

## ОТЗЫВ

официального оппонента д.ф.-м.н. Шатиной Альбины Викторовны  
на диссертацию До Чунг Бо «Некоторые задачи эволюции движения деформируемого  
спутника в центральном гравитационном поле сил» на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук по специальности  
01.02.01 «Теоретическая механика»

Диссертационная работа До Чунг Бо посвящена исследованию эволюции движения спутника, который моделируется либо однородным изотропным вязкоупругим шаром, либо динамически симметричным твердым телом с жестко прикрепленной к нему вязкоупругой составляющей. Решение модельных задач, позволяющих понять характерные закономерности динамики искусственных спутников, содержащих вязкоупругие элементы, несомненно представляет научный и практический интерес. Актуальность рассматриваемых в диссертации задач обусловлена и все более возрастающими требованиями к точности определения параметров вращения Земли в навигации, геодезии, геофизике.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы. Она содержит 120 страниц машинописного текста, включающего 7 рисунков и список литературы из 59 наименований.

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, ее научная новизна и практическая значимость. Определены цели и задачи исследований. Изложено краткое содержание диссертационной работы. Представлены основные положения, выносимые на защиту.

Первая глава называется «Необходимые сведения из механики деформируемых твердых тел». Она является вспомогательной и представлена в виде реферата. В ней изложены методы, разработанные Владимиром Георгиевичем Вильке для механических систем с бесконечным числом степеней свободы, также метод модального анализа (метод разложения по собственным формам), используемый в диссертации.

Во второй главе диссертации рассматривается ограниченная задача об эволюции вращательного движения спутника, несущего полусферическую антенну, на эллиптической орбите. Спутник состоит из твердой части, соединенной тонкой ножкой с вязкоупругой полусферической антенной. Предполагается, что твердая часть спутника является однородной и осесимметричной, причем ее ось симметрии совпадает с осью симметрии полусферической антенны (при отсутствии деформаций). Антенна предполагается однородной и изотропной, представляющей собой достаточно жесткое твердое тело, деформации которого малы, а частоты собственных колебаний намного больше угловой скорости вращения спутника.

В § 2.1 описана постановка задачи в рамках линейной модели теории упругости. В § 2.2 подробно выводится выражение для функционала потенциальной энергии гравитационного поля. В § 2.3 решается квазистатическая задача теории упругости. При этом используется метод разделения движений, разработанный В.Г. Вильке, модальный подход, а также явный вид собственных форм для тонкой полусферической оболочки, закрепленной в полюсе, полученный Рэлеем. В результате выводится система уравнений для определения модальных переменных и находится решение этой системы. В § 2.3 выводятся уравнения, описывающие динамику вращательного движения спутника. Эти уравнения выписываются в каноническом виде с использованием переменных Андуайе. Далее эволюция движения спутника разбивается на два этапа. На первом этапе быстрой эволюции в § 2.5 гравитационные силы не учитываются и выводится методом усреднения система уравнений для переменных действие, описывающая вращательную эволюцию движения спутника относительно центра масс. Показано, что переменные  $I_2, I_3$  ( $I_2$  – модуль вектора кинетического момента  $\mathbf{G}$  вращательного движения,  $I_3$  – проекция вектора  $\mathbf{G}$  на нормаль к плоскости орбиты) в этих уравнениях не эволюционируют, а переменная  $I_1$  ( $I_1$  – проекция вектора  $\mathbf{G}$  на ось симметрии спутника) эволюционирует. В случае динамически вытянутого спутника ( $A > C$ ) значение переменной

$I_1$  уменьшается и стремится к нулю, а в случае динамически сжатого спутника ( $A < C$ ) значение переменной  $I_1$  увеличивается и стремится совпасть с  $I_2$ . Качественно этот результат соответствуют ранее проведенным исследованиям, например, для движения симметричного спутника с вязкоупругими стержнями на круговой орбите:

1) *Болотина Н.Е., Вильке В.Г.* Движение симметричного спутника вокруг центра масс на круговой орбите при наличии гибких вязкоупругих стержней // *Космические исследования*, 1984, т.22, вып. 1, с.13-19.

2) *Вильке В.Г., Шатина А.В.* Эволюция движения симметричного спутника с гибкими вязкоупругими стержнями на круговой орбите // *Космические исследования*, 1994, т.32, вып. 4-5, с.51-61.

3) *Шатина А.В.* Эволюция вращательного движения симметричного спутника с гибкими вязкоупругими стержнями // *Космические исследования*, 2002, т. 40, №2, с. 178-192.

