

На правах рукописи



Нуштаев Дмитрий Владимирович

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ
ДЕФОРМИРОВАНИЯ СПЛАВОВ С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ**

Специальность 01.02.04
«Механика деформируемого твердого тела»

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва – 2015

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» (МАИ)

Научный руководитель: кандидат физико-математических наук, доцент
ЖАВОРОНОК Сергей Игоревич.

Официальные оппоненты: **ЗЕЗИН Юрий Павлович**, доктор технических наук, главный научный сотрудник Института механики Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова;

АФНАСЬЕВ Александр Владимирович, кандидат технических наук, инженер ООО «Нанотехнологический центр композитов» г. Москва.

Ведущая организация: Федеральный научно-производственный центр ОАО «Центральный научно-исследовательский институт специального машиностроения», г. Хотьково.

Защита диссертации состоится «25» декабря 2015 г. в 16 часов 00 минут на заседании диссертационного совета Д 212.125.05 в Московском авиационном институте (национальном исследовательском университете) по адресу: 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д. 4.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке ФГБОУ ВПО МАИ (НИУ)
и на сайте http://mai.ru/events/defence/index.php?ELEMENT_ID=61792

Автореферат разослан «__» _____ 2015 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета



Федотенков Г. В.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Развитие перспективной техники базируется на широком применении функциональных материалов с управляемыми физико-механическими свойствами. Одним из практически важных классов функциональных материалов является семейство сплавов и полимеров с эффектом памяти формы (СПФ). Уникальные свойства двухкомпонентных металлических сплавов с памятью связаны с происходящими в них фазовыми и структурными превращениями, вызванными взаимодействием действующих механических напряжений, температурных, электромагнитных и иных полей. По мере исследования СПФ выявляются новые, все более сложные особенности термомеханического поведения (реономные свойства, особенности циклического деформирования и др.). Ряд свойств СПФ обеспечивает перспективу их приложения к созданию активных и управляющих элементов энергетических установок ракетно-космических систем, где традиционные механические приводы малоэффективны. В то же время обнаружен ряд эффектов, осложняющих указанное применение СПФ и, следовательно, требующих теоретического описания, например, потеря устойчивости при аномально низких по сравнению с упругопластическими материалами нагрузках.

Практическое приложение СПФ, проектирование активных и адаптивных элементов связано с необходимостью решения задач о деформировании трехмерных тел сложной неканонической формы с многочисленными концентраторами напряжений, при больших деформациях, а также сложных краевых условиях, в частности, при контактно-взаимодействии с сухим трением. Данные задачи механики и термодинамики деформируемого твердого тела являются связанными и существенно нелинейными, не допускающими в большинстве случаев аналитического решения даже для простейших канонических тел (стержней, пластин). Для исследования деформирования систем с памятью требуется развитие численных методов, в первую очередь – метода конечных элементов как основного аппарата решения инженерных задач. Все современные комплексы прикладных программ, реализующие метод конечных элементов и имеющие соответствующую сертификацию, обеспечивают адекватное описание только некоторых простейших режимов деформирования СПФ. Следовательно, разработка дополнительных программных модулей, обеспечивающих адекватное моделирование термомеханического поведения СПФ, и обеспечение их работы в составе современных конечно-элементных комплексов является актуальной задачей.

Целью работы является:

1. Разработка алгоритма численного решения задач о деформировании сплавов с эффектом памяти формы системы Ni – Ti на базе связанной модели А. А. Мовчана термомеханического поведения равноатомного никелида титана.
2. Разработка программного модуля, реализующего данный алгоритм, и его адаптация к использованию в составе программного комплекса конечно-элементного моделирования SUMULIA Abaqus.
3. Исследование свойств численных решений модельных задач о термомеханическом поведении равноатомного никелида титана на базе построенного алгоритма, реализующего модель А. А. Мовчана, практическое исследование устойчивости.

4. Применение алгоритма и разработанного на его основе программного модуля системы SIMULIA Abaqus к решению задач о потере устойчивости и закритическом поведении стержней из материалов с эффектом памяти в трехмерной нелинейной постановке задачи;
5. Численное решение практических задач о термомеханическом деформировании, потере устойчивости исходной формы равновесия и закритическом состоянии тонкостенных ячеистых оболочек сложной формы из СПФ.

Научная новизна. В ходе выполнения поставленных задач в работе **впервые:**

1. Модель А. А. Мовчана термомеханического поведения СПФ, правильно описывающая фазовые переходы и апробированная на базе большого объема экспериментальных исследований, адаптирована для численного решения практических инженерных задач механики конструкций из СПФ и реализована в форме программного модуля системы SIMULIA Abaqus.
2. Получено решение задачи об устойчивости прямолинейной формы статического равновесия призматического стержня из СПФ, претерпевающего прямое мартенситное превращение под действием однородного температурного поля и постоянной сжимающей силы, в геометрически нелинейной трехмерной постановке задачи, получено распределение параметра мартенситной фазы по длине и сечению стержня в процессе фазового перехода
3. Получено численное подтверждение предположения А. А. Мовчана и Л. Г. Сильченко о решающей роли процесса фазового перехода, как дополнительного возмущающего фактора, при переходе стержня в изогнутую форму равновесного состояния, на базе точной нелинейной постановки задачи и показано, что потеря устойчивости прямолинейной формы равновесия наступает при величине критической силы около 15% оценки формулой Эйлера при минимальном значении модуля упругости материала.
4. На базе связанной модели А. А. Мовчана термомеханического поведения СПФ получено решение практической задачи о деформировании ячеистой цилиндрической оболочки при радиальном сжатии и при раскрытии вследствие устранения наложенной геометрической связи.
5. На базе связанной модели А. А. Мовчана термомеханического поведения СПФ и данных серии вспомогательных экспериментов получено решение задачи о потере устойчивости и предельной несущей способности ячеистой цилиндрической оболочки при осевом сжатии и проведена оценка влияния на несущую способность сил трения при контактном взаимодействии ячеек оболочки.

Практическая ценность и реализация результатов работы заключается:

1. На базе определяющих соотношений модели А. А. Мовчана разработан программный модуль в составе конечно-элементного комплекса SIMULIA Abaqus, позволяющий проводить решение практических задач для элементов из СПФ, претерпевающих фазовые превращения;
2. На базе трехмерной нелинейной постановки задачи получен ряд новых результатов, объясняющих особенности процесса потери устойчивости прямолинейной формы равновесного состояния сжатых стержней из никелида титана в режиме прямого мартенситного превращения и подтверждающих ранее сформулированные гипотезы;

3. Решен ряд практических задач о деформировании ячеистых оболочек из никелида титана на базе конечно-элементного комплекса SIMULIA Abaqus и разработанного программного модуля.

Внедрение отдельных результатов диссертационной работы подтверждено актами ФГБНУ НИИ «Комплексных проблем сердечно-сосудистых заболеваний» и ООО «БИОСТЭН».

Ряд исследований выполнен при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 13-01-00446_а, № 14-01-00488_а, № 14-01-00890_а) и Гранта конкурса «У.М.Н.И.К.» (МФТИ – Умник; Договор № 11 от 01.06.2011 г.; Договор №10 от 01.06.2012 г.).

Основные методы, положенные в основу исследования:

1. Метод построения моделей СПФ и модель связанного термомеханического поведения СПФ на его основе;
2. Метод конечных элементов решения трехмерных нелинейных задач механики деформируемого твердого тела.
3. Методы экспериментального исследования деформирования твердых тел при изотермическом нагружении.

Достоверность основных положений, результатов, выводов основана:

1. На применении апробированной модели А. А. Мовчана к построению алгоритма численного решения задач о термомеханическом поведении СПФ.
2. На применении сертифицированного программного комплекса конечно-элементного решения задач механики деформируемого твердого тела и алгоритма включения в его состав моделей термомеханического поведения неупруго деформируемых материалов.
3. На результатах критического анализа численного решения модельных задач о термомеханическом поведении СПФ.
4. На результатах сравнительного анализа численных и экспериментальных результатов и формулировках задач, базирующихся на экспериментальных данных.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту.

