УДК 623.74.094

Сопровождение маневренной воздушной цели на основе модели со случайной структурой с фазоразностным индикатором маневра

Шатовкин Р. Р.*, Лихачев В. П., Рязанцев Л. Б.

Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил Военно-воздушной академии имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина, ул. Старых Большевиков, 54а, Воронеж, 396064, Россия *e-mail: Shatovkin@yandex.ru

Аннотация

На основе положений теории систем со случайной скачкообразной структурой разработан алгоритм сопровождения воздушной цели с использованием индикатора маневра, отличающийся повышенной точностью и помехоустойчивостью. В основу индикатора маневра положен фазоразностный метод измерения ускорения сближения по отраженным от цели сигналам.

Ключевые слова:

бортовая радиолокационная станция, оптоэлектронная система, режим молчания, воздушная цель, линейная скорость

Введение

Поведение воздушной цели при ведении воздушного боя характеризуется выполнением сложных маневров с большими перегрузками. Современные радиоэлектронные средства сопровождения основаны на алгоритме α-β-фильтрации, который использует модель либо равноускоренного движения, либо движения с постоянной скоростью [1], что является недостаточным для описания реально происходящего процесса.

Маневрирование цели оказывает сильное влияние на качество сопровождения. Не-

своевременное обнаружение начала маневра цели достаточно часто приводит к срыву автосопровождения в силу появления больших ошибок следящих измерителей из-за несоответствия моделей, заложенных в измерители, реальному поведению цели. Повторный захват требует дополнительного времени, а это – причина срыва первой атаки, которая в условиях высокоманевренного боя имеет очень большое значение.

В связи с отмеченными обстоятельствами в состав современных и перспективных радиоэлектронных средств сопровождения (РЭСС) целесообразно включать специальные устройства обнаружения и определения интенсивности маневра – индикаторы, предназначенные для коррекции параметров или структуры фильтров сопровождения в соответствии с реальной обстановкой [2].

Информацией для принятия решения о маневре воздушной цели и его интенсивности может служить величина ускорения сближения. На сегодняшний день основным способом определения ускорения сближения является вычисление второй производной от измеренной дальности, который характеризуется большими ошибками [3]. В этом случае для измерения ускорения сближения целесообразно использовать другой подход, который основан на том, что сам отраженный от цели эхо-сигнал является носителем информации об ускорении сближения.

Особый интерес представляет построение фильтров на основе положений теории систем со случайной скачкообразной структурой (ССС) [4]. Характерной чертой алгоритмов обработки информации в системах со ССС является возможность учета различных моделей движения ЛА и объединения информации измерителей и индикаторов. При этом обеспечивается повышение точности оценок, выдаваемых фильтрами, за счет изменения структуры фильтра по показаниям индикаторов.

Цель работы – разработка алгоритма автоматического сопровождения маневренного летательного аппарата (ЛА) с использованием информации, содержащейся в отраженном эхо-сигнале, в интересах коррекции структуры фильтров автосопровождения.

Постановка и решение задачи

Алгоритм сопровождения маневренного ЛА на основе положений теории систем со ССС с использованием индикатора маневра. Маневренное поведение ЛА можно описать как динамический объект со ССС. Основанием для этого служит принятие той, или иной модели, описывающей реальный процесс. Модели могут различаться как по структуре, так и по значению используемых параметров [4].

Состояние динамического объекта в k-й момент времени определяется значениями

2

вектора фазовых координат объекта \mathbf{x}_k и индекса структуры \mathbf{s}_k , имеющего конечное число возможных состояний $\mathbf{s}_k = \overline{\mathbf{1}, \mathbf{n}^{(s)}}$, сменяющих друг друга в случайные моменты времени с некоторой вероятностью. Данные параметры статистически взаимосвязаны.

Индекс структуры полностью описывается условной вероятностью перехода $\mu(s_{k+1}|s_k, \mathbf{x}_k)$ из состояния s_k в состояние s_{k+1} при фиксированном значении вектора фазовых координат \mathbf{x}_k и заданной начальной вероятности $p(s_0)$. Смена состояний структуры происходит при достижении фазовыми координатами некоторых границ Δ . Формально это можно записать в виде условия [4]:

$$\mu \left(\mathbf{s}_{k+1} = \mathbf{s}_{i} \middle| \mathbf{s}_{k} = \mathbf{s}_{j}, \mathbf{x}_{k} \right) = \begin{cases} \mathbf{P}_{nn} & \text{пр}\,\mu \, \left| \mathbf{x}_{k} \right| > \Delta; \\ 0 & \text{пр}\,\mu \, \left| \mathbf{x}_{k} \right| \le \Delta; \end{cases}$$

$$\mu \left(\mathbf{s}_{k+1} = \mathbf{s}_{j} \middle| \mathbf{s}_{k} = \mathbf{s}_{i}, \mathbf{x}_{k} \right) = \begin{cases} \mathbf{P}_{on} & \text{пр}\,\mu \, \left| \mathbf{x}_{k} \right| > \Delta; \\ 1 & \text{пр}\,\mu \, \left| \mathbf{x}_{k} \right| \le \Delta; \end{cases}$$

$$(1)$$

где $\mu(s_{k+1} = s_i | s_k = s_i, \mathbf{x}_k) = 1 - \mu(s_{k+1} = s_j | s_k = s_i, \mathbf{x}_k); 0 < P_{nn} < 1, 0 < P_{on} < 1; P_{nn}, P_{on} = const - 3$ начения вероятностей правильных и ошибочных переходов, соответственно.

