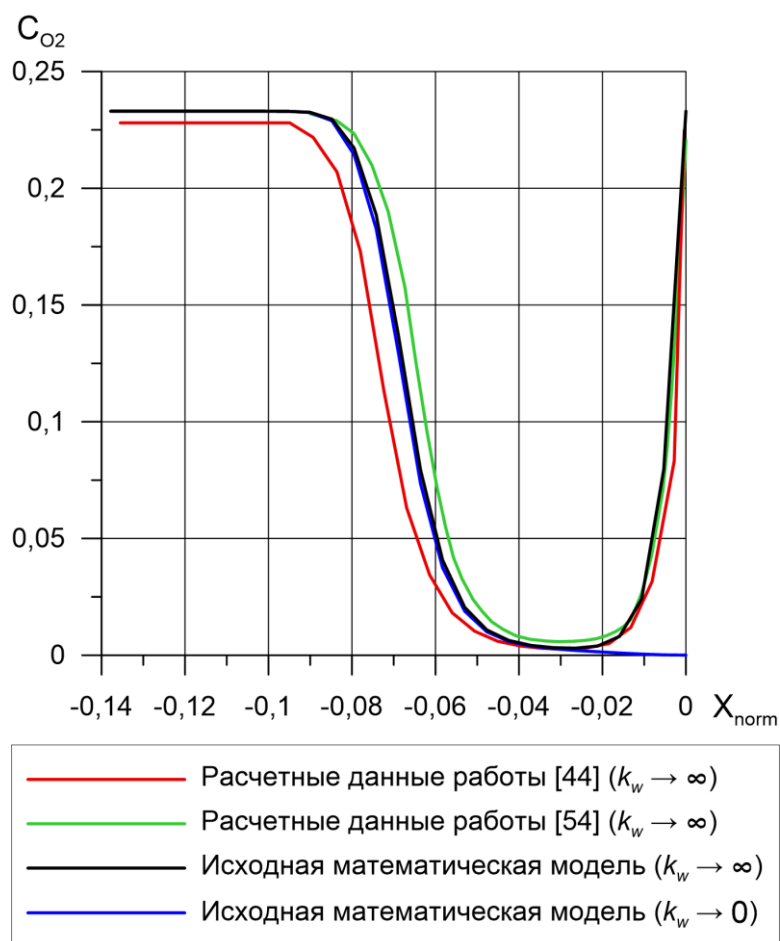
Сопоставление показало, что данные хорошо согласуются в плане координат расположения отошедшей ударной волны, а также параметров среды в сжатом и пограничном слое. Однако наблюдается некоторое завышение максимальной статической температуры в скачке уплотнения (на 3% по сравнению с результатами работы [54] и на 7% по сравнению с результатами работы [44]).

На рисунках 4.4 – 4.8 представлены распределения массовых концентраций компонент  $N_2$ ,  $O_2$ ,  $N$ ,  $O$ ,  $NO$ , по нормали к поверхности сферы в точке торможения в сравнении с данными статей [44 и 54]. Как и ранее, результаты приведены для случаев абсолютной каталитической активности поверхности сферы и нулевой каталитической активности поверхности сферы.



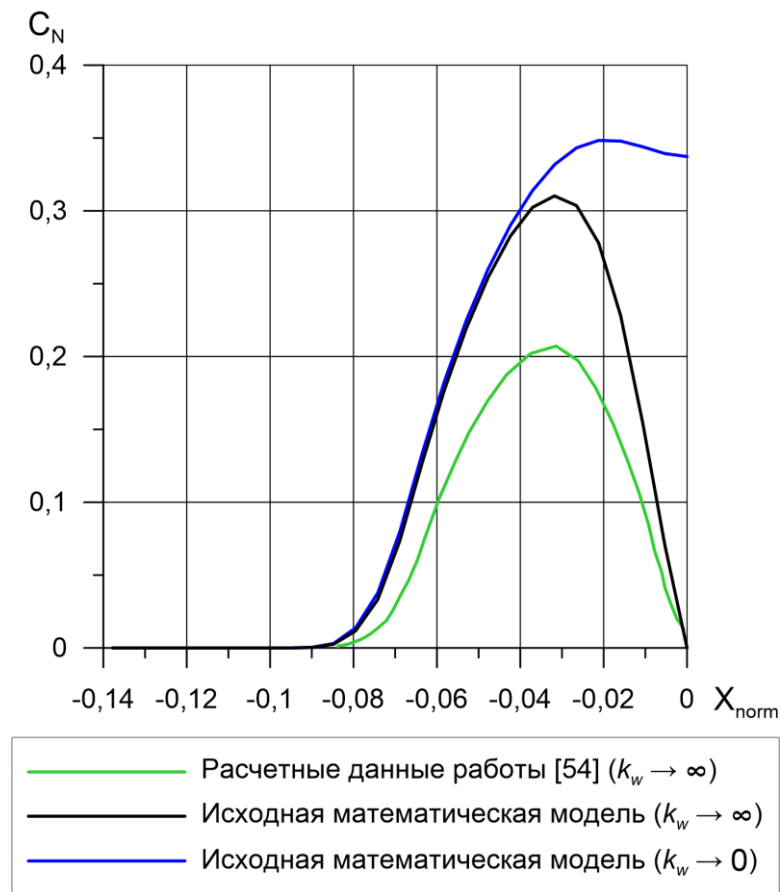
**Рис. 4.4. Сравнение результатов расчёта распределения массовой концентрации молекул азота,  $N_2$  по нормали к поверхности сферы в точке торможения в сжатом и пограничном слое.**

На рисунке: координаты по  $X_{norm}$  от -0,07 до 0 –пограничный и сжатый слой,  
0 - поверхность сферы.



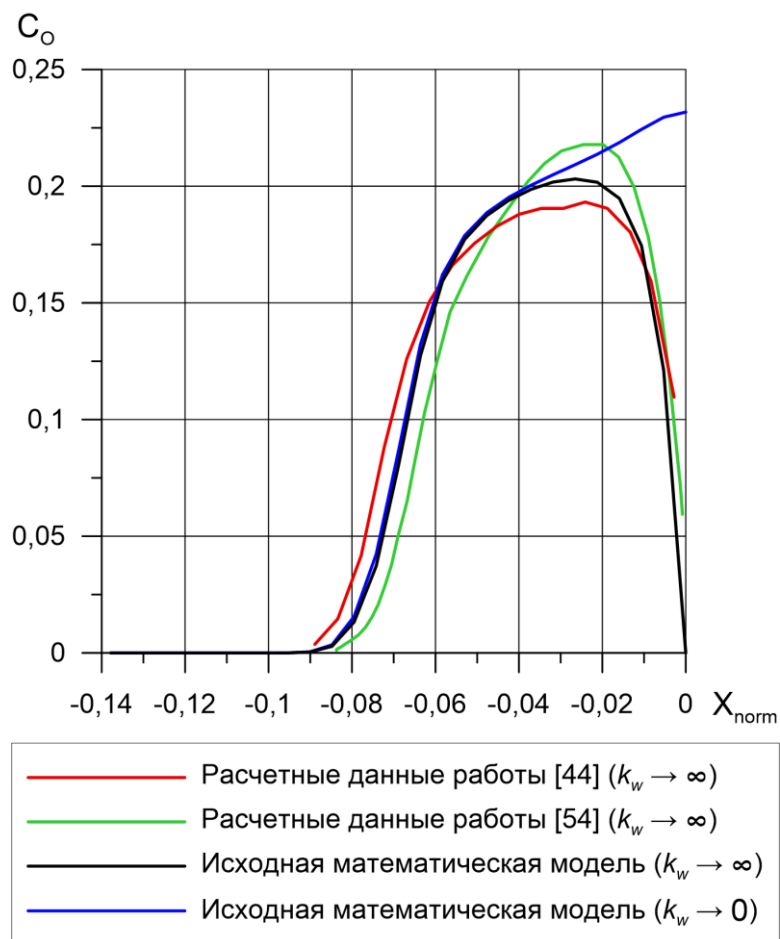
**Рис. 4.5. Сравнение результатов расчёта распределения массовой концентрации молекул кислорода,  $O_2$  по нормали к поверхности сферы в точке торможения в сжатом и пограничном слое.**

На рисунке: координаты по  $X_{norm}$  от -0,07 до 0 –пограничный и сжатый слой,  
0 - поверхность сферы.



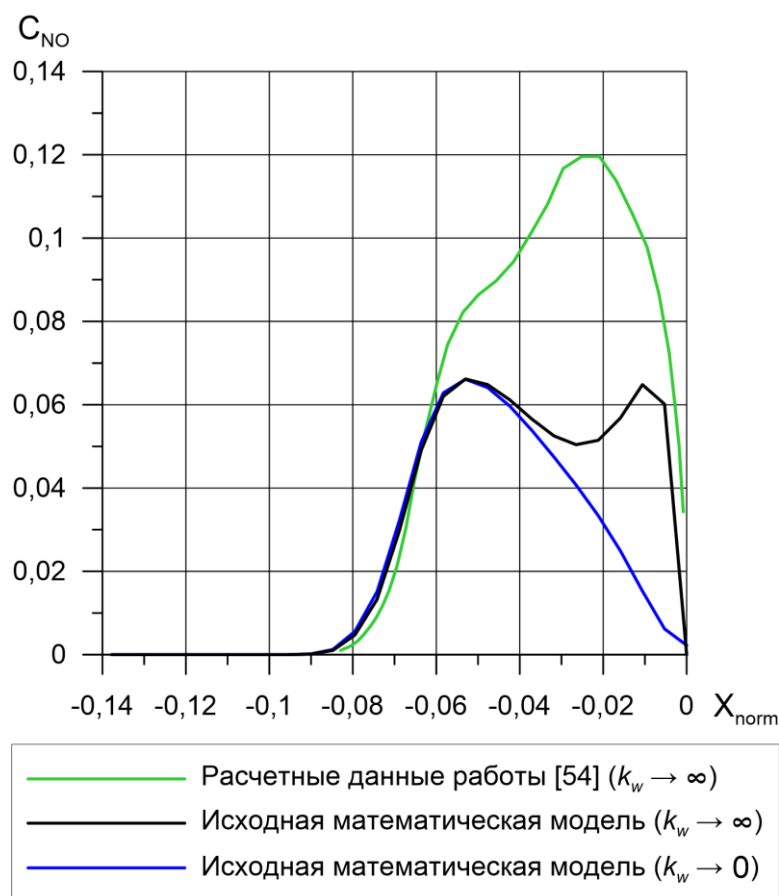
**Рис. 4.6. Сравнение результатов расчёта распределения массовой концентрации атомов азота, N по нормали к поверхности сферы в точке торможения в сжатом и пограничном слое.**

На рисунке: координаты по  $X_{norm}$  от -0,07 до 0 –пограничный и сжатый слой,  
0 - поверхность сферы.



**Рис. 4.7. Сравнение результатов расчёта распределения массовой концентрации атомов кислорода О по нормали к поверхности сферы в точке торможения в сжатом и пограничном слое.**

На рисунке: координаты по  $X_{norm}$  от -0,07 до 0 –пограничный и сжатый слой,  
0 - поверхность сферы.



**Рис. 4.8. Сравнение результатов расчёта распределения массовой концентрации молекул оксида азота, NO по нормали к поверхности сферы в точке торможения в сжатом и пограничном слое.**

На рисунке: координаты по  $X_{norm}$  от -0,07 до 0 –пограничный и сжатый слой, 0 - поверхность сферы.

Из представленных на рисунках данных следует, что результаты, полученные для поверхности сферы с абсолютной каталитической активностью, удовлетворительно согласуются данными работ [44] и [54]. Существенные расхождения наблюдаются для тех компонент, концентрация которых мала, таких как атом азота, N и оксид азота, NO.

Например, из данных рисунка 4.6 наблюдается значительное завышение (на 48%) максимальной концентрации атомарного азота в сжатом и пограничном слое по сравнению с работой [54]. В то же время для оксида азота наблюдается почти двухкратное занижение максимальной концентрации в сжатом и пограничном слое по сравнению с работой [54] (рисунок 4.8). Кроме

того для оксида азота наблюдаются качественные различия в распределении концентрации по оси OX, чего не наблюдается для других компонент.

Можно предположить, что замеченные расхождения обусловлены отличиями предложенной математической модели данной работы от математических моделей работ [44, 54].

В частности расхождения в результатах моделирования могут быть обусловлены отличиями в значениях теплофизических свойств компонент газовой среды при высоких температурах, в частности - вязкости.

Кроме того, отмеченные расхождения могут быть также связаны с моделированием с помощью предложенной математической модели только эффектов диссоциации и рекомбинации и игнорированием эффектов ионизации газовой смеси, в то время как в работах [44, 54] авторы учитывали эффекты ионизации в упрощенной форме в виде одной реакции образования положительного иона оксида азота:  $N + O \Leftrightarrow NO^+ + e^-$ .

Отметим, что в том случае, когда поверхность сферы обладает абсолютной каталитической активностью, концентрации всех компонентов вблизи поверхности принимают свои значения в набегающем потоке до ударной волны. В случае, когда поверхность сферы принимается каталитически неактивной, реакции рекомбинации не реализуются. В результате сфера обтекается возмущённым потоком атомарного кислорода и азота, что вполне реально.

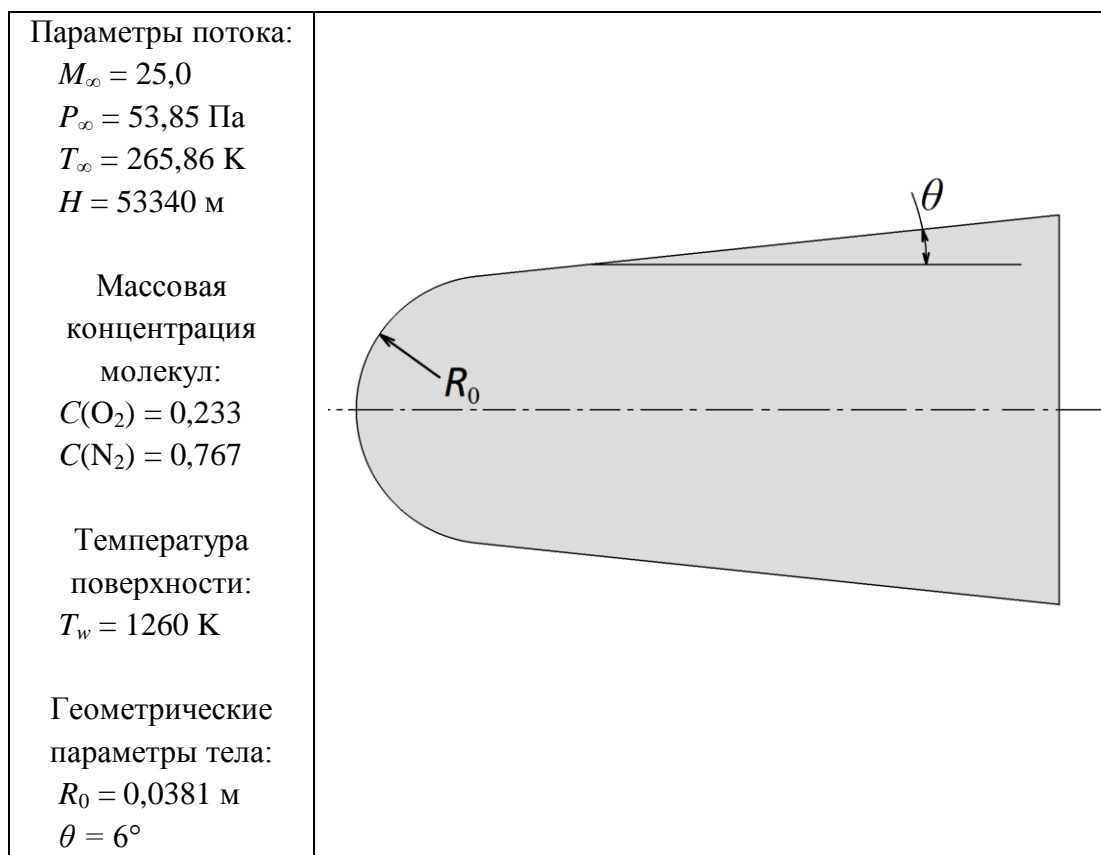
#### **4.2. Результаты моделирования процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена на поверхности затупленного конуса.**

С целью верификации предложенной методики математического моделирования в работе проведено исследование процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена на поверхности затупленного конуса, обтекаемого гиперзвуковым потоком. Полученные результаты сопоставлялись с данными, опубликованными в работе [58].



Для верификации предложенной в данной работе математической модели проведено решение задачи на притупленном конусе с геометрией и параметрами обтекающего его потока аналогичными работы [58]: угол полуконусности,  $\theta = 6^\circ$ , радиус притупления,  $R_0 = 0,0381$  м. Скорость набегающего потока  $M_\infty = 25,0$ . Статические параметры состояния газа в потоке: температура  $T_\infty = 265,86$  К, давление  $P_\infty = 53,85$  Па.

Геометрия исследуемого тела и параметры набегающего потока представлены на рисунке 4.9.



**Рис. 4.9. Геометрия затупленного конуса и параметры набегающего потока.**

Расчёт процессов теплообмена проводился с учётом каталитической активности поверхности. Были рассмотрены два предельных случая. В первом случае, поверхность конуса обладала абсолютной каталитической активностью ( $k_w \rightarrow \infty$ ). Во втором, на поверхности конуса формировалось покрытие, каталитическая активность которого близка к нулю ( $k_w \rightarrow 0$ ). В том и другом случае твердая поверхность принималась химически нейтральной к

компонентам набегающего потока, т.е. считалась непроницаемой. Принималось, что в обоих случаях поверхность затупленного конуса имеет постоянную температуру  $T_w = 1260$  К.

Отметим, что в работе [58] авторы исследовали процессы термогазодинамики и тепло-массообмена на поверхности затупленного конуса путём решения дискретных аналогов уравнений механики сплошной среды для случая нулевой каталитической активности поверхности тела ( $k_w \rightarrow 0$ ).

Анализ показал, что применительно к изложенным в постановке задачи условиям средняя длина свободного пробега  $l$  частиц в сжатом и пограничном слое, много меньше длины характерного линейного размера обтекаемого тела (диаметра затупления), т.е.  $l = 1,18 \cdot 10^{-4}$  м, в то время как  $L = 7,62 \cdot 10^{-2}$  м. Критерий Кнудсена равен  $Kn = 0,0015$ .

Таким образом, условие континуальности среды выполнялось, а значит, для решения поставленной задачи применение системы уравнений Навье–Стокса в сочетании с граничными условиями прилипания на твёрдых стенках вполне оправдано.

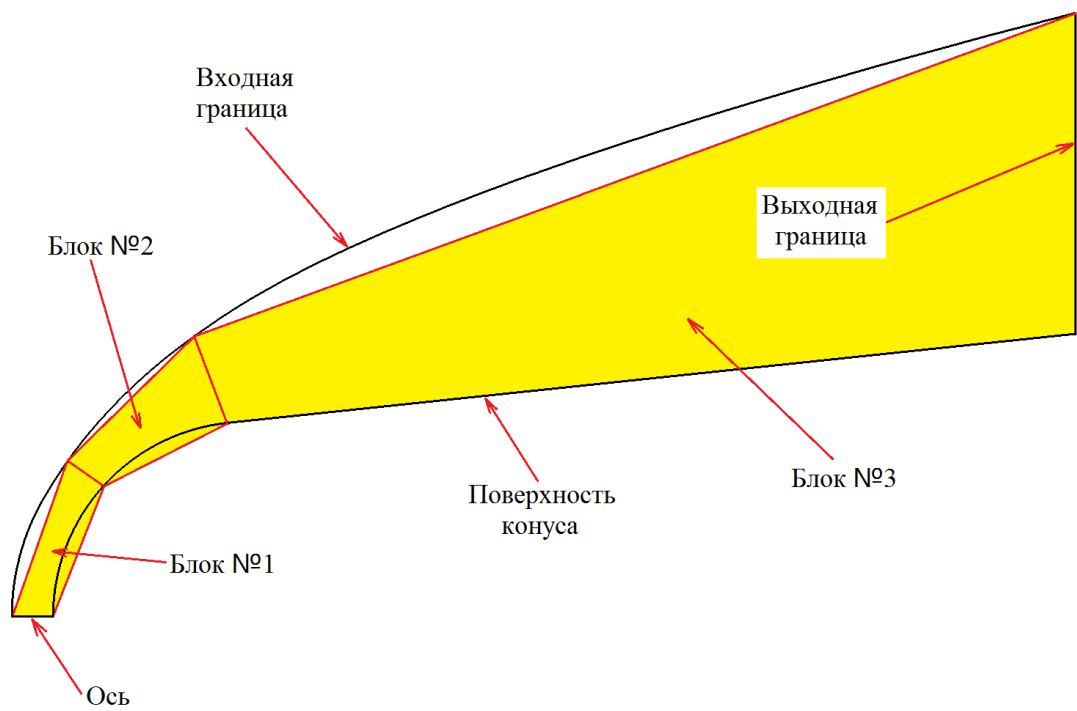
Задача решалась в двухмерной осесимметричной постановке. То есть, рассматривалось только одно меридиональное сечение тела. При этом принималось, что течение во всех меридиональных сечениях идентично.

Для решения поставленной задачи была построена двухмерная блочно–структурированная расчётная сетка.

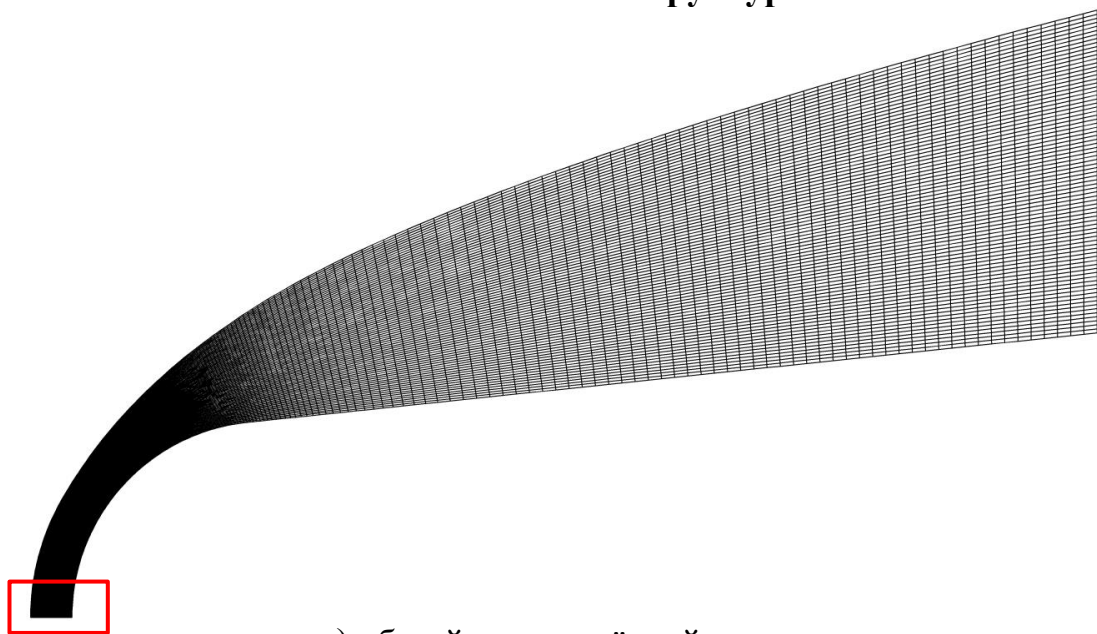
Общий вид расчётной области и блочная структура, показаны на рисунке 4.10.

