

## Отзыв

официального оппонента доктора физико-математических наук,  
профессора Шоркина Владимира Сергеевича  
на диссертацию Масловой Екатерины Игоревны, выполненной на тему  
«Масштабозависимые модели стержней и пластин» по специальности  
01.02.04 – механика деформируемого твердого тела, на соискание ученой  
степени кандидата физико-математических наук.

Диссертация Екатерины Игоревны Масловой посвящена решению важной для механики деформируемого твердого тела и современного производства, связанного с использованием nano материалов и nano технологий, задачи моделирования зависимости механических свойств nano объектов от их размеров.

**Тема диссертации актуальна.** Современная промышленность широко использует материалы, приборы и устройства, функционирование которых обеспечивается элементами их структуры, конструкции, характерные размеры которых имеют порядок одного нанометра и менее. При этом определяющие функциональную надежность свойства этих элементов существенным образом зависят от их размеров и не поддаются моделированию на основании традиционных представлений о характеристиках деформированного состояния материала, развивающихся в нем напряжениях, их связи между собой и характерными размерами твердых тел, явлений, в которых они участвуют.

В настоящее время появился целый ряд математических моделей деформируемого твердого тела, которые в той или иной степени адекватно описывают наблюдаемые в экспериментах масштабные эффекты. Однако кажущаяся адекватность описания в некоторых случаях достигается за счет потери корректности строящихся моделей, нарушения фундаментальных положений механики деформируемого твердого тела. Анализ существующих математических моделей, в которых делается попытка учета масштабных эффектов, решение вопроса об их применимости в практических условиях в работе Е.И. Масловой делается с точки зрения, прежде всего их корректности, что делает его результаты актуальными.

Стержни и пластины являются традиционными объектами механики деформируемого твердого тела. В ее рамках их поведение под влиянием внешних воздействий глубоко изучено и продолжает изучаться в предположении о том, что проявляемые материалами этих объектов свойства те же, что и у тел больших размеров, когда влиянием расстояний между границами и их формой можно пренебречь. Поэтому актуальным является построение таких моделей поведения стержней и пластин, в рамках которых это влияние учтено. Диссертация Е.И. Масловой направлена на корректный учет этого влияния.

**Цель диссертационной работы** Е. И. Масловой состоит в построении корректной градиентной теории стержней и пластин, в рамках которой возможно отражение аномальных, по отношению к классическому

описанию, масштабных эффектов, проявляющихся для их наноразмерных толщин.

Для достижения цели автор диссертации **решила ряд задач**, суть которых отражена в названиях глав и разделов, представленных в содержании работы.

**В диссертации использованы теоретические методы исследования.** Для проверки результатов, полученных теоретическими методами, использованы данные экспериментов, проведенных другими авторами. Однако Е.И. Маслова уделяет большое внимание вопросам корректности обработки имеющихся в литературе экспериментальных данных, соответствия условий проведения экспериментов гипотезам, на основании которых получены теоретические результаты.

**Объем и структура диссертационной работы.** Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, выводов и списка используемой литературы. Она содержит 143 страницы, из них 10 занимает список использованных источников. Список используемой литературы включает 118 наименований. Из них 85 на иностранном языке. Последнее обстоятельство свидетельствует о том, что в работе над диссертацией учтен не узко российский, но и мировой опыт в направлении проводимых исследований.

#### **Краткий анализ содержания.**

Наряду с обоснованием актуальности темы диссертации, указания научной новизны и практической значимости результатов работы, их достоверности, каким образом они апробированы и где они нашли применение, какие положения диссертации ее автор предполагает защищать, **во введении** сделан обзор работ по проблеме моделирования масштабных и адгезионных эффектов. В этом обзоре отмечено, что в экспериментах по определению физических свойств материалов обнаруживаются масштабные и «адгезионные» эффекты. Их суть в том, что при обработке опытных данных выясняется их зависимость от геометрических размеров, в частности влияния на них сближения граничных поверхностей («адгезионные» эффекты), исследуемых образцов и внутренней структуры. Для теоретического объяснения этих эффектов в разное время выполнено большое количество работ, опирающихся как на физические гипотезы и представления об атомной структуре и свойствах твердого тела, так и предположения о сплошности его материала, развитии в нем специфических деформаций и соответствующих им напряжений.

**В главе 1.** «Обобщенные модели сред, градиентные теории упругости и модели адгезионного взаимодействия» формулируется и иллюстрируется примерами построения на его основе моделей упругой среды развитый в работах С.А. Лурье и его соавторов «кинематический» вариационный принцип. Особенностью этого принципа является выявление на основании анализа состояния исследуемого материала тех характеристики деформированного состояния, которые определяют его, а также кинематические связи между ними. При этом считается, что спектр внутренних взаимодействий полностью определяется системой кинематических связей, реализующихся в исследуемой среде. При

определении работы внутренних сил вариации кинематических связей являются обобщенными перемещениями, на которых совершают работу внутренние обобщенные силы – множители Лагранжа для соответствующих кинематических связей.