1. Алгоритм численной реализации феноменологической модели А. А. Мовчана термомеханического поведения равноатомного никелида титана.
2. Программный модуль, реализующий реализации модель термомеханического поведения равноатомного никелида титана и адаптированный к использованию в составе конечно-элементного программного комплекса SIMULIA Abaqus.
3. Численные решения задач о потере устойчивости прямолинейной формы равновесия и критическом состоянии стержня из равноатомного никелида титана при прямом мартенситном превращении, полученные в трехмерной нелинейной постановке.
4. Численные решения задач о термомеханическом поведении цилиндрических ячеистых оболочек в процессе потери устойчивости прямолинейной формы равновесия при изотермическом осевом сжатии с учетом взаимодействия с сухим трением входящих в контакт ячеек.

Апробация результатов работы. Основные положения диссертационной работы доложены и обсуждены на: Международной научно – практической конференции «Инженерные системы» (г. Москва, 2011 ÷ 2015 гг.); Международной

молодежной школе «Компьютерное моделирование новых материалов» (Москва, 2012 г.); Конференции «3DEXPERIENCE Customer FORUM» (Москва, 2013 г.); Всероссийской научной конференции «Механика наноструктурированных материалов и систем» (Москва, 2013 г.); Конференции «Математические модели и численные методы в биомеханике» (Москва, 2013 г.); Конференции «SIMULIA Community Conference – 2014» (Providence, USA, 2014 г.); XXII Международном форуме «Газ. Нефть. Технологии» (Уфа, 2014 г.); научных семинарах кафедры «Соппротивление материалов, динамика и прочность машин» Московского авиационного института (национального исследовательского университета).

Публикация результатов работы. Основные результаты диссертации опубликованы в 9 печатных работах, в т. ч. в 4 статьях в периодических изданиях, рекомендованных ВАК РФ, и защищены свидетельством о регистрации программы для ЭВМ №2015615302 от 19.05.2015.

Структура и объем работы. Диссертация изложена на 163 машинописных страницах и состоит из введения, четырех глав, заключения, библиографического списка и Приложения. Иллюстративный материал представлен 111 рисунками и 13 таблицами. Библиографический список включает 171 наименование.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обоснована актуальность темы исследования, сформулированы цель диссертационной работы, основные научно-технические задачи, требующие решения, показаны научная новизна и практическая значимость исследований.

В **первой главе** на основе обзора материалов, опубликованных в периодической профильной литературе и важнейших монографиях, проведен анализ современного состояния проблемы описания термомеханического поведения материалов с эффектом памяти формы, прежде всего двухкомпонентных сплавов на базе системы Ni – Ti, и численной реализации различных моделей их деформирования. Кратко описаны основные процессы, протекающие в сплавах с эффектом памяти формы (СПФ) при их деформировании: прямые и обратные мартенситные фазовые превращения, инициируемые действием температуры и/или напряжений, а также структурные превращения хаотического мартенсита в ориентированный. Предложен вариант классификации математических моделей сплавов с эффектом памяти, основанных на различных принципах и подходах: многоуровневые модели с усреднением, макромоделли без введения или с введением внутренних степеней свободы. Проведен критический анализ моделей с точки зрения возможности и эффективности их численной реализации в рамках инженерных методов механики деформируемого твердого тела. Проведен сравнительный анализ некоторых основных макромоделей с внутренними степенями свободы.

Во **второй главе** приводится описание модели, основанной на теории А. А. Мовчана термомеханического поведения двухкомпонентного СПФ.

Первая группа уравнений описывает фазовый переход и сводится к зависимости (1) объемной доли q мартенситной фазы от температуры T и напряжения СПФ при прямом ($A \rightarrow M$) и обратном ($M \rightarrow A$) мартенситных превращениях:

$$q = [1 - \cos(\pi t)]/2; \quad 0 < t < 1; \quad q = 0: \quad t \leq 0; \quad q = 1: \quad t \geq 1; \quad (1)$$

$$A \rightarrow M: t = (M_s - T_\sigma) / (M_s - M_f); \quad (2a)$$

$$M \rightarrow A: t = 1 - (A_s - T_\sigma) / (A_s - A_f); \quad (2б)$$

$$T_\sigma = T - \Delta S^{-1} [\omega_{ij} \sigma'_{ij} + Z(\sigma_{ij}) + \theta \varepsilon_0], \quad (3)$$

T - текущая, T_σ - приведенная температуры; M_s , M_f , A_s , A_f - температуры начала и окончания прямого и обратного мартенситных превращений.

Вторая группа уравнений описывает деформирование СПФ:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{(1)} + \varepsilon_{ij}^{(2)}; \quad (4)$$

$$\varepsilon_{ij}^{(1)} = (2G)^{-1} (\sigma_{ij} - (3K - 2G)\theta \delta_{ij} / (9K)) + \alpha T \delta_{ij}; \quad (5)$$

$$G^{-1} = q/G_M + (1-q)/G_A; \quad K^{-1} = q/K_M + (1-q)/K_A; \quad \alpha = q\alpha_M + (1-q)\alpha_A, \quad (6)$$

ε_{ij} - полная, $\varepsilon_{ij}^{(1)}$ - упругая деформации, G_M , G_A , K_M , K_A - сдвиговые и объемные модули, α_M , α_A - коэффициенты линейного расширения в мартенситном и аустенитном состоянии. Приращение девиатора фазовой деформации записывается в форме (7):

$$A \rightarrow M: d\varepsilon_{ij}^{(2)'} = \omega_{ij} dq + \frac{3}{2} \rho_D \sigma'_{ij} \sigma_i^{-1} q \psi_2(\sigma_i) d\sigma_i; \quad \omega_{ij} = \frac{3}{2} \rho_D \sigma'_{ij} \sigma_i^{-1} \phi_1(\sigma_i), \quad (7)$$

$$M \rightarrow A: d\varepsilon_{ij}^{(2)'} = \omega_{ij} dq; \quad \omega_{ij} = \varepsilon_{ij}^{(2)(\max)'} = \text{const},$$

ρ_D - максимальная интенсивность деформации $A \rightarrow M$, ψ_2 , $\phi_1(\sigma_i)$ - плотность и распределение микронапряжений в представительном объеме СПФ.

Все соотношения представляются в инкрементальной форме записи:

$$dq|_{A \rightarrow M} = \frac{\pi \sqrt{q(1-q)}}{(M_s - M_f) \Delta S} \left\{ \left[\omega_{ij} + \sigma'_{ij} (3\rho_D \psi_2(\sigma_i) + G_M^{-1} - G_A^{-1}) / 2 \right] d\sigma'_{ij} + \left[\varepsilon_0 + \theta (K_M^{-1} - K_A^{-1}) / 9 \right] d\theta \right\} - \pi \sqrt{q(1-q)} (M_s - M_f)^{-1} dT; \quad (8a)$$

$$dq|_{M \rightarrow A} = -\pi \sqrt{q(1-q)} (A_s - A_f)^{-1} \Delta S^{-1} \left\{ \left[\omega_{ij} + \sigma'_{ij} (G_M^{-1} - G_A^{-1}) / 2 \right] d\sigma'_{ij} + \left[\varepsilon_0 + \theta (K_M^{-1} - K_A^{-1}) / 9 \right] d\theta \right\} + \pi \sqrt{q(1-q)} (A_s - A_f) dT; \quad (8б)$$

$$d\varepsilon_{ij} = (2G)^{-1} d\sigma'_{ij} + (9K)^{-1} \delta_{ij} d\theta + \alpha dT + \frac{3}{2} \rho_D \sigma'_{ij} \sigma_i^{-1} q \psi_2(\sigma_i) d\sigma_i + \left[\omega_{ij} + \sigma'_{ij} (G_M^{-1} - G_A^{-1}) / 2 + \delta_{ij} (\varepsilon_0 + \theta (K_M^{-1} - K_A^{-1}) / 3 + (\alpha_M - \alpha_A) T) \right] dq. \quad (9)$$