Расчётная сетка, состоящая из 13840 ячеек, показана на рисунке 4.11.

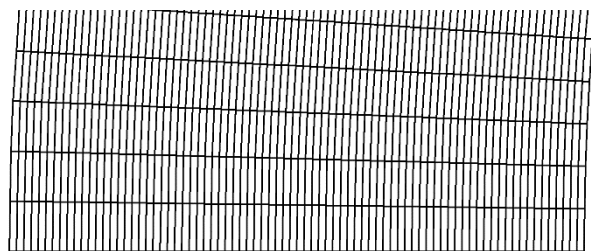
Для достоверного определения физических величин расчётная сетка измельчалась в окрестности передней критической точки (рис. 4.11,б).



**Рис. 4.10. Блочная структура.**



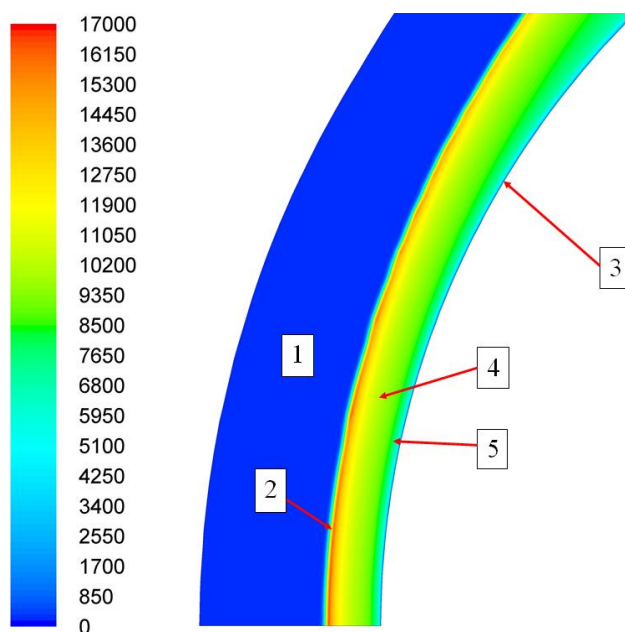
*а) общий вид расчётной сетки;*



*б) область передней критической точки;*

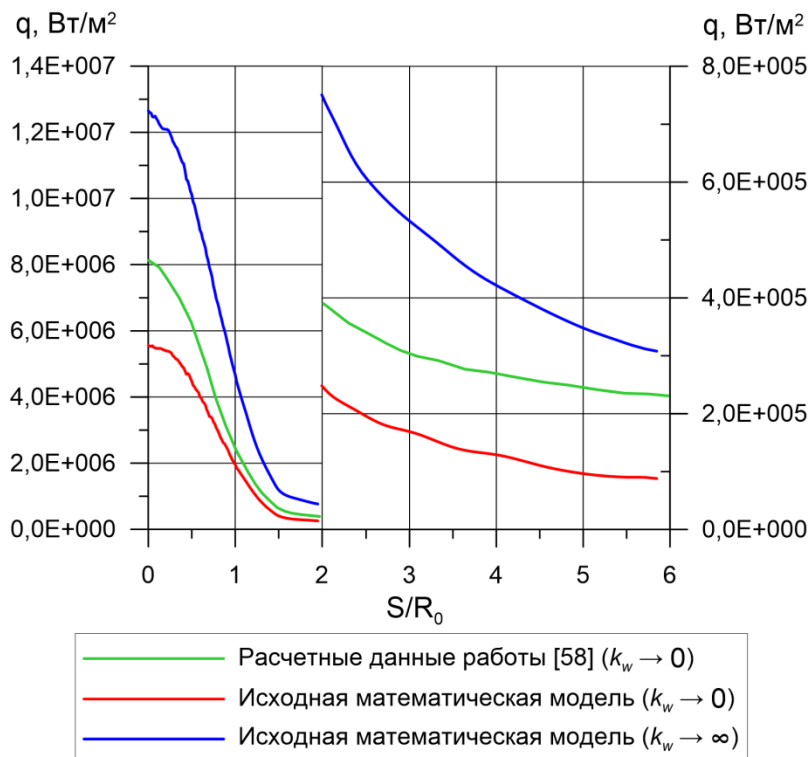
**Рис. 4.11. Расчётная сетка.**

На рисунке 4.12 приведена цветовая гамма поля статической температуры в сжатом и пограничном слое для случая поверхности с абсолютной каталитической активностью.



**Рис. 4.12. Поле статической температуры, К**

(1 – невозмущённый поток, 2 – ударная волна, 3 – поверхность обтекаемого тела, 4 – сжатый слой, 5 – пограничный слой).



**Рис. 4.13. Сравнение результатов расчёта распределения теплового потока по поверхности затупленного конуса.**

На рисунке 4.13 представлено распределение теплового потока по поверхности затупленного конуса в сравнении с данными работы [58].

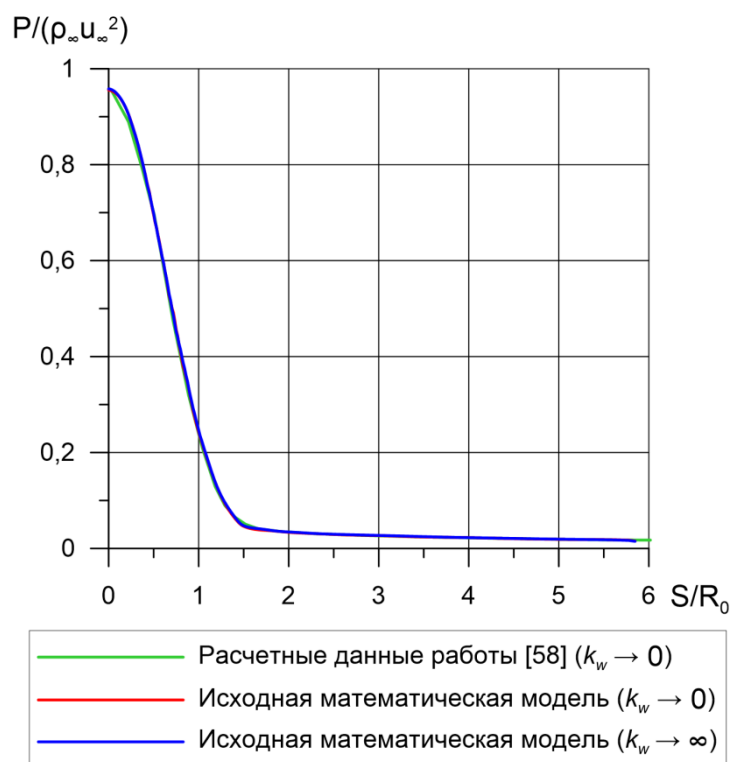
Сопоставление результатов в плане распределения теплового потока по поверхности тела показало, что результаты, полученные с использованием исходной математической модели, неудовлетворительно согласуются с данными работы [58]. В частности, наблюдается существенное (на 32%) занижение теплового потока в окрестности передней критической точки для случая нулевой каталитической активности поверхности тела ( $k_w \rightarrow 0$ ). Это, вероятно, связано с некорректным вычислением теплофизических свойств компонентов газовой среды при высоких температурах, в частности - вязкости. Отмеченные расхождения могут быть связаны также с не правильным моделированием механизмов химической кинетики, в частности с моделированием только эффектов диссоциации и рекомбинации и игнорированием эффектов ионизации газовой смеси. Следует отметить, что в работе [58] авторы учитывали процессы ионизации с помощью одной реакции образования положительного иона оксида азота:  $N + O \Leftrightarrow NO^+ + e^-$ .

Кроме того выше отмеченные расхождения также могут быть обусловлены тем, что в предложенной математической модели эмпирические коэффициенты, применяемые для вычисления константы скорости каждой химической реакции, отличались от коэффициентов, используемых в работе [58], что неизбежно должно привести к отличиям в скоростях химических реакций, протекающих в сжатом и пограничном слое.

Видно, что на конусе, поверхность которого обладает абсолютной каталитической активностью, тепловой поток значительно выше теплового потока на конусе с каталитически неактивной поверхностью. Такие результаты вполне ожидаемы и объясняются интенсификацией экзотермических реакций поверхностной рекомбинации атомов в молекулы, обусловленные бесконечно высокой каталитической активностью на стенке.

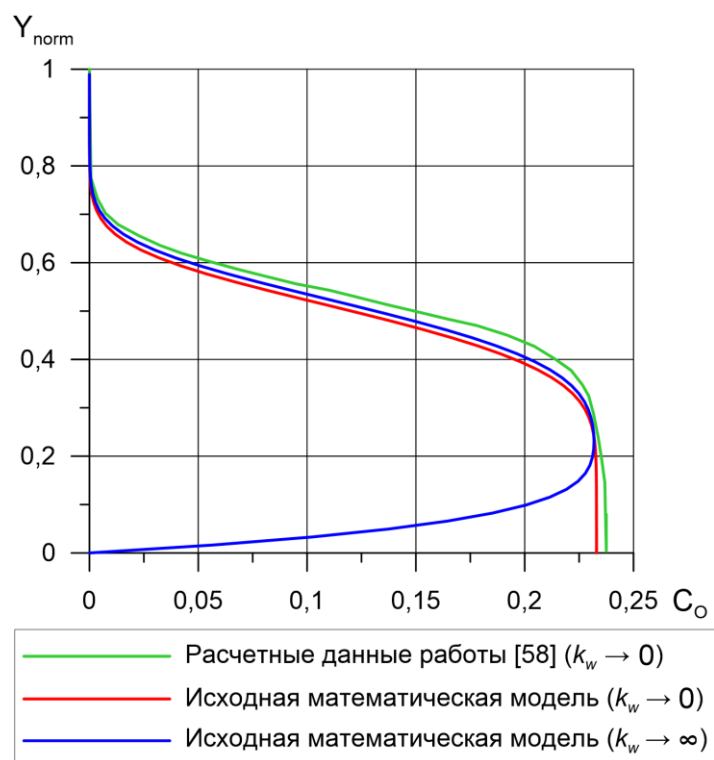
Отметим, что кривые распределения теплового потока имеют классическую форму кривых при ламинарном теплообмене. Это объясняется малым характерным линейным размером исследуемого тела. Число Рейнольдса, вычисленное по диаметру затупления, составляет около 4000.

На рисунке 4.14 представлены распределения безразмерного давления по поверхности затупленного конуса, полученные с помощью исходной математической модели. Сопоставление результатов показало, что они хорошо согласуются с данными работы [58].



**Рис. 4.14. Сравнение результатов расчёта распределения безразмерного давления по поверхности затупленного конуса.**

На рисунке 4.15 представлено распределение массовой концентрации атомарного кислорода по нормали к поверхности конуса в точке с координатой  $S/R_0 = 5.58$  в сравнении с данными работы [58].



**Рис. 4.15. Сравнение результатов расчёта распределения массовой концентрации  $O$  по нормали к поверхности конуса в точке  $S/R_0 = 5.58$ .**

На рисунке по оси ординат отложена безразмерная координата  $Y_{norm} = r_n/\Delta$ , где  $r_n$  – расстояние по нормали от поверхности конуса,  $\Delta$  – толщина сжатого слоя. Координаты по оси ординат от 0 (поверхность конуса) до 1,0 – отошедшая ударная волна.

Видно, что результаты, полученные для некаталитической поверхности в плане распределения массовой концентрации атомарного кислорода, удовлетворительно согласуются данными работы [58].

#### **Выводы по главе 4.**

1. Проведено сравнение полученных результатов с расчётными данными, опубликованными в открытой печати. Показано, что результаты, полученные с использованием исходной математической модели данной работы, удовлетворительно коррелируются с данными других авторов.

2. В отдельных случаях эта корреляция нарушается (смотри рисунок 4.8). Это объясняется отличиями предложенной математической модели данной работы от математических моделей работ [44, 54] как в определении теплофизических свойств компонентов газовой среды при высоких

температурах, так и в математическом моделировании механизмов химической кинетики.

3. Выявлено существенное расхождение распределения тепловых потоков по поверхности притупленного сферой конуса с данными работы [58] (рисунок 4.13). Показано, что причиной этих расхождений, являются отличия математической модели данной работы от модели работы [58].

4. Из проведенного в данной главе анализа следует, что предложенная общая математическая модель данной работы требует модификации путем учёта влияния на тепло-массообмен реакций ионизации, уточненных теплофизических свойств компонентов при высоких температурах, а также турбулентного режима течения.



## **5. МОДИФИКАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТЕРМО-ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ И ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ, РЕАЛИЗУЕМЫХ ПРИ ОБТЕКАНИИ ПЛАНЕРА ЛА ГИПЕРЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ.**

В ходе решения задачи обтекания сферы, а также притупленного сферой конуса с использованием первоначально предложенной математической модели (см. гл. 4), получены чрезмерно высокие значения температур газового потока в ударной волне, сжатом и пограничном слое в окрестности передней критической точки. Также были выявлены отличия в характере распределений атомарного азота N и оксида азота NO по нормали к поверхности сферы в точке торможения по сравнению с данными работ [44, 54]. Кроме того были выявлены существенные расхождения по величинам теплового потока на поверхности затупленного конуса по сравнению с данными работы [58].

Анализ возможных причин получения таких нереальных параметров показал, что этот факт, скорее всего, связан с неточным вычислением теплофизических свойств компонентов газовой смеси при высоких температурах, а также с недостаточно полным моделированием процессов химической кинетики. В связи с этим, было решено модифицировать исходную математическую модель.

Во-первых, было решено уточнить термодинамические свойства всех компонент газовой смеси по данным современных опубликованных работ.

Во-вторых, было решено дополнить механизм химической кинетики шестью обратимыми реакциями ионизации, поскольку в исходной математической модели в качестве процессов химической кинетики учитывались только реакции диссоциации и рекомбинации. Процессы же ионизации атомов и молекул в газовой смеси вообще не рассматривались.

В-третьих, поскольку в исходной математической модели не учитывалось влияние турбулентности на процессы термо-газодинамики и тепло-

массообмена в турбулентных течениях, было решено дополнить математическую модель гибридной моделью турбулентности Transition SST, позволяющей проводить расчет течений с ламинарно-турбулентным переходом. Эта модель, как было показано рядом исследователей, даёт достоверные результаты по параметрам тепло-массообмена в широком диапазоне чисел Маха и Рейнольдса.

### **5.1. Модификация свойств компонентов газовой среды.**

В рамках модифицированной модели воздух рассматривался в виде смеси из следующих одиннадцати компонентов:  $N_2$ ,  $O_2$ ,  $NO$ ,  $N$ ,  $O$ ,  $NO^+$ ,  $N_2^+$ ,  $O_2^+$ ,  $N^+$ ,  $O^+$ ,  $e$ .

Удельная теплоёмкость  $c_{p,i}$  каждой  $i$ -ой компоненты задавалась по кусочно-линейному закону в виде функции от температуры, которая была заимствована из работы [59]. Затем, средняя удельная теплоёмкость газовой смеси вычислялась по формуле (2.4).

Как и в исходной математической модели, удельная теплопроводность  $\lambda_i$  каждой компоненты газовой смеси за исключением электронного газа определялась с использованием соотношения из кинетической теории газов.

Для электронного газа в смеси удельная теплопроводность задавалась постоянной и равной удельной теплопроводности при нормальных условиях 0,0454 Вт/(м·К). Это объясняется тем, что в ходе предварительных исследований было установлено, что при использовании соотношения, рекомендуемого в кинетической теории газов, значение теплопроводности получается чрезмерно завышенным.

По итогам определения теплопроводности каждой компоненты, теплопроводность газовой смеси вычислялась по формуле (2.6).

В исходной математической модели вязкость каждой компоненты газовой смеси задавалась по закону Сатерленда, который, как известно, справедлив при температурах газа менее 555 К и при давлениях менее 3,45 МПа. Так как в расчётах получены более высокие значения температур, закон Сатерленда был

заменен корреляцией Блоттнера [60], которая даёт более достоверные значения вязкости при высоких температурах.

Вязкость каждого компонента вычислялась как функция от статической температуры в виде:

$$\mu_i = 0.1 \exp[(A_i \ln T + B_i) \ln T + C_i], \quad (5.1)$$

где:  $A_i$ ,  $B_i$  и  $C_i$  константы, которые задавались для каждого компонента по данным работы [61].

Динамическая вязкость газовой смеси вычислялась по соотношению (2.8).

Мольные массы всех компонентов смеси газов были уточнены по данным работы [61].

Для каждого компонента смеси значения энтропии и энтальпии при нормальных условиях ( $P = 101325$  Па,  $T = 298.15$  К) заимствовались из работы [59].

Константы модели Блоттнера, мольные массы всех компонентов газовой смеси, а также значения их энтропии и энтальпии при нормальных условиях приведены в таблице 5.1.

Таблица 5.1

### Свойства компонентов газовой среды

Компонента	$M_i$ , кг/Кмоль	$h^0_{i}$ , Дж/Кмоль	$S^0_{i}$ , Дж/Кмоль·К	$A_i$	$B_i$	$C_i$
N <sub>2</sub>	28,0	0	191610	2,68E-02	3,18E-01	-11,3
O <sub>2</sub>	32,0	0	205149	4,49E-02	-8,26E-02	-9,2
NO	30,0	9,1271e+07	210748	4,36E-02	-3,36E-02	-9,58
N	14,0	4,7268e+08	153302	1,16E-02	6,03E-01	-12,4
O	16,0	2,49175e+08	161060	2,03E-02	4,29E-01	-11,6
NO+	29,9994514	9,9081e+08	198234	3,02E-01	-3,503979	-3,74
N <sub>2</sub> +	27,9994514	1,509508e+09	191610	2,68E-02	3,18E-01	-11,3
O <sub>2</sub> +	31,9994514	1,171828e+09	205392	4,49E-02	-8,26E-02	-9,2
N+	13,9994514	1,882128e+09	159799	1,16E-02	6,03E-01	-12,4
O+	15,9994514	1,568787e+09	154961	2,03E-02	4,29E-01	-11,6
e	0,0005486	0	20979	0	0	-12,0

## 5.2. Модификация механизмов химической кинетики.

Как уже упоминалось, при анализе результатов, полученных с помощью исходной математической модели, установлено, что недостатком применённой модели являются нереально высокие значения температур в ударной волне, сжатом слое и вблизи передней критической точки затуплённого тела. Причиной этого может быть неверное определение скоростей химических реакций, а также редуцирование тех реакций, которые вносят существенный вклад в процесс образования и поглощения тепловой энергии. В целях устранения этого недостатка исходная математическая модель, включающая в себя пять реакций диссоциации-рекомбинации (реакции 1 - 5 в таблице 5.2), была дополнена ещё шестью реакциями ионизации (реакции 6 - 11 в таблице 5.2). В результате получена модель из 11-ти химических реакций. Все эмпирические коэффициенты, участвующие в выражении Аррениуса для прямой реакции, уточнялись по данным работы [61].

Таким же образом уточнялась эффективность каждого химического компонента в качестве третьего тела (таблица 5.3). Константа скорости обратной реакции вычислялась с использованием соотношения (2.45).

Таблица 5.2

### Параметры химических реакций

№ реакции		$A_{f,r}$ , м <sup>3</sup> /(Кмоль·сек)	$\beta_{f,r}$	$E_{f,r}$ , Дж/Кмоль
1	$O_2+M \rightleftharpoons 2O+M$	2,0e+18	-1,5	4,9471e+08
2	$N_2+M \rightleftharpoons 2N+M$	7,0e+18	-1,6	9,4120e+08
3	$NO+M \rightleftharpoons N+O+M$	5,0e+12	0,0	6,2774e+08
4	$N_2+O \rightleftharpoons NO+N$	6,4e+14	-1,0	3,1928e+08
5	$NO+O \rightleftharpoons O_2+N$	8,4e+09	0,0	1,6172e+08
6	$N_2+e \rightleftharpoons 2N+e$	3,0e+21	-1,6	9,4120e+08
7	$N+e \rightleftharpoons N^++2e$	2,5e+31	-3,82	1,4018e+09
8	$O+e \rightleftharpoons O^++2e$	3,9e+30	-3,78	1,3178e+09
9	$N+O \rightleftharpoons NO^++e$	5,3e+09	0,0	2,6523e+08
10	$2N \rightleftharpoons N_2^++e$	2,0e+10	0,0	5,6123e+08
11	$2O \rightleftharpoons O_2^++e$	1,1e+10	0,0	6,7015e+08

## Эффективность третьих тел

№ реакции	N <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	NO	N	O	NO+	N <sub>2</sub> +	O <sub>2</sub> +	N+	O+	e
1	1	1	1	5	5	1	1	1	5	5	0
2	1	1	1	4,2857	4,2857	1	1	1	4,2857	4,2857	0
3	1	1	1	22	22	1	1	1	22	22	0

**5.3. Моделирование турбулентного режима течения.****5.3.1. Математическая модель турбулентности (Transition SST).**

Математическая модель турбулентности Transition SST является одной из гибридных моделей, полученных путем модификации модели турбулентности SST  $k-\omega$ .

Известно [62], что модель турбулентности SST  $k-\omega$  основана на концепции осреднения по Рейнольдсу и относится к классу моделей вихревой вязкости. В данной модели решаются два уравнения переноса скалярной величины: одно для турбулентной кинетической энергии  $k$  и одно для частоты турбулентных пульсаций  $\omega$ .

Модель турбулентности Transition SST является результатом дополнения модели SST  $k-\omega$ , ещё двумя уравнениями. Одно представляется уравнением переноса параметра перемежаемости  $\gamma$  (см. ниже), другое - уравнением переноса критического числа Рейнольдса  $R\tilde{e}_{\theta t}$ , рассчитываемого по толщине потери импульса.

Следует отметить, что данная модель турбулентности содержит в себе ряд эмпирических коэффициентов. Эти коэффициенты подбирались авторами модели в процессе её калибровки таким образом, чтобы обеспечить достоверные результаты во всем диапазоне чисел Рейнольдса, особенно при моделировании обтекания тел потоками газа с низкой начальной турбулизацией.

Уравнение переноса параметра перемежаемости  $\gamma$ :

$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j \gamma)}{\partial x_j} = P_{\gamma 1} - E_{\gamma 1} + P_{\gamma 2} - E_{\gamma 2} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\gamma} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right], \quad (5.2)$$

где источниковые члены имеют вид:

$$\begin{aligned} P_{\gamma 1} &= C_{a1} F_{length} \rho S [\gamma F_{onset}]^{c_{\gamma 3}}, \\ E_{\gamma 1} &= C_{e1} P_{\gamma 1} \gamma. \end{aligned} \quad (5.3)$$

В (5.3)  $S$  – величина сдвиговых напряжений;  $F_{length}$  – эмпирическая функция, отвечающая за длину переходной области течения;  $C_{a1} = 2.0$ ;  $C_{e1} = 1.0$  – эмпирические константы.

Источниковые члены, отвечающие за затухание (возникновение) турбулентных пульсаций, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} P_{\gamma 2} &= C_{a2} \rho \Omega \gamma F_{turb}, \\ E_{\gamma 2} &= C_{e2} P_{\gamma 2} \gamma, \end{aligned} \quad (5.4)$$

где  $\Omega$  – интенсивность завихренности.