Уравнения состояния и наблюдения для объекта со ССС имеют вид:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}(\mathbf{s}_{k+1}, \mathbf{s}_k) \cdot \mathbf{x}_k + \mathbf{\xi}_k;$$
(2)

$$\mathbf{z}_{k} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{x}_{k} + \boldsymbol{\eta}_{k}, \ k = \overline{\mathbf{0}, \mathbf{K}}, \tag{3}$$

где \mathbf{x}_k – вектор фазовых координат с ковариационной матрицей $\mathbf{R}(\mathbf{s}_k)$; $\mathbf{A}(\mathbf{s}_{k+1}, \mathbf{s}_k)$ – переходная матрица состояний; \mathbf{x}_0 – вектор фазовых координат в начальный момент времени с гауссовской плотностью вероятности $\mathbf{x}_0 \sim N[\mathbf{x}_0 | \hat{\mathbf{x}}_0, \mathbf{R}(\mathbf{s}_0)]$; $\boldsymbol{\xi}_k$ – формирующий белый шум с гауссовской плотностью вероятности $\boldsymbol{\xi}_k \sim N[\boldsymbol{\xi}_k | 0, \mathbf{Q}(\mathbf{s}_k)]$; \mathbf{z}_k – вектор наблюдаемых параметров; \mathbf{H} – матрица наблюдений; $\boldsymbol{\eta}_k$ – белый шум наблюдения с гауссовской плотностью вероятности $\boldsymbol{\eta}_k \sim N[\boldsymbol{\eta}_k | 0, \mathbf{L}]$; $\mathbf{s}_k = \overline{\mathbf{I}, \mathbf{n}^{(s)}}$.

Здесь для гауссовской плотности вероятности k-мерной случайной величины (CB) у используется обозначение [5]

$$\mathbf{N}[\boldsymbol{\gamma} | \mathbf{l}, \mathbf{F}] = (2 \cdot \pi)^{-k/2} \cdot |\mathbf{F}|^{-1/2} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2} \cdot (\boldsymbol{\gamma} - \mathbf{l})^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{F}^{-1} \cdot (\boldsymbol{\gamma} - \mathbf{l})\right\},\tag{4}$$

где l – математическое ожидание; F – ковариационная матрица CB γ .

Индикатор структуры необходим для определения состояния структуры объекта – об-

наружения и определения интенсивности маневра по информации, принятой с помехами. По индицируемому состоянию структуры объекта посредством корректировки априорных вероятностей состояния структуры системы в соответствии с достоверностью полученной информации происходит адаптация процесса сопровождения. Индикатор характеризуется выходным сигналом \mathbf{r}_k .

Процесс смены состояний индикатора описывается марковской цепью, имеющей конечное множество возможных состояний $r_k = \overline{1,n^{(r)}}$. Цепь задана условными вероятностями переходов [4]:

$$\rho(\mathbf{r}_{k+1}|\mathbf{s}_{k+1},\mathbf{r}_{k}) = \begin{cases} \mathbf{b} \cdot \rho(\mathbf{r}_{k+1}|\mathbf{s}_{k+1}) & \text{при} & \mathbf{r}_{k+1} \neq \mathbf{r}_{k}; \\ \mathbf{b} \cdot \rho(\mathbf{r}_{k+1}|\mathbf{s}_{k+1}) + 1 - \mathbf{b} & \text{при} & \mathbf{r}_{k+1} = \mathbf{r}_{k}, \end{cases}$$
(5)

где
$$b = 1 - \exp\{-\Delta t/\tau\};$$
 (6)

Δt – период индикации состояния объекта; τ – постоянная времени, характеризующая инерционные свойства индикатора.

Совокупность всех возможных значений $\rho(\mathbf{r}_k | \mathbf{s}_k)$ является статической вероятностной характеристикой индикатора, где $\rho(\mathbf{r}_k = \mathbf{s}_k | \mathbf{s}_k)$ и $\rho(\mathbf{r}_k \neq \mathbf{s}_k | \mathbf{s}_k)$ – соответственно, вероятности принятия правильного и ошибочного решений. При этом должно выполняться условие: $\rho(\mathbf{r}_k = \mathbf{s}_k | \mathbf{s}_k) + \sum_{\mathbf{s}_k \neq \mathbf{r}_k} \rho(\mathbf{r}_k \neq \mathbf{s}_k | \mathbf{s}_k) = 1.$