Из (8-9) следуют касательная матрица податливости и матрица тензора температурных расширений для прямого (10-11) и обратного (12-13) превращений:

$$R_{ijkl} = d\varepsilon_{ij} / d\sigma_{kl} = R_{ijkl}^{(0)} + \pi \sqrt{q(1-q)} (M_s - M_f)^{-1} \Delta S^{-1} \left[\hat{\omega}_{ij} + \delta_{ij} (\alpha_M - \alpha_A) T \right] \times \left[\hat{\omega}_{kl} + 3\rho_D \psi_2(q) \sigma'_{kl} / 2 \right] + 9\rho_D q \psi_2(q) \sigma'_{ij} \sigma'_{kl} \sigma_i^{-2} / 4; \quad (10)$$

$$\alpha_{ij} = d\varepsilon_{ij} / dT = \alpha \delta_{ij} - \pi \sqrt{q(1-q)} (M_s - M_f)^{-1} \left[\hat{\omega}_{ij} + \delta_{ij} (\alpha_M - \alpha_A) T \right]; \quad (11)$$

$$R_{ijkl} = R_{ijkl}^{(0)} - \pi \sqrt{q(1-q)} (A_s - A_f) \Delta S^{-1} [\hat{\omega}_{ij} + \delta_{ij} (\alpha_M - \alpha_A) T] \hat{\omega}_{kl}; \quad (12)$$

$$\alpha_{ij} = \alpha \delta_{ij} + \pi \sqrt{q(1-q)} (A_s - A_f)^{-1} [\hat{\omega}_{ij} + \delta_{ij} (\alpha_M - \alpha_A) T]; \quad (13)$$

$R_{ijkl}^{(0)}$ – упругая часть матрицы податливости:

$$R_{ijkl}^{(0)} = (2G)^{-1} [g_{ik} g_{jl} - g_{ij} g_{kl} K^{-1} (3K - 2G)/9]. \quad (14)$$

Явная запись касательной матрицы жесткости, полученная путем обращения матрицы податливости, позволяет реализовать модель в виде пакета расширения большинства современных конечно – элементных комплексов.

Программная реализация модели ориентирована на использование совместно с конечно – элементным комплексом SIMULIA Abaqus.

Блок-схема подпрограммы на базе процедуры UMAT приведена на рис. 1.

Входными данными являются:

- 1) напряжения;
- 2) полные деформации;
- 3) фазовые деформации;
- 4) температура;
- 5) объемная доля мартенсита.

Критерием фазового превращения является условие $0 < t < 1$:

- при $0 < t < 1$ вычисляются приращение объемной доли мартенсита q , фазовой деформации ε_p и напряжений, затем проводится обновление матриц касательной жесткости и температурных расширений;
- при $t \notin (0,1)$ реализуется упругое деформирование материала.

Таким образом, подпрограмма осуществляет только вычисление матрицы жесткости СПФ. Остальные этапы решения задачи используют стандартные алгоритмы ABAQUS.

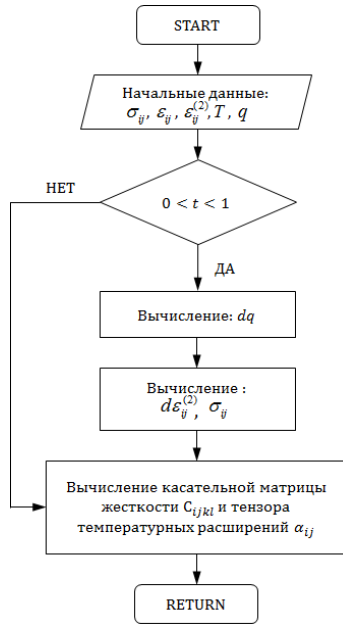


Рис. 1. Блок-схема подпрограммы на базе процедуры UMAT

Тестирование программного блока. Модельные задачи описывают основные режимы поведения СПФ: сверхупругость (СУ), эффект пластичности превращения (ЭПП), эффект памяти формы (ЭПФ).

Конечно-элементная модель (рис. 2) состоит из двух объемных 8-узловых призматических элементов, суммарное число узлов равно 12.

Граничные условия соответствуют одноосному растяжению:

$$\sigma_1 > 0, \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0 \Rightarrow$$

$$P_z^j = P, \quad j = 1, 2, 7, 8; \quad u_x^5 = 0; \quad u_z^j = 0, \quad j = 5, 6, 11, 12; \quad u_x^6 = u_y^6 = 0. \quad (15)$$

1. Силовой механизм мартенситного превращения. Начальное состояние – аустенит: $\tau = 0: T_0 > A_f, q = 0$. Режим нагружения – изотермический, $T = T_0$ (рис. 3а):

$$P(\tau) = P_0 [H(\tau) - 2H(\tau - 1) + H(\tau - 2)] \quad (16)$$

Начальный этап проходит в упругой области с модулем Юнга E_A . Напряжение σ_1 смещает диаграмму фазового состава $q(T, \sigma)$ в область высоких температур: $dM_s^\sigma(\sigma) > 0$ ($d\sigma_1 > 0$). При $\sigma \approx 220 \text{ МПа}$ $M_s^\sigma(\sigma) = T_0$: инициируется $A \rightarrow M$, $\Delta q > 0$ (рис. 3б) с

ростом фазовой деформации ε^P : $d\varepsilon^P > 0$, $\text{sgn}(\varepsilon_1^P) = \text{sgn}(\sigma_1) > 0$ (рис. 3г). По завершении $A \rightarrow M$ $q = 1$, дальнейшее деформирование – упругое с модулем E_M (рис. 3г). При $d\sigma_1 < 0$, $\sigma \leq 115 \text{ МПа}$ инициируется $M \rightarrow A$ ($\Delta q < 0$) с возвращением накопленной деформации:

$d\varepsilon^P < 0$. Зависимость $q(\tau)$ приведена на рис. 3в.

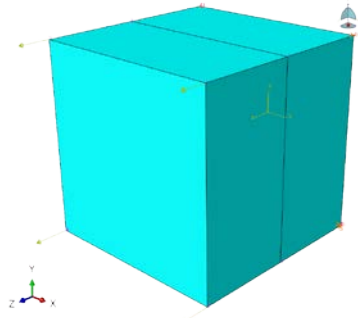


Рис. 2. Конечно-элементная модель

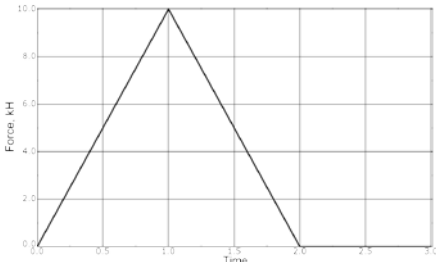


Рис. 3а. Зависимость $P(\tau)$

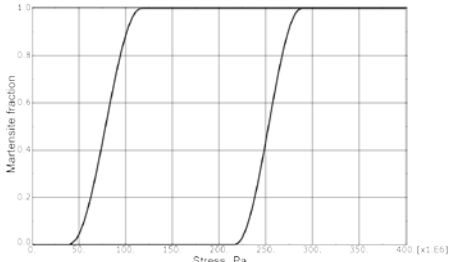


Рис. 3б. Фазовая диаграмма $q(\sigma)$

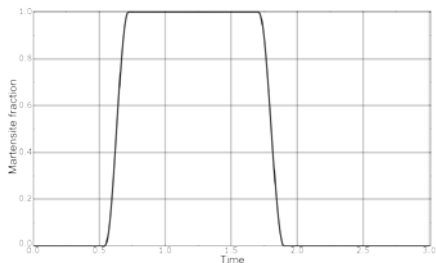


Рис. 3в. Зависимость $q(\tau)$

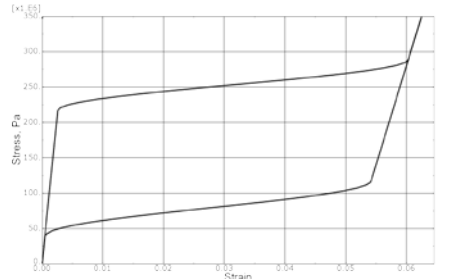


Рис. 3г. Диаграмма $\sigma(\varepsilon)$

2. Смешанный механизм мартенситного превращения. Начальное состояние – аустенит, $\tau = 0: q = 0$. Режим нагружения (16) – изотермический, $A_s < T_0 < A_f$ (рис. 4а). $A \rightarrow M$ реализуется только за счёт $\sigma \neq 0$ (СУ). Начальный этап $M \rightarrow A$ вызван разгрузкой, однако, так как $T_0 < A_f$, $d|\sigma| < 0$ не обеспечивает полного перехода в аустенит (рис. 4б, 4в). Для завершения $M \rightarrow A$ осуществляется нагрев: $dT > 0$, $T \geq A_f$ (рис. 4а), по мере приращения температуры при $\sigma = \text{Const}$ $dq > 0$ (рис. 4в). Диаграмма $\sigma(\varepsilon)$ приведена на рис. 4г.