В § 2.6 изучается этап медленной диссипативной эволюции вследствие действия гравитационных приливов в случае динамически сжатого спутника ( $A < C$ ), считая быструю диссипативную эволюцию завершенной и полагая далее  $I_1 = I_2$ ,  $\varphi_1 = 0$ . Найдено стационарное

решение  $x_0 \approx \varepsilon_1 \frac{\Phi_4(e)[\mu_1 + \mu_2]}{\Phi_1(e)[3\mu_1 + 4\mu_2]}$  для переменной  $x = I_3/I_2$ . Показано, что уравнение относительно переменной  $x$  имеет еще два стационарных значения  $x_1 = -1$ ,  $x_2 = 1$ , которые являются неустойчивыми.

В третьей главе диссертации рассматривается задача о поступательно-вращательном движении вязкоупругого шара в центральном гравитационном поле сил. Задача решается методом разделения движений и усреднения с использованием канонических уравнений Андуайе-Делоне. Выводятся усредненные уравнения, описывающие эволюцию медленных угловых переменных – долготы перигелия от восходящего узла  $g$  и долготы восходящего узла  $h$ .

Четвертая глава является продолжением главы 3. В ней выводится усредненная система уравнений относительно переменных «действие» рассматриваемой задачи.

В пятой главе ставится задача определения деформаций Земли под влиянием гравитационных полей Солнца и Луны. Земля рассматривается как вязкоупругое тело, имеющее твердое ядро. Используется метод разделения движений и модальный подход. Для получения качественного эффекта рассматриваются только две модальные переменные  $q_{20}$  и  $p_{20}$ , которые моделируют приливные горбы Земли. Найдены комбинации угловых переменных, которые определяют частоты приливных деформаций.

Задачи, рассматриваемые в диссертации, являются очень сложными и по постановке, и по объему аналитических выкладок, которые необходимо проделать для получения представленных результатов. К диссертации имеется ряд замечаний.

#### **Замечания по диссертационной работе.**

1) Введение не содержит обзор по тематике диссертации.

2) По мнению рецензента исследование на этапе медленной диссипативной эволюции в § 2.6 главы 2 проведено некорректно. Полагая, что орбитальная угловая скорость  $\omega_0$  много меньше угловой скорости вращения спутника  $I_2/C$ , диссертант вводит малый параметр  $\varepsilon_1 = C\omega_0/I_2$  и с помощью равенства  $\varepsilon_1 I_2 = C\omega_0$  заменяет переменную  $I_2$  на константу. В результате вместо системы дифференциальных уравнений второго порядка относительно  $I_2, I_3$  (скорости эволюции этих переменных имеют один порядок) изучается дифференциальное уравнение первого порядка относительно переменной  $x = \cos \delta_1 = I_3/I_2$ .

Найдено стационарное решение  $x_0 \approx \varepsilon_1 \frac{\Phi_4(e)[\mu_1 + \mu_2]}{\Phi_1(e)[3\mu_1 + 4\mu_2]}$  вызывает сомнения. Кроме того,

показано, что уравнение относительно переменной  $x$  имеет еще два стационарных значения  $x_1 = -1, x_2 = 1$ , которые являются неустойчивыми. Полученные выводы расходятся с результатами, изложенными в вышеперечисленных работах [1-3], где было показано, что стационарное решение  $x = 1$  является устойчивым, а  $x = -1$  - неустойчивым, т.е. в случае  $A < C$  движение спутника стремится к прямому вращению вокруг оси симметрии, направленной по нормали к плоскости орбиты. Значение предельной угловой скорости определяется начальными условиями.

3) Эволюционные уравнения, полученные в главах 3 и 4, с точностью до обозначений совпадают с уравнениями, представленными в работе Маркова Юрия Георгиевича:

4) *Марков Ю.Г.* Пространственное движение деформируемого тела в центральном поле сил // Космические исследования, 1988, т.26, вып. 2, с.236-245.

При этом в списке литературы эта работа не значится.

Задача о поступательно-вращательном движении вязкоупругого шара в центральном ньютоновском поле сил была поставлена и решена в векторном виде Вильке В.Г.:

5) *Вильке В.Г.* Движение вязкоупругого шара в центральном ньютоновском поле сил.// Прикладная математика и механика, 1980, т.44, вып. 3, с.395-402.

Затем были получены эволюционные уравнения вращательного движения вязкоупругого шара на круговой орбите и поступательно вращательного движения в «плоском» случае:

6) *Вильке В.Г., Копылов С.А., Марков Ю.Г.* Эволюция вращательного движения вязкоупругого шара в центральном ньютоновском поле сил // Прикладная математика и механика, 1985, т.49, вып. 1, с. 25-34.

7) *Вильке В.Г., Марков Ю.Г.* Эволюция поступательно-вращательного движения вязкоупругой планеты в центральном поле сил.// Астрономический журнал, 1988, т.65, вып. 4, с.861-867.