Алгоритм сопровождения маневренного ЛА основан на следующих уравнениях [4]: - для апостериорных вероятностей состояний:

$$\hat{p}(s_{k+1}) = \frac{\lambda(s_{k+1})}{\sum_{s_{k+1}} \lambda(s_{k+1})},$$
(7)

$$\lambda(\mathbf{s}_{k+1}) = \widetilde{\mathbf{p}}(\mathbf{s}_{k+1}) \cdot \rho(\mathbf{r}_{k+1} | \mathbf{s}_{k+1}, \mathbf{r}_{k}) \cdot \left[\det \widetilde{\boldsymbol{\Theta}}(\mathbf{s}_{k+1})\right]^{-1/2} \cdot \exp\left\{-\mathbf{h}(\mathbf{s}_{k+1})\right\};$$
(8)

$$\widetilde{\boldsymbol{\Theta}}(\mathbf{s}_{k+1}) = \mathbf{H} \cdot \widetilde{\mathbf{R}}(\mathbf{s}_{k+1}) \cdot \mathbf{H}^{\mathrm{T}} + \mathbf{L}; \qquad (9)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{s}_{k+1}) = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{v}^{\mathrm{T}}(\mathbf{s}_{k+1}) \cdot \widetilde{\mathbf{\Theta}}^{-1}(\mathbf{s}_{k+1}) \cdot \mathbf{v}(\mathbf{s}_{k+1});$$
(10)

$$\mathbf{v}(\mathbf{s}_{k+1}) = \mathbf{z}_{k+1} - \mathbf{H} \cdot \widetilde{\mathbf{x}}(\mathbf{s}_{k+1}); \tag{11}$$

- для прогнозируемых вероятностей состояний:

где

$$\widetilde{p}(\mathbf{s}_{k+1}) = \sum_{\mathbf{s}_{k}} \int_{-\infty}^{\infty} \mu(\mathbf{s}_{k+1} | \mathbf{s}_{k}, \mathbf{x}_{k}) \widehat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}_{k}, \mathbf{s}_{k}) d\mathbf{x}_{k} , \qquad (12)$$

где
$$\hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{s}_{k+1}) = \frac{\rho(\mathbf{r}_{k+1} | \mathbf{s}_{k+1}, \mathbf{r}_{k}) \cdot \tilde{\mathbf{f}}(\mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{s}_{k+1})}{\sum_{\mathbf{s}_{k+1}} \rho(\mathbf{r}_{k+1} | \mathbf{s}_{k+1}, \mathbf{r}_{k}) \cdot \tilde{\mathbf{p}}(\mathbf{s}_{k+1})};$$
 (13)

$$\widetilde{\mathbf{f}}\left(\mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{s}_{k+1}\right) = \mathbf{f}\left(\mathbf{x}_{k+1} \middle| \mathbf{s}_{k+1}\right) \cdot \widetilde{\mathbf{p}}\left(\mathbf{s}_{k+1}\right); \tag{14}$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_{k}|\mathbf{s}_{k}) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \mathbf{R}^{-1/2}(\mathbf{s}_{k}) \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2} \cdot (\mathbf{x}_{k} - \mathbf{x}(\mathbf{s}_{k}))^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{s}_{k}) \cdot (\mathbf{x}_{k} - \mathbf{x}(\mathbf{s}_{k}))\right\};$$
(15)

$$\hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}_0, \mathbf{s}_0) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \mathbf{R}^{-1/2}(\mathbf{s}_0) \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2} \cdot (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}(\mathbf{s}_0))^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{s}_0) \cdot (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}(\mathbf{s}_0))\right\} \cdot \hat{\mathbf{p}}(\mathbf{s}_0);$$
(16)

- для апостериорных и прогнозируемых условных оценок:

$$\hat{\mathbf{x}}(\mathbf{s}_{k+1}) = \widetilde{\mathbf{x}}(\mathbf{s}_{k+1}) + \widetilde{\mathbf{R}}(\mathbf{s}_{k+1}) \cdot \mathbf{H}^{\mathrm{T}} \cdot \widetilde{\mathbf{\Theta}}^{-1}(\mathbf{s}_{k+1}) \cdot \mathbf{v}(\mathbf{s}_{k+1});$$
(17)

$$\widetilde{\mathbf{x}}(\mathbf{s}_{k+1}) = \widetilde{\mathbf{p}}^{-1}(\mathbf{s}_{k+1}) \cdot \sum_{\mathbf{s}_{k}} \mathbf{A}(\mathbf{s}_{k+1}, \mathbf{s}_{k}) \cdot \widehat{\mathbf{x}}(\mathbf{s}_{k}) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \mu\left(\mathbf{s}_{k+1} | \mathbf{s}_{k}, \mathbf{x}_{k}\right) \cdot \widehat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}_{k}, \mathbf{s}_{k}) d\mathbf{x}_{k};$$
(18)

- для безусловных оценок:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{x}_{k} \cdot \hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}_{k}) d\mathbf{x}_{k} = \sum_{\mathbf{s}_{k}} \hat{\mathbf{x}}(\mathbf{s}_{k}) \cdot \hat{\mathbf{p}}(\mathbf{s}_{k}) ; \qquad (19)$$