Понятие корректности линейной математической модели, наряду с отсутствием противоречия с принципом материальной объективности (независимости определяющих соотношений от выбора системы отсчета - независимость от трансляций и поворотов как твердого тела), математической корректностью получающихся начально-краевых задач, связывается с условиями потенциальности и интегрируемости величин, характеризующих энергетическое состояние деформируемого материала, его кинематических характеристик, и вытекающими из этих условий требованиями симметрии тензорных характеристик упругих свойств материала.

В первой главе приведены примеры корректных и некорректных моделей.

**В главе 2.** автор диссертации акцентирует своё внимание на градиентных теориях, условиях их корректности, использует полученные результаты для построения уточненной градиентной теории масштабозависимых сверхтонких стержней. Установлено дополнительное условие корректности, связанное со специфическими свойствами симметрии тензора градиентных модулей упругости. Показано, что среди градиентных теорий деформаций существует единственная двухпараметрическая градиентная теория, удовлетворяющая условиям полной системе условий корректности.

Построены уточненные уравнения равновесия прикладной теории масштабозависимых стержней Тимошенко, не противоречащие общим положениям о структуре решений градиентных теорий упругости.

Рассмотрен пример, в котором представлено прямое доказательство ошибочности решений, которые указывают на эффект увеличения жесткости при  $h \rightarrow 0$  для масштабозависимых стержней, если их рассматривать с использованием нелокальных градиентных теорий упругости. Очевидно, что если такие эффекты действительно имели бы место, то они реализовывались бы для любой градиентной модели.

**В третьей главе** приводится вариационная постановка градиентной теории адгезионного взаимодействия. Дана трактовка адгезионных модулей. Представлен вывод уравнений изгиба пластин с учетом эффектов адгезии. Рассматривается цилиндрический изгиб пластин с учетом адгезионных взаимодействий.

Проведен качественный анализ уравнения равновесия пластин (стержней). Показано, что адгезионные свойства поверхностей смогут оказывать значительное влияние на деформирование тонких пластин (стержней) при уменьшении толщины, в то время как влияние градиентных эффектов даёт гораздо меньший вклад, чем это было указано ранее в ряде опубликованных исследований других авторов.

**В четвертой главе** представлены примеры, иллюстрирующие полученные в предыдущих главах теоретические результаты, влияние

адгезионных и градиентных параметров на деформирование стержней, их жесткость, осуществляется их сравнение с результатами работ других авторов, а также имеющимися в литературе экспериментальными данными.

В случае шарнирно опертого стержня представлены графики зависимости прогиба и частоты собственных колебаний от масштабных параметров. Рассмотрена задача определения частотных характеристик в задаче Лэмба. В случае консольно закрепленного стержня показаны результаты влияния заделки.

Показано, что аномальное увеличение эффективной жесткости для сверхтонких стержней (пластин), связано с масштабными поверхностными эффектами. Обращено внимание на то, что этот вывод имеет фундаментальный характер. Он показывает, что формальное применение вариационного подхода со стандартной кинематикой теории стержней для градиентной теории при выводе уравнений прикладной теории стержней может приводить к ошибочным результатам. Т.е. использование вариационного подхода требует дополнительного анализа и самой градиентной теории, и краевых условий. Подчеркивается, что существует необходимость в уточнении функциональных свойств масштабозависимых систем и спектра их возможных приложений.

Отмечено, что использование соответствующих экспериментальных результатов для различных материалов позволяет решать проблему идентификации материальных масштабных параметров.

Установлено, что градиентные поправки в кинетическую энергию определяют различные градиентные свойства в продольных и поперечных акустических волнах.

**В выводах** сформулированы основные результаты диссертационной работы.

**К основным результатам** диссертации Е.И. Масловой можно отнести

- построение дополнительных к существующим условий корректности математической модели градиентной упругой среды и формулировку вариантов прикладных градиентных теорий, удовлетворяющих этому условию.
- формулировку корректной градиентной теории масштабозависимых стержней, учитывающей градиентные и масштабные эффекты поверхностных взаимодействий, теории пластин с адгезионно активными лицевыми поверхностями.
- выводы о поправках, вносимых за счет использования корректных градиентных теорий по сравнению с некорректными, а также вывод о незначительной степени влияния градиентных эффектов на эффективную жесткость по сравнению с масштабными эффектами поверхностных взаимодействий.
- формулировку корректной градиентной теории колебаний стержней с модифицированной кинетической энергией, результаты анализа зависимостей динамических жесткостей и собственных частот масштабозависимых стержней от градиентных эффектов и от

масштабных поверхностных эффектов, оценку степени влияния поверхностных эффектов на результаты решения.

- результаты анализа соответствия экспериментальным данным решений уточненной теории стержней и идентификация параметров моделей, ответственных за масштабные эффекты.