Начало перехода контролируется следующими функциями:

$$\begin{aligned} Re_v &= \frac{\rho y^2 S}{\mu}, \\ R_T &= \frac{\rho k}{\mu \omega}, \\ F_{onset1} &= \frac{Re_v}{2,193 Re_{\theta c}}, \\ F_{onset2} &= \min \left( \max \left( F_{onset1}, F_{onset1}^4 \right), 2, 0 \right), \\ F_{onset3} &= \max \left( 1, 0 - \left( \frac{R_T}{2,5} \right)^3, 0 \right), \\ F_{onset} &= \max \left( F_{onset2} - F_{onset3}, 0 \right), \\ F_{turb} &= e^{-\left( \frac{R_T}{4} \right)^4}, \end{aligned} \quad (5.5)$$

где  $y$  – расстояние от твёрдой поверхности обтекаемого тела;  $Re_{\theta c}$  – критическое число Рейнольдса, при котором в пограничном слое значение параметра перемежаемости  $\gamma$  впервые начинает увеличиваться.

Эмпирические константы для уравнения переноса параметра перемежаемости  $\gamma$  имеют следующие значения:

$$C_{a1} = 2; C_{e1} = 1; C_{a2} = 0.06; C_{e2} = 50; c_{\gamma 3} = 0.5; \sigma_{\gamma} = 1.0, \quad (5.6)$$

Уравнение переноса для критического числа Рейнольдса по толщине потери импульса  $Re_{\theta t}$  представляется в виде:

$$\frac{\partial(\rho Re_{\theta t})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j Re_{\theta t})}{\partial x_j} = P_{\theta t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial Re_{\theta t}}{\partial x_j} \right]. \quad (5.7)$$

Источниковый член вычислялся с использованием следующих соотношений:

$$\begin{aligned} P_{\theta t} &= c_{\theta t} \frac{\rho}{t} (Re_{\theta t} - \tilde{Re}_{\theta t}) (1, 0 - F_{\theta t}), \\ t &= \frac{500\mu}{\rho U^2}, \\ F_{\theta t} &= \min \left( \max \left( F_{wake} e^{\left(\frac{-y}{\delta}\right)^4}, 1 - \left(\frac{\gamma - 0,02}{1 - 0,02}\right)^2 \right), 1, 0 \right), \\ \theta_{BL} &= \frac{\tilde{Re}_{\theta t} \mu}{\rho U}, \\ \delta_{BL} &= \frac{15}{2} \theta_{BL}, \\ \delta &= \frac{50\Omega y}{U} \delta_{BL}, \\ Re_{\omega} &= \frac{\rho \omega y^2}{\mu}, \\ F_{wake} &= e^{-\left(\frac{Re_{\omega}}{1E+5}\right)^2}. \end{aligned} \quad (5.8)$$

Присутствующие в уравнениях (5.7 и 5.8) эмпирические константы принимали следующие значения:

$$c_{\theta t} = 0.03; \sigma_{\theta t} = 2.0. \quad (5.9)$$

Выбор эмпирических функций для переменных  $Re_{\theta t}$ ,  $F_{length}$  и  $Re_{\theta c}$  подробно описывается в работе [63].

### 5.3.2. Алгоритм вычисления диффузионных потоков при турбулентном режиме течения на поверхности ГЛА.

В исходной математической модели диффузионный поток массы  $\vec{g}_i$  вычислялся по формуле (2.38). Она справедлива только в том случае, если течение является ламинарным и реакции ионизации в газовой смеси не протекают. По этой причине в модифицированной математической модели для вычисления диффузионного потока использовался подход, аналогичный изложенному в работе [64]. Диффузионный поток в этом случае представлялся как сумма ламинарного и турбулентного диффузионных потоков:

$$\mathbf{g}_i = \mathbf{g}_{i,л} + \mathbf{g}_{i,т}, \quad (5.10)$$

где:  $\mathbf{g}_{i,л}$  – ламинарный диффузионный поток;

$\mathbf{g}_{i,т}$  – турбулентный диффузионный поток;

При вычислении ламинарного диффузионного потока для всех компонентов смеси кроме электронного газа использовалась формула 2.39. Как уже упоминалось, примененное в формуле 2.39 допущение справедливо только в том случае, когда компоненты смеси не сильно отличаются по молярным массам. В связи с этим в ходе вычисления ламинарного диффузионного потока электронного газа использовалось предположение об амбиполярной диффузии, которое гарантирует электрическую нейтральность среды:

$$\mathbf{g}_e = M_e \sum_{s \neq e} \frac{\mathbf{g}_s C_s}{M_s}, \quad (5.11)$$

где:  $M_e$  – молярная масса электронного газа;

$C_s$  – массовая концентрация  $s$ -го компонента;

$M_s$  – молярная масса  $s$ -го компонента.

Турбулентный диффузионный поток каждого компонента вычислялся по формуле:

$$\mathbf{g}_{i,т} = -\frac{\mu_t}{Sc_t} \nabla C_i \quad (5.12)$$

где:  $\mu_t$  – турбулентная вязкость;

$Sc_t$  – турбулентный критерий Шмидта;



$C_i$  – массовая концентрация  $i$ -го компонента.

Для всех расчётов, проводимых с использованием модифицированной математической модели, значения турбулентного критерия Шмидта задавались в соответствии с данными работы [63]. Во всей расчетной области турбулентный критерий Шмидта задавался равным  $Sc_t = 0.7$ .

#### **Выводы по главе 5.**

1. Разработана более полная математическая модель термо-газодинамики и тепло-массообмена с модификацией свойств компонентов газовой среды, механизмов химической кинетики и моделированием турбулентного режима течения.

## **6. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЕРИФИКАЦИИ МОДИФИЦИРОВАННОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ.**

Для верификации модифицированной математической модели в работе проведены расчёты процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена на поверхностях затупленных тел разной геометрии. Роль внесенных в математическую модель изменений (См. главу 5. Модификация математической модели термо-газодинамических и физико-химических процессов, реализуемых при обтекании планера ла гиперзвуковым потоком.), проверялась путём сравнения результатов с результатами расчётов по исходной модели. Кроме того, верификация математической модели, проводилась путём сравнения полученных в работе расчётных данных с результатами экспериментов и расчётов отечественных и зарубежных исследователей.

### **6.1. Исследование влияния модификаций математической модели на достоверность результатов моделирования процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена на поверхности сферы.**

С использованием модифицированной модели решена задача, постановка которой подробно изложена в разделе 3.1 работы. При этом анализировались процессы термо-газодинамики и тепло-массообмена при обтекании сферы гиперзвуковым потоком воздуха. Исходные данные для расчёта соответствовали: радиус сферы  $R_0 = 0,03048$  м; скорость набегающего потока соответствовала числу Маха,  $M_\infty = 29,45$ ; статические параметры состояния газа в потоке вдали от тела составляли: температура  $T_\infty = 196,7$  К, давление  $P_\infty = 12,21$  Па, что соответствовало высоте полёта, примерно, 64 км.

Как и ранее, рассмотрены два предельных случая теплообмена на поверхности сферы с абсолютной ( $k_w \rightarrow \infty$ ) и нулевой ( $k_w \rightarrow 0$ ) каталитической активностью поверхности. В том и другом случае поверхность сферы принималась химически нейтральной к компонентам набегающего потока, т.е. поверхность сферы считалась непроницаемой.

Чтобы проанализировать влияние гетерогенных реакций диссоциации, рекомбинации и ионизации на интенсивность процессов тепло-массообмена проведено 5 вариантов численных расчётов с использованием модифицированной модели. Один из них без учёта химической кинетики (идеальный газ). Остальные варианты расчётов проведены для поверхности сферы, обладающей абсолютной и нулевой каталитической активностью. Описание вариантов расчётов приведено в таблице 6.1.

Таблица 6.1

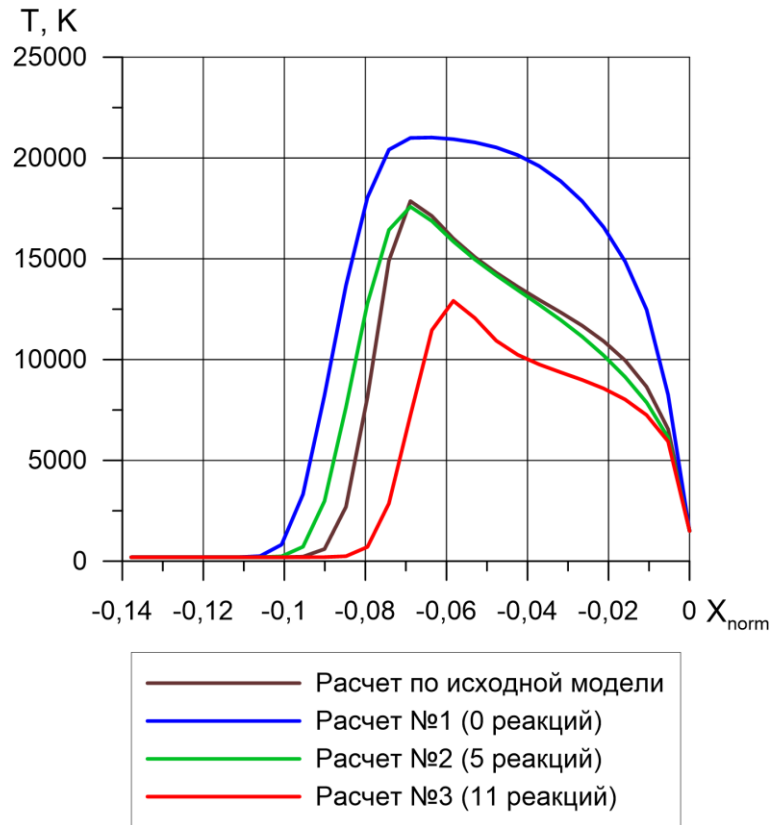
### Варианты расчётов

Номер расчёта	Каталитичность поверхности сферы	Количество химических реакций.
1	без учёта химической кинетики	0 реакций
2	поверхность с абсолютной каталитической активностью	5 реакций (диссоциация и рекомбинация)
3		11 реакций (диссоциация, ионизация и рекомбинация) (см. таблицу 5.2)
4	поверхность с нулевой каталитической активностью	5 реакций (диссоциация и рекомбинация)
5		11 реакций (диссоциация, ионизация и рекомбинация) (см. таблицу 5.2)

На рисунке 6.1 представлены результаты решения модифицированной математической модели в виде распределения статической температуры по нормали к каталитически активной поверхности сферы в точке торможения. Здесь же приведено сравнение данных расчёта с результатами, полученными с помощью исходной математической модели для аналогичной постановки задачи.

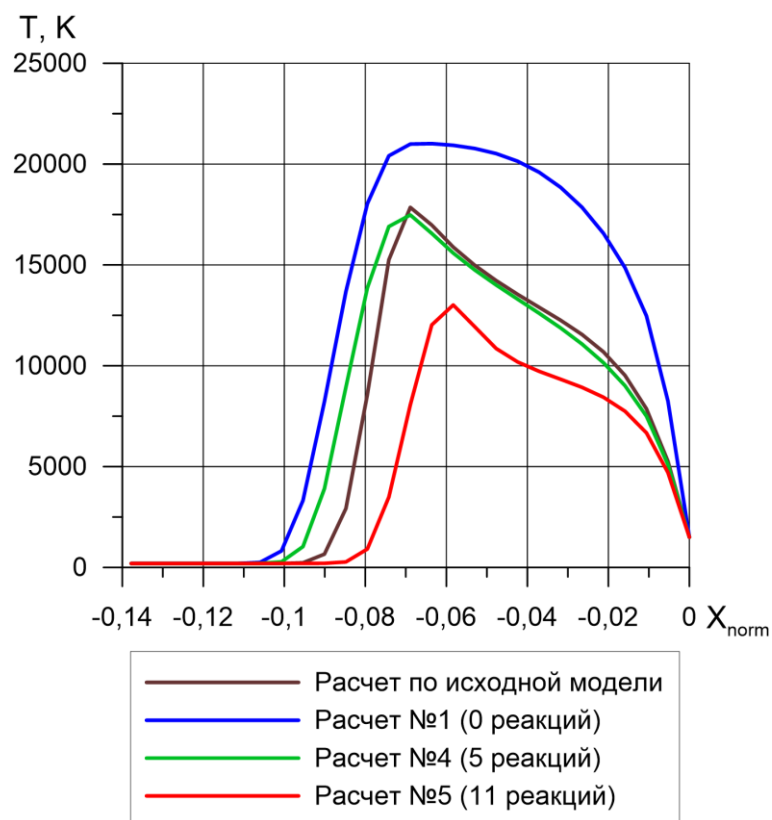
На рисунке 6.2 представлено распределение статической температуры по нормали к поверхности сферы в точке торможения, полученное из решения модифицированной математической модели, для случая некаталитической

поверхности, в сравнении с результатами, полученными из решения исходной математической модели.



**Рис. 6.1. Распределение в сжатом и пограничном слое статической температуры по нормали к поверхности сферы в точке торможения для поверхности с абсолютной каталитической активностью.**

Координаты по  $X_{norm}$  от -0,07 до 0 – пограничный и сжатый слои, 0 - поверхность сферы.



**Рис. 6.2. Распределение в сжатом и пограничном слое статической температуры по нормали к поверхности сферы в точке торможения для случая некаталитической поверхности.**

Координаты по  $X_{norm}$  от -0,07 до 0 – пограничный и сжатый слои, 0 - поверхность сферы.

Как следует из данных рисунков 6.1 и 6.2 основное влияние на распределение в сжатом и пограничном слое статической температуры оказывает учёт химической кинетики. Видно, что самые большие уровни температуры в головной ударной волне наблюдаются в случае не реагирующего потока (идеальный газ, расчет №1), что вполне ожидаемо так как не происходит затрат тепловой энергии на реакции диссоциации и ионизации.

Результаты, полученные с учётом только реакций диссоциации и рекомбинации (расчёты №2 и №4) без учёта реакций ионизации, удовлетворительно согласуются с данными, полученными из решения исходной математической модели. Однако наблюдается некоторое отличие по координатам расположения отошедшей ударной волны.

Из полученных данных можно сделать важный вывод, что внесённые ранее уточнения по теплофизическим свойствам компонентов газовой смеси, а

также по константам, используемым в модели Аррениуса, не оказали значительного влияния на результаты расчёта.

Кроме того, данные представленные на рисунках, указывают на тот факт, что учёт реакций ионизации приводит к существенному снижению температуры в головной ударной волне.

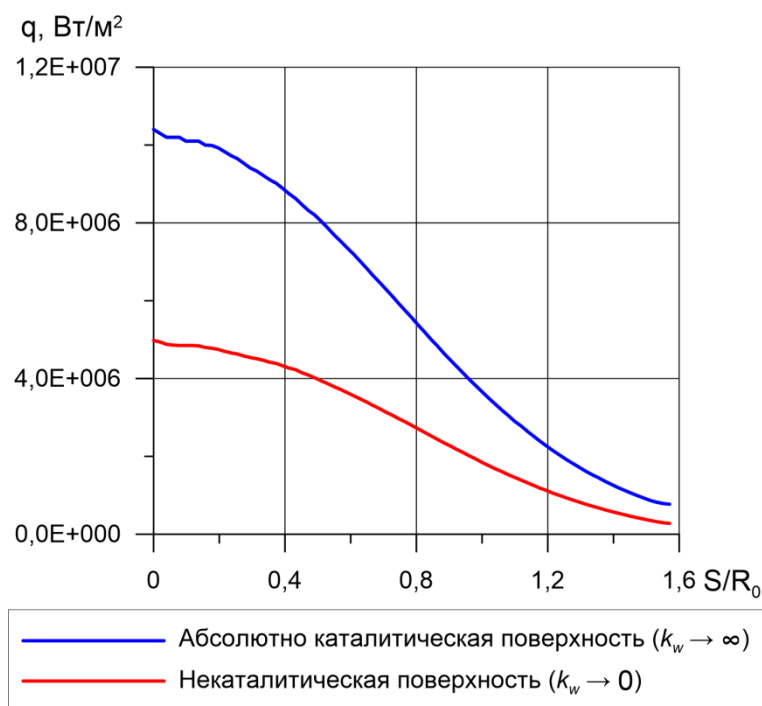
Как для случая поверхности сферы с абсолютной каталитической активностью, так и для случая некаталитической поверхности сферы максимальная температура в головной ударной волне снизилась, примерно, на 25% по сравнению с расчётными данными с использованием исходной математической модели и составила  $\sim 13000$  К.

На рисунке 6.3 представлены данные распределения плотности теплового потока вдоль меридионального сечения поверхности сферы с абсолютной каталитической активностью и с нулевой каталитической активностью, полученные с использованием модифицированной математической модели.

На рисунке точка с координатой по оси абсцисс 0,0 соответствует передней критической точке, точка с координатой оси абсцисс 1,57 расположена на боковой поверхности сферы с угловой координатой  $\pi/2$ .

Из рисунка 6.3 следует, что каталитическая активность поверхности сферы оказывает значительное влияние на значения теплового потока по всей поверхности.

Так, тепловой поток на поверхности сферы с абсолютной каталитической активностью значительно выше, чем на поверхности сферы с нулевой каталитической активностью. Особенно сильные отличия наблюдаются в области передней критической точки. Такие результаты вполне ожидаемы и объясняются тем, что в случае поверхности сферы с абсолютной каталитической активностью полностью реализуются гетерогенные реакции рекомбинации с выделением большого количества теплоты. Этот процесс значительно увеличивает плотность теплового потока к поверхности сферы.



**Рис. 6.3. Сравнение распределения теплового потока к поверхности сферы вдоль меридионального сечения для случая абсолютно каталитической и некаталитической поверхности.**

На рисунке: координаты по оси абсцисс:  $S/R_0 = 0,0$  - передняя критическая точка,  $S/R_0 = 1,57$  - точка с угловой координатой  $\pi/2$ .

Напротив, в том случае, когда поверхность сферы имеет нулевую каталитическую активность атомы не рекомбинируют в пограничном слое и газ остаётся атомарным. В результате исчезает градиент массовой концентрации атомов по толщине пограничного слоя и процесс диффузии атомов к поверхности самоликвидируется, а перенос теплоты осуществляется за счёт только теплопроводности и конвекции. В результате тепловой поток в стенку значительно уменьшается по сравнению со случаем, когда поверхность сферы обладает абсолютной каталитической активностью.

## **6.2. Исследования процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена на поверхности модели марсианского зонда Mars-Pathfinder.**

С целью верификации модифицированной математической модели проведено исследование процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена на поверхности модели марсианского зонда Mars-Pathfinder. Основная цель

исследований - сравнение результатов по тепловому потоку вдоль меридионального сечения модели зонда, полученных с использованием модифицированной модели, с экспериментальными данными [65], и результатами математического моделирования, проведенного в работах [61, 65]. Кроме того, сравнивались распределения массовых концентраций компонентов газовой смеси по нормали к поверхности модели зонда в точке торможения, полученные с использованием решения модифицированной модели, с результатами математического моделирования работы [61].

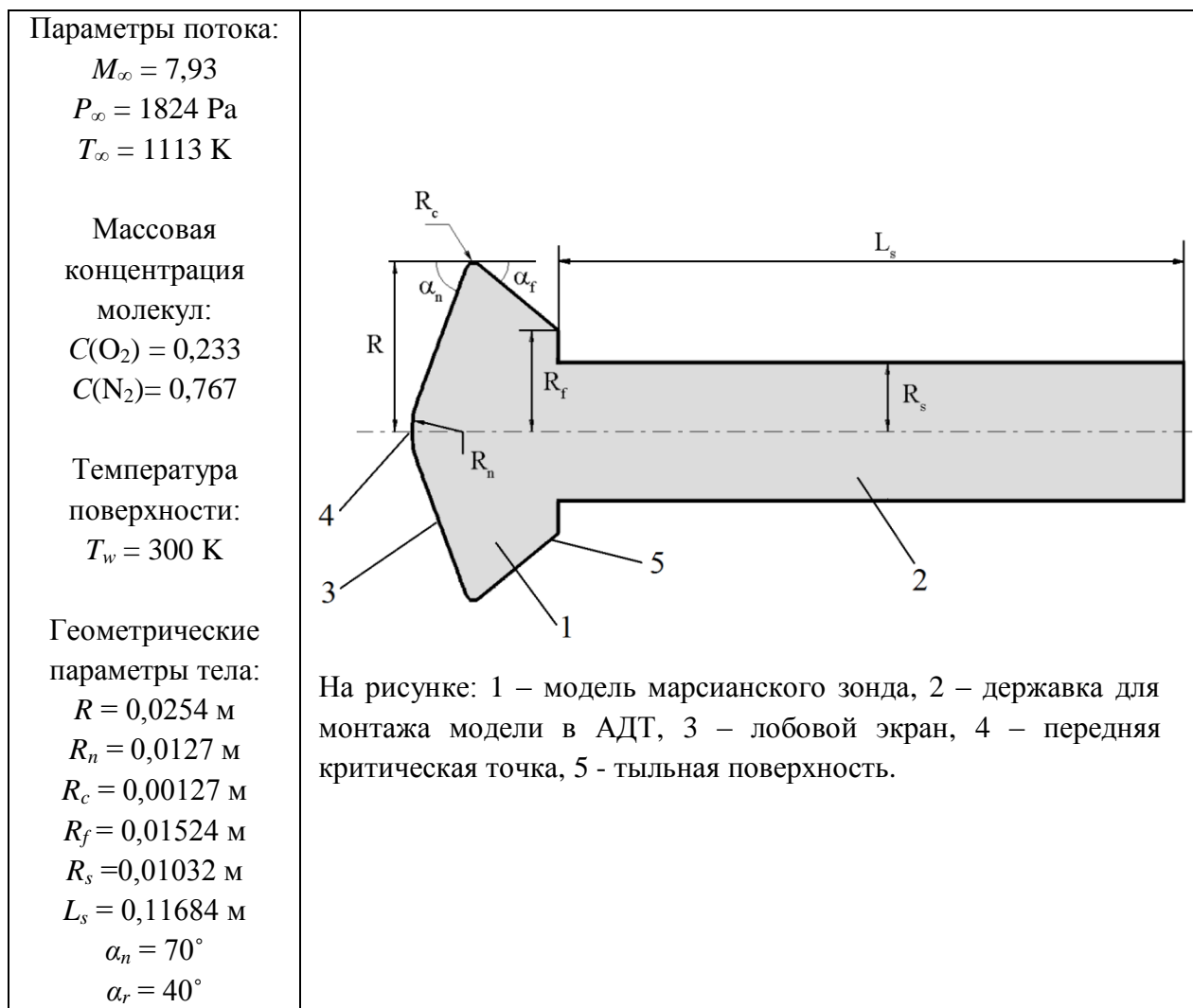
Отметим, что в работе [65] авторы проводили экспериментальные исследования в импульсной аэродинамической трубе. Результаты исследований использовались ими для верификации собственной математической модели, основанной на решении дискретных аналогов системы Навье-Стокса для многокомпонентной химически неравновесной среды. В работе [61] представлена математическая модель, которая также основана на решении дискретных аналогов системы Навье-Стокса для модели многокомпонентной химически неравновесной среды, однако при этом автором учитывалась ещё и термическая неравновесность.

Достоверность полученных результатов в работе [61] проверялась путём сравнения с экспериментальными данными работы [65].