- для апостериорных и прогнозируемых условных ковариаций ошибок оценивания:

$$\hat{\mathbf{R}}(\mathbf{s}_{k+1}) = \tilde{\mathbf{R}}(\mathbf{s}_{k+1}) - \tilde{\mathbf{R}}(\mathbf{s}_{k+1}) \cdot \mathbf{H}^{\mathrm{T}} \cdot \tilde{\mathbf{\Theta}}^{-1}(\mathbf{s}_{k+1}) \cdot \mathbf{H} \cdot \tilde{\mathbf{R}}(\mathbf{s}_{k+1}); \qquad (20)$$

$$\tilde{\mathbf{R}}(\mathbf{s}_{k+1}) = \tilde{\mathbf{p}}^{-1}(\mathbf{s}_{k+1}) \cdot \sum_{\mathbf{s}_{k}} \{\mathbf{A}(\mathbf{s}_{k+1}, \mathbf{s}_{k}) \cdot \hat{\mathbf{R}}(\mathbf{s}_{k}) \cdot \mathbf{A}^{\mathrm{T}}(\mathbf{s}_{k+1}, \mathbf{s}_{k}) + \mathbf{Q}(\mathbf{s}_{k}) + [\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{s}_{k+1}) - \mathbf{A}(\mathbf{s}_{k+1}, \mathbf{s}_{k}) \cdot \hat{\mathbf{x}}(\mathbf{s}_{k})] \cdot [\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{s}_{k+1}) - \mathbf{A}(\mathbf{s}_{k+1}, \mathbf{s}_{k}) \cdot \hat{\mathbf{x}}(\mathbf{s}_{k})]^{\mathrm{T}} \} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \mu(\mathbf{s}_{k+1} | \mathbf{s}_{k}, \mathbf{x}_{k}) \cdot \hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}_{k}, \mathbf{s}_{k}) d\mathbf{x}_{k}; \qquad (21)$$

- для безусловных ковариаций ошибок оценивания:

$$\hat{\mathbf{R}}_{k} = \int_{-\infty}^{\infty} (\mathbf{x}_{k} - \hat{\mathbf{x}}_{k}) \cdot (\mathbf{x}_{k} - \hat{\mathbf{x}}_{k})^{\mathrm{T}} \cdot \hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}_{k}) d\mathbf{x}_{k} = \sum_{s_{k}} [\hat{\mathbf{R}}(s_{k}) + \hat{\mathbf{x}}(s_{k}) \cdot \hat{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}}(s_{k})] \cdot \hat{\mathbf{p}}(s_{k}) - \hat{\mathbf{x}}_{k} \cdot \hat{\mathbf{x}}_{k}^{\mathrm{T}}, \quad (22)$$

- для оценки состояния структуры:

$$\hat{\mathbf{s}}_{\mathbf{k}} = \arg \max_{\mathbf{s}_{\mathbf{k}}} \hat{\mathbf{p}}(\mathbf{s}_{\mathbf{k}}), \tag{23}$$

где $\hat{p}(s_k)$ – вероятность s_k -го состояния структуры; $\hat{f}(\mathbf{x}_k | s_k)$, $\hat{\mathbf{x}}(s_k)$, $\hat{\mathbf{R}}(s_k)$ – условные плотности вероятности, оценки и ковариации ошибки оценивания вектора \mathbf{x}_k при фиксированном s_k -м состоянии структуры, соответственно; \hat{s}_k – оценка состояния структуры; $\hat{f}(\mathbf{x}_k)$, $\hat{\mathbf{x}}_k$, $\hat{\mathbf{R}}_k$ – безусловная плотность вероятности, оценка и ковариация ошибки оценивания вектора \mathbf{x}_k соответственно; $f(\mathbf{x}_k | s_k)$ – условная плотность вероятности вектора \mathbf{x}_k при фиксированном s_k -м состоянии структуры; $\mathbf{x}(s_k)$ – среднее значение вектора \mathbf{x}_k при фиксированном s_k -м состоянии структуры; $\hat{f}(\mathbf{x}_0, s_0)$ – начальное значение совместной плотности вероятности.

Уравнения (1) – (3) и (5) – (23) определяют алгоритм типа «классификатор-фильтрдисперсиометр-идентификатор».

Схема алгоритма изображена на рисунке 1. Несмотря на линейность модели объекта и измерителя, алгоритм фильтрации не линеен. Это объясняется зависимостью оценки вектора фазовых координат от случайной структуры [4].



Рисунок 1 – Схема алгоритма сопровождения со ССС

Как видно из схемы вычисление осуществляется в два этапа: прогноз и коррекция. При этом для каждого шага k и для каждого индекса s_k информационные характеристики $\hat{p}(s_k)$, $\hat{\mathbf{x}}(s_k)$, $\hat{\mathbf{R}}(s_k)$, определяемые на этапе коррекции, зависят от наблюдений \mathbf{z}_k и r_k , и прогнозируемых характеристик: вероятность $\hat{p}(s_k)$ зависит от $\tilde{p}(s_k)$, $\tilde{\mathbf{x}}(s_k)$, $\tilde{\mathbf{R}}(s_k)$; оценка $\hat{\mathbf{x}}(s_k) -$ от $\tilde{\mathbf{x}}(s_k)$, $\tilde{\mathbf{R}}(s_k)$; ковариация $\hat{\mathbf{R}}(s_k) -$ от $\tilde{\mathbf{R}}(s_k)$. Алгоритм индикации маневра ЛА на основе фазоразностного метода измерения ускорения сближения по отраженному от ЛА сигналу. На выходе приемного устройства модель комплексного сигнала, отраженного от ЛА в виде точечного отражателя и вычисленного по квадратурным составляющим, определяется следующими выражениями [6, 7]:

$$\dot{\mathbf{S}}(t) = \mathbf{S}_0 \cdot \exp\{\mathbf{j} \cdot \mathbf{2} \cdot \boldsymbol{\pi} \cdot \mathbf{f}_0\} \cdot \exp\{\mathbf{j} \cdot \boldsymbol{\varphi}(t)\} + \dot{\mathbf{n}}(t), \qquad (24)$$

где

$$e \qquad \varphi(t) = \frac{4 \cdot \pi}{\lambda} \cdot \left(\prod_{0} + V_0 \cdot t + \frac{a_{c\bar{c}} \cdot t^2}{2} \right); \tag{25}$$

 $\lambda = \frac{c}{f_0}; S_0$ – амплитуда сигнала; j – мнимая единица; f_0 – несущая частота; c – скорость све-

та; Д₀, V₀ – значения начальной дальности и радиальной скорости, соответственно; a_{c6} – значение ускорения сближения; ṅ(t) – стационарный гаусовский белый шум.