Все результаты, составляющие научную новизну и выносимые на защиту, **получены автором лично.**

**Результаты диссертации достоверны**, так как получены путем применения классических математических методов, методов механики сплошных сред, прикладной теории упругости: вариационного метода построения моделей, прямых вариационных методов и методов математической физики. Кроме того, полученные в диссертации результаты удовлетворительно соответствуют тестовым аналитическим решениям частных задач, известным экспериментальным данным. Они не противоречат физическому смыслу явлений, связанных с деформированием сред.

**Результаты диссертации являются новыми.** Новизна результатов подтверждена их **апробацией** при обсуждении на отечественных и зарубежных представительных конференциях. По теме диссертационной работы было выпущено 9 публикаций, 3 из которых выходили в журналах и сборниках, определенных ВАК.

**Научная новизна** результатов диссертации заключается в построении дополнительных к существующим условий корректности, которым должны удовлетворять математические модели градиентных упругих сред, и использовании их при исследовании зависимости механических свойств стержней и пластин от масштабных и адгезионных факторов в статических и динамических условиях.

**Практическая ценность** работы состоит в выявлении возможности адекватно моделировать проявление масштабных и адгезионных факторов при эксплуатации сверхтонких упругих пластин и стержней.

Тема диссертации и ее содержание **соответствуют паспорту специальности 01.02.04** – механика деформируемого твердого тела.

**Автореферат правильно и полно** отражает содержание диссертации.

#### **Замечания.**

1. Во введении сформулирована цель диссертации. Однако не сформулированы задачи, при решении которых эта цель достигается.
2. Не очень понятно, относится ли раздел «Обзор работ по проблеме моделирования масштабных и адгезионных эффектов» к введению или является самостоятельным разделом, независимым ни от введения, ни от главы 1.
3. Делая обзор работ по проблеме моделирования адгезионных эффектов, проводя собственные исследования в этом направлении было бы уместно упомянуть результаты Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица по построению термодинамики поверхности. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая

физика. Часть 1. (т. 5). М.: Наука, 1976, 584 с. (Глава XV – Поверхности. § 154 Поверхностное натяжение.)

4. Говоря об отсутствии противоречия с принципом материальной объективности, автор диссертации, расшифровывая его, говорит «т. е. независимости определяющих соотношений от выбора системы координат - независимость от трансляций и поворотов как твердого тела. Правильнее вместо фразы «...от выбора системы координат» сказать «от выбора инерциальной системы отсчета» (страница 21 диссертации).
5. При описании стержня для неклассической теории стержней естественнее сказать не «длиной  $L$ , толщиной  $2h$ , толщиной  $b$ », а длиной  $L$  и размерами прямоугольного поперечного сечения  $2h$  и  $b$ » (страница 63 диссертации).
6. В первом из выражений совокупности (2.14) вероятно надо вместо « $z$ » поставить « $u$ ».
7. Уместны более подробные, чем это представлено в диссертации, описание и анализ переопределенной системы уравнений при использовании экспериментальных данных для определения параметра, который может описывать эффект увеличения изгибной жесткости. В частности, переопределенную систему можно рассматривать как совокупность корректных систем, для которых решение существует и единственно. Возникает вопрос о том, случаен ли разброс решения таких систем вокруг среднего, которое можно считать решением переопределенной системы.
8. В разделе 4.5 в первом и нескольких последующих математических выражениях непонятен смысл использования интегрирования по времени. Говорится о кинетической энергии, а используется действие. Об этом свидетельствует и размерность составляющих математических выражений.
9. Для выражения (4.12) желательно пояснение физического смысла коэффициентов  $Q$ .

Перечисленные замечания носят рекомендательный характер, не подвергают сомнению результаты диссертации и не влияют на ее оценку.

### **Заключение**

Диссертация Масловой Екатерины Игоревны является законченной научно-квалификационной работой, имеющей важное научное и практическое значение для механики деформируемого твердого тела. В ней решена важная для науки и практики задача о корректности моделирования влияния масштабных и адгезионных факторов на механическое поведение сверхтонких линейно упругих пластин и стержней.

Автореферат оформлен в соответствии с установленными требованиями.

Основные результаты диссертационной работы получены лично автором.

Вышеизложенное позволяет сделать вывод, что диссертационная работа «Масштабозависимые модели стержней и пластин» удовлетворяет

требованиям п.9 Положения о присуждении ученых степеней, а ее автор Маслова Екатерина Игоревна заслуживает присуждения степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела.

Доктор физико-математических наук по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела, профессор по кафедре «Физика»,  
ведущий научный сотрудник,  
профессор кафедры «Физика»  
Федерального государственного образовательного учреждения высшего образования «Орловский государственный университет им. И.С. Тургенева»,  
ул. Комсомольская д. 95.

Орловская область, г. Орел,  
302026 Российская Федерация, каф. «Физика».  
Контактный телефон: 8 (486) 2 41 98 44  
E-mail: VShorkin@yandex.ru

Шоркин  
Владимир  
Сергеевич

Подпись Владимира Сергеевича Шоркина  
заверяю.

И.о. проректора по НР

Федерального государственного образовательного учреждения высшего образования «Орловский государственный университет им. И.С. Тургенева»,



Радченко  
Сергей  
Юрьевич