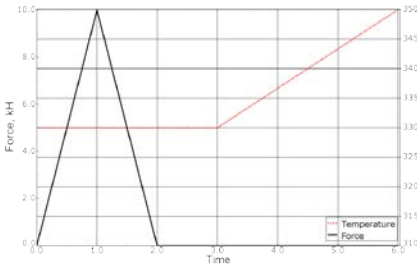


Рис. 4а. Зависимости $P(\tau)$ и $T(t)$

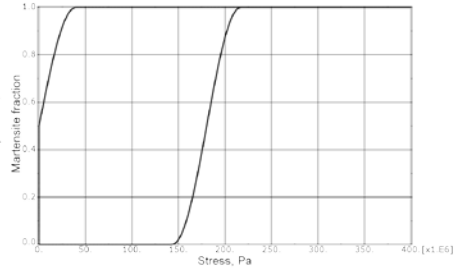


Рис. 4б. Фазовая диаграмма $q(\sigma)$

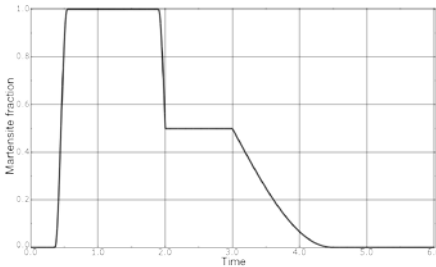


Рис. 4в. Зависимость $q(t)$

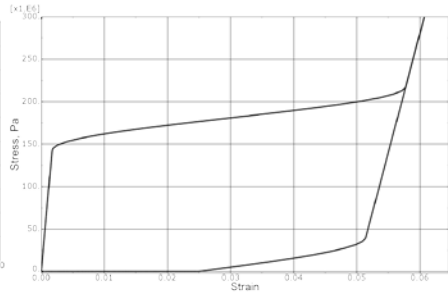


Рис. 4г. Диаграмма $\sigma(\varepsilon)$

3. Температурный механизм мартенситного превращения. Начальное состояние – аустенит, $\tau = 0: T_0 > A_f$, $q = 0$. На первом этапе нагружения (16) действует напряжение $\sigma < \sigma(T_0): M_s^\sigma < T_0$, так что $A \rightarrow M$ не наступает (рис. 5а). Далее проводится охлаждение через интервал температур $[M_f^\sigma, M_s^\sigma]$ до $T < M_f^\sigma$, при этом $\Delta q > 0$ (рис. 5б), фазовая деформация растет: $\text{sgn } \varepsilon^P = \text{sgn } \sigma_1$, $\varepsilon^P > 0$, $d\varepsilon^P > 0$ (ЭПП). После $q = 1$ повышение температуры до $T > A_f$ при $\sigma_1 = \text{Const}$ сопровождается полным возвращением накопленной по каналу ЭПП неупругой деформации ε^P : $d\varepsilon^P < 0$, $\text{sgn } \varepsilon^P = \text{sgn } \sigma_1$, т. е. реализуется ЭПФ.

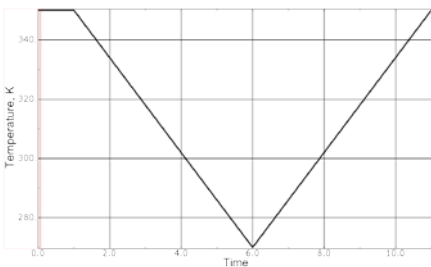


Рис. 5а. Зависимость $T(t)$

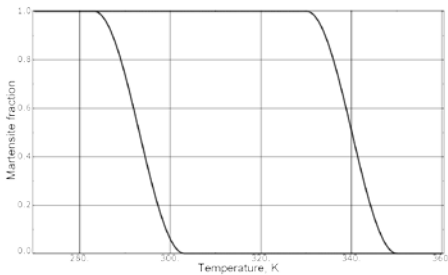


Рис. 5б. Фазовая диаграмма $q(T)$

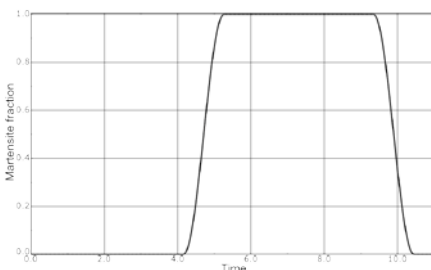


Рис. 5в. Зависимость $q(t)$

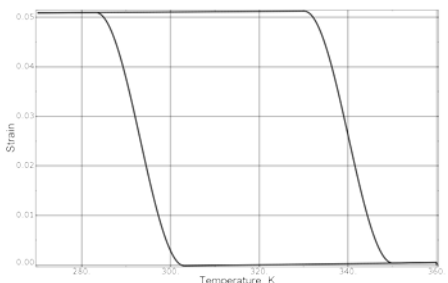


Рис. 5г. Диаграмма $\varepsilon(T)$

Зависимости рис. 3 – 5, полученные при численном решении описанных выше задач, соответствуют экспериментальным данным, что подтверждает работоспособность алгоритма и возможность его практического применения.

В **третьей главе** описано численное решение задач об устойчивости стержня из СПФ, полученное в среде ABAQUS на основе предложенного программного модуля. Решение в одномерной бифуркационной постановке, полученное А. А. Мовчаном и Л. Г. Сильченко и коррелирующее с экспериментальными данными, привело к предположению о решающем влиянии на устойчивость стержня процесса фазового перехода. Численное решение той же задачи в трехмерной постановке, т. е. без каких-либо гипотез о кинематике деформирования стержня, позволяет описать изменение фазового состава как в сечении, так и по длине стержня в процессе потери устойчивости прямолинейной формы равновесного состояния, следовательно, получить подтверждение гипотезы о возмущающем влиянии фазового перехода на устойчивость стержня.

Рассматривается сжатие однородного стержня прямоугольного сечения силой некоторой величины P_k вдоль оси Oz при начальном возмущении геометрического типа (погиб стержня). Начальное состояние стержня – аустенит: $T_0 > M_s^\sigma$, $q = 0$. Исследуется деформирование при $A \rightarrow M$ под действием однородного температурного поля: $T \neq T(x, y, z)$, $dT < 0$. Краевые условия трехмерной задачи соответствуют шарнирному закреплению торцов стержня:

$$u_{x,y} \Big|_{x=y=0}^{z=0,l} = 0; \quad M_x \equiv \int_F \sigma_z y dF = 0; \quad M_y \equiv \int_F \sigma_z x dF = 0; \quad \int_F \sigma_z dF = -P_k. \quad (17)$$

В рамках трехмерной конечно-элементной модели условиям (17) соответствуют условия контакта специального вида: введены две абсолютно жесткие плоскости, расположенные на торцах стержня с зазором $\delta = 0$ при коэффициенте трения $f = 0$. Кинематика опорных плоскостей полностью управляется движением связанных с ними опорных точек, подчиненных условиям (18):

$$z = 0: u_{x,y,z} = 0; \quad z = l: u_{x,y} = 0, \quad P_z = -P_k. \quad (18)$$

В качестве начальной погиби выбрана первая форма $\phi(z)$ собственных колебаний упругого стержня с некоторым весовым коэффициентом (19), величина которого определяется из решения вспомогательных задач:

$$\Delta x_i = \omega \phi(z_i). \quad (19)$$

К стержню при $q = 0$ в соответствии с (17, 18) приложена фиксированная сила $P_k < P_{кр}^3(E_M)$: $M_s^\sigma < T_0$, так что режим СУ исключен, и проводится охлаждение через интервал $[M_f^\sigma, M_s^\sigma]$. Точка потери устойчивости прямолинейной формы равновесного состояния предполагается соответствующей точкой начала быстрого роста кинетической энергии при изгибном деформировании (рис. 6). Если такой рост не наблюдается, стержень считается устойчивым при величине P_k , и решение повторяется для продольной силы $P_{k+1} > P_k$.