В работе Маркова Ю.Г. [4] изучалась точно такая задача, как в представленной диссертации. При получении эволюционной системы уравнений было дополнительно проведено усреднение по угловой переменной  $\varphi_3$ . Этот шаг является ошибочным, так как переменная  $\varphi_3$  входит в уравнения в комбинации  $(\varphi_3 - h)$ . В данной задаче поле внешних сил центральное, и, следовательно, сохраняется вектор момента количества движения  $\mathbf{G}_0$  относительно притягивающего центра, который равен сумме векторов моментов количества движения в орбитальном движении и в движении относительно центра масс. Поэтому указанные векторы лежат в одной плоскости и  $\varphi_3 - h = \pi$ . Эволюционная система уравнений поступательно-вращательного движения вязкоупругого шара с учетом этого замечания получена в работах:

8) *Шатина А.В.* Эволюция движения вязкоупругого шара в центральном ньютоновском поле сил // Космические исследования, 2001, т. 39, №3, с. 303-315.

9) *Шатина А.В.* Эволюция поступательно-вращательного движения вязкоупругого шара // Механика твердого тела ISSN 0321-1975, 2002, вып.32, с.194-202.

Следует отметить, что работы [8,9] также не входят в список литературы диссертации.

4) Несмотря на то, что в начале главы 5 заявлено, что орбита барицентра системы Земля – Луна предполагается медленно эволюционирующей, решение квазистатической задачи выписывается для фиксированной орбиты.

5) В диссертационной работе имеются опечатки. Вот некоторые из них:

1. на стр. 17 тензор Коши-Грина представлен в виде  $C = J \cdot J^T$  вместо  $C = J^T \cdot J$ .

2. на стр. 20 в формуле (1.8) вместо  $i_{ij}$  должно быть  $u_{ij}$ .

3. на стр. 21 в формуле (1.11) коэффициент при  $\bar{\mu}$  должен быть  $\sum_{i,j=1}^3 \varepsilon_{ij}^2$ , а не  $\sum_{i=1}^3 \varepsilon_{ii}^2$ .

4. на стр. 21 неверно указана ссылка на формулу (1.2) вместо (1.3).

5. на стр. 22 внешняя поверхностная сила должна быть векторной величиной.

6. на стр. 23 в первой из формул системы (1.16) должно быть  $\gamma \ddot{\mathbf{u}}$ , а не  $\gamma \mathbf{u}$ , а во втором уравнении (1.16) величина  $F_k$  должна быть скалярной, а не векторной.

7. на стр. 26 в формуле (1.21) вместо  $F[r, t]$  должно быть  $F[\mathbf{r}, t]$ .

8. на стр. 28 пропущен коэффициент  $\frac{1}{2}$  при функционале  $T_0$  в последней строке.

9. на стр. 29 второе уравнение системы (1.30)  $\dot{q} = -\nabla_p H$  следует заменить на  $\dot{q} = \nabla_p H$ .

10. на стр. 60 в формуле (2.40) во второй компоненте вектора  $\omega$  вместо  $\sin \varphi_1$  должно быть  $\cos \varphi_1$ .

11. на стр. 72-73 для того чтобы из системы (2.63) получить (2.64) должен быть знак «+» в правой части второго уравнения для  $I_3$ .

12. на стр. 73 во второй строке уравнения (2.64) в первой скобке при  $2x^2$  должен быть знак «+».

13. на стр. 77 неверно выписан инвариант тензора конечных деформаций  $II_E$ : пропущен множитель  $\frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ .

14. на стр. 82 неверно выписаны уравнения движения (3.4)-(3.5): в правых частях уравнений для угловых переменных должен быть знак «+».

15. на стр. 84 в уравнении (3.8) перед  $\frac{d}{dt}(J_0^{-1} \mathbf{G} \times \mathbf{r})$  и перед  $\nabla_{\dot{\mathbf{u}}} D[\dot{\mathbf{u}}]$  должен быть знак «минус».

Результаты, полученные в диссертации, строго обоснованы в рамках применяемых асимптотических методов, полно представлены в публикациях по теме диссертации. Результаты исследований докладывались на международных и всероссийских конференциях и научных семинарах. Диссертация четко изложена, аккуратно оформлена. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Диссертация До Чунг Бо «Некоторые задачи эволюции движения деформируемого спутника в центральном гравитационном поле сил» удовлетворяет требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней» ВАК РФ от 24.09.2013г. №842, а её автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.01 «Теоретическая механика».

Официальный оппонент

д.ф.-м.н., доцент, профессор кафедры Высшей математики  
Московского технологического университета (МИРЭА)  
Адрес МИРЭА: 119454, г. Москва, проспект Вернадского, д.78.

Шатина А.В.

Подпись официального оппонента  
д.ф.-м.н. Шатиной А.В. удостоверяю.

Начальник  
Управления кадров