Отраженный от цели сигнал приобретает дополнительный сдвиг по частоте и линейную частотную модуляцию, вызванные наличием радиальной скорости и ускорения сближения с воздушной целью, которые описываются вторым и третьим слагаемым выражения (25), соответственно. Оценить величину ускорения сближения можно, оценив изменение фазы $\varphi(t)$ за время облучения ЛА $T_{oбл}$:

$$\Delta \varphi(t, T_{o\delta\pi}) = \varphi(t + T_{o\delta\pi}) - \varphi(t) .$$
⁽²⁶⁾

Подставив выражение (25) в (26), и произведя элементарные сокращения, получим:

$$\Delta \varphi(\mathbf{t}, \mathbf{T}_{o\delta\pi}) = \frac{4 \cdot \pi}{\lambda} \cdot \left(\mathbf{V}_0 \cdot \mathbf{T}_{o\delta\pi} + \frac{\mathbf{a}_{c\delta} \cdot \mathbf{T}_{o\delta\pi}^2}{2} + \frac{\mathbf{a}_{c\delta} \cdot \mathbf{T}_{o\delta\pi}}{2} \cdot \mathbf{t} \right) = \Delta \varphi_0 + \Delta \omega \cdot \mathbf{t} , \qquad (27)$$

$$\Delta \omega = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot \mathbf{a}_{c\bar{o}} \cdot \mathbf{T}_{o\bar{o}\pi}; \tag{28}$$

 $\Delta \phi_0$ – некоторая начальная фаза.

Тогда значение ускорения сближения определяется как [6, 7]:

$$a_{c\delta} = \frac{\Delta \omega \cdot \lambda}{2 \cdot \pi \cdot T_{o\delta \pi}}.$$
(29)

Оценить значение $\Delta \omega$ можно, воспользовавшись преобразованием Фурье. Для этого сигнал с выхода приемника за время облучения ЛА $T_{o\delta n}$, определяемый выражением (24), последовательно по времени разделяется на два сигнала $\dot{S}_1(t)$ и $\dot{S}_2(t)$, каждый длительностью $\frac{T_{o\delta n}}{2}$. Затем первый и комплексно сопряженный второй сигналы перемножаются:

 $\frac{1}{2}$. Затем первый и комплексно сопряженный второй сигналы перемножаются.

$$\dot{S}_{\Delta}(t) = \dot{S}_{2}(t) \cdot \dot{S}_{1}^{*}(t) = \dot{S}(t + \frac{T_{o \delta \pi}}{4}) \cdot \dot{S}^{*}(t - \frac{T_{o \delta \pi}}{4}).$$
(30)

Осуществив преобразование Фурье сигнала $\dot{S}_{\Delta}(t)$

$$\dot{\mathbf{S}}_{\Delta}(\omega) = \int_{-T_{o\delta\pi}/4}^{T_{o\delta\pi}/4} (\mathbf{t}) \cdot \exp\{-\mathbf{j} \cdot \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{t}\} d\mathbf{t}$$
(31)

и оценив положение максимума спектра $\dot{S}_{\Delta}(\omega)$, можно вычислить значение $\Delta\omega$:

$$\Delta \omega = \arg \max_{\omega} S_{\Delta}(\omega) \,. \tag{32}$$

Затем в соответствии с выражением (29) вычисляется значение ускорения сближения а сб.

Данное значение в каждый k-й момент времени наблюдения ЛА сравнивается с установленными порогами, и в зависимости от результата сравнения на выходе индикатора наблюдается сигнал r_k , принадлежащий конечному множеству возможных состояний $r_k = \overline{1, n^{(r)}}$.

Численный пример

Рассмотрим работу предлагаемых алгоритмов на примере дальномерного канала РЭСС. Пусть ускорение сближения описывается корреляционной функцией вида [8]

$$\mathbf{K}(\mathbf{t} - \mathbf{t}') = \sigma_{\mathbf{a}}^{2} \cdot \exp\left\{-\alpha \cdot \left|\mathbf{t} - \mathbf{t}'\right|\right\}, \quad \alpha \ge 0,$$
(33)

где σ_a^2 – дисперсия ускорения; $\alpha = \frac{1}{\tau_a}$ – величина, обратная постоянной времени маневра

(ускорения); t' – любой момент времени, включая t.

Современный воздушный бой характеризуется, в целом, высокоманевренным движением, однако на разных этапах боя интенсивность маневра различна. Количественным показателем интенсивности маневра в k-й момент времени, является ускорение сближения a_k [1]. В зависимости от значения, которое принимает данное ускорение, движение можно классифицировать следующим образом: при $|a_k| < a_{nop_1}$ – маневр слабой интенсивности ($s_k = 1$); при $a_{nop_1} \le |a_k| < a_{nop_2}$ – маневр средней интенсивности ($s_k = 2$); при $|a_k| \ge a_{nop_2}$ – интенсивный маневр ($s_k = 3$). Здесь a_{nop_1} и a_{nop_2} – заданные пороговые значения.