Лобовой экран исследуемой модели зонда представлял собой притупленный сферой конус с углом полураствора 70 градусов.

Геометрические размеры исследуемой модели и параметры набегающего потока показаны на рисунке 6.4.





**Рис. 6.4. Геометрические размеры модели марсианского зонда и параметры набегающего потока.**

Принималось, что на поверхности модели зонда сформировано покрытие, каталитическая активность которого близка к нулю ( $k_w \rightarrow 0$ ). Твердая поверхность считалась химически нейтральной к компонентам набегающего потока, т.е. являлась непроницаемой.

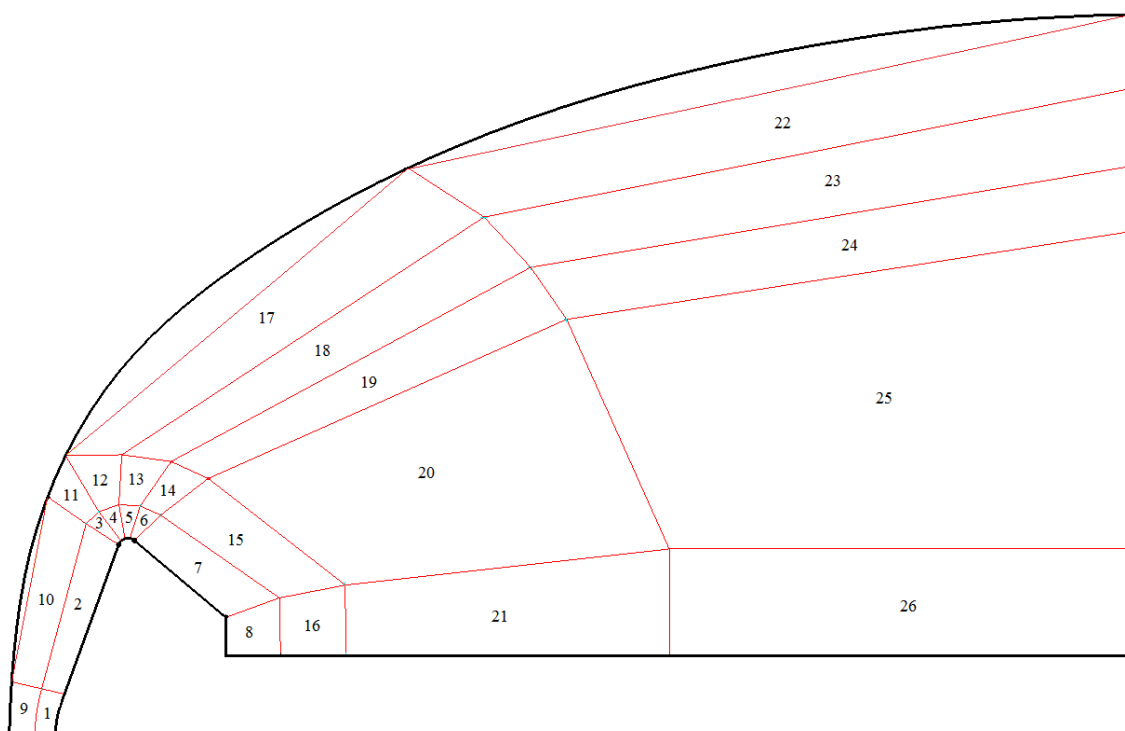
Анализ показал, что применительно к изложенным в постановке задачи условиям средняя длина свободного пробега  $l$  частиц в набегающем потоке равна:  $l = 1,342 \cdot 10^{-5} \text{ м}$ , в то время как характерный линейный размер исследуемого тела равнялся:  $D = 5,08 \cdot 10^{-2} \text{ м}$  (диаметр зонда). В итоге, критерий Кнудсена, вычисленный по диаметру зонда, равен:  $Kn_D = 0,00026$ .

Таким образом, условие непрерывности выполняется, а значит в математической модели, описывающей газодинамику обтекания модели в

эксперименте, можно использовать систему уравнений Навье-Стокса в сочетании с граничными условиями прилипания на поверхности.

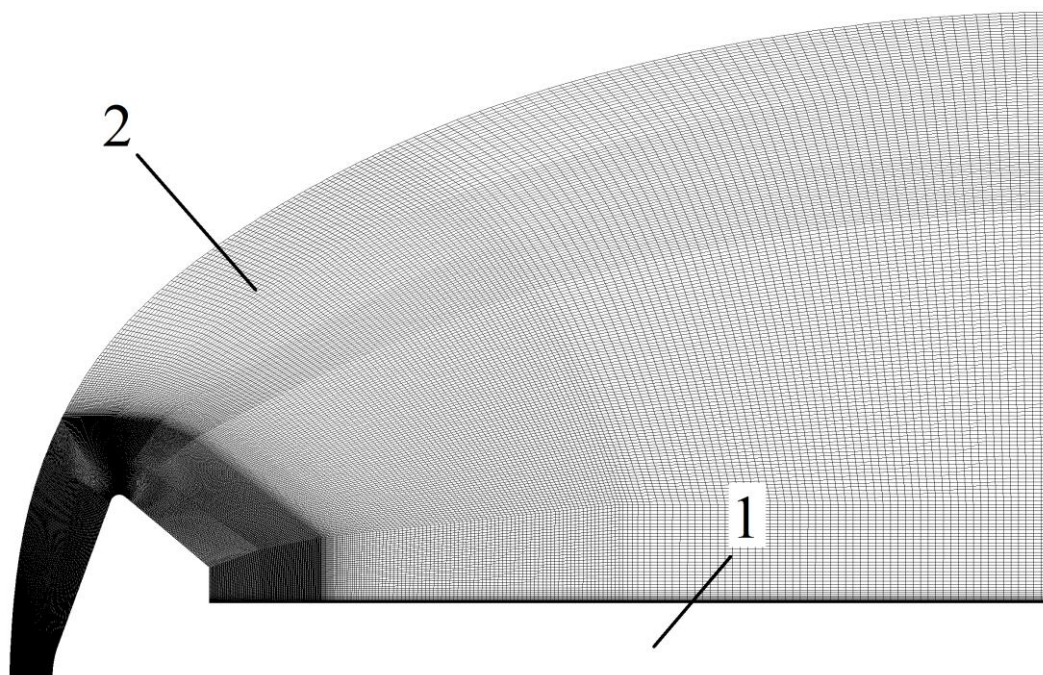
Задача решалась в двухмерной осесимметричной постановке. То есть, анализировалось течение при нулевом угле атаки и только вдоль меридионального сечения модели зонда. При этом принималось, что течение во всех других меридиональных сечениях идентично.

Для решения уравнений механики сплошной среды построена двухмерная блочно-структурированная расчётная сетка. Расчётная структура из 26 блоков, показана на рисунке 6.5.



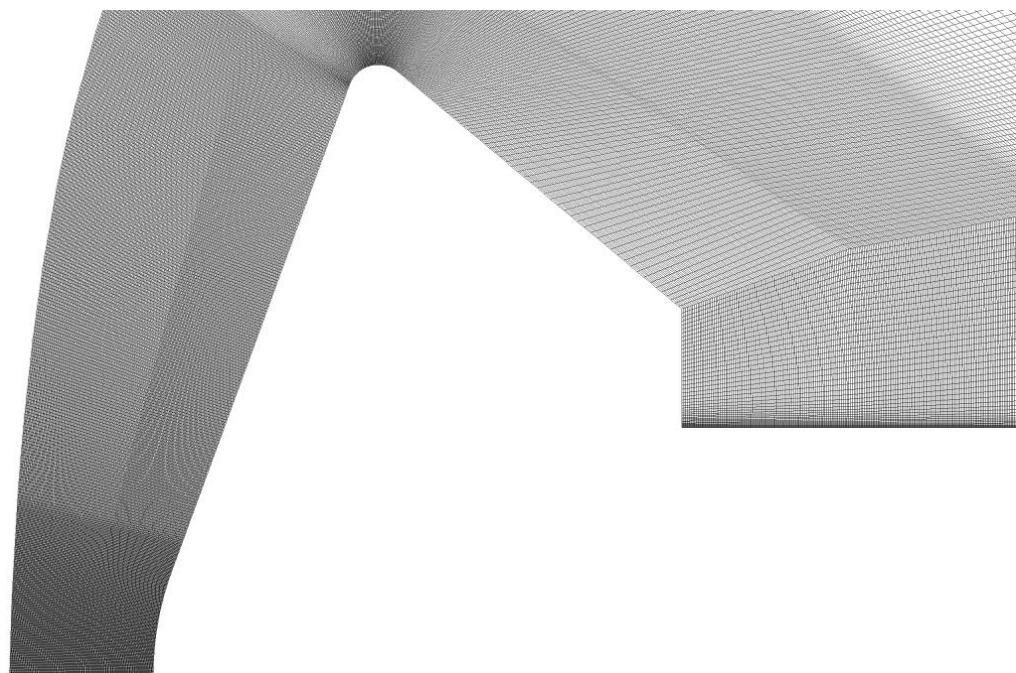
**Рис. 6.5. Блочная расчётная структура.**

Расчётная сетка насчитывала около 136 тысяч четырёхугольных ячеек (рисунок 6.6). Для достоверного определения физических величин ячейки расчётной сетки измельчались в областях больших градиентов параметров потока.



*a)* общий вид расчётной сетки;

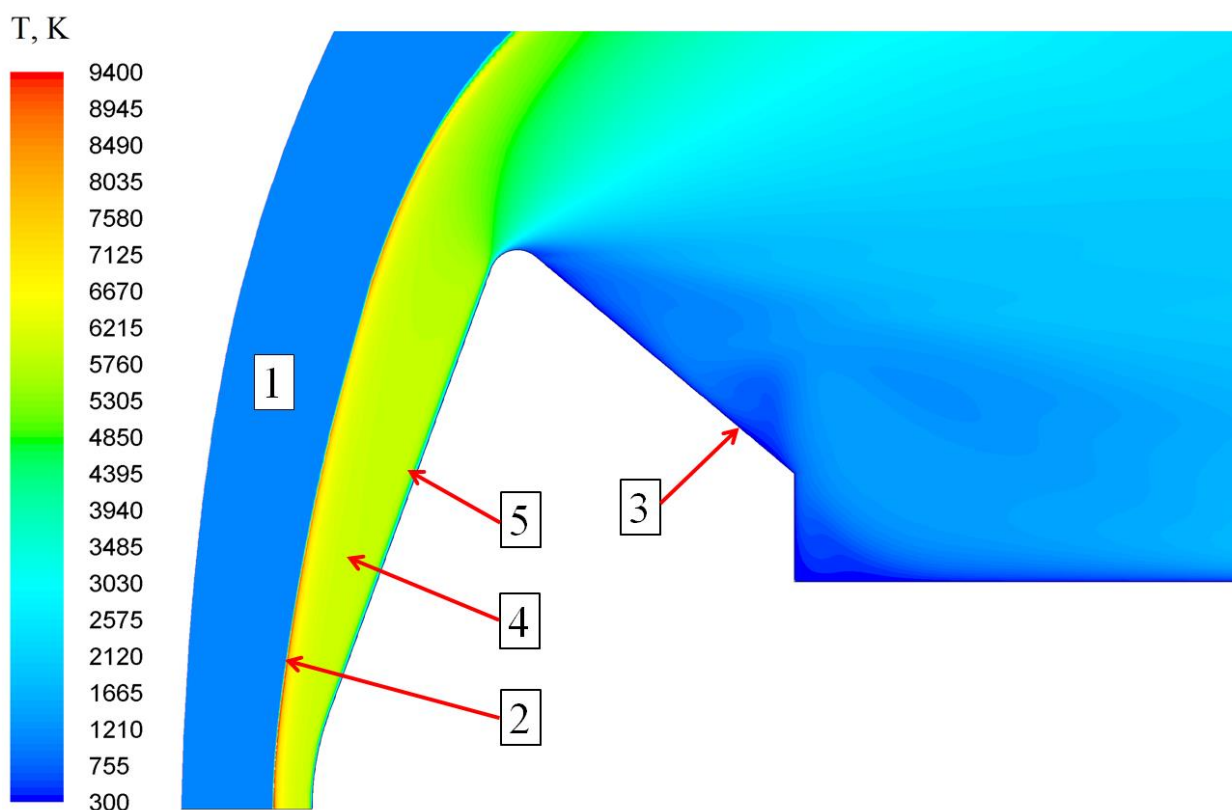
На рисунке: 1 - обтекаемая модель и державка; 2 – расчётная сетка;



*б)* окрестность зонда;

**Рис. 6.6. Расчётная сетка.**

На рисунке 6.7 приведена цветовая гамма поля статической температуры в сжатом и пограничном слое. Хорошо видны характерные зоны гиперзвукового течения.



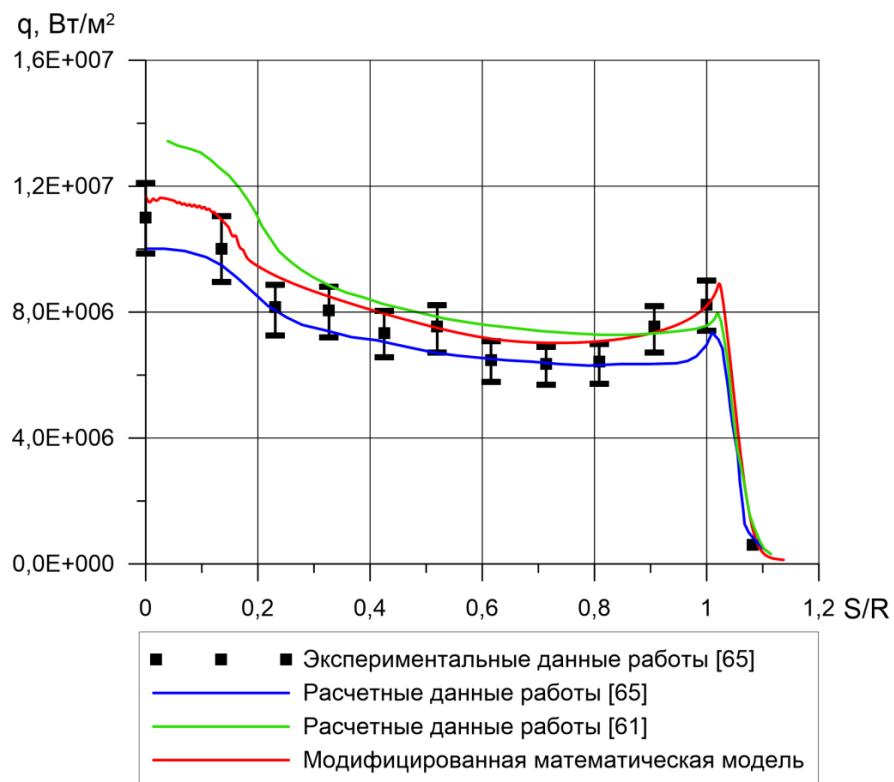
**Рис. 6.7. Поле статической температуры при обтекании модели зонда гиперзвуковым потоком.**

На рисунке: 1 – невозмущённый поток, 2 – ударная волна, 3 – поверхность зонда, 4 – сжатый слой, 5 – пограничный слой.

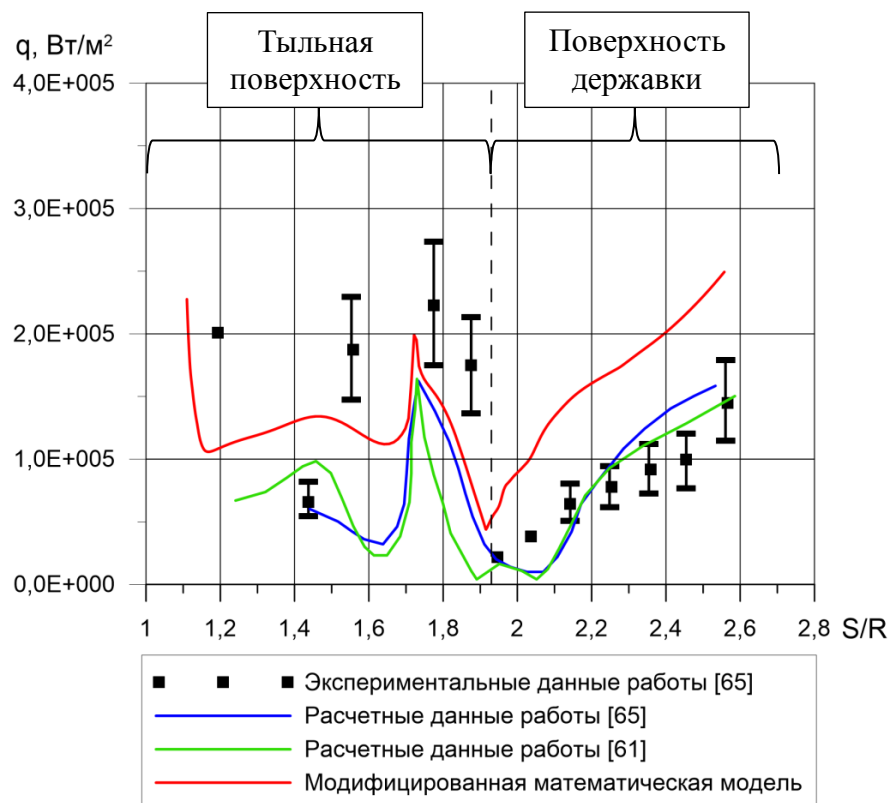
На рисунках 6.8а и 6.8б представлено распределение плотностей тепловых потоков по лобовому экрану и тыльной поверхности модели зонда, соответственно.

Результаты расчётов по исходной модели представлены в сравнении с экспериментальными данными работы [65] и результатами математического моделирования работ [61, 65].

На графике по оси абсцисс отложена безразмерная координата  $S/R$ . Расстояние  $S$  отсчитывается от центра лобового экрана вдоль меридионального сечения зонда и отнесено к радиусу модели  $R = 0,0254\text{м}$ .



а) лобовой экран;



б) тыльная поверхность.

**Рис. 6.8. Распределения плотности теплового потока по поверхности модели марсианского зонда.**

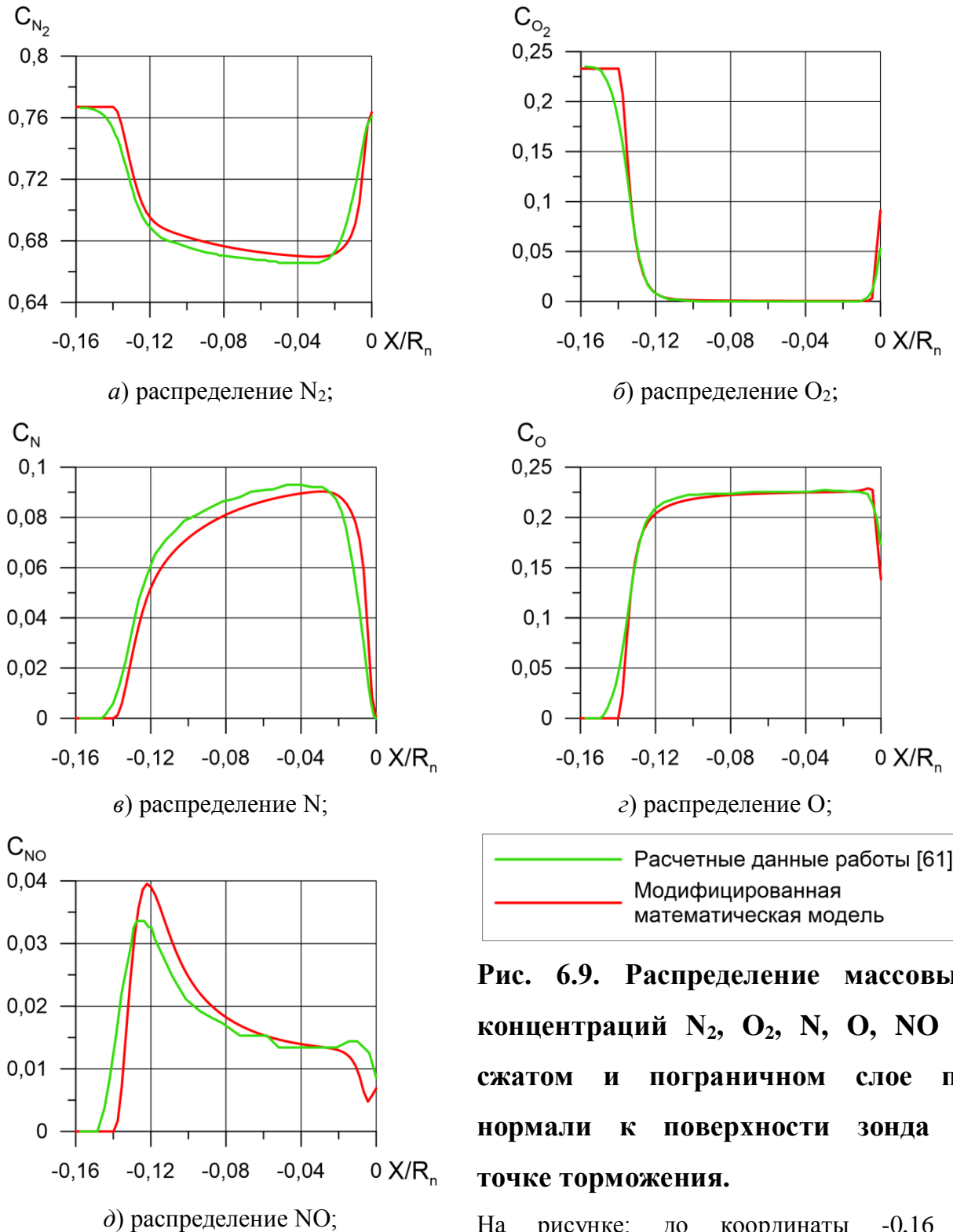
Из рисунка 6.8*a* следует, что значения плотности теплового потока на лобовом экране модели зонда, полученные в ходе расчёта по модифицированной модели, удовлетворительно согласуются как с экспериментальными данными, так и с расчётными данными авторов работ [61, 65].

Следует отметить, что результаты, полученные по модифицированной математической модели данной работы, лучше согласуются с данными экспериментальных исследований [65], чем данные расчётов по математическим моделям других авторов. Из рисунка 6.8,*a* следует, что математическая модель, представленная в работе [61] даёт несколько завышенные значения плотности теплового потока в окрестности передней критической точки по сравнению с экспериментальными данными, в то время как модель, представленная в работе [65], наоборот занижает значения теплового потока в окрестности передней критической точки, хотя и не выходит за пределы разброса экспериментальных данных.

Анализ данных рисунка 6.8,*б* показал, что распределение плотности теплового потока по тыльной поверхности модели, полученное в ходе экспериментов [65], отличается значительной нерегулярностью, которая объясняется сложным отрывным характером течения в этой области. Учитывая сказанное, можно утверждать, что результаты, полученные с использованием модифицированной математической модели, удовлетворительно согласуются с экспериментальными и расчётными данными работ [61, 65]. Некоторое завышение распределения плотности теплового потока, наблюдаемое на поверхности хвостовой державки, также может быть следствием сложного отрывного характера течения или недостаточного сеточного разрешения этой области.

На рисунке 6.9 представлены распределения массовых концентраций компонентов потока  $N_2$ ,  $O_2$ ,  $N$ ,  $O$ ,  $NO$  по нормали к поверхности зонда в точке

торможения. Результаты расчёта по модифицированной модели приведены в сравнении с расчётными данными работы [61].