Решение задачи описано ниже на примере стержня длиной 15 мм. Проведена серия расчетов с $P = 22; 25; 26$ Н ($P < P_{кр}^3 = 219.3$ Н). За счет начальной погиби приложение сжимающей силы формирует неоднородное НДС (рис. 7):

$$\Delta \sigma = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) / \sigma.$$

При $dT < 0$ зависимость $M_s(\sigma)$ приводит к неоднородному распределению параметра мартенситной фазы q (рис. 8,

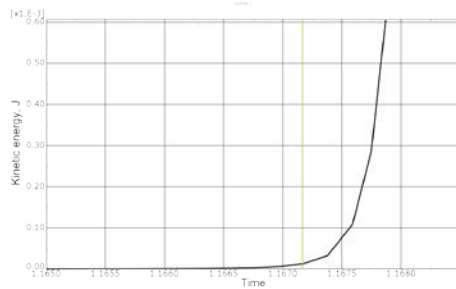


Рис. 6. Кинетическая энергия

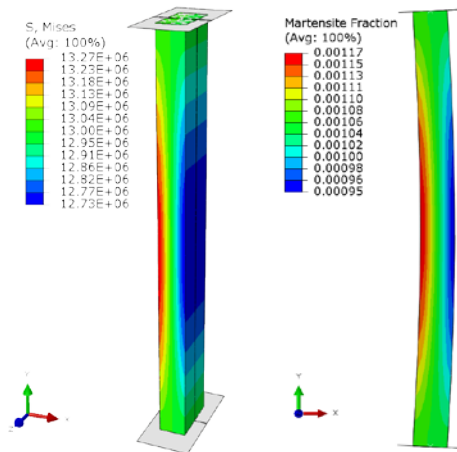


Рис. 7. Эквивалентные напряжения, Па при $q = 0, P = 26$ Н

Рис. 8. Распределение мартенситной фазы ($P = 26$ Н, $T = 316.5$ К)

масштаб – 500/1). В каждом сечении зависимость $q(x)$ близка к линейной (рис. 9). Зависимость $q(z)$: $x = \pm 0,5\text{мм}$ приведена на рис. 10.

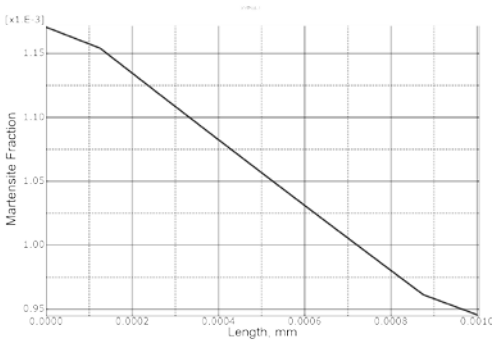


Рис. 9. Изменение q вдоль оси X центрального сечения стержня, ($P = 26H, T = 316.5K$)

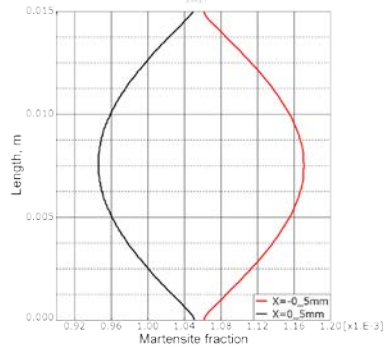


Рис. 10. Изменение q по длине стержня, ($P = 26H, T = 316.5K$)

Неоднородность распределения мартенситной фазы по длине и сечению приводит, в свою очередь, к неоднородности приведенного модуля упругости:

$$E^{-1}(q) = qE_M^{-1} + (1-q)E_A^{-1}. \quad (20)$$

Кроме того, от q зависит уровень накопленной фазовой деформации ε_p . Смещение центральных осей сечения в соответствии с (20) одновременно с $d\varepsilon_p > 0$ вызывает дополнительный прогиб стержня в процессе прямого превращения, увеличивающий неоднородность напряжений $\Delta\sigma$ (рис. 11), а вследствие – и рост $\Delta q = q_{\max} - q_{\min}$ (рис. 12), обеспечивающей дальнейший рост прогиба w .

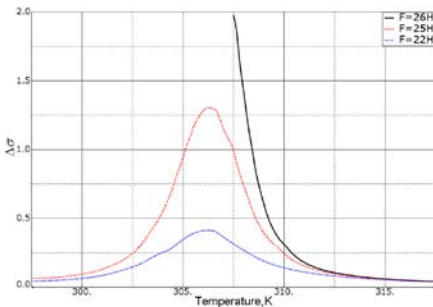


Рис. 11. Зависимость $\Delta\sigma(T)$

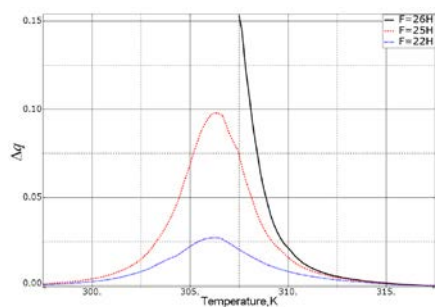


Рис. 12. Зависимость $\Delta q(T)$

Для $P < 25H$ после охлаждения до температуры $T < 306K$ наблюдается уменьшение параметров $\Delta\sigma$ и Δq с возвращением стержня к исходной прямой форме; таким образом, при $P < 25H$ прямолинейная форма равновесного состояния стержня устойчива в процессе $A \rightarrow M$.

При $P = 26\text{Н}$ наблюдается резкий рост $\Delta\sigma$ и Δq с выходом на вертикальную асимптоту, что приводит к интенсивному увеличению безразмерного прогиба стержня (рис. 13)

$$\tilde{w} = w/\max(\Delta x_i),$$

которому соответствует быстрый рост кинетической энергии (рис. 6).

Расчеты проведены для стержней длиной 5, 7, 10, 15, 40 мм из сплава ТН-1 (табл. 1). Значения критической силы приведены в табл. 2.

Табл. 1. Характеристики ТН – 1

Модуль Юнга, МПа	E_A	70000
	E_M	30000
Коэффициент Пуассона, ν		0,3
Деформация ε_{\max} , %		4
Диапазон температур $A \rightarrow M$, К	M_s	316,15
	M_f	295,15

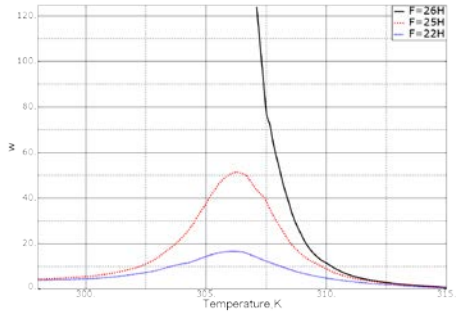


Рис. 13. Изменение безразмерного прогиба центрального узла стержня

Табл. 2. Сила $P_{Кр}$ при $A \rightarrow M$

Длина, мм	$P_{Кр}^D (E=E_M)$, Н	$P_{Кр}$, Н
5	1974,0	267,5
7	1007,0	122,5
10	219,3	58,5
15	493,5	25,5
40	30,8	3,5

Величины критических сил составляют приблизительно $0,15P_{Кр}^D (E_M)$.

Аналогично получено решение при $A \rightarrow M$ для жестко защемленного по торцам стержня:

$$u_x|_{z=0,l} = u_y|_{z=0,l} = u_z|_{z=0} = 0;$$

$$z = l: \int_F \sigma_z dF = -P_k.$$

Для жесткой заделки характерно образование двух зон краевых эффектов вблизи торцов стержня (рис. 14), что увеличивает неоднородность распределения мартенситной фазы q как по высоте, так и по сечению, причем в средней части и у краев зависимости $q(x)$ противоположны по знаку (рис. 15).