Таким образом, используемая модель движения будет иметь три состояния структуры $s_k = \overline{1,3}$. Учитывая выражение (33), можно сказать, что каждое состояние структуры модели характеризуется конкретными значениями параметров α и σ_a .

Тогда для рассматриваемого случая в выражении (2):

- вектор фазовых координат

$$\mathbf{x}_{k} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Pi}_{k} & \boldsymbol{V}_{k} & \boldsymbol{a}_{k} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}};$$
(34)

- переходная матрица состояний

$$\mathbf{A}(\mathbf{s}_{k+1}, \mathbf{s}_{k}) = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{-1 + \alpha(\mathbf{s}_{k}) \cdot T + \exp\{-\alpha(\mathbf{s}_{k}) \cdot T\}}{\alpha^{2}(\mathbf{s}_{k})} \\ 0 & 1 & \frac{1 - \exp\{-\alpha(\mathbf{s}_{k}) \cdot T\}}{\alpha(\mathbf{s}_{k})} \\ 0 & 0 & \exp\{-\alpha(\mathbf{s}_{k}) \cdot T\} \end{bmatrix},$$
(35)

где Т – период обновления информации о ЛА;

- вектор фазовых координат в начальный момент времени

$$\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Pi}_0 & \boldsymbol{V}_0 & \boldsymbol{a}_0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(36)

с ковариационной матрицей

$$\mathbf{R}(\mathbf{s}_{0}) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{11}(\mathbf{s}_{0}) & \mathbf{R}_{12}(\mathbf{s}_{0}) & \mathbf{R}_{13}(\mathbf{s}_{0}) \\ \mathbf{R}_{21}(\mathbf{s}_{0}) & \mathbf{R}_{22}(\mathbf{s}_{0}) & \mathbf{R}_{23}(\mathbf{s}_{0}) \\ \mathbf{R}_{31}(\mathbf{s}_{0}) & \mathbf{R}_{32}(\mathbf{s}_{0}) & \mathbf{R}_{33}(\mathbf{s}_{0}) \end{bmatrix},$$
(37)

где

$$\mathbf{R}_{11}(\mathbf{s}_0) = \sigma_{\mathcal{A}_{u}}^2;$$
(38)

$$R_{12}(s_0) = R_{21}(s_0) = \frac{\sigma_{\mathcal{A}_n}^2}{T};$$
(39)

$$\mathbf{R}_{13}(\mathbf{s}_0) = \mathbf{R}_{31}(\mathbf{s}_0) = \mathbf{0}; \tag{40}$$

$$R_{22}(s_{0}) = \frac{2 \cdot \sigma_{A_{u}}^{2}}{T^{2}} + \frac{\sigma_{a}^{2}(s_{0})}{\alpha^{4}(s_{0}) \cdot T^{2}} \left[2 - \alpha^{2}(s_{0}) \cdot T^{2} + \frac{2 \cdot \alpha^{3}(s_{0}) \cdot T^{3}}{3} - 2 \cdot \exp\{-\alpha(s_{0}) \cdot T\} - 2 \cdot \alpha(s_{0}) \cdot T \cdot \exp\{-\alpha(s_{0}) \cdot T\}\right];$$
(41)

$$\mathbf{R}_{23}(\mathbf{s}_{0}) = \mathbf{R}_{32}(\mathbf{s}_{0}) = \frac{\sigma_{a}^{2}(\mathbf{s}_{0})}{\alpha^{2}(\mathbf{s}_{0}) \cdot \mathbf{T}} \cdot \left[\exp\left\{-\alpha(\mathbf{s}_{0}) \cdot \mathbf{T}\right\} + \alpha(\mathbf{s}_{0}) \cdot \mathbf{T} - 1\right];$$
(42)

$$\mathbf{R}_{33}(\mathbf{s}_{0}) = \sigma_{a}^{2}(\mathbf{s}_{0}); \tag{43}$$

 $\sigma^2_{{\cal I}_{\mu}}$ – дисперсия шума измерения дальности;

- ковариационная матрица формирующего шума $\boldsymbol{\xi}_k$

$$\mathbf{Q}(\mathbf{s}_{k}) = 2 \cdot \alpha(\mathbf{s}_{k}) \cdot \sigma_{a}^{2}(\mathbf{s}_{k}) \cdot \begin{bmatrix} q_{11}(\mathbf{s}_{k}) & q_{12}(\mathbf{s}_{k}) & q_{13}(\mathbf{s}_{k}) \\ q_{21}(\mathbf{s}_{k}) & q_{22}(\mathbf{s}_{k}) & q_{23}(\mathbf{s}_{k}) \\ q_{31}(\mathbf{s}_{k}) & q_{32}(\mathbf{s}_{k}) & q_{33}(\mathbf{s}_{k}) \end{bmatrix},$$
(44)