**Рис. 6.9. Распределение массовых концентраций  $N_2$ ,  $O_2$ ,  $N$ ,  $O$ ,  $NO$  в сжатом и пограничном слое по нормали к поверхности зонда в точке торможения.**

На рисунке: до координаты  $-0,16$  - невозмущенный поток, от  $-0,16$  до  $0$  – сжатый и пограничный слой,  $0$  - поверхность зонда.

Видно, что результаты, полученные с использованием модифицированной математической модели, удовлетворительно согласуются с данными работы [61].

Таким образом, по результатам проведенного выше анализа можно сделать вывод о том, что предложенная в данной работе модифицированная математическая модель наиболее достоверно отражает процессы термогазодинамики и тепло-массообмена на поверхности модели марсианского зонда в сравнении с математическими моделями других авторов. Об этом свидетельствует сопоставление полученных с использованием модифицированной математической модели результатов с экспериментальными данными.

### **6.3. Исследования процессов термогазодинамики и тепло-массообмена на поверхности модели спускаемого аппарата сегментально-конической формы.**

С целью верификации модифицированной математической модели проведено исследование процессов термогазодинамики и тепло-массообмена на поверхности модели спускаемого аппарата сегментально-конической формы.

Полученные результаты сравнивались с экспериментальными и расчётными данными работ [26, 66]. Сравнение проводилось по результатам расчёта распределения плотности теплового потока на лобовой поверхности модели аппарата. Также было проведено сравнение координат расположения и формы отошедшей ударной волны.

Отметим, что авторы работ [26, 66] проводили исследования на двух установках в ЦАГИ. На гиперзвуковой импульсной аэродинамической трубе ИТ-2М при скоростях набегающего потока, соответствующих числам Маха  $M_\infty = 19,8$  и  $M_\infty = 19,1$ , а также на ударной аэродинамической трубе УТ-1М при скорости набегающего потока с числом Маха  $M_\infty = 6,0$ . В экспериментах на аэродинамической трубе ИТ-2М в качестве рабочего тела использовался азот. В аэродинамической трубе УТ-1М рабочим телом являлся воздух. Полученные



экспериментальные данные использовались авторами для верификации разработанной ими математической модели [66], решение которой строилось на использовании дискретных аналогов уравнений газодинамики.

Расчёты с использованием предложенной авторами математической модели проводились в соответствии с условиями постановки эксперимента в работе [66]. Параметры набегающего на обтекаемую модель потока, представлены в таблице 6.2.

Таблица 6.2

### Параметры набегающего потока

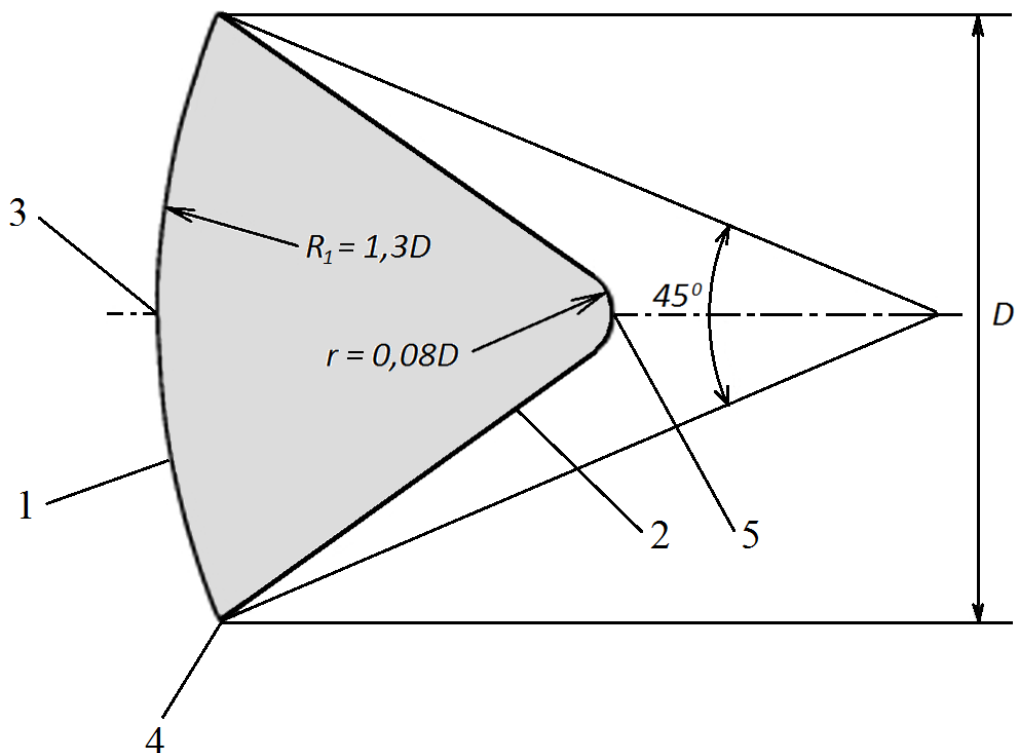
Номер расчёта	Рабочее тело	$M_\infty$	$p_\infty$ , Па	$T_\infty$ , К	$T_0$ , К	$\rho_\infty^*$ , кг/м <sup>3</sup>	$V_\infty^*$ , м/с
1	азот	19,8	13,2	25,2	2000	0,00173	2027
2	азот	19,1	4,02	31,1	2300	0,00045	2135
3	воздух	6,0	1580	81,7	600	0,06750	1086

\* - данные для справки.

Необходимо отметить, что по причине достаточно низких температур набегающего потока вдали от обтекаемого им тела (до отошедшей ударной волны), полученные в экспериментах температуры торможения (таблица 6.2) значительно ниже температур, необходимых для начала химических реакций диссоциации молекул кислорода и азота. То есть поток, полученный в аэродинамических трубах авторами работ [26, 66], нельзя в полной мере считать гиперзвуковым. Известно [21], что при обтекании тела потоком воздуха минимальная температура, необходимая для начала диссоциации кислорода составляет 2500 К. При обтекании тела азотом диссоциация молекул начинается при температуре выше 5000 К.

В связи с вышеизложенным, в нашей работе при расчёте по модифицированной математической модели газодинамики течения в сжатом и ударном слоях химическая кинетика не учитывалась. То есть уравнения газодинамики решались для модели идеального газа.

Сегментально-коническая форма исследуемой в работах [26, 66] модели, показана на рисунке 6.10. Диаметр модели составлял  $D = 2R_0 = 0,15$  м. Её лобовая поверхность представляла собой сферический сегмент с центральным углом  $45^\circ$  и радиусом  $R_1 = 1,3D$ . Тыльная часть модели выполнялась в виде затупленного конуса с радиусом затупления  $r = 0,08D$  и углом раствора  $70^\circ$ .



**Рис. 6.10. Геометрия исследуемой в ЦАГИ модели.**

На рисунке: 1 – лобовая поверхность модели (лобовой экран), 2 – тыльная поверхность модели, 3 – передняя критическая точка, 4 – острая боковая кромка, 5 – вершина затупленного конуса.

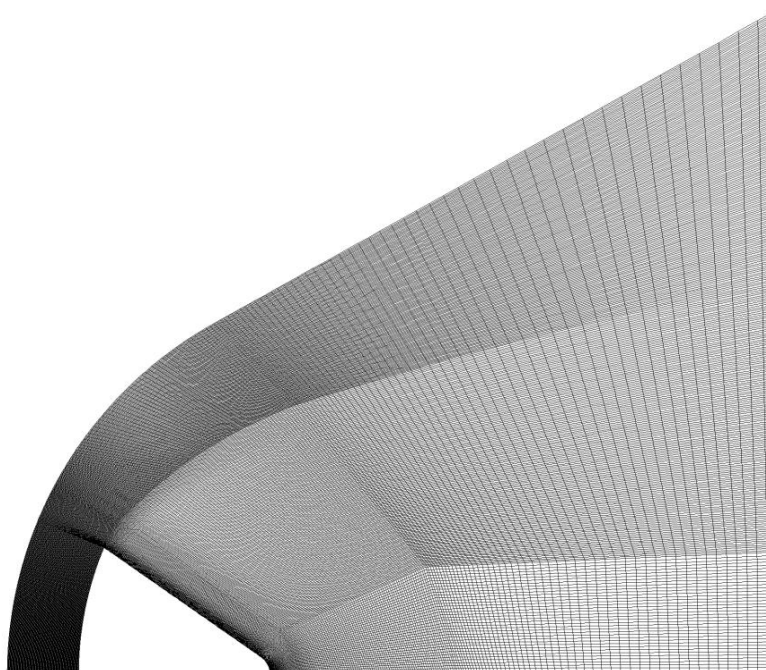
Поверхность модели считалась химически нейтральной к компонентам набегающего потока, т.е. принималась непроницаемой. Для всех расчётов температура поверхности модели считалась холодной и равной  $T_w = 300$  К.

Анализ показал, что применительно к изложенным в постановке задачи параметрам набегающего потока выполняется условие непрерывности среды. Числа Кнудсена, вычисленные для всех трёх вариантов расчётов, представлены в таблице 6.3. При этом характерный линейный размер (диаметр) исследуемой модели равнялся,  $D = 0,15$  м.  $l$  – длина свободного пробега молекул в набегающем потоке до отошедшей ударной волны.

### Значения критерия Кнудсена

Номер расчёта	Рабочее тело	D, м	l, м	Kn <sub>D</sub>
1	азот	0,15	6,59E-05	0,000439
2	азот	0,15	2,67E-04	0,001780
3	воздух	0,15	1,78E-06	0,000012

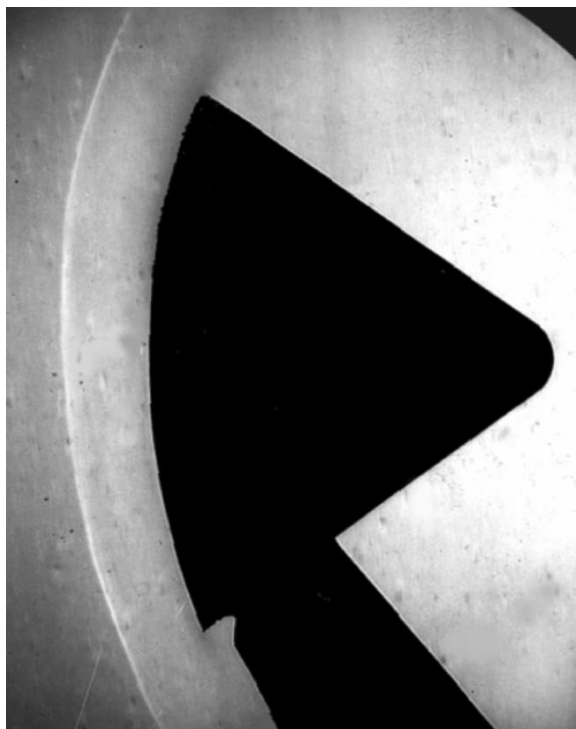
Задача решалась в двухмерной осесимметричной постановке, т.е. рассматривалось только одно меридиональное сечение тела. При этом принималось, что течение во всех меридиональных сечениях идентично. Исследовалось обтекание только на нулевом угле атаки.



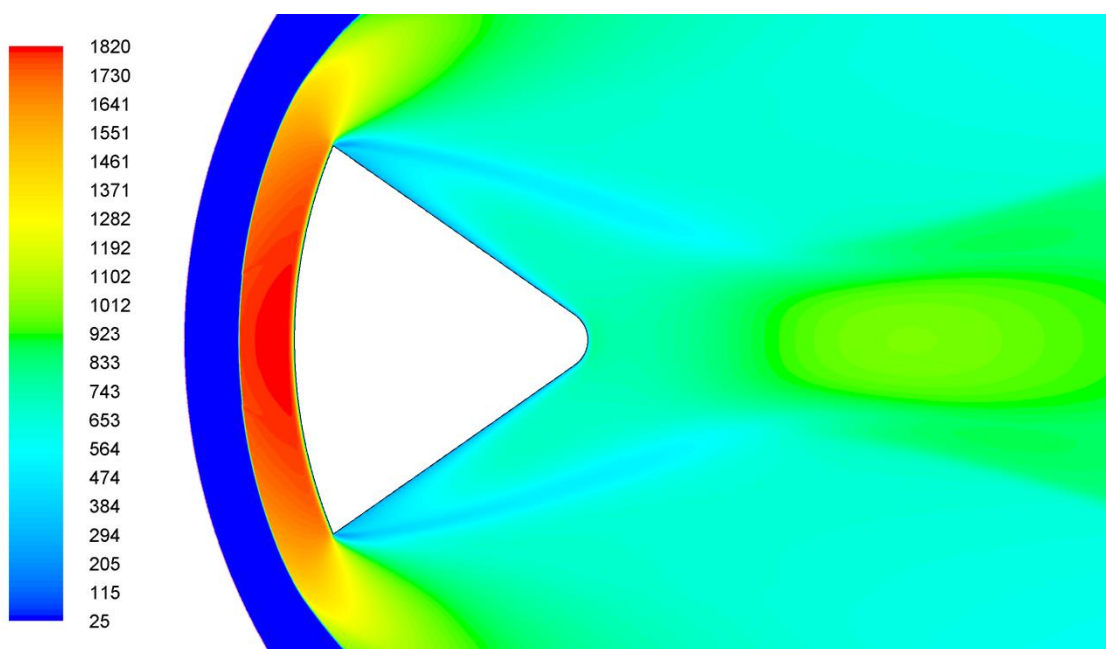
**Рис. 6.11. Расчётная сетка.**

Для решения нелинейных дифференциальных уравнений механики сплошной среды, являющихся базовыми в предложенной в данной работе модифицированной математической модели, построена двухмерная структурированная расчётная сетка, которая насчитывала около 85 тыс. четырёхугольных ячеек (рисунок 6.11). Для достоверного определения

физических величин, ячейки расчётной сетки измельчались в областях больших градиентов параметров потока.



а) теневая фотография. Эксперимент работы [66];



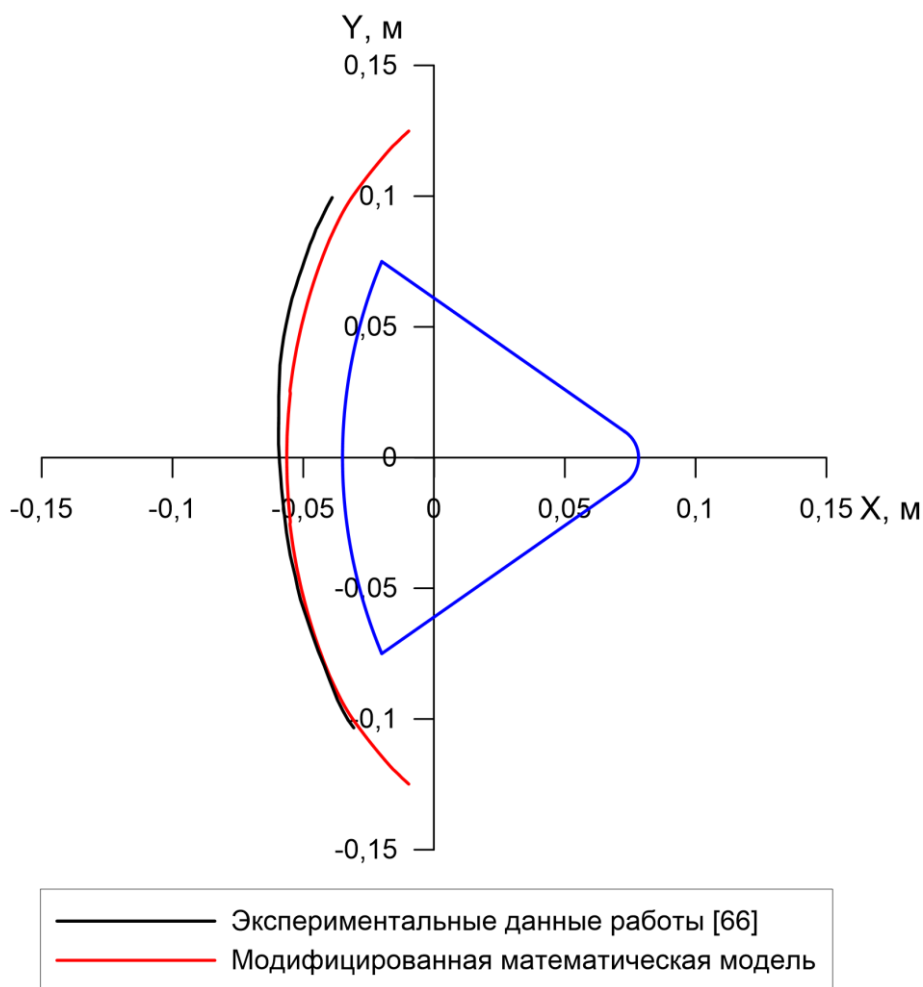
б) расчёт №1. Поле статической температуры,  $T_{ст}$ , К.

**Рис. 6.12. Обтекание модели потоком азота при  $M_\infty = 19,8$ .**

На рисунке 6.12,а представлена теневая фотография обтекания модели азотом при  $M_\infty = 19,8$ , полученная в работе [66]. Отошедшая ударная волна перед моделью видна отчетливо, однако структуру течения в донной области

выявить невозможно, очевидно, по причине низкой плотности газа. На рисунке 6.12,б представлена полученная в расчёте №1 цветовая гамма поля статической температуры в сжатом и пограничном слое, а также в отрывной зоне за моделью.

На рисунке 6.13 показана форма отошедшей ударной волны перед моделью ( $M_\infty = 19,8$ ), полученная в ходе расчета №1, в сравнении с формой ударной волны, восстановленной по теневым фотографиям обтекания работы [66].

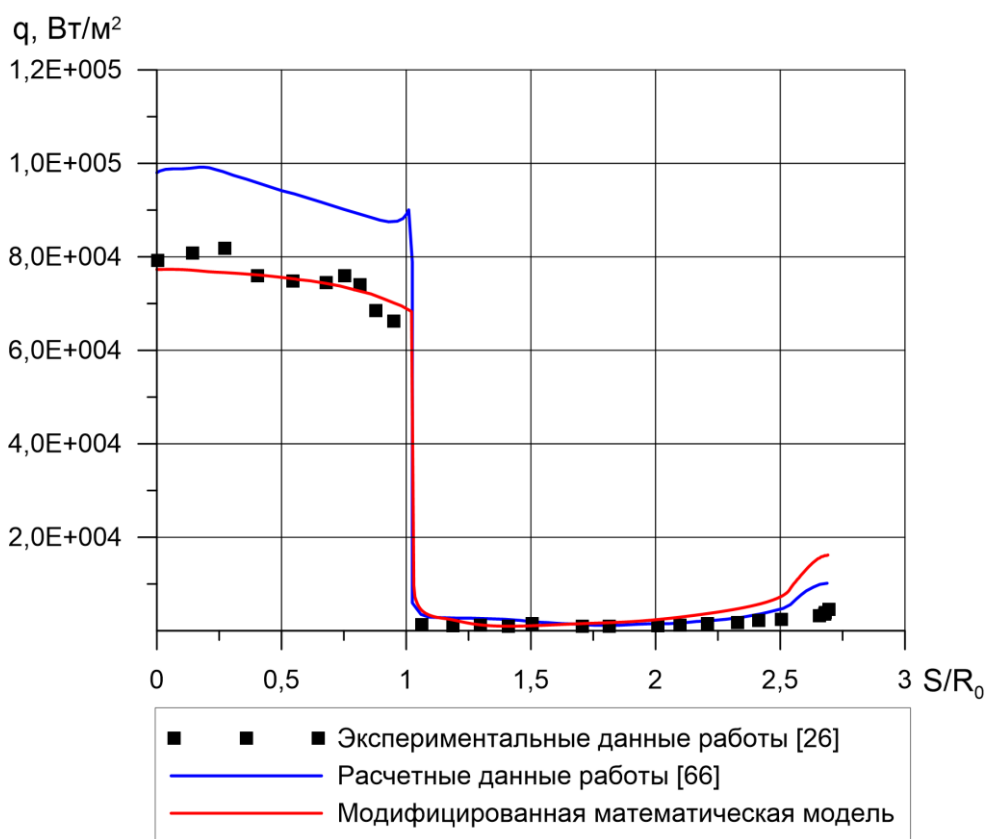


**Рис. 6.13. Положение отошедшей ударной волны при  $M_\infty = 19,8$ .**

Видно, что результаты, полученные в расчёте №1, хорошо согласуются с экспериментальными данными в плане координатного расположения ударной волны. Отметим, что ударная волна, полученная в экспериментах, расположена несколько несимметрично относительно продольной оси исследуемой модели.

Это явление заметно на рисунках 6.12а и 6.13 и, вероятно, обусловлено интерференцией потока между корпусом модели и боковой державкой.

На рисунке 6.14 представлено распределение плотности теплового потока по лобовой и тыльной поверхности модели при обтекании потоком азота при  $M_\infty = 19,1$  (расчёт №2). Результаты расчёта с использованием модифицированной математической модели представлены в сравнении с экспериментальными данными работы [26] и расчётными данными работы [66]. На графике по оси абсцисс отложена безразмерная координата  $S/R_0$ . Расстояние  $S$  от передней критической точки, отнесенное к радиусу модели  $R_0 = 0,075$  м. То есть координата  $S/R_0 = 0,0$  соответствует передней критической точке, координата  $S/R_0 = 1,026$  – острой боковой кромке модели, координата 2,69 – вершине затупленного конуса.



**Рис. 6.14. Распределение плотности теплового потока по поверхности модели. Обтекание потоком азота при  $M_\infty = 19,1$ .**

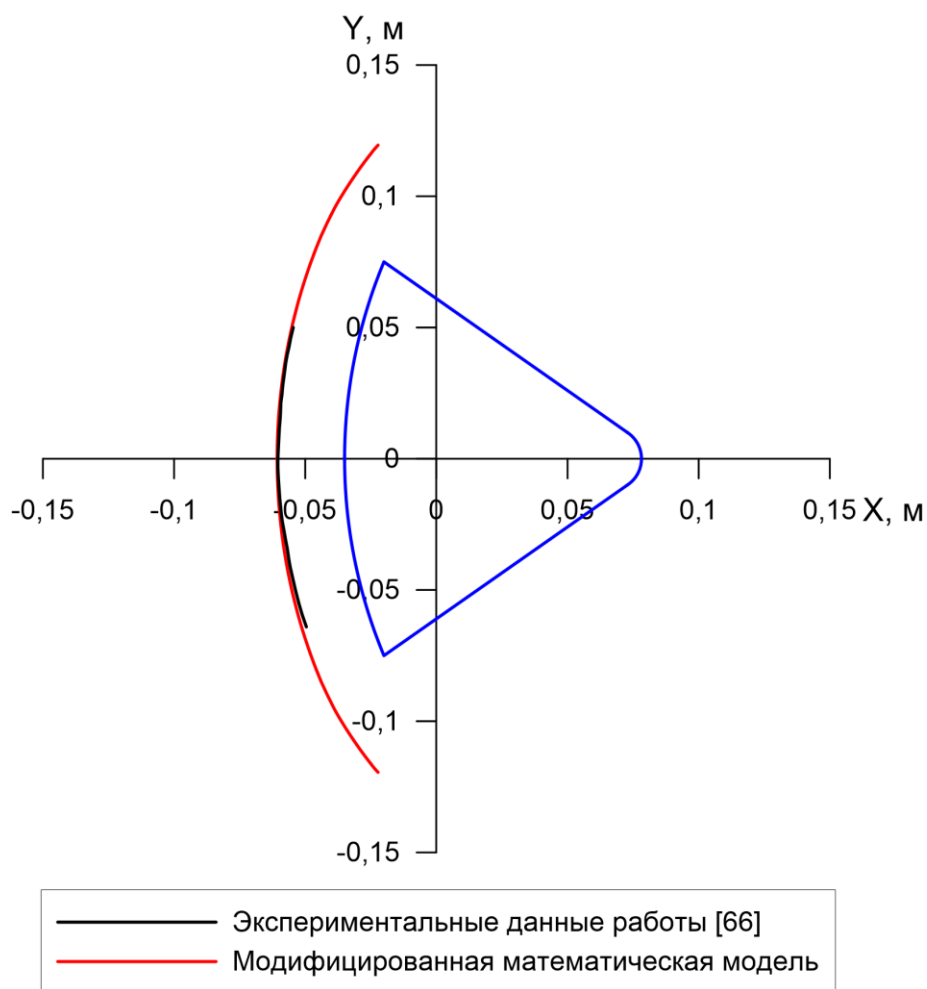
Из приведенных на рисунке данных следует, что на лобовой поверхности модели распределение теплового потока, полученное по модифицированной

математической модели данной работы, достоверно соответствует результатам эксперимента работы [26], которым не соответствуют расчётные данные работы [66]. В то же время на тыльной поверхности модели (особенно в окрестности вершины затупленного конуса) данные расчёта с использованием модифицированной математической модели нашей работы показывают некоторое завышение значений плотности теплового потока как по сравнению с данными эксперимента, так и с результатами расчётов работы [66].