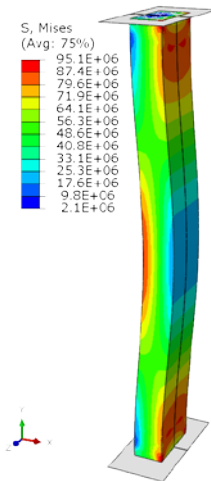


Рис. 14. Поле напряжений, Па ($P = 110\text{Н}, T = 308,35\text{К}$)

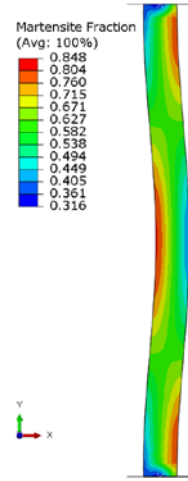


Рис. 15. Распределение мартенситной фазы ($P = 110\text{Н}, T = 308,35\text{К}$)

В коротких стержнях ($l = 5; 7; 10$ мм) вследствие высоких напряжений $A \rightarrow M$ протекает в режиме СУ; стержни длиной $l = 15; 40$ мм, как и в случае шарнирного закрепления, теряют устойчивость при $A \rightarrow M$, вызванном охлаждением. При этом сила $P_{кр}$ при $A \rightarrow M$ ($dT < 0$) существенно ниже, чем в случае СУ режима (табл. 3):

Табл. 3. Критические силы в режиме СУ и при охлаждении стержня

Режим $A \rightarrow M$	T_0 , К	$P_{кр}$, Н
СУ	323,15	375
$dT < 0$	343,15	220

Анализ приведенных результатов позволяет утверждать, что потеря устойчивости прямолинейной формы равновесного состояния стержня из СПФ с начальной погибью при $A \rightarrow M$ инициируется неоднородностью фазового состава в процессе фазового перехода, играющей роль дополнительного возмущения. Таким образом, подтверждается вывод, сделанный А. А. Мовчаном и Л. Г. Сильченко на базе исследования одномерной модели стержня на основе классических гипотез и в бифуркационной постановке задачи.

Четвертая глава посвящена решению прикладных задач о деформировании и потере устойчивости каркасированных цилиндрических оболочек малой жесткости на основе СПФ на примере коронарных и сосудистых стентов.

На базе описанной выше модели и программного блока в среде ABAQUS построено решение задач об изотермическом радиальном обжатии стента из СПФ и его раскрытии в рабочее положение и получена оценка радиальной жесткости самораскрывающихся стентов, использующих режим СУ. Исходная модель стента длиной $L = 14,5$ мм состоит из 10 однотипных секций в продольном направлении и 9 в окружном (рис. 16). Радиус рабочей конфигурации внешней поверхности стента $R_1 = 2$ мм. Рассмотрены открытые элементарные ячейки с несимметричным расположением перемычек. Модель обладает круговой симметрией; решение получено для части конструкции с учетом условий симметрии (рис. 17).

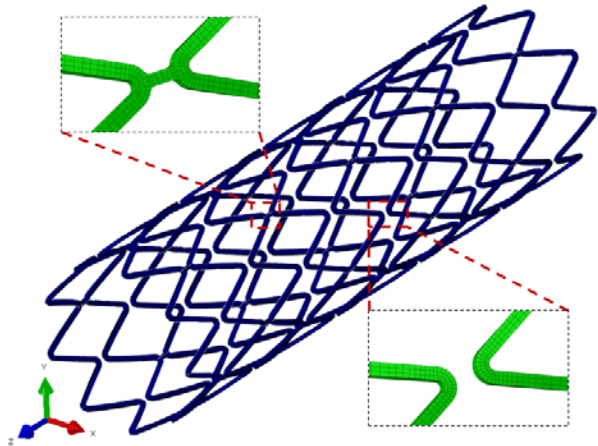


Рис. 16. Конечно – элементная модель

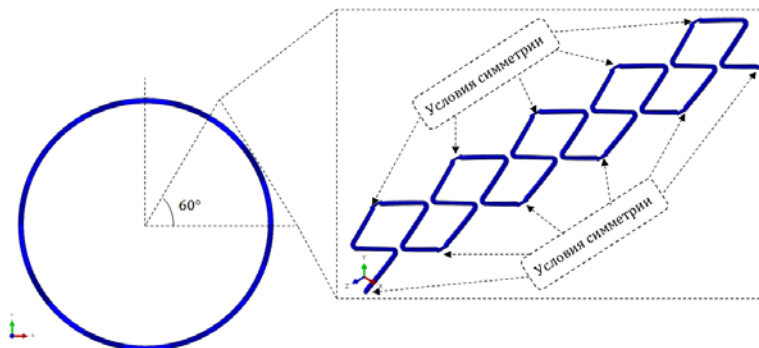


Рис. 17. Учет условий геометрической симметрии

На этапе приведения в транспортное состояние проводится радиальное обжатие стента в изотермическом режиме ($T_0 > A_f$) до $R_2 = 1,2\text{ мм}$. Обжимающий инструмент системы доставки моделируется абсолютно жесткой цилиндрической поверхностью с радиальным перемещением узлов $u_r < 0$. Между внутренней поверхностью инструмента и внешней поверхностью стента учитывается контактное взаимодействие:

Радиальное обжатие в режиме СУ сопровождается $A \rightarrow M$ с накоплением обратимой деформации ϵ_p в вершинах ячеек стента. Распределение доли q в вершинах ячеек достаточно неоднородно (рис. 18). Завершение $A \rightarrow M$ с полным переходом в M -фазу наблюдается только в приповерхностных областях с максимальными напряжениями (рис. 19). Прямолинейные участки ячейки работают в упругой области и не претерпевают фазовых превращений, что и требуется в рамках концепции оболочек ячеисто-периодической структуры.

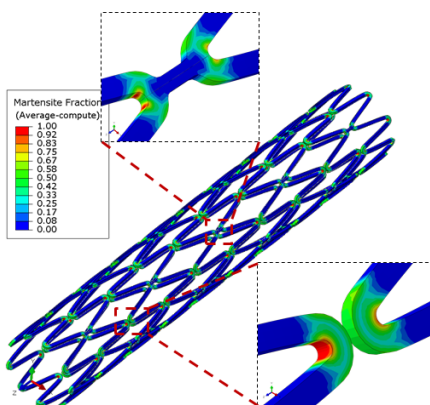


Рис. 17. Распределение мартенситной фазы q : $R_2 = 1,2\text{ мм}$

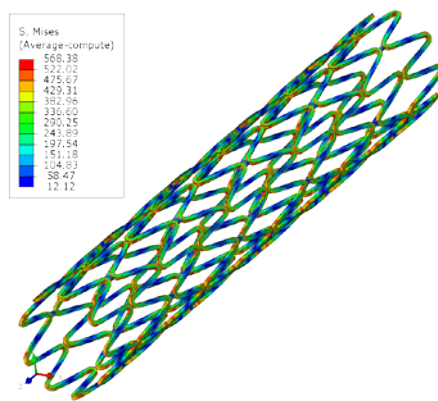


Рис. 18. Распределение эквивалентных напряжений, МПа. $R_2 = 1,2\text{ мм}$

Раскрытие стента обеспечивается определением однородного поступательного перемещения обжимающего инструмента $u_z = 15 \text{ мм}$. Устранение геометрической связи приводит к падению в вершинах ячеек освобожденных секций, что запускает процесс $M \rightarrow A$. По его окончании стент восстанавливает исходную форму с возвращением накопленной деформации ϵ_p . Этапы раскрытия стента изображены на рис. 20.