где

$$q_{11}(s_{k}) = \frac{1}{2 \cdot \alpha^{5}(s_{k})} \cdot \left[1 - \exp\left\{-2 \cdot \alpha(s_{k}) \cdot T\right\} + 2 \cdot \alpha(s_{k}) \cdot T + \frac{2 \cdot \alpha^{3}(s_{k}) \cdot T^{3}}{3} - 2 \cdot \alpha^{2}(s_{k}) \cdot T^{2} - 4 \cdot \alpha(s_{k}) \cdot T \cdot \exp\left\{-2 \cdot \alpha(s_{k}) \cdot T\right\} \right];$$

$$(45)$$

$$q_{12}(s_{k}) = q_{21}(s_{k}) = \frac{1}{2 \cdot \alpha^{4}(s_{k})} \cdot \left[\exp\left\{-2 \cdot \alpha(s_{k}) \cdot T\right\} + 1 - 2 \cdot \exp\left\{-\alpha(s_{k}) \cdot T\right\} + 2 \cdot \alpha(s_{k}) \cdot T \cdot \exp\left\{-\alpha(s_{k}) \cdot T\right\} - 2 \cdot \alpha(s_{k}) \cdot T + \alpha^{2}(s_{k}) \cdot T^{2} \right];$$

$$(46)$$

$$q_{13}(s_{k}) = q_{31}(s_{k}) = \frac{1}{2 \cdot \alpha^{3}(s_{k})} \cdot \left[1 - \exp\left\{-2 \cdot \alpha(s_{k}) \cdot T\right\} - 2 \cdot \alpha(s_{k}) \cdot T \cdot \exp\left\{-\alpha(s_{k}) \cdot T\right\}\right]; \quad (47)$$

$$q_{23}(s_{k}) = q_{32}(s_{k}) = \frac{1}{2 \cdot \alpha^{2}(s_{k})} \cdot \left[\exp\left\{-2 \cdot \alpha(s_{k}) \cdot T\right\} + 1 - 2 \cdot \exp\left\{-\alpha(s_{k}) \cdot T\right\}\right];$$
(48)

$$q_{33}(s_k) = \frac{1}{2 \cdot \alpha(s_k)} \cdot \left[1 - \exp\left\{-2 \cdot \alpha(s_k) \cdot T\right\}\right].$$
(49)

Процесс смены состояний модели является условно-детерминированным и задан вероятностями переходов $\mu(s_{k+1}|s_k,a_k)$:

$$\mu(2|1,a_{k}) = \mu(2|3,a_{k}) = \begin{cases} 0 \quad \Pi p \mu \quad |a_{k}| < a_{\Pi o p_{1}}; \\ 1 \quad \Pi p \mu \quad a_{\Pi o p_{1}} \leq |a_{k}| < a_{\Pi o p_{2}}; \\ 0 \quad \Pi p \mu \quad |a_{k}| \geq a_{\Pi o p_{2}}; \end{cases}$$
(50)

$$\mu(3|1,a_{k}) = \mu(3|2,a_{k}) = \begin{cases} 0 \quad \Pi p \mu \quad |a_{k}| < a_{\pi o p_{1}}; \\ 0 \quad \Pi p \mu \quad a_{\pi o p_{1}} \leq |a_{k}| < a_{\pi o p_{2}}; \\ 1 \quad \Pi p \mu \quad |a_{k}| \geq a_{\pi o p_{2}}; \end{cases}$$
(51)

$$\mu(1|2,a_{k}) = \mu(1|3,a_{k}) = \begin{cases} 1 \quad \Pi p \, \mu \quad |a_{k}| < a_{\Pi o p_{1}}; \\ 0 \quad \Pi p \, \mu \quad a_{\Pi o p_{1}} \leq |a_{k}| < a_{\Pi o p_{2}}; \\ 0 \quad \Pi p \, \mu \quad |a_{k}| \geq a_{\Pi o p_{2}}; \end{cases}$$
(52)

$$\mu(1|1,a_{k}) = 1 - \mu(2|1,a_{k}) - \mu(3|1,a_{k});$$
(53)

$$\mu(2|2,a_{k}) = 1 - \mu(1|2,a_{k}) - \mu(3|2,a_{k});$$
(54)

$$\mu(3|3,a_k) = 1 - \mu(1|3,a_k) - \mu(2|3,a_k).$$
(55)

Начальные значения вероятностей состояний составляют полную группу событий и принимаются равными друг другу: $p_0(1) = p_0(2) = p_0(3) = p(s_0)$.

При решении задачи фильтрации помимо выбора модели состояния системы необходимо задать связь между вектором фазовых координат \mathbf{x}_k и вектором наблюдаемых параметров \mathbf{z}_k . Данная связь определяется уравнением наблюдения (3).

В рассматриваемом случае наблюдаемым параметром является только измеряемая РЭСС дальность до ЛА. Таким образом, в выражении (3):

$$\mathbf{Z}_{k} \equiv \mathbf{Z}_{\mathbf{A}_{k}};$$
(56)

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \tag{57}$$

$$\mathbf{\eta}_{k} \equiv \mathbf{\eta}_{\mathcal{I}_{k}} ; \tag{58}$$

$$\mathbf{L} \equiv \sigma_{\mathcal{A}_{u}}^{2} \,. \tag{59}$$

Если $|a_{c\delta_k}| < a_{nop_1}$, то $r_k = 1$ – обнаруживается и индицируется маневр слабой интенсивности; если $a_{nop_1} \le |a_{c\delta_k}| < a_{nop_2}$, то $r_k = 2$ – маневр средней интенсивности; если $|a_{c\delta_k}| > a_{nop_2}$, то $r_k = 3$ – интенсивный маневр.