Причина заметных количественных расхождений между расчётными и экспериментальными данными распределения плотностей тепловых потоков по поверхности обратного конуса, вероятно, обусловлена сложностью газодинамики течения в отрывной зоне. В работе [26] показано, что поскольку в отрывной зоне реализуются трансзвуковые числа Маха, то течение в ней, вероятно, является нестационарным и, возможно, сопровождается колебаниями параметров потока, моделирование которых потребует решения нестационарных уравнений Навье-Стокса. Кроме того, полученные расхождения в значениях тепловых потоков могут быть связаны с не совсем корректной работой модели турбулентности в зоне нестационарного отрывного течения за моделью.

В силу указанных особенностей течения в отрывной зоне, предложенная в данной работе математическая модель неполно описывает как газодинамику течения, так и процесс тепло - и массообмена в этой зоне.

На рисунке 6.15 приведены результаты расчёта по предложенной модифицированной математической модели. Форма отошедшей ударной волны перед моделью ( $M_\infty = 6,0$ ) представлена в сравнении с формой ударной волны, восстановленной по теневым фотографиям обтекания модели в работе [66].



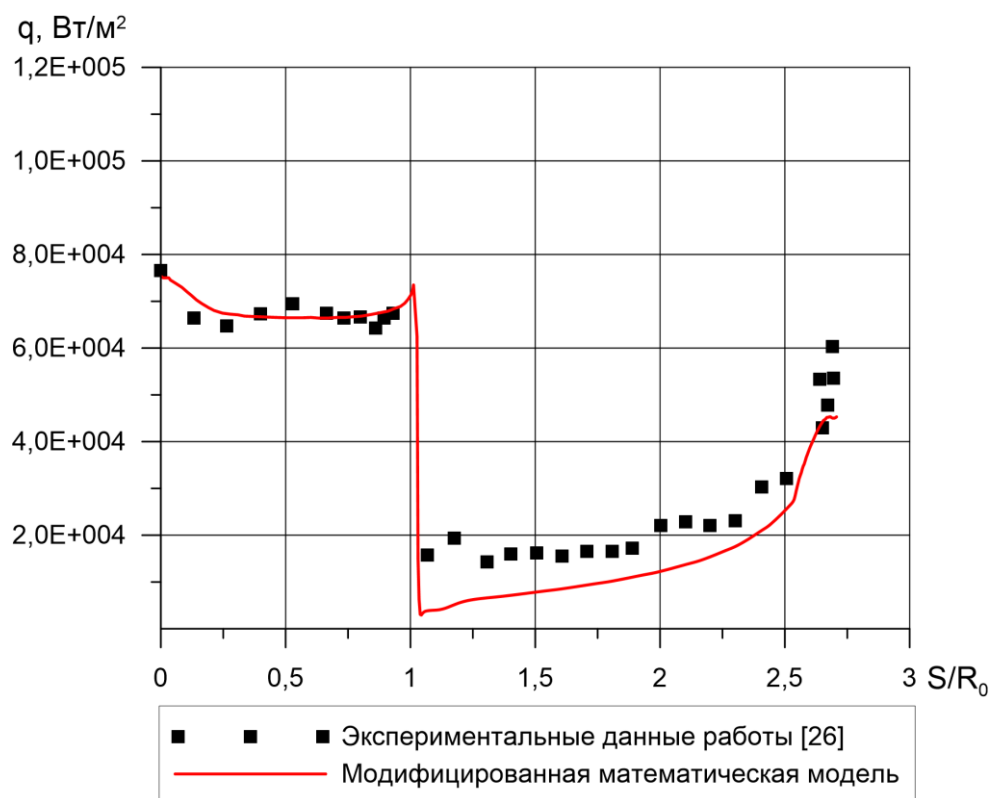
**Рис. 6.15. Положение отошедшей ударной волны при  $M_\infty = 6,0$ .**

Видно, что результаты, полученные в расчёте №3, хорошо согласуются с экспериментальными данными в плане расположения ударной волны.

На рисунке 6.16 представлено распределение плотности теплового потока на лобовой и тыльной поверхности модели, полученное в расчёте №3 по предложенной модифицированной математической модели при обтекании модели потоком воздуха при  $M_\infty = 6,0$  и  $P_{ст} = 1580$  Па. Результаты расчёта представлены в сравнении с экспериментальными данными работы [26], ЦАГИ. Так же, как и ранее, по оси абсцисс отложена безразмерная координата  $S/R_0$ .

Из приведенных на рисунке 6.16 данных следует, что распределение плотности теплового потока, полученное с использованием модифицированной математической модели данной работы, удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными работы [26] как на лобовой, так и на тыльной поверхности модели.





**Рис. 6.16. Распределение теплового потока по поверхности модели, обтекаемой гиперзвуковым потоком воздуха при  $M_\infty = 6,0$ .**

#### **6.4. Исследования процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена при обтекании гиперзвуковым потоком цилиндра, притупленного сферой.**

С использованием модифицированной математической модели проведено численное исследование процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена на поверхности модели в виде цилиндра, притупленного сферой. Радиус притупления модели составлял  $R_0 = 0.0066$  м. Расчёты проведены для передней критической точки (ПКТ). Полученные результаты сравнивались с экспериментальными данными работы [67] и с расчётными данными работ [68-70].

Одна из задач проведенного исследования выражалась в определении зависимости плотности теплового потока в ПКТ модели от скорости полёта. Постановка задачи в расчётах соответствовала постановке экспериментальных исследований работы [67]. В частности, в одном из вариантов расчёта решалась задача теплообмена в ПКТ модели при условиях, соответствующих полёту с гиперзвуковой скоростью на высотах  $H_1 = 22000$  м и  $H_2 = 37000$  м при нулевом

угле атаки набегающего потока. Принималось, что поверхность модели имеет каталитическую активность, близкую к нулевой ( $k_w \rightarrow 0$ ).

Параметры набегающего потока, используемые в расчётах, представлены в таблице 6.4.

Таблица 6.4

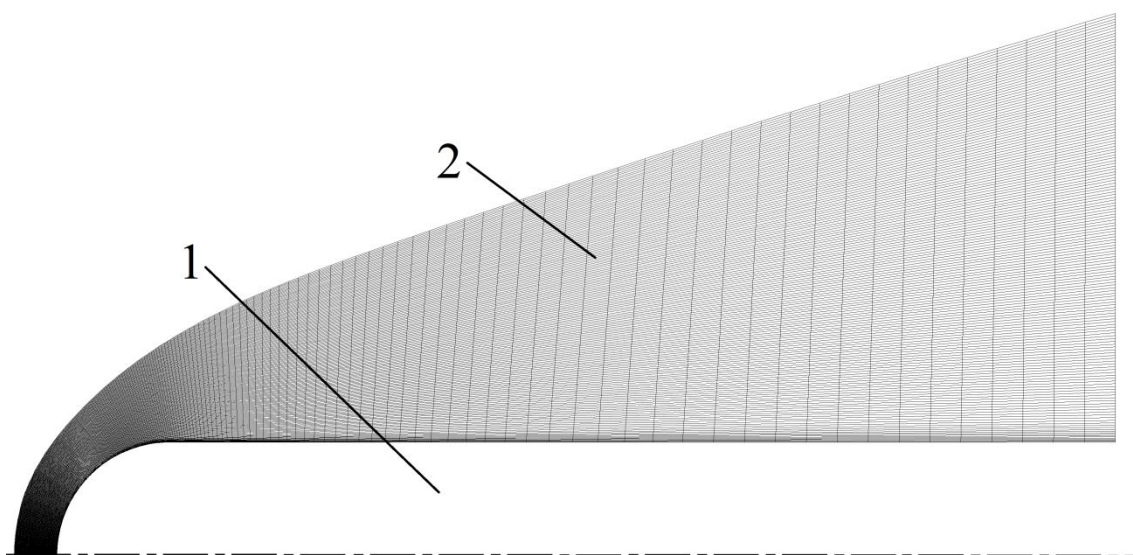
**Параметры набегающего потока**

Номер расчёта	Высота полета, м	$M_\infty$	$V_\infty^*$ , м/с	$p_\infty$ , Па	$T_\infty$ , К
1	22000	6,29	1870	4053	219
2	22000	9,96	2960	4053	219
3	22000	11,77	3500	4053	219
4	22000	13,46	4000	4053	219
5	22000	16,82	5000	4053	219
6	22000	18,50	5500	4053	219
7	37000	5,98	1870	433,3	242
8	37000	5,98	3130	433,3	242
9	37000	11,20	3500	433,3	242
10	37000	12,80	4000	433,3	242
11	37000	16,0	5000	433,3	242
12	37000	17,60	5500	433,3	242

\* - данные для справки.

Для решения уравнений механики сплошной среды были построены двухмерные структурированные расчётные сетки. Пример такой расчётной сетки показан на рисунке 6.17.

Задача решалась в двухмерной осесимметричной постановке. То есть, рассматривалось только одно меридиональное сечение модели. При этом принималось, что течение во всех других меридиональных сечениях идентично.



**Рис. 6.17. Общий вид расчетной сетки**

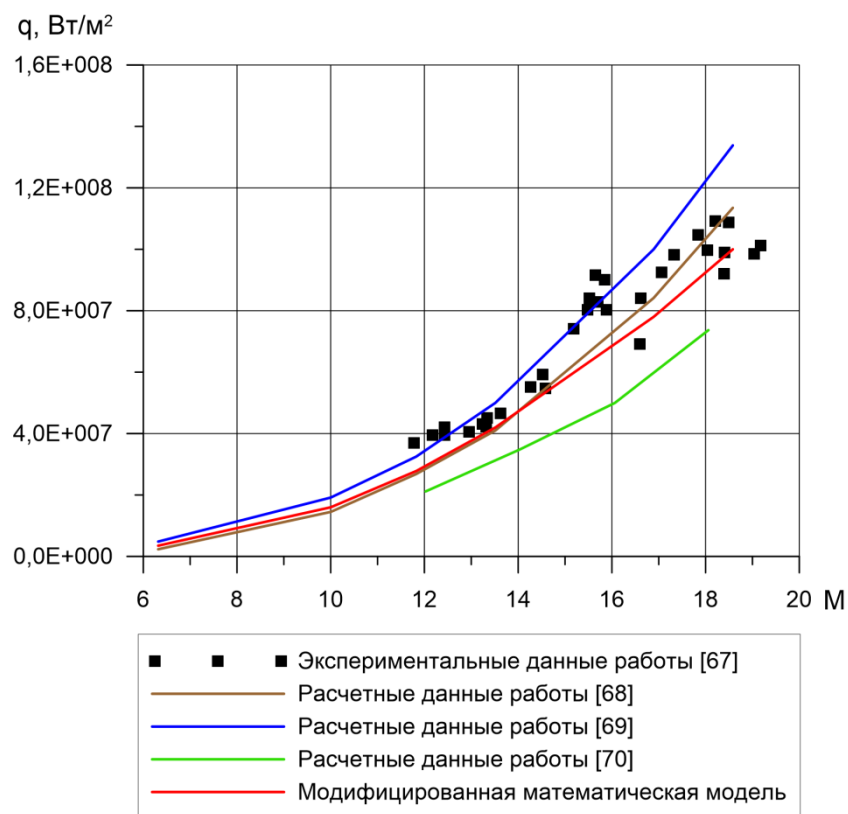
На рисунке: 1 – обтекаемая модель, 2 – расчетная сетка.

На рисунке 6.18 представлена графическая зависимость значений плотности теплового потока в критической точке модели от скорости полёта на высоте  $H_1 = 22000$  м.

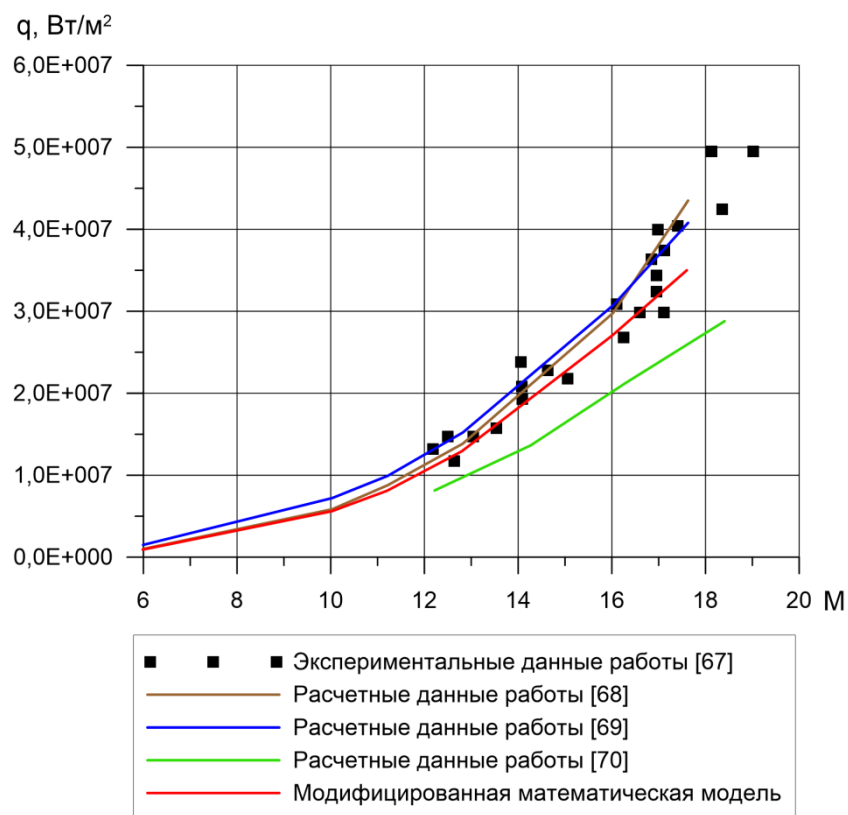
На рисунке 6.19 представлена графическая зависимость значений плотности теплового потока в критической точке модели от скорости полёта на высоте  $H_2 = 37000$  м.

На указанных рисунках результаты расчётов с использованием модифицированной математической модели представлены в сравнении с экспериментальными данными работы [67] и расчётными данными работ [68-70].

На графиках рисунка 6.18 и рисунка 6.19 по оси абсцисс отложены значения чисел Маха, соответствующие скорости при условии полёта модели на указанной высоте.



**Рис. 6.18. Изменение плотности теплового потока в передней критической точке модели от числа  $M$ . ( $R = 0.0066$  м,  $H_1 = 22000$  м).**



**Рис. 6.19. Изменение плотности теплового потока в передней критической точке модели от числа  $M$  ( $R = 0.0066$  м,  $H_2 = 37000$  м).**

Из данных, представленных на рисунке 6.18 и рисунке 6.19, следует, что результаты, полученные с использованием модифицированной математической модели данной работы, удовлетворительно совпадают с экспериментальными данными работы [67] и расчётными данными работ [68, 69]. Хотя для больших скоростей полёта значения теплового потока в передней критической точке обтекаемого тела, полученные по модифицированной математической модели, несколько ниже значений, представленных в работах [68, 69], однако они не выходят за пределы разброса экспериментальных данных. Кроме того, результаты, полученные с использованием модифицированной математической модели, лучше совпадают с результатами экспериментов, чем расчёты по модели [70], которая даёт несколько заниженные значения теплового потока по сравнению с экспериментальными данными работы [67].

Для того чтобы проанализировать влияние радиуса притупления модели на изменение плотности теплового потока в критической точке проведена вторая серия расчётов.

Для полноты анализа рассматривалось обтекание гиперзвуковым потоком при нулевом угле атаки трёх моделей с радиусами притупления  $R_1 = 0,0127$  м,  $R_2 = 0,0254$  м и  $R_3 = 0,0504$  м. Параметры набегающего потока указаны в таблице 6.5.

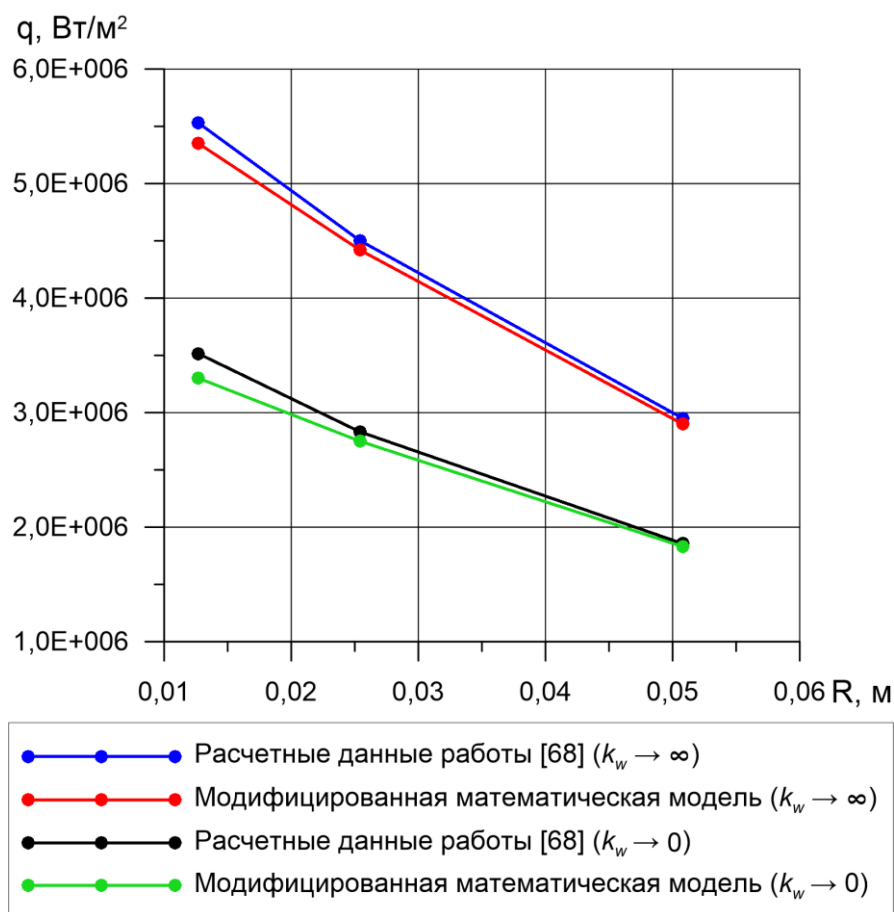
В расчётах данной работы с использованием модифицированной математической модели параметры набегающего потока соответствовали параметрам, используемым при расчётах в работе [68]  $M_\infty = 9,8$ ;  $P_\infty = 230$  Па;  $T_\infty = 450$  К.

С целью изучения влияния каталитических свойств поверхности на значения теплового потока в передней критической точке обтекаемого тела расчёты проводились для двух предельных случаев: абсолютной каталитической активности поверхности модели ( $k_w \rightarrow \infty$ ) и близкой к нулевой каталитической активности поверхности модели ( $k_w \rightarrow 0$ ).

На рисунке 6.20 представлена зависимость плотности теплового потока в критической точке на поверхности притупленного сферой цилиндра от

величины радиуса притупления для двух указанных вариантов:  $k_w \rightarrow \infty$  и  $k_w \rightarrow 0$ . Результаты, полученные с использованием модифицированной математической модели, представлены в сравнении с расчетными данными из работы [68].

На графике по оси абсцисс отложена величина радиуса притупления цилиндра.



**Рис. 6.20. Зависимость плотности теплового потока в критической точке притупленного сферой цилиндра от величины радиуса затупления.**

Из рисунка 6.20 видно, что результаты, полученные с использованием модифицированной математической модели, удовлетворительно совпадают с расчетными данными работы [68].

Как и ожидалось, тепловой поток в передней критической точке притупленного сферой цилиндра уменьшается примерно обратно пропорционально значению квадратного корня из радиуса притупления.

В теории конвективного теплообмена такое поведение указанной зависимости объясняется тем, что с увеличением радиуса затупления увеличивается толщина сжатого слоя и пограничного слоя, как следствие этого, уменьшается градиент скорости потока на поверхности притупленного тела (в нашем случае, модели).

Из приведенных на рисунке данных также следует, что значительное влияние на величину плотности теплового потока в передней критической точке притупленного сферой цилиндра оказывают каталитические свойства поверхности. Так, при абсолютной каталитической активности поверхности модели ( $k_w \rightarrow \infty$ ) плотность теплового потока в передней критической точке на 60-100% больше (при разных радиусах затупления), чем тепловой поток на поверхности с близкой к нулевой каталитической активностью ( $k_w \rightarrow 0$ ).