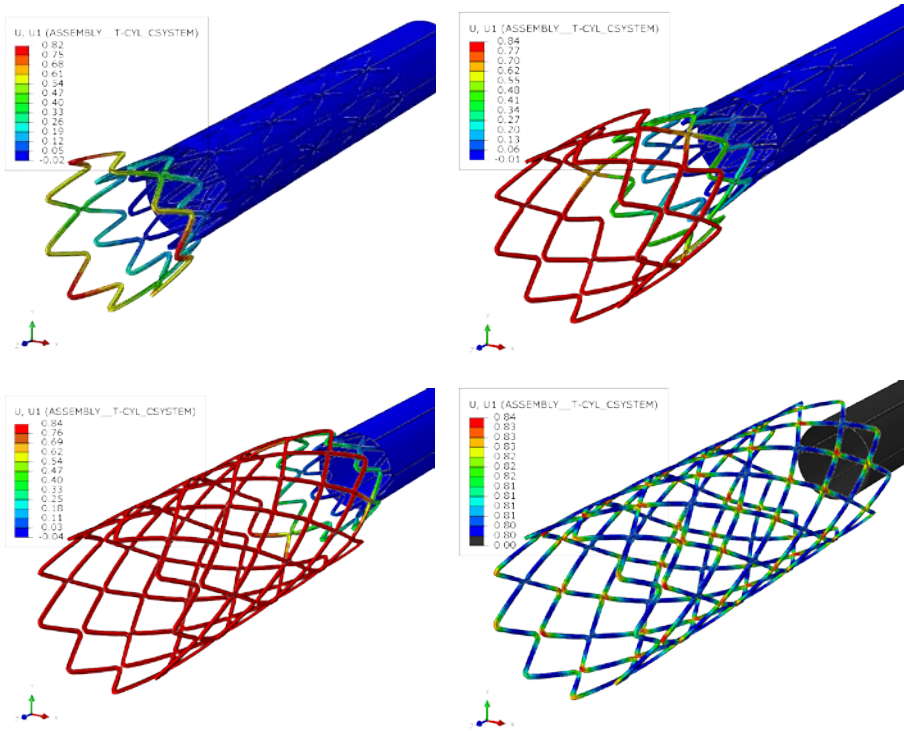


Рис. 20. Этапы раскрытия стента. Радиальные перемещения, мм

В общем случае давление ячеек стента на внутреннюю поверхность сосуда является неравномерным в силу особенностей контактного взаимодействия. Однако при оценке интегральной характеристики радиальной жесткости можно ограничиться величиной среднего давления:

$$\bar{p} = S^{-1} \sum_{i=1}^N p_i, \quad (20)$$

S - площадь плоской развертки стента, p_i - контактные силы в i -м узле области контакта. Диаграмма зависимости осредненного давления ячеек стента на сосуд от радиуса его раскрытия приведена на рис. 21.

Диаграмма имеет два ярко выраженных участка, близких к линейным. Участок диаграммы $R \geq 1.75$ соответствует преимущественно упругой работе материала – возвращение накопленной упругой деформации ε_E . При стесненном раскрытии стента в сосуде $1.2 < R < 1.75$, давление $\bar{p} \approx 0,4$ МПа практически постоянно. Данный участок кривой соответствует работе материала в смешанной фазе аустенит – мартенсит.

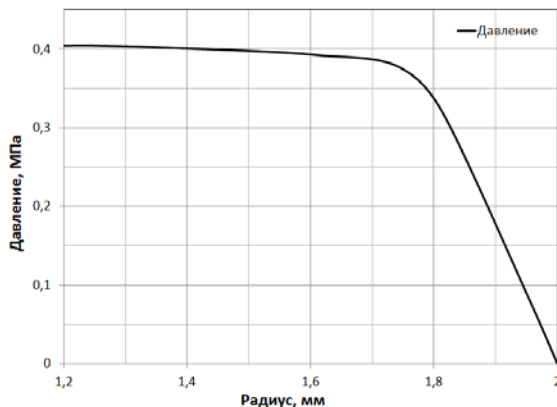


Рис. 21. Радиальная жесткость стента

Данная способность конструкций из СПФ сохранять постоянный уровень нагрузки в большом диапазоне изменения формы является одной из основных причин их эффективного применения, в частности, в составе перспективных образцах медицинской техники.

Естественное деформирование сосудов создает дополнительную нагрузку на стентированный участок, в том числе и осевую, что может привести к большим изгибным деформациям, локальной и глобальной потере устойчивости и разрушению стента; следовательно, требуется исследование поведения стента при продольном деформировании, как численное, так и экспериментальное.

Эксперимент на осевое сжатие проведен на примере кобальт – хромового стента. Стент в вертикальном положении устанавливался в посадочное отверстие цилиндрической формы нижней оправки на глубину одной ячейки, на противоположном торце обеспечивалось условие свободного опирания (рис. 22). Постановка задачи, положенная в основу численного решения, соответствует эксперименту. Введены модели абсолютно жестких оправок (рис. 23) и соответствующие условия контакта между оправками и торцевыми секциями стента. Нижняя оправка фиксируется по всем степеням свободы: $u_i = 0, i = 1 \dots 6$. Граничные условия для верхней оправки имеют следующий вид:

$$u_{1,2,4,5,6} = 0, \quad u_3 \in [0, -0,5] \text{ мм.} \quad (21)$$

На одноколонной испытательной машине Instron 3345 проводилось кинематическое нагружение образцов с фиксированной скоростью вертикального смещения активной траверсы – 0,2 мм/мин. Экспериментальные диаграммы деформирования образцов представлены на рис. 24; границы доверительного интервала определены с доверительной вероятностью 95%.

На основе сопоставления результатов предварительного расчета с экспериментальными данными сформированы окончательные требования к расчетной модели: помимо учета геометрической и физической нелинейности деформирования, необходим также полноценный учет контактного взаимодействия между ячейками стента.

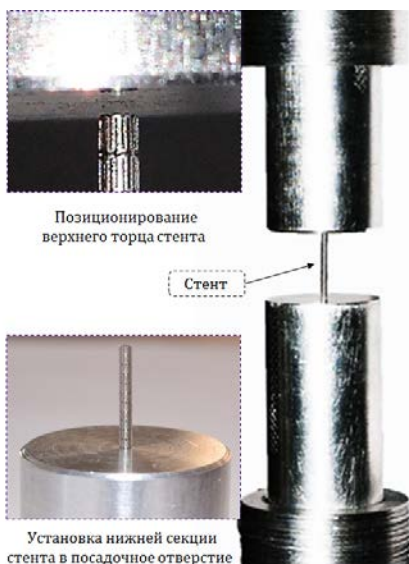


Рис. 22. Схема эксперимента

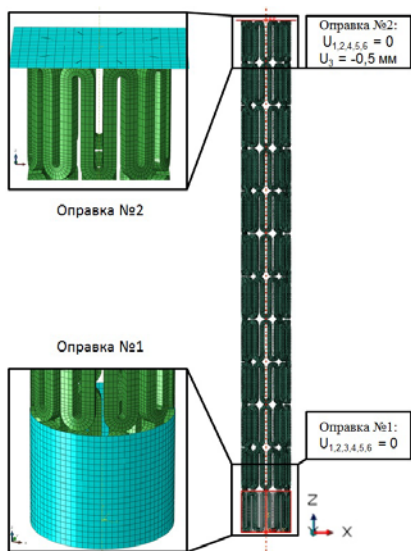


Рис. 23. Расчетная схема

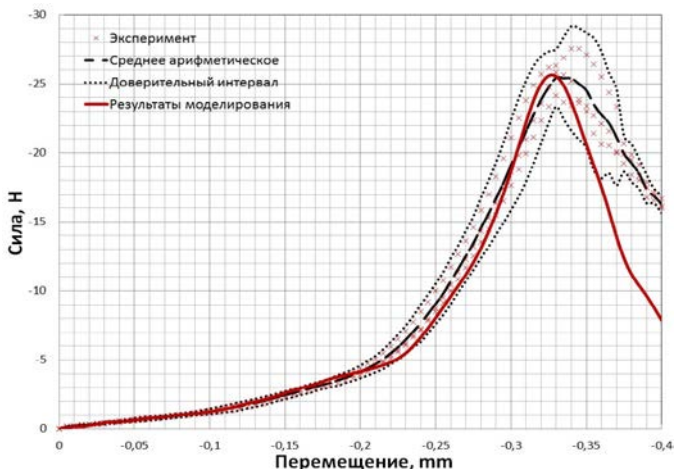


Рис. 24. Кривые равновесных состояний

Возможные контактные взаимодействия между всеми ячейками стента определены численно методом автоматического поиска контактных пар, при этом условия контакта описываются методом штрафных функций с формированием контактной жесткости на основе жесткости взаимодействующих конечных эле-

ментов. Трение контактирующих поверхностей описано моделью Кулона с наличием начального «упругого» сдвига; коэффициент трения путем калибровки модели по эксперименту задан отрезком $0,2 \leq f \leq 0,3$.

Полученная в результате численного решения кривая равновесных состояний (рис. 24) и форма потери устойчивости (рис. 25) стента хорошо согласуются с экспериментальными данными. На начальном этапе сжатия происходит упругое деформирование стента с постоянным значением осевой жесткости. Последующий рост осевой жесткости связан с полной выработкой начального осевого зазора между ячейками и началом их контактирования – на данном этапе стент сопротивляется деформированию, как замкнутая оболочка. Исчерпание несущей способности происходит вследствие выхода ячеек стента из контакта.