Вероятности $\rho(\mathbf{r}_k | \mathbf{s}_k)$ определены экспериментальным путем и имеют следующие значения: $\rho(\mathbf{r}_k = \mathbf{s}_k | \mathbf{s}_k) = 0,978$, $\rho(\mathbf{r}_k = \mathbf{s}_k \pm 1 | \mathbf{s}_k) = 0,022$, $\rho(\mathbf{r}_k = \mathbf{s}_k \pm 2 | \mathbf{s}_k) = 0$.

Значения используемых параметров при секторном обзоре пространства: $T_{o\delta \pi} = 0,0028 \text{ c}; \quad \Delta t = T = 0,5 \text{ c}; \quad a_{\text{макс}} = 180 \text{ м/c}^2; \quad a_{nop_1} = 10 \text{ м/c}^2; \quad a_{nop_2} = 25 \text{ м/c}^2; \quad \tau = 5,12 \cdot 10^{-3} \text{ c};$ $\alpha(1) = \frac{1}{60} \text{ c}^{-1}; \quad \alpha(2) = \frac{1}{35} \text{ c}^{-1}; \quad \alpha(3) = \frac{1}{10} \text{ c}^{-1}; \quad \sigma_a(1) = \frac{a_{nop_1}}{3} \text{ m/c}^2; \quad \sigma_a(2) = \frac{a_{nop_2}}{3} \text{ m/c}^2; \quad \sigma_a(3) = \frac{a_{\text{макс}}}{3} \text{ m/c}^2;$ $\sigma_{\pi_a} = \frac{\Delta_{\pi_a}}{2} \text{ m}; \quad \Delta_{\pi_a} = 50 \text{ m}.$

Определим среднеквадратическую ошибку (СКО) оценок дальности разработанным алгоритмом сопровождения (34) – (59). Для этого при моделировании перемещения истребителя в пространстве по 30 различным прямолинейным траекториям осуществлялось сопровождение цели, выполняющей «боевой разворот». Полученные значения величин отклонения оценок дальности от истинных значений дальности до ЛА затем были усреднены по числу испытаний.

Начальные условия имитационного моделирования: $Д_0 = 7405 \text{ м}, V_0 = 127 \text{ м/c}, a_0 = 0$.

Графики изменения во времени СКО оценок дальности σ_{d} приведены на рисунке 2, где зависимость 1 характеризует точность оценивания дальности предлагаемым алгоритмом. Для сравнения приведены графики изменения СКО оценок, полученных алгоритмом сопровождения на основе модели Зингера при фиксированных параметрах α и σ_{a} : при $\alpha = \alpha(1)$, $\sigma_{a} = \sigma_{a}(1) - 3$ ависимость 2; при $\alpha = \alpha(2)$, $\sigma_{a} = \sigma_{a}(2) - 3$ ависимость 3; при $\alpha = \alpha(3)$, $\sigma_{a} = \sigma_{a}(3) - 3$ ависимость 4.

Из представленных зависимостей видно, что разработанный алгоритм обеспечивает более устойчивое сопровождение цели по дальности, чем алгоритм на основе модели Зингера с фиксированными параметрами. Среднее значение СКО оценок дальности предлагаемым алгоритмом составляет 9 м, в то время, как среднее значение СКО алгоритмом на основе модели Зингера и Зингера с фиксированными параметрами составляет 13 м.



Рисунок 2 – Графики изменения во времени СКО оценок дальности σ_{π}

Таким образом, применение теории систем со ССС совместно с дополнительной информацией от фазоразностного индикатора маневра позволяет повысить точность сопровождения маневренной воздушной цели по сравнению с алгоритмами, основанными на калмановской фильтрации.

Библиографический список

1. Фарина А., Студер Ф. Цифровая обработка радиолокационной информации. Сопровождение целей: пер. с англ. М.: Радио и связь, 1993. 320 с.

2. Меркулов В.И., Лепин В.Н. Авиационные системы радиоуправления. М.: Радио и связь, 1996. 396 с.

3. Кузьмин С.З. Основы проектирования систем цифровой обработки радиолокационной информации. М.: Радио и связь, 1986. 352 с.

4. Бухалев В.А. Распознавание, оценивание и управление в системах со случайной скачкообразной структурой. М.: Наука, Физматлит, 1996. 288 с.

5. Клекис Э.А. Оптимальная фильтрация в системах со случайной структурой в дискретном времени // Автоматика и телемеханика. 1987. №11. С. 15-27.

6. Кондратенков Г.С., Фролов А.Ю. Радиовидение. Радиолокационные системы дистанционного зондирования Земли. М.: «Радиотехника», 2005. 368 с.

7. Лихачев В.П., Рязанцев Л.Б. Вероятностные характеристики индикатора маневра воздушной цели на основе фазоразностной оценки ускорения сближения // Успехи современной радиоэлектроники. 2010. №11. С. 10-14.

8. Зингер, Р. Оценка характеристик оптимального фильтра для слежения за пилотируемой целью // Зарубежная радиоэлектроника. 1971. №8. С. 40-57.