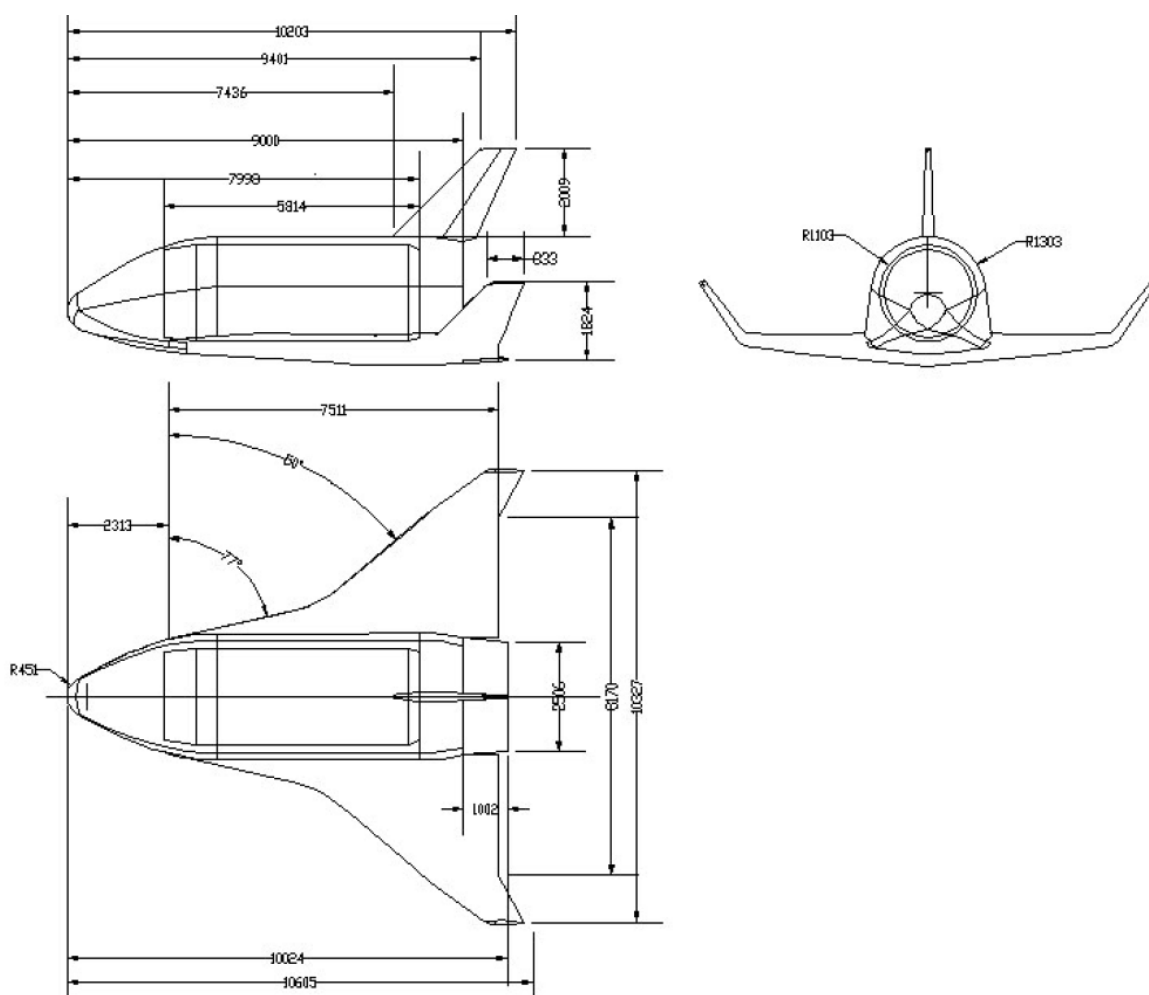
Полученные результаты вполне ожидаемы и объясняются тем, что в случае абсолютной каталитической активности поверхности полностью реализуются гетерогенные реакции рекомбинации с выделением большого количества теплоты, что увеличивает плотность теплового потока в стенку модели. Напротив, в том случае, когда поверхность модели имеет нулевую каталитическую активность атомы не рекомбинируют в пограничном слое и газ остаётся атомарным. В результате исчезает градиент массовой концентрации атомов по толщине пограничного слоя и процесс диффузии атомов к поверхности самоликвидируется. В результате перенос теплоты в пограничном слое осуществляется за счёт только теплопроводности и конвекции, что приводит к уменьшению теплового потока к поверхности.

#### **6.5. Исследования процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена на теплонапряженных поверхностях малоразмерного крылатого возвращаемого аппарата.**

Модифицированная математическая модель, предложенная в данной работе, использовалась для проведения исследований процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена на наиболее теплонапряжённых элементах

конструкции малоразмерного крылатого возвращаемого аппарата. К таким элементам отнесены: носок фюзеляжа и все передние кромки крыльев, концевой киля и др.

Компоновка спускаемого аппарата разработана в ЦАГИ [71] (рисунок 6.21). Она выполнена по схеме «бесхвостка» с низкорасположенным крылом двойной стреловидности.



**Рис. 6.21. Компоновка малоразмерного возвращаемого крылатого гиперзвукового аппарата ЦАГИ [71].**

Аппарат имел следующие геометрические параметры: длина – 10,2 м, размах крыла – 10,3 м, радиус носка фюзеляжа  $R_0 = 0,451$  м, радиус передней кромки крыла в концевом сечении  $R_1 = 0,078$  м, угол стреловидности наплыва крыла  $\chi_1 = 77$  градусов, угол стреловидности крыла  $\chi_2 = 50$  градусов.

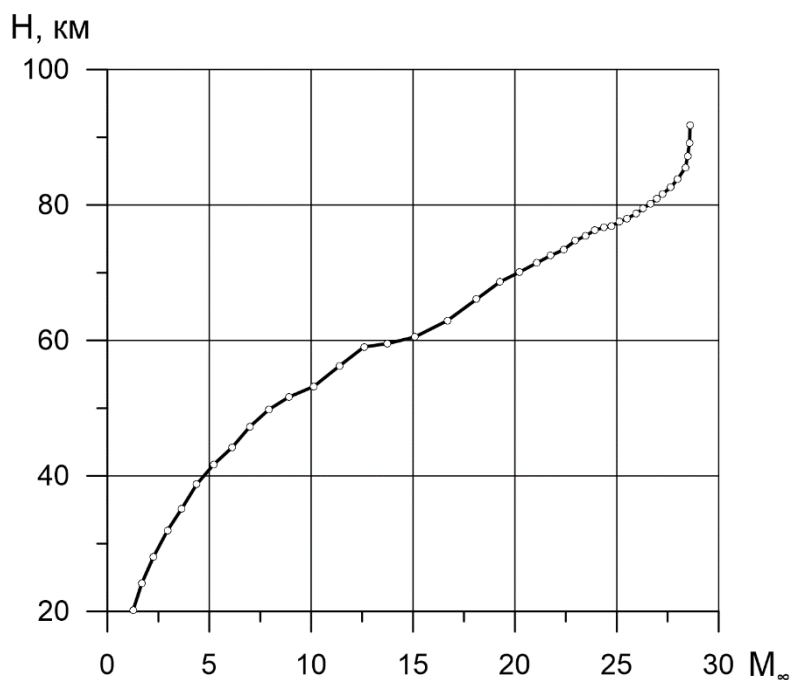
Для описанной выше компоновки малоразмерного аппарата специалистами ЦАГИ была проведена серия расчётов [1], цель которых



сводилась к поиску оптимальной траектории, реализующей максимум боковой дальности при заданном ограничении максимальной температуры на поверхности ГЛА. Для этого применялась методика, основанная на известном соотношении Фея-Ридделла для равновесного течения.

Для тех участков траектории, где была выявлена максимальная тепловая нагрузка, авторами была проведена серия расчётов двумерного неравновесного обтекания теплонапряженных элементов конструкции ГЛА с использованием математической модели вязкого пограничного слоя. Эти расчеты проводились для случая нулевой каталитической активности поверхности.

На рисунке 6.22 приведены траекторные параметры входа аппарата с орбиты в плотные слои атмосферы по экстремально теплонапряженной траектории, которые были заимствованы из работы [72]. Принималось, что угол атаки  $\alpha$  летательного аппарата в диапазоне высот 110 - 60 км равнялся  $35^\circ$ , а на высотах ниже 60 км убывал пропорционально изменению скорости полёта.



**Рис. 6.22. Траектория спуска аппарата в диапазоне изменения высоты от 90 км до 20 км.**

В данной работе с использованием модифицированной математической модели проведена серия расчётов для пяти точек траектории, расположенных в области максимального аэродинамического нагрева.

Параметры набегающего потока для этих пяти точек траектории представлены в таблице 6.5.

Таблица 6.5

**Параметры набегающего потока**

Номер точки траектории	Высота, м	$M_\infty$	$p_\infty$ , Па	$T_\infty$ , К
1	83150	27,80	0,6160	192,5
2	80425	26,75	0,9804	197,8
3	77774	25,33	1,523	203,0
4	73330	22,34	3,114	211,7
5	62675	16,51	15,19	239,7

Результаты расчётов, полученные с использованием модифицированной математической модели, сравнивались с расчётными данными работы [71], в которой представлены результаты исследований процессов тепло-массообмена на поверхности малоразмерного крылатого возвращаемого аппарата ЦАГИ (рис. 6.21) для различных траекторий входа в атмосферу Земли.

Поскольку реальные параметры потока, реализующиеся перед передней кромкой крыльев после прохождения через головную ударную волну неизвестны, принималось, что крылья, как и носок фюзеляжа, обтекаются невозмущенным потоком. То есть в данной постановке, как и в работе [71], не учитывалось торможение потока за счёт прохождения через головную ударную волну. В расчётах также не учитывалась возможная интерференция головной ударной волны с ударной волной перед крылом.

Кроме того не учитывался процесс переизлучения во внутренние полости летательного аппарата, которое неизбежно будет возникать при полёте с указанными параметрами набегающего потока.

Следует отметить, что учёт процесса переизлучения значительно усложнит задачу, что потребует дополнительных расчётных ресурсов. Это обусловлено тем, что для учёта процесса переизлучения необходимо проводить

моделирование процессов обтекания всего планера ГЛА, а не только теплонапряженных элементов его конструкции.

Как и ранее, в расчётах термо-газодинамики и тепло-массообмена, проведенных при использовании модифицированной математической модели данной работы, рассмотрены два предельных случая:

- для абсолютной каталитической активности поверхности аппарата, ( $k_w \rightarrow \infty$ );
- для нулевой каталитической активности поверхности аппарата, ( $k_w \rightarrow 0$ ).

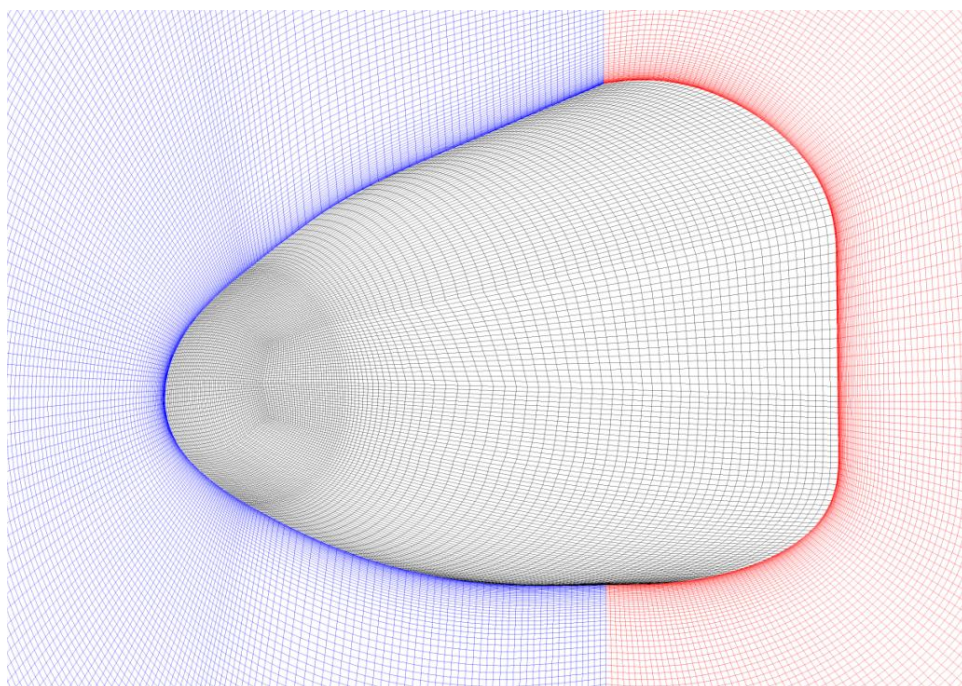
Как в первом, так и во втором случае поверхности элементов конструкции аппарата принимались химически нейтральными к компонентам набегающего потока. Таким образом, все анализируемые поверхности считались непроницаемыми.

Принималось также, что интегральная излучательная способность поверхности спускаемого аппарата равнялась  $\varepsilon = 0,8$ .

Задача обтекания носка фюзеляжа решалась в трехмерной постановке.

В целях экономии расчётных ресурсов носок аппарата рассекался плоскостью OXY на две половинки. Поскольку задача симметричная, моделировалось обтекание только одной половины носка. При этом граничное условие симметрии задавалось на плоскости OXY, что вполне допустимо при нулевом угле скольжения  $\beta = 0$ .

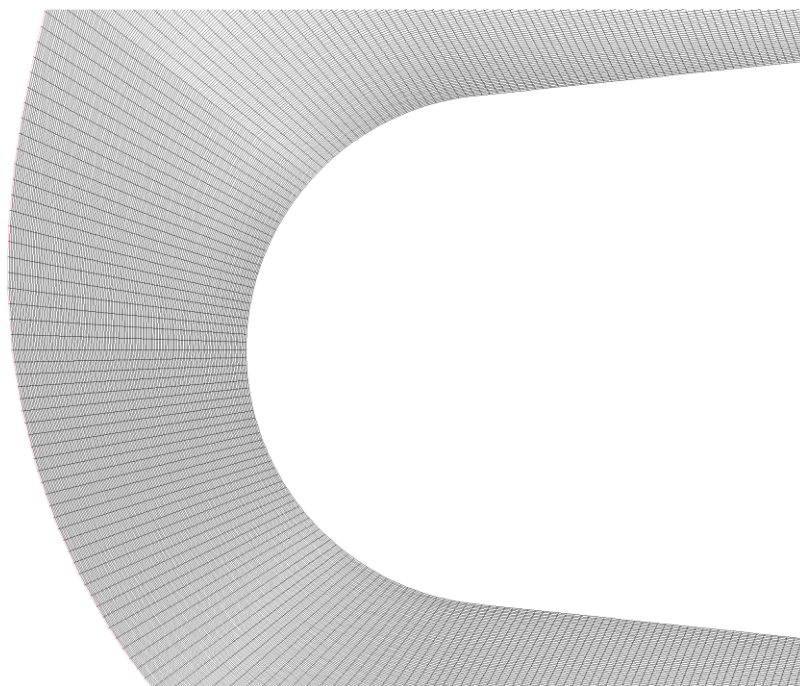
Для решения поставленной задачи построена детальная расчётная сетка. Её схема приведена на рисунке 6.23. Детализация сетки вылилась в  $2,5 \cdot 10^6$  гексаэдральных расчётных ячеек.



**Рис. 6.23. Расчётная сетка носка фюзеляжа  
спускаемого крылатого аппарата ЦАГИ.**

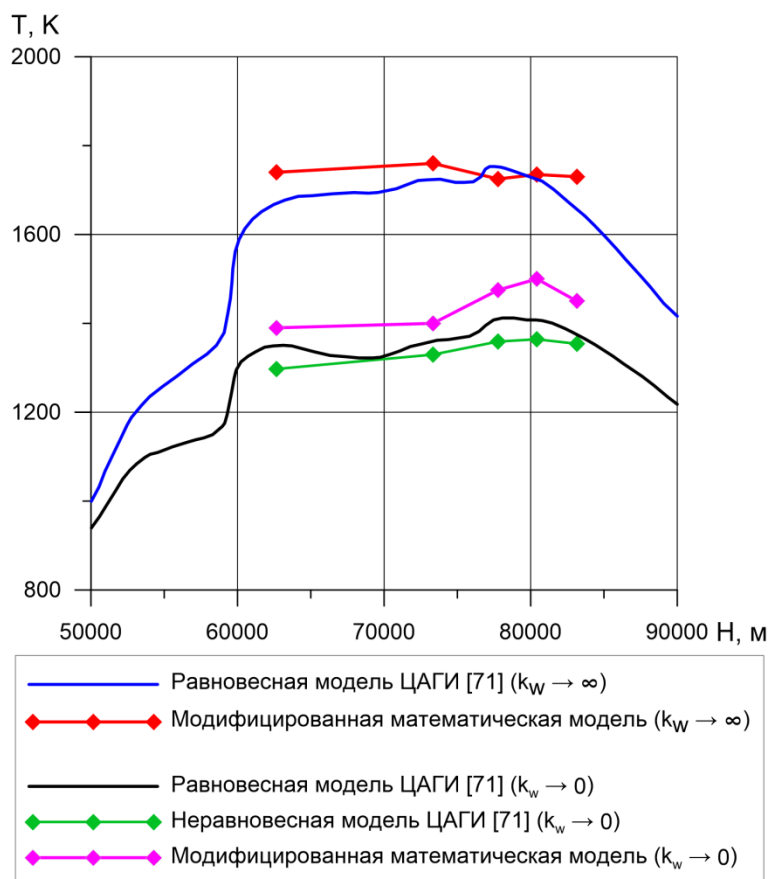
Задача обтекания передней кромки крыла решалась в двухмерной постановке.

Построенная расчётная сетка передней кромки крыла представлена на рисунке 6.24. Сетка включала 48,5 тыс. четырехугольных ячеек.



**Рис. 6.24. Расчётная сетка передней кромки крыла аппарата ЦАГИ.**

На рисунке 6.25 представлены зависимости значений температуры поверхности носка фюзеляжа при полете ГЛА в атмосфере по траектории спуска для случая абсолютной каталитической активности поверхности ( $k_w \rightarrow \infty$ ) и для случая нулевой каталитической активности поверхности ( $k_w \rightarrow 0$ ). Результаты, полученные в ходе расчётов с использованием модифицированной математической модели, приведены в сравнении с данными ЦАГИ [71].

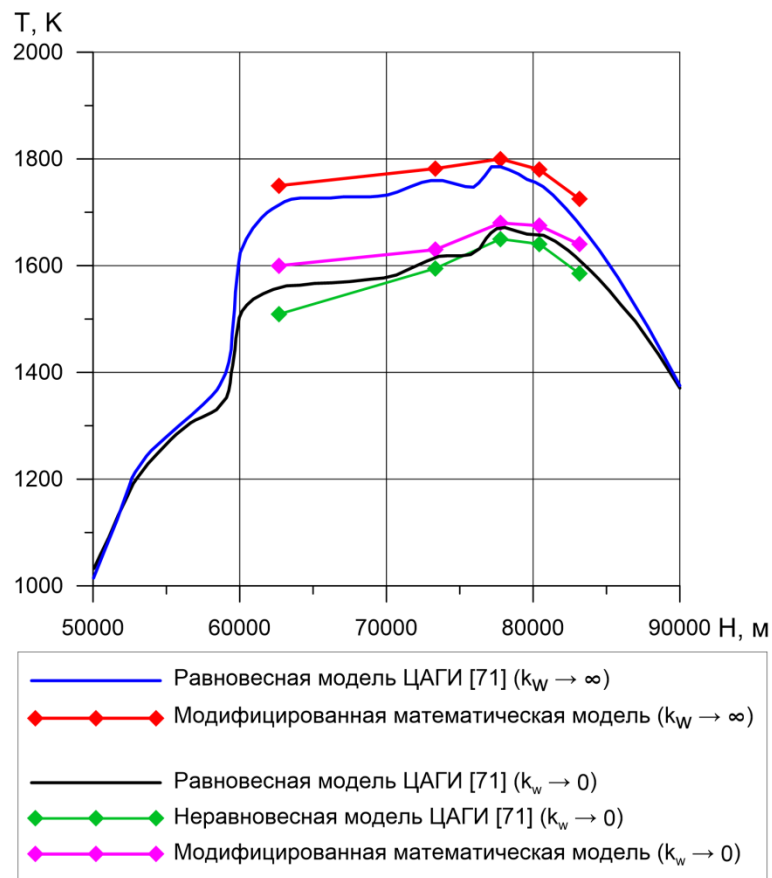


**Рис. 6.25. Изменение температуры поверхности носка фюзеляжа аппарата по траектории полёта на высотах 90÷50 км.**

Для случая абсолютной каталитической активности поверхности, результаты, полученные по модифицированной модели данной работы, сравнивались с расчётами ЦАГИ, проведенными с использованием известного соотношения Фея-Ридделла (равновесная модель). Для случая нулевой каталитической активности поверхности, результаты, полученные по модифицированной модели данной работы, сравнивались с расчётами ЦАГИ, проведенными как формуле Фея-Ридделла (равновесная модель), так и по

методике, основанной на решении полной системы уравнений вязкого пограничного слоя (неравновесная модель).

На рисунке 6.26 представлены зависимости значений температуры поверхности передней кромки крыла аппарата на траектории полёта в атмосфере для случая абсолютной каталитической активности поверхности ( $k_w \rightarrow \infty$ ) и для случая нулевой каталитической активности поверхности ( $k_w \rightarrow 0$ ). Результаты, полученные с использованием модифицированной математической модели, приведены в сравнении с данными ЦАГИ [71].



**Рис. 6.26. Изменение температуры поверхности передней кромки крыла аппарата по траектории полёта на высотах 90÷50 км.**

Из представленных на рисунках 6.25 и 6.26 данных видно, что каталитическая активность поверхности оказывает сильное влияние на получаемые в расчетах уровни температур. Температура абсолютно каталитически активной поверхности значительно выше температуры поверхности с нулевой каталитической активностью, особенно на высотах

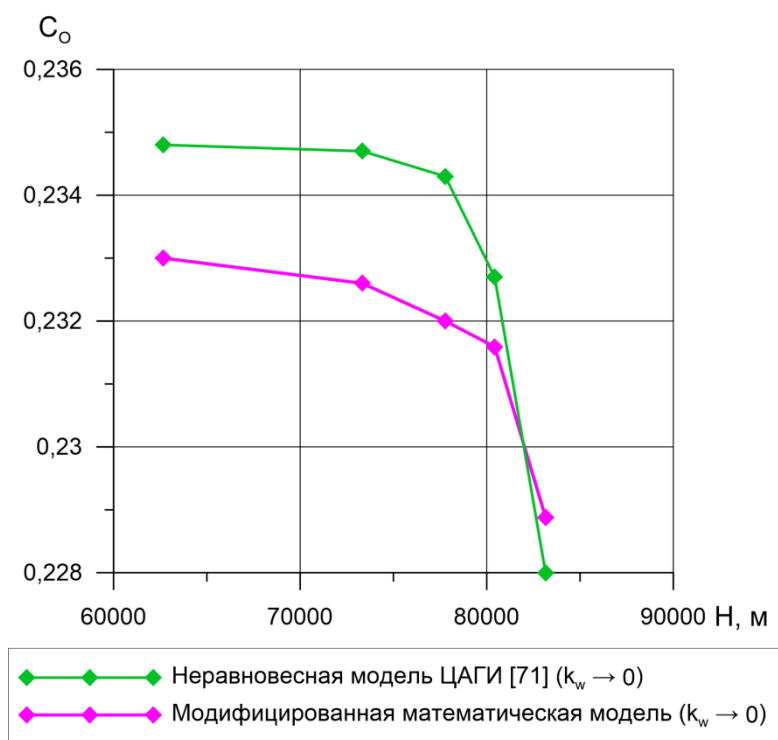
спуска аппарата от 90 км до 60 км. Это объясняется тем, что на этих высотах на поверхности аппарата реализуется в основном «замороженный» пограничный слой и частично неравновесный.

Из представленных на рисунках 6.25 и 6.26 данных также следует, что результаты, полученные по модифицированной математической модели настоящей работы, удовлетворительно согласуются с результатами расчётов по критериальному соотношению Фея-Ридделла [71] (максимальное отклонение не превышает 7%). В то же время, на отдельных участках траектории, как для носовой части фюзеляжа, так и для передней кромки крыла температура, полученная с использованием модифицированной математической модели, оказалась несколько выше данных работы [71]. Причина данного расхождения обусловлена тем, что соотношение Фея-Ридделла получено для равновесного химически активного пограничного слоя и не учитывает влияние химической неравновесности реакций в пограничном слое на уровень температуры поверхности ГЛА.