На основе описанной модели, верифицированной с опорой на экспериментальные данные, проведена оценка осевой жесткости самораскрывающихся стентов, выполненных из СПФ при схожем дизайне ячеек. Для стентов на основе СПФ получена форма кривых равновесных состояний, аналогичная упруго – пластической модели материала. Предельная несущая способность конструкции стента из никелида титана при осевом сжатии составляет 12,8 Н.

В докритическом состоянии стента обнаружены небольшие области перехода $A \rightarrow M$, находящиеся на внутренних поверхностях центральных переемычек. В момент начала потери несущей способности максимальная величина фазово – структурной деформации $\max \epsilon_p = 0,7\%$. После потери несущей способности при выраженном изгибном деформировании центральных переемычек область и интенсивность фазового превращения существенно увеличиваются. К новым типовым очагам $A \rightarrow M$ относится область контакта вершин ячеек (рис. 26).

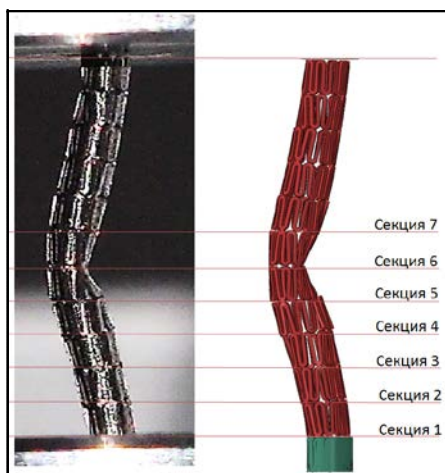


Рис. 25. Сравнение форм потери устойчивости стента

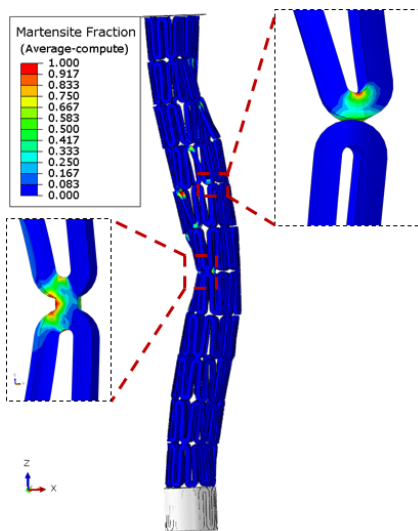


Рис. 26. Распределение мартенситной фазы

Сравнение приведенных результатов решения задач показывает качественное сходство описания процесса деформирования стента на базе модели упругопластического материала и термомеханической модели СПФ для изотермического деформирования в режиме СУ. Таким образом, в аналогичных случаях нагружения применение упругопластической модели вместо ресурсно-затратной связанной термомеханической модели СПФ представляется допустимым и рациональным в рамках инженерных расчетов первого приближения.

Описанные результаты главы 4 использованы в процессе проектировании стента оптимальной геометрической формы.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Построен алгоритм численной реализации однократно связанной модели А. А. Мовчана термомеханического поведения равноатомного никелида титана, разработан и протестирован на системе модельных задач программный модуль, адаптированный к использованию в составе программного комплекса конечно-элементного моделирования SIMULIA Abaqus.
2. Получены численные решения задач о потере устойчивости прямолинейной формы равновесия стержня из равноатомного никелида титана при прямом мартенситном превращении и его закритическом состоянии в трехмерной нелинейной постановке задачи, проведено сравнение результатов с аналитическими решениями в одномерной бифуркационной постановке.
3. Получены распределения мартенситной фазы по длине и сечению стержней различного удлинения при разных краевых условиях в процессе потери устойчивости прямолинейной формы равновесия в режиме прямого мартенситного превращения.
4. Получены результаты экспериментального исследования осевого сжатия упруго-пластических ячеистых оболочек с потерей устойчивости, сопровождающейся контактным взаимодействием ячеек, и на их основе разработана схема численного решения задачи.
5. Получены численные решения задач о термомеханическом поведении цилиндрических ячеистых оболочек в процессе потери устойчивости прямолинейной формы равновесия при изотермическом осевом сжатии с учетом взаимодействия с сухим трением входящих в контакт ячеек, вычислены значения критических сил и предельной несущей способности.
6. Получена оценка влияния сил трения в области контакта на предельную несущую способность цилиндрических ячеистых оболочек при осевом изотермическом сжатии с потерей устойчивости.

Таким образом, **поставленная в диссертационной работе цель и сформулированные для ее достижения научно-технические задачи выполнены в полном объеме.** Положительные результаты научно-прикладных исследований позволили рекомендовать использовать их как при разработке и проектировании активных и адаптивных элементов энергетических установок ракетно-космической и другой специальной техники, так и в точном машиностроении, а также при создании перспективных отечественных образцов высокотехнологичного медицинского оборудования.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Статьи в журналах, включенных в перечень ВАК РФ:

1. Computer-aided design of the human aortic root / E. A. Ovcharenko, K. Y. Klyshnikov, A. R. Vlad, I. N. Sizova, A. N. Kokov, D. V. Nushtaev, A. E. Yuzhalin, and I. U. Zhuravleva // *Computers in Biology and Medicine*. – 2014, Vol. 54. – pp.109-115.
2. Выбор оптимальных геометрических параметров ячейки опорного каркаса транскатетерного клапана / Е. А. Овчаренко, К. Ю. Клышников, Г. В. Саврасов, Д. В. Нуштаев, Т. В. Глушкова // *Компьютерные исследования и моделирование*. – 2014, № 6. – С. 943-956.
3. *Клышников М. Ю., Овчаренко Е. А., Нуштаев Д. В.* Способы оптимизации геометрии ячейки каркаса самораскрывающегося протеза клапана аорты // *Технология живых систем*. – 2014, № 3. – С. 39-45.
4. Численно-экспериментальное исследование деформирования и устойчивости цилиндрической оболочки ячеистой структуры при осевом сжатии / Д. В. Нуштаев, С. И. Жаворонок, К. Ю. Клышников, Е. А. Овчаренко // *Труды Московского авиационного института*. – 2015, Т. 82.

Прочие публикации по теме диссертационной работы:

5. *Нуштаев Д. В.* Использование программного комплекса SIMULIA Abaqus для решения задач биомеханики // *САПР и графика*. – 2014, № 9. – С. 114-117.
6. Численно-экспериментальное исследование стентов при осевом сжатии / Д. В. Нуштаев, С. И. Жаворонок, К. Ю. Клышников, Е. А. Овчаренко // *Тезисы докладов 2 Всероссийской научной конференции «Механика наноструктурированных материалов и систем»*. – Москва, 2013. – С. 53.
7. *Нуштаев Д. В., Жаворонок С. И.* Расширение возможностей моделирования процессов деформирования сплавов с памятью формы // *Труды международного форума «Инженерные системы»*. – Москва, 15-16 апреля 2011.
8. Оценка осевой жесткости стентов / Д. В. Нуштаев, С. И. Жаворонок, К. Ю. Клышников, Е. А. Овчаренко // *Труды международного форума «Инженерные системы»*. – Москва, 7-8 апреля 2014. – С. 79-85.
9. Взаимосвязь геометрии базовых элементов стеновой конструкции и ее функции / Е. А. Овчаренко, К. Ю. Клышников, Г. В. Саврасов, Д. В. Нуштаев, Т. В. Глушкова // *Труды международного форума «Инженерные системы»*. – Москва, 7-8 апреля 2014. – С. 100-107.

Свидетельство о государственной регистрации программы:

10. *Нуштаев Д. В., Курдюмов Н. Н.* Программа по реализации термомеханической модели сплавов с памятью формы. – РОСПАТЕНТ. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015615302 от 15.05.2015.

Подписано в печать __.__.2015 г.
Бумага офсетная. Формат 60 × 84 1/16. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 1,39. Уч.-изд. л. 1,5. Тираж 110 экз. Зак. 051

Издательство МАИ
(МАИ), Волоколамское ш., д. 4, Москва, А-80, ГСП-3 125993

Типография Издательства МАИ
(МАИ), Волоколамское ш., д. 4, Москва, А-80, ГСП-3 125993