Расхождение данных настоящей работы и данных расчётов с использованием неравновесной модели, разработанной в ЦАГИ, очевидно, обусловлено различием в количестве рассматриваемых неравновесных химических реакций. Известно, что различные формулировки механизмов химической кинетики могут приводить к неоднозначному результату по уровню температуры поверхности ГЛА. Так, например, в работе [68] показано, что учёт химической неравновесности приводит к снижению температуры на поверхности ГЛА при полёте на высоте 22000 м в диапазоне чисел Маха  $6,3 \div 18,5$  по сравнению с расчётом по формуле Фея-Ридделла. Однако в этой же работе показано, что при полёте на высоте 37000 м со скоростью, соответствующей числу Маха  $M_\infty = 17,6$ , учёт химической неравновесности реакций наоборот приводит к завышению температуры поверхности ГЛА. Аналогичные результаты получены и в других работах.

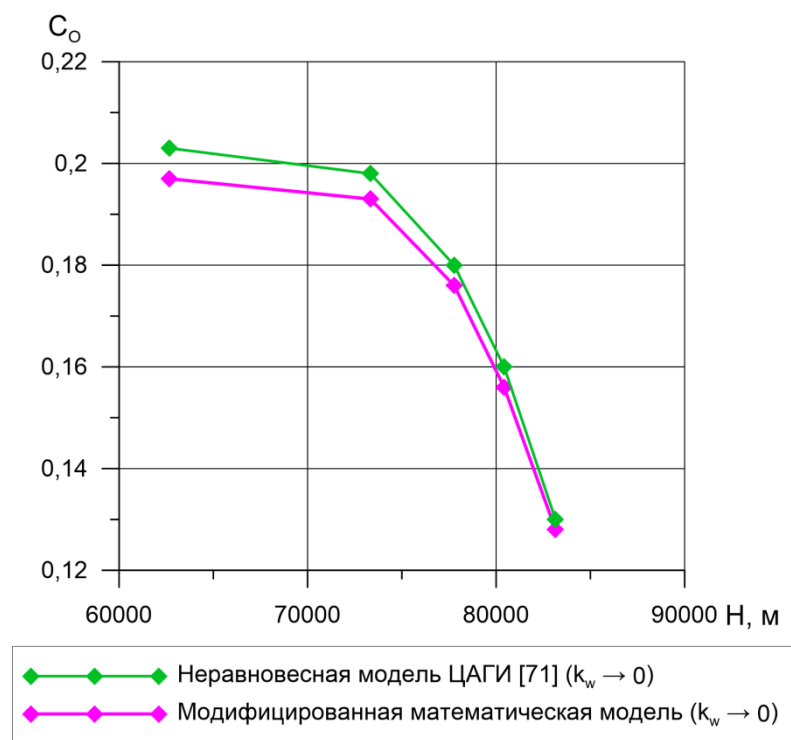
Тем не менее, следует отметить, что результаты расчёта температуры поверхности с использованием математических моделей разных авторов имеют качественное соответствие. Количественные расхождения не превышают 10%.

Проанализируем представленные на рисунках 6.27 и 6.28 данные распределения концентраций атомарного кислорода на поверхности носка фюзеляжа и на поверхности передней кромки крыла в концевом сечении. Результаты, полученные с использованием модифицированной математической модели, приведены в сравнении с данными работы [71] для случая нулевой каталитической активности поверхности ГЛА.



**Рис. 6.27. Концентрация атомарного кислорода на поверхности носка фюзеляжа.**





**Рис. 6.28. Концентрация атомарного кислорода на поверхности передней кромки крыла.**

Из представленных на рисунках 6.27 и 6.28 данных следует, что расчёты по модифицированной модели удовлетворительно согласуются с данными работы [71], но дают несколько заниженные значения концентрации атомарного кислорода на носке фюзеляжа и передней кромке крыла по сравнению с расчётами ЦАГИ. Причиной этих расхождений, вероятно, является различие в скорости химических реакций, протекающих в сжатом слое, которая, как известно, определяется значениями констант в выражении Аррениуса.

Тот факт, что значения концентрации атомарного кислорода на носке фюзеляжа и передней кромке крыла, полученные по модифицированной модели, несколько ниже концентраций, полученных в расчётах ЦАГИ, отчасти объясняет замеченное превышение температуры поверхности в расчётах по модифицированной модели.

В связи с этим, поскольку реакции диссоциации являются эндотермическими, то заниженные значения концентрации атомарного кислорода указывают на то, что реакции диссоциации молекул кислорода в

пограничном слое протекают менее интенсивно, чем в расчётах ЦАГИ и, следовательно, на их реализацию требуется меньше затрат тепловой энергии.

Однако в целом из сравнения результатов, полученных по модифицированной математической модели и по двум моделям ЦАГИ, видна их непротиворечивость и возможность применения модифицированной математической модели для определения параметров тепло-массообмена на поверхности ГЛА.

### **Выводы по главе 6.**

1. Исследовано влияние модификаций, внесённых в математическую модель, на получаемые параметры процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена на поверхностях затупленных тел.
2. Проведено сравнение полученных результатов с экспериментальными и расчётными данными, опубликованными в открытой печати.
3. Показано, что полученные с использованием модифицированной математической модели результаты удовлетворительно совпадают с экспериментальными и расчётными данными тестовых задач других авторов. Это позволяет утверждать, что предложенная в работе модифицированная математическая модель может быть использована для исследования процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена на теплонапряженных элементах конструкции ГЛА с высокой степенью достоверности.
4. Из представленных данных видно, что математическая модель имеет определенные проблемы расчета параметров теплообмена в отрывных зонах.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ.**

В рамках представленного в данной работе исследования процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена на поверхности теплонапряженных элементов конструкции гиперзвуковых летательных аппаратов решены следующие задачи:

- определены особенности полёта ГЛА самолётных схем в плотных слоях атмосферы Земли с глубоким анализом физико-химических процессов, протекающих в сжатом и пограничном слоях;

- разработана математическая модель процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена при обтекании затупленного тела гиперзвуковым потоком. Установлено влияние на указанные процессы неравновесных химических реакций диссоциации и рекомбинации и изменения теплофизических свойств компонентов высокотемпературной газовой смеси в сжатом и пограничном слое;

- исследовано влияние структуры расчётной сетки на достоверность получаемых результатов. Определены оптимальные параметры расчётной сетки позволяющие получить достоверные результаты тепло-массообмена на поверхности ГЛА при минимальных затратах расчётных ресурсов;

- проведена верификация разработанной математической модели, которая выявила ряд её недостатков. В связи с этим предложенная модель подверглась модификации с целью повышения её достоверности;

- модификация математической модели реализована как в уточнении механизма химической кинетики, так и в уточнении теплофизических свойств компонентов в сжатом и пограничном слое. В частности, математическая модель дополнена шестью неравновесными обратимыми реакциями ионизации, в результате чего общее количество химических реакций, используемых в модели, составило 11;

- модификация математической модели выразилась также в ведении полуэмпирической модели турбулентности, основанной на осреднении по Рейнольдсу;

- с использованием модифицированной математической модели проведены исследования процессов термо-газодинамики и тепло-массообмена на поверхности сферы, модели марсианского зонда, модели спускаемого аппарата сегментально-конической формы, затупленного по сфере цилиндра, а также перспективного малоразмерного крылатого возвращаемого аппарата;

- путём сравнения полученных по модифицированной математической модели данных с опубликованными экспериментальными и расчетными данными ряда авторов подтверждена достоверность полученных с использованием модифицированной математической модели результатов;

- анализ результатов, полученных по модифицированной математической модели, показал, что предложенная модель требует дальнейшего совершенствования в плане определения параметров тепло - массообмена в отрывных зонах, что обусловлено сложным нестационарным характером течения в таких зонах.

Обобщая выше сказанное, можно утверждать, что предложенная и апробированная в данной работе модифицированная математическая модель, может быть успешно использована для определения достоверных параметров тепло-массообмена на поверхности ГЛА уже на стадии его проектирования. Это позволит оптимизировать его массовые, геометрические (аэродинамический облик), траекторные и прочие характеристики, которые, как известно, в значительной степени определяются конструкцией тепловой защиты планера.

## Список литературы

1. Михайловский К. В., Резник С. В., Юрченко С. О. Прогнозирование зарождения и эволюции дефектов в материалах композитных конструкций многоразовых космических аппаратов на основе многомасштабного математического моделирования // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Сер. Приборостроение. - 2010. - № спецвыпуск. – С.30-43.
2. Быков Л.В., Пашков О.А. Математическая модель процессов термогазодинамики и тепло-массообмена при обтекании сферы воздушным гиперзвуковым потоком // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 5. – Режим доступа: [www.science-education.ru/119-14692](http://www.science-education.ru/119-14692)
3. Быков Л.В., Пашков О.А. Постановка задачи обтекания летательного аппарата с несущим фюзеляжем // Научно-технический вестник Поволжья 2014. № 5. С.134-136.
4. Быков Л.В., Пашков О.А., Яковлев А.А. Решение задачи обтекания летательного аппарата с несущим фюзеляжем // Научно-технический вестник Поволжья 2014. № 6. С.108-110.
5. Быков Л.В., Никитин П.В., Пашков О.А. Математическое моделирование процессов обтекания затупленного тела высокоскоростным потоком // Труды МАИ. 2014. № 78. – Режим доступа: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=53445>
6. Быков Л.В., Никитин П.В., Пашков О.А. Анализ результатов верификации математической модели термогазодинамики и тепло-массообмена при обтекании сферы воздушным гиперзвуковым потоком // Современные проблемы науки и образования – 2014. – № 6. – Режим доступа: [www.science-education.ru/120-16138](http://www.science-education.ru/120-16138)

7. Быков Л.В., Никитин П.В., Пашков О.А. Моделирование обтекания сферического тела гиперзвуковым потоком // Тепловые процессы в технике. 2015. Т. 7. №2. С.50-56.
8. Быков Л.В., Пашков О.А. Численное моделирование процессов тепломассообмена на поверхности спускаемого аппарата // CADFEM REVIEW 02/2015. С.36-42.
9. Пашков О.А., Никитин П.В., Быков Л.В. Математическая модель тепломассообмена на поверхностях теплонапряженных элементов гиперзвукового летательного аппарата // Тепловые процессы в технике. 2016. Т. 8. №11. С.482-487.
10. Пашков О.А. Расчет тепломассообмена вблизи поверхности сферы, обтекаемой гиперзвуковым потоком // Тепловые процессы в технике. 2016. Т. 8. №12. С.537-541.
11. Бондарев Е.Н., Дубасов В.Т., Рыжов Ю.А. и др. Аэрогидромеханика. Учебник для студентов высших технических учебных заведений. – М.: Машиностроение, 1993. – 608 с.
12. Попов Е. И. Спускаемые аппараты. – М: Знание, 1985. - 64 с., ил. - (Новое в жизни, науке, технике. Сер. "Космонавтика, астрономия"; № 4).
13. Лукашевич В. П., Афанасьев А. Б. Космические крылья. – М.: ЛенТа Странствий, 2009. – 496 с. – ил.
14. Агеева Т. Г., Резник С. В. Процедура оптимизации конструкции крыла из композиционных материалов для многоразового космического аппарата туристического класса // Аэрокосмические технологии, 2010-2012 : сб. науч. тр. (Ст. и материалы науч. конф. ) / отв. ред. Симоньянц Р. П. - М., 2012. С. 181-184.

15. Резник С. В., Просунцов П. В. Особенности работы теплозащитных покрытий многоразовых космических аппаратов при высоких скоростях нагрева // Ракетно-космическая техника. Фундаментальные и прикладные проблемы механики : материалы Междунар. науч. конф., посвящ. 90-летию В. И. Феодосьева. – М., 2006. С. 63.
16. Резник С. В., Михайловский К. В., Юрченко С. О. Термостойкие композиционные материалы и их применение в многоразовых объектах ракетно-космической техники : учеб. пособие для вузов. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2011. – 55 с. – ил.
17. Авдуевский В.С., Галицейский Б.М., Глебов Г.А. и др. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике. Учебник для авиационных специальностей вузов/ Под общ. ред. В. С. Авдуевского, В. К. Кошкина. - 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1992. – 528 с.
18. Резник С. В., Просунцов П. В., Михайловский К. В. Прогнозирование теплофизических и термомеханических характеристик пористых углерод-керамических композиционных материалов тепловой защиты аэрокосмических летательных аппаратов // Инженерно - физический журнал. - 2015. - Т. 88, № 3. С. 577-583.
19. Семенов Ю.П. (ред.) Ракетно-космическая корпорация Энергия имени С.П. Королева 1946-1996. Ракетно-космическая корпорация Энергия им. С.П. Королева, 1996. – 671 с.
20. Space Shuttle Program: Payload Bay Payload User's Guide. – National Aeronautics and Space Administration Lyndon B. Johnson Space Center Houston, Texas, 2000. – 255 p.
21. Никитин П.В. Тепловая защита: Учебник – М.: Изд-во МАИ, 2006. – 512 с.
22. Van Foreest A. Investigation on Transpiration Cooling Methods for the SpaceLiner, DLR-IB 647-2006/05, SART TN-004/2006, 2006.

23. Van Forest A., Sippel M., Gülhan A., Esser B., Ambrosius B. A. C., Sudmeijer K. Transpiration Cooling Using Liquid Water // Journal of Thermophysics and Heat Transfer, Vol. 23, No. 4(2009), pp. 693-702.
24. Никитин П.В., Фролов Ю.П., Пророков С.М., Смолин А.Г. Формирование термо- и эрозионностойких покрытий на поверхностях конструкционных материалов. Доклад. Вторая российская национальная конференция по теплообмену. Москва, Россия. 26-30 октября 1998 г.
25. Горский В.В., Сысенко В.А. Эффективный метод численного интегрирования уравнений, описывающих течение многокомпонентных высокотемпературных газовых смесей, находящихся в состоянии термодинамического равновесия // Журнал вычислительной математики и математической физики РАН, 2009, т. 49, № 7. С.1319-1326.
26. Тирский Г.А., Сахаров В.И., Ковалев В.Л. и др. Гиперзвуковая аэродинамика и тепломассообмен спускаемых космических аппаратов и планетных зондов. – М.: Физматлит, 2011. – 546 с.
27. Молчанов А.М. Математическое моделирование задач газодинамики и тепломассообмена. – М.: Изд-во МАИ, 2013. – 206 с.
28. Алексеев А. К. Управление переходом между регулярным и маховским режимами взаимодействия ударных волн // Журнал вычислительной математики и математической физики 2012. Т52. №6. С.1134–1142
29. Алексеев А. К. К идентификации параметров течения с помощью сопряженной системы для параболизированных уравнений Навье–Стокса // Матем. моделирование, 12:6 (2000). С.61–66
30. Алексеев А. К., Махнев И. Н. Использование лагранжевых коэффициентов при апостериорной оценке погрешности расчета // Сиб. журн. вычисл. матем., 12:4 (2009). С.375–388



31. Алексеев А. К. О расчете переноса погрешности параметров течения с помощью сопряженных уравнений // Сибирский журнал вычислительной математики 2007, Т.10, №4. С.325–334
32. Хлопков Ю.И. Статистическое моделирование в вычислительной аэродинамике. – М.: ООО «Азбука-2000», 2006. – 158 с.
33. Bird G. A. Molecular Gas Dynamics and the direct Simulation of Gas Flows // Oxford University Press, New York. 1994.
34. Алексеев А. К. Оценка параметров невозмущенного течения по измерениям теплового потока на поверхности // ТВТ 1997, №35:5. С.787–794
35. McBride B. J., Gordon S., Reno M. A. Coefficients for Calculating Thermodynamic and Transport Properties of Individual Species // National Aeronautics and Space Administration. Office of Management Scientific and Technical Information Program. 1993.
36. Barth T. J., Jespersen D. The design and application of upwind schemes on unstructured meshes // Technical Report AIAA–89–0366. AIAA 27th Aerospace Sciences Meeting, Reno, Nevada. 1989.
37. Venkateswaran S., Weiss J. M., Merkle C. L. Propulsion Related Flowfields Using the Preconditioned Navier–Stokes Equations // Technical Report AIAA–92–3437. AIAA/ASME/SAE/ASEE 28th Joint Propulsion Conference, Nashville, TN. July 1992.
38. Weiss J. M., Smith W. A. Preconditioning Applied to Variable and Constant Density Flows // AIAA Journal. November 1995. № 33(11). pp. 2050–2057.
39. Roe P. L. Characteristic based schemes for the Euler equations // Annual Review of Fluid Mechanics. 18.337–365.1986.
40. Roe P. L. A survey of upwind differencing techniques // Lecture Notes in Physics, 1989, 323, 69.

41. Weiss J. M., Maruszewski J. P., Smith W. A. Implicit Solution of the Navier-Stokes Equations on Unstructured Meshes // Technical Report AIAA-97-2103. 13th AIAA CFD Conference, Snowmass, CO July 1997.
42. Hutchinson B. R., Raithby G. D. A Multigrid Method Based on the Additive Correction Strategy // Numerical Heat Transfer. 9. 511–537. 1986.
43. Park C. A review of reaction rates in high temperature air, 24th AIAA Thermophysics conference, Buffalo, New York, 12-14 June 1989, AIAA Paper 89-1740.
44. Widhopf G. F., Wang J. C. T. A TVD Finite-Volume Technique for Nonequilibrium Chemically Reacting Flows // AIAA Paper. 1988. № 88-2711.
45. Dunn M. G., Kang S. W., Theoretical and experimental studies of reentry plasmas, NASA CR-2232, April 1973. as reported by Anderson.
46. Gupta, R. N., Yoss J., Thompson R., Lee K. A Review of Reaction Rates and Thermodynamic and Transport Properties for an 11-Species Air Model for Chemical and Thermal Nonequilibrium Calculations to 30 000 K // NASA Reference Publication RF-1232, 1990.
47. Gosse R., Candler G. Diffusion flux modeling: Application to direct entry problems // AIAA Paper 2005–0389, 2005.
48. Chui E. H., Raithby G. D. Computation of Radiant Heat Transfer on a Non-Orthogonal Mesh Using the Finite-Volume Method // Numerical Heat Transfer. 1993. Part B. № 23. pp. 269–288
49. Raithby G. D., Chui E. H. A Finite-Volume Method for Predicting a Radiant Heat Transfer in Enclosures with Participating Media // Journal Heat Transfer. 1990. № 112. pp. 415–423.
50. Murthy J. Y., Mathur S. R. A Finite Volume Method For Radiative Heat Transfer Using Unstructured Meshes // AIAA-98-0860. January 1998.

51. Молчанов А.М., Щербаков М.А., Янышев Д.С. и др. Построение сеток в задачах авиационной и космической техники. – М.: Изд-во МАИ, 2013. – 260 с., с ил.
52. Hollis B.R., Perkins J.N. Hypervelocity heat-transfer measurements in an expansion tube // AIAA Paper. 1996. № 96-2240. pp. 12.
53. Горский В.В., Пугач М. А. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных по ламинарно-турбулентному теплообмену на поверхности полусферы, обтекаемой сверхзвуковым потоком воздуха // Теплофизика высоких температур. – 2015 . – Т. 53 , № 2 . С. 231 - 235
54. Dellinger T. C. Computation of nonequilibrium merged stagnation shock layers by successive accelerated replacement // AIAA Paper. – 1969. – № 69-655.
55. Горский В.В., Оленичева А.А. Оценка точности инженерных методов расчета конвективного теплообмена в критической точке сферы по результатам систематических расчетно-теоретических исследований // Инженерный журнал: наука и инновации. – 2014 . – №9
56. Горский В.В., Пугач М. А. Ламинарно-турбулентный теплообмен на поверхности полусферы, обтекаемой сверхзвуковым потоком воздуха // Ученые записки ЦАГИ. – 2014. – Т. 45 , № 6 . С. 36 - 42
57. Горский В.В., Сысенко В.А., Блохина А.А. К вопросу о точности инженерных методов расчета удельного теплового потока в ламинарном пограничном слое на непроницаемой "стенке" на поверхности полусферы в сверхзвуковом воздушном потоке // Инженерный журнал: наука и инновации . – 2015 . – №6
58. Wood W. A., Eberhardt S. Dual-Code Solution Strategy for Chemically-Reacting Hypersonic Flows // AIAA Paper. 1995. № 95-0158.

59. Bonnie J. McBride, Dr. Michael J. Zehe, Gordon S. NASA Glenn Coefficients for Calculating Thermodynamic Properties of Individual Species. – National Aeronautics and Space Administration John H. Glenn Research Center at Lewis Field Cleveland, 2002. – 291 p.
60. Blottner, F. G., Johnson, M., Ellis, M. Chemically reacting viscous flow program for multi-component gas mixtures // SC-RR-70-754, Sandia Laboratories, Albuquerque, New Mexico, 1971.
61. Scalabrin, L. C. Numerical Simulation of Weakly Ionized Hypersonic Flow over Reentry Capsules. PhD Dissertation. – University of Michigan, 2007.
62. Menter F. R. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications // AIAA Journal. August 1994. № 32(8). pp. 1598–1605.
63. Menter F. R., Langtry R. B., Likki S. R., Suzen Y. B., Huang P. G., Volker S. «A Correlation-Based Transition Model Using Local Variables: Part I — Model Formulation». (ASME-GT2004-53452), 2004.
64. Sutton K., Gnoffo P. A. Multi-component diffusion with application to computational aerothermodynamics // AIAA Paper. 1998 № 98-2575.
65. Hollis B. R., and Perkins J. N. Comparison of experimental and computational aerothermodynamics of a 70-deg sphere-cone // AIAA Paper. 1996 № 96-1867.
66. Borovoi V. Ya., Skuratov A. S., Surzhikov S. T. Study of convective heating of segmental-conical Martian descent vehicle in shock wind tunnel // AIAA Paper 2004-2634. – Reno, NV, 2004.
67. Rose P.H., Stark W.I. Stagnation point heat transfer measurements in dissociated air // Journal of Aeronautical Sciences. 1958. Vol.25. No.2. P.86-97.

68. Суржиков С.Т. Расчетное исследование аэротермодинамики гиперзвукового обтекания затупленных тел на примере анализа экспериментальных данных. – М.: ИПМех РАН, 2011. – 192 с.
69. Park Ch. Nonequilibrium hypersonic aerothermodynamics. A Wiley-Interscience Publication. – John Wiley & Sons. New York. 1990. 358 p.
70. Josyula E., Shang J. Computation of Nonequilibrium Hypersonic Flow-fields Around Hemisphere Cylinders // Journal of Thermophysics and Heat Transfer. 1993. Vol.7. No.4. pp.668-679.
71. Ваганов А. В., Дмитриев В. Г., Задонский С. М., Киреев А. Ю., Скуратов А. С., Степанов Э. А. Оценки теплового режима малоразмерного крылатого возвращаемого аппарата на этапе его проектирования // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2007. Т. 5. – Режим доступа: <http://chemphys.edu.ru/issues/2007-5/articles/51/>
72. Бобылев А. В., Ваганов А. В., Дмитриев В. Г., Задонский С. М., Киреев А. Ю., Скуратов А. С., Степанов Э. А., Ярошевский В. А. Разработка аэродинамической компоновки и исследования аэротермодинамических характеристик малоразмерного крылатого возвращаемого аппарата // Ученые записки ЦАГИ, 2009, том XL, стр. 3 – 15.